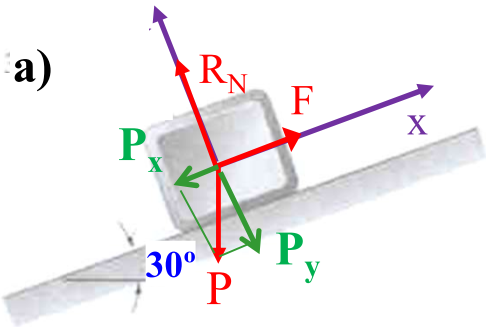
Exercício 3.4. Um corpo de 1,0 kg encontra-se num plano inclinado que forma um ângulo de 30º com a horizontal. Qual a aceleração do corpo, se aplicarmos uma força de 8 N, paralela ao plano, dirigida:

a) para cima; (3,1 m/s^2)

b) para baixo. (12,9 m/s^2)

P = mg = 1 x 9,8 = 9,8 N e F = 8 N

a)



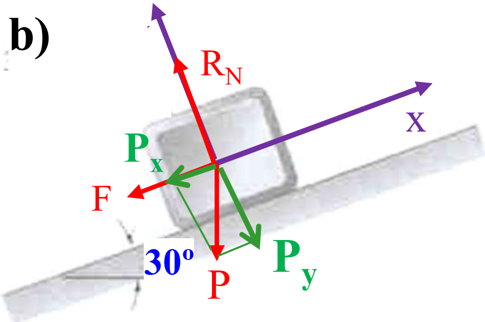
Considerando o sentido positivo dos x, ao longo do plano inclinado para cima e o dos y, perpendicularmente ao plano, para cima:

Aplicando a 2ª lei de Newton:

$$\begin{cases} \sum F_x = ma \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} F - mg\,\text{sen}30^\circ = ma \\ R_N - mg\cos 30^\circ = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 8 - 9{,}8\,\text{sen}30^\circ = a \end{cases}$$

a = -3,1 m/s^2

b)



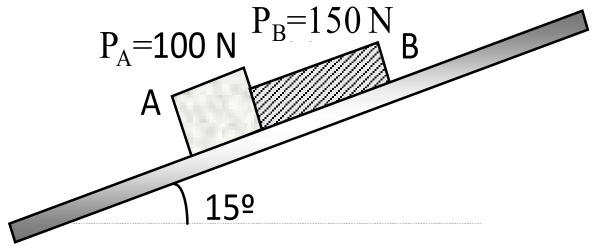
$$\sum F_x = ma \qquad -F - mg\,\text{sen}30^\circ = ma \qquad -8 - 9{,}8\,\text{sen}30^\circ = a$$
$$\sum F_y = 0$$

a = -12,9 m/s^2

Ex. 3.6. Considere os três blocos representados na figura e que o coeficiente de atrito cinético entre o plano inclinado e a caixa B é de 0.15 e entre o plano inclinado e a caixa A é de 0.25. Sabendo que o peso de A é 100 N e o peso de B é 150 N e que as caixas estão em contacto quando libertadas, determine:

a) a aceleração de cada caixa. (0.76 m/s^2)

b) a força exercida pela caixa A sobre a caixa B. (5.8 N)

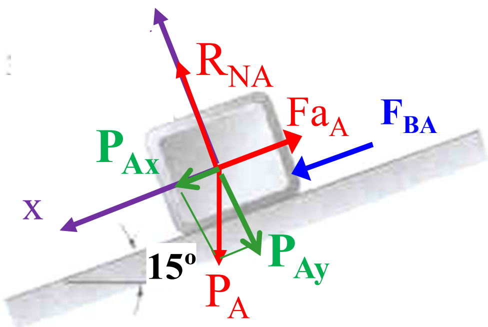


a)

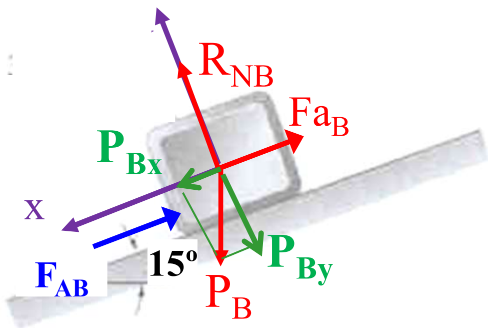
O coeficiente de atrito da caixa A, que vai à frente, é maior do que o da caixa B, pelo que seguem juntos ($a_A = a_B = a$). Se o B fosse à frente, então teria uma aceleração maior do que a de A. Considerando o sentido positivo dos x, ao longo do plano inclinado para baixo e o dos y, perpendicularmente ao plano, para cima:

Aplicando a 2ª lei de Newton:

$$\begin{cases} \sum F_x = ma \\ \sum F_y = 0 \end{cases}$$



Para a caixa A



Para a caixa B

$$\begin{cases} m_A g \text{ sen}15^o - Fa_A + F_{BA} = m_A a \\ R_{NA} - m_A g \cos 15^o = 0 \\ F_{aA} = \mu_{cA} R_{NA} = 0{,}25 \text{ x } 100 \text{ x } \cos 15^o \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_B g \text{ sen}15^o - Fa_B - F_{AB} = m_B a \\ R_{NB} - m_B g \cos 15^o = 0 \\ F_{aA} = \mu_{cA} R_{NA} = 0{,}15 \text{ x } 150 \text{ x } \cos 15^o \end{cases}$$

Aplicando a 2ª lei de Newton para o conjunto (ou somando as eq. de A e B):

$$m_A g \, \text{sen}15^o - Fa_A + m_B g \, \text{sen}15^o - Fa_B = (m_A + m_B)\, a$$

$F_{aA} = 24{,}15$ N e $F_{aB} = 21{,}73$ N

$m_A g = 100$ N e $m_B g = 150$ N

Logo $a = 0.76$ m/s^2

b) Utilizando a equação para a caixa A

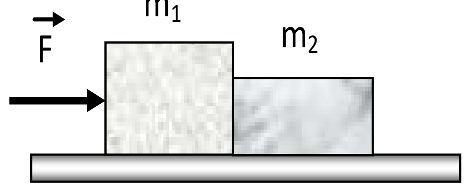
$$m_A g \, \text{sen}15^o - Fa_A + F_{BA} = m_A a$$

$F_{BA} = 5{,}8$ N

Ex. 3.7. Dois blocos estão em contacto sobre uma mesa plana sem atrito. Uma força horizontal é aplicada a um dos blocos conforme indicado na figura.

a) Se m_1 = 3.0 kg, m_2 = 2.0 kg e F = 6 N, determine a força de contacto entre os dois blocos.

b) Suponha que a força F seja aplicada a m_2, ao invés de m_1. Obtenha o módulo da força de contacto entre os corpos.

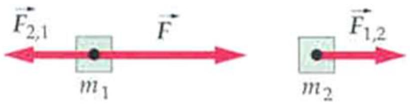


a) Considerando o sentido positivo dos x, para a direita, e sabendo que $a_1 = a_2 = a$:

Aplicando a 2ª lei de Newton para o conjunto: $\sum F_x = ma$

$$F = (m_1 + m_2)\, a \qquad \mathbf{a = 1{,}2}\ \ m/s^2$$

Aplicando o princípio da 2ª lei de Newton a cada uma das caixas, individualmente:



caixa 1: $F - F_{2/1} = m_1 a$

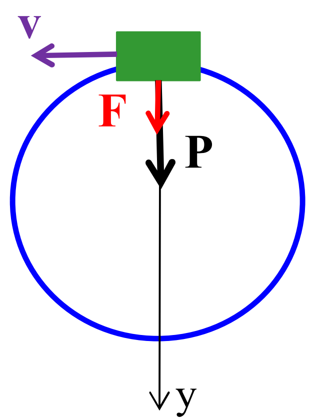
caixa 2 : $F_{1/2} = m_2 a$

$$F_{1/2} = 2{,}4 \text{ N}$$

b) Do mesmo modo: $F = (m_1 + m_2)\, a$ $\mathbf{a = 1{,}2}\ \ m/s^2$

caixa 1: $F_{2/1} = m_1 a = 3 \text{ x } 1.2 = 3{,}6$ N

Ex. 3.11. Um homem faz oscilar um balde cheio de água num plano vertical, numa circunferência de 0,75 m de raio. Qual a menor velocidade que o balde deverá ter no topo da circunferência para que não derrame a água? ($v \geq 2{,}71$ m/s)



A água não cairá se a força gravítica for totalmente utilizada como força normal quando a água atinge o topo da circunferência. Para velocidades grandes é ainda preciso uma força F adicional, para que o balde descreva a trajetória circular

$$\sum F_n = ma_n \quad \Rightarrow \quad F + P = ma_n \qquad a_n = \frac{v^2}{R}$$

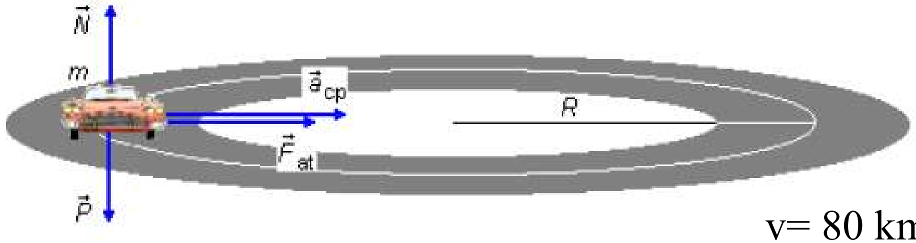
Assim, a menor velocidade para o balde de modo que a água não caia, ocorrerá para F=0, ou quando:

$$mg = m\, v^2/R \qquad v^2 = g.R = 9{,}8 \times 0{,}75$$

$$v \geq 2{,}71 \text{ m/s}$$

Ex. 3.12. Uma curva circular com 100 m de raio está projetada para tráfego que circule a 80 km/h. a) Se a estrada não for inclinada qual o coeficiente de atrito necessário para impedir que os carros, a 80 km/h, saiam da estrada? b) Qual a inclinação em relação à horizontal que a estrada deveria ter se o coeficiente de atrito fosse de 0,25?

a)



v= 80 km/h= 80/3,6 m/s = 22,2 m/s

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \\ \sum F_n = ma_n \end{cases} \qquad \begin{cases} N - P = 0 \\ F_{at} = ma_n \end{cases} \quad \Rightarrow \quad N = mg$$

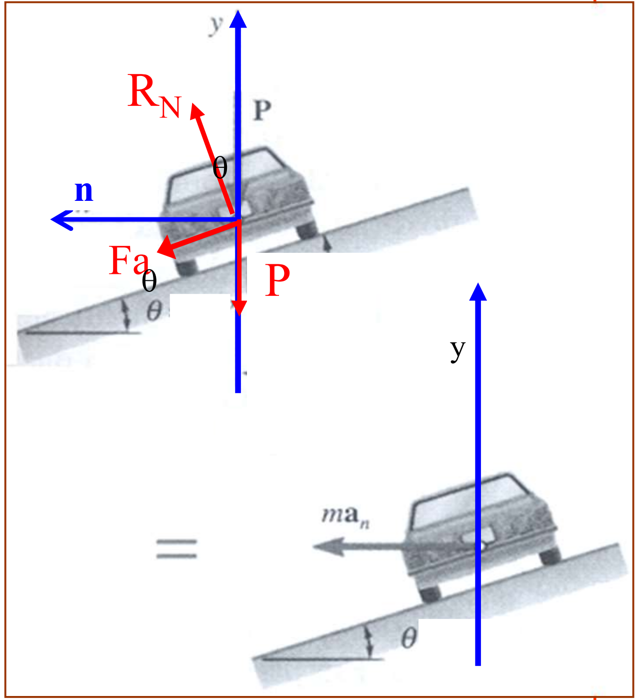
Como $\quad F_{at} = \mu N = \mu\, mg \quad$ e $\quad a_n = \dfrac{v^2}{R}$

$$F_{at} = ma_n \quad \Rightarrow \quad \mu mg = \frac{mv^2}{R} \quad \Rightarrow \quad \mu = \frac{v^2}{gR} = \frac{22{,}2^2}{9{,}8\text{x}100}$$

μ=0,50

Ex. 3.12. **b)** Qual a inclinação em relação à horizontal que a estrada deveria ter se o coeficiente de atrito fosse de 0,25?

$v = 22{,}2$ m/s $\quad \mu = 0{,}25 \quad R = 100$ m



O carro desloca-se **segundo uma trajetória circular horizontal** de raio R, pelo que a componente normal a_n da aceleração está dirigida para o centro de curvatura. A reação normal, Rn, da estrada é perpendicular à estrada, e a força de atrito, Fa, é paralela à estrada, para baixo, porque se está no limite de se despistar, o carro está com tendência a subir.

Para aplicação da 2ª lei de Newton, temos de considerar a direção da aceleração normal e a segundo a perpendicular (y), na vertical, onde a aceleração é nula:

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \\ \sum F_n = ma_n \end{cases} \qquad \begin{cases} R_N\cos\theta - P - F_a\operatorname{sen}\theta = 0 \\ R_N\operatorname{sen}\theta + F_a\cos\theta = m\, v^2/R \end{cases} \qquad a_n = \frac{v^2}{R}$$

Como $F_a = \mu R_N$ e $P = mg$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_N\cos\theta - \mu R_N\operatorname{sen}\theta = mg \\ R_N\operatorname{sen}\theta + \mu R_N\cos\theta = m\, v^2/R \end{cases} \qquad \begin{cases} R_N(\cos\theta - \mu\operatorname{sen}\theta) = mg \\ R_N(\operatorname{sen}\theta + \mu\cos\theta) = m\, v^2/R \end{cases}$$

Dividindo uma equação pela outra, corta-se R_N de um lado e m do outro:

$$\frac{\cos\theta - \mu\operatorname{sen}\theta}{\operatorname{sen}\theta + \mu\cos\theta} = \frac{g}{v^2/R} \Rightarrow \cos\theta - 0{,}25\operatorname{sen}\theta = 9{,}8\text{x}100/22{,}2^2\,(\operatorname{sen}\theta + 0{,}25\cos\theta)$$

$$\cos\theta - 0{,}496\cos\theta = 1{,}985\operatorname{sen}\theta + 0{,}25\operatorname{sen}\theta$$

$$0{,}504\cos\theta = 2{,}235\operatorname{sen}\theta \Rightarrow \operatorname{tg}\theta = 0{,}226 \Rightarrow \theta = 12{,}7^o$$

Ex. 3.14. Um prato de gira-discos roda a 33,5 rpm. Constatou-se que um pequeno objeto colocado sobre o prato fica em repouso em relação a ele se a distância ao centro for menor que 10 cm, mas escorrega se a distância for maior.

a) Qual o coeficiente de atrito estático entre o objeto e o prato?

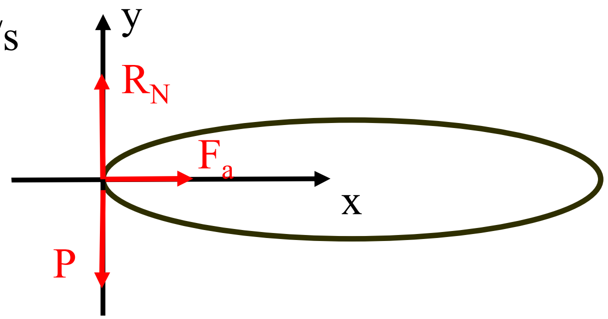
b) A que distância máxima do eixo o objeto pode ser colocado sem escorregar, se o prato girar a 45 rpm?

a) $\omega = 33{,}5 \text{ rpm} = 33{,}5 \times 2\pi/60 \text{ rad/s} = 3{,}5 \text{ rad/s}$

$R = 10 \text{ cm} = 0{,}1 \text{ m}$

$v = \omega R = 0{,}35 \text{ m/s}$

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$



$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \\ \sum F_n = ma_n \end{cases} \quad \begin{cases} R_N - P = 0 \\ Fa = m v^2/R \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} R_N = mg \\ \mu\, mg = mv^2/R \end{matrix}$$

$$\mu = \frac{v^2}{gR} = \frac{0{,}35^2}{9{,}8 \times 0{,}1} = 0{,}125$$

$$F_a = \mu R_N = \mu\, mg$$

b)

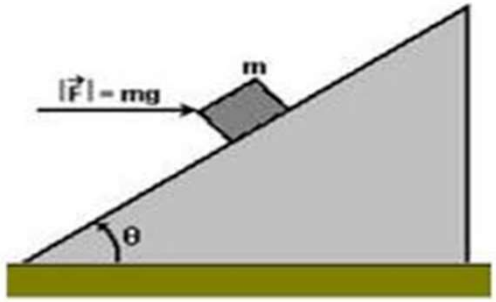
$\omega = 45 \times 2\pi/60 \text{ rad/s} = 4{,}71 \text{ rad/s}$

$v = \omega R$

$$Fa = m v^2/R \Rightarrow \mu\, mg = m(\omega R)^2/R \Rightarrow \mu g = \omega^2 R \qquad R = \mu\, g/\omega^2$$

$$R = 0{,}125 \times 9{,}8/4{,}71^2 = 0{,}055 \text{ m}$$

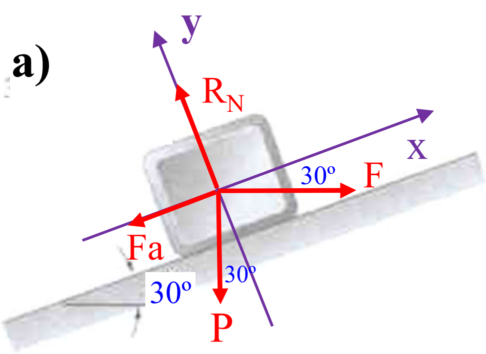
Ex. 3.17 Um bloco de massa m = 10 kg está sobre um plano inclinado de 30° em relação à horizontal. Aplica-se uma força F sobre o bloco, horizontal, com um módulo igual ao do peso do corpo, como mostrado na figura. O coeficiente de atrito entre o plano e o bloco é μ=0,20.



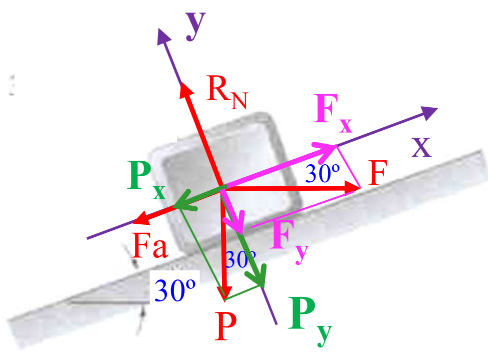
a) Represente um diagrama do corpo livre com todas as forças externas que atuam no bloco

b) Calcule a aceleração do corpo (0,91 m/s^2)

a)



A componente de F segundo x (Fx) é maior do que a componente do peso segundo x (Px), logo o corpo sobe, e a força de atrito é para baixo.



b)

$$F = mg \quad \text{e} \quad Fx = F.\cos30^o = mg.\cos30^o \quad \text{e} \quad Px = mg.\text{sen}30^o$$

$$F_a = \mu R_N$$

$$\begin{cases} \sum F_x = ma \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} Fx - Px - Fa = ma \\ R_N - Py - Fy = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} mg\cos30^o - mg\text{sen}30^o - \mu R_N = ma \\ R_N - mg\cos30^o - mg\text{sen}30^o = 0 \end{cases}$$

$$R_N = mg\cos30^o + mg\text{sen}30^o = 133{,}9\ N$$

$$ma = mg\cos30^o - mg\text{sen}30^o - \mu R_N$$

$$a = 0{,}91\ m/s^2$$