Universidade do Minho (DMCT) LEAP
12 Jan 2010 **Teste 2A**

Nome ______________________________

Número ____________________ Curso ____________________

GRUPO I - Neste grupo, não deve indicar os cálculos. Cada questão vale 1 valor.

1. O valor do $\int_1^5 \ln x \, dx$ é o valor da área limitada pelas seguintes curvas:

   ____

2. O $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{x-1} dx$ tem o valor ______________________________

3. A equação polar da curva $x^2 + (y-1)^2 = 1$ é ______________________________

4. $\rho = 4cos(\theta)$, com $\theta \in [0, \pi/2]$, representa o seguinte arco de curva (indicar a equação cartesiana e os pontos inicial e final)

   ____

5. Considere a região A limitada pelas seguintes curvas: $y = e^x, \quad y = -x+1, \quad x = 3.$

   O integral que permite calcular o valor da área de A é:

   ____

6. Seja $h(x) = \displaystyle\int_1^{e^x} \ln(\sqrt{t^3}) dt$. Então $h'(x) =$ ______________________________

7. Considere a curva de equação $f(x) = 3x^2 + 1$, entre os pontos $A(0,1)$ e $B(2,13)$.
   a) O integral que permite calcular o comprimento deste arco é

   ____

   b) O integral que permite calcular o volume obtido pela rotação, em torno de OX, deste arco é

   ____

8. Com a substituição definida por $cx + d = a \sin t$, tem-se:
   $$\int_{--}^{--} \sqrt{a^2 - (cx+d)^2} dx = \int_0^{\pi/2} \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}$$

   Nota: escreva os limites de integração no primeiro integral e a função integranda no segundo integral

GRUPO II - Nas perguntas seguintes apresente todos os cálculos.

1. Considere a figura plana limitada pela curva $y = \sin x$, com $x \in [0, \pi/2]$ e pela parábola $y = ax^2$, definida no mesmo intervalo.

   a) Determine a de modo que as duas curvas se intersectem para $x = \pi/2$.

   b) Faça o esboço do gráfico dessa região plana.

   c) Calcule a área da região plana assim obtida (isto é, verificando-se a condição expressa na a)).

2. Calcule o seguinte integral definido $\displaystyle\int_{-3}^{0} x(x+12)^{\frac{1}{5}}dx$. Use a seguinte mudança de variável $x + 12 = t^5$.

3. Estude, quanto à convergência, o integral impróprio $\displaystyle\int_{1}^{+\infty} x^{-a}dx$, em que a pode tomar qualquer valor real positivo.