Noções de Estatística

Aula 6

Distribuições de Probabilidade Discretas

- Ensaios de Bernoulli
- Distribuição Binomial

6.1 Ensaios de Bernoulli:

Quando temos um experimento com apenas duas possibilidades de resposta, estamos diante de um ensaio de Bernoulli.

É comum descrevermos essas categorias de respostas como 0 (fracasso) ou 1(sucesso). (É comum também atribuirmos os valores:

0 a uma categoria com ausência de alguma propriedade
1 a uma categoria com presença de alguma propriedade

Exemplo: Uma moeda tem dois lados.

Podemos associar cara ao valor numérico 1 e coroa ao valor 0.

Assim, ao jogarmos uma moeda esperamos como resposta o valor 0 ou 1.

Definição:

$$X \sim Ber(p)$$

Lê-se: X é uma variável aleatória de distribuição Bernoulli com probabilidade p.

Suponha agora uma sequência de ensaios de Bernoulli, ou seja, uma sequência de lançamentos de moedas. Esperaríamos observar uma sequência, por exemplo, do tipo:

0 1 1 0 0 1 1 0 1 0 0 1 0 1 1 0

6.2 Distribuição Binomial

Ao repetirmos um ensaio de Bernoulli n vezes, supondo independência entre os lançamentos, qual a probabilidade de observarmos k sucessos?

Exemplo:

Lançamos uma moeda 5 vezes. Qual a probabilidade de observarmos 2 caras (sucesso).

Podemos ter várias combinações possíveis com esses resultados:

0 1 0 1 0
0 0 0 1 1
1 1 0 0 0
...

O número de combinações possível com esse resultado se dá pela fórmula:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

Além disso temos que a probabilidade de um sucesso é p e de um fracasso é (1-p).

Portanto, k sucessos = $\boldsymbol{p^k}$ e n-k fracassos = $\boldsymbol{(1-p)^{(n-k)}}$

Conclusão:

$$P(X = x) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{(n-k)}$$

Obs: É comum termos exercícios com o seguinte problema:

Qual a probabilidade de sortearmos no máximo 3 caras?

Essa frase deve ser traduzida para:

$$P(X \leq 3)$$

E equivalentemente...

P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) + P(x=3)