Ayudantía 1 CC 2023-2

Javier Pérez

August 12, 2023

1 Transformación Binario/Base 10

- Transforme los siguientes enteros de base 10 a base 2 (binario)
  - 7
    respuesta: vamos a ir haciendo la división entera por 2 (por que es la base de binario).
    1) $7/2 = 3$ resto 1
    2) $3/2 = 1$ resto 1
    3) $1/2 = 0$ resto 1
    ahora tomamos los restos de "abajo para arriba" finalmente tendremos = 111
  - 18
    1) $18/2 = 9$ resto 0
    2) $9/2 = 4$ resto 1
    3) $4/2 = 2$ resto 0
    4) $2/2 = 1$ resto 0
    3) $1/2 = 0$ resto 1
    = 10010
  - 227
    1) $227/2 = 113$ resto 1
    2) $113/2 = 56$ resto 1
    3) $56/2 = 28$ resto 0
    4) $28/2 = 14$ resto 0
    5) $14/2 = 7$ resto 0
    6) $7/2 = 3$ resto 1
    7) $3/2 = 1$ resto 1
    8) $1/2 = 0$ resto 1
    =11100011
- ahora extendamos a números reales
  - 227.25
    separamos la parte decimal de la parte entera, tendremos que transformar entonces 227 y 0.25. 227 = 11100011 como vimos antes.

para 0.25 iremos multiplicando por dos hasta no tener mas decimales, y vamos a ir fijándonos en la parte entera luego de multiplicar, finalmente leemos de arriba a abajo.

1) $0.25 \cdot 2 = 0.5$ parte entera 0
2) $0.5 \cdot 2 = 1$ parte entera 1 y no hay mas decimales.

$0.25 = 0.01$
$227.25 = 11100011.01$

  - 1/3
    cuando tenemos decimales que no tienen fin, buscaremos o truncar el numero para pasarlo a binario, o bien buscar algún patrón para dejarlo en notación periódica.

    en este caso sabemos que $1/3 = 0.33333333... = 0.\widehat{3}$ entonces haremos lo mismo de antes.

    1) $0.33333... \cdot 2 = 0.66666...$ parte entera 0
    2) $0.66666... \cdot 2 = 1.33333...$ parte entera 1
    3) $0.33333... \cdot 2 = 0.66666...$ parte entera 0
    $\vdots$

    notemos que se repite un patrón, por lo que podremos decir que 1/3 $= 0.\widehat{01}$

- Transformemos los siguientes números de binario a base 10

  - $101.\widehat{01}$
    ya vimos que $0.\widehat{01} = 1/3$, y como antes separaremos la parte decimal de la parte entera, por lo que solo debemos clacular cuánto es 101 en base 10.

    para esto expresaremos el numero con sus potencias de 2 correspondientes, lo que al sumarlo nos dara el resultado en base 10.

    $$\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 1 \\ 2^2 & 2^1 & 2^0 \end{array}$$

    Ahora sumamos el producto del digito que esté (0 o 1) por su potencia de 2.

    $1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 1 + 4 = 5$

    finalmente nuestro resultado será $5.\widehat{3}$

- $0.\overset{\frown}{100}$ al igual que antes expresaremos el numero en las potencias de dos, pero ahora buscaremos generar el resultado con una sumatoria.

  $$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2^{-1} & 2^{-2} & 2^{-3} & 2^{-4} & 2^{-5} & 2^{-6} & 2^{-7} & 2^{-8} & 2^{-9} & 2^{-10} \end{matrix}$$

  notemos que hay una serie en los exponentes, siendo [-1,-4,-7,-10, ...] de acá lo podemos expresar como una sumatoria.

  $$\sum_{i=0}^{\infty} 2^{-(3 \cdot i+1)}$$

  Sacando el +1 del exponente y expresando de manera distinta el exponente tendremos.

  $$\frac{1}{2} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} 2^{-3^{i}}$$

  esta es una serie geometrica cuya definición es la siguiente.

  $$\sum_{i=0}^{\infty} r^{i} = \frac{1}{1-r} \quad \forall \ |r| \leq 1$$

  por ende ahora usamos esta formula, quedando así

  $$\frac{1}{2} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} 2^{-3^{i}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{8}} = \frac{4}{7}$$

  por lo que $0.\overset{\frown}{100} = \frac{4}{7}$

2 Estándar de punto flotante

- En base a la siguiente distribución de bits, determine.

Signo	Exponente	Mantisa
1	7	10

  - ¿Cual es el valor de ϵ_{mach}?
    recordemos que el valor de ϵ_{mach} viene dado por la distancia entre 1 y el siguiente numero representable, esto se logra colocando el último bit de la mantisa en 1, por lo que sería $2^{-\text{mantisa}}$
    por ende $\epsilon_{mach} = 2^{-10}$

  - ¿Cual es el shift del exponente?
    para determinar shift pensemos en el exponente, con 7 bits podemos representar 2^7 números, pero necesitamos números negativos y el 0, por eso corremos el exponente la mitad de números (para la mitad positiva y negativa) y le restamos un 1(para el 0), quedándonos asi la formula de bias $= 2^{\text{exponente } -1} - 1$

    reemplazando tenemos que el shift o bias será $2^{7-1} - 1 = 63$

  - ¿Cual es el Rango de exponentes posibles?
    ahora considerando el bias vamos a usar el número mas pequeño (0) y el mas grande disponible (127), pensando que esto sera restado por el bias, nos quedará [-63, 64]

  - ¿Cual es el numero mas pequeño representable?
    usando notación subnormal, y considerando el ultimo bit en la mantisa(ϵ_{mach}), quedaría, $2^{-63} \cdot 2^{-10} = 2^{73}$

- ejercicio de certamen

  Este ejercicio se vió en la ayudantía, y quedará propuesto para los que no lo hayan visto :)

En la próxima pelicula de Marvel™, *Captain America: Civil War*, Tony Stark debe trabajar en condiciones extremas y su armadura sufrirá grandes daños. En la configuración original de la armadura se utiliza doble precisión, sin embargo luego de utilizar la armadura en batallas de grueso calibre ha perdido 5 bits.

Considere que los 5 bits mencionados se pueden perder de los bits utilizados en la mantisa o en el exponente. Si los bits se pierden en el exponente, se debe ajustar el shift y los casos especiales según corresponda.

(a) Considerando que Tony Stark hace cálculos utilizando números en el siguiente rango:$[2^{-30}, 2^{30}]$ y requiere tener la mayor precisión disponible. ¿Es más conveniente perder los bits de la mantisa o del exponente de la representación de punto flotante?

(b) Si se eliminan los 5 bits de la mantisa, ¿Se modifica el valor de ϵ_{mach}? Si su respuesta es positiva, obténgalo.

(c) Si se eliminan los 5 bits de la mantisa, ¿Cuál es el menor número (mayor que 0) representable?

(d) Si se eliminan los 5 bits de la exponente, ¿Cuál es el primer entero que no se puede representar?

(e) Si se eliminan los 5 bits del exponente, ¿Cuál es el menor número (mayor que 0) representable?