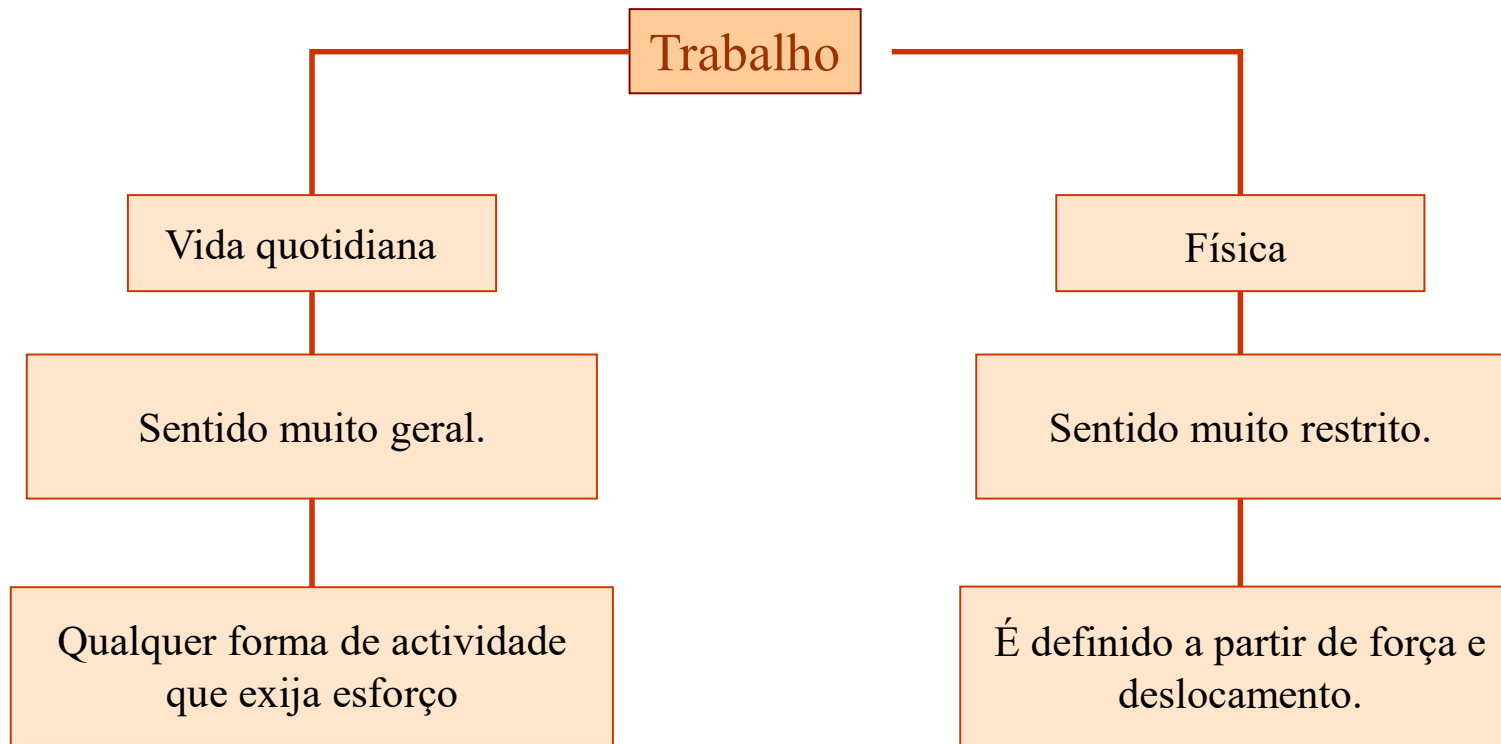


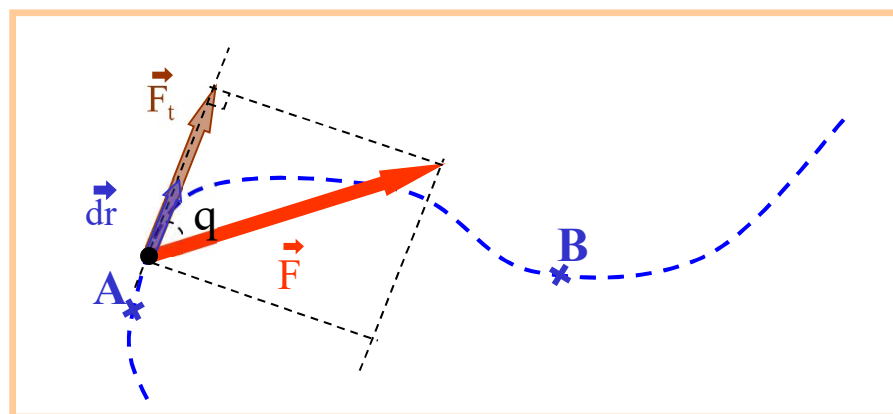
Capítulo 4 - TRABALHO e ENERGIA



O conceito de **trabalho** está associado ao de **energia**: quando um sistema realiza trabalho sobre outro, há uma transferência de energia de um para outro sistema.

Trabalho realizado por uma força

Uma partícula move-se ao longo de uma trajetória sob a ação de uma força \vec{F} .
Num intervalo de tempo muito curto, Δt , a partícula efetua um deslocamento $\Delta \vec{r}$.

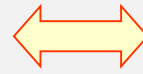


O **trabalho realizado** pela força \vec{F} quando o seu ponto de aplicação efetua um deslocamento \vec{dr} é definido pelo produto escalar:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F \cdot ds \cdot \cos\theta = F_t \cdot ds$$

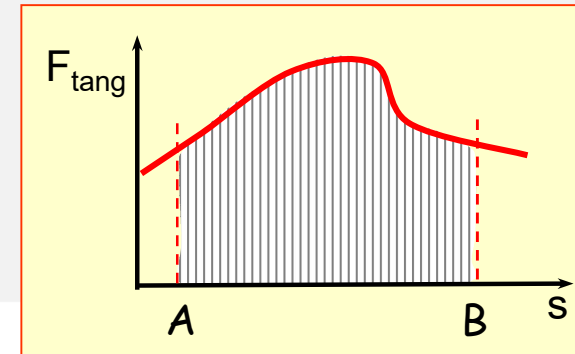
O **trabalho total** realizado sobre a partícula no trajeto **AB**, é a soma de todos os trabalhos infinitesimais realizados durante os sucessivos deslocamentos infinitesimais:

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_A^B F_t \cdot ds$$



Acaba por ser igual à área debaixo da curva!

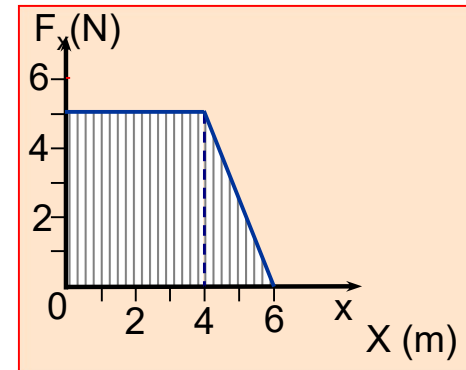
Unidade SI de trabalho: Newton \times metro = Joule (J)



Trabalho realizado por uma força variável

Exercício 1

Uma força F_x varia com a posição como se mostra na figura. Calcule o trabalho realizado pela força sobre uma partícula quando esta se move desde $x = 0$ até $x = 6$ m.



A força, \vec{F} , é dada por:

$$\begin{cases} 0 < x < 4 \Rightarrow F = 5 \text{ N} & \rightarrow \text{constante} \\ 4 < x < 6 \Rightarrow F = 15 - 2,5x \text{ (N)} & \rightarrow \text{variável} \end{cases}$$

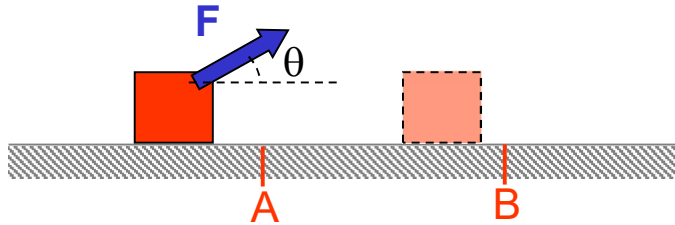
O trabalho é então:

$$\begin{cases} W_{0 \rightarrow 4} = \int_0^4 5 dx = 5 \times 4 = 20 \text{ J} \\ W_{4 \rightarrow 6} = \int_4^6 (15 - 2,5x) dx = [15x - 1,25x^2]_4^6 = 5 \text{ J} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad W_{Total} = W_{0 \rightarrow 6} = 25 \text{ J}$$

O trabalho pode também ser calculado pela área limitada pelos valores de F e os eixos x e y .

$$\begin{cases} W_{0 \rightarrow 4} = 5 \times 4 = 20 \text{ J} \\ W_{4 \rightarrow 6} = 5 \cdot (6 - 4) / 2 = 5 \text{ J} \end{cases} \quad W_{Total} = W_{0 \rightarrow 6} = 25 \text{ J}$$

Trabalho realizado por uma força constante



$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_A^B F_t \cdot ds = F \times \cos \theta \times \Delta s \Leftrightarrow \boxed{W_{AB} = F \times \Delta s \times \cos \theta}$$

Se em vez de uma só força a atuar, várias forças (F_1, F_2, \dots, F_n) estiverem a atuar, o **trabalho total** é a soma dos trabalhos parciais:

$$\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$$

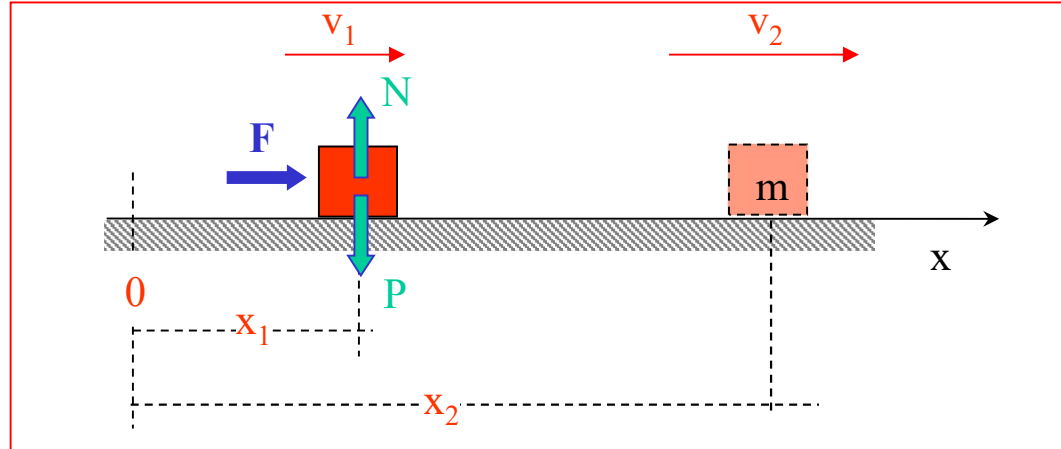
$$W_{\text{total}} = \int_A^B \vec{F}_1 \cdot d\vec{s} + \int_A^B \vec{F}_2 \cdot d\vec{s} + \dots + \int_A^B \vec{F}_n \cdot d\vec{s} = \int_A^B \vec{F}_{\text{resultante}} \cdot d\vec{s}$$

$$W_{\text{total}} = W_{\vec{F}_1} + W_{\vec{F}_2} + \dots + W_{\vec{F}_n} = W_{\vec{F}_{\text{resultante}}}$$

Energia cinética. Teorema do Trabalho/Energia

A figura mostra um objeto que se move sem atrito numa superfície horizontal, sob a ação de uma força F .

Se a força F atua no objeto, este vai adquirir aceleração (2ª lei de Newton), ou seja a sua velocidade vai ser alterada.



$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \begin{cases} \sum F_x = ma_x \\ \sum F_y = ma_y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F = ma \\ N - P = 0 \end{cases}$$

Trabalho total realizado entre x_1 e x_2 :

$$\begin{aligned} W_{1 \rightarrow 2} &= \int_{x_1}^{x_2} F dx = m \int_{x_1}^{x_2} a dx = m \int_{x_1}^{x_2} \frac{dv}{dt} dx = m \int_{v_1}^{v_2} v dv = \\ &= m \left[\frac{v^2}{2} \right]_{v_1}^{v_2} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = E_{c2} - E_{c1} = \Delta E_c \end{aligned}$$

Energia cinética (2) Energia cinética (1)

Teorema do trabalho/energia:

O trabalho total (de todas as forças) exercido sobre um objeto é igual à variação de energia cinética do objeto.

$$W_{A \rightarrow B}^{\text{total}} = E_B^{\text{cinética}} - E_A^{\text{cinética}} = \Delta E_c$$

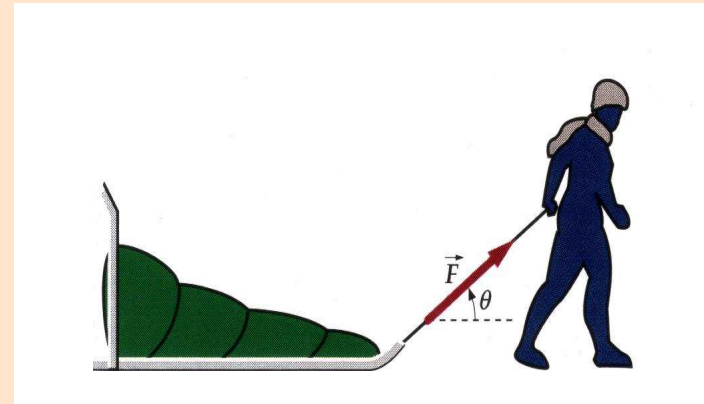


Trabalho realizado pela **resultante** das forças que atuam no corpo.

Exercício 2:

Um esquimó puxa um trenó de massa 80 kg ao longo de 5 m com uma força de 180 N, numa direção de 20° com a horizontal.

- a) Qual o trabalho realizado pelo esquimó?
- b) Qual a velocidade que o trenó terá ao fim de se deslocar 5 m a partir do repouso?

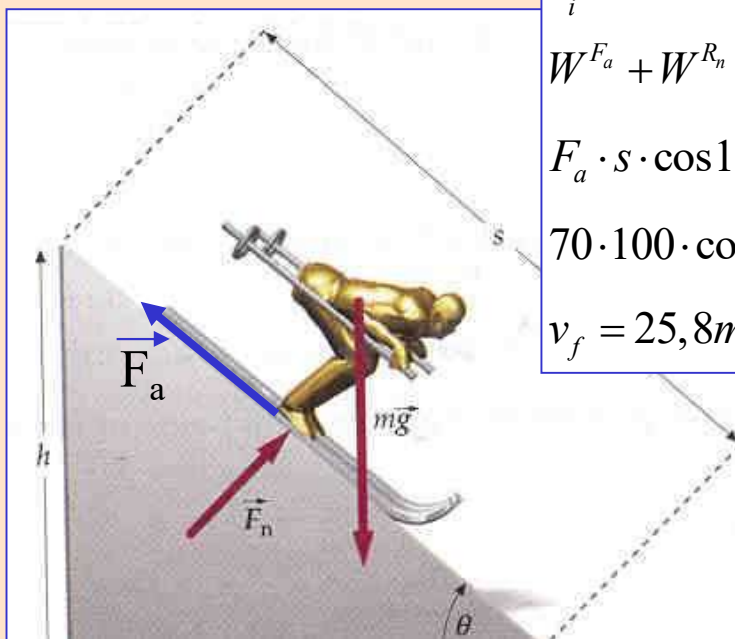


a) $W_F = 180 \cdot 5 \cdot \cos 20^\circ = 845,7 \text{ J}$

b) $W^{\text{total}} = \Delta E_c = E_{\text{cf}} - E_{\text{ci}}$
 $845,7 \text{ J} = \frac{1}{2}mv^2 - 0 \rightarrow v = 4,6 \text{ m/s}$

Exercício 3:

Uma esquiadora com massa de 58 kg desce uma pista de esqui (inclinação 25°). Uma força de atrito cinético com o módulo de 70 N opõe-se ao seu movimento. Desprezando a resistência do ar, e sabendo que no cimo da pista a velocidade da esquiadora é 3,6 m/s, calcule a velocidade da esquiadora depois de percorrer 100 m.



$$\sum_i W^{F_i} = \Delta E_c$$

Resolução

$$W^{F_a} + W^{R_n} + W^P = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$F_a \cdot s \cdot \cos 180^\circ + R_n \cdot s \cdot \cos 90^\circ + P \cdot s \cdot \cos (90^\circ - 25^\circ) = \frac{1}{2} 58 (v_f^2 - 3,6^2)$$

$$70 \cdot 100 \cdot \cos 180^\circ + 0 + 58 \cdot 9,8 \cdot 100 \cdot \cos (65^\circ) = \frac{1}{2} 58 (v_f^2 - 3,6^2)$$

$$v_f = 25,8 \text{ m/s}$$

$$W = F \cdot d \cdot \cos(F, d)$$

Potência e rendimento

A potência traduz o trabalho que é realizado por unidade de tempo.

- Se a quantidade de trabalho, W , é realizado no intervalo de tempo, Δt , a **potência média**, P_{med} , é definida como:

$$P_{med} = \frac{W}{\Delta t}$$

- Se o trabalho W é expresso como função do tempo, a **potência instantânea**, P , desenvolvida em qualquer instante é definida como:

$$P = \frac{dW}{dt}$$

Unidade SI de potência: Watt (W)

Se o trabalho for realizado por uma força constante:



$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} \Rightarrow P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt}$$



$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

**Potência
Instantânea**

- **Eficiência mecânica ou rendimento**

Chama-se eficiência ou rendimento (η) à razão entre o trabalho realizado por uma máquina e a energia que é necessário fornecer à máquina para que ela realize esse trabalho.

$$\eta = \frac{\text{Trabalho realizado pela máquina}}{\text{Energia fornecida à máquina}}$$

$\eta < 1$, porque no funcionamento da máquina há sempre dissipação de energia. As forças de atrito realizam trabalho que é dissipado sob a forma de energia térmica.

Exercício 4

Um automóvel de 1500 kg acelera de 0 a 96 km/h em 6,5 s.

a) Qual é a potência mínima do motor ?

b) Quanto tempo demorará a acelerar desde 80 km/h até 112 km/h ?

$$96 \text{ km/h} = 26,67 \text{ m/s}; 80 \text{ km/h} = 22,22 \text{ m/s}; 112 \text{ km/h} = 31,11 \text{ m/s}$$

$$\text{a)} \quad W = E_c^{final} - E_c^{inicial} = \frac{1}{2} \times 1500 \times (26,67^2 - 0) = 5,33 \times 10^5 \text{ J}$$

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{5,33 \times 10^5 \text{ J}}{6,5 \text{ s}} \Leftrightarrow P = 82,1 \text{ kW} = 110 \text{ CV}$$

Nota: 1 CV=0,75 kW

$$\text{b)} \quad \bar{P} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{E_c^{final} - E_c^{inicial}}{\Delta t} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \Delta t = \frac{1/2 \times 1500 \times (31,11^2 - 22,22^2)}{82,1 \times 10^3} = 4,33 \text{ s}$$

• Energia Potencial

- Vimos que o trabalho total realizado sobre uma partícula é igual à variação da energia cinética da partícula.
- Mas muitas vezes estamos interessados, não numa partícula, mas no que sucede quando se realiza trabalho sobre um sistema de partículas.
- Por vezes o trabalho realizado pelas forças sobre um sistema não aumenta a energia cinética do sistema, mas a energia fornecida é armazenada na forma de **energia potencial**.
- A energia potencial de um sistema representa a capacidade de esse sistema realizar trabalho por causa da sua configuração.

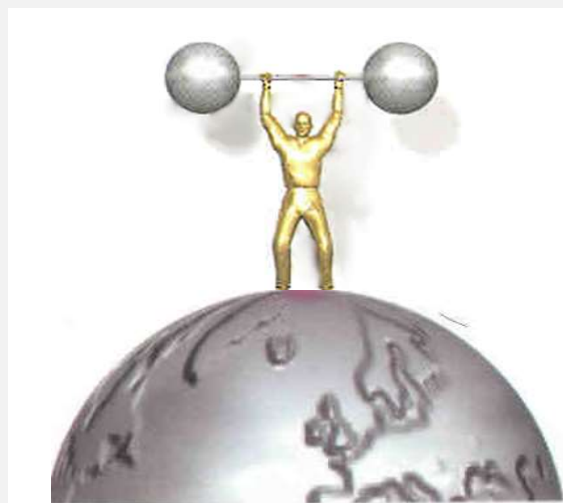
• Energia Potencial Gravítica

Exemplo:

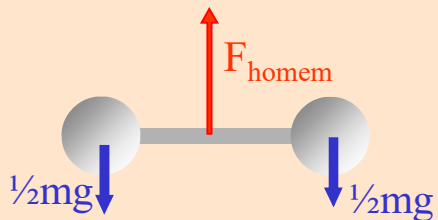
Um homem de massa M levanta um haltere de massa m , mantendo a velocidade constante, durante o levantamento.

Observação:

O homem realiza trabalho, mas a energia cinética do haltere não aumenta. Porém, se o homem largar o haltere, este “ganha” energia cinética.



• Considerando apenas as forças aplicadas no haltere:



$$\text{Se } v = c^{te} \Rightarrow \vec{a} = 0 \Leftrightarrow \sum \vec{F} = 0 \Leftrightarrow \vec{F}_{\text{homem}} + \vec{P}_{\text{haltere}} = 0,$$

$$\text{Se } \sum \vec{F} = 0 \Rightarrow W_{\text{total}} = 0 \Rightarrow \Delta E_{\text{Cinética}} = 0$$

.....está tudo bem!

- Considerando o sistema Terra - haltere:

O homem realiza trabalho sobre o sistema, então o trabalho realizado pelo homem tem que ser igual à variação de energia do sistema. Neste caso o sistema não “ganha” energia cinética “ganha” energia potencial.

$$\Delta E_{\text{sistema}} = W_{\text{forças exteriores}}$$

$$\Delta E_{\text{sistema}} = F_{\text{homem}} \times \Delta s$$

$$\text{mas como } \vec{a}_{\text{haltere}} = 0, \sum \vec{F}_{\text{haltere}} = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}mg - \frac{1}{2}mg + F_{\text{homem}} = 0$$

$$\begin{cases} F_{\text{homem}} = mg \\ \Delta s = h \end{cases} \Rightarrow \Delta E_{\text{sistema}} = mgh$$

$$E_{pg} = mgh$$

Energia potencial gravítica \Leftrightarrow Energia “armazenada” no sistema

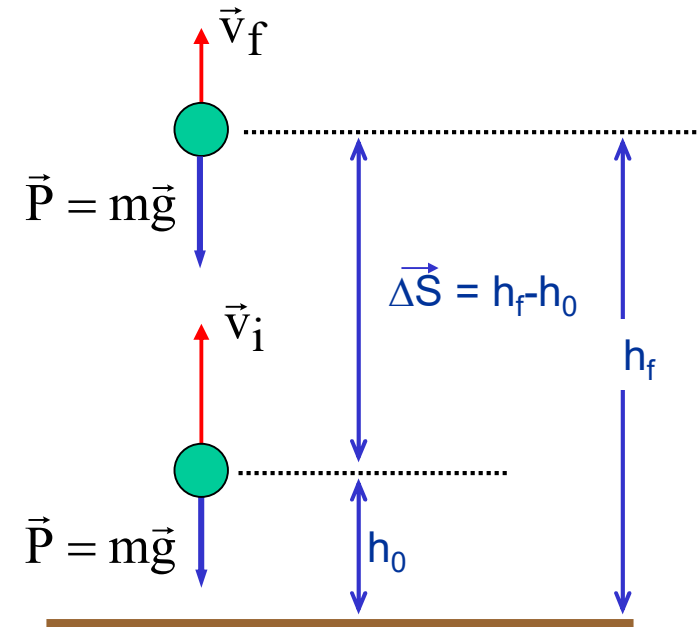
A **energia potencial gravítica** ($E_{pg} = mgh$) de uma partícula com massa **m** é a energia que o objeto possui devido à sua posição em relação à Terra. A definição de energia potencial gravítica implica que se escolha uma posição de referência para a qual a energia potencial é nula.

Exemplo:

Consideremos o movimento de um objeto de massa **m** muito próximo da superfície terrestre, onde a aceleração gravítica, **g**, é aproximadamente constante. Qual será o trabalho realizado pela força gravítica quando o objeto sobe ?

$$W_{\text{peso}} = -m g (h_f - h_o)$$

$$W_{\text{peso}} = -mg \times \Delta h \Leftrightarrow W_{\text{peso}} = -\Delta E_{\text{potencial}}$$



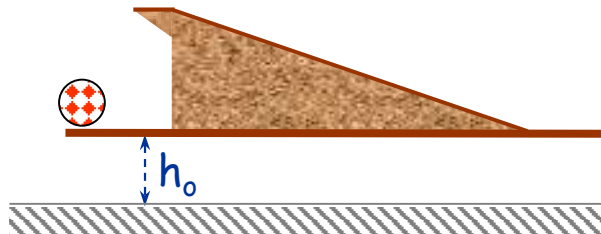
Quando o corpo sobe:

- ⇒ A força gravítica realiza um trabalho negativo
- ⇒ O sistema “ganha” energia potencial
- ⇒ para que o sistema ganhe energia, tem que haver uma força exterior a realizar trabalho sobre o sistema

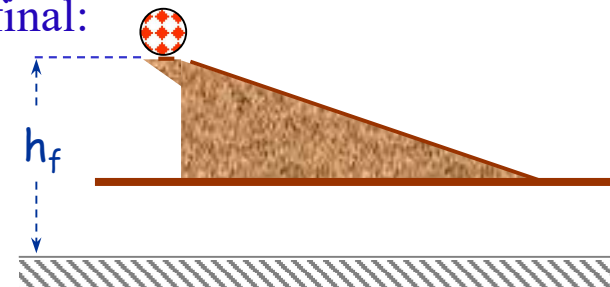
Exemplo

Consideremos o movimento de um objeto de massa m que se move ao longo de diferentes trajetórias. Qual será o trabalho realizado pela força gravítica nos diferentes casos ?

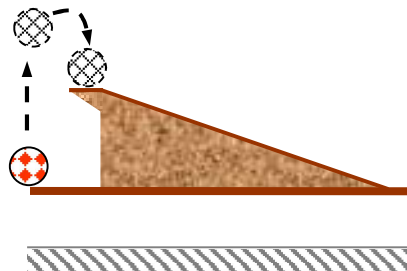
Situação inicial:



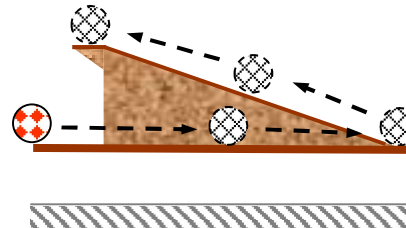
Situação final:



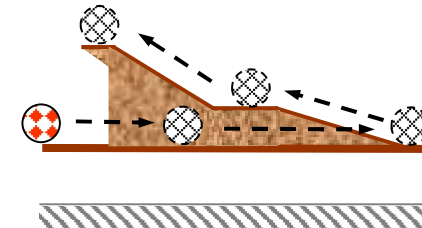
Três percursos diferentes:



(1)

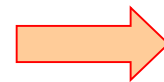


(2)



(3)

Em todos os trajectos o trabalho realizado pela força gravítica é igual.



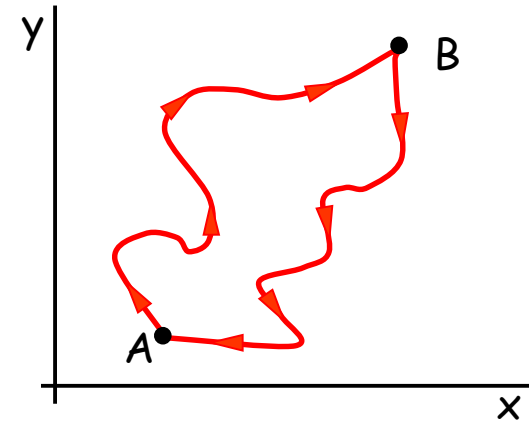
O trabalho realizado pela força gravítica é independente do percurso.

Forças conservativas

Se o trabalho realizado por uma força para mover um objeto entre duas posições é independente da trajetória do movimento, a força é chamada conservativa.

exemplos:

- força gravítica,
- força elástica
- força elétrica

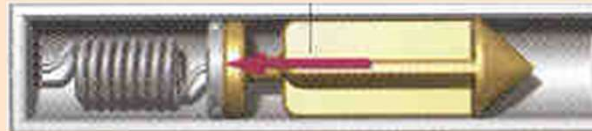


Se a força é conservativa:

$$W = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \vec{F} \cdot d\vec{r} = - \int_{E_p(A)}^{E_p(B)} dE_p = -[E_p(B) - E_p(A)] = -\Delta E_p$$

Energia Potencial Elástica

A figura mostra um sistema que consiste numa pistola de dardos e um dardo:



A **mola** é comprimida quando o dardo é empurrado para dentro do cano da pistola. O trabalho realizado pelo utilizador na deformação de uma mola é transformado em **energia potencial elástica**. Quando a mola é libertada e regressa à sua posição de equilíbrio, tem a capacidade de realizar trabalho.

Geralmente as molas obedecem à lei de Hooke

$$\vec{F} = -k \cdot \vec{x}$$

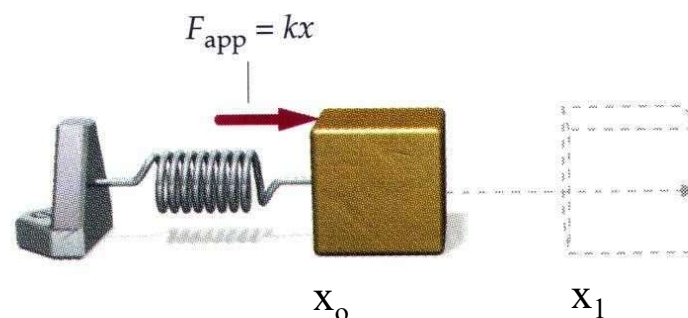
força que dá origem á deformação

constante da mola

deslocamento da mola em relação à sua posição de equilíbrio

Exemplo:

Qual o trabalho realizado pela mola quando faz deslocar o bloco da posição de equilíbrio x_0 para a posição x_1 ?



O trabalho da força elástica será igual a:

$$W_{\text{mola}} = \int_{x_0}^{x_1} \vec{F}_{\text{mola}} \cdot d\vec{x} = \int_{x_0}^{x_1} -k \cdot x \, dx \Leftrightarrow$$

$$W_{\text{mola}} = -k \left[\frac{1}{2} \cdot x^2 \right]_{x_0}^{x_1}$$

$$W_{\text{mola}} = \frac{1}{2} k x_0^2 - \frac{1}{2} k x_1^2$$

Se $x_0 = 0$ então $\frac{1}{2} k x_0^2 = 0$

Energia Potencial Elástica

A **energia potencial elástica** de uma mola é igual ao trabalho que essa mola realizaria regressando à sua posição de equilíbrio:

$$E_{pe} = \frac{1}{2} k x^2$$

onde **k** é a constante da mola e **x** a sua deformação.

• Conservação de Energia Mecânica

Se num sistema, estiver uma partícula e sobre ela atuar só uma força conservativa:

trabalho realizado por uma força conservativa interna



- variação da ($E_{\text{potencial}}$) sistema

(pela definição de $E_{\text{potencial}}$)



(Teorema Trabalho/Energia)

variação da ($E_{\text{cinética}}$) sistema

$$\begin{cases} W_{f_{\text{conservativa}}} = -\Delta E_{\text{potencial}} \\ W_{f_{\text{conservativa}}} = \Delta E_{\text{cinética}} \end{cases} \Rightarrow -\Delta E_p = \Delta E_c$$

$$\Delta E_p + \Delta E_c = 0 \Leftrightarrow \Delta(E_p + E_c) = 0$$

$$\Delta E_{\text{mecânica}} = 0 \Rightarrow E_{\text{mecânica}} = \text{constante}$$

$$E_{\text{mecânica}_{\text{inicial}}} = E_{\text{mecânica}_{\text{final}}}$$

$$E_{ci} + E_{pgi} + E_{pei} = E_{cf} + E_{pgf} + E_{pef}$$

Exercício 5

Um bloco de massa igual a 5 kg é lançado com velocidade constante de 0,4 m/s e choca com uma mola de constante elástica 80 N/m. Desprezando o atrito entre o bloco e a superfície determine a máxima compressão sofrida pela mola.

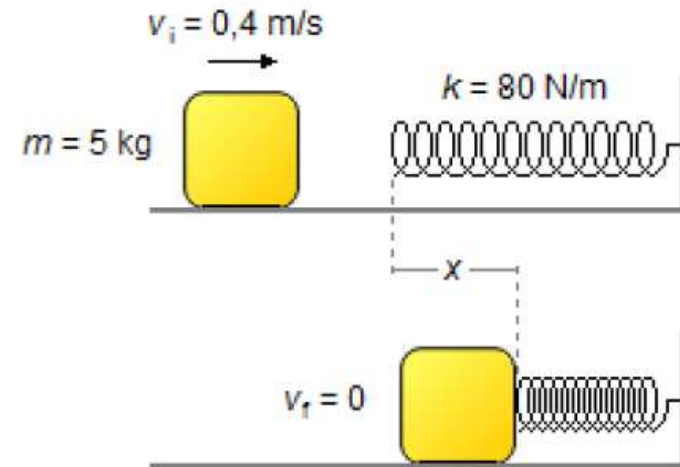
Só forças conservativas $\rightarrow \Delta E_{\text{mecânica}} = 0$

$$E_{\text{mec inicial}} = E_{\text{mec final}} \quad E_{\text{c bloco}} = E_{\text{p mola}}$$

$$\frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}kx^2$$

$$\frac{1}{2}5 \cdot 0,4^2 = \frac{1}{2}80x^2$$

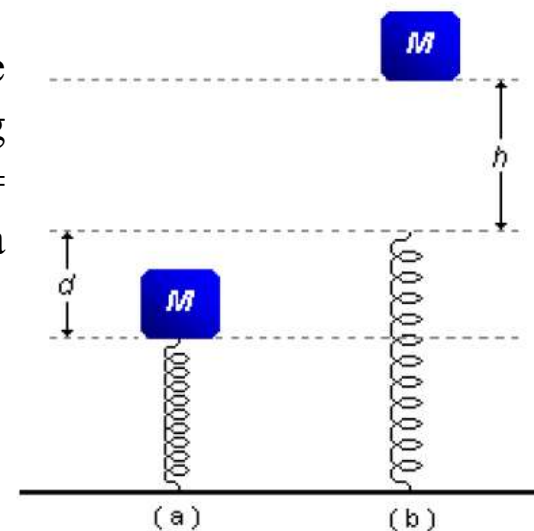
$$x = 0,1 \text{ m}$$



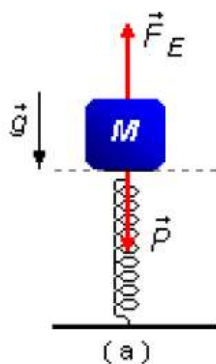
Exercício 6

Na figura ao lado, a mola é ideal; a situação (a) é de equilíbrio estável do sistema massa-mola, onde $M=0,5 \text{ kg}$ e $d=0,049 \text{ m}$ e a situação (b) é a da mola em repouso ($h=0,5 \text{ m}$). Abandonando-se o bloco M como indica a situação (b); determinar:

- a constante elástica da mola;
- a velocidade do bloco quando atinge a mola;
- a velocidade máxima atingida pelo bloco M .



a)



$$\sum \vec{F} = 0$$

$$F_{el} - F_g = 0$$

$$kx = Mg$$

$$k \cdot 0,049 = 0,5 \cdot 9,8$$

$$k = 100 \text{ N/m}$$

b)

velocidade do bloco quando atinge a mola

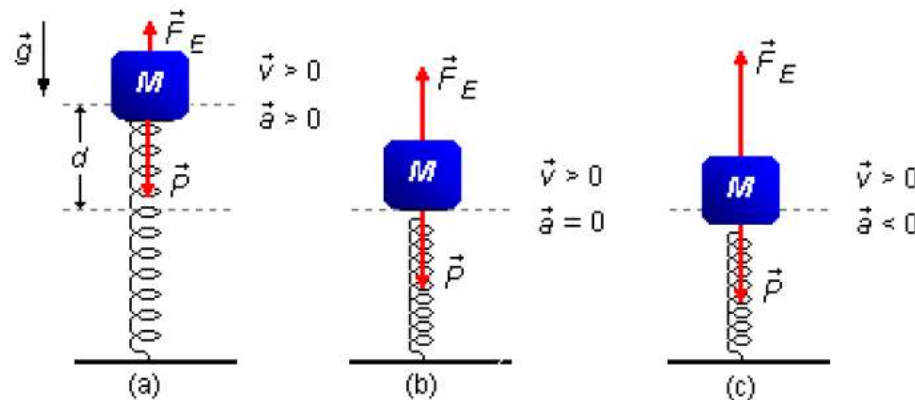
$$E_{\text{mec final}} = E_{\text{mec inicial}}$$

$$E_{c \text{ bloco}} = E_{p i}$$

$$\frac{1}{2} M v^2 = Mgh$$

$$v = \sqrt{2gh} = 3,13 \text{ m/s}$$

c)



(a) De início, F_g é maior do que F_{el} e a aceleração é para baixo.

(b) A F_{el} continua a aumentar até igualar a F_g ($a=0$).

(c) O bloco continua descer e a partir daí a F_{el} é já superior à F_g e o bloco passa a ter um movimento retardado (aceleração para cima).

A velocidade será máxima quando a aceleração é nula, ou seja quando a força resultante sobre o bloco for 0 (em $x=d$).

$$E_{\text{mec}(x=0)} = E_{\text{mec}(x=d)}$$

$$E_{\text{pgi}} + E_{\text{ci}} = E_{\text{pmola}} + E_{\text{cf}}$$

$$Mgd + \frac{1}{2}Mv_i^2 = \frac{1}{2}kd^2 + \frac{1}{2}Mv_{\text{max}}^2$$

$$0,5 \cdot 9,8 \cdot 0,049 + \frac{1}{2} 0,5 \cdot 3,13^2 = \frac{1}{2} 100 \cdot 0,049^2 + \frac{1}{2} 0,5 \cdot v_{\text{max}}^2$$

$$v_{\text{max}} = 3,21 \text{ m/s}$$

Forças não conservativas

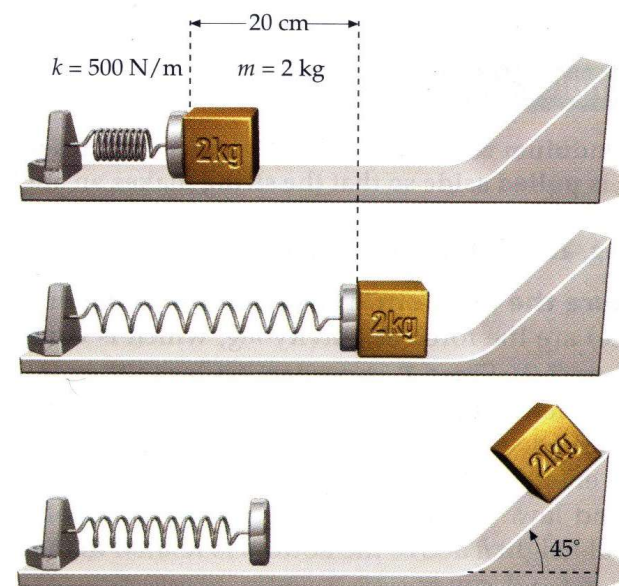
Uma força é não conservativa quando o trabalho realizado depende da trajetória do movimento.

Exemplo: força de atrito cinético

O sistema da figura é utilizado para lançar blocos ao longo de uma superfície com atrito.

Relacione o trabalho realizado pelo atrito com a variação da energia mecânica.

Nestes exemplos temos três tipos de forças: **elástica**, **gravítica**, **atrito**



O trabalho realizado será:

$$W_{total} = W_{fg} + W_{fe} + W_{fa} = -(mgh_f - mgh_i) - \left(\frac{1}{2} kx_f^2 - \frac{1}{2} kx_i^2 \right) + W_{fa}$$

Usando o teorema do Trabalho / Energia podemos escrever:

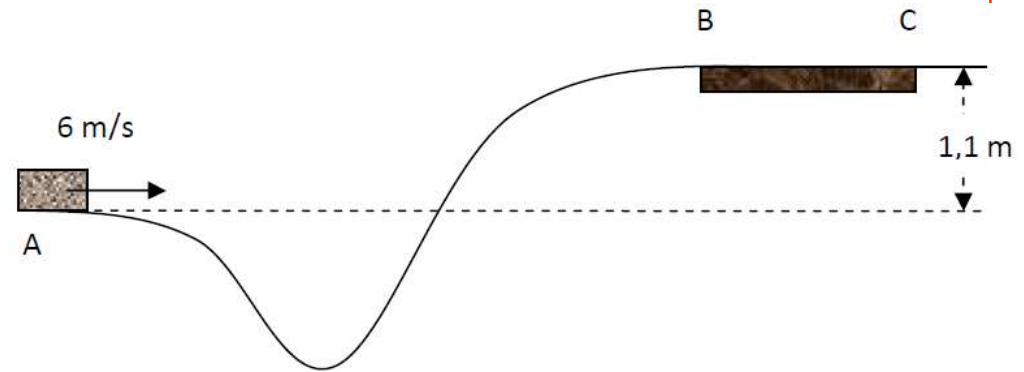
$$\frac{1}{2} mv_f^2 - \frac{1}{2} mv_i^2 = -(mgh_f - mgh_i) - \frac{1}{2} k(x_f^2 - x_i^2) + W_{fa}$$

Ou seja:

$$W_{Fa} = (E_c^f + E_{pg}^f + E_{pe}^f) - (E_c^i + E_{pg}^i + E_{pe}^i) = E_{mecânica}^f - E_{mecânica}^i$$

Exercício 7

Um bloco, com uma velocidade inicial de 6 m/s, desliza ao longo da pista da figura abaixo, sem atrito até ao ponto mais alto, B. A partir desse ponto a pista passa a horizontal, com atrito de coeficiente cinético 0,6. O bloco imobiliza-se no ponto C. Calcule a distância entre B e C.



$$W_{Fa} = \Delta E_{mec} = E_{mec}^f - E_{mec}^i$$

$$E_{mec}^i = \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$W_{Fa} = F_a d \cos 180^\circ = -\mu R_N d = -\mu m g d$$

$$E_{mec}^f = m g h$$

$$-0,6 \cdot m \cdot 9,8 d = m \cdot 9,8 \cdot 1,1 - \frac{1}{2} m \cdot 6^2$$

$$d = 1,23 \text{ m}$$

Se não existirem outro tipo de forças para além da gravítica e da elástica, teremos que:

$$\Delta E = 0 \Rightarrow E_{\text{mec}} = \text{constante}$$

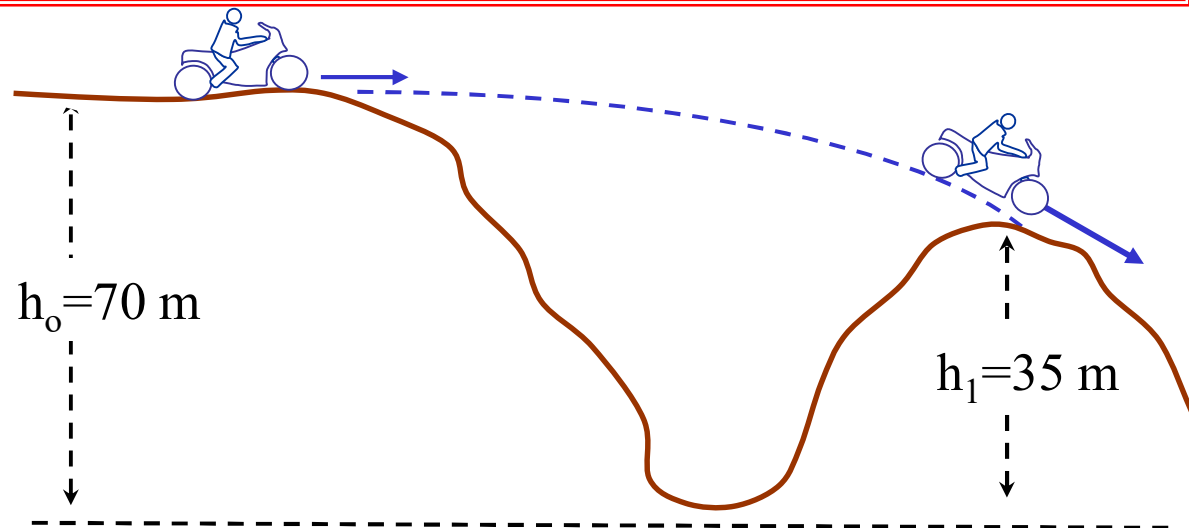


Princípio da conservação da energia mecânica:

Quando um objeto se desloca a sua energia mecânica total permanece constante desde que não haja trabalho realizado pelas outras forças que atuam no objeto, para além das forças gravítica e elástica.

Exercício 8

Um motociclista com uma velocidade de 100 km/h salta um vale descrevendo a trajetória mostrada. Desprezando a resistência do ar, calcule o módulo da velocidade da moto quando esta atinge o solo em h_1 . (R: 38,2 m/s)

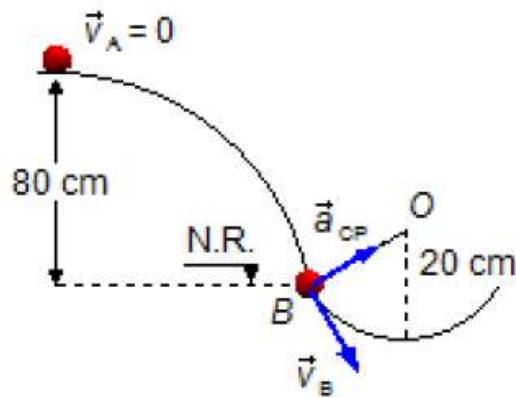


$$E_{\text{mec}(0)} = E_{\text{mec}(1)} \Leftrightarrow E_{\text{pg}0} + E_{\text{c}0} = E_{\text{pg}1} + E_{\text{c}1}$$

$$Mgh_0 + \frac{1}{2}Mv_0^2 = Mgh_1 + \frac{1}{2}Mv_1^2$$

Exercício 9

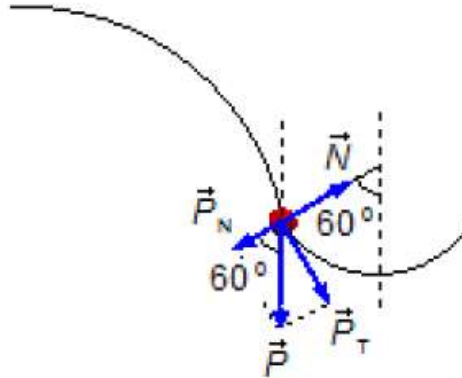
Uma pequena esfera, com uma massa de 10 g, é posta a deslizar sobre uma superfície lisa e sem atrito e descreve a curva ABCD situada num plano vertical. O trecho BCD é um arco de circunferência de centro O e raio 0,20 m. A esfera é abandonada no ponto A a partir do repouso. Calcule a intensidade da reação normal à superfície que atua sobre a esfera ao passar pelo ponto B situado 80 cm abaixo de A e tal que o ângulo formado pelo segmento BO com a vertical seja 60° .



$$E_{\text{mec A}} = E_{\text{mec B}}$$

$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2$$

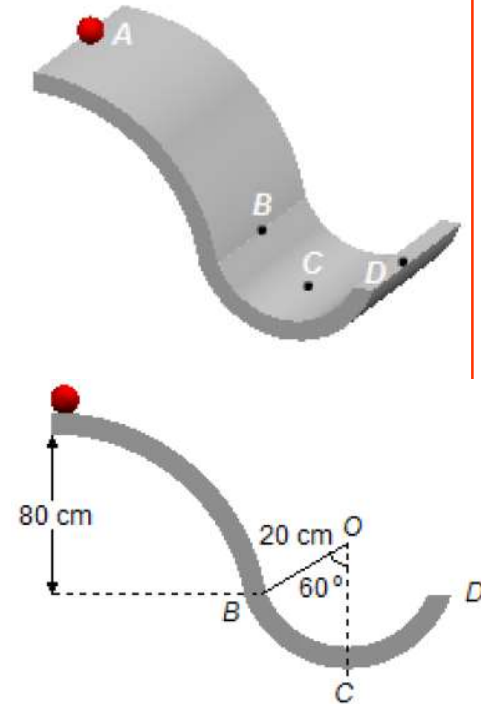
$$v_B = \sqrt{2gh_A} = 3,96 \text{ m/s}$$



$$\sum F_n = ma_n$$

$$N - P_N = \frac{mv_B^2}{R}$$

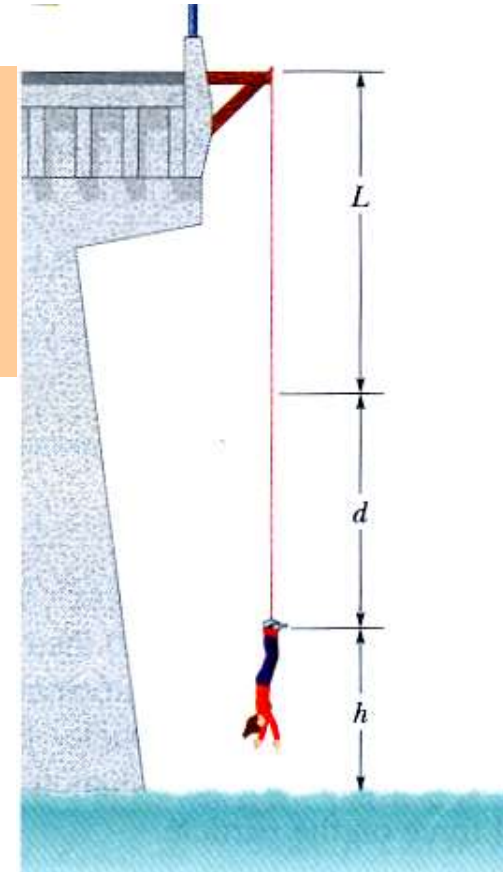
$$P_N = mg \cos 60^\circ$$



$$N = 0,83 \text{ N}$$

Exercício 10

Um jovem com 61 kg faz um bungee-jump com uma corda elástica que tem um comprimento $L=25$ m, quando em equilíbrio, de uma altura de 45 m acima da linha de água de um rio. Sabendo que a constante elástica da corda é de 160 N/m, calcule a altura h acima do nível da água que o jovem para.



$$\sum_i W^{F_i} = \Delta E_c$$

$$W^{F_k} + W^P = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \quad \text{Teorema Trabalho / Energia}$$

$$-\frac{1}{2} k (x_f^2 - x_i^2) + P \cdot (L + d) \cdot \cos 0^\circ = \frac{1}{2} \cdot 61 \cdot (0 - 0)$$

$$-\frac{1}{2} 160 (d^2 - 0) + mg (L + d) = 0$$

$$-80d^2 + 61 \cdot 9,8 (25 + d) = 0$$

$$d = 17,9 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad h = 45 - (L + d) = 45 - (25 + 17,9) = 2,1 \text{ m}$$

Resolução ou

$$E_{\text{mecânica}_i} = E_{\text{mecânica}_f}$$

Conservação da Energia
Mecânica

$$E_{c_i} + E_{pg_i} + E_{pk_i} = E_{c_f} + E_{pg_f} + E_{pk_f}$$

$$\frac{1}{2} m v_i^2 + mgh_i (L + d + h) + \frac{1}{2} k x_i^2 = \frac{1}{2} m v_f^2 + mgh_f + \frac{1}{2} k x_f^2$$

$$\frac{1}{2} m \cdot 0 + mg (L + d + h) + \frac{1}{2} k \cdot 0 = \frac{1}{2} m \cdot 0 + mgh + \frac{1}{2} k d^2$$

$$61 \cdot 9,8 (25 + d) = \frac{1}{2} 160 \cdot d^2$$

$$d = 17,9 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad h = 45 - (L + d) = 45 - (25 + 17,9) = 2,1 \text{ m}$$