

Duração: 90 minutos

2º Teste de Cálculo EE

Nome: _____

Nr.: _____

Curso: MIEMEC

GRUPO I (valores)**Em cada uma das perguntas seguintes, responda sem apresentar cálculos.**

Determine a primitiva das funções seguintes:

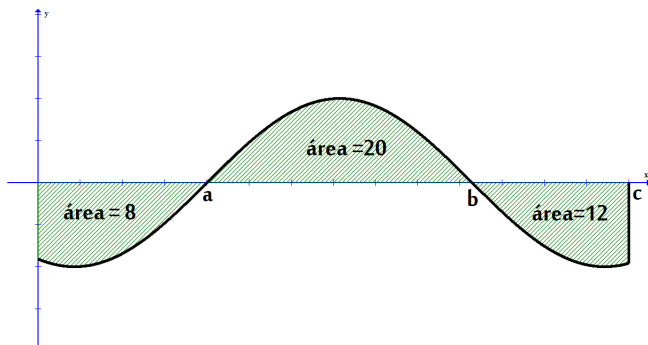
1. $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{2x^3 - 7}} - \cos^2 x.$

2. $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin x} + x.e^{-x^2}.$

3. $f(x) = \frac{1}{(x^2 + 1) \arctan^3 x}$

4. $f(x) = (x^2 + 1) \sin x$

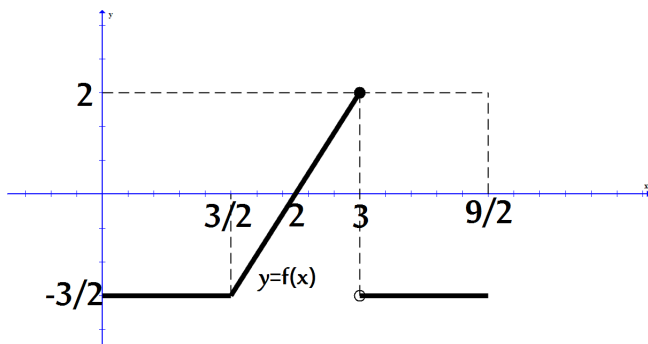
5. Considere o gráfico da função $f(x)$ representado na figura abaixo tal como a informação aí disponível:



Indique os valores de $\int_b^a f(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$ $\int_a^c f(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$ $\int_0^b f(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$

6. Sabendo que $\int_2^4 (-g(x) - 2) dx = 1$, indique o valor de $\int_2^4 g(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$

7. Considere o gráfico da função $f(x)$ representado na figura.



Indique o valor de

(a) $\int_0^{3/2} f(t) dt = \underline{\hspace{2cm}}$

(b) $\int_0^{9/2} f(t) dt = \underline{\hspace{2cm}}$

GRUPO II

(valores)

Apresente todos os cálculos efetuados.

1. Considere a função $f(x) = \ln(2 - x)$.

(a) Escreva o polinómio de Taylor de grau 2 da função f em torno de $x = 1$.

(b) Utilize a alínea anterior para obter uma expressão que permita calcular um valor aproximado de $f(1.1)$.

2. Considere duas funções deriváveis em \mathbb{R} tais que $f'(x) = g'(x) + 3$ e tal que $f(1) = 2g(1)$. Determine a relação entre as funções f e g .

3. Supõe que a taxa de crescimento populacional numa determinada aldeia é dada pela expressão $1 + 2t^{3/4}$ por mês t . Se neste momento, a aldeia tem 1000 pessoas, quantas terá daqui a 3 meses?

4. Considere as funções $f(x) = \sin x$ e $g(x) = \cos x$ definidas no intervalo $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$.

(a) Justifique porque é que ambas as funções são integráveis no intervalo considerado.

(b) Indique, sem calcular os integrais, qual a ordem de grandeza entre $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x \, dx$ e $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x \, dx$.
Justifique.

5. Determine a primitiva da função $f(x) = \frac{2x - 1}{(x^2 - x)(x^2 + 1)}$.