

Análise Numérica

Exercícios de sala de aula, 27/09

- 1) Use o método de extrapolação de Richardson para estender o passo de Euler no método de Euler para equações diferenciais. Faça com que o novo passo de Euler passe de ter erro local de truncamento da ordem $O(h^4)$ ao invés do original $O(h^2)$.
- 2) Implemente a integração pela regra do trapézio e pela regra de Simpson (amostragem igualmente espaçada do intervalo de integração) e use ambos os métodos para achar uma estimativa de $\int_0^1 \frac{4}{1+t^2} dt$ (sugestão: amostre o intervalo $[0, 1]$ em 100 pontos). Compare a precisão dos métodos quando o número de pontos de amostragem do integrando é o mesmo.
- 3) Mostre que o método do trapézio, com amostragem igualmente espaçada, tem um erro de ordem $O(h^2)$, onde h é o espaço entre os pontos amostrados. Isto é, $\int_a^b f(t)dt - T(f, a, b) = O(h^2)$. Você pode considerar o método aplicado apenas nos pontos a e b (dois pontos na amostra)
- 4) Mostre que o método de Simpson, com amostragem igualmente espaçada, tem um erro de ordem $O(h^4)$, onde h é o espaço entre os pontos amostrados. Isto é, $\int_a^b f(t)dt - T(f, a, b) = O(h^4)$. Você pode considerar o método aplicado apenas nos pontos a , $\frac{a+b}{2}$ e b (três pontos na amostra).
- 5) Implemente o método de Romberg para estimar a integral do exercício 2.