

Investigación de Operaciones Decisiones con Múltiples Criterios

Nicolás Rojas Morales
nicolas.rojasm@usm.cl

Departamento de Informática
Universidad Técnica Federico Santa María
Campus San Joaquín

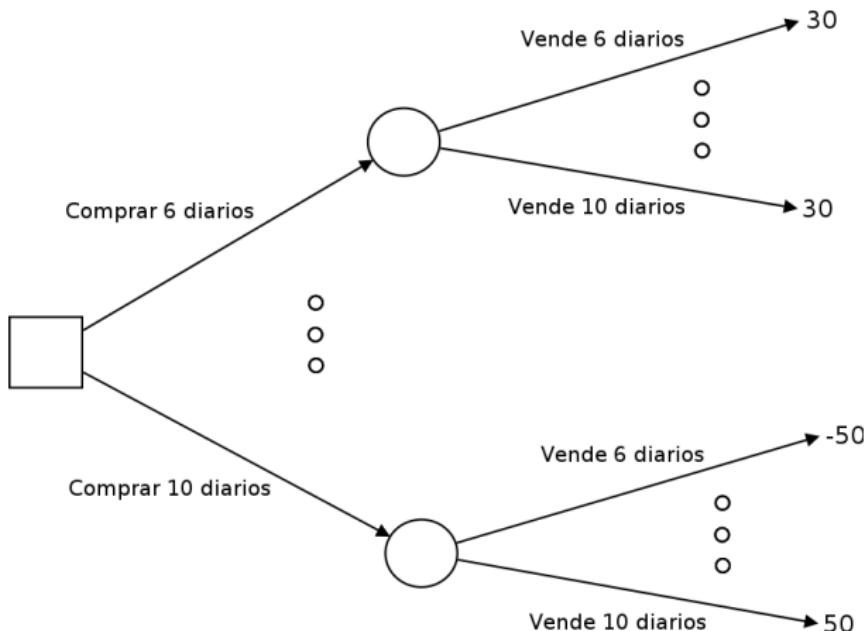
1 Introducción

2 AHP

3 OpenAHP

Introducción

Problema de decisión con un Objetivo



Introducción

¿Qué sucede si consideramos más de un Objetivo/Criterio?



Introducción

¿Qué sucede si consideramos más de un objetivo/criterio?



Objetivos posibles (desde la empresa Chilexpress):

Introducción

¿Qué sucede si consideramos más de un objetivo/criterio?



Objetivos posibles (desde la empresa Chilexpress):

- Minimizar el tiempo de entrega
- Minimizar los costos de envío
- Minimizar los costos de inventario

Introducción

¿Qué sucede si consideramos más de un objetivo/criterio?



Objetivos posibles (desde la empresa Chilexpress):

- Minimizar el tiempo de entrega
- Minimizar los costos de envío
- Minimizar los costos de inventario

Y desde el punto de vista de los Clientes? de los Trabajadores?

Introducción

¿Qué sucede si consideramos más de un objetivo/criterio?

Auto 1	Remover [x]	Auto 2	Remover [x]	Auto 3	Remover [x]	Auto 4	Remover [x]
Mazda 3 Sedan SEDÁN S 1.6 4AT		Subaru All New Impreza 2.0i AWD CVT XS		Dodge Grand Caravan se 3.6		Chevrolet Cruze E5 NB 2.0D AT LS FULL	
Ver ficha del auto		Ver ficha del auto		Ver ficha del auto		Ver ficha del auto	
							
Clic En La Foto Para Ver Más		Clic En La Foto Para Ver Más		Clic En La Foto Para Ver Más		Clic En La Foto Para Ver Más	

Introducción

¿Qué sucede si consideramos más de un objetivo/criterio?

Auto 1	Remover [x]	Auto 2	Remover [x]	Auto 3	Remover [x]	Auto 4	Remover [x]
Mazda 3 Sedan SEDÁN S 1.6 4AT		Subaru All New Impreza 2.0i AWD CVT XS		Dodge Grand Caravan se 3.6		Chevrolet Cruze E5 NB 2.0D AT LS FULL	
Ver ficha del auto		Ver ficha del auto		Ver ficha del auto		Ver ficha del auto	
							
Clic En La Foto Para Ver Más		Clic En La Foto Para Ver Más		Clic En La Foto Para Ver Más		Clic En La Foto Para Ver Más	

Objetivos a satisfacer para decidir que automóvil comprar:

- Maximizar la comodidad de los pasajeros
- Maximizar la seguridad durante el viaje
- Minimizar los costos totales

Introducción

¿Qué sucede si consideramos más de un criterio?

	Chevrolet Cruze E5 NB 2.0D AT LS FULL	Subaru All New Impreza 2.0i AWD CVT XS	Dodge Grand Caravan se 3.6	Mazda 3 Sedan SEDÁN S 1.6 4AT
EQUIPAMIENTO				
Aire Acondicionado	✓	✗	✓	✓
Airbags	✓	✓	✓	✓
Bluetooth	✓	✓	✓	✓
Climatizador	✓	✓	✗	✗
Combustible	Diesel	Gasolina	Gasolina	Gasolina

- ¿Porqué analizar problemas con más de un objetivo?
- ¿Cómo podemos resolver un problema con múltiples criterios?

AHP

Analytic Hierarchy Process (AHP)

- AHP es una herramienta para tomar decisiones en situaciones donde existen múltiples objetivos/criterios a considerar
- AHP permite definir y estructurar el problema a resolver → incluso cuando aumenta la complejidad de los problemas
- Permite ordenar jerarquicamente las preferencias de cada uno de los objetivos/criterios existentes
- Consiste en traducir la importancia de cada objetivo/criterio con respecto a los demás y cómo son satisfechos por cada una de las acciones posibles
- Esto permite escoger la alternativa que se adecúe a lo que buscamos

AHP

Analytic Hierarchy Process (AHP)

¿Cómo funciona?

- (1) Identificar los objetivos/criterios a considerar y las alternativas disponibles
- (2) Determinar la importancia relativa entre los criterios (usando una escala previamente definida). Se construye una matriz de preferencias A con la siguiente estructura:

AHP

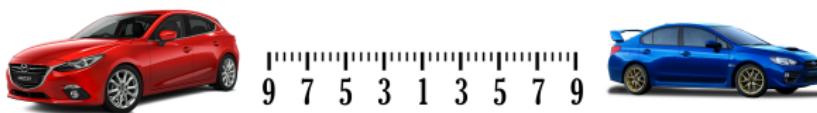
Escala de Preferencias para comparar pares de criterios/objetivos/alternativas

Valor p_{ij}	Interpretación	Traducción
1	Los objetivos i y j son igualmente importantes	$O_i = O_j$
3	El objetivo i es poco más importante que j	$O_i > O_j$
5	El objetivo i es más importante que j	$O_i >> O_j$
7	El objetivo i es mucho más importante que j	$O_i >>> O_j$
9	El objetivo i es totalmente más importante que j	$O_i >>>> O_j$
2, 4, 6, 8	Valores intermedios	...

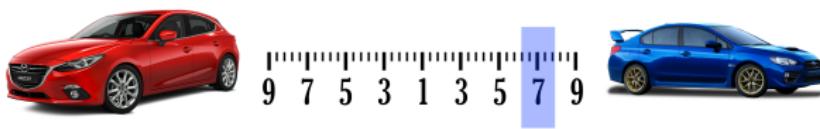
Matriz de Preferencias Relativas A

	O1	O2	O3
O1	1	p_{12}	p_{13}
O2	$1/p_{12}$	1	p_{23}
O3	$1/p_{13}$	$1/p_{23}$	1

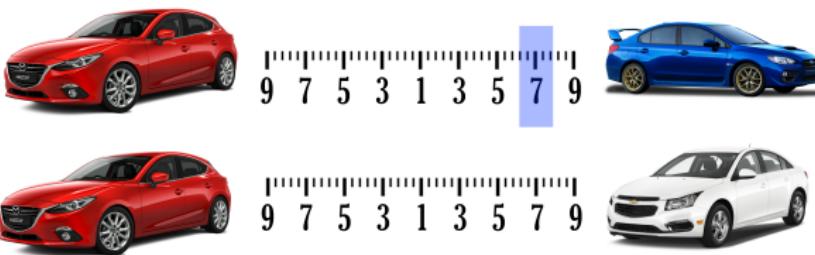
Consistencia AHP



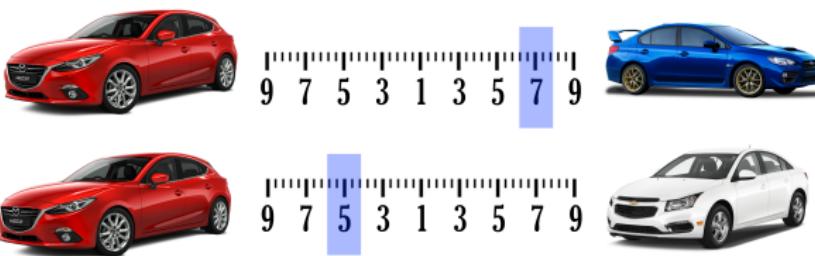
Consistencia AHP



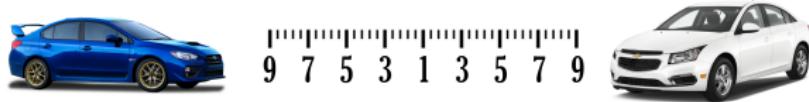
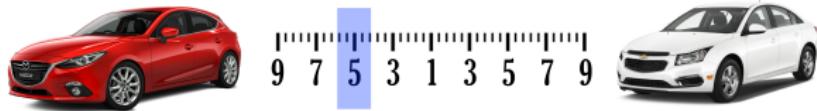
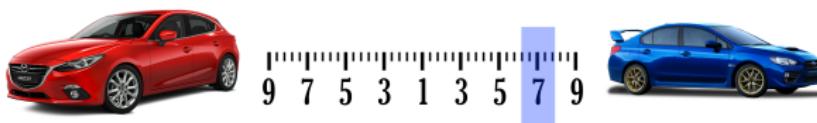
Consistencia AHP



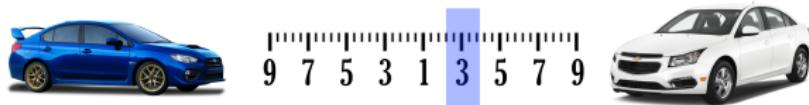
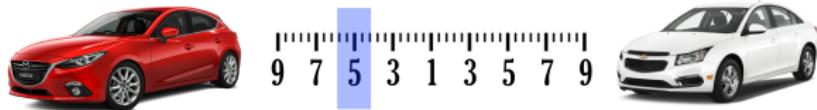
Consistencia AHP



Consistencia AHP



Consistencia AHP



AHP

Analytic Hierarchy Process (AHP)

¿Cómo funciona?

- (3) Normalizar A : Sea S_i la suma de la columna i de A . Luego la columna i normalizada se obtiene dividiendo cada casilla de la **columna i** por S_i
- (4) Se calcula un vector W que contiene los pesos de cada objetivo: El peso w_i será el promedio de los valores de la **fila O_i** de la matriz A normalizada
- (5) Construir, por cada objetivo O_j , una matriz B_j de preferencias relativas entre las alternativas con respecto a O_j . Se utiliza la misma escala de preferencias.
- (6) Se normalizan todas las matrices aplicando los pasos 3 y 4. Se obtiene que tanto satisface cada alternativa a cada objetivo (puntaje de cada alternativa)
- (7) Identificar la mejor decisión

AHP

Paso 1: Identificar Objetivos y Cursos de Acción

Objetivos

Objetivos a satisfacer para decidir que automóvil comprar:

- O1: Maximizar la comodidad de los pasajeros
- O2: Maximizar la seguridad durante el viaje
- O3: Minimizar los costos totales

AHP

Paso 1: Identificar Objetivos y Cursos de Acción

Objetivos

Objetivos a satisfacer para decidir que automóvil comprar:

- O1: Maximizar la comodidad de los pasajeros
- O2: Maximizar la seguridad durante el viaje
- O3: Minimizar los costos totales

Cursos de Acción

- A1: Subaru All New Impreza
- A2: Mazda 3
- A3: Chevrolet Cruze

AHP

Paso 2: Determinar la importancia relativa entre los objetivos

MATRIZ A	O1	O2	O3
O1	1	1/4	1/2
O2	4	1	2
O3	2	1/2	1

AHP

Paso 3: Normalizar A

MATRIZ A	O1	O2	O3
O1	1	1/4	1/2
O2	4	1	2
O3	2	1/2	1
SUMA COL	7	7/4	7/2

AHP

Paso 3: Normalizar A

MATRIZ A	O1	O2	O3
O1	1	1/4	1/2
O2	4	1	2
O3	2	1/2	1
SUMA COL	7	7/4	7/2

MATRIZ A NORM	O1	O2	O3
O1	1/7	1/7	1/7
O2	4/7	4/7	4/7
O3	2/7	2/7	2/7

AHP

Paso 4: Calcular los pesos w_i

MATRIZ A NORM	O1	O2	O3	w_i
O1	1/7	1/7	1/7	0,14
O2	4/7	4/7	4/7	0,57
O3	2/7	2/7	2/7	0,29

Donde $w_1 = \frac{(\frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7})}{3} = 0,14$

AHP

Paso 4: Calcular los pesos w_i

MATRIZ A NORM	O1	O2	O3	w_i
O1	1/7	1/7	1/7	0,14
O2	4/7	4/7	4/7	0,57
O3	2/7	2/7	2/7	0,29

$$\text{Donde } w_1 = \frac{\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7}\right)}{3} = 0,14$$

NOTA: La suma de los $w_i = 1$

AHP

Paso 5: Matrices B_j , normalización y pesos

Objetivo O1: Comodidad

O1	A1	A2	A3
A1	1	3	5
A2	1/3	1	2
A3	1/5	1/2	1
SUMA	23/15	9/2	8

AHP

Paso 5: Matrices B_j , normalización y pesos

Objetivo O1: Comodidad

O1	A1	A2	A3
A1	1	3	5
A2	1/3	1	2
A3	1/5	1/2	1
SUMA	23/15	9/2	8

MATRIZ A NORM	A1	A2	A3	Pesos O1
A1	15/23	2/3	5/8	0,64795
A2	5/23	2/9	1/4	0,22987
A3	3/23	1/9	1/8	0,12218

AHP

Paso 5: Matrices B_j , normalización y pesos

Objetivo O2: Seguridad

O2	A1	A2	A3
A1	1	6	9
A2	1/6	1	4
A3	1/9	1/4	1
SUMA	23/18	29/4	14

AHP

Paso 5: Matrices B_j , normalización y pesos

Objetivo O2: Seguridad

O2	A1	A2	A3
A1	1	6	9
A2	1/6	1	4
A3	1/9	1/4	1
SUMA	23/18	29/4	14

MATRIZ A NORM	A1	A2	A3	Pesos O2
A1	18/23	24/29	9/14	0,75102
A2	3/23	4/29	2/7	0,18469
A3	2/23	1/29	1/14	0,06429

AHP

Paso 5: Matrices B_j , normalización y pesos

Objetivo O3: Costos

O3	A1	A2	A3
A1	1	1/5	1/9
A2	1/3	1	2
A3	1/5	1/2	1
SUMA	23/15	17/10	28/9

AHP

Paso 5: Matrices B_j , normalización y pesos

Objetivo O3: Costos

O3	A1	A2	A3
A1	1	1/5	1/9
A2	1/3	1	2
A3	1/5	1/2	1
SUMA	23/15	17/10	28/9

MATRIZ A NORM	A1	A2	A3	Pesos O3
A1	15/23	2/17	1/28	0,26851
A2	5/23	10/17	9/14	0,48283
A3	3/23	5/17	9/28	0,24866

Resultado AHP

	O1	O2	O3
A1	0,65	0,75	0,27
A2	0,23	0,18	0,48
A3	0,12	0,06	0,25

Resultado AHP

	O1	O2	O3
A1	0,65	0,75	0,27
A2	0,23	0,18	0,48
A3	0,12	0,06	0,25

Considerando los pesos w :

$$w_{O_1} = 0,14$$

$$w_{O_2} = 0,57$$

$$w_{O_3} = 0,29$$

Los puntajes finales para cada Curso de Acción son

$$\text{Subaru} - A1_{\text{puntaje}} = 0,65 * 0,14 + 0,75 * 0,57 + 0,27 * 0,29 = 0,5984$$

$$\text{Mazda} - A2_{\text{puntaje}} = 0,23 * 0,14 + 0,18 * 0,57 + 0,48 * 0,29 = 0,2763$$

$$\text{Chevrolet} - A3_{\text{puntaje}} = 0,12 * 0,14 + 0,06 * 0,57 + 0,25 * 0,29 = 0,1252$$

Consistencia AHP

Consistencia

Para determinar si los resultados obtenidos fueron consistentes, se calcula el Indice de Consistencia. Se realiza de la siguiente forma:

- ① Calcular el vector $V = A * w^T$ (A no normalizada)
- ② Calcular

$$\rho = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n \frac{\text{Casilla } i \text{ del vector } V}{\text{Casilla } i \text{ del vector } w} \quad (1)$$

- ③ Calcular el Indice de Consistencia:

$$IC = \frac{\rho - n}{n - 1} \quad (2)$$

- ④ Si $IC/RI < 0.1$, los resultados obtenidos por AHP son satisfactorios

Consistencia AHP

Donde RI (Random Index) es el IC calculado en matrices de preferencias aleatorias y que deberían ser altamente inconsistentes. RI depende de la cantidad de objetivos/criterios n :

n	RI
2	0....
3	0.58
4	0.90
5	1.12
6	1.24
7	1.32
8	1.41
9	1.45
10	1.51

Consistencia AHP

MATRIZ A	O1	O2	O3	w_i	$V = A * w^T$	ρ
O1	1	1/4	1/2	0,14	0,429	3,00
O2	4	1	2	0,57	1,714	3,00
O3	2	1/2	1	0,29	0,857	3,00
					Prom	3,00
					IC	0,000
					IC/RI	0,0000

$$\rho = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n \frac{\text{Casilla i del vector V}}{\text{Casilla i del vector w}} \quad (3)$$

$$IC = \frac{\rho - n}{n - 1} \quad (4)$$

OpenAHP
<http://204.87.169.88/login>