

# ThinkDSP. Лабораторная 5. Автокорреляция.

Шерепа Никита

8 мая 2021 г.

## Содержание

1	Упражнение 5.1	5
2	Упражнение 5.2	8
3	Упражнение 5.3	11
4	Упражнение 5.4	14
5	Вывод	19

## Список иллюстраций

1	Высота тона звука . . . . .	6
2	Высота тона звука . . . . .	7
3	Спектрограмма звука . . . . .	8
4	Кривая и спектрограмма . . . . .	10
5	Таблица цен <i>BitCoin</i> . . . . .	11
6	График цен <i>BitCoin</i> за 7 лет . . . . .	12
7	Результат автокорреляции . . . . .	13
8	Спектр сигнала с 2 по 2.5 секунду . . . . .	15
9	Результат автокорреляции . . . . .	16
10	Удалили частоту 464 Гц . . . . .	17
11	Убрали пики . . . . .	18

## Листинги

1	Метод <code>serial_corr</code> . . . . .	5
2	Метод <code>autocorr</code> . . . . .	5
3	Фрагмент 1 и высота его тона . . . . .	5
4	Уточнение частоты . . . . .	6
5	Фрагмент 2 и высота его тона . . . . .	6
6	Уточнение частоты . . . . .	7
7	Спектрограмма звука . . . . .	8
8	Метод <code>estimate_fundamental</code> . . . . .	9
9	Вычисление частоты с помощью метода <code>estimate_fundamental</code> . . . . .	9
10	Вычисление кривой отслеживания тона . . . . .	9
11	Таблица цен <i>BitCoin</i> . . . . .	11
12	График цен <i>BitCoin</i> . . . . .	11
13	Автокоррелируем . . . . .	12
14	Работа со звуком . . . . .	14
15	Автокоррелируем . . . . .	15
16	Функция <code>find_frequency</code> . . . . .	16
17	Частота первого пика . . . . .	16
18	Удалим частоту 464 Гц . . . . .	16
19	Убираем пики . . . . .	17

# 1 Упражнение 5.1

## 1. Задание

Вычислите автокорреляцию для различных *lag*, воспользовавшись материалами из *chap05.ipynb*. Оцените высоты тона вокального чирпа для нескольких времен начала сегмента.

## 2. Ход работы

Воспользуемся некоторыми методами из *chap05.ipynb*

*serial\_corr* - вычисляет корреляцию для разных типов шума

```
1     def serial_corr(wave, lag=1):
2         N = len(wave)
3         y1 = wave.ys[lag:]
4         y2 = wave.ys[:N-lag]
5         corr = np.corrcoef(y1, y2)[0, 1]
6         return corr
```

Листинг 1: Метод *serial\_corr*

*autocorr* - вызывает *serial\_corr* с различными значениями *lag*

```
1     def autocorr(wave):
2         lags = np.arange(len(wave.ys)//2)
3         corrs = [serial_corr(wave, lag) for lag in lags]
4         return lags, corrs
```

Листинг 2: Метод *autocorr*

Теперь возьмем звук, выберем из него фрагмент и найдем высоту его тона.

```
1     wave =
2         read_wave('res/28042__bcjordan__voicedownbew.wav')
3     wave.normalize()
4     segment = wave.segment(start=0.3, duration=0.01)
5
6     lags, corrs = autocorr(segment)
7     plt.plot(lags, corrs)
8     decorate(xlabel='Lag (index)', ylabel='Correlation')
```

Листинг 3: Фрагмент 1 и высота его тона

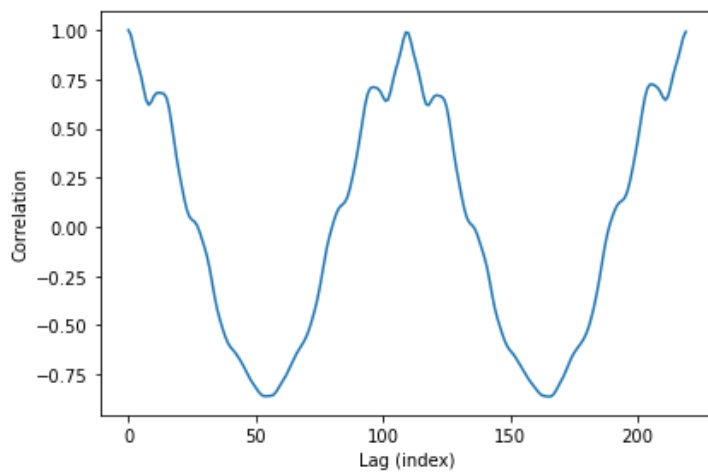


Рис. 1: Высота тона звука

Видим, что пик лежит между 100 и 120. Для уточнения *lag* воспользуемся методом *argmax*

```

1     low, high = 100, 120
2     lag = np.array(corrs[low:high]).argmax() + low
3
4     period = lag / segment.framerate
5     frequency = 1 / period
6     frequency
7
8     Output
9     404.5871559633028

```

Листинг 4: Уточнение частоты

Частота = 404.5871559633028

Теперь возьмем другой фрагмент и вычислим частоту для него

```

1     wave =
2         read_wave('res/28042__bcjordan__voicedownbew.wav')
3         wave.normalize()
4         segment = wave.segment(start=0.6, duration=0.01)
5
6     lags, corrs = autocorr(segment)
7     plt.plot(lags, corrs)
8     decorate(xlabel='Lag (index)', ylabel='Correlation')

```

Листинг 5: Фрагмент 2 и высота его тона

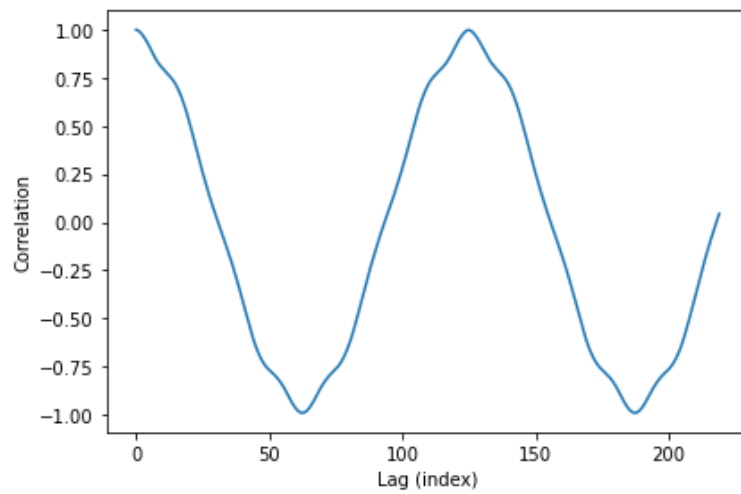


Рис. 2: Высота тона звука

Видим, что пик лежит между 100 и 150. Для уточнения *lag* воспользуемся методом *argmax*

```

1     low, high = 90, 110
2     lag = np.array(corr[low:high]).argmax() + low
3
4     period = lag / segment.framerate
5     frequency = 1 / period
6     frequency
7
8
9     Output
10    352.8

```

Листинг 6: Уточнение частоты

Частота = 352.8

Частота уменьшается с увеличением времени начала сегмента.

## 2 Упражнение 5.2

### 1. Задание

Инкапсулируйте код, выполняющий автокорреляцию в функцию, названную *estimate\_fundamental*, и используйте её для отслеживания высоты тона записанного звука.

Проверьте, насколько хороша она работает, накладывая оценки высоты тона на спектрограмму записи.

### 2. Ход работы

Возьмём звук из прошлого пункта и построим его спектрограмму

```
1     from thinkdsp import read_wave
2
3     wave =
4         read_wave('res/28042__bcjordan__voicedownbew.wav')
5         wave.normalize()
6
7     wave.make_spectrogram(2048).plot(high=4200)
8     decorate(xlabel='Time (s)',
9              ylabel='Frequency (Hz)')
```

Листинг 7: Спектрограмма звука

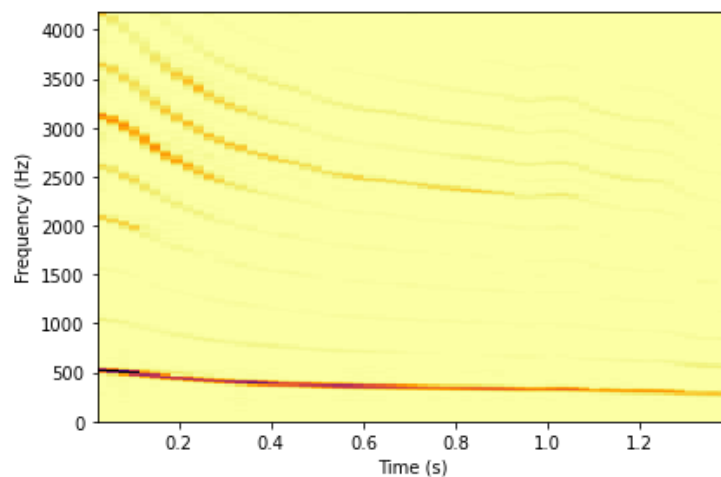


Рис. 3: Спектрограмма звука

Теперь инкапсулируем код в функцию *estimate\_fundamental*



```

1     def estimate_fundamental(segment, low = 70, high =
      150):
2         lags, corrs = autocorr(segment)
3         lags = np.array(corrs[low:high]).argmax() + low
4         period = lag / segment.framerate
5         frequency = 1 / period
6         return frequency

```

Листинг 8: Метод *estimate\_fundamental*

Проверим его работоспособность

```

1     segment = wave.segment(start = 0.2, duration = 0.01)
2     frequency = estimate_fundamental(segment)
3     frequency
4
5     Output
6     436.63366336633663

```

Листинг 9: Вычисление частоты с помощью метода *estimate\_fundamental*

Частота = 436.63366336633663

Теперь вычислим высоту тона записанного звука и построим кривую отслеживания тона, наложенную на спектрограмму

```

1     step = 0.05
2     starts = np.arange(0.0, 1.4, step)
3     duration = 0.01
4
5     ts = []
6     freqs = []
7
8     for start in starts:
9         ts.append(start + step/2)
10        segment = wave.segment(start, duration)
11        freq = estimate_fundamental(segment)
12        freqs.append(freq)
13
14    wave.make_spectrogram(2048).plot(high=900)
15    plt.plot(ts, freqs, color='green')
16    decorate(xlabel='Time (s)',
17            ylabel='Frequency (Hz)',
18            xlim=[0, 1.4],

```

```
ylim=[0, 900])
```

Листинг 10: Вычисление кривой отслеживания тона

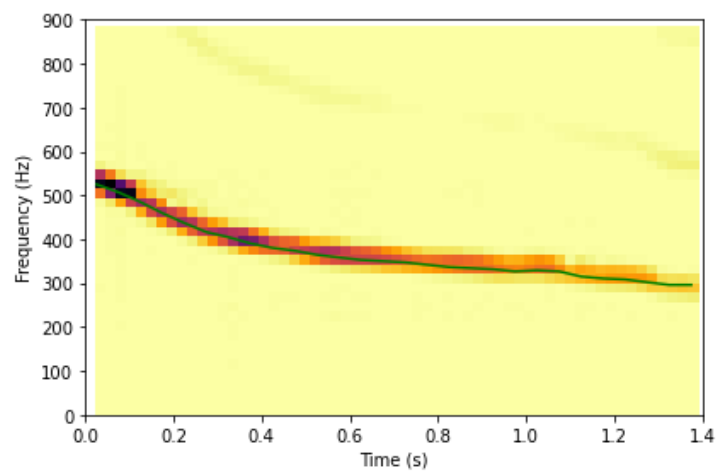


Рис. 4: Кривая и спектрограмма

Видим, что зеленая кривая правильно наложилась на спектрограмму, значит все вычисления верны.

### 3 Упражнение 5.3

#### 1. Задание

Используя данные про *BitCoin* из прошлой лабораторной работы, вычислите автокорреляции цен в платежной системе *BitCoin*. Быстро ли спадает автокорреляционная функция? Есть ли признаки периодичности процесса?

#### 2. Ход работы

Вспомним данные про *BitCoin* из прошлой лабораторной работы

```
1 import pandas as pd
2
3 df =
4     pd.read_csv('res/BTC_USD_2013-10-01_2021-05-05-CoinDesk.csv',
5                 parse_dates=[0])
6 df
```

Листинг 11: Таблица цен *BitCoin*

	Currency	Date	Closing Price (USD)	24h Open (USD)	24h High (USD)	24h Low (USD)
0	BTC	2013-10-01	123.654990	124.304660	124.751660	122.563490
1	BTC	2013-10-02	125.455000	123.654990	125.758500	123.633830
2	BTC	2013-10-03	108.584830	125.455000	125.665660	83.328330
3	BTC	2013-10-04	118.674660	108.584830	118.675000	107.058160
4	BTC	2013-10-05	121.338660	118.674660	121.936330	118.005660
...	...	...	...	...	...	...
2768	BTC	2021-05-01	57302.646424	53598.879503	57434.933127	53097.762794
2769	BTC	2021-05-02	57677.975222	57741.020910	58511.256049	57062.700071
2770	BTC	2021-05-03	56427.043125	57824.300187	57925.741567	56123.039508
2771	BTC	2021-05-04	57255.306838	56639.439786	59001.359642	56508.240449
2772	BTC	2021-05-05	53658.843121	57218.805329	57246.891191	53613.595218

2773 rows x 6 columns

Рис. 5: Таблица цен *BitCoin*

```
1 ys = df['Closing Price (USD)']
2 ts = df.index
3
4 from thinkdsp import Wave
5
6 wave = Wave(ys, ts, framerate=1)
7 wave.plot()
```

```
8         decorate(xlabel='Time (days)')
```

Листинг 12: График цен *BitCoin*

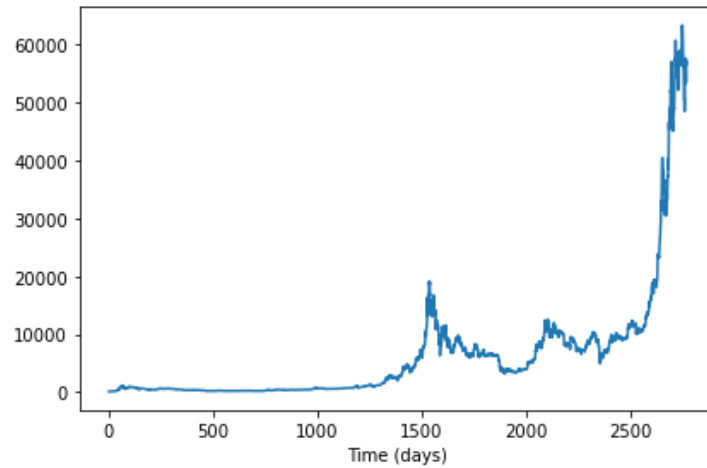


Рис. 6: График цен *BitCoin* за 7 лет

Теперь воспользуемся функцией автокорреляции

```
1     lags, corrs = autocorr(wave)
2     plt.plot(lags, corrs)
3     decorate(xlabel='Lag',
4             ylabel='Correlation')
```

Листинг 13: Автокоррелируем

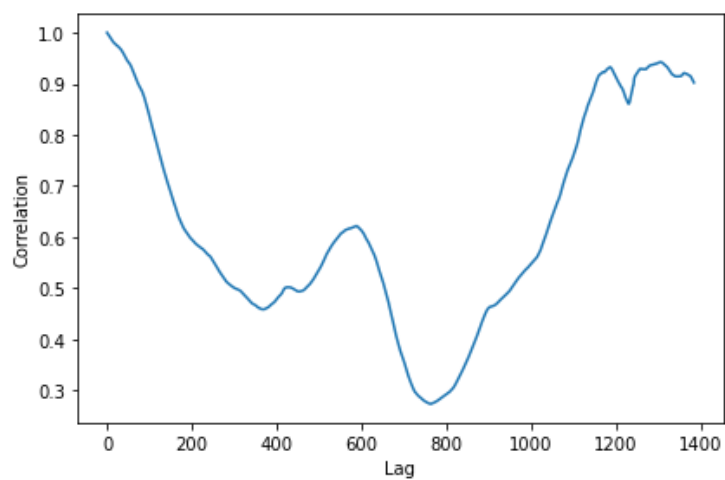


Рис. 7: Результат автокорреляции

Как видим, идет плавное уменьшение значения, как у розового шума. Результат совпадает с результатом прошлой лабораторной.

Увеличение значения происходит из-за того, что на самом графике курс цен сначала увеличился, а затем уменьшился, а затем опять резко увеличился.

## 4 Упражнение 5.4

### 1. Задание

Поэкспериментируйте с исследованием автокорреляции, используя материалы файла *saxophone.ipynb*

### 2. Ход работы

Вопроизведем звук саксофона и посмотрим на спектр сигнала вблизи

```
1         from thinkdsp import read_wave
2
3         wave =
4             read_wave('res/100475__iluppai__saxophone-weep.wav')
5         wave.normalize()
6         wave.make_audio()
7
8         start = 2.0
9         duration = 0.5
10        segment = wave.segment(start=start, duration=duration)
11        segment.make_audio()
12
13        spectrum = segment.make_spectrum()
14        spectrum.plot(high=3000)
15        decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='Amplitude')
```

Листинг 14: Работа со звуком

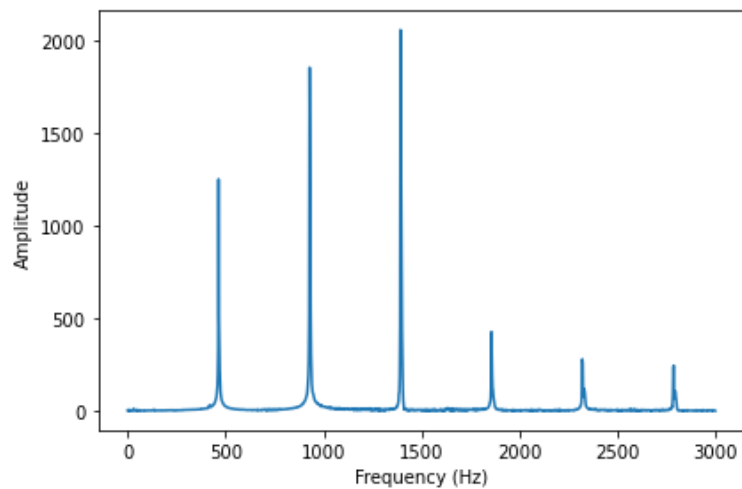


Рис. 8: Спектр сигнала с 2 по 2.5 секунду

Воспринимаем мы основную частоту, равную 464 Гц. Но она не доминирующая. Доминирующая = 1392 Гц.

Воспользуемся автокорреляцией, чтобы понять, почему мы воспринимаем не доминирующую частоту.

```

1     def autocorr(segment):
2         corrs = np.correlate(segment.ys, segment.ys,
3                               mode='same')
4         N = len(corrs)
5         lengths = range(N, N//2, -1)
6
7         half = corrs[N//2:].copy()
8         half /= lengths
9         half /= half[0]
10        return half
11
12    corrs = autocorr(segment)
13    plt.plot(corrs[:200])
14    decorate(xlabel='Lag', ylabel='Correlation',
15             ylim=[-1.05, 1.05])

```

Листинг 15: Автокоррелируем

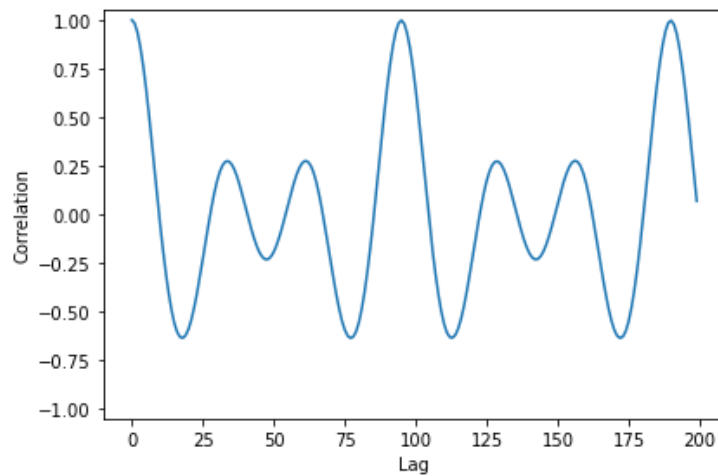


Рис. 9: Результат автокорреляции

Как видим, первый крупный пик находится в районе  $\text{lag} = 100$

Воспользуемся функцией, которая находит самую высокую корреляцию в заданном диапазоне задержек и возвращает соответствующую частоту - *find\_frequency*

```

1     def find_frequency(corrs, low, high):
2         lag = np.array(corrs[low:high]).argmax() + low
3         print(lag)
4         period = lag / segment.framerate
5         frequency = 1 / period
6         return frequency

```

Листинг 16: Функция *find\_frequency*

Вычислим частоту 1ого пика

```

1     find_frequency(corrs, 80, 100)
2
3     Output
4     464.2105263157895

```

Листинг 17: Частота первого пика

Частота = 464.2105263157895

Если попробовать удалить частоту 464 Гц из спектра то восприятие не изменится

```

1     spectrum2 = segment.make_spectrum()

```



```

2 spectrum2.high_pass(600)
3 spectrum2.plot(high=3000)
4 decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='Amplitude')

```

Листинг 18: Удалим частоту 464 Гц

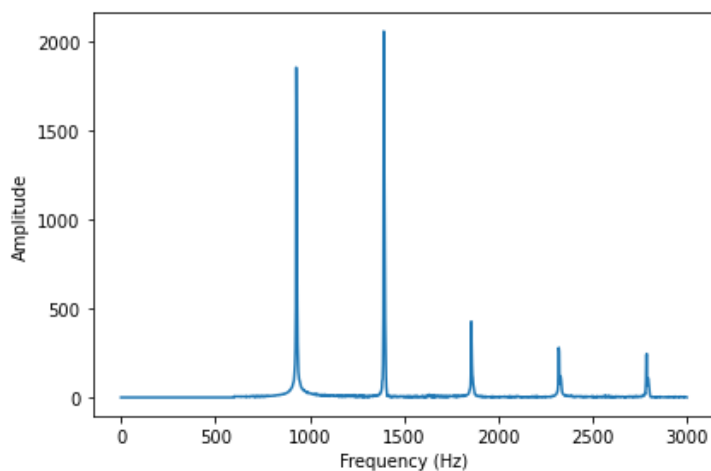


Рис. 10: Удалили частоту 464 Гц

Воспринимается всё еще частота = 464 Гц. Это явление называется *"подавленная" основная частота*.

Мы всё еще воспринимаем частоту = 464 Гц, потому что оставшиеся пики, которые присутствуют в сигнале, представляют собой гармоники 464 Гц.

Наше ухо интерпретирует высокие гармоники как свидетельство того, что «правильная» основная частота = 464 Гц.

Если избавиться от остальных пиков, то весь эффект пропадет и мы будем слышать не саксофон, а звук, похожий на сигнал перед записью сообщения на автоответчик.

```

1 spectrum4 = segment.make_spectrum()
2 spectrum4.high_pass(600)
3 spectrum4.low_pass(1200)
4 spectrum4.plot(high=3000)
5 decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='Amplitude')

```

Листинг 19: Убираем пики

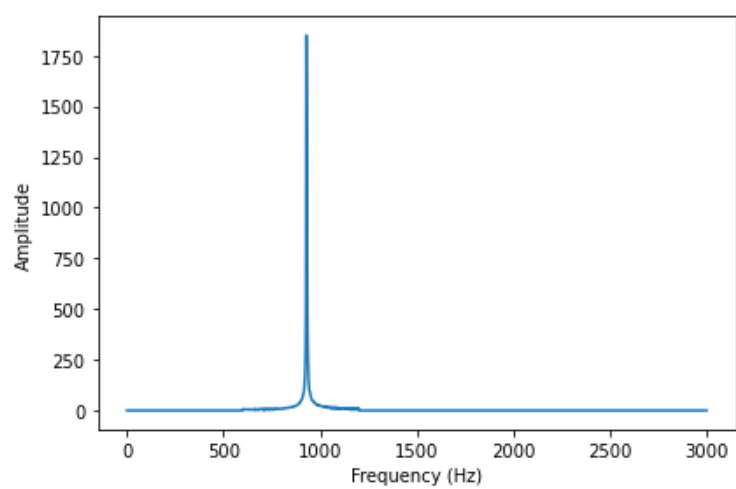


Рис. 11: Убрали пики

## 5 Вывод

В результате выполнения лабораторной работы получены навыки работы с корреляцией, автокорреляцией. Мы ознакомились с явлением "подавленных" основных частот и функцией автокорреляции.