Teste - 4/5/23

1)

R	A0	A1	A2
A0	1	1	0
A1	0	1	1
A2	0	0	1

S	B0	B1	B2
C0	0	0	0
C1	0	0	1
C2	0	1	
C3	1	0	

Q	B0	B1	B2
B0	0	1	1
B1	1	0	1
B2	1	1	0

Simples: máx. um 1 por coluna
Total: pelo menos um 1 por coluna
Injetiva: máx um 1 por fila
Sobrejetiva: pelo menos um 1 por fila
Reflexiva: $id \subseteq$ Relação
Irreflexiva: $R \cap id = \bot$
Simétrica: Relação = Relação$^\circ$

	A	S	Q
Simples	✗	✓	✗
Inteira	✓	✓	✓
Injetiva	✗	✓	✗
Sobrejetiva	✓	✗	✓
Reflexiva	✓	✗	✗
Simétrica	✗	✗	✓
Irreflexiva	✗	✗	✓

2) $\frac{h \cdot f}{h \cdot g} = \frac{f}{g} \Leftarrow h$ é injetiva

$\frac{h \cdot f}{h \cdot g} = \frac{f}{g}$

$\Leftrightarrow$ {5.52}

$g^\circ \cdot \frac{h}{h} \cdot f = g^\circ \cdot f$

$\Leftarrow$ {Monotonia da composição relacional, 2x; 5.13}

$\frac{h}{h} = id$

3) [frontWheel, rearWheel] é injetiva

Por 5.126,

- frontWheel é injetiva → 1ª cláusula
- rearWheel é injetiva → 4ª cláusula
- frontWheel$^\circ$ · rearWheel = $\bot$ → 2ª e 3ª cláusulas

Qualidade do modelo:

→ Assert de quantidades redundante

→

4) $J \subseteq T \cdot S \cdot \leq$

$\Leftrightarrow \{5.19\}$

$\langle \forall n, j : j J n : j (T \cdot S \cdot \leq) n \rangle$

$\Leftrightarrow \{5.11\}$

$\langle \forall n, j : j J n : \langle \exists s : j T s : s (S \cdot \leq) n \rangle$

$\Leftrightarrow \{ \_T\_ = true; 5.11; A.8 \}$

$\langle \forall n, j : j J n : \langle \exists s, m : s S m : m \leq n \rangle$

Isto garante $n - m \geq 0$.

Queremos também garantir $500 \leq n - m$.

$500 \leq n - m$

$\Leftrightarrow$ { Aritmética }

$m + 500 \leq n$

$\Leftrightarrow$

$m ((+500)^{\circ} \cdot (\leq)) n$

Logo $X = (+500)^{\circ} \Leftrightarrow X^{\circ} = (+500)$

5) $\begin{cases} G : A^* \rightarrow A \times A^* \\ G = \frac{bag}{bag \cdot cons} \end{cases}$

$G = \frac{bag}{bag \cdot cons}$

$\Leftrightarrow$ { Variáveis:

$(h,t)\, G\, x = (h,t) \frac{bag}{bag \cdot cons} x$

$\Leftrightarrow$ { Guardanapo }

$(h,t)\, G\, x = (bag \cdot cons)(h,t) = bag\ x$

$\Leftrightarrow$ { Aplicar ao ponto, definição de cons }

$(h,t)\, G\, x = bag\,(h:t) = bag\ x$

x não pode ser [ ]

6) $G' = \left(id \times \frac{bag}{bag}\right) \cdot cons^{\circ}$

$(h,t)\, G'\, x$

$\Leftrightarrow$ { Def. G' }

$(h,t)\left(\left(id \times \frac{bag}{bag}\right) \cdot cons^{\circ}\right) x$

$\Leftrightarrow$ { 5.11 }

$\langle \exists h', t' : (h,t)\left(id \times \frac{bag}{bag}\right)(h',t') : (h',t')\, cons^{\circ}\, x \rangle$

$\Leftrightarrow$ { Conversa e def. cons }

$\langle \exists h', t' : (h,t)\left(id \times \frac{bag}{bag}\right)(h',t') : (h' : t') = x \rangle$

$(h,t)\, G\, x$ significa que $h:t$ é uma permutação de x

$(h,t)\, G'\, x$ significa que h é a cabeça de x e t é uma permutação da cauda de x

7) $(T \Rightarrow S) = S$

$X \subseteq T \Rightarrow S$

$\Leftrightarrow$ { 5.148 }

$X \cap T \subseteq S$

$\Leftrightarrow$ { 5.67 } :

$X \subseteq S$

8) $(\div a) \cdot (\div b) = (\div b) \cdot (\div a)$

$\Leftrightarrow$ { Pointwise $(\div x)\, y = y \div x$ }

$(x \div b) \div a = (x \div a) \div b$

:: { Igualdade Indireta sobre $\leq$ em $\mathbb{N}_0$ }

$z \leq (x \div b) \div a$

$\Leftrightarrow$ { F4 - GC $(\times a) \dashv (\div a)$ }

$z \times a \leq x \div b$

$\Leftrightarrow$ { F4 - GC $(\times b) \dashv (\div b)$ }

$(z \times a) \times b \leq x$

$\Leftrightarrow$ { Multiplicação associativa e comutativa }

$(z \times b) \times a \leq x$

$\Leftrightarrow$ { F4 ax - GC $(\div a) \dashv (\times a)$ e $(\div b) \dashv (\times b)$ }

$z \leq (x \div a) \div b$