

Análise Numérica

Exercícios de sala de aula, 11/09

1) Use o método de Euler implementado nas aulas anteriores para estimar os valores sucessivos da solução do valor inicial $\begin{cases} y' = -10 \cdot y \\ y(0) = 1 \end{cases}$, com $t \in [0, 5]$ com os seguintes passos:

- a) $h=0.01$ b) $h = 0.1$ c) $h=0.2$ d) $h=0.3$

Faça gráficos com os resultados

2) Implemente o método de Euler implícito. Refaça o experimento do exercício (1) com o método de Euler implícito para observar a estabilidade do método.

3) Considere o método de Heun também chamado de método de Euler estendido.

a) Implemente este método.

b) Compare o desempenho deste método com o de Euler usando a EDO teste

$$\begin{cases} y' = -y \\ y(0) = 1 \end{cases}, t \in [0, 2], \text{ com os passos, } h=0.4 \text{ e } h=0.2 \text{ e } h=0.1$$

c) Mostre que este método tem erro local de truncamento da ordem $O(h^3)$. (dica: use a expansão de Taylor – em duas variáveis - do método de Heun e a expansão de Taylor da solução exata e mostre que elas coincidem até a segunda derivada. Se você quiser pode pensar no método de Heun aplicado a EDOs autônomas, o que simplifica as expressões mas contém o essencial da ideia).