Universidade do Minho

Departamento de Matemática
e Aplicações

20 Jan 2010
a

2º Teste de Cálculo A

Duração: 90 min.

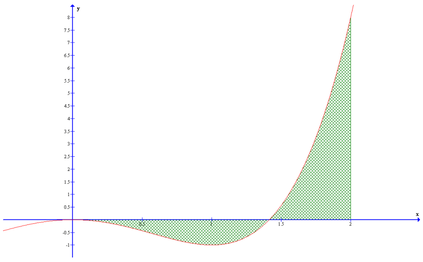
Nome: ______________________ Nr.: ________ Curso: MIEC

Grupo I

(6 valores) **Sem indicar os cálculos efectuados, apresente apenas o resultado final.**

1. Seja $h(x) = \int_{x}^{x^2} \cos(-t^2)dt$. Determine a expressão da função $h'(x)$.

2. Escreva o integral (ou a soma de integrais) que permite calcular a área da região sombreada, limitada pelas curvas $y = x^4 - 2x^2$, $x = 2$ e $y = 0$).



3. Considere o arco da curva de equação $y = e^{x^2} + 1$, entre os pontos $A = (0, 2)$ e $B = (1, e + 1)$. O integral que permite calcular o comprimento deste arco de curva é:

4. Considere a região plana A definida pelas condições: $x^2 + y^2 \leq 9$, $x \geq 0$. Escreva o integral em coordenadas polares que permite calcular a área da região A.

5. Indique e classifique uma equação cartesiana para a curva representada em coordenadas polares por $\rho = 4 \sin\theta$.

6. Escreva a série $\frac{3}{e} + \frac{5}{e^2} + \frac{7}{e^3} + \frac{9}{e^4} + ...$ utilizando o símbolo de somatório.

- $\text{sen}\,\frac{\pi}{6} = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$
- $\text{sen}\,\frac{\pi}{3} = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\text{sen}\,\frac{\pi}{4} = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Apresente TODOS cálculos efectuados.

1. Calcule o integral definido $\displaystyle\int_1^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\, dx$, usando a substituição $x = t^2$.

2. Considere a região plana A definida pelas condições: $y + x^2 \leq 4$ e $y \leq x$ e $y \geq 0$.

   (a) Faça um esboço da região A.

(b) Indique o integral (ou a soma de integrais) que lhe permite calcular o volume gerado pela rotação da região A em torno da recta $y = 0$.

3. Estude a natureza das seguintes séries numéricas e, se possível, calcule a sua soma:

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{6}{3^n}$.

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^n}{n!}$.

4. Se possível, determine o valor do integral $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{2}{\sqrt[3]{e^x}}\,dx$.