

Duração: 90 minutos

**3º Teste de Cálculo EE**

Nome: \_\_\_\_\_

Nr.: \_\_\_\_\_

Curso: MIEGI

**GRUPO I (1,5 valores)**

Em cada uma das perguntas seguintes, assinale a resposta correta no quadrado correspondente.

1. Qual dos seguintes integrais é impróprio?

☐  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \tan x \, dx;$

☐  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cot x \, dx;$

☐  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \cot x \, dx;$

☐  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \frac{1}{\sin x} \, dx;$

☐  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin x} \, dx;$

☐  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \tan x \, dx.$

2. Qual dos seguintes integrais é divergente?

☐  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} \, dx;$

☐  $\int_2^{+\infty} \frac{1}{(x-1)^2} \, dx;$

☐  $\int_2^{+\infty} \frac{1}{(x-1)^3} \, dx;$

☐  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} \, dx;$

☐  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} \, dx;$

☐  $\int_1^2 \frac{1}{x} \, dx.$

3. Qual das seguintes séries numéricas é convergente?

☐  $\sum_{n=1}^{\infty} 3 \cdot 2^{-n};$

☐  $\sum_{n=1}^{\infty} \cos n^2;$

☐  $\sum_{n=1}^{\infty} 4 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^n;$

☐  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+3};$

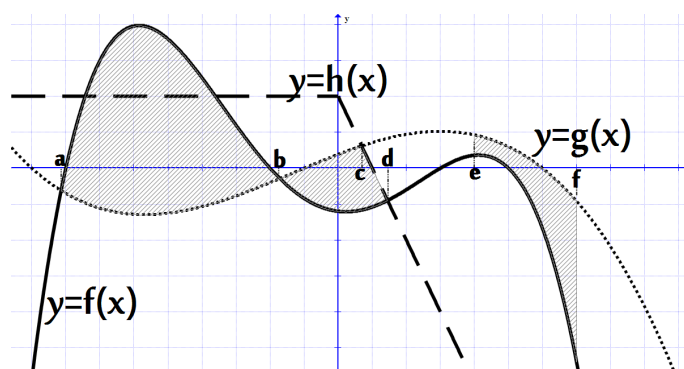
☐  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}};$

☐  $\sum_{n=1}^{\infty} ((n+1)^2 - n^2).$

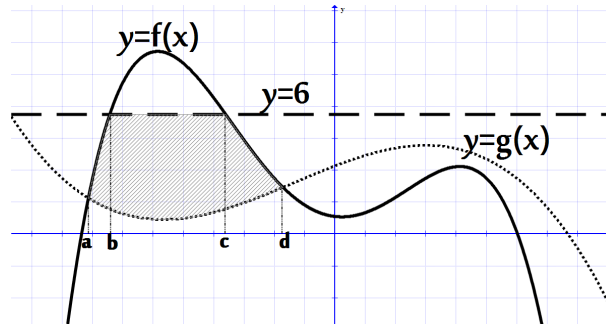
**GRUPO II (valores)**

Em cada uma das perguntas seguintes, responda sem apresentar cálculos.

1. Usando integrais, indique a expressão que permite calcular a área da região sombreada na figura.



2. Considere a região sombreada na figura seguinte.



- (a) Usando integrais, indique a expressão que permite calcular o perímetro da fronteira da região sombreada na figura.
- (b) Usando integrais, indique a expressão que permite calcular o volume do sólido de revolução obtido pela rotação da região sombreada em torno do eixo  $OX$ .
- (c) Usando integrais, indique a expressão que permite calcular o volume do sólido de revolução obtido pela rotação da região sombreada em torno da reta  $y = 6$ .

### GRUPO III

(valores)

**Apresente todos os cálculos efetuados.**

1. Determine os seguintes integrais:

(a)  $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sin^5 x} dx.$

(b)  $\int_{-2}^1 \frac{\sqrt{2-x}}{\sqrt{2-x}+2} dx$ . **Sug:** use a mudança de variável  $\sqrt{2-x} = t$ .

2. Considere a função  $F(x) = \int_1^{\sqrt{x-2}} \frac{e^{t^2}}{t} dt$ .

(a) Determine  $F'(x)$ .

(b) Estude a monotonia da função  $F(x)$ . **Nota:** Tenha em atenção o domínio de  $F$ .

(c) Determine  $F(3)$  e estude o sinal da função  $F$  no seu domínio.

3. Considere a região do plano  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 17 \wedge y < x^2 + 3 \wedge x > 0 \wedge y > 0\}$

(a) Represente a região num plano cartesiano.

(b) Indique o integral que permite determinar a área da região  $A$ .

4. Estude a natureza do integral impróprio  $\int_0^{+\infty} \frac{x}{x-1} dx$

5. Estude a natureza da série numérica  $\sum_{n=2}^{\infty} \left(-\frac{1}{3}\right)^{2n-1}$  e, se possível, determine a sua soma.