Departamento de Matemática e Aplicações 28 /11/ 2013

Duração: 90 minutos

Teste de Cálculo EE

Nome: ______________________ Nr.: __________ Curso: ________

GRUPO I (7 valores)

Em cada uma das perguntas seguintes, assinale a resposta correcta no quadrado correspondente. Cada resposta correcta vale 1 valor.

1. O domínio e o contradomínio da função $f(x) = \arccos(2x) + \pi$ são, respetivamente:

   $D_f = [-1, 1]$ e $D'_f = [0, \pi]$.

   $D_f = [-1, 1]$ e $D'_f = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.

   $D_f = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ e $D'_f = [\pi, 2\pi]$.

   Nenhuma das anteriores.

2. Considere os limites $\lim_{x\to-\infty} x.e^x$ e $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^2+1}$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

   $\lim_{x\to-\infty} x.e^x = \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^2+1} = 0$

   $\lim_{x\to-\infty} x.e^x = -\infty$ e $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^2+1} = +\infty$

   $\lim_{x\to-\infty} x.e^x = 0$ e $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^2+1} = +\infty$

   Nenhuma das anteriores.

3. Para qual das seguintes funções é possível aplicar o teorema de Bolzano no intervalo $]1, 3[$? Teorema que permite mostrar que a função tem um zero no intervalo.

   $f(x) = \frac{4}{x} - \sqrt{x+1}$

   $g(x) = \frac{1}{2x} - e^x$

   $h(x) = \frac{5}{x} - \ln(x-2)$

   Nenhuma das anteriores.

4. Qual das seguintes funções não é diferenciável em $\mathbb{R}$?

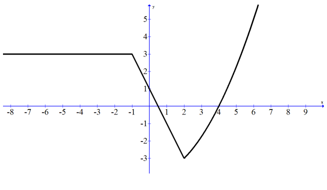
   $m(x) = \exp x^2$

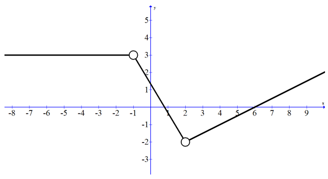
   $n(x) = \arcsin x$

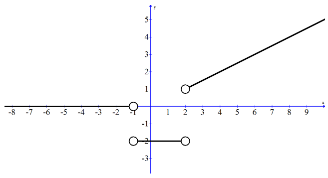
   $s(x) = \begin{cases} 3x & \text{se } x > 1 \\ x^3 + 1 & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$

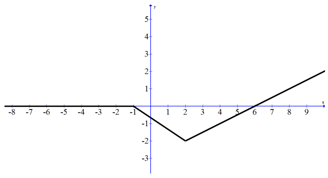
   Nenhuma das anteriores.

5. Qual das figuras representa o gráfico da derivada da função abaixo representada?









Nenhuma das anteriores.

6. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

   Se uma função f é diferenciável em $]a,b[$ então nada se pode concluir sobre a continuidade de f nesse intervalo.

   Se uma função f é diferenciável em $]a,b[$ então f é contínua nesse intervalo.

   Se uma função f é contínua em $]a,b[$ então f é diferenciável nesse intervalo.

   Nenhuma das anteriores.

7. Qual o polinómio de Taylor de grau 3 da função $\ln x$ na vizinhança de $x=1$?

   $P_{3,1}(x) = x - 1 - \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3}$

   $P_{3,1}(x) = 1 + (x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3}$

   $P_{3,1}(x) = 1 + x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$

   Nenhuma das anteriores.

GRUPO II (7 valores)

Em cada uma das perguntas seguintes, não necessita de apresentar cálculos auxiliares.

1. Determine a **derivada** de cada uma das seguintes funções:

   (a) $\arctan(1-2x^2)$ ______________________

   (b) $e^{f(2x)} - g(x^3)$, sabendo que f e g são deriváveis ______________________

2. Determine a **primitiva** de cada uma das seguintes funções:

   (a) $\sqrt[4]{1+2x} + \frac{4}{1+x} + x.\cos(x^2+1)$ ______________________

   (b) $\frac{x}{(1-x^2)^3} + \frac{9}{4+x^2}$ ______________________

   (c) $\arctan x$ ______________________

3. Decomponha a função racional $\frac{1}{(x+2)^3(x^2+9)}$ em frações elementares, sem determinar as constantes.

GRUPO III (6 valores)

Em cada uma das perguntas seguintes, apresente todos os cálculos auxiliares.

1. Considere a função $f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{se} \quad x > 0 \\ 1 - 4x + x^2 & \text{se} \quad x \leq 0 \end{cases}$ com a e b constantes.

   (a) Determine as constantes a e b que fazem com que f seja uma função contínua em $\mathbb{R}$.

   (b) Determine as constantes a e b que fazem com que f seja uma função diferenciável em $\mathbb{R}$.

2. Pretende-se construir uma estufa com formato triangular encostada a um muro. Cada um dos lados que não está encostado ao muro mede 2 metros. Determine quanto mede o lado encostado ao muro x de modo que a estufa tenha área máxima? Justifique que o valor que encontrou para x é mesmo o que maximiza a área.