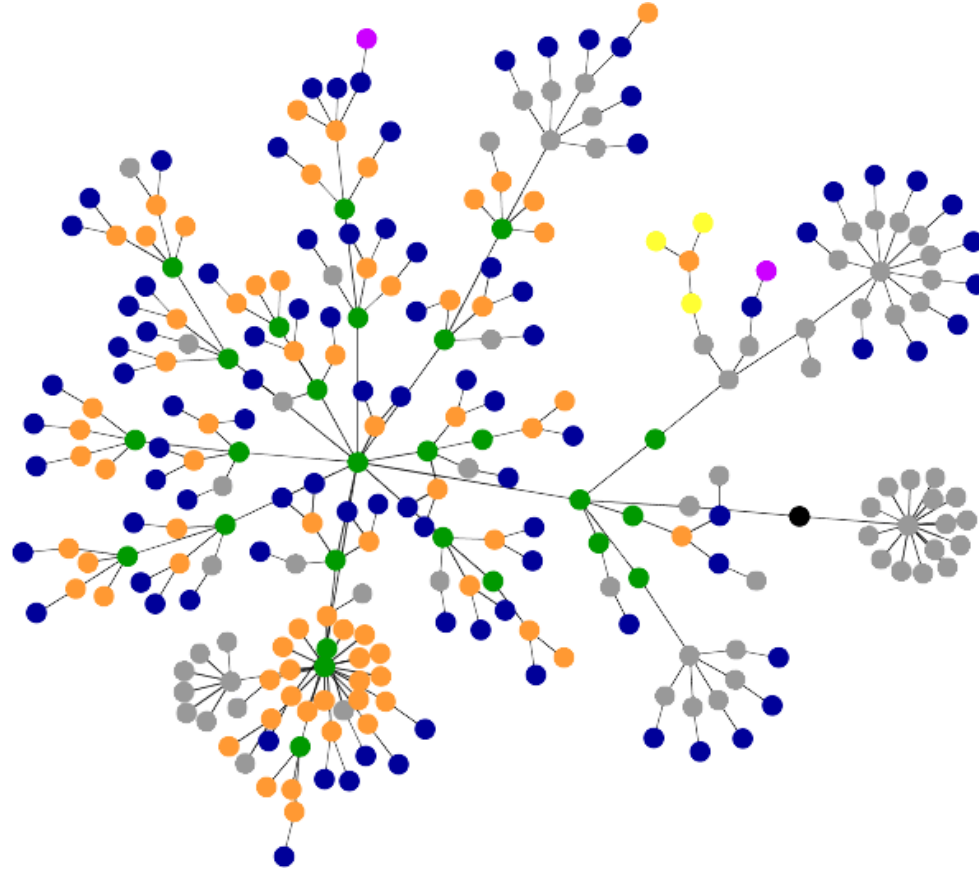


# Percurso em Grafos



2024.2

# Percurso em Grafos

---

Técnica utilizada para solução de problemas em grafos.

Em Grafos, conceitos tais como direita, esquerda e nível não tem definição absoluta.

# Percurso em Grafos – Algoritmo Geral

---

Considere  $G$  um grafo conexo

Passo Inicial: Escolhe  $v \in V$ , arbitrariamente e marca

Passo Geral:

1. Seleciona  $v$  marcado incidente a alguma aresta  $(v, w)$  não visitada.
2. A aresta  $(v, w)$  torna-se visitada e o vértice  $w$  marcado (caso  $w$  ainda não seja marcado).

Até que todas as arestas tenham sido visitadas.

# Percurso em Grafos – Algoritmo Geral

---

**Vértice explorado** – todas as arestas incidentes foram visitadas

**Vértice raiz da busca** é o vértice onde a busca foi iniciada.

**Escolhas arbitrárias:**

1. Vértice inicial ( $v$ )
2. Vértice marcado \*
3. Aresta ( $v, w$ ) incidente a um vértice marcado.

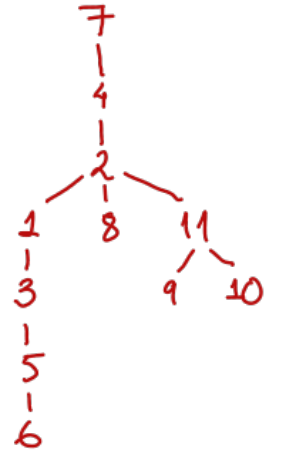
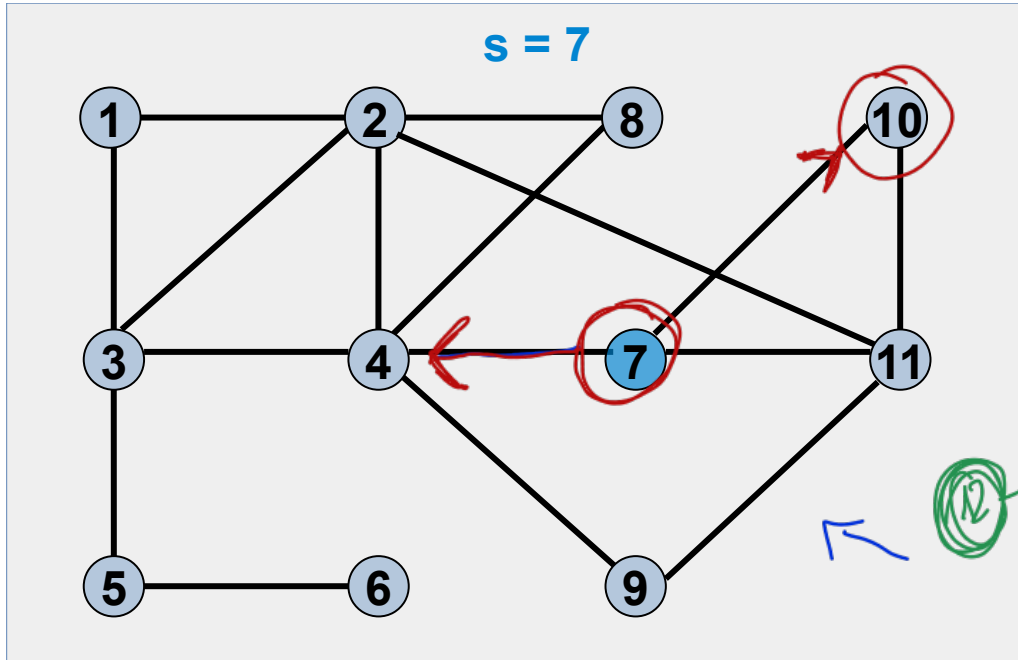
\* *Critérios de escolha para o vértice marcado determinam as estratégias das buscas em profundidade e largura.*

# Percurso em Profundidade

---

- **DFS** (*Deep First Search*)
- **Critério de escolha do vértice marcado:**  
*“Escolher o vértice marcado **mais recentemente** alcançado”*

# Percurso em Profundidade



Vértices	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Visitado	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Predecessor	2	4	1	7	3	5	-	2	11	11	2

$\uparrow$     $\uparrow$     $\uparrow$     $\uparrow$     $\uparrow$     $\uparrow$     $\uparrow$     $\uparrow$     $\uparrow$     $\uparrow$     $\uparrow$

12	13
0	0
N	N

$\uparrow$



# Percurso em Profundidade

**BuscaProfundidade**(Grafo  $G$ , vértice  $s$ )

$s.visitado = 1;$

**Cria** pilha vazia  $P$ ;

EMPILHA ( $P, s$ );

**Enquanto**  $P.tamanho > 0$  faça

$u = CONSULTA(P);$

**Se** existe  $uv \in E(G)$  com  $v.visitado == 0$  **então**

$v.visitado = 1;$

$v.predecessor = u;$

EMPILHA ( $P, \underline{s}$ );

**Senão**

$u = DESEMPILHA(P);$

# Percurso em Profundidade

**BuscaProfundidade**(Grafo  $G$ , vértice  $s$ )

$s.visitado = 1$ ;

Cria pilha vazia  $P$ ;

EMPILHA ( $P, s$ );

Enquanto  $P.tamanho > 0$  faça

$u = CONSULTA(P)$ ;

Se existe  $uv \in E(G)$  com  $v.visitado == 0$  então

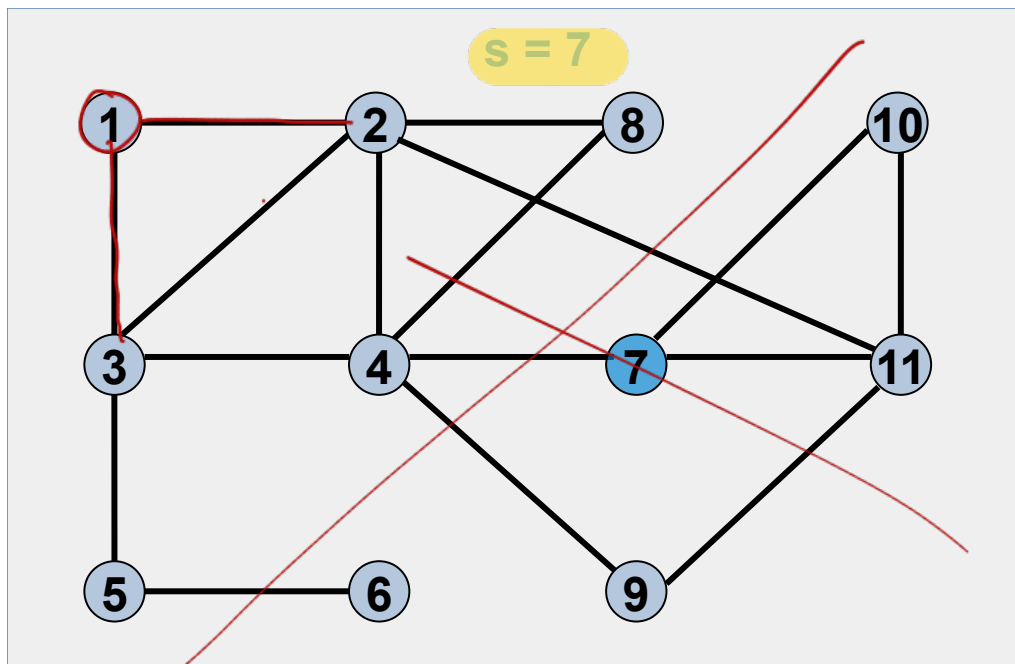
$v.visitado = 1$ ;

$v.predecessor = u$ ;

EMPILHA ( $P, s$ );

Senão

$u = DESEMPILHA(P)$ ;



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	---	1	1								
2	1	---	1	1				1			1
3	1	1	---	1	1						
4		1	1	---			1	1	1		
5			1		---	1					
6					1	---					
7				1			---		1	1	
8		1		1				---			
9				1					---		1
10						1				---	1
11		1				1		1	1		---

Vértices	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Visitado	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Predecessor	2	4	1	7	3	5	-	2	11	11	2



# Percurso em Profundidade com arestas de retorno

Dado um grafo  $G$   
**Desmarcar** os vértices —  
**Definir** uma pilha  $Q$  —  
**Definir** uma raiz  $s \in V$  —  
 $P(G, s)$  —

$P(\text{Grafo } G, \text{vértice } v)$

**marcar**  $v$  —

**colocar**  $v$  na pilha  $Q$  —

para  $w \in A(v)$

**se**  $w$  não é marcado, **então visitar**  $(v, w)$ ;  $P(w)$  (I)  
**senão**

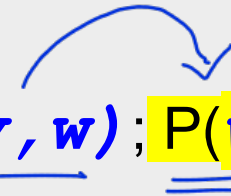
**se**  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

**então visitar**  $(v, w)$  (II)

**retirar**  $v$  de  $Q$



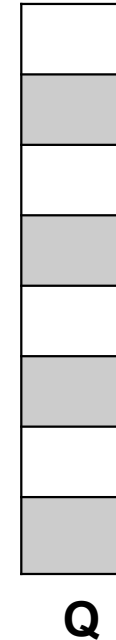
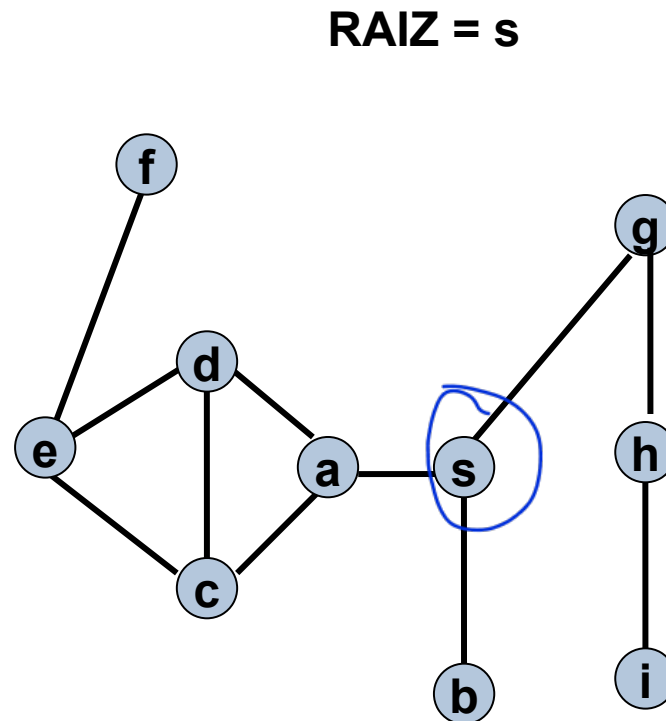
$P(4)$   
 $P(2)$



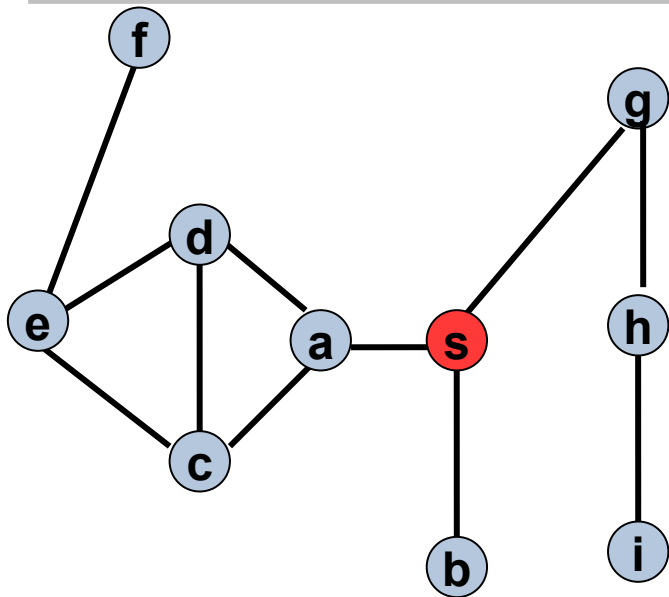
# Percurso em Profundidade

Dado um grafo **G**  
**Desmarcar** os vértices  
**Definir** uma pilha **Q**  
**Definir** uma raiz **s**  $\in V$   
**P(G,s)**

$A(s) = \{a, g, b\}$   
 $A(a) = \{c, d, s\}$   
 $A(b) = \{s\}$   
 $A(c) = \{a, d, e\}$   
 $A(d) = \{a, c, e\}$   
 $A(e) = \{c, d, f\}$   
 $A(f) = \{e\}$   
 $A(g) = \{s, h\}$   
 $A(h) = \{g, i\}$   
 $A(i) = \{h\}$



# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$

$A(a) = \{c, d, s\}$

$A(b) = \{s\}$

$A(c) = \{a, d, e\}$

$A(d) = \{a, c, e\}$

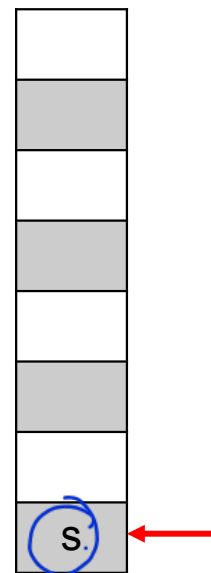
$A(e) = \{c, d, f\}$

$A(f) = \{e\}$

$A(g) = \{s, h\}$

$A(h) = \{g, i\}$

$A(i) = \{h\}$



s

P(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v \rightarrow s$

colocar  $v$  na pilha  $Q \rightarrow$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; P( $w$ ) (I)

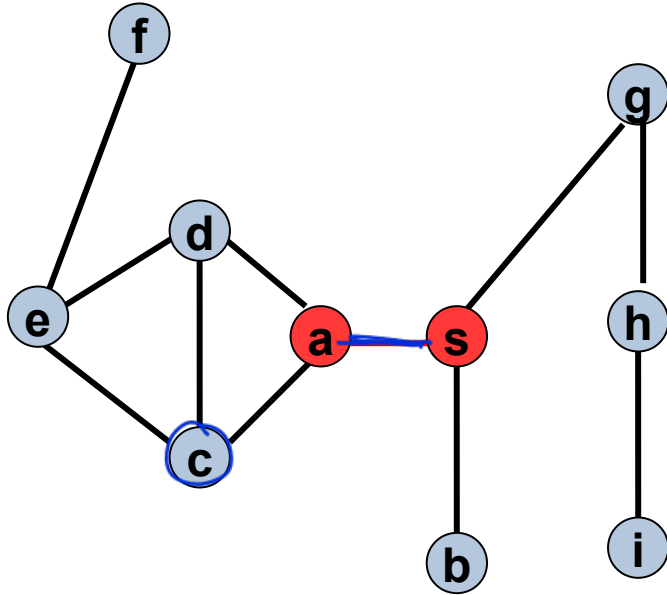
senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

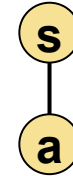
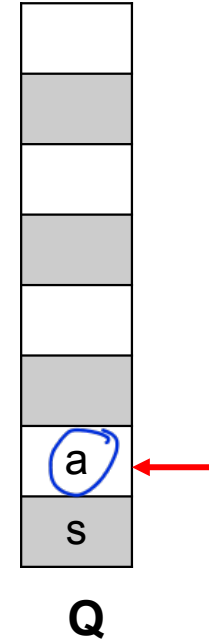
então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 $A(a) = \{c, d, s\}$   
 $A(b) = \{s\}$   
 $A(c) = \{a, d, e\}$   
 $A(d) = \{a, c, e\}$   
 $A(e) = \{c, d, f\}$   
 $A(f) = \{e\}$   
 $A(g) = \{s, h\}$   
 $A(h) = \{g, i\}$   
 $A(i) = \{h\}$



P(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$   $a$

colocar  $v$  na pilha  $Q$   $a$

para  $w \in A(v)$   $a$

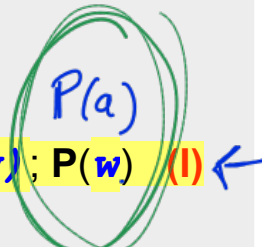
se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; P( $w$ ) (I) ←

senão

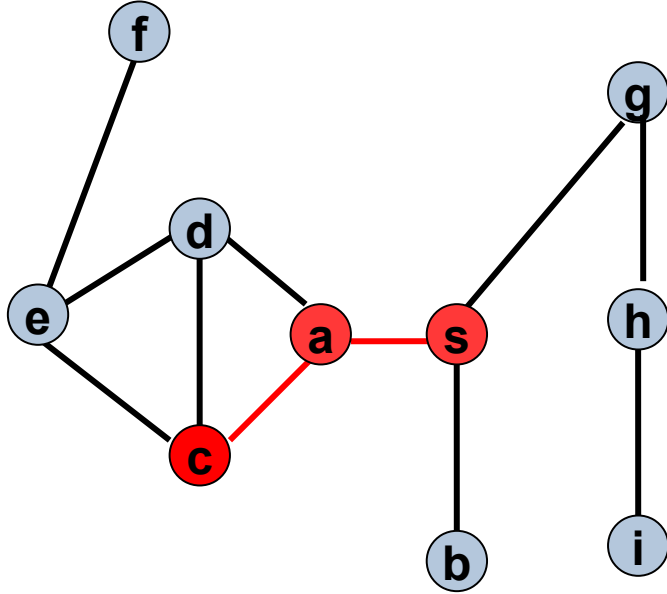
se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

então visitar  $(v, w)$  (II) ←

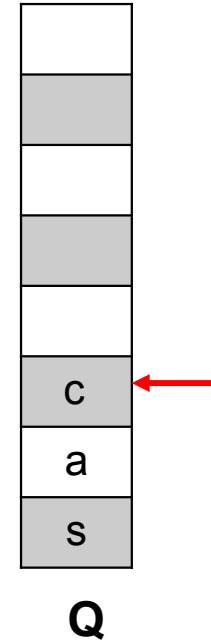
retirar  $v$  de  $Q$



# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 $A(a) = \{c, d, s\}$   
 $A(b) = \{s\}$   
 $A(c) = \{a, d, e\}$   
 $A(d) = \{a, c, e\}$   
 $A(e) = \{c, d, f\}$   
 $A(f) = \{e\}$   
 $A(g) = \{s, h\}$   
 $A(h) = \{g, i\}$   
 $A(i) = \{h\}$



P(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; P( $w$ ) (I)

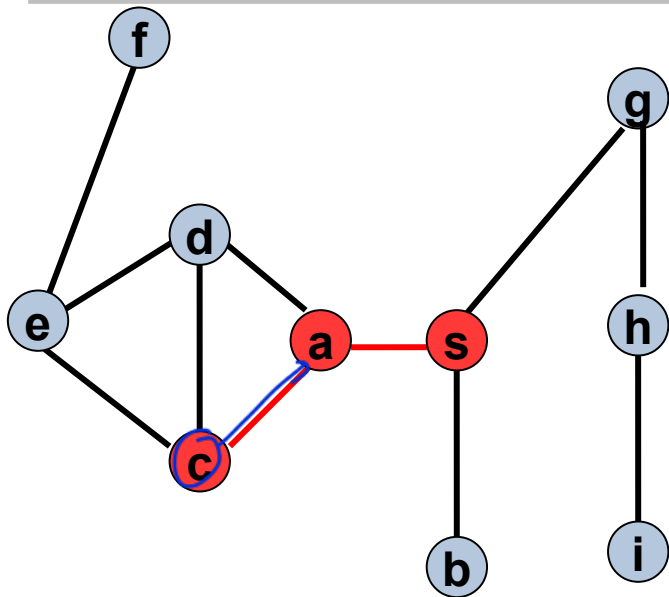
senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

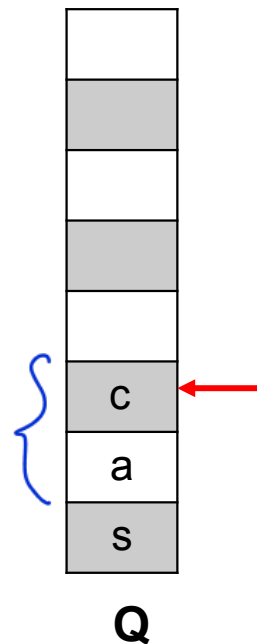
então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 $A(a) = \{c, d, s\}$   
 $A(b) = \{s\}$   
 $A(c) = \{a, d, e\}$   
 $A(d) = \{a, c, e\}$   
 $A(e) = \{c, d, f\}$   
 $A(f) = \{e\}$   
 $A(g) = \{s, h\}$   
 $A(h) = \{g, i\}$   
 $A(i) = \{h\}$



P(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

→ se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; P( $w$ ) (I)

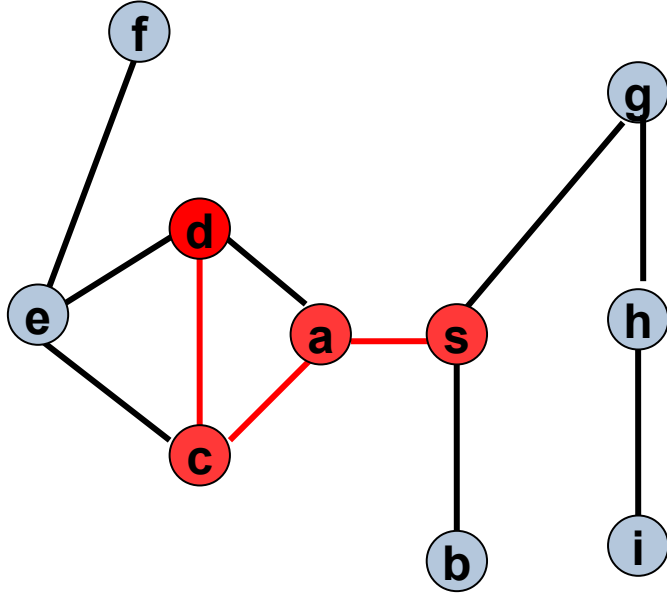
→ senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

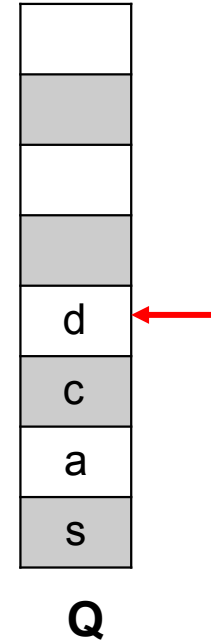
então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 $A(a) = \{c, d, s\}$   
 $A(b) = \{s\}$   
 $A(c) = \{a, d, e\}$   
 $A(d) = \{a, c, e\}$   
 $A(e) = \{c, d, f\}$   
 $A(f) = \{e\}$   
 $A(g) = \{s, h\}$   
 $A(h) = \{g, i\}$   
 $A(i) = \{h\}$



P(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; P( $w$ ) (I)

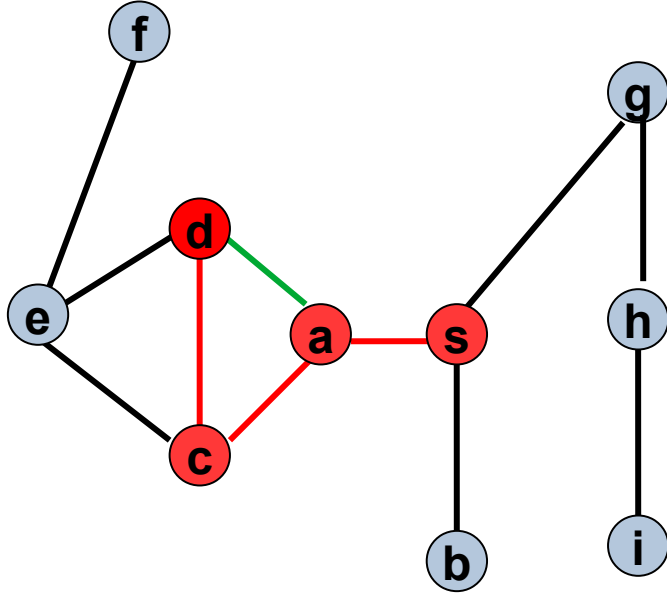
senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

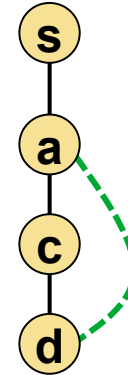
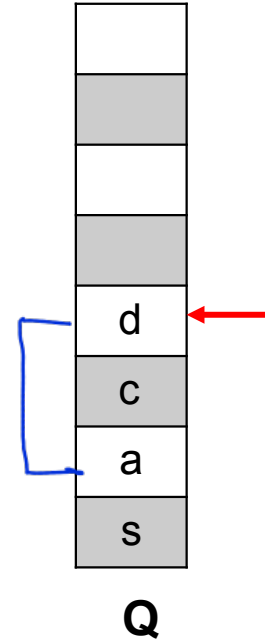
então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 $A(a) = \{c, d, s\}$   
 $A(b) = \{s\}$   
 $A(c) = \{a, d, e\}$   
 $A(d) = \{a, c, e\}$   
 $A(e) = \{c, d, f\}$   
 $A(f) = \{e\}$   
 $A(g) = \{s, h\}$   
 $A(h) = \{g, i\}$   
 $A(i) = \{h\}$



P(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; P( $w$ ) (I)

senão

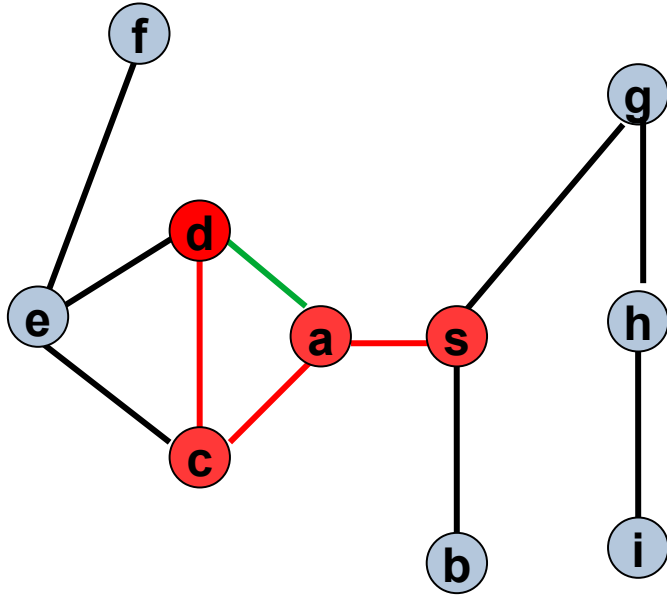
se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

então visitar  $(v, w)$  (II)

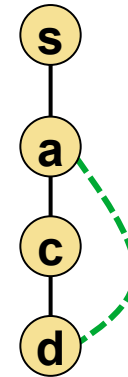
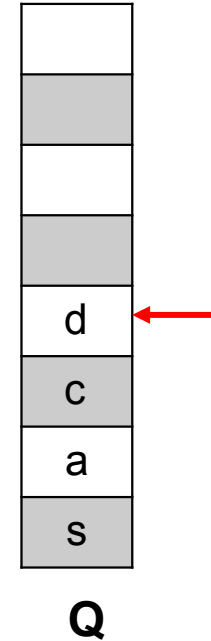
retirar  $v$  de  $Q$



# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 $A(a) = \{c, d, s\}$   
 $A(b) = \{s\}$   
 $A(c) = \{a, d, e\}$   
 $A(d) = \{a, c, e\}$   
 $A(e) = \{c, d, f\}$   
 $A(f) = \{e\}$   
 $A(g) = \{s, h\}$   
 $A(h) = \{g, i\}$   
 $A(i) = \{h\}$



P(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; P( $w$ ) (I)

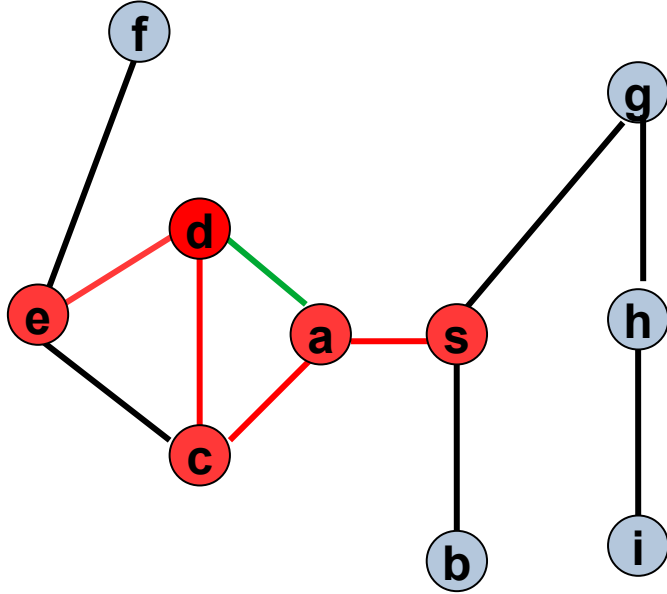
senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

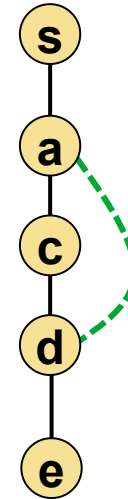
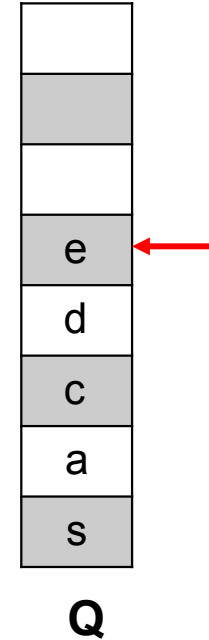
então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 $A(a) = \{c, d, s\}$   
 $A(b) = \{s\}$   
 $A(c) = \{a, d, e\}$   
 $A(d) = \{a, c, e\}$   
 $A(e) = \{c, d, f\}$   
 $A(f) = \{e\}$   
 $A(g) = \{s, h\}$   
 $A(h) = \{g, i\}$   
 $A(i) = \{h\}$



P(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; P( $w$ ) (I)

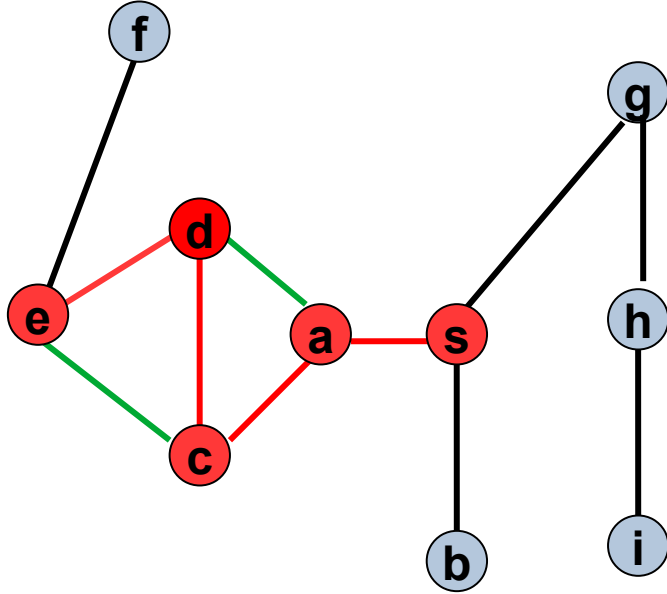
senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

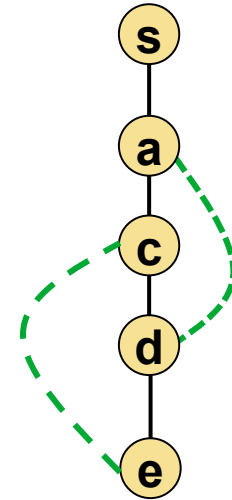
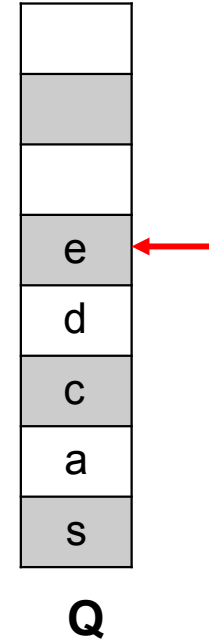
então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 $A(a) = \{c, d, s\}$   
 $A(b) = \{s\}$   
 $A(c) = \{a, d, e\}$   
 $A(d) = \{a, c, e\}$   
 $A(e) = \{c, d, f\}$   
 $A(f) = \{e\}$   
 $A(g) = \{s, h\}$   
 $A(h) = \{g, i\}$   
 $A(i) = \{h\}$



P(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; P( $w$ ) (I)

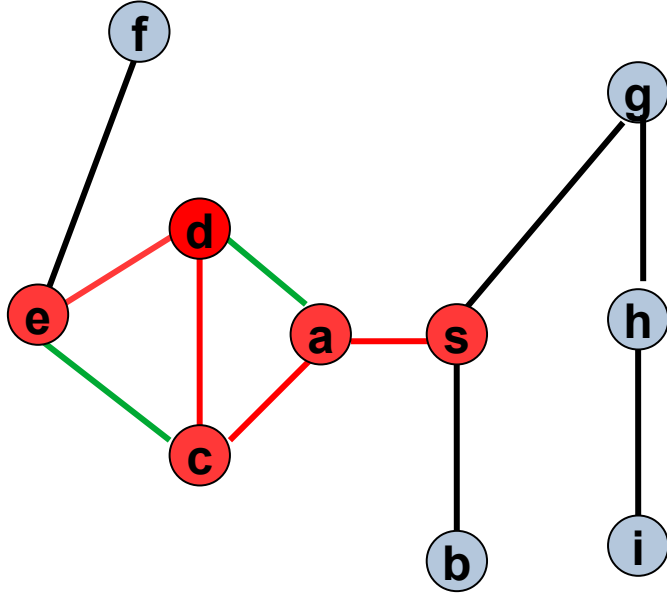
senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

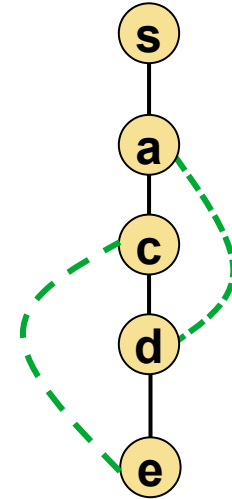
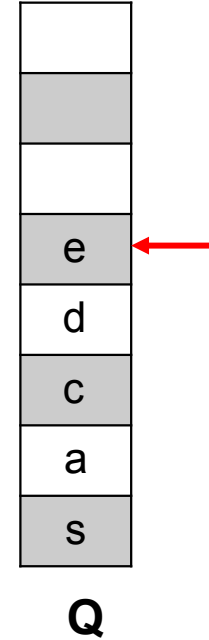
então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 $A(a) = \{c, d, s\}$   
 $A(b) = \{s\}$   
 $A(c) = \{a, d, e\}$   
 $A(d) = \{a, c, e\}$   
 $A(e) = \{c, d, f\}$   
 $A(f) = \{e\}$   
 $A(g) = \{s, h\}$   
 $A(h) = \{g, i\}$   
 $A(i) = \{h\}$



P(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; P( $w$ ) (I)

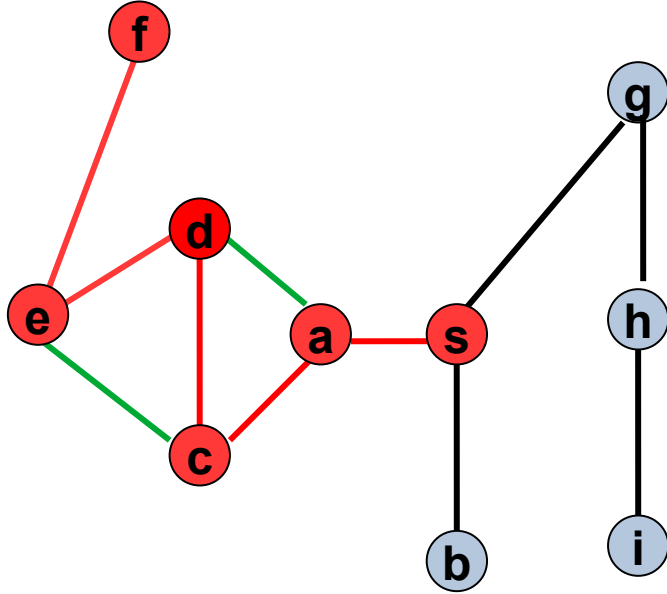
senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

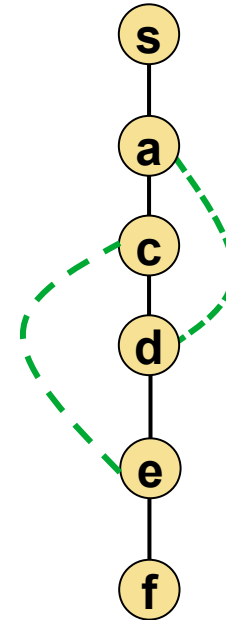
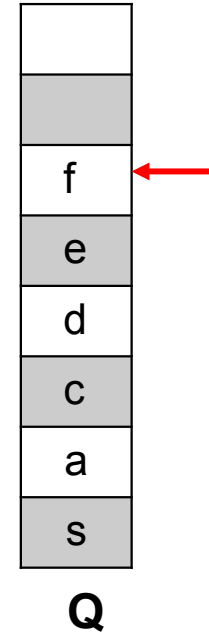
então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 $A(a) = \{c, d, s\}$   
 $A(b) = \{s\}$   
 $A(c) = \{a, d, e\}$   
 $A(d) = \{a, c, e\}$   
 $A(e) = \{c, d, f\}$   
 $A(f) = \{e\}$   
 $A(g) = \{s, h\}$   
 $A(h) = \{g, i\}$   
 $A(i) = \{h\}$



P(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; P( $w$ ) (I)

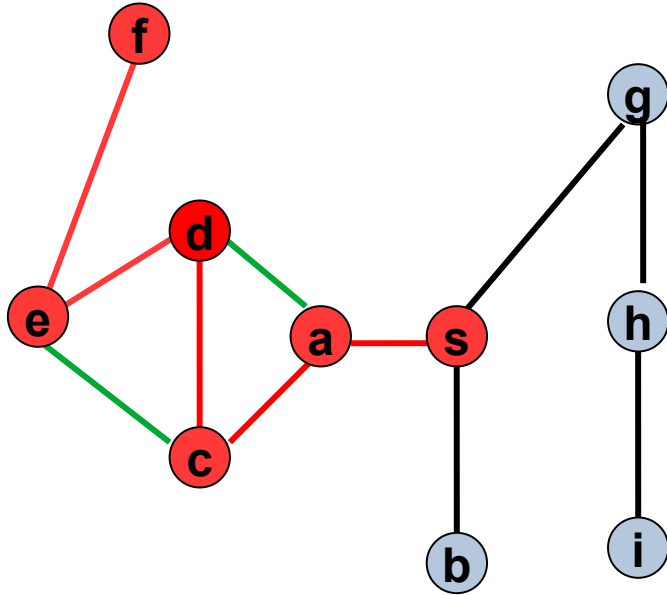
senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

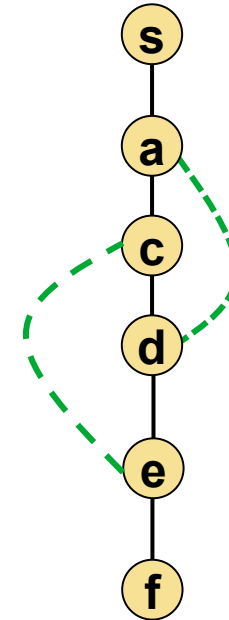
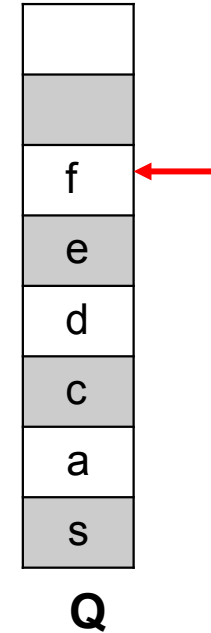
então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 $A(a) = \{c, d, s\}$   
 $A(b) = \{s\}$   
 $A(c) = \{a, d, e\}$   
 $A(d) = \{a, c, e\}$   
 $A(e) = \{c, d, f\}$   
 $A(f) = \{e\}$   
 $A(g) = \{s, h\}$   
 $A(h) = \{g, i\}$   
 $A(i) = \{h\}$



**P**(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; **P**( $w$ ) (I)

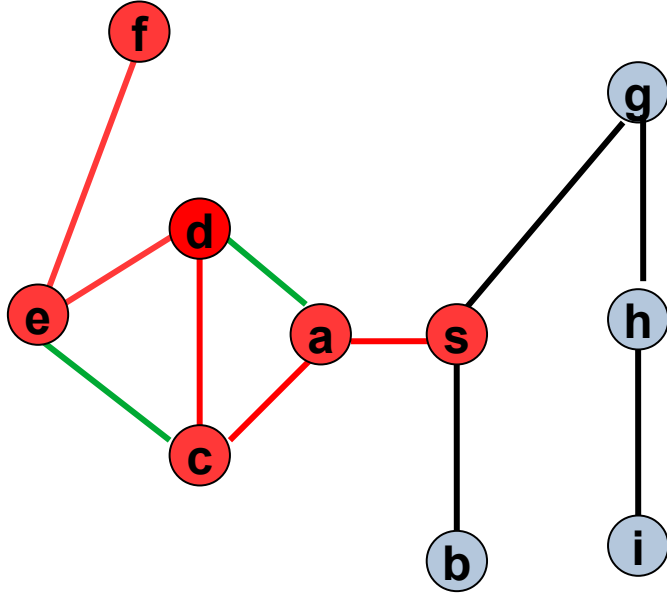
senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

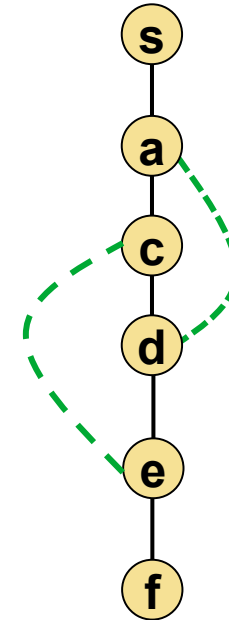
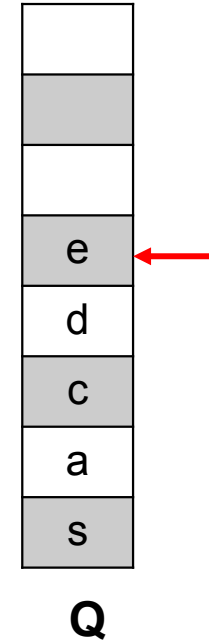
então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 $A(a) = \{c, d, s\}$   
 $A(b) = \{s\}$   
 $A(c) = \{a, d, e\}$   
 $A(d) = \{a, c, e\}$   
 $A(e) = \{c, d, f\}$   
 ~~$A(f) = \{e\}$~~   
 $A(g) = \{s, h\}$   
 $A(h) = \{g, i\}$   
 $A(i) = \{h\}$



P(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; P( $w$ ) (I)

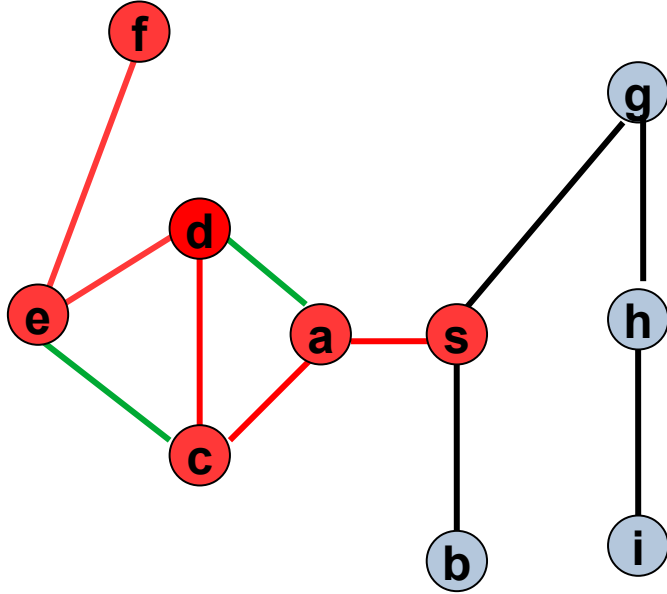
senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

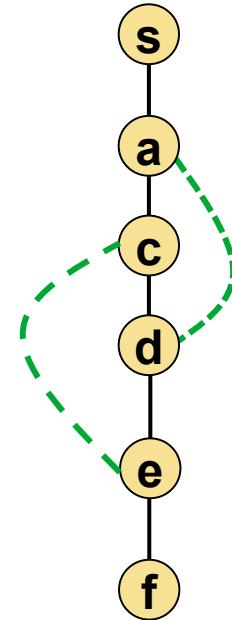
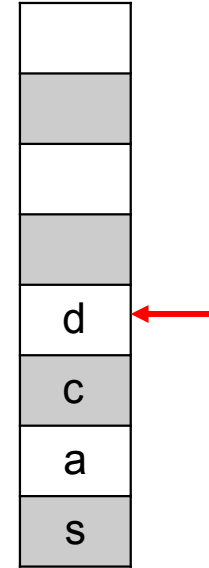
então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 $A(a) = \{c, d, s\}$   
 $A(b) = \{s\}$   
 $A(c) = \{a, d, e\}$   
 $A(d) = \{a, c, e\}$   
 ~~$A(e) = \{c, d, f\}$~~   
 ~~$A(f) = \{e\}$~~   
 $A(g) = \{s, h\}$   
 $A(h) = \{g, i\}$   
 $A(i) = \{h\}$



P(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; P( $w$ ) (I)

senão

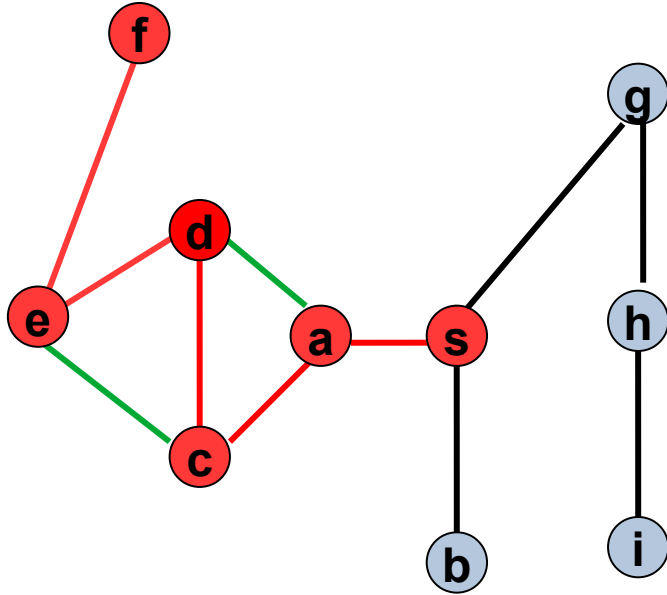
se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

então visitar  $(v, w)$  (II)

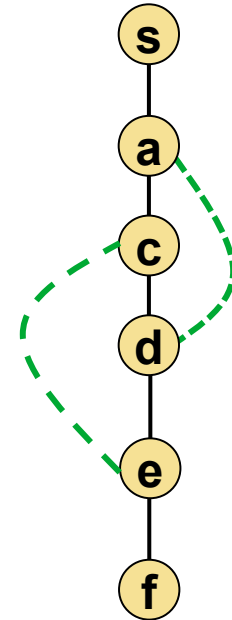
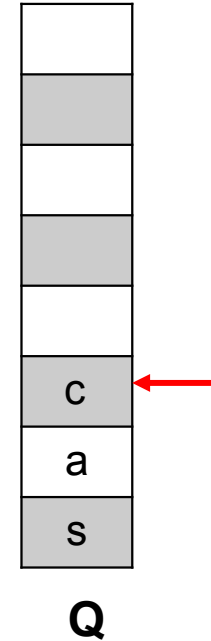
retirar  $v$  de  $Q$



# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 $A(a) = \{c, d, s\}$   
 $A(b) = \{s\}$   
 $A(c) = \{a, d, e\}$   
 ~~$A(d) = \{a, c, e\}$~~   
 ~~$A(e) = \{c, d, f\}$~~   
 ~~$A(f) = \{e\}$~~   
 $A(g) = \{s, h\}$   
 $A(h) = \{g, i\}$   
 $A(i) = \{h\}$



P(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; P( $w$ ) (I)

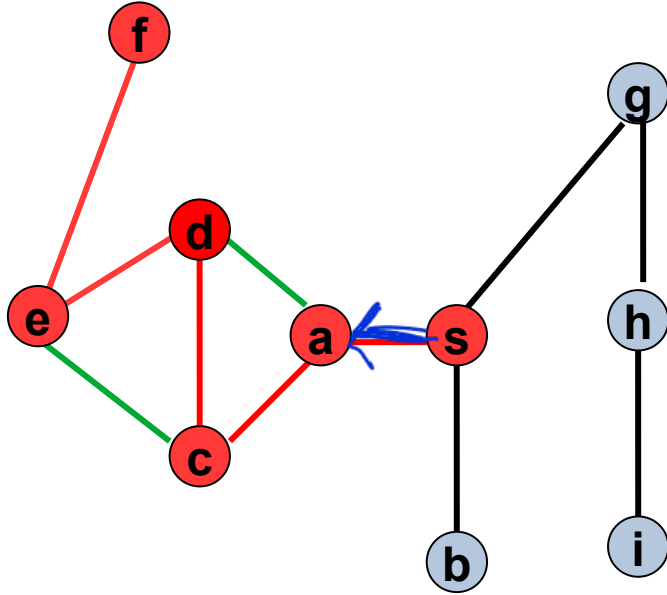
senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

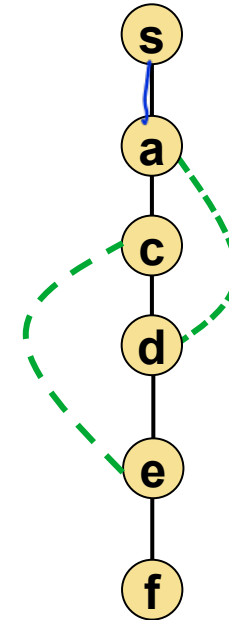
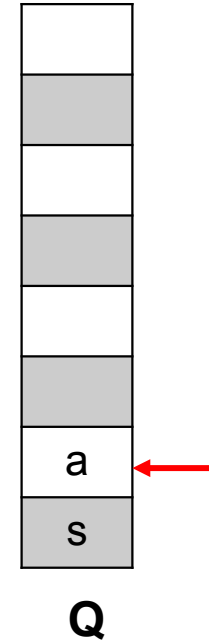
então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 $A(a) = \{c, d, s\}$   
 $A(b) = \{s\}$   
 ~~$A(c) = \{a, d, e\}$~~   
 ~~$A(d) = \{a, c, e\}$~~   
 ~~$A(e) = \{c, d, f\}$~~   
 ~~$A(f) = \{e\}$~~   
 $A(g) = \{s, h\}$   
 $A(h) = \{g, i\}$   
 $A(i) = \{h\}$



P(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; P( $w$ ) (I)

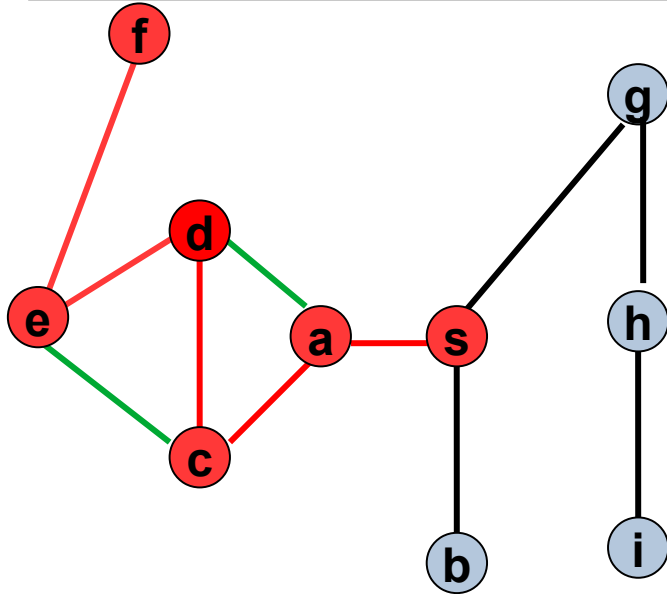
senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

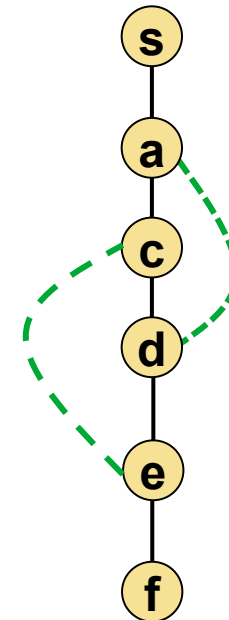
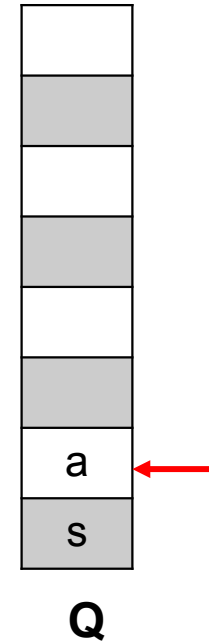
então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 $A(a) = \{c, d, s\}$   
 $A(b) = \{s\}$   
 ~~$A(c) = \{a, d, e\}$~~   
 ~~$A(d) = \{a, c, e\}$~~   
 ~~$A(e) = \{c, d, f\}$~~   
 ~~$A(f) = \{e\}$~~   
 $A(g) = \{s, h\}$   
 $A(h) = \{g, i\}$   
 $A(i) = \{h\}$



P(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; P( $w$ ) (I)

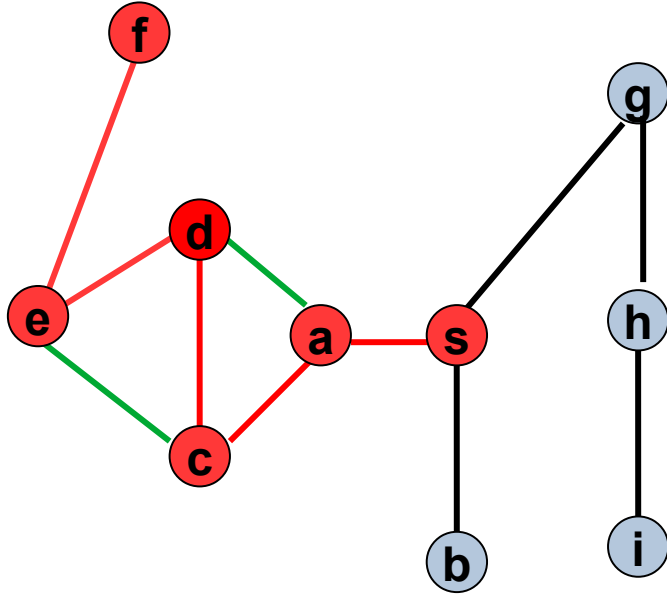
senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

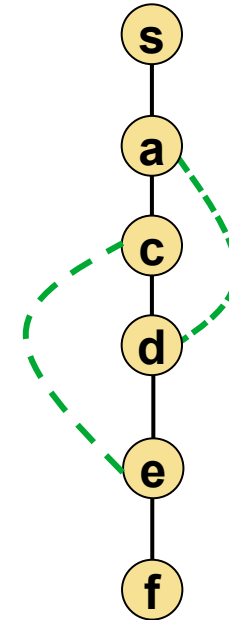
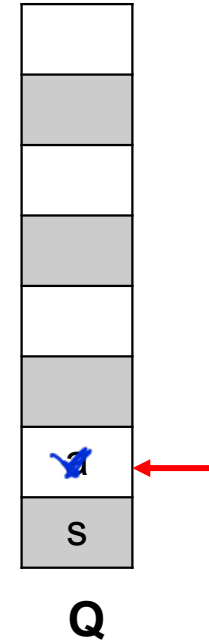
então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 $A(a) = \{c, d, s\}$   
 $A(b) = \{s\}$   
 ~~$A(c) = \{a, d, e\}$~~   
 ~~$A(d) = \{a, c, e\}$~~   
 ~~$A(e) = \{c, d, f\}$~~   
 ~~$A(f) = \{e\}$~~   
 $A(g) = \{s, h\}$   
 $A(h) = \{g, i\}$   
 $A(i) = \{h\}$



P(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; P( $w$ ) (I)

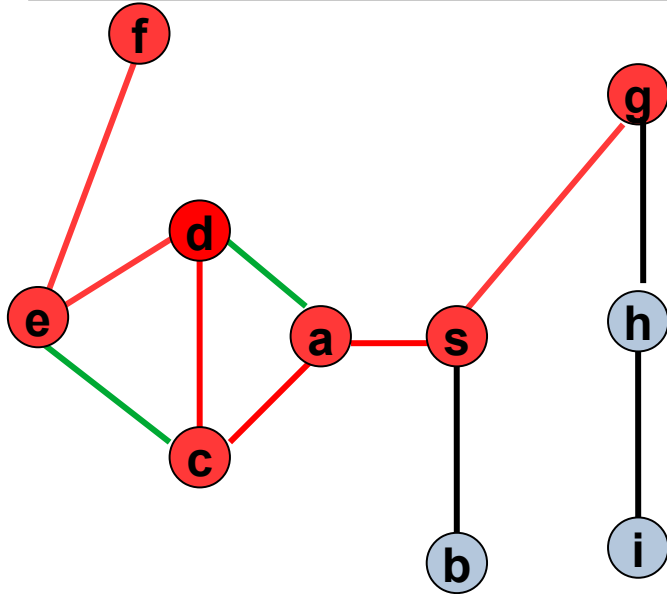
senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

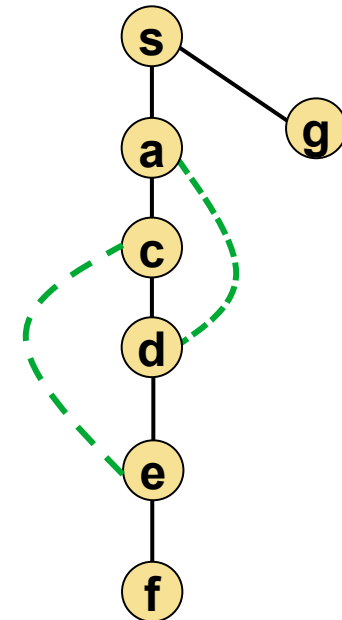
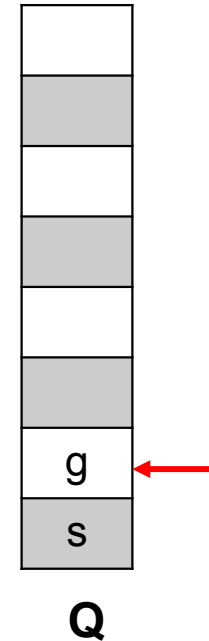
então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 ~~$A(a) = \{c, d, s\}$~~   
 $A(b) = \{s\}$   
 ~~$A(c) = \{a, d, e\}$~~   
 ~~$A(d) = \{a, c, e\}$~~   
 ~~$A(e) = \{c, d, f\}$~~   
 ~~$A(f) = \{e\}$~~   
 $A(g) = \{s, h\}$   
 $A(h) = \{g, i\}$   
 $A(i) = \{h\}$



$P(\text{Grafo } G, \text{vértice } v)$

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ;  $P(w)$  (I)

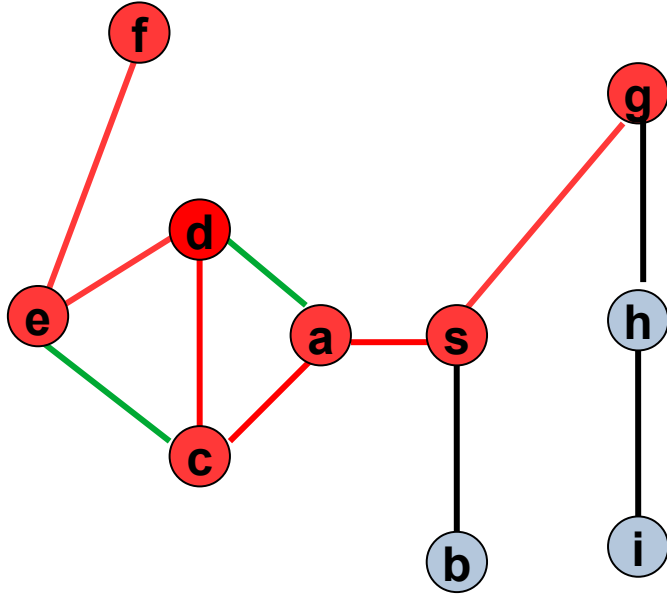
senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

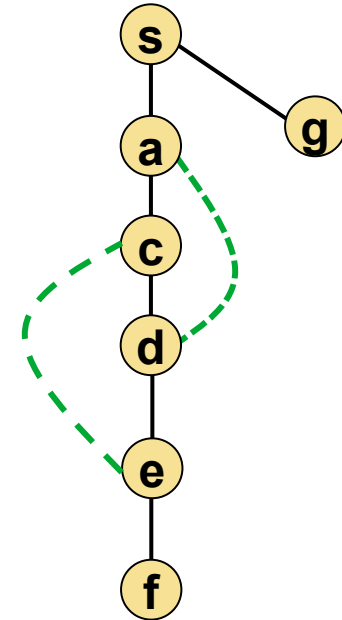
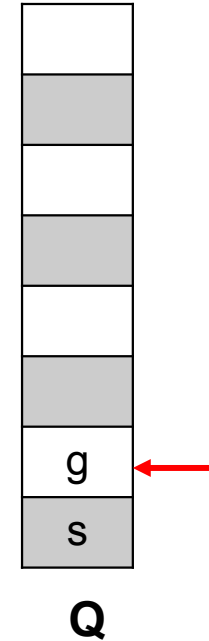
então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 ~~$A(a) = \{c, d, s\}$~~   
 $A(b) = \{s\}$   
 ~~$A(c) = \{a, d, e\}$~~   
 ~~$A(d) = \{a, c, e\}$~~   
 ~~$A(e) = \{c, d, f\}$~~   
 ~~$A(f) = \{c\}$~~   
 $A(g) = \{s, h\}$   
 $A(h) = \{g, i\}$   
 $A(i) = \{h\}$



P(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; P( $w$ ) (I)

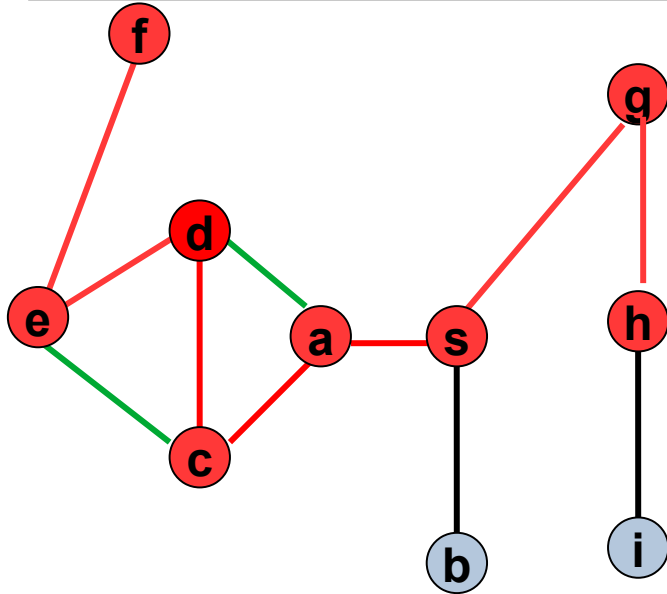
senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

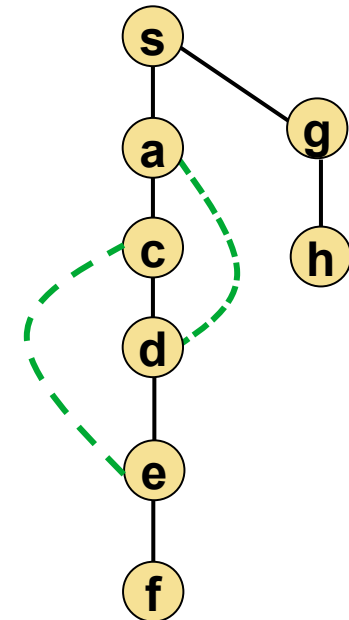
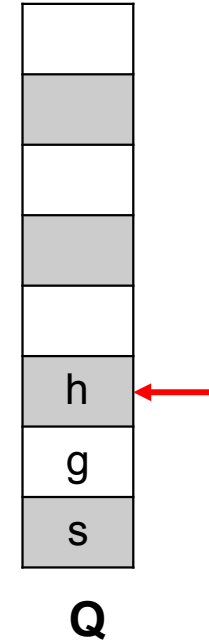
então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 ~~$A(a) = \{c, d, e\}$~~   
 $A(b) = \{s\}$   
 ~~$A(c) = \{a, d, e\}$~~   
 ~~$A(d) = \{a, c, e\}$~~   
 ~~$A(e) = \{c, d, f\}$~~   
 ~~$A(f) = \{c\}$~~   
 $A(g) = \{s, h\}$   
 $A(h) = \{g, i\}$   
 $A(i) = \{h\}$



P(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; P( $w$ ) (I)

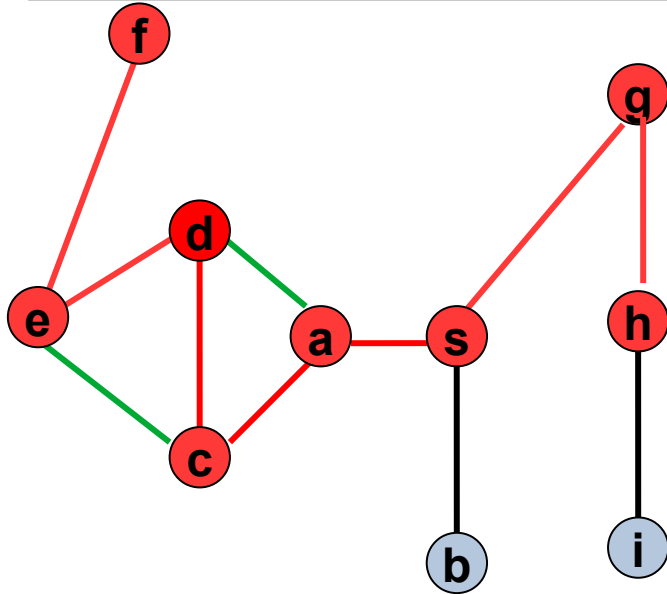
senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

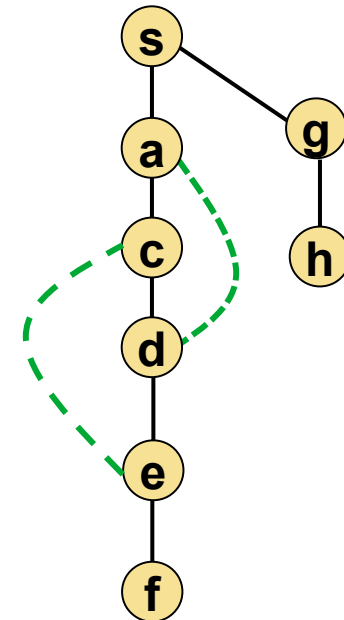
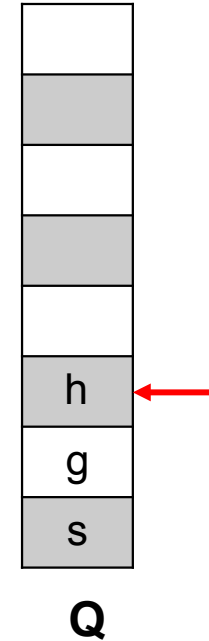
então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 ~~$A(a) = \{c, d, s\}$~~   
 $A(b) = \{s\}$   
 ~~$A(c) = \{a, d, e\}$~~   
 ~~$A(d) = \{a, c, e\}$~~   
 ~~$A(e) = \{c, d, f\}$~~   
 ~~$A(f) = \{e\}$~~   
 $A(g) = \{s, h\}$   
 $A(h) = \{g, i\}$   
 $A(i) = \{h\}$



**P**(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; **P**( $w$ ) (I)

senão

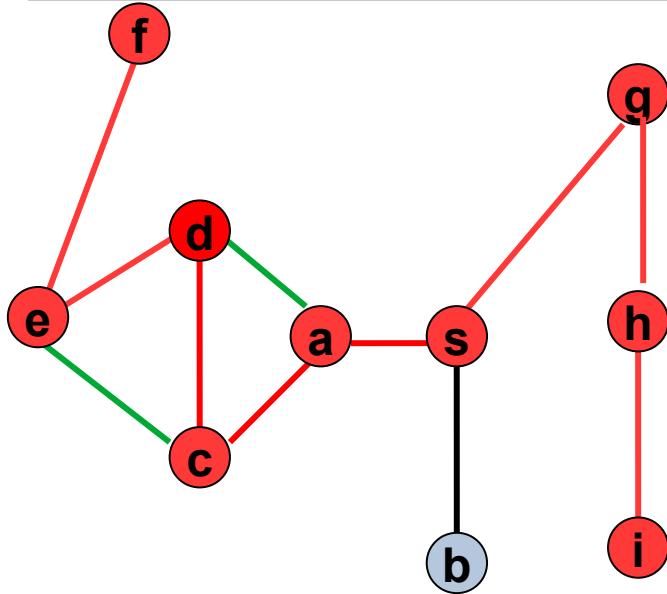
se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

então visitar  $(v, w)$  (II)

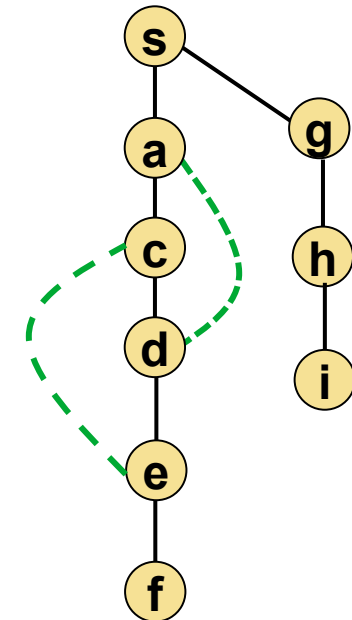
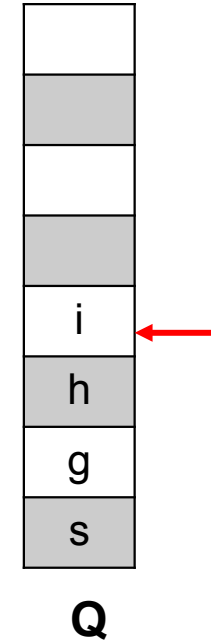
retirar  $v$  de  $Q$



# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, \textcircled{q}, b\}$   
 ~~$A(a) = \{c, d, s\}$~~   
 $A(b) = \{s\}$   
 ~~$A(c) = \{a, d, e\}$~~   
 ~~$A(d) = \{a, c, e\}$~~   
 ~~$A(e) = \{c, d, f\}$~~   
 ~~$A(f) = \{e\}$~~   
 $A(g) = \{s, \textcircled{h}\}$   
 $A(h) = \{g, \textcircled{i}\}$   
 $A(i) = \{h\}$



**P**(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; **P**( $w$ ) (I)

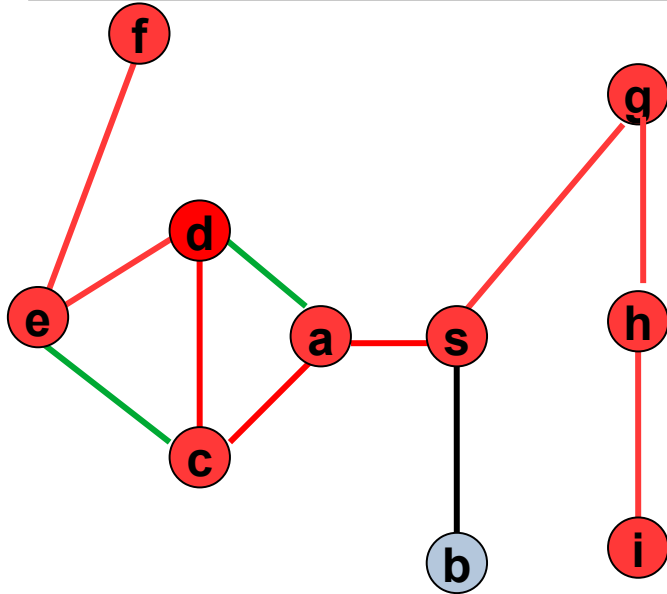
senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

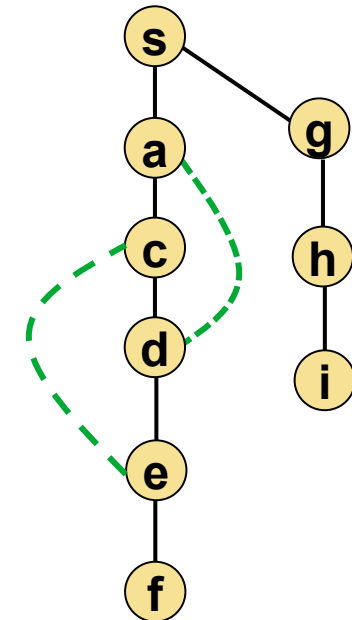
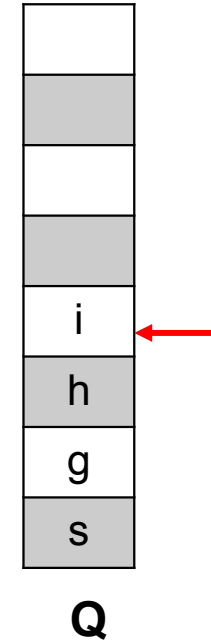
então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 ~~$A(a) = \{c, d, s\}$~~   
 $A(b) = \{s\}$   
 ~~$A(c) = \{a, d, e\}$~~   
 ~~$A(d) = \{a, c, e\}$~~   
 ~~$A(e) = \{c, d, f\}$~~   
 ~~$A(f) = \{e\}$~~   
 $A(g) = \{s, h\}$   
 $A(h) = \{g, i\}$   
 $A(i) = \{h\}$



P(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; P( $w$ ) (I)

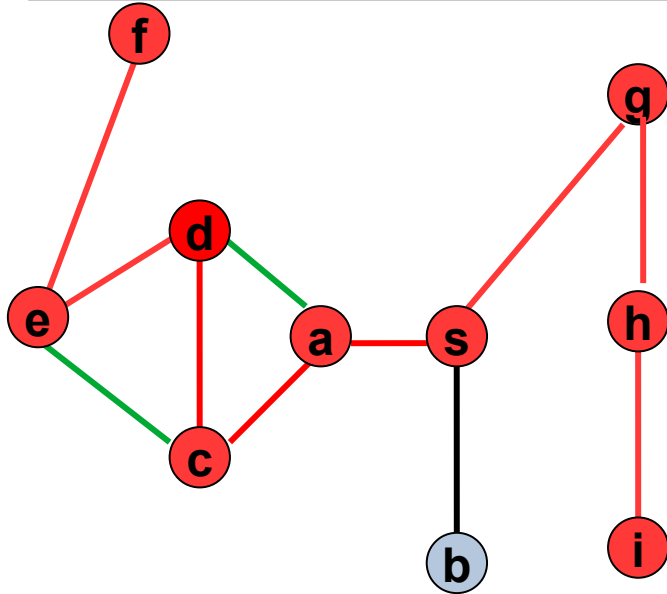
senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

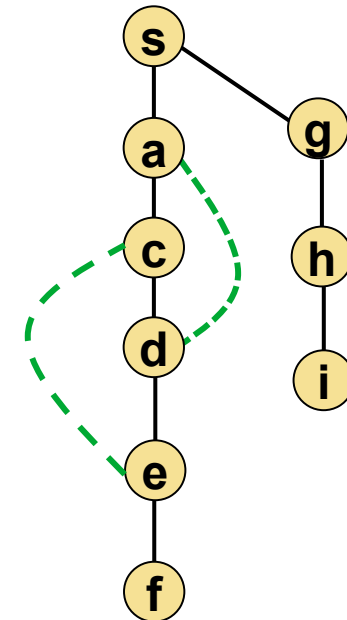
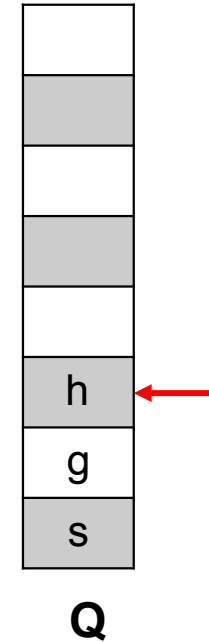
então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 ~~$A(a) = \{c, d, s\}$~~   
 $A(b) = \{s\}$   
 ~~$A(c) = \{a, d, e\}$~~   
 ~~$A(d) = \{a, c, e\}$~~   
 ~~$A(e) = \{c, d, f\}$~~   
 ~~$A(f) = \{e\}$~~   
 $A(g) = \{s, h\}$   
 $A(h) = \{g, i\}$   
 ~~$A(i) = \{h\}$~~



P(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; P( $w$ ) (I)

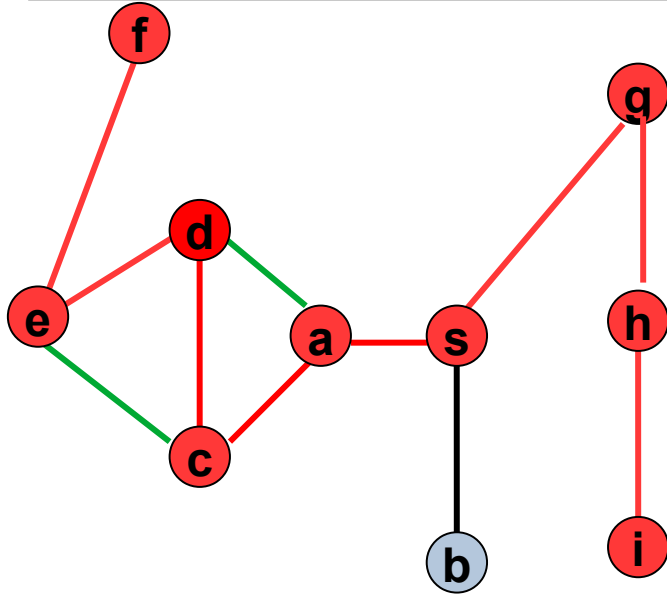
senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

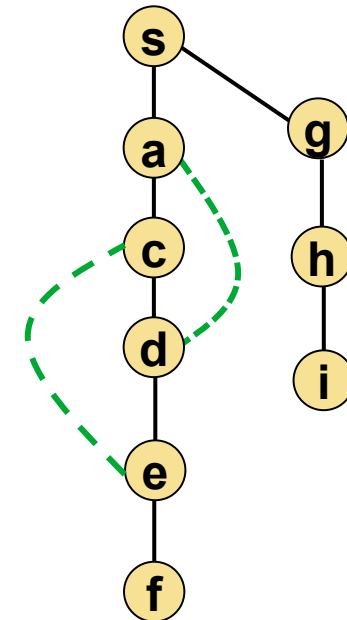
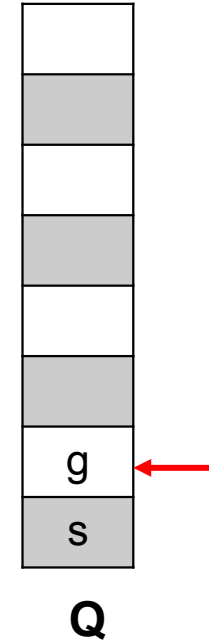
então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 ~~$A(a) = \{c, d, s\}$~~   
 $A(b) = \{s\}$   
 ~~$A(c) = \{a, d, e\}$~~   
 ~~$A(d) = \{a, c, e\}$~~   
 ~~$A(e) = \{c, d, f\}$~~   
 ~~$A(f) = \{e\}$~~   
 $A(g) = \{s, h\}$   
 ~~$A(h) = \{g, i\}$~~   
 ~~$A(i) = \{h\}$~~



P(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; P( $w$ ) (I)

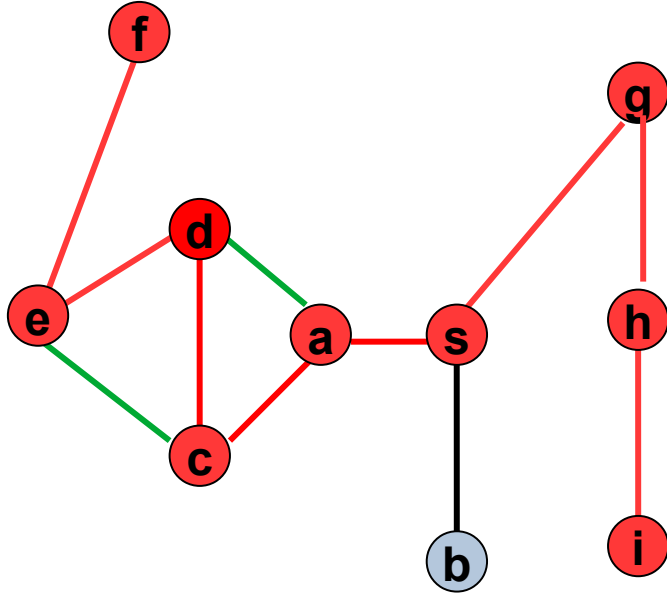
senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

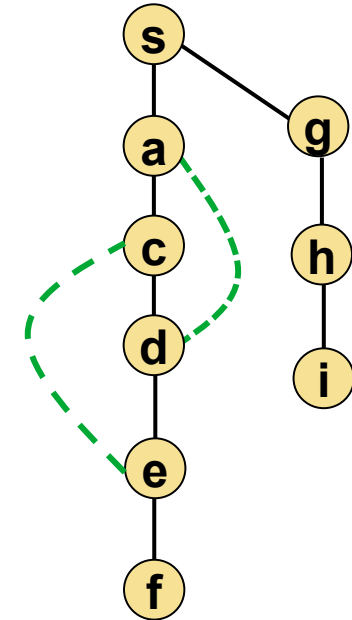
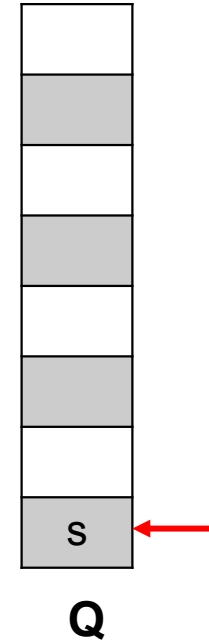
então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

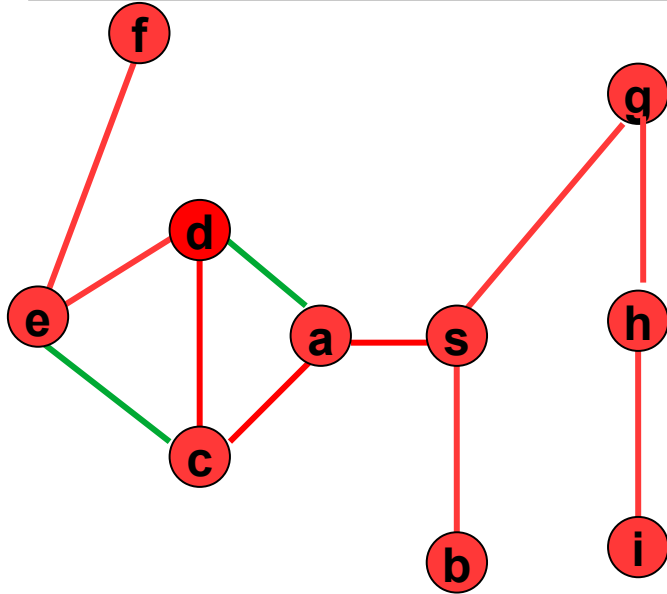
# Percurso em Profundidade



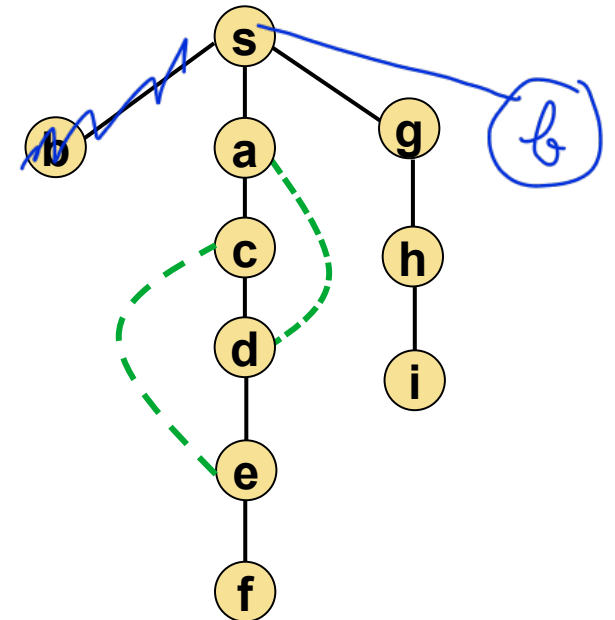
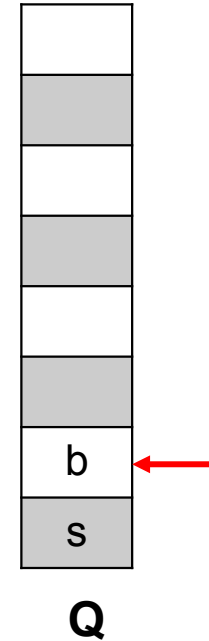
$A(s) = \{a, g, b\}$   
 ~~$\Lambda(a) = \{c, d, s\}$~~   
 $A(b) = \{s\}$   
 ~~$\Lambda(c) = \{a, d, e\}$~~   
 ~~$\Lambda(d) = \{a, c, e\}$~~   
 ~~$\Lambda(e) = \{c, d, f\}$~~   
 ~~$\Lambda(f) = \{e\}$~~   
 ~~$\Lambda(g) = \{s, h\}$~~   
 ~~$\Lambda(h) = \{g, i\}$~~   
 ~~$\Lambda(i) = \{h\}$~~



# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 ~~$A(a) = \{c, d, e\}$~~   
 $A(b) = \{s\}$   
 ~~$A(c) = \{a, d, e\}$~~   
 ~~$A(d) = \{a, c, e\}$~~   
 ~~$A(e) = \{c, d, f\}$~~   
 ~~$A(f) = \{e\}$~~   
 ~~$A(g) = \{s, h\}$~~   
 ~~$A(h) = \{g, i\}$~~   
 ~~$A(i) = \{h\}$~~



$P(\text{Grafo } G, \text{vértice } v)$

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ;  $P(w)$  (I)

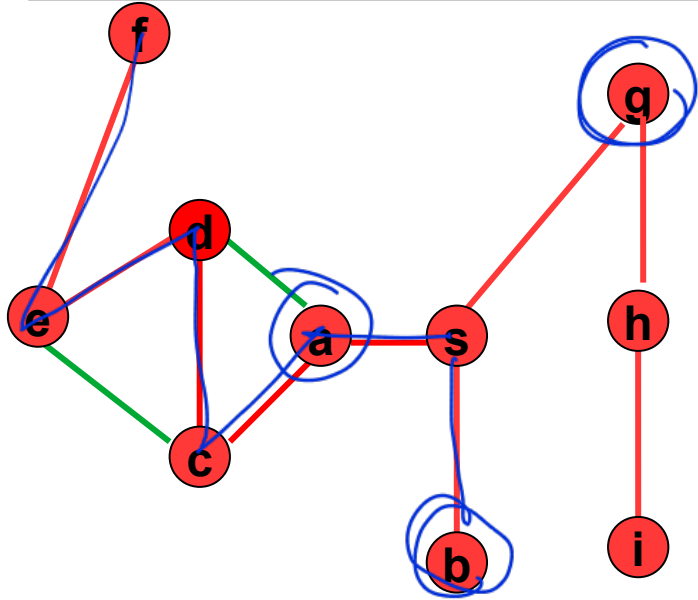
senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

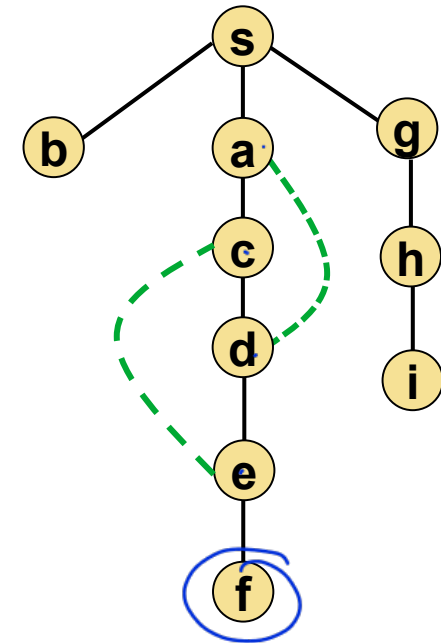
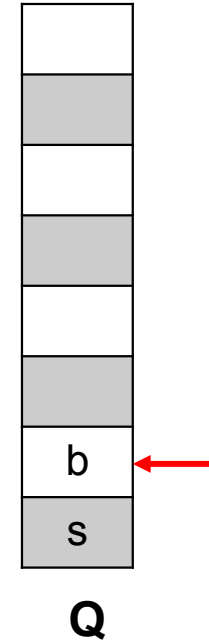
então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 ~~$\Lambda(a) = \{c, d, s\}$~~   
 $A(b) = \{s\}$   
 ~~$\Lambda(c) = \{a, d, e\}$~~   
 ~~$\Lambda(d) = \{a, c, e\}$~~   
 ~~$\Lambda(e) = \{c, d, f\}$~~   
 ~~$\Lambda(f) = \{c\}$~~   
 ~~$\Lambda(g) = \{s, h\}$~~   
 ~~$\Lambda(h) = \{g, i\}$~~   
 ~~$\Lambda(i) = \{h\}$~~



$P(\text{Grafo } G, \text{vértice } v)$

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ;  $P(w)$  (I)

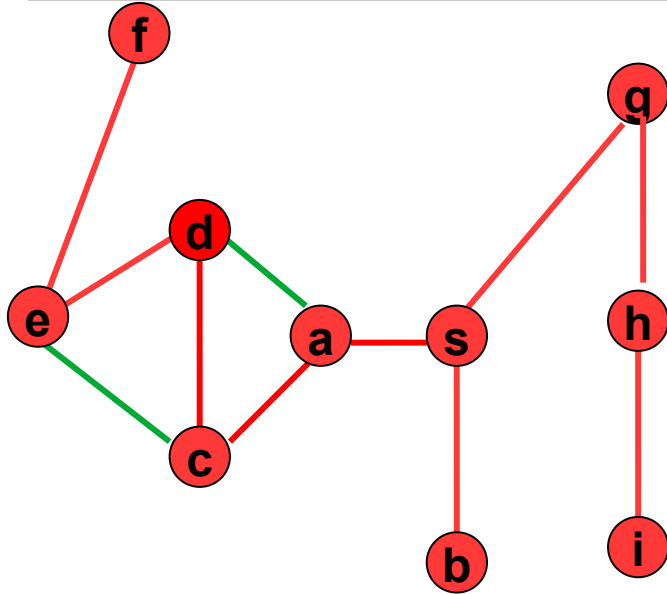
senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

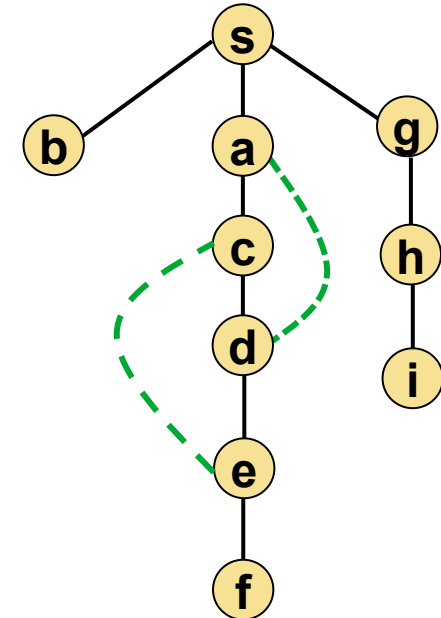
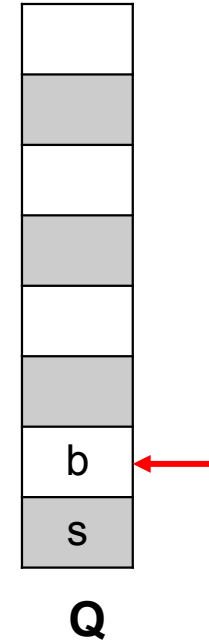
então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 ~~$A(a) = \{c, d, e\}$~~   
 ~~$A(b) = \{s\}$~~   
 ~~$A(c) = \{a, d, e\}$~~   
 ~~$A(d) = \{a, c, e\}$~~   
 ~~$A(e) = \{c, d, f\}$~~   
 ~~$A(f) = \{e\}$~~   
 ~~$A(g) = \{s, h\}$~~   
 ~~$A(h) = \{g, i\}$~~   
 ~~$A(i) = \{h\}$~~



**P**(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; **P**( $w$ ) (I)

senão

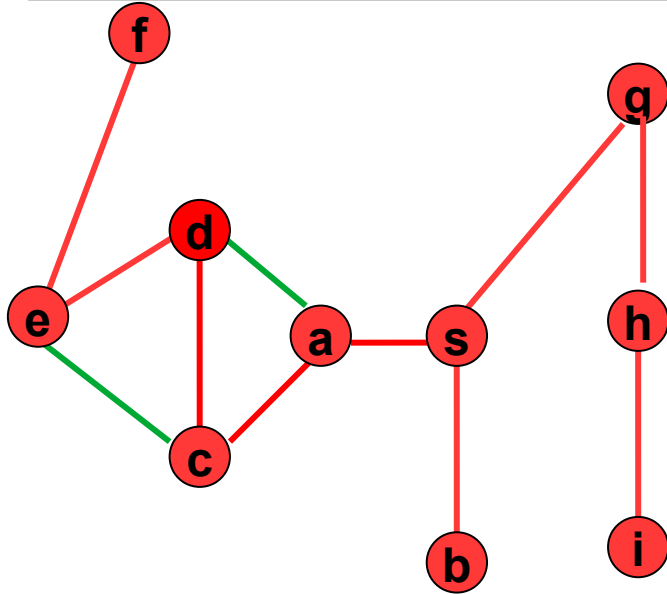
se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

então visitar  $(v, w)$  (II)

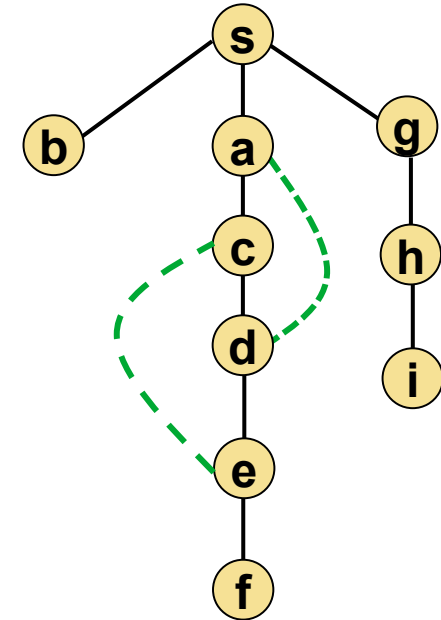
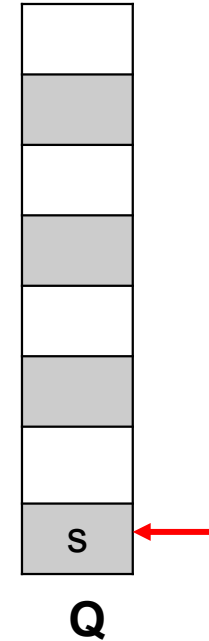
retirar  $v$  de  $Q$



# Percurso em Profundidade



$A(s) = \{a, g, b\}$   
 ~~$A(a) = \{c, d, s\}$~~   
 ~~$A(b) = \{s\}$~~   
 ~~$A(c) = \{a, d, e\}$~~   
 ~~$A(d) = \{a, c, e\}$~~   
 ~~$A(e) = \{c, d, f\}$~~   
 ~~$A(f) = \{e\}$~~   
 ~~$A(g) = \{s, h\}$~~   
 ~~$A(h) = \{g, i\}$~~   
 ~~$A(i) = \{h\}$~~



P(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; P( $w$ ) (I)

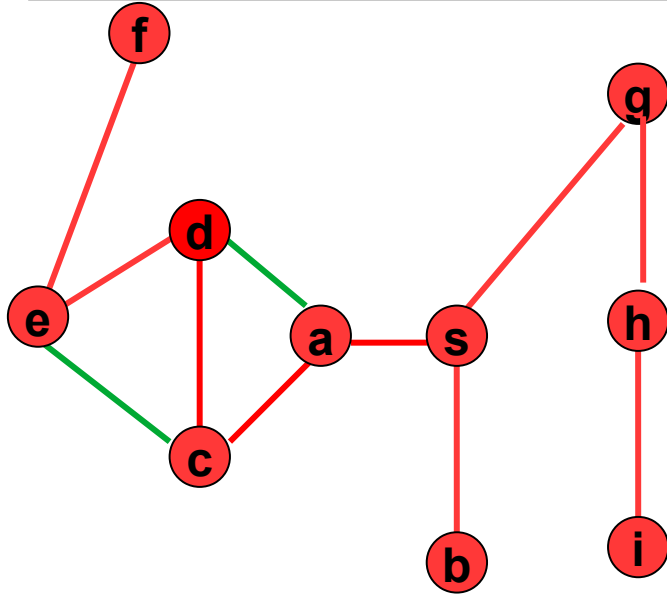
senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

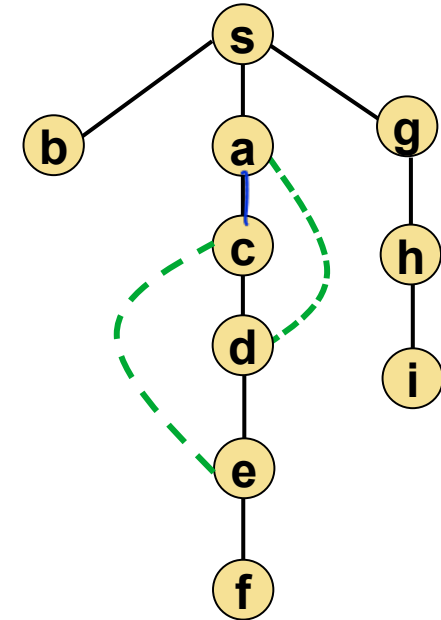
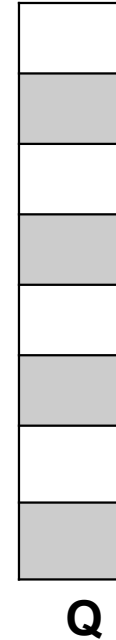
então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

# Percurso em Profundidade



~~$\Lambda(s) = \{a, g, b\}$~~   
 ~~$\Lambda(a) = \{c, d, s\}$~~   
 ~~$\Lambda(b) = \{s\}$~~   
 ~~$\Lambda(c) = \{a, d, e\}$~~   
 ~~$\Lambda(d) = \{a, c, e\}$~~   
 ~~$\Lambda(e) = \{c, d, f\}$~~   
 ~~$\Lambda(f) = \{c\}$~~   
 ~~$\Lambda(g) = \{s, h\}$~~   
 ~~$\Lambda(h) = \{g, i\}$~~   
 ~~$\Lambda(i) = \{h\}$~~



**P**(Grafo  $G$ , vértice  $v$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$

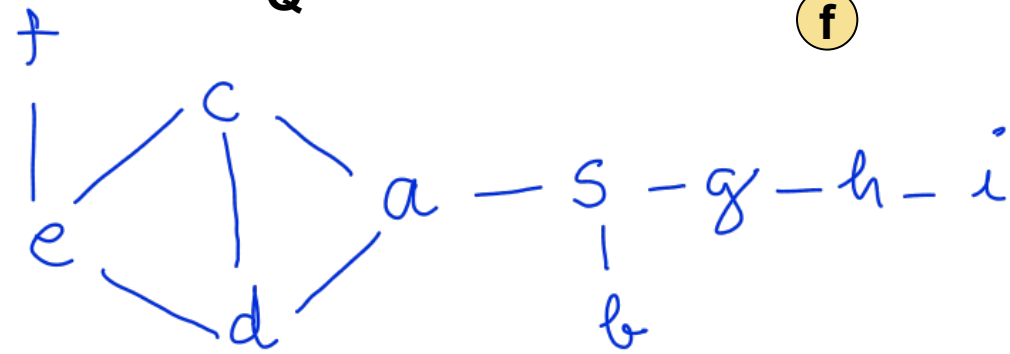
se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; **P**( $w$ ) (I)

senão

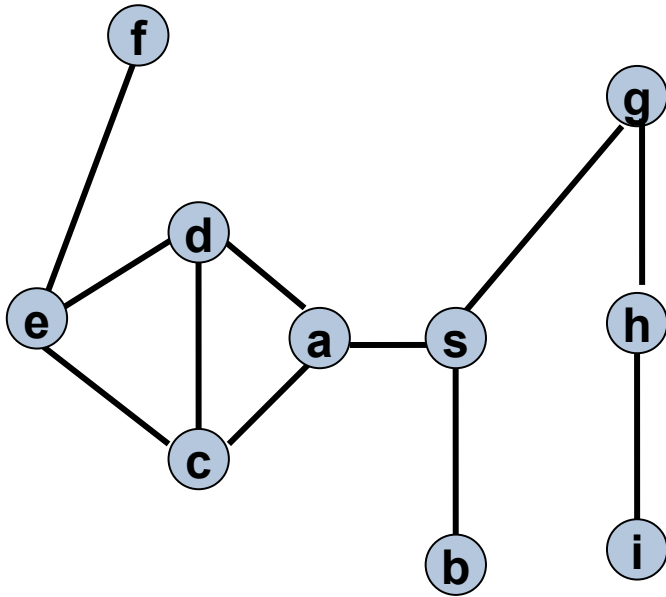
se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

então visitar  $(v, w)$  (II)

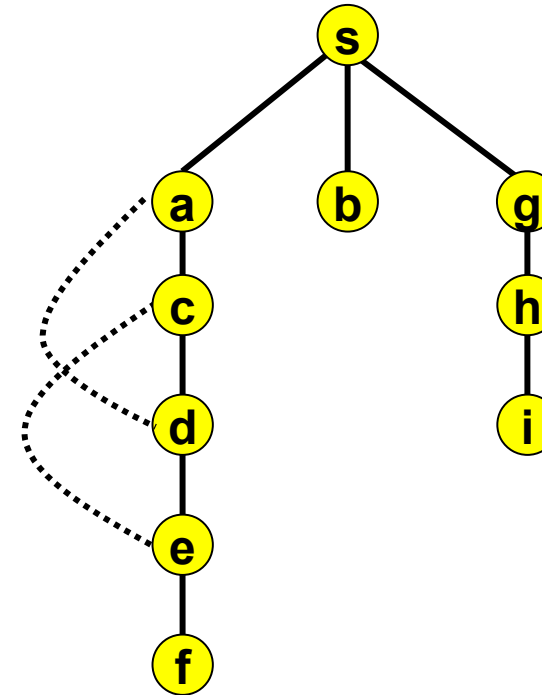
retirar  $v$  de  $Q$



# Percurso em Profundidade



**Grafo G**




**Árvore de  
Profundidade**

# Percurso em Profundidade

P(Grafo  $G$ , vértice  $s$ )

marcar  $v$

colocar  $v$  na pilha  $Q$

para  $w \in A(v)$  

se  $w$  não é marcado, então visitar  $(v, w)$ ; P( $w$ ) (I)

senão

se  $w \in Q$  e  $v, w$  não são consecutivos em  $Q$

então visitar  $(v, w)$  (II)

retirar  $v$  de  $Q$

Complexidade ?

# Percurso em Profundidade

---

**Complexidade:  $O(n+m)$**

$\underbrace{O(n^2)}$

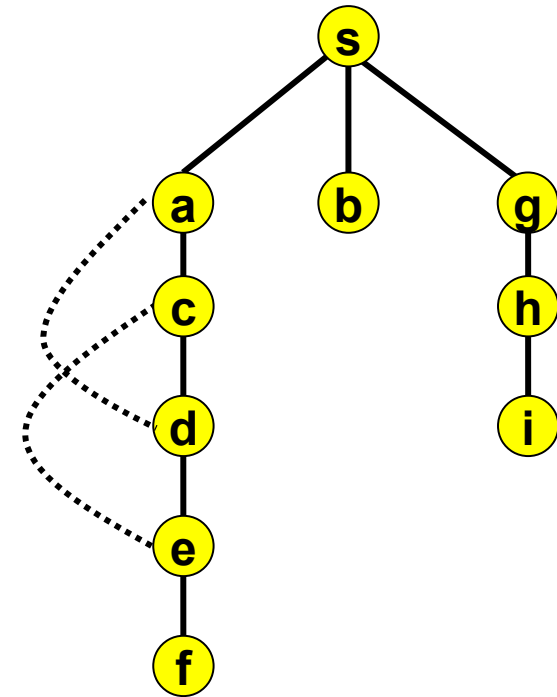
# Percurso em Profundidade

---

Considere a visita a aresta  $(v,w)$

**(I) Aresta da Árvore**

**(II) Arestas de Retorno**




# Percurso em Profundidade

---

## Teorema.

Considere  $G(V,E)$  um grafo conexo.

O grafo  $T(V,E_T)$ , onde  $E_T$  é o conjunto de arestas visitadas em (I) no algoritmo, é uma árvore geradora de  $G$ .



# Percurso em Profundidade

---

Quais problemas podemos resolver em um grafo utilizando o algoritmo de percurso em profundidade?



# Percurso em Profundidade

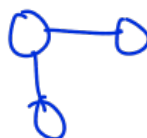
Como eu posso usar percurso em profundidade para saber se ...?

1. O grafo é conexo
2. Existe caminho do nó  $v$  para o nó  $u$
3. Construir o grafo complemento

(outras aplicações serão vistas adiante)



5 minutos para pensar !!



# Exercícios

---

1. Implemente o algoritmo para a busca em profundidade com matriz de adjacência e sem recorrência e analise a sua complexidade;
2. Implemente o algoritmo para a busca em profundidade com lista de adjacência e com recorrência e analise a sua complexidade;  
↳ *lista de retorno*
3. Implemente o algoritmo para a busca em profundidade com lista de adjacência e com recorrência, salvando o predecessor;

# Percurso em Profundidade

---

## Teorema.

Considere  $G(V,E)$  um grafo conexo e  $T(V,E_T)$  uma árvore de profundidade de  $G$ . Então toda aresta  $(v,w) \in E$  é tal que  $v$  é ancestral (ou descendente) de  $w$  em  $T$ .

Prova (Exercício).

# Percurso em Profundidade

---

## Teorema.

Seja  $G(V,E)$  um grafo conexo e  $T(V,E_T)$  uma árvore de profundidade de  $G$ .

Então todo caminho  $C$  de  $G$  contém um vértice  $p$  tal que todos os vértices de  $C$  são descendentes de  $p$  em  $T$ .

Prova (Exercício)