

Tópicos

Conservação do momento linear;
Impulso.
Sistemas de partículas.
Centro de massa.
Sistemas de massa variável



Objetivos de aprendizagem

- Conhecer a grandeza Momento Linear
- Interpretar o Princípio da Conservação do Momento Linear como uma consequência da 1ª Lei de Newton
- Classificar as colisões como Elásticas, Inelásticas e Plásticas
- Calcular o impulso originado por uma força quando atua sobre um corpo
- Prever o movimento do centro de massa
- Aplicar o Princípio da conservação do momento linear a sistemas de massa variável

Estudo recomendado:

- R. Resnick, D. Halliday, "Fundamentos de Física", Livros Técnicos e Científicos Editora, Rio de Janeiro (2011) (cap 9)

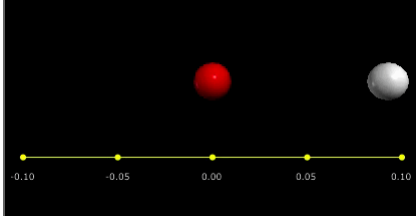
Questão inicial



Destes dois "atletas", qual deles prefeririam placar, se corresse com a bola no vosso sentido, com a mesma velocidade?

No final do cap. 3 (parte 2) deve saber responder a esta questão

QUANTIDADE DE MOVIMENTO (OU MOMENTO LINEAR)



Recordando a 2ª Lei de Newton

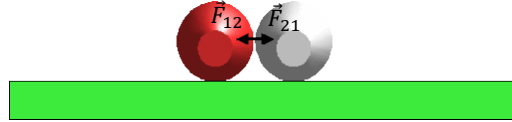
$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \Leftrightarrow \vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \Leftrightarrow \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Quantidade de movimento
ou Momento linear (S.I.: kgms⁻¹)

Num sistema isolado constituído por 2 partículas:



$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = \vec{0} \Leftrightarrow m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 = \vec{0}$$

$$m_1 \frac{d\vec{v}_1}{dt} + m_2 \frac{d\vec{v}_2}{dt} = \vec{0} \Leftrightarrow \frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2) = \vec{0}$$

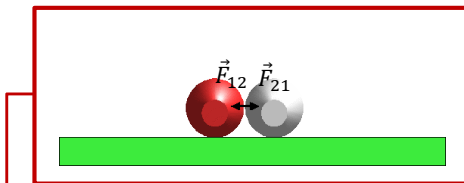
$$\frac{d(m_1\vec{v}_1)}{dt} + \frac{d(m_2\vec{v}_2)}{dt} = \vec{0}$$

$$\frac{d(\vec{p}_1)}{dt} + \frac{d(\vec{p}_2)}{dt} = \vec{0}$$

Luís Cunha-DFUM

Cap 3_2_3

Análise de um sistema isolado



Sistema isolado ($\sum \vec{F}_{\text{exteriore}} = \vec{0}$)

Lei da Conservação do Momento Linear

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2) = \vec{0}$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = \vec{0} \Rightarrow \vec{p}_{\text{total}} = \text{CONSTANTE}$$

$$\vec{p}_{1,i} + \vec{p}_{2,i} = \vec{p}_{1,f} + \vec{p}_{2,f}$$

Quando as partículas interagem num **sistema isolado**, o momento linear total mantém-se constante.

$$m_1\vec{v}_{1,i} + m_2\vec{v}_{2,i} = m_1\vec{v}_{1,f} + m_2\vec{v}_{2,f}$$

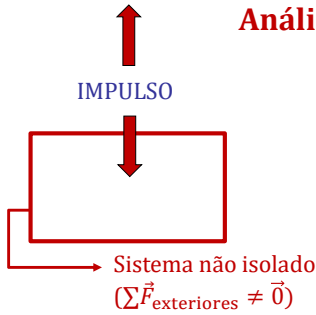


Num sistema isolado o momento linear total mantém-se constante, mas o momento linear de cada partícula do sistema pode variar.

Luís Cunha-DFUM

Cap 3_2_4

Análise de um sistema não isolado



$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Leftrightarrow \vec{F} dt = d\vec{p} \Leftrightarrow \int_{t_0}^{t_1} \vec{F} dt = \int_{\vec{p}_0}^{\vec{p}_1} d\vec{p}$$

$$\vec{I} = \Delta \vec{p}$$

Impulso de uma força (\vec{I})
S.I.: (N.s = kg.m.s⁻¹)

Teorema do impulso-quantidade de movimento

A variação da quantidade de movimento é igual ao impulso da resultante das forças exteriores aplicadas ao sistema.

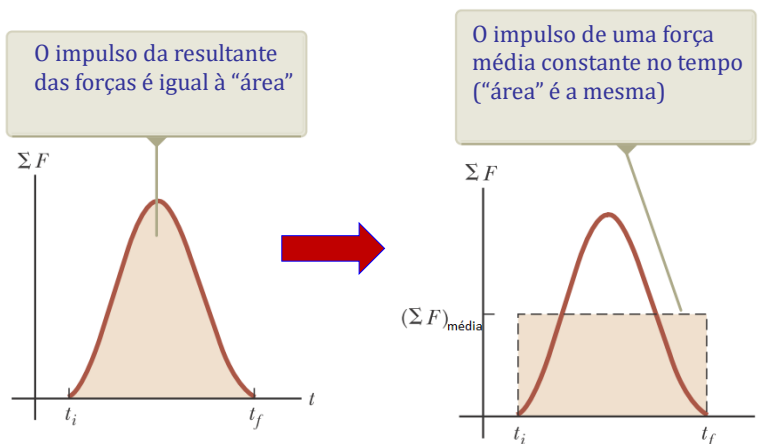
Se \vec{F} for constante no tempo:

$$\vec{F} \Delta t = \Delta \vec{p}$$

Em geral, a força não é constante

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Variação típica da força durante a colisão.



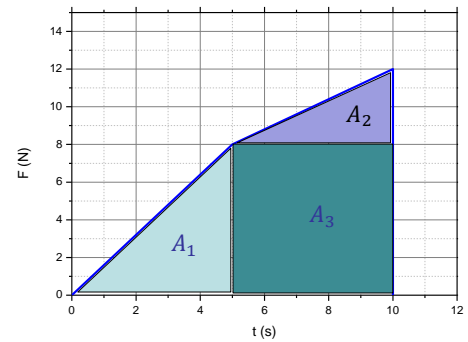
$$\Rightarrow \vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt = \Delta \vec{p}$$

$$\vec{I} = \vec{\bar{F}} \Delta t = \Delta \vec{p}$$

CHECKPOINT 3.2.1

A força resultante aplicada a corpo, inicialmente em repouso, de massa 100 kg, tem uma direção constante e o **seu módulo varia em função do tempo** do modo como a figura mostra.

Calcular o módulo da velocidade final do corpo.



CHECKPOINT 3.2.2

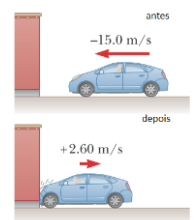
Num teste de embate frontal, um carro de massa 1500 kg Colide com uma parede. As velocidades iniciais e finais do carro são $\vec{v}_i = -15.0\hat{i}$ (m/s) e $\vec{v}_f = 2.60\hat{i}$ (m/s), respetivamente.

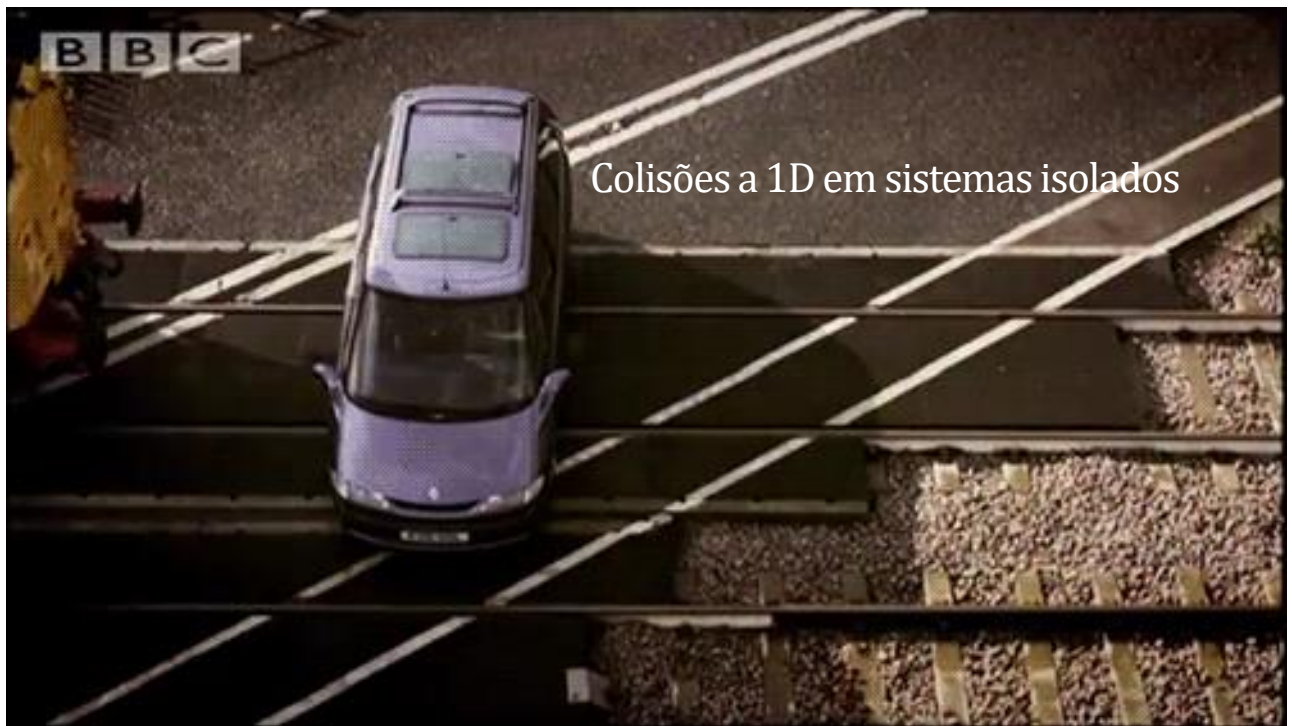
1 - Se o tempo da colisão for igual a 0.150 s, determine:

- O impulso durante a colisão
- A força média resultante exercida no carro

2 - Suponha agora que o tempo de colisão é o mesmo, mas o carro não recua ($\vec{v}_f = 0$ (m/s)).

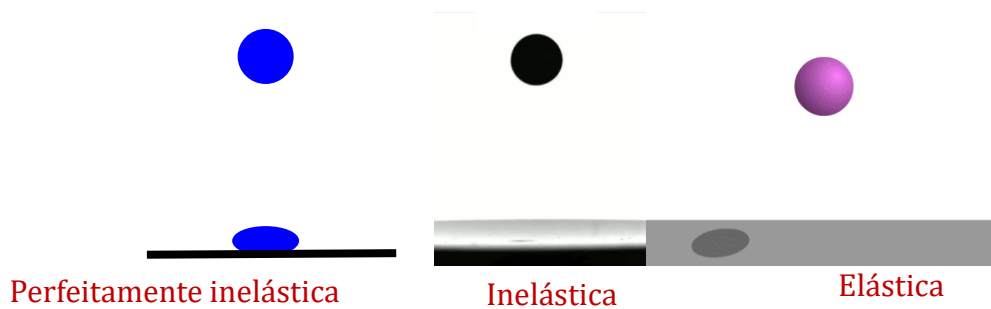
Nestas condições a força média resultante no carro é maior ou menor que a determinada na alínea b) ? Comente o resultado.





Colisões 1D sem ação de forças exteriores

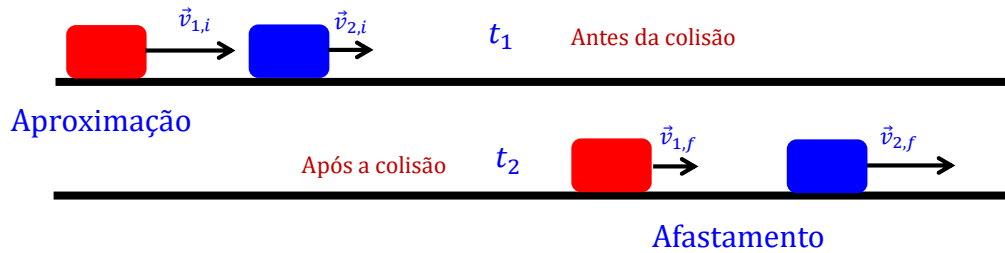
Cap 3 – Interação Mecânica (parte 2)



Para analisar as colisões (choques) há três conceitos a ter em consideração:

- Momento linear (quantidade de movimento) (\vec{p})
- Energia cinética (E_c)
- Coeficiente de restituição (e)

O que é o coeficiente de restituição (e)?



Coeficiente de restituição:

$$e = \frac{v_{\text{afastamento}}}{v_{\text{aproximação}}} = \frac{|v_{2,f} - v_{1,f}|}{|v_{1,i} - v_{2,i}|}$$

Colisões elásticas (exemplo 1)

Cap 5 – Interação Física

Elasáticas (exemplo 1)

$m = 1000 \text{ kg}$

$v \text{ (m/s)}$	+20	antes	$v \text{ (m/s)}$	-20
$p \text{ (kg m/s)}$	+20 000		$p \text{ (kg m/s)}$	-60 000

$m = 3000 \text{ kg}$

$v \text{ (m/s)}$	-40	após	$v \text{ (m/s)}$	0
$p \text{ (kg m/s)}$	-40 000		$p \text{ (kg m/s)}$	0

$p / \text{kg m s}^{-1}$	Inicial	Final
Carro	2.0×10^4	-4.0×10^4
Camião	-6.0×10^4	0.0
Total	-4.0×10^4	-4.0×10^4

E_c / J	Inicial	Final
Carro	2.0×10^5	8.0×10^5
Camião	6.0×10^5	0.0
Total	8.0×10^5	8.0×10^5

$$e = \frac{v_{\text{afastamento}}}{v_{\text{aproximação}}} = \frac{|v_{2,f} - v_{1,f}|}{|v_{1,i} - v_{2,i}|}$$

Velocidade de afastamento	40 ms^{-1}
Velocidade de aproximação	40 ms^{-1}
Coefficiente de restituição	1

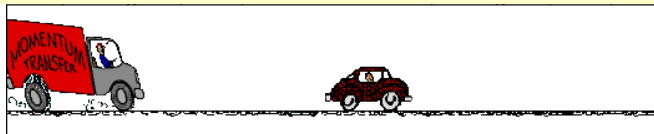
Colisões elásticas (exemplo 2)

$m = 3000 \text{ kg}$

$m = 1000 \text{ kg}$

Cap 3 – Interação Mecânica (parte 2)

$v \text{ (m/s)}$	+20	antes	$v \text{ (m/s)}$	0
$p \text{ (kg m/s)}$	+60 000		$p \text{ (kg m/s)}$	0



$v \text{ (m/s)}$	10	após	$v \text{ (m/s)}$	30
$p \text{ (kg m/s)}$	30 000		$p \text{ (kg m/s)}$	30 000

$p / \text{kg m s}^{-1}$	Inicial	Final
Carro	0.0	3.0×10^4
Camião	6.0×10^4	3.0×10^4
Total	6.0×10^5	6.0×10^4

E_c / J	Inicial	Final
Carro	0.0	4.5×10^5
Camião	$6.0 \times 10^5 \text{ J}$	1.5×10^5
Total	6.0×10^5	6.0×10^5

Velocidade de afastamento	20 ms^{-1}
Velocidade de aproximação	20 ms^{-1}
Coefficiente de restituição	1

Luís Cunha-DFUM

Cap 3_2_13

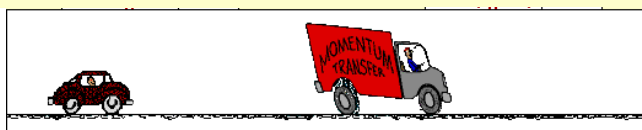
Colisões elásticas (exemplo 3)

$m = 1000 \text{ kg}$

$m = 3000 \text{ kg}$

Cap 3 – Interação Mecânica (parte 2)

$v \text{ (m/s)}$	+20	antes	$v \text{ (m/s)}$	0
$p \text{ (kg m/s)}$	+20 000		$p \text{ (kg m/s)}$	0



$v \text{ (m/s)}$	-10	após	$v \text{ (m/s)}$	10
$p \text{ (kg m/s)}$	-10 000		$p \text{ (kg m/s)}$	30 000

$p / \text{kg m s}^{-1}$	Inicial	Final
Carro	2.0×10^4	-1.0×10^4
Camião	0.0	3.0×10^4
Total	2.0×10^4	2.0×10^4

E_c / J	Inicial	Final
Carro	2.0×10^5	0.5×10^5
Camião	0.0	1.5×10^5
Total	2.0×10^5	2.0×10^5

Velocidade de afastamento	20 ms^{-1}
Velocidade de aproximação	20 ms^{-1}
Coefficiente de restituição	1

Luís Cunha-DFUM

Cap 3_2_14

Colisões elásticas

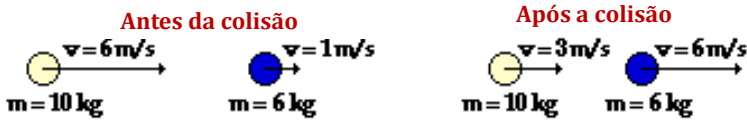
- Conservação do momento linear: $\vec{p}_i = \vec{p}_f$
- Conservação da energia cinética: $E_{ci} = E_{cf}$
- Coeficiente de restituição: $e = 1$



Para baixos valores de v , os choques entre automóveis são praticamente elásticos.

Os para-choques são suficientemente elásticos para que isso aconteça.

Colisões inelásticas (exemplo 1)



$p / \text{kg m s}^{-1}$	Inicial	Final
amarela	60.0	30.0
azul	6.0	36.0
Total	66.0	66.0

E_c / J	Inicial	Final
amarela	180.0	45.0
azul	3.0	108.0
Total	183.0	153.0

Velocidade de afastamento	3.0 ms^{-1}
Velocidade de aproximação	5.0 ms^{-1}
Coeficiente de restituição	0.6

- Conservação do momento linear $\vec{p}_i = \vec{p}_f$
- Não há conservação da energia cinética: $E_{ci} > E_{cf}$
- Coeficiente de restituição: $0 < e < 1$



A quase totalidade dos choques pertence a esta categoria.

Colisões totalmente inelásticas (ou plásticas) (exemplo 1)

Corpos ficam juntos após a colisão

antes	locomotiva		vagão	
	m = 8000 kg		m = 2000 kg	
	Vel. (km/hr)	5	Vel. (km/hr)	0
	Mom. (kg km/hr)	40 000	Mom. (kg km/hr)	0
após	vel. (m/s)	4	vel. (m/s)	4
	mom. (kg m/s)	32 000	mom. (kg m/s)	8 000

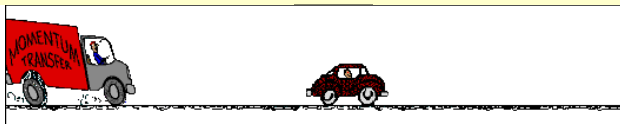
$p / \text{kg m s}^{-1}$	Inicial	Final
Locomotiva	4.0×10^4	3.2×10^4
vagão	0.0	0.8×10^4
Total	4.0×10^4	4.0×10^4

E_c / J	Inicial	Final
Locomotiva	1.0×10^5	6.4×10^4
vagão	0.0	1.6×10^4
Total	1.0×10^5	8.0×10^4

Velocidade de afastamento	0 m s ⁻¹
Velocidade de aproximação	5 m s ⁻¹
Coeficiente de restituição	0

Colisões totalmente inelásticas (ou plásticas) (exemplo 2)

$m = 3000 \text{ kg}$			$m = 1000 \text{ kg}$	
$v \text{ (m/s)}$	+20	antes	$v \text{ (m/s)}$	0
$p \text{ (kg m/s)}$	+60 000		$p \text{ (kg m/s)}$	0



v (m/s)	+15	após	v (m/s)	+15
p (kg m/s)	+45 000		p (kg m/s)	+15 000

$p / \text{kg m s}^{-1}$	Inicial	Final
Camião	6.0×10^4	4.5×10^4
Carro	0.0	1.5×10^4
Total	6.0×10^4	6.0×10^4

E_c / J	Inicial	Final
Camião	6.0×10^5	33.75×10^4
Carro	0.0	11.25×10^4
Total	6.0×10^5	4.5×10^5

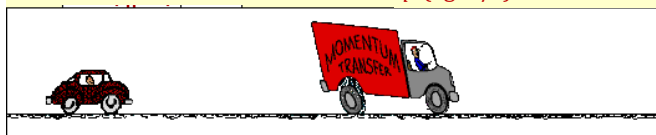
Velocidade de afastamento	0 ms^{-1}
Velocidade de aproximação	20 ms^{-1}
Coefficiente de restituição	0

Luís Cunha-DFUM

Cap 3 2 19

Colisões totalmente inelásticas (ou plásticas) (exemplo 3)

$m = 1000 \text{ kg}$			$m = 3000 \text{ kg}$	
$v \text{ (m/s)}$	+20		$v \text{ (m/s)}$	0
$p \text{ (kg m/s)}$	+20 000	antes	$p \text{ (kg m/s)}$	0



v (m/s)	+5	após	v (m/s)	+5
p (kg m/s)	+5 000		p (kg m/s)	+15 000

$p / \text{kg m s}^{-1}$	Inicial	Final
Carro	2.0×10^4	0.5×10^4
Camião	0.0	1.5×10^4
Total	2.0×10^4	2.0×10^4

E_c / J	Inicial	Final
Carro	2.0×10^5	1.25×10^4
Camião	0.0	3.75×10^4
Total	2.0×10^5	5.0×10^4

Velocidade de afastamento	0 ms^{-1}
Velocidade de aproximação	20 ms^{-1}
Coefficiente de restituição	0

Luís Cunha-DFUM

Cap 3_2_20

Colisões totalmente inelásticas (ou plásticas)

Corpos seguem juntos após colisão

- Conservação do momento linear: $\vec{p}_i = \vec{p}_f$
- Não há conservação da energia cinética: $E_{ci} > E_{cf}$
- Coeficiente de restituição: $e = 0$



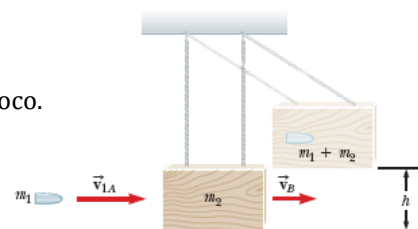
Luís Cunha-DFUM

Cap 3_2_21

CHECKPOINT 3.2.3

Uma bala de massa $m_1 = 0,05 \text{ kg}$ é disparada horizontalmente com uma velocidade de $v_{1A} = 500,00 \text{ m/s}$ na direcção de um bloco de massa $m_2 = 5 \text{ kg}$, que se encontra suspenso do tecto (ver esquema). A bala fica encravada no bloco. Os atritos com o ar e o efeito da gravidade sobre a bala são desprezáveis neste problema. Calcule:

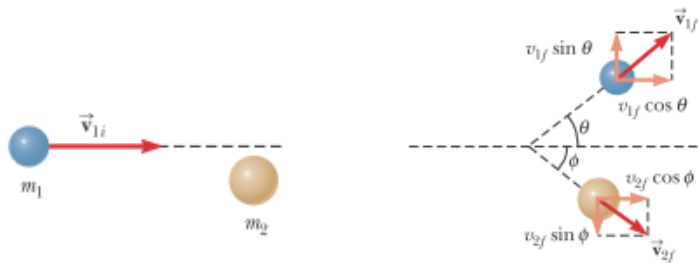
- O valor da velocidade do bloco (v_B) após o impacto da bala.
- A altura máxima (h) atingida pelo bloco.
- A energia mecânica dissipada no impacto da bala sobre o bloco.



Luís Cunha-DFUM

Cap 3_2_22

Colisões 2D sem ação de forças exteriores



Colisões 2D

Para todos os tipos de choques sem interações externas: **Conservação de momento linear**

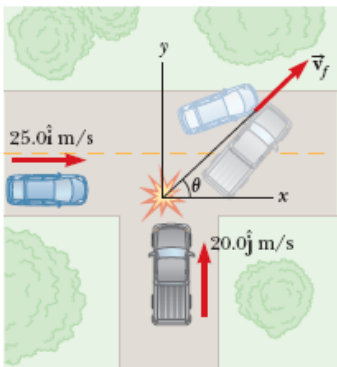
$$\vec{p}_{1,i} + \vec{p}_{2,i} = \vec{p}_{1,f} + \vec{p}_{2,f} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 \vec{v}_{1,ix} + m_2 \vec{v}_{2,ix} = m_1 \vec{v}_{1,fx} + m_2 \vec{v}_{2,fx} \\ m_1 \vec{v}_{1,iy} + m_2 \vec{v}_{2,iy} = m_1 \vec{v}_{1,fy} + m_2 \vec{v}_{2,fy} \end{cases}$$

Para todos os choques elásticos: **Conservação da Energia Cinética**

$$E_{c1,i} + E_{c2,i} = E_{c1,f} + E_{c2,f}$$

CHECKPOINT 3.2.4

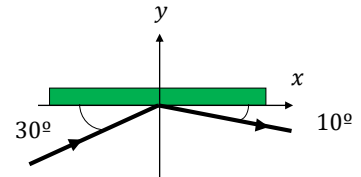
O carro, com 1500 kg colide, na intersecção perpendicular de duas estradas, com uma pick-up de 2500 kg. As velocidades de cada veículo estão representadas na figura. Após o choque os veículos ficam juntos e escorregam num determinado sentido. Qual a direção e a velocidade do conjunto imediatamente após a colisão?



CHECKPOINT 3.2.5

A figura corresponde à vista de cima do percurso realizado por um piloto (de massa 80 kg) quando o seu carro colide com o muro da pista. No instante antes da colisão ele desloca-se com uma velocidade de 70 m/s, em linha reta, com uma direção que forma um ângulo de 30° com a direção do muro, enquanto que após o choque a sua velocidade é de 50 m/s com um ângulo de 10° em relação ao muro.

- Qual foi o impulso, \vec{I} , no piloto devido à colisão?
- A duração da colisão foi de 14 ms. Qual o valor médio da força a que o piloto ficou sujeito?



CENTRO DE MASSA

Até este ponto da matéria lecionada nunca nos preocupamos com as dimensões dos corpos (considerados rígidos, até agora), apesar de podermos tê-los representado com formas específicas (como carros, blocos, bolas, etc...).

Até este ponto da matéria lecionada, considerou-se que toda a massa do corpo rígido estava concentrada num ponto, designado por **Centro de Massa**.

Resolveram-se os problemas e discutiram-se as questões de acordo com o modelo da partícula material. Os corpos não tinham dimensão (eram pontos).

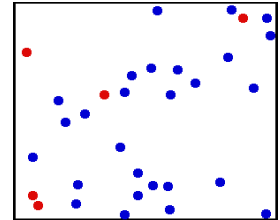
Se um determinado corpo rígido, com uma forma característica, estiver em repouso, o **Centro de Massa** dessa distribuição de massa (que é o corpo) é um ponto onde, se uma força resultante for aplicada nesse ponto, o corpo acelera no sentido da força, de acordo com a 2ª lei de Newton, sem sofrer rotação.



Um ponto especial...

Um corpo sendo rígido, ou não, é constituído por um conjunto de partículas.

Se a resultante das forças exteriores aplicadas num sistema de partículas for nula, mesmo que a velocidade das partículas individualmente possa variar, **existe um ponto associado ao conjunto de partículas do Sistema, que tem aceleração nula (velocidade constante).**

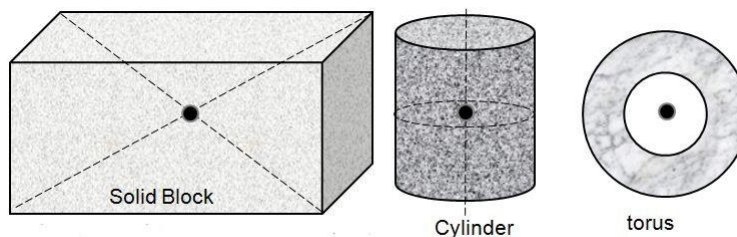


Este ponto designa-se por **Centro de Massa** do Sistema.

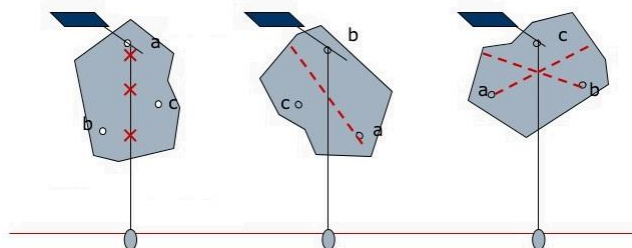
Luís Cunha-DFUM

Cap 3_2_27

O CM de um sólido regular rígido e homogêneo coincide com o centro geométrico do corpo.



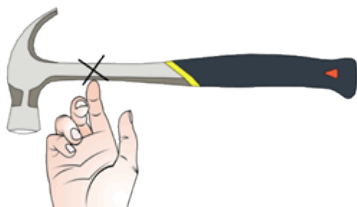
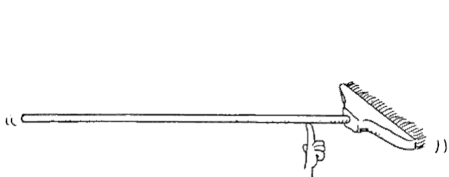
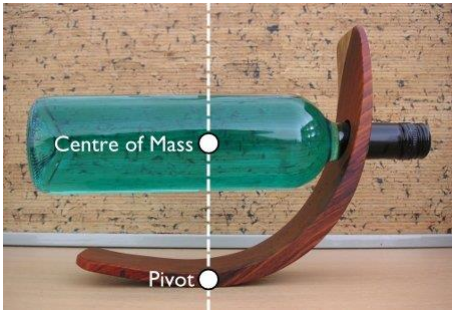
O CM de um sólido irregular rígido homogêneo, ou não, pode ser mais difícil de calcular. No caso de uma lâmina irregular:



Luís Cunha-DFUM

Cap 3_2_28

CENTRO DE MASSA (CM)

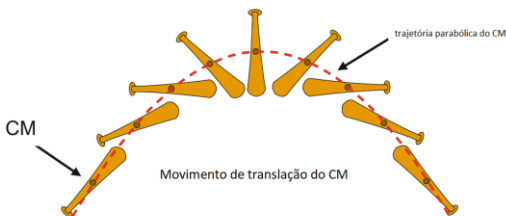


Luís Cunha-DFUM

Cap 3_2_29

CENTRO DE MASSA (CM)

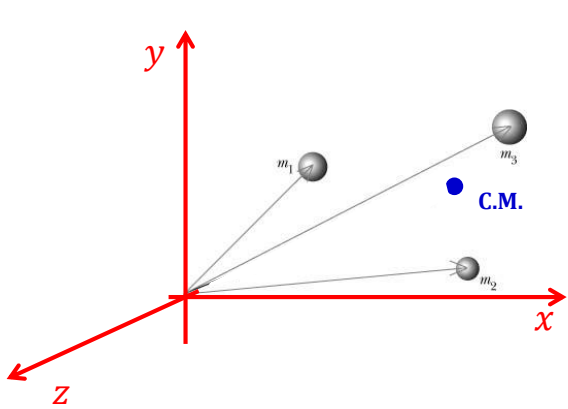
Mas mesmo que o corpo rígido sofra translação, em rotação, o centro de massa do corpo é o ponto que se move como se toda a massa do sistema estivesse concentrada nesse ponto, onde todas as força externas estão aplicadas.



Luís Cunha-DFUM

Cap 3_2_30

No caso de um sistemas constituído por várias particular como se determina a posição do CM (\vec{r}_{CM})?

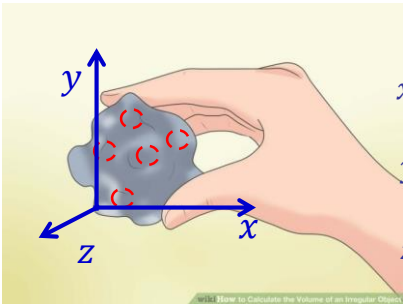


$$\sum_{i=1}^n m_i = M$$

$$\begin{cases} x_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{M} \\ y_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{M} \\ z_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i z_i}{M} \end{cases}$$

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{M}$$

Sólido irregular homogéneo



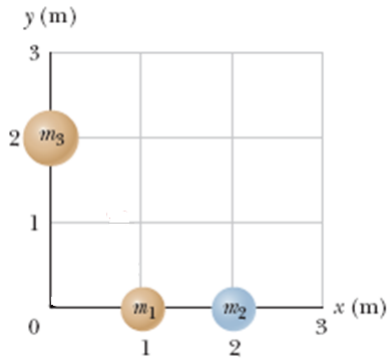
$$x_{CM} = \frac{1}{M} \int x dm$$
$$y_{CM} = \frac{1}{M} \int y dm$$
$$z_{CM} = \frac{1}{M} \int z dm$$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{dm}{dV}$$
$$dm = \frac{M dV}{V}$$

$$x_{CM} = \frac{1}{V} \int x dV$$
$$y_{CM} = \frac{1}{V} \int y dV$$
$$z_{CM} = \frac{1}{V} \int z dV$$

CHECKPOINT 3.2.6

Considere o sistema de 3 partículas em que $m_1 = m_2 = 1 \text{ kg}$ e $m_3 = 2 \text{ kg}$. Calcule a posição do centro de massa do sistema?



Luís Cunha-DFUM

Cap 3_2_33

Movimento do Centro de Massa

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{M} \Rightarrow \vec{v}_{CM} = \frac{d\vec{r}_{CM}}{dt} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} \Rightarrow \boxed{\vec{v}_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i}$$

Num sistema de partículas podem atuar:

- Forças interiores (nas interações entre as partículas);
- Forças exteriores.

As forças interiores anulam-se (de acordo com a 3ª lei de Newton).

As forças exteriores podem ou não ser nulas

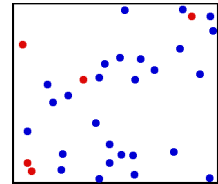
Luís Cunha-DFUM

Cap 3_2_34

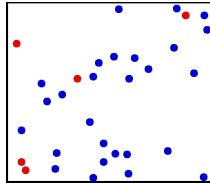
Movimento do Centro de Massa

$$\vec{v}_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i$$

Se $\vec{F}_{ext} \neq \vec{0}$



Se $\vec{F}_{ext} = \vec{0}$



$\vec{v}_{CM} = \vec{0}$ ou $\vec{v}_{CM} = \text{constante}$

$$\vec{a}_{CM} = \frac{d\vec{v}_{CM}}{dt} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt}$$

$$\vec{a}_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \vec{a}_i$$

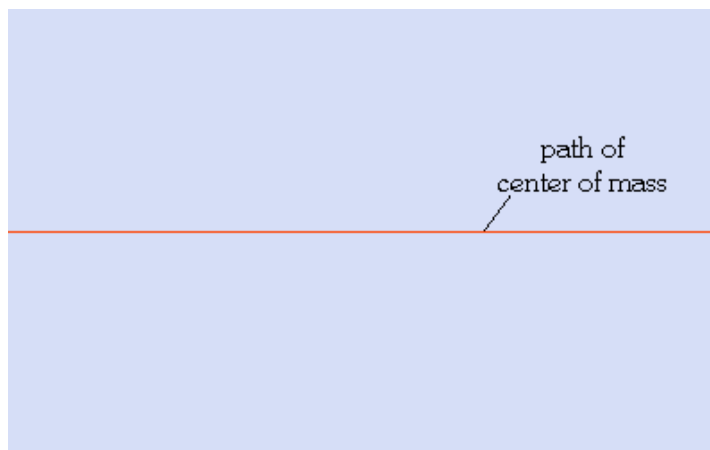
Luís Cunha-DFUM

Cap 3_2_35

Quantidade de Movimento do Centro de Massa

$$\vec{v}_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n \vec{p}_i \quad \Leftrightarrow \quad \vec{v}_{CM} = \frac{1}{M} \vec{p}_{total}$$

$$\vec{p}_{total} = M \vec{v}_{CM}$$



Luís Cunha-DFUM

Cap 3_2_36

CHECKPOINT 3.2.7

Um projétil é atirado verticalmente para cima. Quando estava a 1000 m de altitude, com uma velocidade de 300 m s^{-1} , explode e separa-se em três fragmentos de massa igual. O primeiro fragmento tem velocidade com sentido para cima de 450 m s^{-1} . O segundo fragmento tem velocidade para este com 240 m s^{-1} .

a) Qual a velocidade do terceiro fragmento?

b) Qual a posição do centro de massa do sistema, relativamente ao solo, 3 segundos após a explosão?

Luís Cunha-DFUM

Cap 3_2_37

SISTEMAS DE MASSA VARIÁVEL

Sistemas com massa variável

A força de atrito da estrada sobre o pneu do automóvel é que propulsiona o carro.



No espaço, as naves não têm um piso para que a força de atrito de escorregamento as possa propulsionar.



Luís Cunha-DFUM

Cap 3_2_38

SISTEMAS DE MASSA VARIÁVEL

$$\vec{F}_R = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \Leftrightarrow \vec{F}_R = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \frac{dm}{dt}$$

Se a **massa não variar**, o último termo desaparece e obtemos a forma já conhecida da 2ª lei de Newton:

$$\vec{F}_R = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$



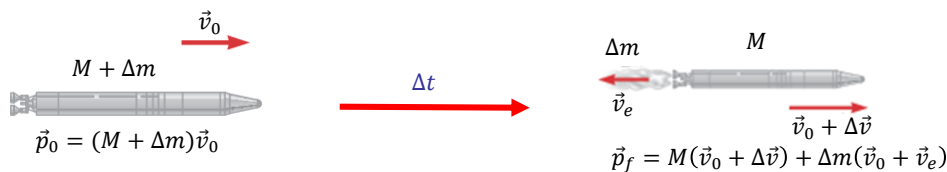
Nos casos em que a **massa varia** (por exemplo foguetes que queimam grande quantidade de combustível) tem de se usar a expressão completa e nesse caso a forma correta da 2ª lei de Newton é:

$$\vec{F}_R = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \frac{dm}{dt}$$

Luís Cunha-DFUM

Cap 3_2_39

EXEMPLO DOS FOGUETÕES NO ESPAÇO



M – Massa do foguetão+ combustível+comburente (que vai restar)

Δm – massa dos gases de escape (combustível+comburente, após a combustão)

\vec{v}_0 - Velocidade inicial do conjunto relativamente à Terra

$\Delta \vec{v}$ - aumento de velocidade do foguetão relativamente à Terra

\vec{v}_e - velocidade dos gases de escape relativamente ao foguetão

$\vec{v}_0 + \vec{v}_e$ - velocidade dos gases de escape relativamente à Terra

Sendo um sistema isolado: $\vec{p}_0 = \vec{p}_f$

$$(M + \Delta m)v_0 = M(v_0 + \Delta v) + \Delta m(v_0 - v_e) \Leftrightarrow Mv_0 + \Delta mv_0 = Mv_0 + M\Delta v + \Delta mv_0 - \Delta mv_e$$

$$0 = M\Delta v - \Delta mv_e \Leftrightarrow M\Delta v = \Delta mv_e$$

Considerando o intervalo de tempo $\Delta t \rightarrow 0$, tem-se: $\Delta v \rightarrow dv$ e $\Delta m \rightarrow dm$

$$Mdv = dm v_e$$

Luís Cunha-DFUM

Cap 3_2_40

$$Mdv = dm v_e$$

O aumento na massa dos gases de escape (dm) corresponde a uma diminuição da massa do sistema ($-dM$)

$$Mdv = -dM v_e$$

Dividindo por dt :

$$dv = -\frac{dM}{M} v_e \Leftrightarrow \int_{v_0}^{v_f} dv = -v_e \int_{M_0}^{M_f} \frac{dM}{M}$$

$$\Leftrightarrow v_f - v_0 = -v_e \ln \frac{M_f}{M_0} \Leftrightarrow v_f - v_0 = v_e \ln \frac{M_0}{M_f}$$

$$M \frac{dv}{dt} = -v_e \frac{dM}{dt}$$

Obtém-se a **força propulsora (thrust)** que é a força que os gases de escape exercem no foguetão:

$$F_{\text{propulsora}} = M \frac{dv}{dt} = -v_e \frac{dM}{dt}$$

Para uma grande variação velocidade do foguetão:

- a velocidade dos gases de escape deve ser a maior possível;
- a razão das massas deve ser a maior possível.

Que é proporcional à velocidade dos gases de escape e à **taxa com que massa varia (burn rate)**

CHECKPOINT 3.2.8

Os foguetões Saturno V (das missões Apollo) tinham uma massa de 2.85×10^6 kg em condições de lançamento. A carga útil do Saturno V era somente 27% da massa em condições de partida. Os motores consumiam combustível à taxa de 13.84×10^3 kg/s e a força propulsora era de 34×10^6 N.

- Qual o valor da velocidade dos “gases de escape”;
- Qual a duração da combustão (tempo que os motores levam a consumir o combustível).
- Qual o valor da aceleração no lançamento (aceleração inicial)
- Qual o valor da aceleração no final (após toda a combustão do combustível)



Relembre os objetivos de aprendizagem.....

Objetivos de aprendizagem

- Conhecer a grandeza Momento Linear
- Interpretar o Princípio da Conservação do Momento Linear como uma consequência da 1ª Lei de Newton
- Classificar as colisões como Elásticas, Inelásticas e Plásticas
- Calcular o impulso originado por uma força quando atua sobre um corpo
- Prever o movimento do centro de massa
- Aplicar o Princípio da conserva do momento linear a sistemas de massa variável

... certifique-se que foram atingidos.