Tópicos

Forças exteriores;
Trabalho duma força;
Sistemas conservativos e dissipativos;
Conservação da energia mecânica

Deve rever …..

- Produto escalar
- componentes de um vetor
- Conceitos de:
  - referencial
  - posição
  - velocidade
  - aceleração

Cap 2 e 3 (Fundamentos de Física)

Objetivos de aprendizagem

- descrever o trabalho como uma medida da transferência de energia entre sistemas mecânicos;
- classificar os diferentes tipos de energia envolvidos num sistema – energia cinética; energia potencial gravítica; e energia potencial elástica
- distinguir forças conservativas de forças não conservativas
- aplicar os princípios do Trabalho – Energia Cinética e da Conservação da Energia na resolução de problemas
- prever as transferências de energia num sistema na presença de forças conservativas e de forças não conservativas.

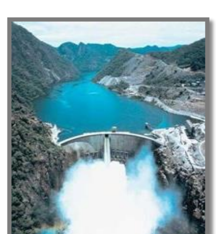
Estudo recomendado:

- R. Resnick, D. Halliday, "Fundamentos de Física", Livros Técnicos e Científicos Editora, Rio de Janeiro (2011) **(cap 7 e 8)**

Energia e Conservação de energia

A energia de um sistema resulta das características do estado do sistema: o movimento de massas, a temperatura, posições relativas, interacção entre corpos...

A lei de conservação da energia é uma das mais importantes da física, porque é muito geral; é válida em todas as situações e pode ser aplicadas em qualquer problema.

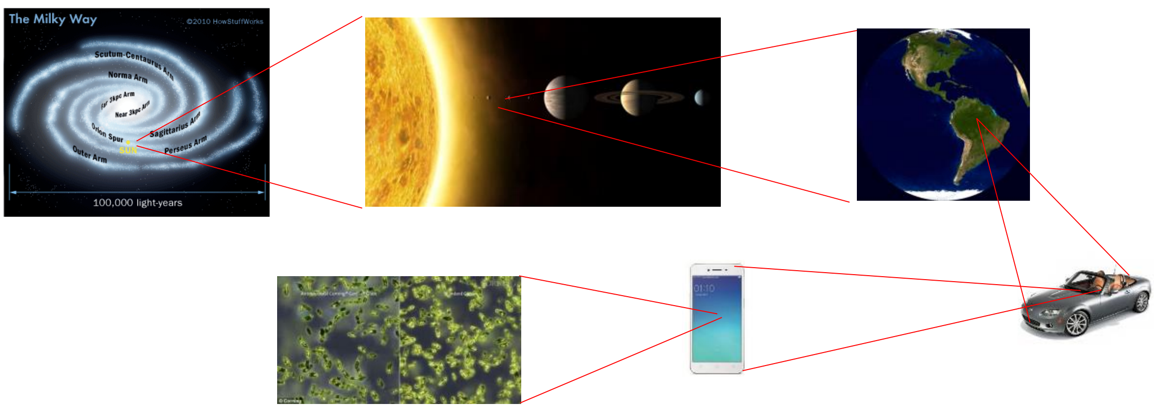


O principio de conservação de energia é válido, se aplicado ao universo como um todo - a energia que “desaparece” num lado, tem sempre que “aparecer” noutro lado.

Conservação de energia… sempre?

Não é muito simples considerar o universo todo, quando se quer resolver um problema. A solução é considerar uma pequena parte - a que chamamos “sistema”, e aplicar o balanço energético ao sistema a estudar.

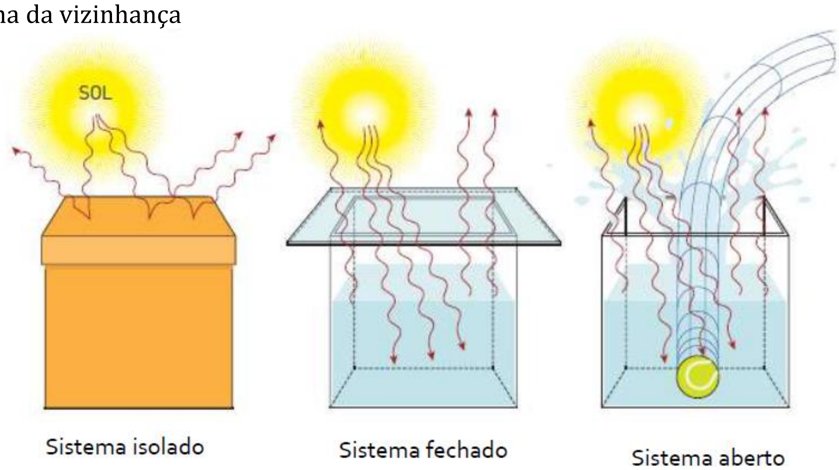
Sistema: Porção do Universo em análise.



Sistema – Região ou objeto em estudo

Vizinhança – Tudo o que não pertence ao sistema

Fronteira – Separa o sistema da vizinhança



Pode-se interagir com um sistema de diversos modos. Um deles corresponde à realização de **trabalho** sobre o sistema ou pelo sistema.

Lei da Conservação de energia

Quando se pretende resolver um problema concreto, o primeiro passo consiste em definir o sistema e verificar se há trocas com o exterior.

Depois deverá ser feito o balanço energético:

Energia recebida pelo sistema, do exterior

$$E_{\text{final}}^{\text{Sistema}} = E_{\text{inicial}}^{\text{Sistema}} + E_{\text{"ganha"}} - E_{\text{"perdida"}}$$

Energia cedida pelo sistema ao exterior

Lei da Conservação de energia

Um sistema pode “trocar energia” com o exterior através da realização de trabalho ou através de calor. As trocas de energia sob a forma de calor são analisadas numa área da Física denominada Termodinâmica. Neste capítulo as trocas de energia que vamos estudar dão-se por realização de trabalho mecânico.

$$E_{\text{final}}^{\text{Sistema}} = E_{\text{inicial}}^{\text{Sistema}} + E_{\text{"ganha"}} - E_{\text{"perdida"}}$$

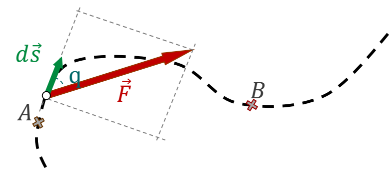
$$E_{final}^{Sistema} = E_{inicial}^{Sistema} + W_{exterior}$$

Quando da realização de um determinado processo, a energia final de um sistema é igual à energia inicial mais o trabalho realizado sobre o sistema pelas forças exteriores (o sistema “ganha” energia = trabalho positivo) , ou pelo trabalho realizado pelo sistema sobre o exterior (o sistema “perde” energia = trabalho negativo).

Recordar: trabalho realizado por uma força

Uma partícula move-se ao longo de uma trajectória sob a acção de uma força $\vec{F}$.

Num intervalo de tempo muito curto, *dt*, a partícula efectua um deslocamento $d\vec{s}$.

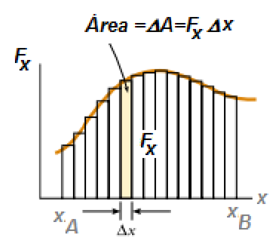


O trabalho realizado pela força $\vec{F}$ quando o seu ponto de aplicação efetua um deslocamento $d\vec{s}$ é definido pelo produto escalar:

$$dW = \underbrace{\vec{F} \cdot d\vec{s}}_{\text{Produto interno}} \Leftrightarrow dW = F\, ds\, cos\theta \Rightarrow \begin{cases} \text{Se: } 0° \leq \theta < 90° \Rightarrow W > 0 \\ \text{Se: } \theta = 90° \Rightarrow W = 0 \\ \text{Se: } 90° < \theta \leq 180° \Rightarrow W < 0 \end{cases}$$

Trabalho realizado por uma força

O **trabalho total** realizado pela força $\vec{F}$ sobre a partícula no trajecto **AB**, é a soma de todos os trabalhos infinitesimais realizados durante os sucessivos deslocamentos infinitesimais:



$$W_{AB} = \sum_{x_A \to x_B} F \cdot \underbrace{cos\theta}_{} \cdot dx$$

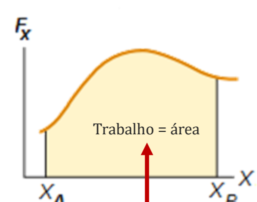
componente da força na direção do deslocamento

$$W_{AB} = \sum_{x_A \to x_B} \boxed{F_x \cdot dx}$$

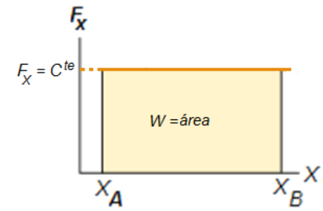
Ou de um modo mais contínuo (mais correto):

$$\boxed{W_{AB}} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

Área do gráfico



Trabalho realizado por uma força constante



Se **a força** e o **ângulo** entre a direção da força e a direção do deslocamento se mantêm **constantes** durante todo o deslocamento:

$$W = F\cos\theta\,\Delta x \Leftrightarrow W = F_x\,\Delta x$$

deslocamento

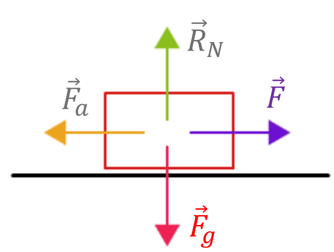
O trabalho pode ser positivo ou negativo

Depende da força ter, ou não, o mesmo sentido do deslocamento

Componente da força na direção do deslocamento

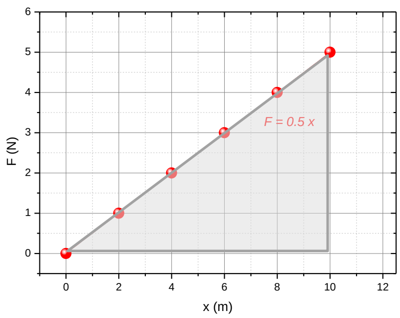
Trabalho Total realizado

Havendo várias forças aplicadas a um corpo que sofre um deslocamento, a soma do trabalho realizado pelas forças é igual ao trabalho realizado pela resultante das forças.



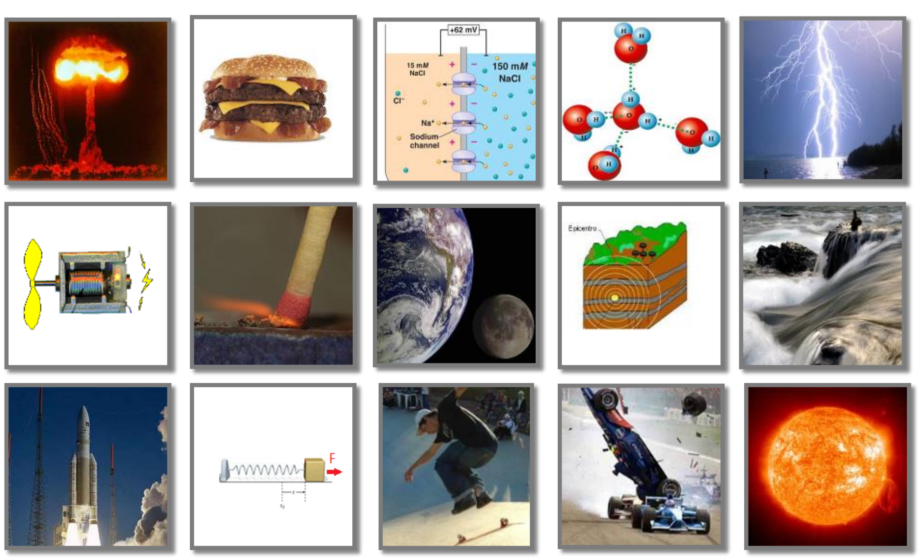
$$W_{\text{Total}} = W_{\vec{F}} + W_{\vec{F}_g} + W_{\vec{F}_a} + W_{\vec{R}_N} = W_{\vec{F}_R}$$

CHECK POINT 3.1- TRABALHO REALIZADO POR UMA FORÇA VARIÁVEL



Qual o trabalho realizado pela força $\vec{F}$ no deslocamento entre x = 0 m e x = 10 m?

Quantas formas/tipos de energia há?



Formas Fundamentais de Energia

ENERGIA

cinética

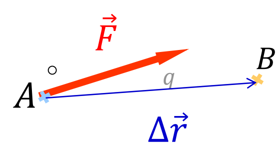
quando há movimento de massas.

potencial

está relacionada com a configuração do sistema (interação entre corpos)

TRABALHO E ENERGIA CINÉTICA

Sendo $\vec{F}$ a **força resultante** aplicada a um corpo, o trabalho realizado pela resultante das forças é:



$$W_{A\to B} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} \Leftrightarrow W_{A\to B} = \int_A^B F\cos\theta\, dr \Leftrightarrow W_{A\to B} = \int_A^B F_t\, dr$$

Atendendo a que:

$$F_t = ma_t = m\frac{dv}{dt}$$

$$v = \frac{dr}{dt} \Leftrightarrow dr = vdt$$

$$W_{A\to B} = \int_A^B m\frac{dv}{dt}vdt \Leftrightarrow W_{A\to B} = \int_A^B mv\, dv$$

$$W_{A\to B} = m\frac{v^2}{2}\bigg|_{v_A}^{v_B} \Leftrightarrow W_{A\to B} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$W_{A\to B} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

Energia cinética final

Energia cinética inicial

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2}mv^2}$$

Teorema Trabalho – Energia Cinética

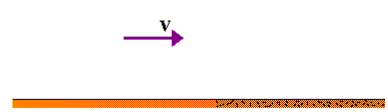
O trabalho total realizado por todas as forças que actuam na partícula (ou o trabalho realizado pela força resultante) no deslocamento da partícula entre a posição A e B é igual à variação de energia cinética da partícula.

$$W_{(\vec{F}_R)A\to B} = E_{c(B)} - E_{c(A)} = \Delta E_c$$

Checkpoint 3.2

Um corpo de massa 1 kg, chega ao ponto A com velocidade de módulo constante e igual a 2 m/s. Até esse ponto A, o atrito entre o corpo e a superfície é desprezável. A partir do ponto A, a superfície apresenta rugosidade e, em consequência a força de atrito de escorregamento não é desprezável. O corpo para no ponto B ($\overline{\text{AB}} = 1$ m).

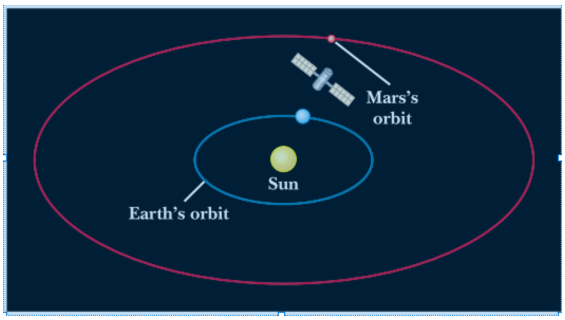
a) Identifique a resultante das forças a partir do ponto A.
b) Calcule o trabalho realizado pela resultante das forças a partir do ponto A. Qual o significado do valor encontrado?
c) Se o trabalho realizado pela força de atrito não é nulo, discuta a transferência de energia entre o corpo e o exterior.
d) Calcule o coeficiente de atrito de escorregamento dinâmico entre o bloco e a superfície.



Checkpoint 3.3

A sonda interplanetária da figura é atraída para o Sol por uma força de magnitude: $F = -\frac{1.32\times10^{22}}{x^2}(N)$, onde x é a distância do Sol à sonda.

Determine, graficamente e analiticamente, qual o trabalho realizado pela força aplicada pelo Sol na sonda quando a distância entre a sonda e o Sol muda de 1.5×10^{11} m para 2.3×10^{11} m



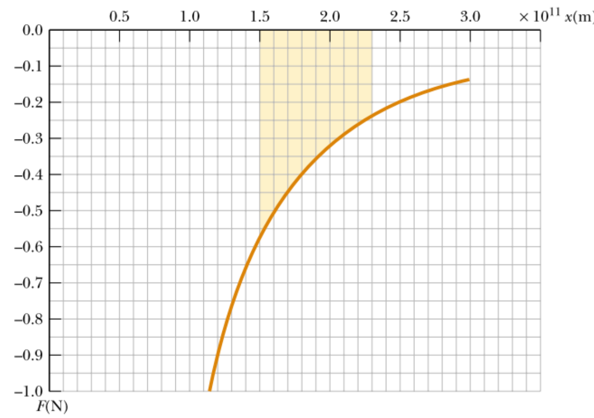


TABLE 7.1 Kinetic Energies for Various Objects

Object	Mass (kg)	Speed (m/s)	Kinetic Energy (J)
Earth orbiting the Sun	5.98×10^{24}	2.98×10^{4}	2.65×10^{33}
Moon orbiting the Earth	7.35×10^{22}	1.02×10^{3}	3.82×10^{28}
Rocket moving at escape speed[a]	500	1.12×10^{4}	3.14×10^{10}
Automobile at 55 mi/h	2 000	25	6.3×10^{5}
Running athlete	70	10	3.5×10^{3}
Stone dropped from 10 m	1.0	14	9.8×10^{1}
Golf ball at terminal speed	0.046	44	4.5×10^{1}
Raindrop at terminal speed	3.5×10^{-5}	9.0	1.4×10^{-3}
Oxygen molecule in air	5.3×10^{-26}	500	6.6×10^{-21}

[a] *Escape speed* is the minimum speed an object must attain near the Earth's surface if it is to escape the Earth's gravitational force.

Energia Potencial Gravítica

- Trabalho realizado pela força gravítica perto da superfície da Terra (quando as variações de altura são muito pequenas quando comparadas com o raio da Terra)

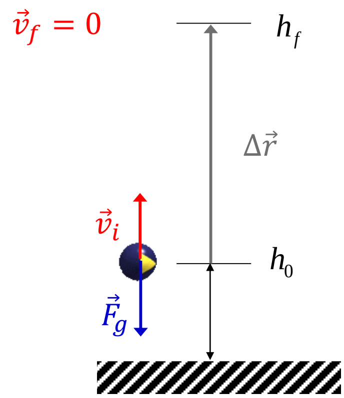
$$W_{\vec{F}_g} = \int_{r_0}^{r_f} \vec{F}_g \cdot d\vec{r} \Leftrightarrow W_{\vec{F}_g} = \int_{h_0}^{h_f} -(mg)\,dy$$

$$W_{\vec{F}_g} = -\left(\boxed{mgh_f} - \boxed{mgh_i}\right)$$

Energia potencial gravítica final

Energia potencial gravítica inicial

$$\boxed{E_{pg} = mgh}$$

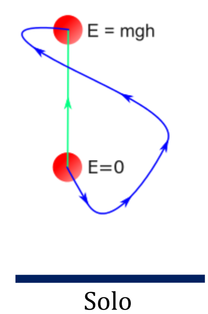


$$\boxed{\boldsymbol{W_{\vec{F}_g} = -\left(E_{pg(f)} - E_{pg(i)}\right) = -\Delta E_{pg}}}$$

A Energia Potencial Gravítica:

- Está associada ao sistema corpo-Terra (ou corpo-astro)
- Reflete alterações de configuração do sistema

• O trabalho realizado pelo peso do corpo depende apenas das suas posições inicial e final (não depende do percurso) ⇒ Peso é uma Força Conservativa*



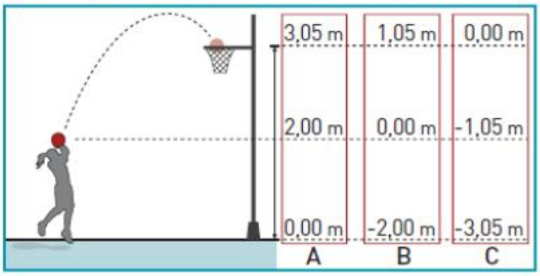
$$W_{F_g\,(0\longrightarrow f)} = -\left(mgh_f - mgh_0\right) = -\Delta E_{pg}$$

•A energia potencial gravítica de uma partícula com massa m, no ponto P é a energia que o objeto possui devido à sua posição em relação à Terra.

•Se as alturas relativamente ao solo forem pequenas quando comparadas com o raio da Terra, podemos saber a altura a que o corpo se encontra (depois de definirmos qual a altura de referência, que pode ser o nível do solo, ou outro).

* Não esquecer que uma Força Conservativa é uma força que não altera o conteúdo energético do sistema

NÍVEL DE REFERÊNCIA PARA A ENERGIA POTENCIAL GRAVÍTICA



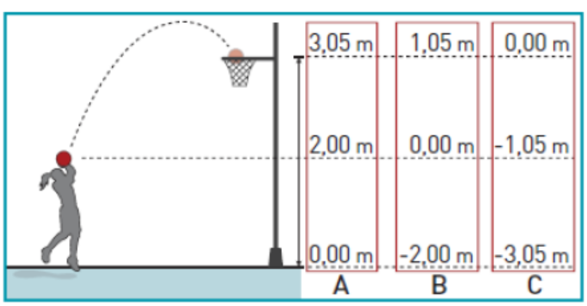
Uma basquetebolista lança a bola para o cesto a partir de uma altura, relativamente ao solo, de 2,0 m. A massa da bola de básquete é de 550,0 g.

a. Calcule a energia potencial gravítica do sistema *bola+Terra*, usando como nível de referência:

- **i)** o solo – A
- **ii)** o ponto de lançamento da bola – B
- **iii)** a altura a que o cesto está colocado – C

b. Calcule a variação de energia potencial gravítica do sistema *bola+Terra*, desde o momento em que a bola é lançada até ao momento em que a bola entra no cesto, usando cada um dos níveis de referência anteriores.

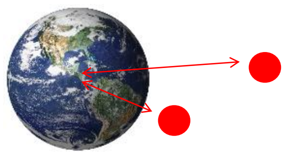
Cap 3 – Interação Mecânica (parte 1)



$$E_{pg} = mgh$$

Nível de referência	Altura inicial h_i / m	Energia potencial gravítica inicial $E_{pg}(i)$ / J	Altura final h_f / m	Energia potencial gravítica final $E_{pg}(f)$ / J	Variação de energia potencial gravítica ΔE_{pg} / J
Solo – **A**	2,00	10,78	3,05	16,44	5,66
Ponto de lançamento da bola – **B**	0,00	0,00	1,05	5,66	5,66
Altura do cesto – **C**	-1,05	-5,66	0,00	0,00	5,66

E se as variações de altura forem significativas quando comparadas com o raio da Terra?



$$W_{\text{peso}} = \int_{r_0}^{r_f} \vec{F}_g \cdot d\vec{r}$$

$$\cancel{\vec{F}_g = -mg\hat{\jmath}} \qquad \vec{F}_g = -G\frac{m_{\text{corpo}}m_{\text{Terra}}}{r^2}\hat{\jmath}$$

$$W_{F_g} = -Gm_c m_T \int_{r_0}^{r_f} \frac{1}{r^2} \cdot dr \Leftrightarrow W_{F_g} = -Gm_c m_T \left[-\frac{1}{r_f} - \left(-\frac{1}{r_0}\right)\right]$$

$$W_{F_g} = -\left[-\boxed{\frac{Gm_c m_T}{r_f}} + \boxed{\frac{Gm_c m_T}{r_0}}\right]$$

Energia potencial gravítica final

Energia potencial gravítica inicial

- A energia potencial gravítica de uma partícula com massa *m*, no ponto P é a energia que a partícula possui devido à sua posição em relação à Terra.

- Essa energia é igual ao trabalho necessário para deslocar a partícula desde a posição P até ao infinito (onde a energia potencial é nula).

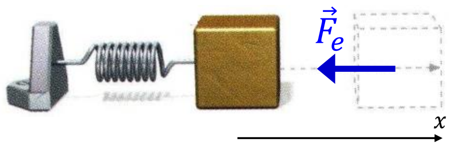
$$W_{F_g\,(\text{P}\rightarrow\infty)} = -\left(E_{pg(\infty)} - E_{pg(\text{P})}\right) = -\left(0 - E_{pg(\text{P})}\right)$$

$$W_{F_g\,(\text{P}\rightarrow\infty)} = E_{pg(\text{P})}$$

Só é possível associar o conceito de energia potencial a uma força conservativa.

Energia Potencial Elástica

- Trabalho realizado pela força elástica $F_e = -kx$



$$W_{\vec{F}_e} = \int_{x_0}^{x_f} \vec{F}_e \cdot d\vec{r} \Leftrightarrow W_{\vec{F}_e} = \int_{x_0}^{x_f} -kx\,dx \Leftrightarrow W_{\vec{F}_e} = -k\int_{x_0}^{x_f} x\,dx$$

$$W_{\vec{F}_e} = \left(-\frac{1}{2}k\right)[x^2]_{x_0}^{x_f} \Leftrightarrow W_{\vec{F}_e} = -\left(\boxed{\frac{1}{2}kx_f^2} - \boxed{\frac{1}{2}kx_0^2}\right)$$

Energia potencial elástica final

Energia potencial elástica inicial

$$W_{\vec{F}_e} = -\Delta E_{pe}$$

$$\boxed{E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2}$$

- Trabalho só depende da posição inicial e final

Forças Conservativas

São forças que obedecem a uma das seguintes condições:

- O seu rotacional é igual a zero

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \vec{0} \qquad \vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}$$

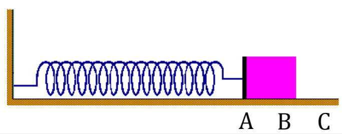
- O seu trabalho é zero para qualquer percurso fechado

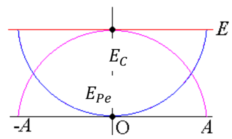
$$W = \oint_c \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$

- Pode ser escrita como o gradiente de uma energia potencial

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} E_p$$

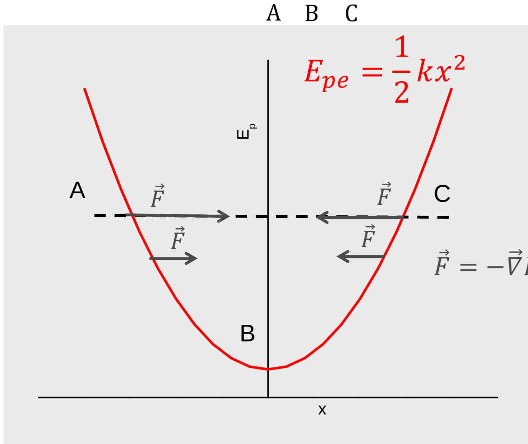
Curvas de Energia Potencial





$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

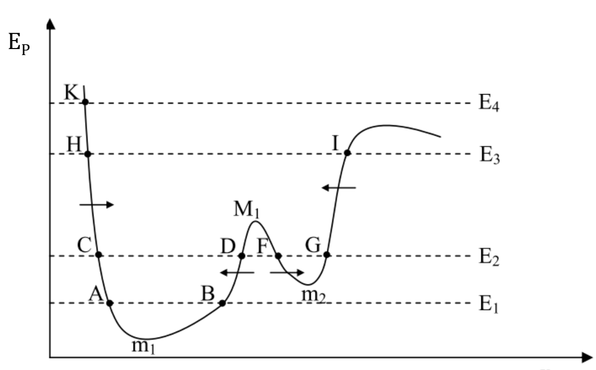
$$E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2$$



Na mola que oscila entre A e C, sem atrito:
Em A e C – Energia potencial máxima e Energia cinética nula
Em B - Energia cinética máxima e Energia potencial nula

$\vec{F} = -\vec{\nabla}E_p$ 1D (direção x) $\vec{F} = -\frac{\partial E_p}{\partial x}\hat{\imath}$

Curvas de Energia Potencial



$$\vec{F} = -\vec{\nabla}E_P$$

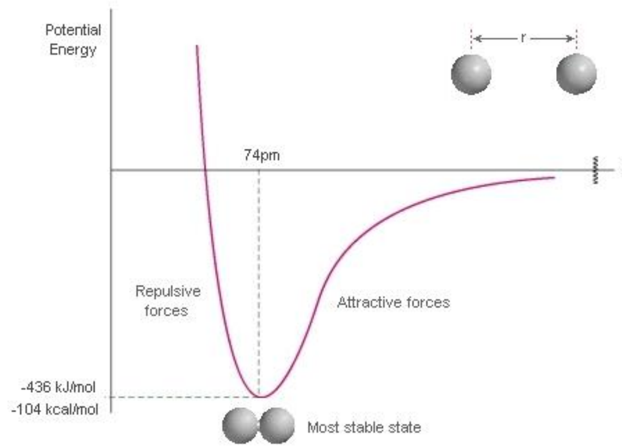
a uma dimensão

$$\vec{F} = -\frac{\partial E_P}{\partial x}\hat{\imath}$$

$$F = -\frac{\partial E_P}{\partial x}$$

Curvas de Energia Potencial

Vibração de átomos numa molécula



H_2

Princípio da Conservação da Energia Mecânica

- Forças Internas ($\vec{F}_i$) – força gravítica, força elástica, força elétrica, força magnética, etc.
  - se conservativas:

$$W_{\vec{F}_{\text{conservativas}}} = -\Delta E_p$$

- Forças Externas ($\vec{F}_e$)
  - responsáveis pela variação da energia do sistema através da realização de trabalho sobre o mesmo.
  - Energia é “armazenada” sobre a forma de energia potencial ou “usada” como energia cinética
- Trabalho total realizado sobre o corpo

$$W_{Total} = W_{\vec{F}_\text{e}} + W_{\vec{F}_\text{i}} = \Delta E_c$$

$$W_{Total} = W_{\vec{F}_e} + W_{\vec{F}_i} = \Delta E_c$$

É importante distinguir forças internas e forças externas e sua natureza

Num sistema com forças internas conservativas ($W_{cons} = -\Delta E_P$)
se o somatório das forças exteriores for nulo ($\Rightarrow W_{\vec{F}_e} = 0$) :

$$\cancel{W_{\vec{F}_e}} + W_{\vec{F}_i} = \Delta E_c$$

$$0 - \Delta E_p = \Delta E_c \Leftrightarrow \Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

$$\Delta\left(\boxed{E_c + E_p}\right) = 0 \Leftrightarrow \Delta E_m = 0$$

Energia Mecânica do sistema (E_m)

$$W_{Total} = W_{\vec{F}_e} + W_{\vec{F}_i} = \Delta E_c$$

Num sistema com forças internas conservativas ($W_{cons} = -\Delta E_P$)

Se o somatório das forças exteriores **não for nulo** ($\Rightarrow W_{\vec{F}_e} \neq 0$) :

$$W_{\vec{F}_e} + W_{\vec{F}_i} = \Delta E_c$$

$$W_{\vec{F}_e} - \Delta E_p = \Delta E_c \Leftrightarrow \Delta E_c + \Delta E_p = W_{\vec{F}_e}$$

$$\Delta\left(E_c + E_p\right) = W_{\vec{F}_e} \Leftrightarrow \Delta E_m = W_{\vec{F}_e}$$

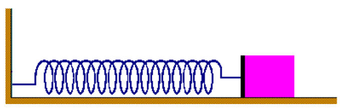
Energia Mecânica do sistema (E_m) não se conserva: $\Delta E_m \neq 0$

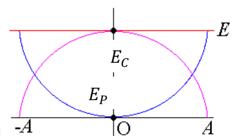
Princípio da Conservação da Energia Mecânica (exemplos)

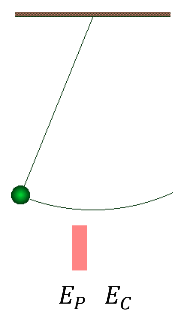
$$E_m = E_C + E_P = \text{constante}$$

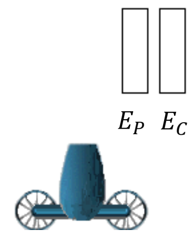
- A variação da energia potencial é simétrica da variação da energia cinética.

$$\Delta E_C + \Delta E_P = 0$$







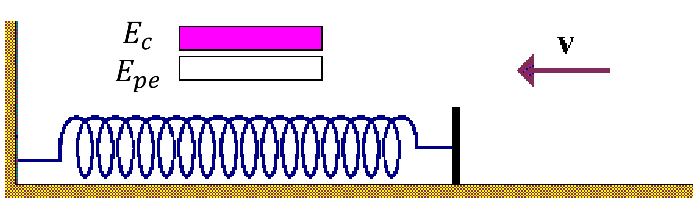


Checkpoint 3.4

Um corpo de massa 1 kg colide com uma mola de constante 500 N/m. Após a colisão, a mola sofre uma compressão máxima de 5 cm. Despreze todos os atritos.

a) Calcule o valor da velocidade com que o corpo colide com a mola.

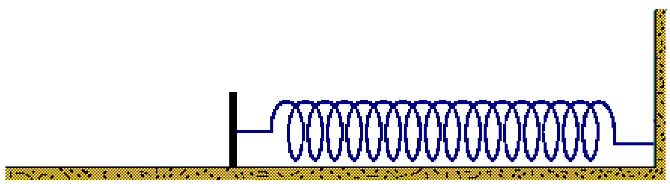
b) Qual o valor da velocidade com que o corpo abandona a mola?



CHECKPOINT 3.5

Um corpo de massa 1 kg colide com uma mola de constante 500 N/m. Após a colisão, a mola sofre uma compressão máxima de 5 cm. O coeficiente de atrito de escorregamento dinâmico entre o corpo e a superfície é 0.7.

a) Calcule o valor da velocidade com que o corpo colide com a mola.
b) Após atingir a compressão máxima, o corpo inverte o sentido da velocidade, mas para quando a compressão da mola é 1.5 cm. Calcule o coeficiente de atrito estático.
c) Calcule a energia dissipada desde que o corpo colide com a mola até que o corpo para.



POTÊNCIA

- Potência Média

$$P_{média} = \frac{W}{\Delta t} \qquad \text{J s}^{-1} = \text{W}$$

- Potência Instantânea

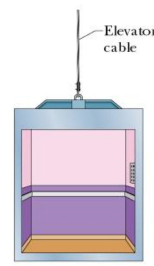
$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{F dx \cos\theta}{dt} = F \cos\theta \frac{dx}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

CHECKPOINT 3.6

Um elevador com uma massa de 1000 kg carrega uma carga máxima de 800 kg. Uma força de atrito constante de 4000 N retarda o seu movimento de subida.

1. Qual deverá ser a potência mínima fornecida pelo motor para elevar o elevador com uma velocidade constante de 3.0 m/s?

2. Qual a potência fornecida pelo motor se se pretender que o elevador suba com uma aceleração constante de 1.00 ms^{-2}, quando a velocidade é 3.0 m/s?



CHECKPOINT 3.7

Na alínea a) do exemplo anterior, o motor fornece uma potência mínima ao elevador e este desloca-se com velocidade constante.
Se a velocidade é constante a energia cinética mantém-se contante.
Então, de acordo com o teorema do trabalho energia cinética: $W_{\vec{F}_R} = \Delta E_C = 0$.
Sabendo que: $P_{\text{médio}} = \frac{W}{\Delta t}$, concluiu-se que $P_{\text{médio}} = 0$.

Como se explica este aparente paradoxo?

Relembre os objetivos de aprendizagem…..

Objetivos de aprendizagem

- descrever o trabalho como uma medida da transferência de energia entre sistemas mecânicos;
- classificar os diferentes tipos de energia envolvidos num sistema – energia cinética; energia potencial gravítica; e energia potencial elástica
- distinguir forças conservativas de forças não conservativas
- aplicar os princípios do Trabalho – Energia Cinética e da Conservação da Energia na resolução de problemas
- prever as transferências de energia num sistema na presença de forças conservativas e de forças não conservativas.

… certifique-se que foram atingidos.