Cap. 6. Movimento Oscilatório

6.1. Introdução

Exemplos:

- Oscilações de um barco nas ondas
- Oscilações do pêndulo de um relógio
- Vibrações das partículas da corda de um violino
- Vibrações das moléculas do ar, quando o som se propaga
- Movimentos microscópicos dos átomos num sólido, em torno das suas posições de equilíbrio

Oscilação - Acontece quando um sistema em equilíbrio estável é perturbado (mas não "demasiado")

O sistema oscila em torno da sua posição de equilíbrio.

Corpos, partículas em movimento - estamos ainda no domínio da **mecânica**

No entanto há outro tipo de fenómenos em que há oscilações, não de partículas, mas de valores de certas variáveis (sinais elétricos, magnéticos ...).

Estes fenómenos podem ser também estudados com base em considerações sobre os movimentos oscilatórios.

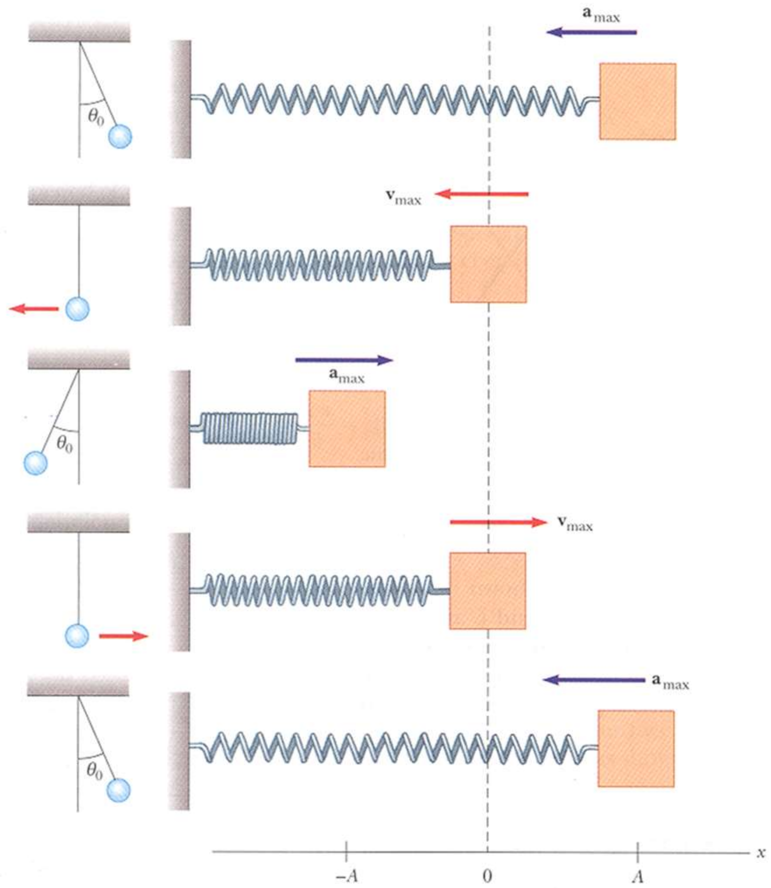
6.2. O Movimento Harmónico Simples

O estudo de um movimento pode ser feito de duas diferentes perspetivas:

- Estabelecer as “leis do movimento” partindo da observação e depois tentar perceber porque é que as características do movimento são as que são.
- Ver primeiro quais são as forças aplicadas ao sistema e a partir da segunda lei de Newton estabelecer as leis do movimento. Depois devemos verificar se o movimento está de acordo com o que foi previsto.

Características do movimento harmónico simples

Seguindo a 1ª opção - vamos observar o movimento:



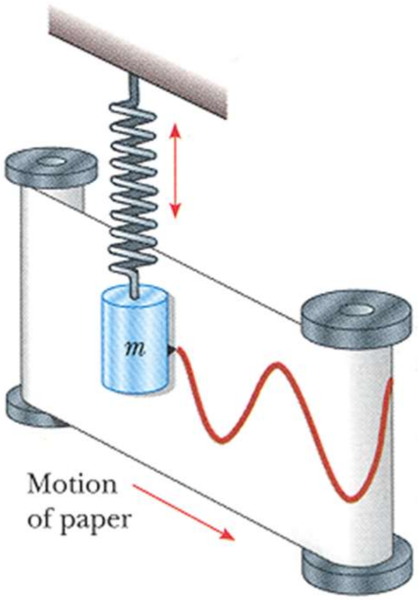
O corpo oscila em torno da posição de equilíbrio — *Equilíbrio $\rightarrow x = 0$*

O número de oscilações por segundo é constante — *Frequência*

O movimento é periódico — *Período*

O corpo vai oscilar entre duas posições extremas, igualmente espaçadas em relação à posição de equilíbrio — *Amplitude*

Equação de movimento



A variação da posição em função do tempo segue uma lei do tipo sinusoidal. Pode ser descrita por:

$$x(t) = A\,\mathrm{sen}\left(\frac{2\pi}{T}\cdot t + \varphi\right)$$

amplitude

x(t) varia entre:

$$\begin{cases} A & \text{- quando o } \mathrm{sen}(2\pi t/T+\varphi) = 1 \\ -A & \text{- quando o } \mathrm{sen}(2\pi t/T+\varphi) = -1 \end{cases}$$

é uma boa solução!

$$\varpi = \frac{2\pi}{T}$$

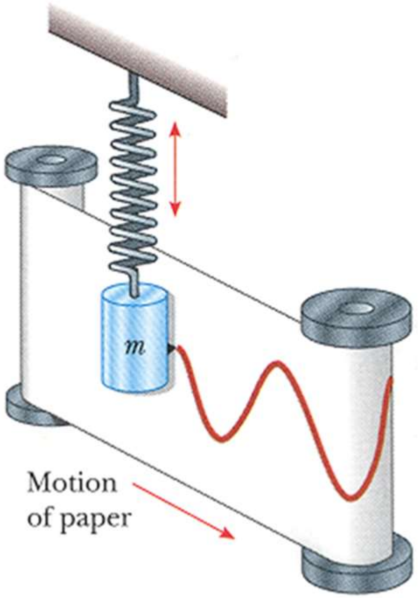
período (T)

fase inicial (ϕ_0)

Verifique que as posições, x(t) correspondentes aos instantes t =T, t =2T, t = 3T, ... são todas iguais.

Se $t = 0 \rightarrow x(t) = A.\mathrm{sen}\,\varphi$, φ indica a posição em que o corpo inicia o movimento

Posição em função do tempo



Movimento harmónico Simples

Qualquer movimento que se repita a intervalos regulares, diz-se que é um movimento periódico ou harmónico. Se no movimento periódico a posição da partícula é descrita por uma expressão do tipo:

$$x(t) = A.\sin(\omega t + \phi)$$

diz-se que o movimento é harmónico simples (MHS).

Velocidade e aceleração em função do tempo

Universidade do Minho

Posição:

$$x(t) = A\,\mathrm{sen}(\omega t + \phi)$$

Velocidade:

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$

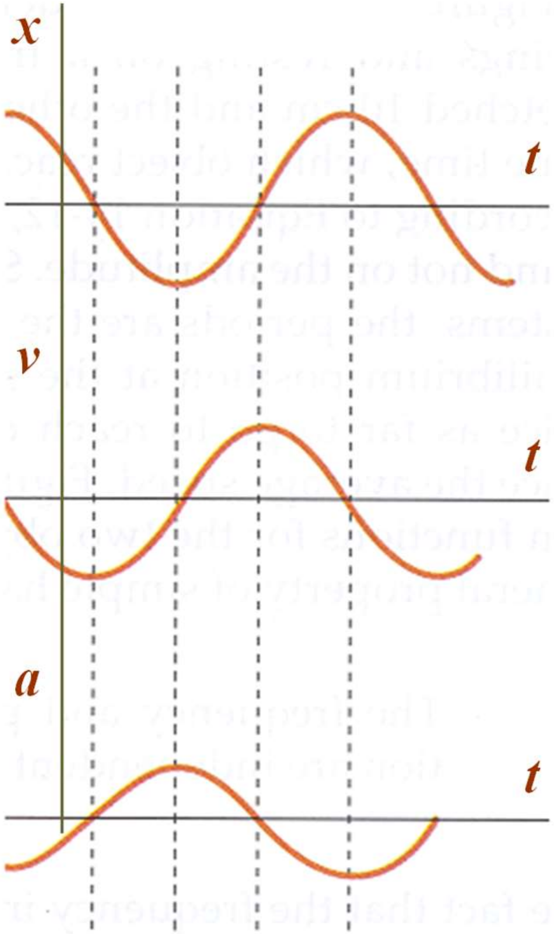
$$v(t) = \omega A \cos(\omega t + \phi)$$

Aceleração:

$$a(t) = \frac{dv}{dt}$$

$$a(t) = -\omega^2 A\,\mathrm{sen}(\omega t + \phi)$$

$$a(t) = -\omega^2 \cdot x(t)$$



$v_{máx}=\omega A$, quando x=0 e onde a=0

$a_{máx}=\omega^2 A$, quando x=±A e quando v=0

Aplicação da 2ª lei de Newton

Seguindo a 2ª opção - vamos prever o movimento a partir das forças aplicadas:

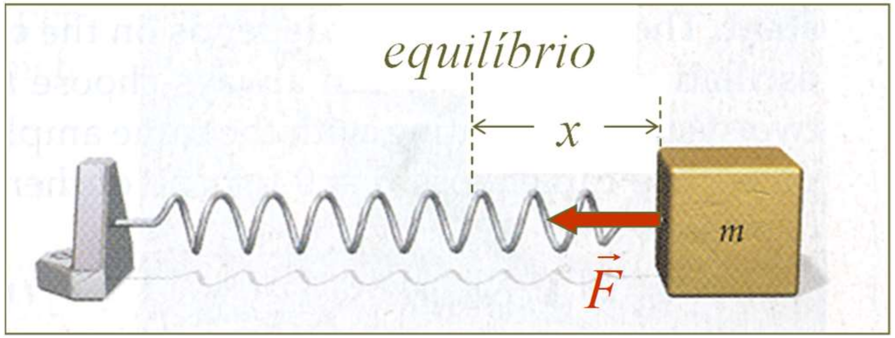
Para prever a posição, a velocidade e a aceleração é necessário estudar as forças responsáveis pelo movimento.

A relação entre as forças aplicadas a um corpo e a aceleração do corpo é estabelecida pela 2ª lei de Newton. Conhecendo a aceleração é depois fácil estabelecer as leis da posição e da velocidade em função do tempo.

O "tratamento" da 2ª lei de Newton para obter a relação entre o oscilador e o movimento será feito de uma forma, que permite estabelecer a equação diferencial do movimento e a partir daí obter a descrição do movimento.

Que forças provocam o movimento harmónico ?

Um corpo ligado a uma mola oscila quando é afastado da posição de equilíbrio.



- na posição de equilíbrio:

$$\vec{F}_{mola \to corpo} = \vec{0}$$

- fora da posição de equilíbrio:

$\vec{F}_{mola \to corpo}$ *aumenta quando x aumenta*

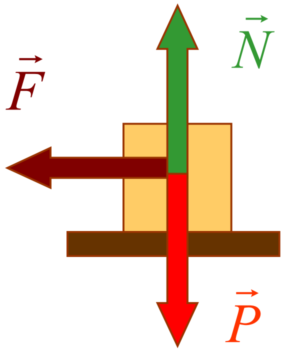
$\vec{F}$ (que a mola exerce sobre o corpo)

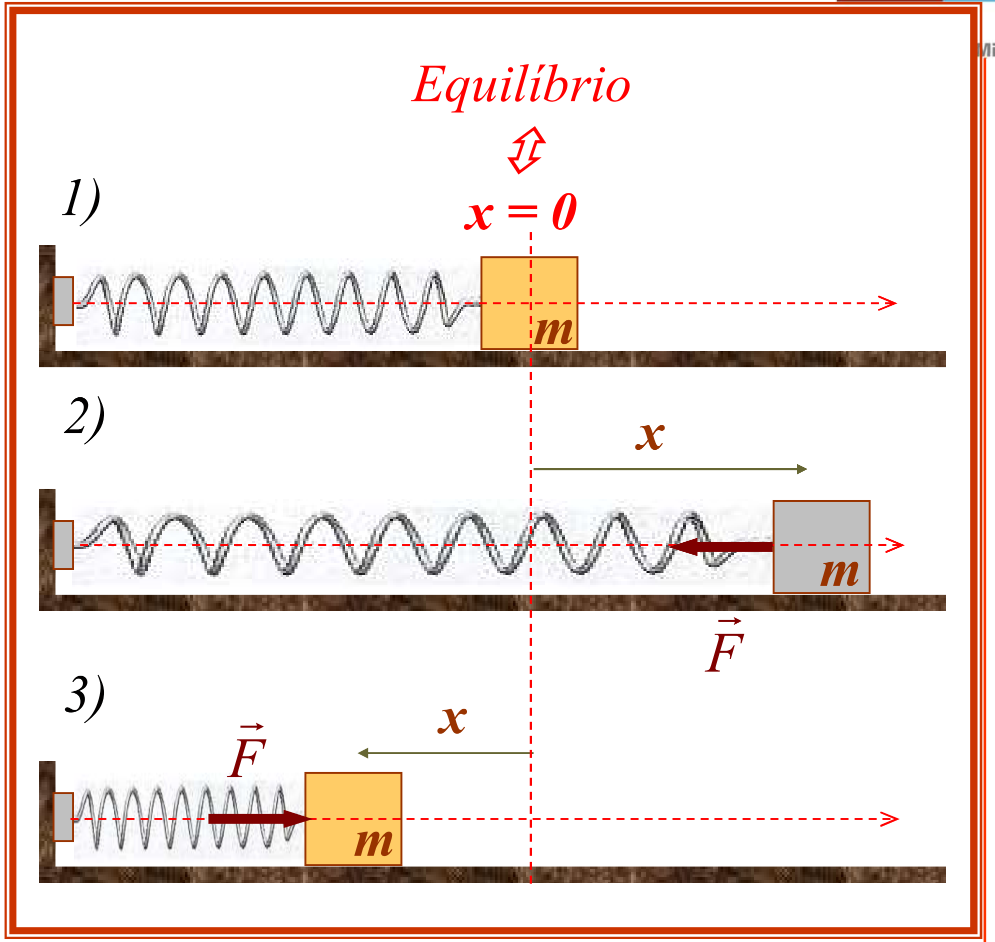
$$\boxed{\vec{F} = -k\vec{x}}$$

- atua na direção do eixo da mola
- tem sempre o sentido contrário ao deslocamento
- é proporcional ao deslocamento

medido em relação à posição de equilíbrio

As forças que atuam





Forças aplicadas sobre o corpo:

P - Peso

N- Reação normal da mesa sobre o corpo

F = -kx   Força exercida pela mola

k – constante de elasticidade da mola

Aplicando a 2ª lei de Newton:

$$yy' \quad \Rightarrow \quad N - P = m.a_y = 0$$

$$xx' \quad \Rightarrow \quad F = -k.x = m.a_x \quad \Leftrightarrow$$

$$a_x = -\frac{k}{m}x$$

Oscilações de um corpo ligado a uma mola elástica

Universidade do Minho

$$\boxed{a_x = -\frac{k}{m}x}$$

↳ Aceleração não é constante:

- tem o sentido contrário ao deslocamento.
- é proporcional ao deslocamento
- é nula na posição de equilíbrio
- é máxima nos extremos (quando x é máximo)

E a velocidade e o deslocamento como variam ?

Equação diferencial do MHS

vimos atrás que : $a_x = -\frac{k}{m}x$

mas : $a_x = \frac{d^2x}{dt^2}$, então :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \Leftrightarrow \boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0}$$

Equação diferencial do M.H.S.

É necessário encontrar a solução desta equação

ou seja, é necessário encontrar uma função **x = f(t)**, tal que quando se substituir **x** por **f(t)**, satisfaça a equação diferencial.

Podemos dizer que:

$$\boxed{x(t) = A\,\mathrm{sen}\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \varphi\right)}$$

é uma boa solução!

Oscilações de um corpo ligado a uma mola elástica

Falta agora ver qual é o significado desta expressão:

$$x(t) = A\,sen\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\cdot t + \varphi\right)$$

Amplitude - depende das condições iniciais

Frequência angular - *depende das características do oscilador*

$$\omega = \frac{2\pi}{\boldsymbol{T}} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{k}}{\boldsymbol{m}}}$$

Fase inicial - depende das condições iniciais

Exercício 6.1

Uma massa de 30 g está colocada na extremidade de uma mola e oscila na horizontal, com uma amplitude de 10 cm e um período de 2 s.

a) Determine a frequência angular do movimento

b) Calcule a constante de elasticidade da mola

c) Escreva uma equação x(t) que descreva a distância da massa à posição de equilíbrio.

a) $$\omega = \frac{2\pi}{2} = 3{,}14 \text{ rad/s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

b) $$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$k = \omega^2 m = \pi^2 .0{,}03 = 0{,}296 \text{ N/m}$$

c) $$x(t) = A\text{sen}(\varpi t + \varphi_0)$$

$$x(t) = 0{,}1\,\text{sen}(3{,}14t) \quad (\text{m})$$

Exercício 6.2

Considere um corpo que descreve um movimento harmónico simples segundo a equação:

$$x(t)=0{,}3\,\mathrm{sen}\left(5\pi\, t+\frac{\pi}{4}\right)\ \text{(SI)}$$

Calcule:

a) a frequência angular do movimento

b) a amplitude

c) o período do movimento

d) a fase inicial

e) a posição do corpo para t=2 s.

$$x(t) = A\,\mathrm{sen}(\varpi t + \varphi_0)$$

a) $\omega = 5\pi$ rad/s

b) A= 0,3 m

c) $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ $\qquad T = \dfrac{2\pi}{5\pi} = 0{,}4\ s$

d) $\varphi_0 = \dfrac{\pi}{4}$ rad

e)

$$x(t=2s)=0{,}3\,\mathrm{sen}\left(10\pi+\frac{\pi}{4}\right)$$

$$x(t=2s)=0{,}3\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right)= 0{,}21\mathrm{m}$$

Exercício 6.3

Considere um corpo que descreve um movimento harmónico simples segundo a equação:

$$x(t) = 0{,}5\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{4}t\right) \quad \text{(SI)}$$

Calcule:

a) a sua velocidade para t = 2 s;

b) a sua aceleração para t = 2 s.

$$x(t) = A\,\mathrm{sen}(\varpi t + \varphi_0)$$

a) $$v(t) = \frac{dx}{dt} = 0{,}5 \cdot \frac{\pi}{4}\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) \ \ (m/s)$$

$$v(t=2s) = \frac{\pi}{8}\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

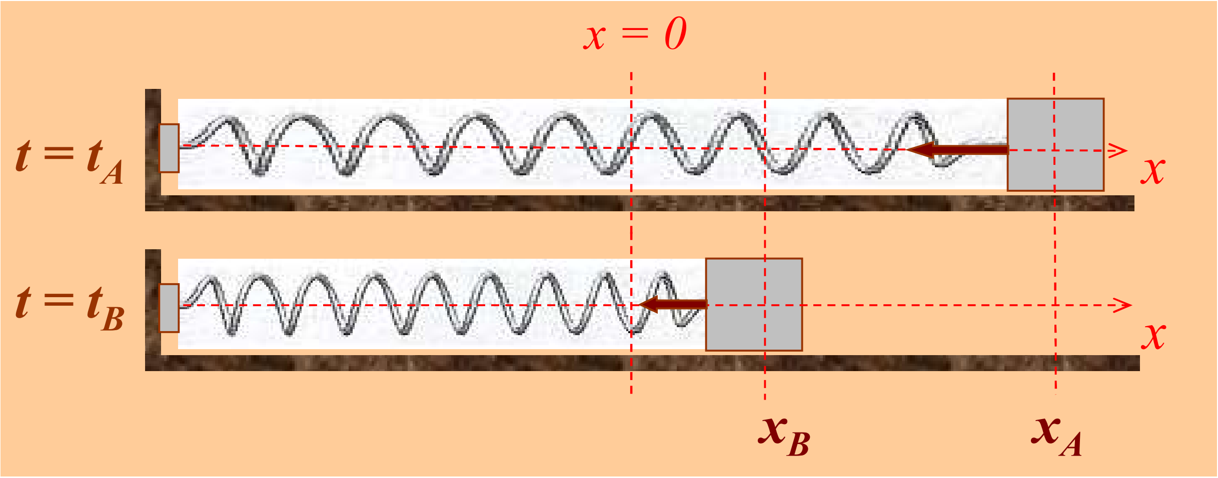
b) $$a(t) = \frac{dv}{dt} = -0{,}5 \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 \mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{4}t\right)$$

$$a(t=2s) = -0{,}5 \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 \mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{4}.2\right) = -\frac{\pi^2}{32} \quad m/s^2$$

Considerações sobre Energia

Vimos atrás que a força que atua no corpo é: **F= - kx**

Vamos agora calcular o trabalho realizado por esta força, quando o corpo se move entre as posições $\mathbf{x_A}$ e $\mathbf{x_B}$



Como a força elástica é uma força conservativa, em que o trabalho realizado pela força elástica não depende do caminho percorrido, mas apenas das posições inicial e final, então:

:

$$W_{Fel} = -\Delta Ep_e = -(Ep_{eB} - Ep_{eA})$$

$$E_{pe} = \frac{1}{2} k x^2$$

$$\boxed{W_{AB} = \frac{1}{2} k \left(x_A^2 - x_B^2 \right)}$$

Energia mecânica

Durante o movimento a energia mecânica é conservada:

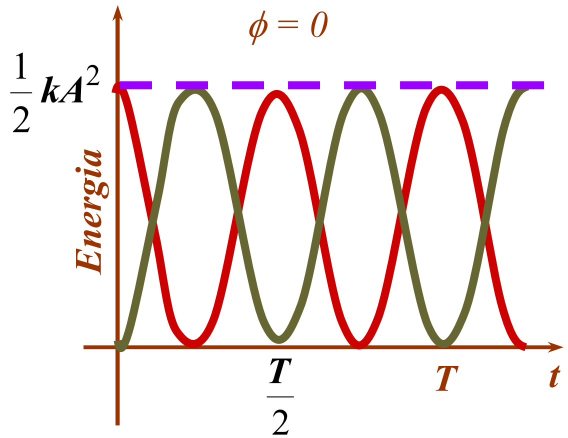
$$\begin{cases} W_{f_{conservativa}} = -\Delta E_{potencial} \\ W_{f_{conservativa}} = \Delta E_{cinética} \end{cases} \Rightarrow -\Delta E_p = \Delta E_c$$

$$E_{pe} = \frac{1}{2} kx^2$$

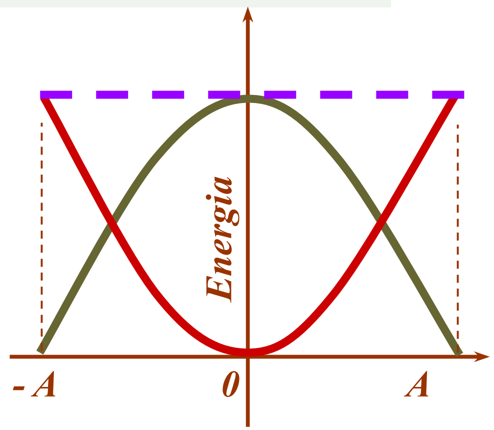
$$E_{Cinética} = \frac{1}{2} mv^2$$

$$E_{potencial} + E_{cinética} = \text{constante}$$

$$\frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \text{constante}$$



$E_c + E_p$



$E_{total} = (1/2)kA^2$

$E_c = E_{total} - E_p$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$ **Energia cinética**

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$ **Energia potencial**

$$E_{cinética} = \frac{1}{2} k \cdot \left[A^2 - x^2\right]$$

$$v = \pm\sqrt{\frac{k}{m} \cdot \left[A^2 - x^2\right]}$$

6.3. Exemplos

1 - Pêndulo simples

2 - Oscilação de um corpo ligado a uma mola (horizontal)

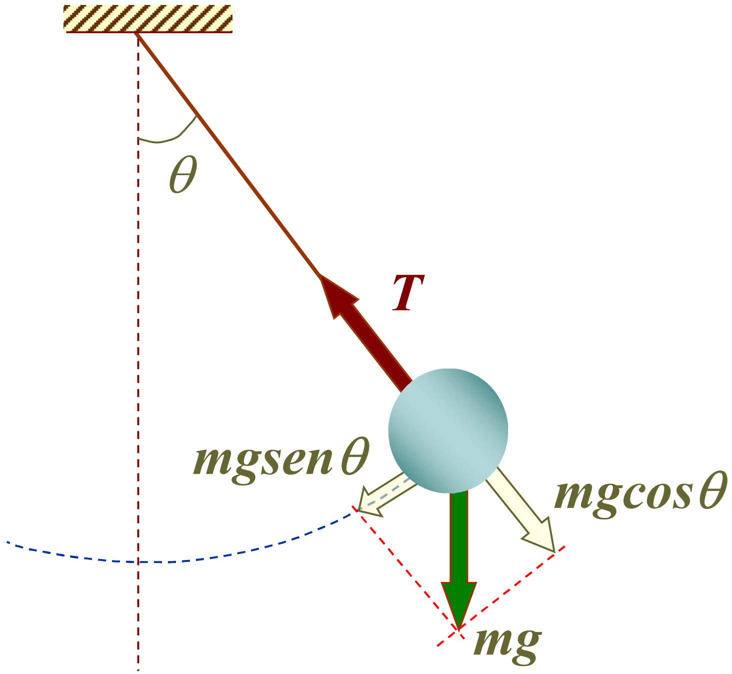
3 - Oscilação de um corpo suspenso numa mola (vertical)

Pêndulo simples

Forças: Tensão, Peso

Aplicando a 2ª lei de Newton:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}$$



Na direção tangente ao movimento:

$$-mgsen\theta = ma_t,$$

$$\text{mas } a_t = \alpha \cdot L, \text{ então:}$$

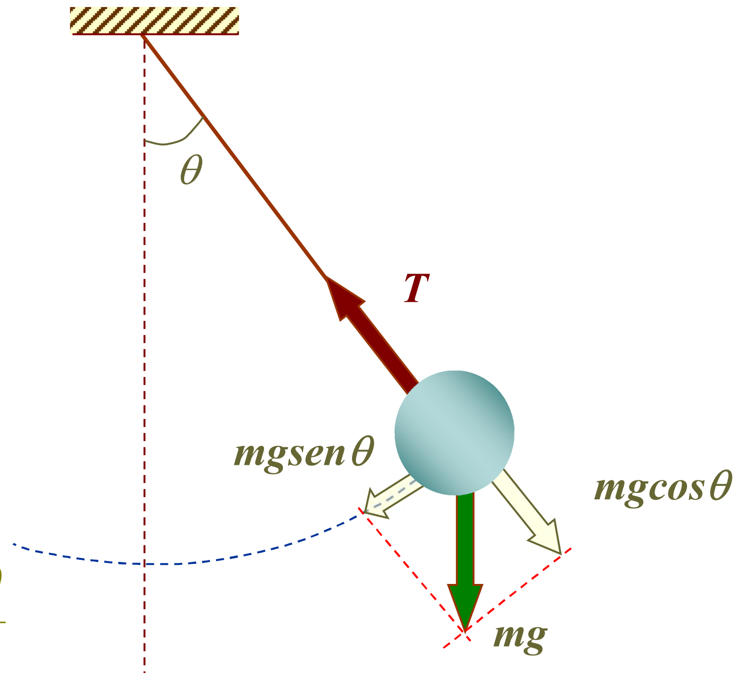
$$-mgsen\theta = m \cdot \alpha \cdot L \Leftrightarrow -gsen\theta = \alpha \cdot L \quad \text{se } \theta \text{ for pequeno, então } sen\theta \approx \theta \text{ e:}$$

$$\boxed{\alpha = -\frac{g}{L}\theta}$$

comparando esta expressão com vemos que: $\boxed{a = -\omega^2 x}$ (calculada atrás)

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}, \ \theta = \text{desl. angular}, \ \alpha = \text{acel. angular}}$$

Podemos resolver o problema de outra forma, recorrendo à equação diferencial do movimento:



Na direção do movimento:

$$-mgsen\theta = ma, \quad \text{mas} \quad a = \alpha \cdot L = L\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$-gsen\theta = L\frac{d^2\theta}{dt^2} \Leftrightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}sen\theta = 0 \qquad se\ sen\theta \approx \theta\ (se\ \theta\ pequeno)$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0$$

Equação diferencial do MHS

A solução da equação diferencial

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0$$

é do tipo: $$\theta(t) = \theta_m \mathrm{sen}(\omega t + \phi_0)$$

em que $$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad e \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Ou seja, a equação que traduz a posição do pêndulo em cada instante é:

$$\boxed{\theta(t) = \theta_m \mathrm{sen}\left(\sqrt{\frac{g}{L}}\,t + \phi_0\right)}$$

- O trabalho da tensão T é nulo (T é perpendicular ao deslocamento pois o raio é perpendicular ao arco)
- A força gravítica é a única que realiza trabalho e como é conservativa a energia mecânica conserva-se

Exercício 6.4

Um pêndulo simples com um comprimento de 2 m encontra-se num local onde g = 9.80 $m.s^{-2}$. O pêndulo oscila com uma amplitude de 2º. Considerando que em t=0 s, o pêndulo se encontrava na posição θ=2º, exprima em função do tempo:

a) o seu deslocamento angular, θ(t);

b) a sua velocidade angular, ω(t);

c) a sua aceleração angular, α(t);

d) a sua velocidade linear, v(t);

e) a sua aceleração centrípeta, a_n(t);

a) $\theta(t) = \theta_m \text{sen}(\omega t + \phi_0)$ $\quad \theta_m = 2x\frac{\pi}{180} = 0{,}0349 \text{ rad}$ $\quad \omega = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{\frac{9{,}8}{2}} = 2{,}214 \text{ rad/s}$

$$\theta_0 = \theta_m = 0{,}0349 \text{ rad} \Rightarrow \phi_0 = \frac{\pi}{2}\text{rad}$$

$$\theta(t) = 0{,}0349\text{sen}(2{,}214t + \frac{\pi}{2}) \quad \text{rad}$$

b)

$$\frac{d\theta}{dt} = 0{,}077\cos(2{,}214t + \frac{\pi}{2}) \quad \text{(rad/s)}$$

c)

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} = -0{,}171\text{sen}(2{,}214t + \frac{\pi}{2}) = \text{-}4{,}9\ \theta(t)$$

d)

$$v = L\frac{d\theta}{dt}$$

e)

$$a_n^2 = \frac{v^2}{L} = L\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$$

Oscilação de um corpo ligado a uma mola (horizontal)

Exercício 6.5

Um corpo de massa 4 kg oscila sobre um plano horizontal, ligado a uma mola elástica (k=40 N/m). O corpo foi deslocado 10 cm para a direita da posição de equilíbrio e abandonado. Calcule:

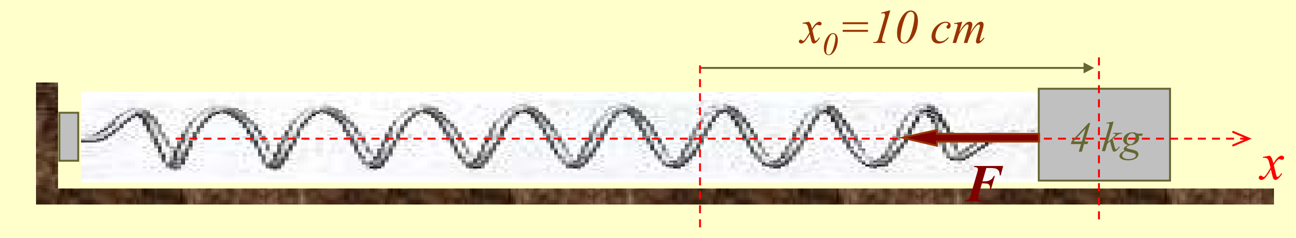
a) a equação diferencial do movimento.

b) a amplitude, a frequência e o período do movimento.

c) a equação que define a posição do corpo em qualquer instante.

d) a velocidade máxima e a aceleração máxima.

e) a energia cinética e a energia potencial quando o corpo está 5 cm afastado da posição de equilíbrio.



Resolução

a) $\vec{F}_R = -k\,\vec{x}$ $\qquad -kx = ma \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{d^2x}{dt^2} + 10x = 0$

b) A=0,1 m $\qquad \omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \sqrt{\dfrac{40}{4}} = 3{,}16\ rad/s$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 0{,}503\ Hz \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = 1{,}99\ s$$

c)

$$x(t) = A.sen(\omega t + \phi_0)$$

$x_0 = 0{,}10\ \mathrm{m} \quad \Rightarrow \phi_0 = \dfrac{\pi}{2}$ rad $\qquad x(t) = 0{,}10.\mathrm{sen}(3{,}16t + \dfrac{\pi}{2})$ (m)

d) $v_{máx} = \omega A = 0{,}316$ m/s $\qquad a_{máx} = \omega^2 A = 1$ m/s^2

e) $E_{cinética} = E_{mec\ total} - E_p = \dfrac{1}{2}kA^2 - \dfrac{1}{2}kx^2$ $\qquad E_{cin} = 20.(0{,}1^2 - 0{,}05^2) = 0{,}15$ J

$E_{potencial} = \dfrac{1}{2}k\,x^2$ $\qquad E_p = 20.0{,}05^2 = 0{,}05$ J

Oscilação de um corpo suspenso numa mola (vertical)

Universidade do Minho

Exercício 6.6

Um corpo de massa 100 g, é suspenso numa mola ($k = 10^3$ N/m).

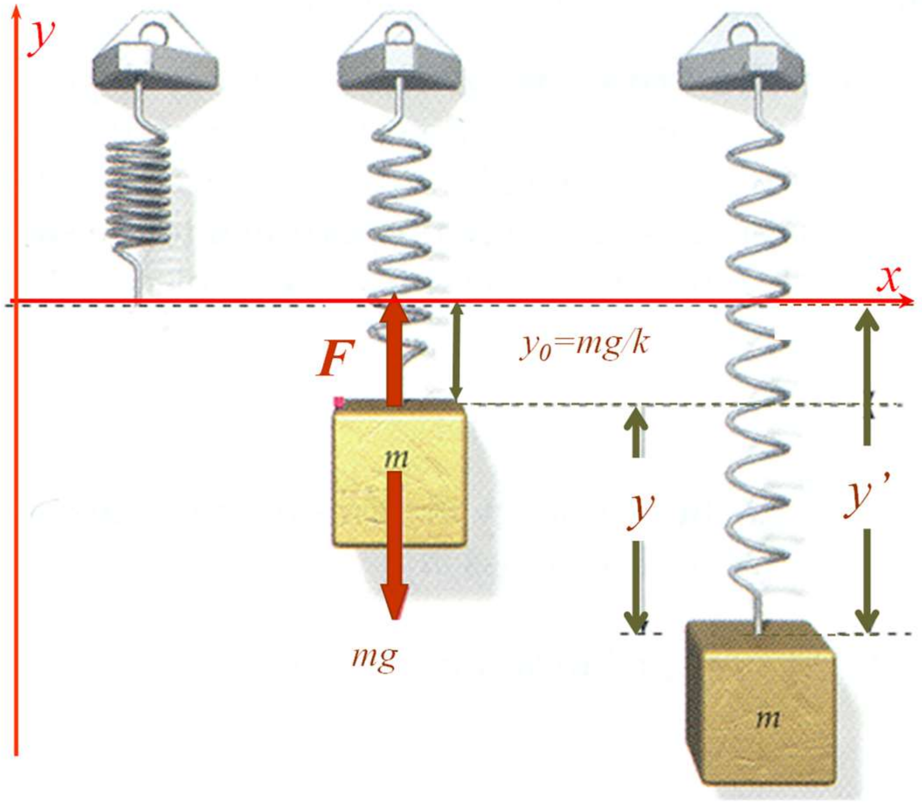
a) Determine a posição de equilíbrio do sistema.

Se o corpo for afastado 15 cm (para baixo) da posição de equilíbrio, calcule:

b) A equação do movimento.

c) A velocidade máxima.

d) A energia cinética, quando o corpo está a 5 cm da posição de equilíbrio.



Universidade do Minho

Resolução

a) *Aplicando a 2ª lei de Newton, na situação de equilíbrio:* $\sum \vec{F} = 0 \Leftrightarrow -ky_0 = mg$

O movimento é um MHS, como no caso em que a mola está num plano horizontal, mas o "centro do movimento" deixa de coincidir com a posição de equilíbrio da mola, e passa a ser a posição em que a força da mola equilibra o peso.

b) $F_R = -k\,y' - mg \longrightarrow -k(y + y_0) - mg = ma \longrightarrow -k\,y = ma$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{k}{m}y = 0 \Leftrightarrow \frac{d^2y}{dt^2} + 10^4 y = 0$$

Cuja solução já é conhecida: $\boxed{y(t) = A.sen(\omega t + \phi_0)}$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1000}{0{,}1}} = 100 \text{ rad/s} \qquad y(t) = 0{,}15.sen(100t + \frac{\pi}{2}) \quad (m)$$

c) $v_{máx} = \omega A = 15$ m/s

d) $E_c = \frac{1}{2}k \cdot \left[A^2 - x^2\right]$ $\qquad E_c = 500.(0{,}15^2 - 0{,}05^2) = 10$ J

Exercício 6.7

Um oscilador harmónico simples consiste num bloco com uma massa de 1 kg, ligado a uma mola com constante de elasticidade de 100 N/m. No instante t=0 s o bloco encontrava-se na posição x= 0,1 m, movendo-se no sentido negativo do eixo dos x, com uma velocidade de 2 m/s. Determine:

a) a amplitude das oscilações e o valor da fase inicial φ.

b) a função x(t) que descreve a posição do bloco em qualquer instante t.

c) a velocidade e a aceleração do bloco quando x=0,06 m.

d) Calcule a energia total do sistema oscilador para t=5 s.

a) como

$x = A\,\text{sen}(\omega t + \varphi)$, para t=0 s $x_0 = A\,\text{sen}(\varphi)$ → $0,1 = A\,\text{sen}(\varphi)$, logo $\text{sen}(\varphi)>0$

$v = \omega A\cos(\omega t + \varphi)$, $v_0 = \omega A\cos(\varphi)$ → $-2 = 10A\cos(\varphi)$ logo $\cos(\varphi)<0$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10 \text{ rad/s}$$

dividindo uma pela outra $-0,05 = \text{tg}(\varphi)/10$ → $\varphi = 153,4^{o} = 2,677$ rad ou $\varphi = 333,4^{o} = 5,81$ rad

Solução correta $\varphi = 153,4^{o} = 2,677$ rad logo A = 0,223 m

b) $x = 0,223\,\text{sen}(10t + 2,677)$ (x em m e t em s)

c) x = 0,06 m $a = -\omega^2 x = -(10)^2 * 0,06 = -6 \text{ m/s}^2$

$$E_c = \frac{1}{2}k\cdot\left[A^2 - x^2\right]$$

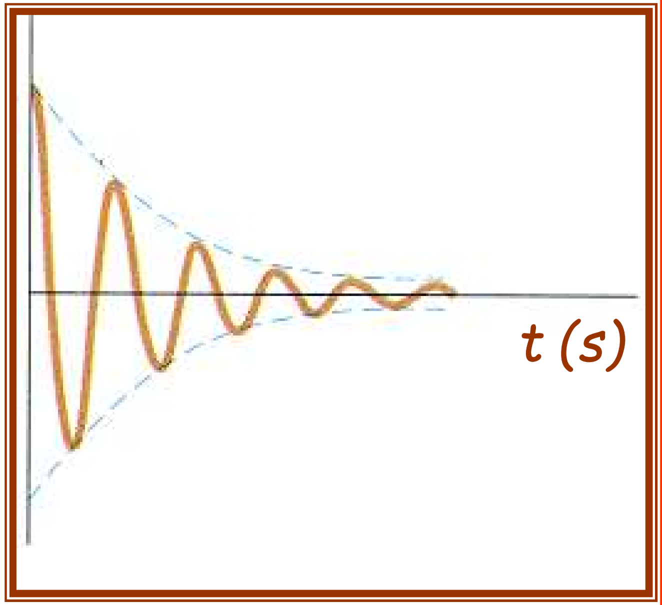
$E_c = 50.(0,223^2 - 0,06^2) = 2,306$ J $v^2 = 2.E_c/m$ $v = \pm 2,15$ m/s

d)

$E_{total} = (1/2)kA^2 = 50.0,223^2 = 2,49$ J

6.4 Oscilações amortecidas

No movimento harmónico simples até agora descrito as oscilações têm uma amplitude constante, e portanto o movimento mantém-se indefinidamente. No entanto a experiência diz-nos que, num corpo que oscila, a amplitude decresce gradualmente com o tempo até este parar, isto é, as oscilações são amortecidas.



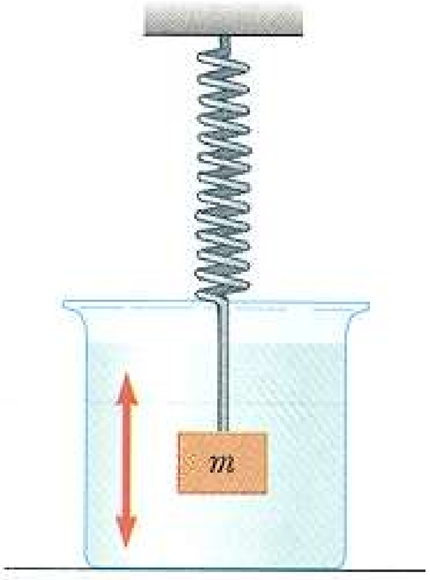
Este amortecimento, como se sabe, é devido a forças de atrito que se opõem ao movimento e que gradualmente degradam a amplitude das oscilações.

Um corpo que se desloque dentro de um fluido (um gás ou um líquido) sofre uma força de viscosidade (uma força de atrito) que, para velocidades relativamente baixas, se verifica que é proporcional à velocidade. Vamos assim tomar uma força de atrito da forma: $\mathbf{F_a} = -\boldsymbol{\lambda}.\mathbf{v}$.

Oscilações amortecidas

Força resultante:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_{elástica} + \vec{F}_{atrito} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{m.a = - k.x - c.v}$$



$$m\frac{d^2x}{dt^2} + c\frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

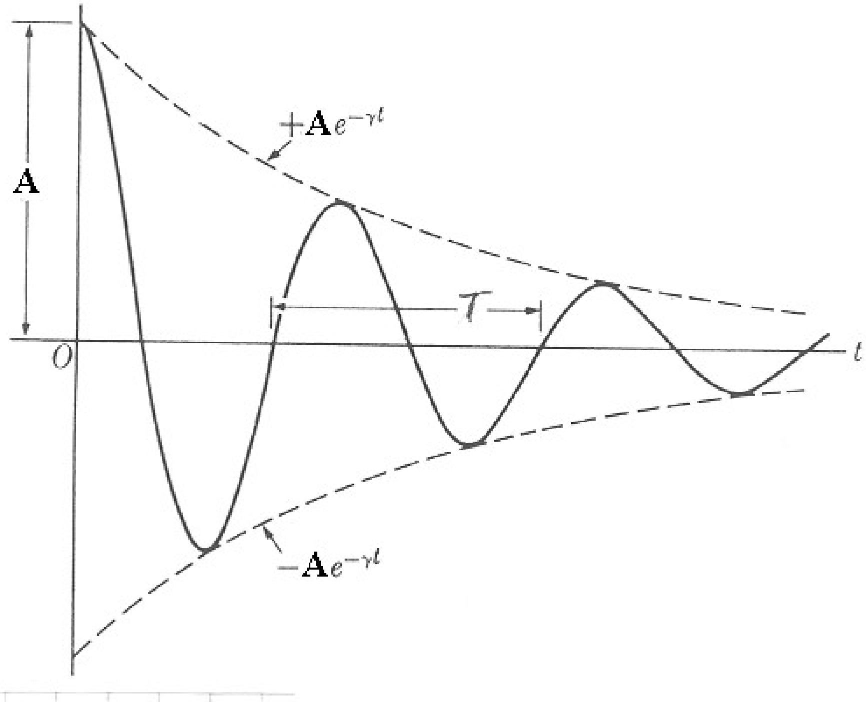
em que se fez $2\gamma = c/m$ e $\omega_0^2 = k/m$

Amortecimento fraco ($\gamma < \omega_0$)

Neste caso temos uma solução do tipo:

$$x = A_0 . e^{-\gamma t} . \text{sen}(\omega . t + \phi)$$

Com: $$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = \sqrt{k/m - c^2/4m^2}$$



Exercício 6.7

Um pêndulo com um comprimento de 1 m é libertado de um ângulo inicial de 15º. Depois de 500 períodos, e devido ao atrito a sua amplitude reduziu-se para 5,5º. Calcule o valor de γ.

Neste caso $\gamma \ll \omega_0$ $\quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$ $\quad$ Podemos considerar $\omega \approx \omega_0$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{\frac{9{,}8}{1}} = 3{,}13\ \text{rad/s}$$

$$x = A_0 . e^{-\gamma t} . \text{sen}(\omega t + \varphi)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2{,}007\ \text{s}$$

$$(2\gamma = \lambda/m)$$

500 períodos correspondem a $\quad t = 2{,}007 * 500 = 1003{,}5\ s$

$$A = A_0 . e^{-\gamma t}$$

$$5{,}5 = 15 . e^{-\gamma\, 1003{,}5} \Longleftrightarrow \ln(5{,}5/15) = -1003{,}5\gamma$$

$$\gamma = 0{,}001\ \text{s}^{-1}$$

Energia do oscilador amortecido

Amortecimento fraco: $x = A_0 . e^{-\gamma t} . \mathrm{sen}(\omega . t + \varphi)$

A amplitude diminui porque o sistema "perde" energia para o exterior (atrito).

A energia do oscilador é proporcional à amplitude, então a energia (média, por ciclo) pode ser calculada por:

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 \left[A_0 e^{-\gamma t} \right]^2$$

ou: $$E = E_0 e^{-2\gamma t}, \quad em\ que:\ E_0 = \frac{1}{2} m \omega^2 A_0^2$$

constante