

# Investigación de Operaciones

## Pre-Control: Teoría de Decisión (PAUTA)

Marzo, 2023

**Objetivo:** Maximizar la “felicidad” de Mauricio

### Acciones

- $A_H$ : Cocinar hamburguesas
- $A_A$ : Cocinar Arepas
- $A_P$ : Cocinar Papas bravas
- $L$ : Llamar a Mauricio
- $\bar{L}$ : No llamar a Mauricio

### Estados de la Naturaleza

- $S_A$ : Mauricio está alegre
- $S_N$ : Mauricio está normal
- $S_M$ : Mauricio está de mal genio
- $R1$ : Mauricio responde alternativa 1
- $R2$ : Mauricio responde alternativa 2
- $R3$ : Mauricio responde alternativa 3

### Matriz de utilidad

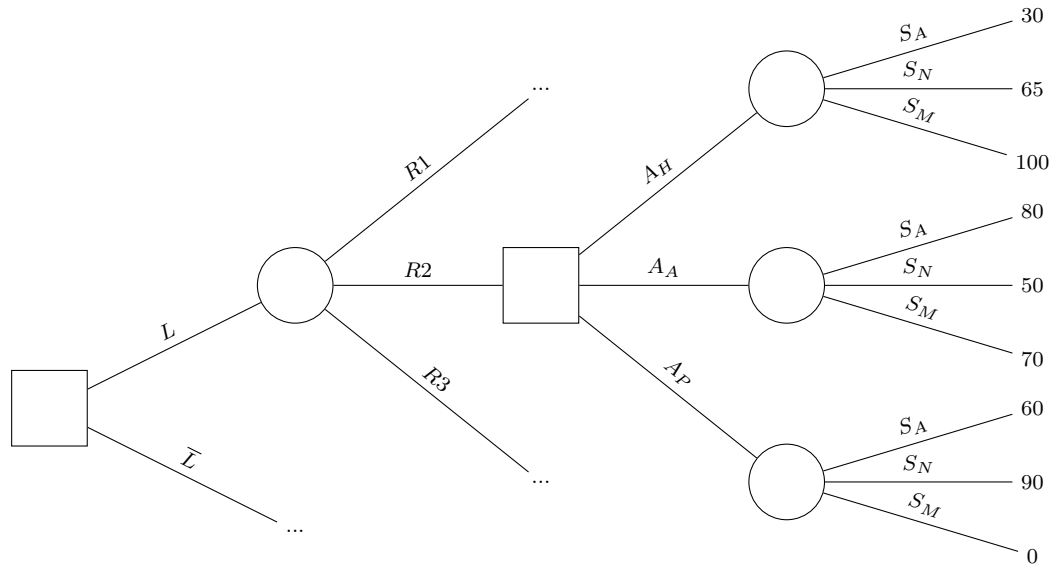
Comida / Animo	Alegre	Normal	Mal genio
Hamburguesas	30	65	100
Arepas	80	50	70
Papas Bravas	60	90	0

### Orden de eventos y acciones

1. Moisés llama a Mauricio (acción)
2. Mauricio responde (evento)
3. Moisés cocina algo (acción)
4. Llega Mauricio con algun estado de ánimo (evento)

1. Moisés llamó a Mauricio y respondió 2. ¿Cuál debería ser el menu para hoy?

Si Moisés llamó entonces nos encontramos ya en el punto 2 del orden de eventos. Un primer borrador del área del arbol que nos interesa sería:



Notar que como  $R2$  sucede primero en el curso de eventos, necesitaremos calcular la probabilidad  $P(R2)$  para luego obtener las probabilidades condicionadas de los estados de ánimo dado que sucede este evento  $P(S_X|R2)$ .

Veamos que datos tenemos en el ejercicio. Tenemos las siguientes probabilidades de los estados de ánimo de Mauricio:

$$\begin{aligned} P(S_N) &= 0,6 \\ P(S_M) &= 0,15 \\ P(S_A) &= 1 - P(S_N) - P(S_M) = 0,25 \end{aligned}$$

Tenemos las siguientes probabilidades condicionadas de las respuestas de Mauricio dado sus estados de ánimo:

$$\begin{aligned} P(R1|S_M) &= 0,3 \\ P(R1|S_N) &= 0,5 \\ P(R1|S_A) &= 0,3 \\ P(R2|S_M) &= 0,6 \\ P(R2|S_N) &= 0,2 \\ P(R2|S_A) &= 0,2 \end{aligned}$$

Si lo quisieramos, podríamos calcular las probabilidades condicionadas a que ocurra la respuesta  $R3$  (notar que no es necesario para el ejercicio):

$$\begin{aligned} P(R3|S_M) &= 1 - P(R1|S_M) - P(R2|S_M) = 0,1 \\ P(R3|S_N) &= 1 - P(R1|S_N) - P(R2|S_N) = 0,3 \\ P(R3|S_A) &= 1 - P(R1|S_A) - P(R2|S_A) = 0,5 \end{aligned}$$

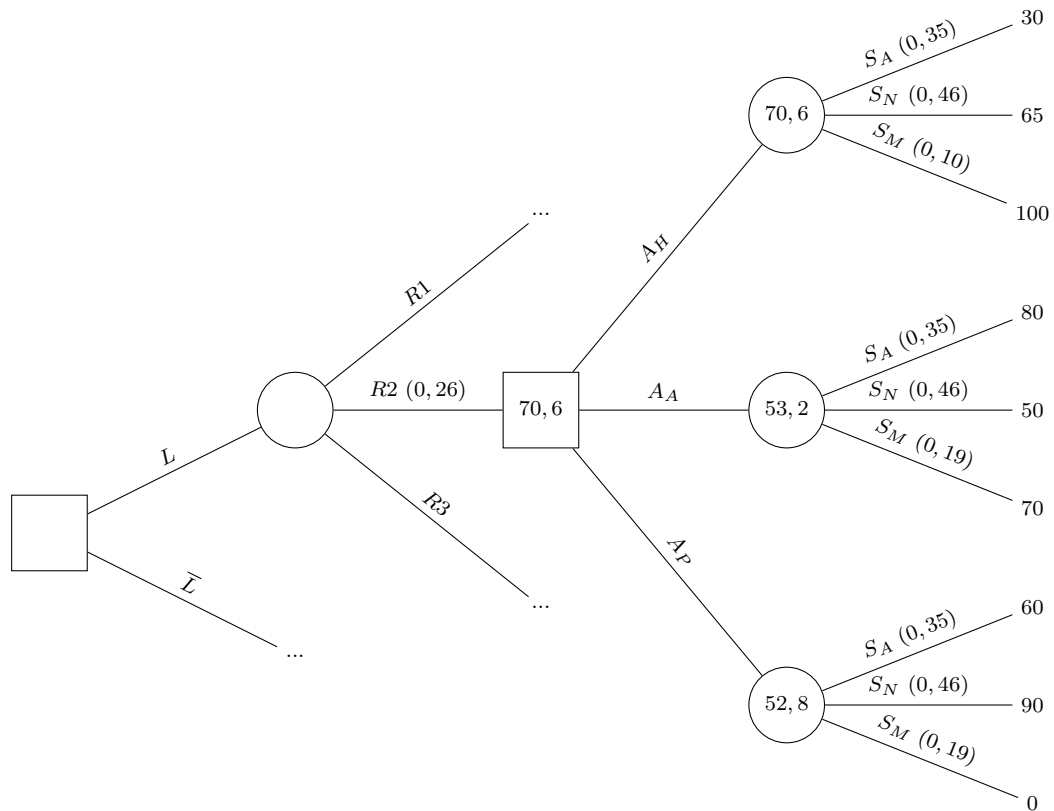
Sabemos que Mauricio respondió 2, debemos calcular entonces la probabilidad de que Mauricio responda la alternativa 2 ( $R2$ ) para obtener luego la  $P(S_A|R2)$ ,  $P(S_N|R2)$  y  $P(S_M|R2)$  y completar el árbol de decisión:

$$\begin{aligned} P(R2) &= P(R2|S_A) \cdot P(S_A) + P(R2|S_N) \cdot P(S_N) + P(R2|S_M) \cdot P(S_M) \\ P(R2) &= 0,2 \cdot 0,25 + 0,2 \cdot 0,6 + 0,6 \cdot 0,15 = 0,26 \end{aligned}$$

Usando el teorema de Bayes podemos calcular las probabilidades:

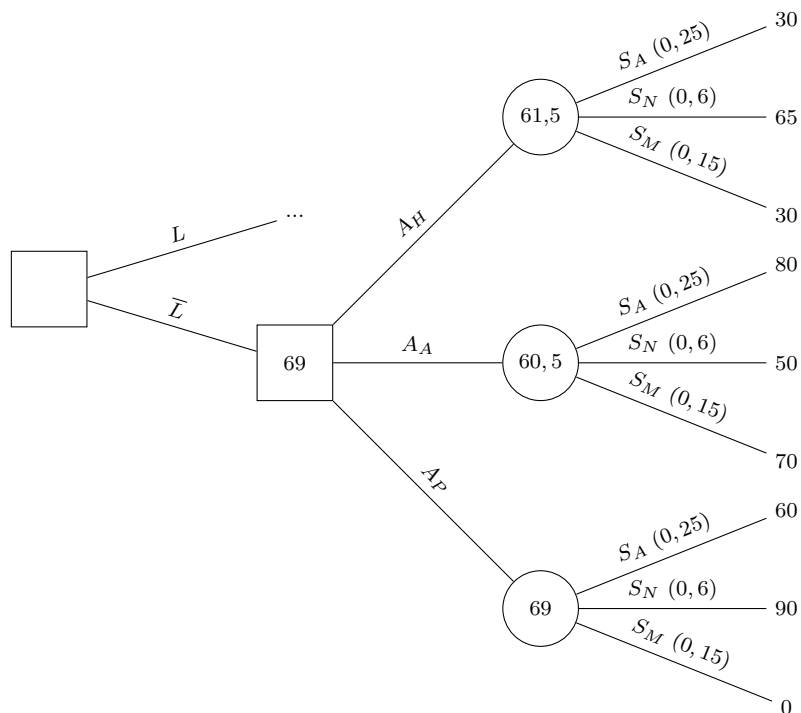
$$\begin{aligned} P(S_A|R2) &= \frac{P(R2|S_A) \cdot P(S_A)}{P(R2)} = \frac{0,2 \cdot 0,25}{0,26} = 0,19 \\ P(S_N|R2) &= \frac{P(R2|S_N) \cdot P(S_N)}{P(R2)} = \frac{0,2 \cdot 0,6}{0,26} = 0,46 \\ P(S_M|R2) &= \frac{P(R2|S_M) \cdot P(S_M)}{P(R2)} = \frac{0,6 \cdot 0,15}{0,26} = 0,35 \end{aligned}$$

Ahora podemos completar el árbol:



Moisés debe cocinar **Hamburguesas** y obtendrá una utilidad (felicidad) de 70,6.

2. ¿En cuánto aumentó la utilidad esperada para hoy gracias al llamado telefónico?  
Si Moisés no llama a Mauricio tenemos el siguiente árbol.



Debido a que el llamado no se realiza las probabilidades de los estados de ánimos no están condicionadas a la respuesta de Mauricio.

Si Moisés no llama, hay una utilidad esperada de 69 asociada a cocinar **Papas bravas**. Al llamar, la utilidad obtenida es 70,6. Por lo tanto el aumento de la utilidad fue de  $70,6 - 69 = 1,6$ .

3. ¿Cuál sería el menú usando el criterio Pesimista?

Para aplicar el criterio pesimista o Maximin, primero buscamos la utilidad mínima posible por cada acción:

Comida / Animo	Alegre	Normal	Mal genio	Mínimo
Hamburguesas	30	65	100	30
Arepas	80	50	70	→50
Papas Bravas	60	90	0	0

Luego seleccionamos la acción con la utilidad máxima entre las mínimas seleccionadas. En este caso, usando el criterio pesimista, Moisés debe cocinar **Arepas**.