Cálculo Sem Mistério

A ARTE DE RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Beatriz Manhães

ÍNDICE

Esse e-Book foi feito pela colaboração ente IA e humano. Tem foco em resumir e relembrar os principais conteúdos de pré-cálculo e cálculo, com o intuito de ajudar alunos que estão iniciando a graduação em exatas.
Bons estudos!

1

RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

Relações:

- sen θ = cateto oposto / hipotenusa
- cos θ = cateto adjacente / hipotenusa
- tg θ = cateto oposto / cateto adjacente
- sec $\theta = 1 / \cos\theta$
- cossec $\theta = 1 / \text{sen}\,\theta$
- cotg $\theta = 1 / \text{tg}\,\theta$

Arcos trigonométricos:

- arcsin $\theta = \text{sen}^{-1}\,\theta$

EX: arcsin 0,5 ≈ 30°

- arccos $\theta = \cos^{-1}$

EX: arccos 0,866 ≈ 30°

- arctan $\theta = \tan^{-1}\theta$

EX: arctan 1 ≈ 45°

Propriedades:

- $\text{sen}^2\,\theta + \cos^2\theta = 1$
- $\text{tg}\,\theta = \text{sen}\,\theta / \cos\theta$
- $\text{sen}^2\,\theta = 1 - \cos 2\theta / 2$
- $\cos^2\theta = 1 + \cos 2\theta / 2$

- Adição:

- $\text{sen}\,(\alpha + \beta) = \text{sen}\,\alpha \cos\beta + \cos\alpha\,\text{sen}\,\beta$
- $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \text{sen}\,\alpha\,\text{sen}\,\beta$
- $\tan(\alpha + \beta) = (\tan\alpha + \tan\beta) / (1 - \tan\alpha\tan\beta)$

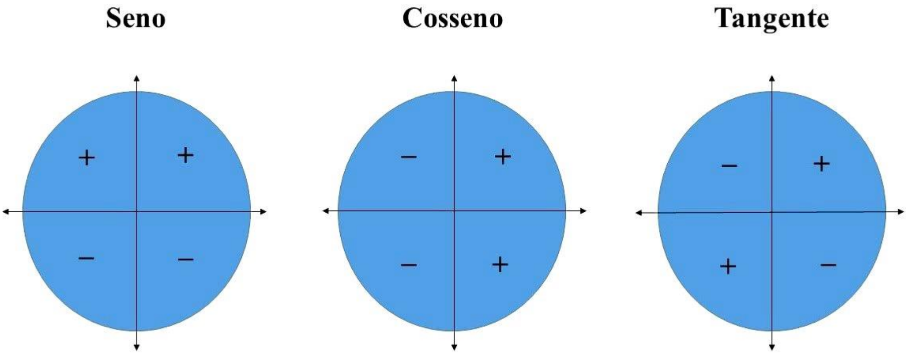
- Subtração:

- $\text{sen}\,(\alpha - \beta) = \text{sen}\,\alpha\cos\beta - \cos\alpha\,\text{sen}\,\beta$
- $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \text{sen}\,\alpha\,\text{sen}\,\beta$
- $\tan(\alpha - \beta) = (\tan\alpha - \tan\beta) / (1 + \tan\alpha\tan\beta)$

- Ângulos duplos:

- $\text{sen}\,2\theta = 2\text{sen}\,\theta\cos\theta$
- $\cos 2\theta = \cos^2\theta - \text{sen}^2\,\theta = 2\cos^2\theta - 1 = 1 - 2\text{sen}^2\,\theta$
- $\tan 2\theta = 2\tan\theta / (1 - \tan^2\theta)$

Círculo trigonométrico e sinais de conversão:



Principais conversões:

θ	sen	cos	tg
0	0	1	0
90	1	0	$\nexists$
180	0	-1	0
270	-1	0	$\nexists$
360	0	1	0
π	0	-1	0
30	1/2	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/3$
45	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1
60	$\sqrt{3}/2$	1/2	$\sqrt{3}$

2

PRODUTOS NOTÁVEIS

Propriedades:

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + 2ab + b^2)$

3

FUNÇÃO

Domínio: é o conjunto de todos os valores de entrada (x) para os quais a função está definida, ou seja, para os quais a função possui um valor de saída (f(x)) real.

Contradomínio: é o conjunto de todos os valores de saída (f(x)) que a função pode assumir.

Imagem: é o conjunto de todos os valores de saída (f(x)) que a função realmente assume para algum valor de entrada (x) do seu domínio.

Função do 1° grau:

f(x) = ax + b, onde:

- **a** (inclinação) é o coeficiente angular, que determina a inclinação da reta no gráfico da função.
- **b** (intercepto) é o coeficiente linear, que determina o ponto de interceptação com o eixo y no gráfico da função.

· **a > 0:** reta com inclinação positiva (crescente à direita).

· **a < 0:** reta com inclinação negativa (decrescente à direita).

· **a = 0:** reta horizontal (paralela ao eixo x).

Função do 2° grau:

f(x) = ax² + bx + c, onde:

•**a** é o coeficiente angular, que determina a forma geral da parábola no gráfico da função.

- **a > 0:** parábola voltada para cima (concavidade voltada para cima).
- **a < 0:** parábola voltada para baixo (concavidade voltada para baixo).
- **a = 0:** a função se torna linear.

· **b** é o coeficiente linear, que influencia na posição do vértice da parábola no gráfico da função.

· **c** é o coeficiente linear constante, que determina o ponto de interceptação com o eixo y no gráfico da função.

· **a > 0:** parábola aberta para cima.

· **a < 0:** parábola aberta para baixo.

Vértice = (xV, yV) = $(-b / 2a, -(\sqrt{(b^2 - 4ac)} / 4a)$

$x = (-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}) / 2a$

Função inversa($f^{-1}(x)$): substitui o x por y, depois isola o y.
$f(x) = 2x + 1$.:
$y = 2x + 1$ $y - 1 = 2x$ $(y - 1) / 2 = x$
Logo, $f^{-1}(x) = (y - 1) / 2$

Função composta: uma função dentro da outra, ou seja, uma função assume o valor de x de outra.
Fog, gof, fof, gog
Considerando que $f(x) = x-5$ e $g(x) = x^2 - 1$
fog: $x^2 - 1 – 5 = x^2 - 6$
gof: $(x – 5)^2 - 1$

4

LOGARITMO

Propriedades:

- logb(a) = x, b^n = a
- logb(b) = 1
- **mudança de base:** logb(a) = logc(a) / logc(b)
- logb(ab) = logb(a) + logb(b)
- logb(a/b) = logb(a) - logb(b)
- logb(a^k) = k * logb(a)
- Ln(x) = loge(x)

5

LIMITE

Propriedades:

- limx→a x = a
- limx→a [f(x) + g(x)] = L + M
- limx→a [f(x) - g(x)] = L – M
- limx→a [f(x) * g(x)] = L * M
- limx→a [f(x) / g(x)] = L / M
- [limx→a f(x)]^c = L^c
- limx→a c = c
- limx→a c*f(x) = c*f(x)

Limites fundamentais:

- limx→0 sen(x)/x = 1
- limx→∞ (1 + 1/x)^x = e

Limites laterais:

- Limite pela direita: limx→a+ f(x)
- Limite pela esquerda: limx→a- f(x)

Quando limx→a+ f(x) = limx→a- f(x), limx→a f(x) existe. Mas quando limx→a+ f(x) ≠ limx→a- f(x), limx→a f(x) = ∄

Continuidade:

A regra de continuidade do limite afirma que se uma função f(x) é contínua em um ponto x = a e o limite da função quando x tende a a existe e é igual ao valor da função em a, então o limite da função em a também é igual ao valor da função em a.

Em outras palavras:

•Se f(x) é contínua em a e limx→a f(x) = L, então f(a) = L.

1.Definição: f(a) está definido.

2.Limite: limx→a f(x) existe.

3.Coincidência: limx→a f(x) = f(a).

Se apenas uma das três condições não for satisfeita, a função f(x) **não é contínua** em x = a.

6

DERIVADA

Propriedades:

- d/dx[x^n] = n * x^(n-1)
- d/dx[k] = 0
- d/dx[a^x] = ln(a) * a^x
- d/dx[loga(x)] = 1/x * ln(a)
- d/dx[ln(x)] = 1/x * ln(e) = 1/x
- d/dx[sen(x)] = cos(x)
- d/dx[cos(x)] = -sen(x)
- d/dx[tan(x)] = sec^2(x) = 1 / cos^2(x)
- d/dx[-sen(x)] = -cos(x)
- d/dx[-cos(x)] = sen(x)

Regras:

- Produto: d/dx[f(x) * g(x)] = f'(x) * g(x) + f(x) * g'(x)
- Quociente: d/dx[f(x) / g(x)] = [f'(x) * g(x) - f(x) * g'(x)] / [g(x)]^2
- Cadeia: d/dx[f(u(x))] = f'(u(x)) * u'(x)
- Definição de derivada por limite: f'(a) = lim(h→0) [(f(a + h) - f(a)) / h]