

算法分析与设计作业

陈斌 31617019

19th October 2016

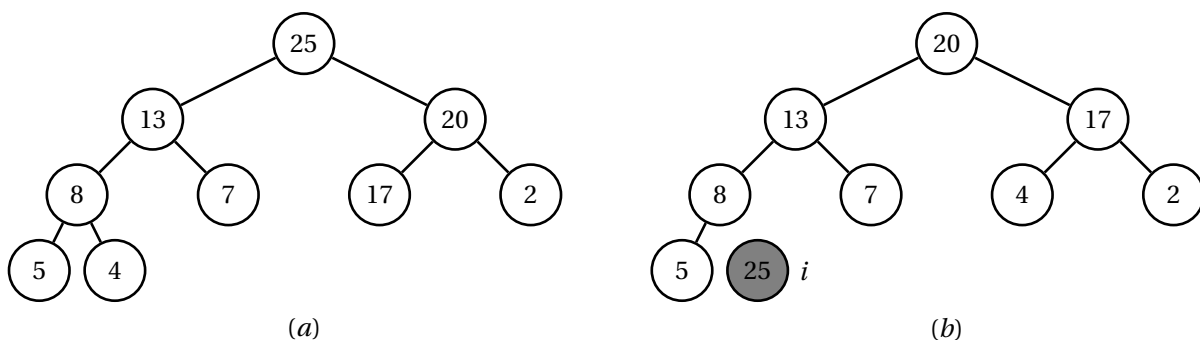
6.3-3 证明: 对于任一包含 n 个元素的堆中, 至多有 $\lceil \frac{n}{2^{h+1}} \rceil$ 个高度为 h 的结点?

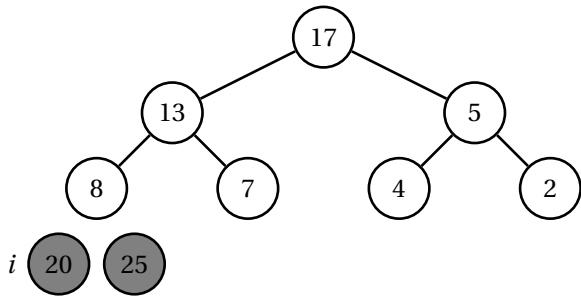
解:

这里的高度为当前节点到叶子节点最长简单路径上的数目。我们已经知道从 $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1$ 到 n 的节点是叶子节点, 也就是说最后一层的节点至多为 $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ 个。将 $h=0$ 代入 $\lceil \frac{n}{2^{h+1}} \rceil$ 中得 $\lceil \frac{n}{2^{0+1}} \rceil = \lceil \frac{n}{2} \rceil$, 所以在 $h=0$ 时成立。当 $h=1$ 时, 我们把最后一层之上的节点看作是一个新的堆, 此时新的堆的数量 $n' = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$, 新的堆的最后一层的节点至多为 $\lceil \frac{n'}{2} \rceil = \lceil \frac{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}{2} \rceil \leq \lceil \frac{n}{2^{1+1}} \rceil$, 新的堆的最后一层的节点相当于原来的堆中高度为 1 的节点。以此类推当高度为 h 时, 节点至多为 $\lceil \frac{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}{2^h} \rceil \leq \lceil \frac{n}{2^{h+1}} \rceil$.

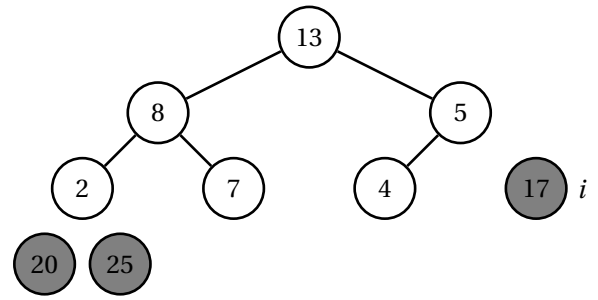
6.4-1 参照图 6-4 的方法, 说明 *HEAPSORT* 在数组 $A = (4, 13, 2, 25, 7, 17, 20, 8, 4)$ 的操作过程。

解:

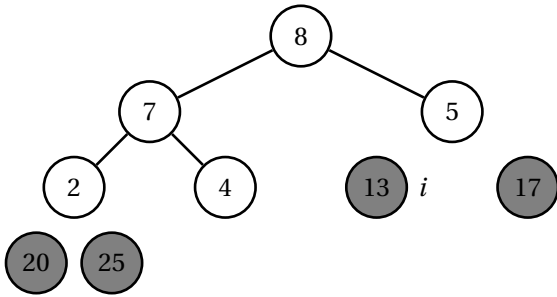




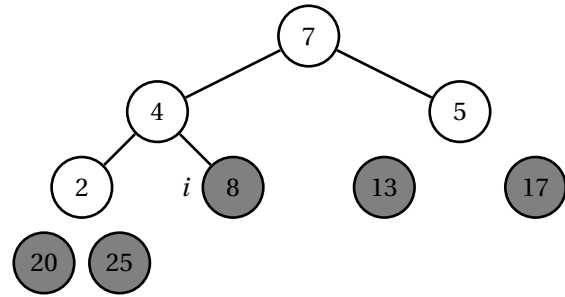
(c)



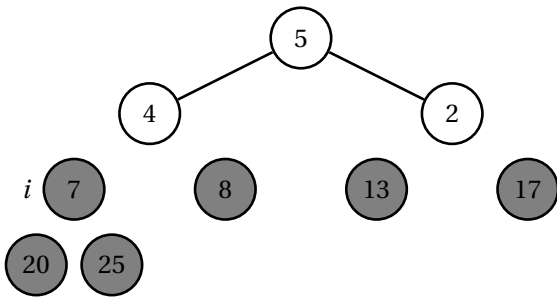
(d)



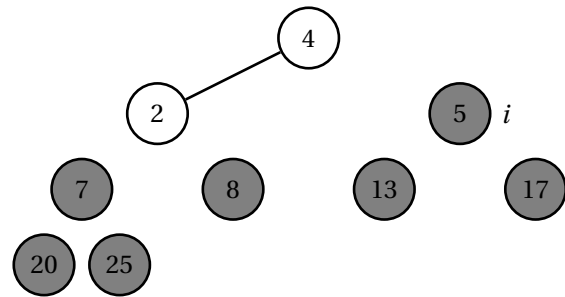
(e)



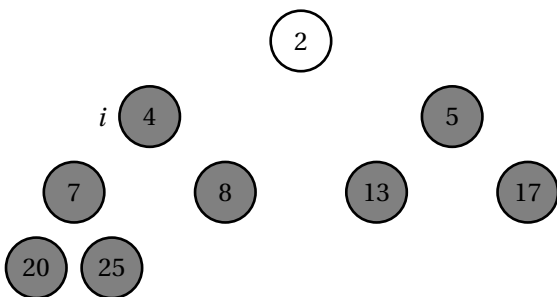
(f)



(g)



(h)



(i)

A

2	4	5	7	8	13	17	20	25
---	---	---	---	---	----	----	----	----

(j)