Tópicos

Fenómenos ondulatórios:
- Equação de onda;
- Ondas transversais e longitudinais;

Objetivos de aprendizagem

- Conhecer a diferença entre ondas longitudinais e transversais
- Relacionar velocidade, frequência e comprimento de onda;
- Aplicar a equação de onda à propagação de impulsos em diferentes meios.
- Resolver problemas envolvendo fenómenos ondulatórios

Estudo recomendado:
- R. Resnick, D. Halliday, "Fundamentos de Física", Livros Técnicos e Científicos Editora, Rio de Janeiro (2011) **(cap 16)**

Questão inicial

A Escala Richter, foi desenvolvida em 1935 pelos sismólogos Charles Francis Richter e Beno Gutenberg, ambos membros do California Institute of Technology (Caltech), que estudavam sismos no sul da Califórnia. É uma escala logarítmica, de base 10, utilizada para quantificar a magnitude de um sismo.

Que caraterísticas de uma onda sísmica determinam a quantidade de energia que transportada pela onda:

(i) a amplitude;

(ii) a frequência;

(iii) a amplitude e a frequência;

(iv) nem a amplitude nem a frequência

Costa de Honshu, Japão - 11 de março de 2011, magnitude 8.9.

No final do cap. 5 (parte 3) deve saber responder a esta questão

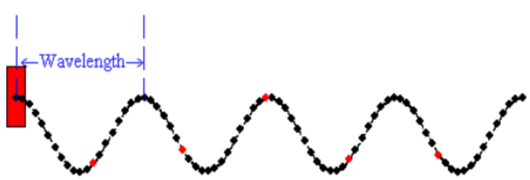
As ondas estão por todo o lado…

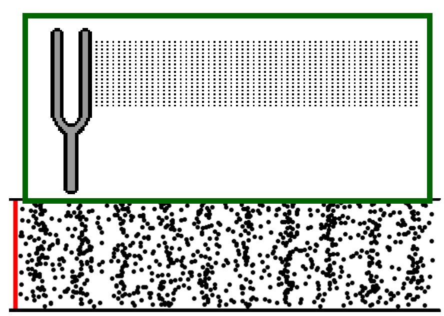
TRANSMISSÃO DE INFORMAÇÃO

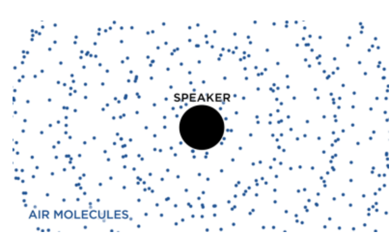
	emissão	propagação	deteção
som	vibração de um objecto	onda de pressão (mecânica)	ouvido (membrana)
luz	oscilação de cargas elétricas	onda de luz (eletromagnética)	olho (retina)

….e toda a informação chega até nós através das ondas

O que é uma onda?







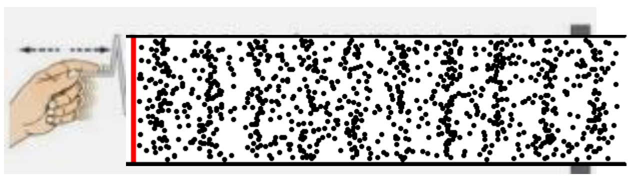
Uma onda é uma perturbação que se propaga.

As perturbações num sistema em equilíbrio que originam um movimento oscilatório podem propagar-se no espaço (ou no vazio) à sua volta, sendo percebidas noutros pontos do espaço.

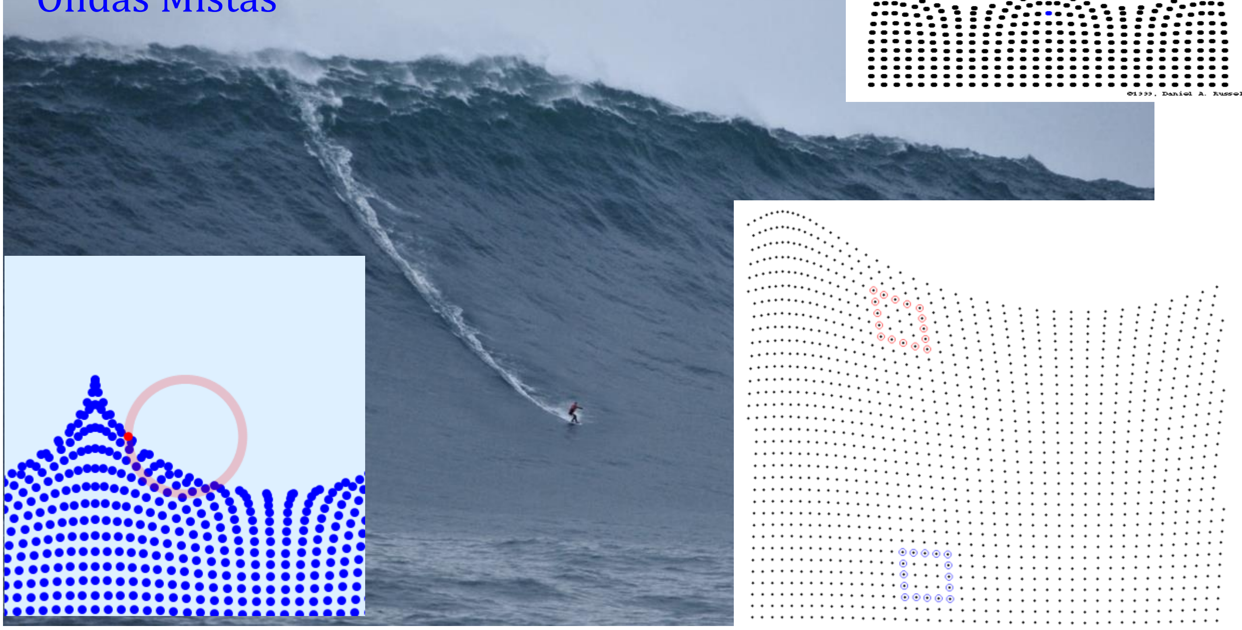
Tipos de propagação

Nas ONDAS TRANSVERSAIS o movimento das partículas é perpendicular à direcção de propagação

Nas ONDAS LONGITUDINAIS as partículas movem-se na direcção de propagação



Ondas Mistas



Tipos de ondas

Ondas Mecânicas – precisam de um meio físico para se propagarem e obedecem às Leis de Newton (ondas sonoras, da água, sísmicas)

Ondas Eletromagnéticas – não precisam de meio físico para se propagarem viajando, no vácuo à velocidade $c \approx 3\text{x}10^8\ \text{ms}^{-1}$ (radiação eletromagnética)

Ondas de Matéria – ondas associadas a partículas fundamentais, como os eletrões.

Onda harmónica sinusoidal

Fig. 14 | Propagação de um sinal harmónico sinusoidal.

Uma onda sinusoidal é o exemplo mais simples de uma onda periódica e pode ser usada para construir ondas mais complexas.

A **onda harmónica** corresponde à **propagação do sinal harmónico** num meio.

$$y(t) = y_m \text{ sen } (\omega t)$$

Frequência (f) = frequência da fonte que gera o sinal harmónico;

Amplitude (A) = amplitude do sinal harmónico = módulo da elongação máxima;

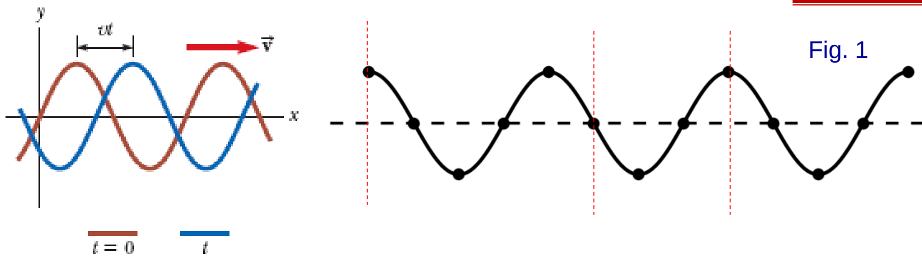
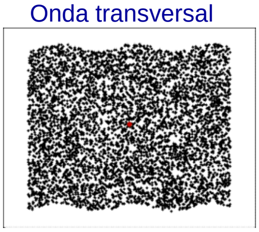


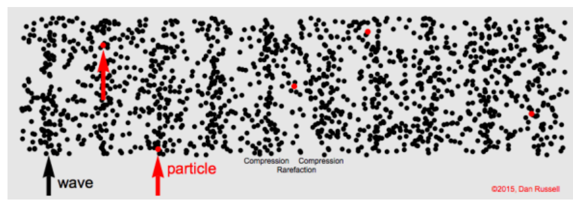
Fig. 1

A figura 1 representa o movimento da **onda progressiva** (move-se para a direita) mas cada um dos elementos do meio (e.g. corda) **tem um movimento harmónico** neste caso perpendicular à direção de propagação da onda (direcção y), por ser uma onda transversal. É importante distinguir o movimento dos elementos do meio, do movimento da onda. São movimentos diferentes.

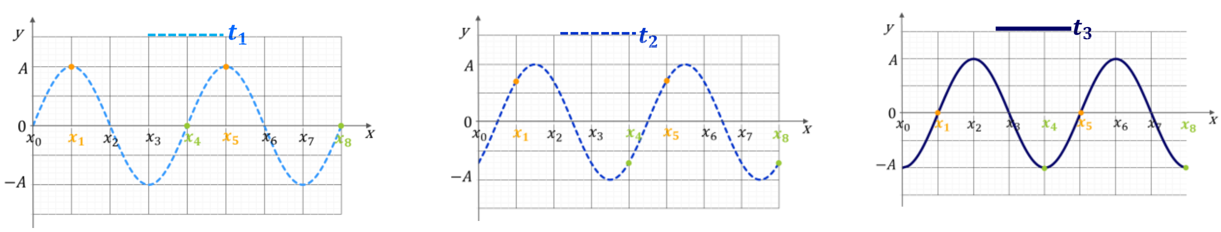
Onda transversal



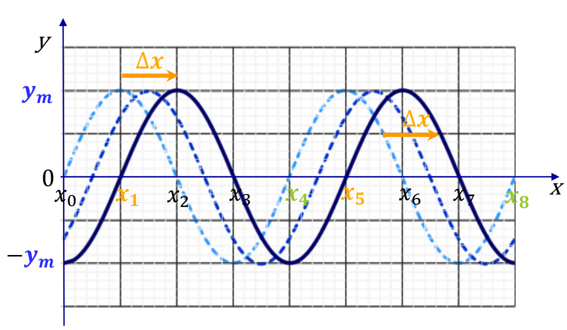
Onda longitudinal



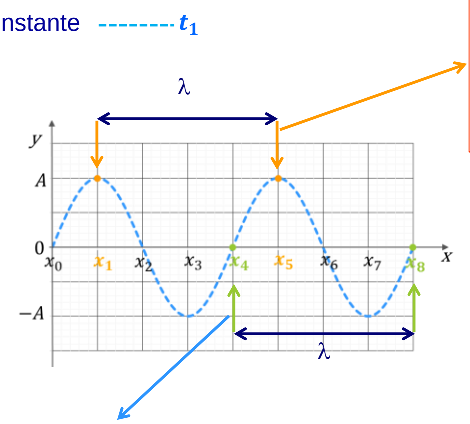
Propagação



Entre o instante t_1e t_3 a **onda propagou-se** tendo-se **deslocado** Δx ;



Periodicidade espacial



Pontos com **igual elongação**
($y = y_m = A$)
⇓
Igual estado de vibração

Pontos com **igual elongação** ($y = 0$)
⇓
Igual estado de vibração

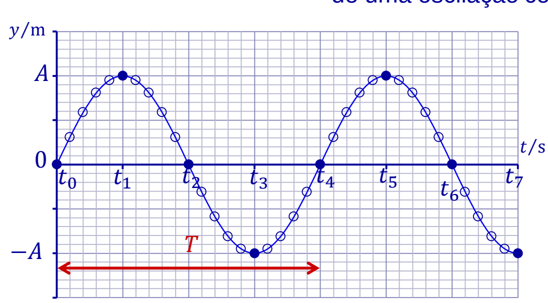
λ - Comprimento de onda

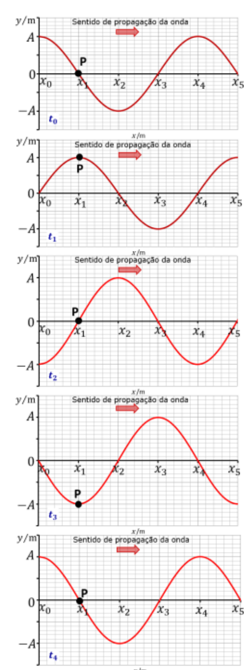
distância entre dois pontos consecutivos que se encontram no mesmo estado de vibração

Periodicidade temporal

No **intervalo de tempo t_0 a t_4 o ponto P executa uma oscilação completa.**

Período (T): intervalo de tempo necessário para a execução de uma oscilação completa.





Periodicidade

Espacial *vs* **Temporal**

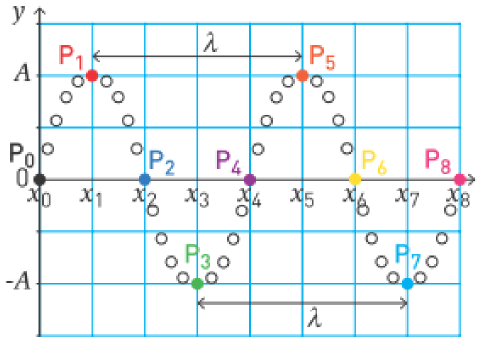


Fig. 18 | Elongação em função da posição dos pontos do meio $y(x)$ num determinado instante.

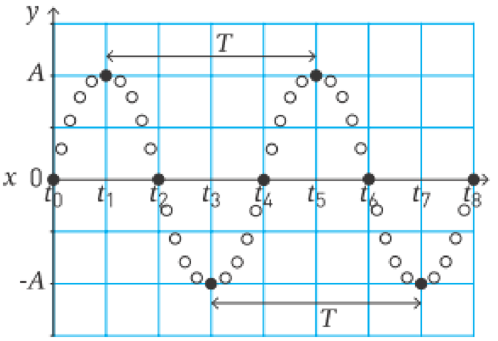
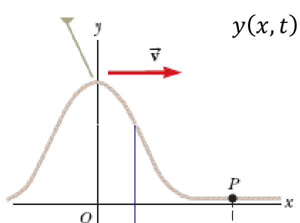


Fig. 19 | Elongação em função do tempo $y(t)$ do ponto P_0 do meio.

A **distância** entre dois pontos do meio sucessivos, **no mesmo estado de vibração** é igual a um **comprimento de onda;**

O **intervalo de tempo**, entre dois instantes mais próximos, em que um ponto do meio repete **o mesmo estado de vibração**, é igual a um **período**.

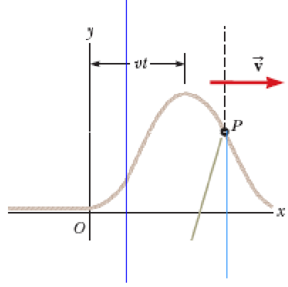
Descrição do movimento ondulatório



$$y(x,t)_{t=0} \Leftrightarrow y(x,0) = f(x)$$

velocidade de propagação ou velocidade de fase

Como o pulso tem uma velocidade $\boldsymbol{v}$, para a direita, no instante $\boldsymbol{t > 0}$, está mais à direita a uma distância $\boldsymbol{vt}$.



Se a forma do pulso se mantiver (sem atrito). No instante $\boldsymbol{t}$ a forma do pulso é a mesma que para $\boldsymbol{t = 0}$. Em consequência, um elemento de corda, na posição $\boldsymbol{x}$ no instante $\boldsymbol{t}$ tem a mesma posição $\boldsymbol{y}$ que um elemento localizado a $\boldsymbol{x - vt}$ tinha em $\boldsymbol{t = 0}$.

$$y(x,t) = y(x - vt, 0)$$

Em geral pode representar-se y para todas as posições e instantes, medido no referencial estacionário O, como:

$$y(x,t) = f(x - vt)$$

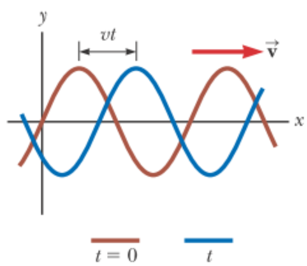
EQUAÇÃO DE UMA ONDA HARMÓNICA SINUSOIDAL

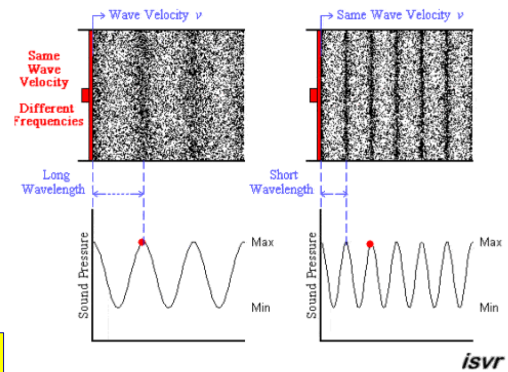
Sentido de propagação →

$y(x,t) = f(x - vt)$

← Sentido de propagação

$y(x,t) = f(x + vt)$





$$y(x,t) = y_m sen(kx - \omega t + \phi)$$

y_m – Amplitude (elongação máxima)

$(kx - \omega t + \phi)$ - ângulo de fase (rad)

ϕ – fase inicial (ou constante de fase)

k – número de onda: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

ω – frequência angular: $\omega = 2\pi f$

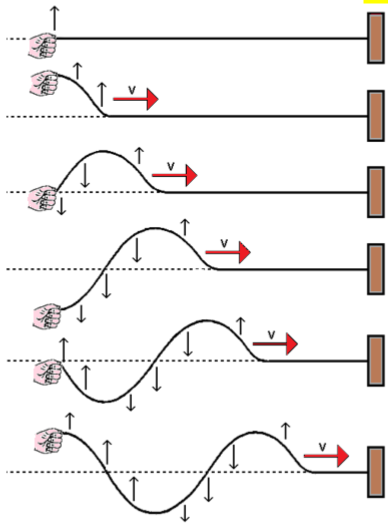
v – velocidade de propagação: $v = \lambda f$

De que depende a velocidade de propagação da onda mecânica?

Num meio homogéneo, a velocidade de propagação de uma onda, mantém-se constante.

VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO

NUMA CORDA TENSA



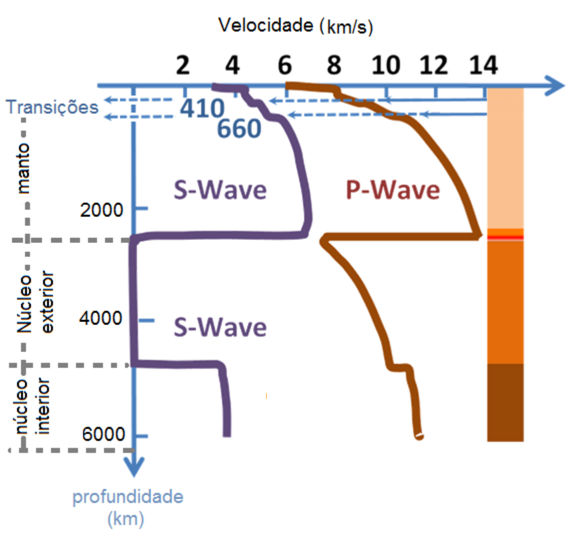
Intensidade da tensão na corda (T)

$$v_{prop} = \sqrt{\frac{Tensão}{\mu}}$$

Massa da corda por unidade de comprimento: $\mu = \frac{m}{L}$

VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO

NUM SÓLIDO



Módulo de elasticidade do meio (módulo de Young)

$$v_{prop} = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

Massa volúmica: $\rho = \frac{m}{V}$

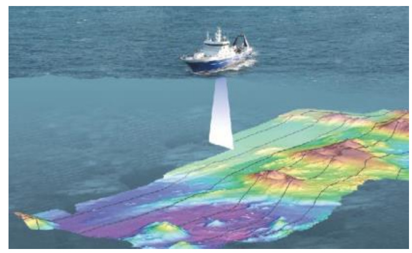
Velocidade de propagação

Em fluidos

$$v_{prop} = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

Módulo de compressibilidade do meio

Massa volúmica:
$\rho = \frac{m}{V}$



Velocidade de propagação

$$v_{corda} = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \qquad v_{sólido} = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \qquad v_{fluído} = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

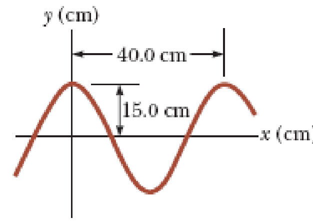
$$v_{propagação} = \sqrt{\frac{\text{parametro relacionado a elasticidade do meio}}{\text{parâmetro relacionado com a massa do meio}}}$$

Maior elasticidade → Maior velocidade de propagação

Maior massa → Menor velocidade de propagação

Checkpoint 4.3.1

Uma onda sinusoidal desloca-se no sentido positivo dos x. Tem uma amplitude de 15.0 cm, um comprimento de onda de 40.0 cm e uma frequência de 8.00 Hz. A posição vertical de um elemento do meio em t =0 e em x = 0 é também 15.0 cm (ver figura).



a) Calcule o nº de onda k, *o período T, a frequência angular* ω e a velocidade v da onda.
b) Escreva a equação de onda.

Velocidade de propagação e velocidade de oscilação

Não confundir a velocidade de propagação da onda com a velocidade de oscilação de um elemento do meio.

$$\boxed{\boldsymbol{y(x,t) = y_m sen(kx - \omega t + \phi)}}$$

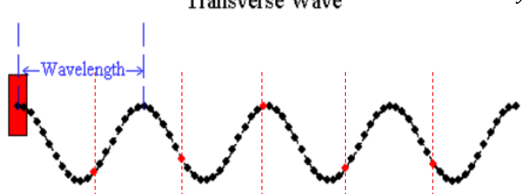
propagação

Numa corda

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}}$$

$$v = \lambda f = \frac{\omega}{k}$$

Transverse Wave



oscilação

$$v_y = \left(\frac{dy}{dt}\right)_{x=\text{const}} = -\omega y_m cos(kx - \omega t + \phi)$$

$$a_y = \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)_{x=\text{const}} = -\omega^2 y_m sen(kx - \omega t + \phi)$$

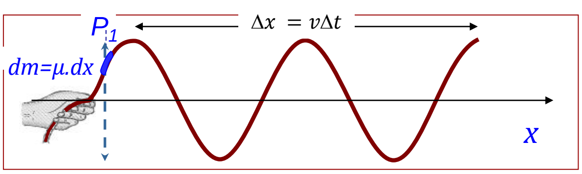
Checkpoint 4.3.2

Uma onda que se propaga numa corda é descrita pela seguinte equação:

$$y(x,t) = 3.27 \times 10^{-3} sen(72.1x - 2.72t) \text{ (SI)}$$

a) Identifique qual a amplitude da onda;
b) Qual o comprimento de onda, o período e a frequência?
c) Qual a velocidade de propagação?
d) Qual é o deslocamento, velocidade e aceleração de um ponto localização na posição $x = 22.5$ cm, no instante t=18.9 s

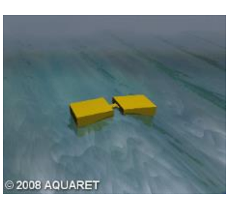
Energia transportada por uma onda



Cada elemento ***dm*** tem energia cinética e potencial.
Continuamente: Energia Cinética ↔ Energia Potencial.

Energia total = energia cinética máxima: $E = \frac{1}{2} m v_{y(\text{máx})}^2$

Para um elemento da corda a energia *dE:*



$$dE = \frac{1}{2} dm v_{y(\text{máx})}^2 = \frac{1}{2} \boxed{dx \cdot \mu} \cdot \boxed{\omega^2 y_m^2}$$

massa do elemento Δm

Quadrado da velocidade máxima desse elemento

$dm=\mu.d\,x$

$$v_y = -\omega y_m \cos(kx - \omega\, t + \phi)$$

Energia total de um elemento de corda:

$$dE = \frac{1}{2} dx \cdot \mu \cdot \omega^2 y_m^2$$

Integrando a expressão para todos os elementos de corda contidos num comprimento de onda, obtemos a energia total contida num comprimento de onda:

$$E_\lambda = \int_0^\lambda dE = \int_0^\lambda \frac{1}{2} \cdot \mu \cdot \omega^2 y_m^2 \cdot dx$$

$$\boxed{E_\lambda = \frac{1}{2} \cdot \mu \cdot \omega^2 y_m^2 \lambda}$$

À medida que a onda se desloca na corda, esta quantidade de energia passa num elemento de corda durante o tempo equivalente a um período. Portanto, a potência, (taxa de transferência de energia) associado à onda mecânica é:

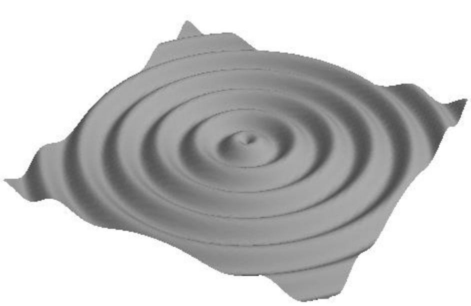
$$P_\lambda = \frac{E_\lambda}{T} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \mu \cdot \omega^2 y_m^2 \lambda}{T} = \frac{1}{2} \cdot \mu \cdot \omega^2 y_m^2 \frac{\lambda}{T}$$

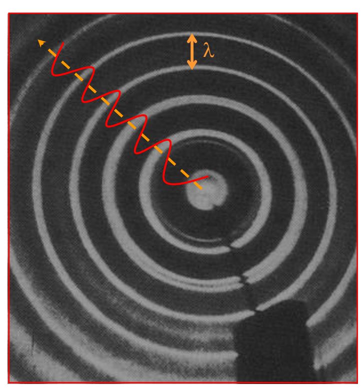
$$\boxed{P_\lambda = \frac{1}{2} \cdot \mu \cdot \omega^2 y_m^2 v}$$

Propagação de uma onda a 2 dimensões (fonte pontual)

Se uma pedra cair dentro de um tanque com água, perturbação propaga-se em todas as direcções, a todos os pontos da superfície da água, gerando-se à superfície uma onda bidimensional.

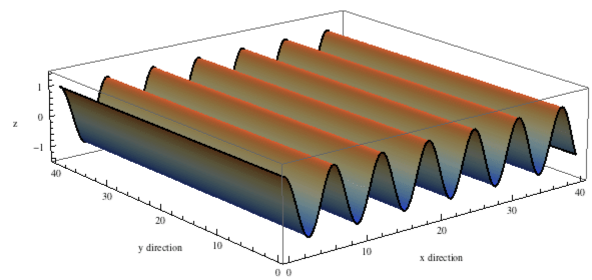
Os círculos são constituídos por todos os pontos que, num dado instante se encontram na mesma fase de vibração. Diz-se que estes pontos estão sobre uma frente de onda.



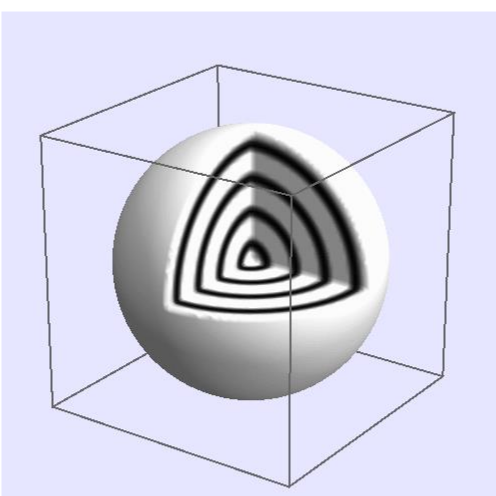


Propagação de uma onda a 2 dimensões (fonte linear)

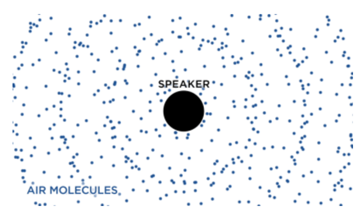
Aqui as frentes de onda são linhas retas

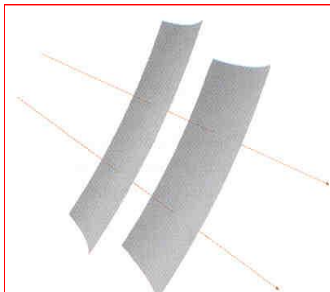


Propagação de uma onda a 3 dimensões (fonte pontual)



Quanto mais afastado da fonte, mais as ondas se aproximam de uma onda plana





Propagação de uma onda em três dimensões

Relembre os objetivos de aprendizagem…..

- Conhecer a diferença entre ondas longitudinais e transversais
- Relacionar velocidade, frequência e comprimento de onda;
- Aplicar a equação de onda à propagação de impulsos em diferentes meios.
- Resolver problemas envolvendo fenómenos ondulatórios

… certifique-se que foram atingidos.