5.3. Um jogador de golfe dá uma tacada numa bola com uma massa de 50 g. A força sobre a bola varia de zero, quando se inicia o contacto, até um valor máximo (quando a bola tem a deformação máxima) e depois volta a zero. Considere que bola deixa o taco com uma velocidade de 44 m/s, e que o contacto ocorreu durante uma distância de cerca de 2 cm (o raio da bola).

a) Calcule o módulo do impulso devido à colisão; (2,2 kg.m/s)

b) Estime a duração da colisão e a força média que atuou bobre a bola. ($9{,}1\text{x}10^{-4}$ s; 2400 N)

a)

$$I = p_f - p_i = mv_f - mv_i$$

$$I = 0{,}050 * 44 - 0{,}050*0 = 2{,}2 \text{ kg.m/s}$$

b)

$$\vec{I} = \vec{F}_{média} \times \Delta t$$

$$W = F \cdot d \cdot \cos(F,d)$$

$$W_{total} = \Delta Ec$$

$$W_{total} = F_{med} * d * \cos 0^{o} = F_{med} * 0{,}02$$

$$W_{total} = Ecf - Eci = (½) m v_f^2 - 0$$

$$F_{med} * 0{,}02 = (½) m v_f^2$$

$$F_{med} = (0{,}05/2) * 44^2 / 0{,}02$$

$$\mathbf{F_{med} = 2420\ N}$$

$$\mathbf{\Delta t = I/F_{med} = 2{,}2/2420 =} 9{,}1\text{x}10^{-4}\ \mathbf{s}$$

5.11. Um rifle com uma massa de 3 kg dispara uma bala de 25 g com uma velocidade de 550 m/s. Calcule:

a) a velocidade de recuo do rifle se ele estiver ligeiramente afastado do ombro. (4,58 m/s)

b) a energia cinética do rifle após o disparo. (31,5 J)

c) a velocidade de recuo se o rifle estiver bem encostado ao ombro, fazendo com que o conjunto tenha uma massa efetiva de 28 kg. (0.491 m/s)

d) a energia cinética transferida para o conjunto rifle-ombro. O chamado coice da arma está relacionado com a energia cinética ganha pela arma. (3.38 J)

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

a)

$$0 + 0 = 3 * v_{rifle} + 0{,}025 * 550$$

b)

$$Ec = (3/2) * 4{,}58^2 = 31{,}5 \text{ J}$$

c)

$$0 + 0 = 28 * v_{rifle} + 0{,}025 * 550$$

$$v_{rifle} = -0{,}491 \text{ m/s}$$

d)

$$Ec = (28/2) * 0{,}491^2 = 3{,}38 \text{ J}$$

5.12. Dois discos idênticos colidem numa pista de hóquei. Um deles (1) estava originalmente em repouso. O outro (2) tinha uma velocidade de 6 m/s e sofreu um desvio de 30º.

a) Calcule o módulo da velocidade do disco (1) após a colisão, sabendo que se passou a movimentar numa direção que faz 60º com a trajetória inicial do disco (2).

b) Confirme que ocorreu uma colisão elástica.

$$\vec{P}_{\text{antes da colisão}} = \vec{P}_{\text{depois da colisão}} \Leftrightarrow \begin{cases} (P_x)_{antes} = (P_x)_{depois} \\ (P_y)_{antes} = (P_y)_{depois} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 v_{1ix} + m_2 v_{2ix} = m_1 v_{1fx} + m_2 v_{2fx} \\ m_1 v_{1iy} + m_2 v_{2iy} = m_1 v_{1fy} + m_2 v_{2fy} \end{cases}$$

a) $v_{1ix} = v_{1iy} = 0$ $v_{2ix} = 6$ m/s ; $v_{2iy} = 0$

$v_{1fx} = v_{1f}*\cos 60º$; $v_{1fy} = v_{1f}*\text{sen}60º$ $v_{2fx} = v_{2f}*\cos 30º$; $v_{2fy} = v_{2f}*\text{sen}30º$

$$\begin{cases} m*0 + m*6 = m*v_{1f}*0{,}5 + m*v_{2f}*0{,}866 \\ m*0 + m*0 = m*v_{1f}*0{,}866 + m*v_{2f}*0{,}5 \end{cases} \qquad \begin{cases} v_{1f} = 3 \text{ m/s} \\ v_{2f} = 5{,}1962 \text{ m/s} \end{cases}$$

b)

$$Eci = (1/2)m\, v_{1i}^2 + (1/2)m\, v_{2i}^2 = (1/2)m*(0^2 + 6^2)$$

$$Ecf = (1/2)m\, v_{1f}^2 + (1/2)m\, v_{2f}^2 = (1/2)m*(3^2 + 5.1962^2)$$

$\Delta Ec = Ecf - Eci = 0$ A Ec foi conservada

5.15. Os mísseis antibalisticos são desenhados para terem uma aceleração elevada de modo a poderem intercetar outros mísseis com velocidade elevada, no pouco tempo disponível. Qual deverá ser a aceleração de lançamento de um míssil com uma massa de 10000 kg que expele 196 kg de gas por segundo e com uma velocidade de 2500 m/s.

$M = 10000$ kg ; $dM/dt = 196$ kg/s ; $v_e = 2500$ m/s

$$\vec{F}_R = \sum_i \vec{F}_i = m\vec{a}$$

$$F_{propulsora} = M\frac{dv}{dt} = -v_e\frac{dM}{dt}$$

$F_R = F_{prop} - F_g$

$a_i = 2{,}13$ m/s^2

$F_{prop} = 2500*196 = 490\ 000$ N

$F_g = 10000*9{,}8 = 98\ 000$ N

$a_i = F_R/M = 39{,}2$ m/s^2

5.17. Dois corpos A e B, de massas m_A=2 kg e m_B= 3 kg colidem. Antes da colisão as suas velocidades são

$$\vec{v}_{iA} = 15\hat{i} + 30\hat{j} \qquad \vec{v}_{iB} = -10\hat{i} + 5\hat{j}$$

expressas em m/s. Após o choque, a velocidade de A é $\vec{v}_{iA} = -6\hat{i} + 30\hat{j}$ (m/s).

Calcule:

a) a velocidade final de B.

b) a energia cinética perdida na colisão.

$$\vec{P}_{\text{antes da colisão}} = \vec{P}_{\text{depois da colisão}} \Leftrightarrow \begin{cases} (P_x)_{\text{antes}} = (P_x)_{\text{depois}} \\ (P_y)_{\text{antes}} = (P_y)_{\text{depois}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 v_{1ix} + m_2 v_{2ix} = m_1 v_{1fx} + m_2 v_{2fx} \\ m_1 v_{1iy} + m_2 v_{2iy} = m_1 v_{1fy} + m_2 v_{2fy} \end{cases}$$

a)

$$\begin{cases} 2*15 + 3*(-10) = 2*(-6) + 3*v_{Bfx} \\ 2*30 + 3*5 = 2*30 + 3*v_{Bfy} \end{cases} \qquad \begin{cases} v_{Bfx} = 4 \text{ m/s} \\ v_{Bfy} = 5 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$\vec{v}_{fB} = 4\hat{i} + 5\hat{j} \quad \text{(m/s).}$$

b)

$$Eci = (1/2)m_A(v_{Aix}^2 + v_{Aiy}^2) + (1/2)m_B(v_{Bix}^2 + v_{Biy}^2) = 1*(15^2 + 30^2) + 1{,}5(10^2 + 5^2)$$

$$Ecf = (1/2)m_A(v_{Afx}^2 + v_{Afy}^2) + (1/2)m_B(v_{Bfx}^2 + v_{Bfy}^2) = 1*(6^2 + 30^2) + 1{,}5(4^2 + 5^2)$$

$$\Delta Ec = Ecf - Eci = -315 \text{ J}$$

5.18. Considere um míssil de 5000 kg que é lançado da superfície da Lua, onde a aceleração da gravidade é somente de 1.6m/s^2. Calcule a sua aceleração, sabendo que o míssil expele 8 kg de gás por segundo com uma velocidade de escape de 2.20×10^3 m/s.

$$F_{propulsora} = M\frac{dv}{dt} = -v_e\frac{dM}{dt}$$

$$F_{prop} = 2{,}2x10^3*8 = 1{,}76x10^4 \text{ N}$$

$$F_g = 5000*1{,}6 = 8x10^3 \text{ N}$$

$$F_R = F_{prop} - F_g = 9{,}6x10^3 \text{ N}$$

$$a_i = F_R/M = 1{,}92 \text{ m/s}^2$$

5.19. Uma sonda especial com uma massa inicial de 4000 kg, expele 3500 kg da sua massa com uma velocidade de escape de 2000 m/s. Considerando que no local onde se encontra a sonda a força gravitacional é desprezável, calcule o aumento da sua velocidade. (4160 m/s)

$M_0 = 4000$ kg $M_f = 4000 – 3500 = 500$ kg

$$v_f - v_0 = v_e \ln\frac{M_0}{M_f}$$

$v_f - v_0 = 2000*\ln(4000/500) = 4158.9$ m/s

5.20. Calcule a taxa máxima a que um míssil pode expelir os gases, se a sua aceleração não puder exceder sete vezes a aceleração da gravidade. A massa do míssil depois de o combustível acabar é de 75000 kg, e a velocidade de escape é de 2400 m/s. Considere que a aceleração da gravidade é de 9.8 m/s^2.

$$F_{propulsora} = M\frac{dv}{dt} = -v_e \frac{dM}{dt}$$

$$v_f - v_0 = v_e \ln\frac{M_0}{M_f}$$

a_{max} ocorre quando a Força gravítica já é desprezável e a massa do míssil é minima (M_f)

$a_{max} = F_{prop}/M_f$

$F_{prop} = 2400*dM/dt$

$7*9,8 = 2400*(dM/dt)/75000$

$dM/dt = 2143,75$ kg/s