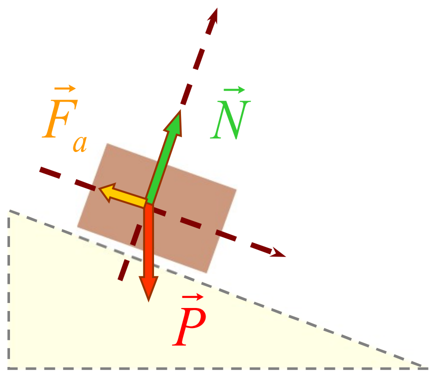
3- Dinâmica da partícula material

Universidade do Minho



3.1. Introdução

O objetivo da Dinâmica é investigar as razões pelas quais um corpo se move de uma determinada maneira. Um movimento retilíneo e uniforme de uma partícula não requer nenhuma interação entre a partícula e o exterior para se manter. Mas, para o modificar, isto é, para lhe fazer variar a velocidade, seja em magnitude ou direção, a partícula tem que ser submetida à ação do que se designa por uma força, que lhe provocará uma aceleração, isto é uma mudança no seu estado de movimento.

3.2. Momento linear ou quantidade de movimento

A **quantidade de movimento** de uma partícula, é definida como

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}}$$

Esta é uma grandeza física muito importante pois combina os dois elementos que caracterizam o estado dinâmico da partícula: a sua **massa** e a sua **velocidade**.

O que é “visível” numa força é o seu efeito: **a alteração do movimento**.

Assim para estudar as forças, é necessário observar o movimento resultante das ações dessas forças.

Força:

- É uma interação entre corpos físicos.
- Provoca alterações na velocidade desses corpos.

A experiência quotidiana sugere que a força é uma grandeza vetorial (**intensidade, direção e sentido**).

3.3.1. Primeira Lei de Newton

Primeira lei de Newton (ou lei da inércia)

Quando a resultante das forças que atuam num objeto for nula, esse objeto permanece num estado de repouso ou num estado de movimento retilíneo e uniforme, i.e., é uma partícula livre.

... da 1ª lei de Newton, podemos concluir que:

- repouso ou movimento uniforme são estados naturais de um corpo, isto é, estados que somente se modificam se a resultante das forças que atuam no corpo for não nula.
- os objetos têm tendência para permanecer em repouso ou em movimento retilíneo uniforme. Esta tendência é referida como inércia.
- do ponto de vista físico (dinâmico) não existe diferença entre <u>repouso</u> e <u>movimento com velocidade constante</u>.

3.3.2. Segunda Lei de Newton

Segunda lei de Newton (ou lei fundamental da dinâmica)

A segunda lei define assim a força, $\vec{F}$, como a causa da alteração do movimento, de tal forma que, se uma força $\vec{F}$ atuar sobre uma partícula, a sua quantidade de movimento, $\vec{p} = m\vec{v}$, sofre uma alteração tal que

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

unidade SI: kg·m/s^2 = newton (N)

Admite-se que cada força causa o mesmo efeito, quer atue isolada ou em conjunto com outras forças - Princípio da independência das forças.

$$\boxed{\vec{R} = \sum_i \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

Equação fundamental da dinâmica

No caso geral temos: $$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

No caso da **massa, *m*,** **ser constante**, temos:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} \qquad \left(\frac{dm}{dt} = 0\right)$$

Obtemos assim a forma mais conhecida da 2ª lei de Newton:

$$\boxed{\vec{R} = \sum_i \vec{F}_i = m\vec{a}}$$

Os problemas típicos da dinâmica são:

(1) conhecidas as forças, determinar as características do movimento e,

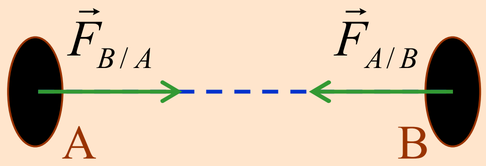
(2) o inverso, i.e., deduzir do movimento as forças existentes.

3.3.3. Terceira Lei de Newton

Terceira lei de Newton (ou lei de ação-reação)

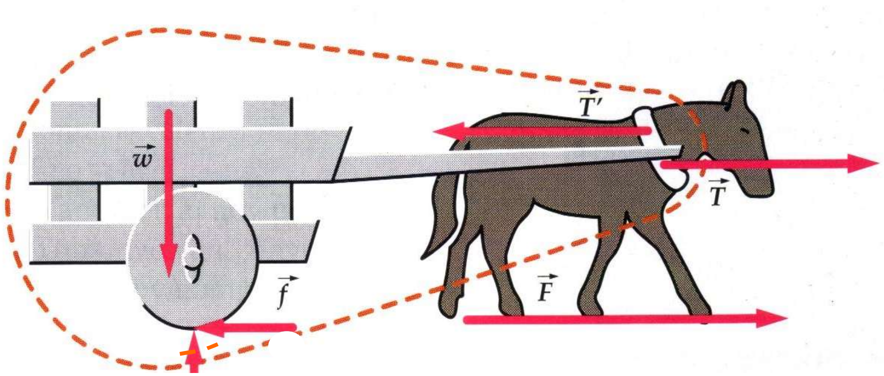
Quando dois corpos interagem, a força que um corpo exerce no outro é igual em módulo, e de sentido contrário, à força que o segundo corpo exerce no primeiro.

$$\boxed{\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}}$$



Exemplo:

Um burro recusa-se a puxar uma carroça invocando que: *"de acordo com a terceira lei de Newton, qualquer que seja a força que eu faça na carroça, a carroça exercerá uma força igual mas de sentido contrário em mim, assim sendo, a resultante será nula, e eu não terei possibilidade de movimentar a carroça."* Que comentário merece este raciocínio ?



T'- força que a carroça exerce no burro.

T - força que o burro exerce na carroça

3.4. Tipos de Forças

Forças fundamentais

- forças nucleares fortes
- forças nucleares fracas
- forças eletromagnéticas
- forças gravíticas

Interação	Intensidade relativa	Alcance
Forte	1	10^{-15} m
Fraca	10^{-14}	10^{-18} m
Eletromagnética	10^{-2}	∞
Gravitacional	10^{-38}	∞

Força gravítica

A força gravitacional exercida pelo sol mantém os planetas na sua órbita. Da mesma forma, a força exercida pela terra sobre a lua mantém esta numa órbita quase circular em torno da terra.

As marés, têm origem na força gravitacional exercida pelo sol e pela lua nos oceanos terrestres.

Monte de Saint-Michel (França) transforma-se numa ilha quando a maré sobe.

Força eletromagnética

A força eletromagnética inclui duas forças, a elétrica e a magnética. Um exemplo típico de uma força elétrica, ou eletrostática, é a de atração entre pedaços de papel e uma barra de plástico. A força magnética entre um íman e limalha de ferro aparece quando cargas elétricas se movem.

Os relâmpagos durante uma trovoada resultam da existência de forças eletromagnéticas

Força nuclear forte

A força nuclear forte ocorre entre partículas elementares denominadas hadrões, que incluem os protões e neutrões.
A sua magnitude resulta da interação entre as diferentes partículas que formam o núcleo e diminui rapidamente com a distância.

Explosão de uma bomba de hidrogénio.

Força nuclear fraca

As forças de interação fraca, que têm também um curto alcance, ocorrem entre leptões (que incluem eletrões e muões).

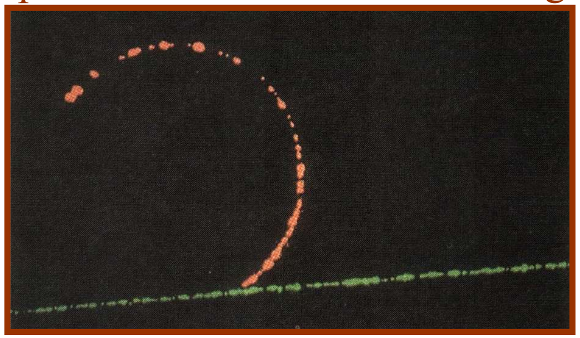


Ilustração de uma interação entre um muão (verde) e um eletrão (vermelho).

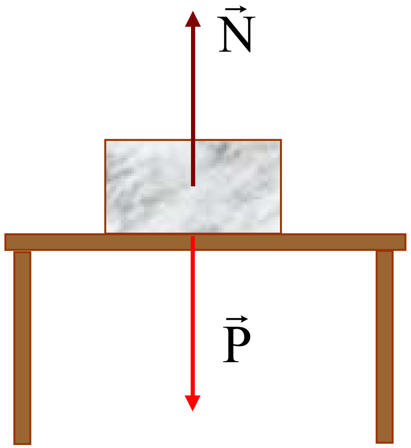
3.5. Forças de “contacto”

Todas as outras forças de que vulgarmente se fala, tais como a **força de atrito**, a **força elástica** de uma mola, a **tensão numa corda**, etc., são manifestações macroscópicas de forças incluídas numa das quatro categorias referidas.

3.5.1. Reação normal

O peso do bloco puxa-o para baixo, empurrando-o contra as moléculas da superfície da mesa.

A mesa resiste a esta compressão e exerce no bloco uma força, dirigida para cima (3ª lei de Newton).



A força de reação normal ou simplesmente reação normal, $\vec{N}$, é uma componente da força que a superfície exerce num objeto com o qual está em contacto, cuja direção é sempre **perpendicular** à superfície.

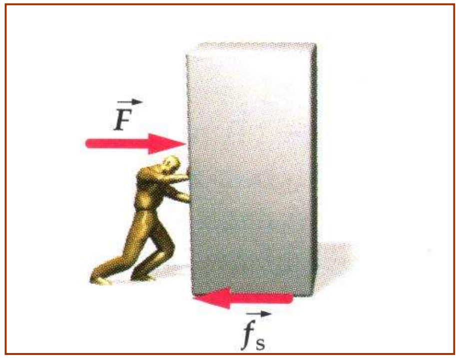
3.5.2. Força de atrito

Quando um objeto está em contacto com uma superfície, para além da força normal, existe uma força com uma direção **paralela** à superfície denominada **força de atrito**.

depende

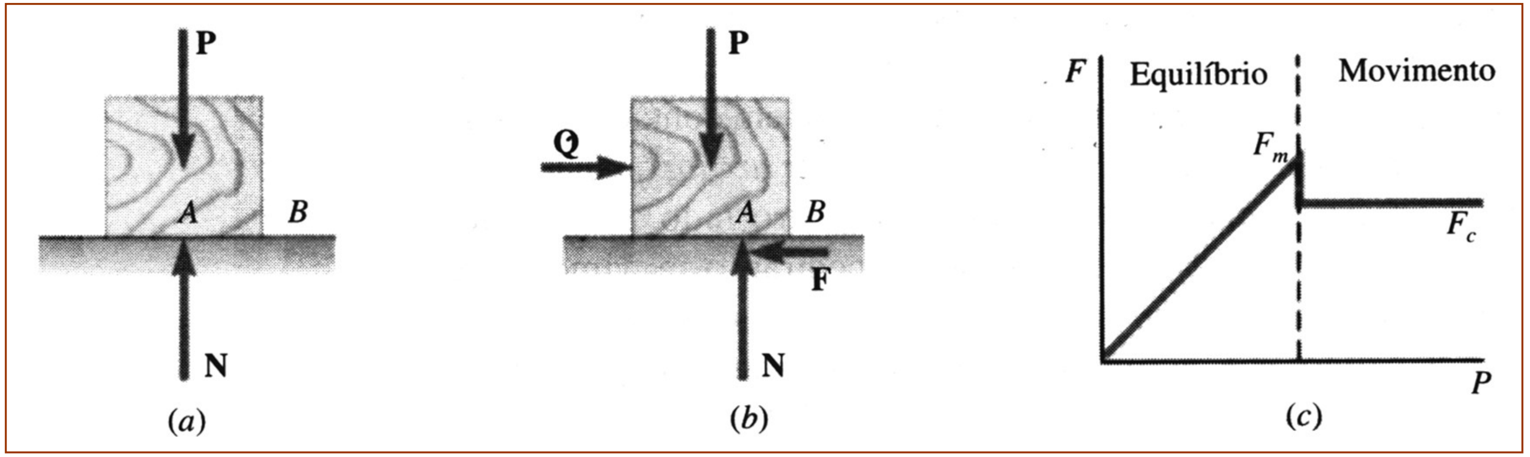
- natureza das superfícies em contacto
- rugosidade das superfícies
- velocidade relativa

Quando o homem empurra o bloco, as forças que atuam na direção do movimento são a força $\underline{\boldsymbol{F}}$, aplicada pelo homem, e a força de atrito, $\boldsymbol{f_s}$, entre o bloco e o chão.



Forças de atrito estático e dinâmico: coeficientes de atrito

Experimentalmente verifica-se que só existe uma força de atrito se houver possibilidade de movimento relativo entre as superfícies.



O módulo da força de atrito estático, f_e, pode ter qualquer valor entre zero e um valor máximo:

$$f_e \leq f_e^{máx}$$

$$f_e^{máx} = \mu_e N$$

módulo da força normal

coeficiente de atrito estático

(quantidade adimensional que depende da natureza das superfícies em contacto)

O módulo da força de atrito cinético, f_c, é:

$$f_c = \mu_c N$$

coeficiente de atrito cinético

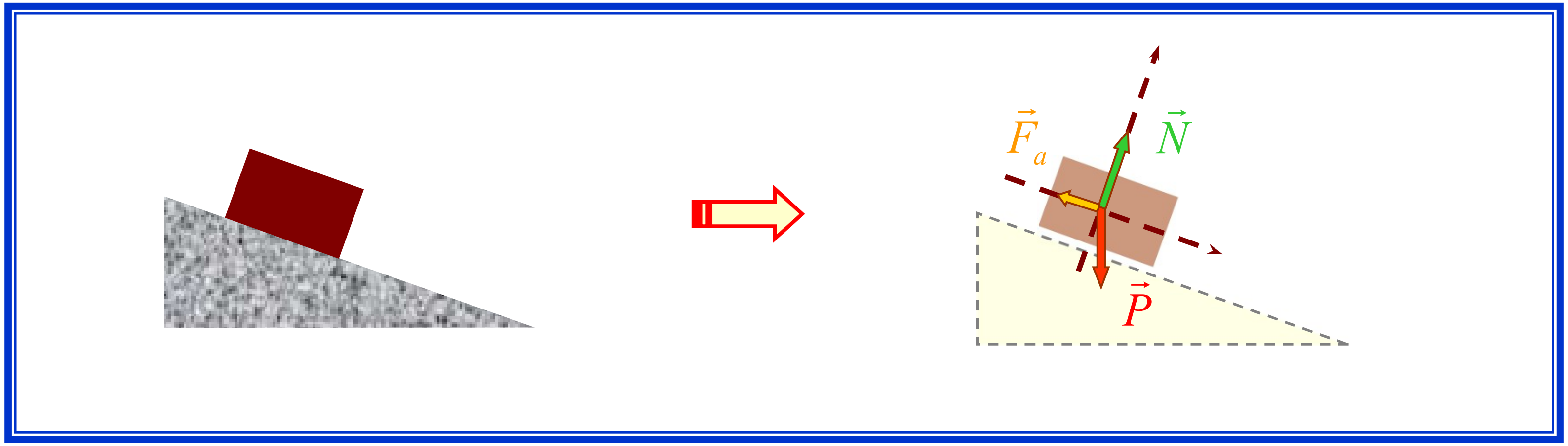
(quantidade adimensional que depende da natureza das superfícies em contacto durante o movimento)

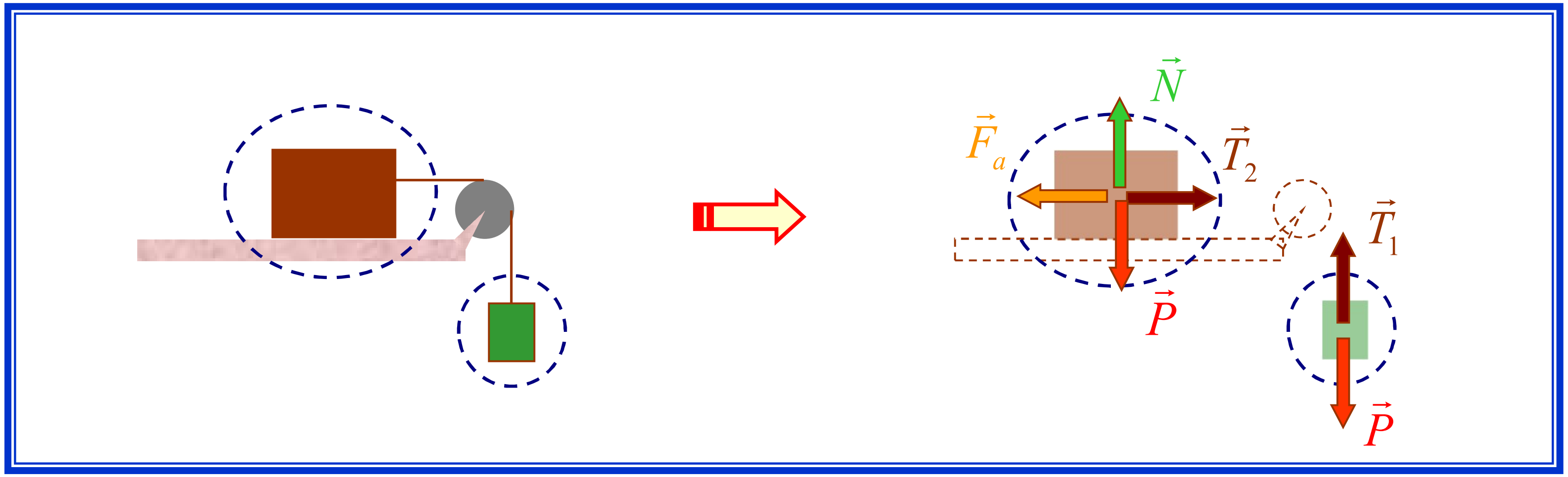
Valores aproximados de coeficientes de atrito

material	μ_e	μ_c
aço/aço	0,7	0,6
vidro/vidro	0,9	0,4
teflon/aço	0,04	0,04
borracha/cimento molhado	1,0	0,8
borracha/cimento seco	1,0	0,8
ski/neve (0 ºC)	0,1	0,05

3.6. Resolução de exercícios. Exemplos.

Diagramas do corpo livre

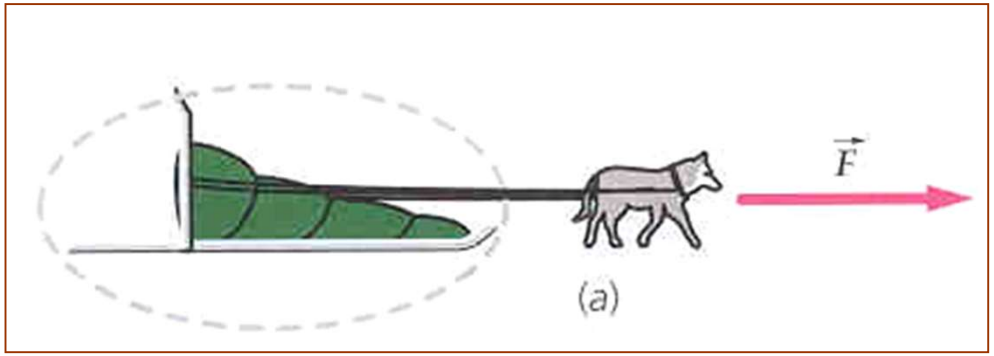




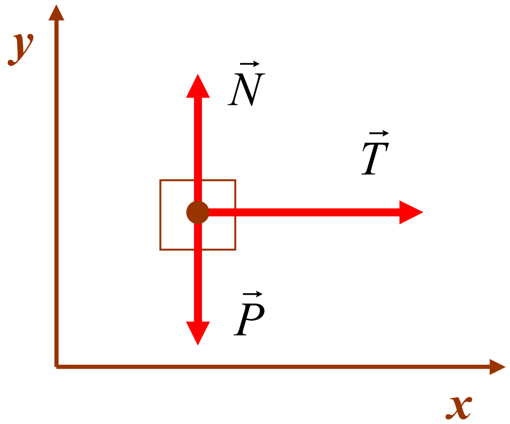
Diagramas do corpo livre

Exemplo:

Imagine um trenó, assente sobre uma superfície gelada, a ser puxado. O cão puxa a corda atada ao trenó com uma força F . A corda, sob tensão, puxa então o trenó. Quais as forças que atuam no trenó?



- o primeiro passo para resolver o problema é isolar o sistema a ser analisado: neste caso o trenó.
- segunda fase, é esquematizar quais as forças que atuam no sistema considerado, ou seja desenhar o diagrama do corpo livre.



Exemplos

Caracterize as forças que atuam sobre:

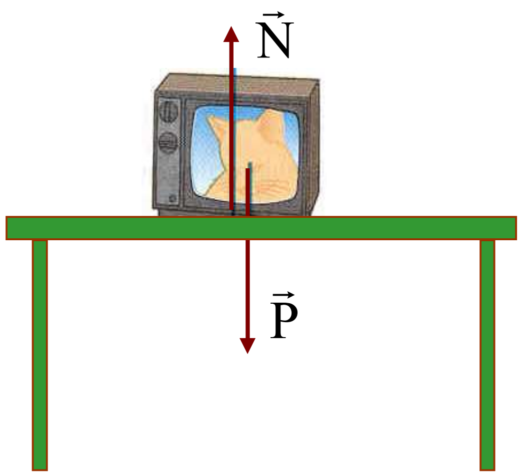
1 - uma televisão em cima da mesa

2 - um bloco sobre um plano inclinado, sem atrito

3 - um livro em cima da mesa pressionado por uma mão que exerce uma força F.

4 - uma cesta (m = 2 kg) a ser levantada do chão por uma força F = 5 N.

1 - Forças que atuam na TV:



O peso: $\vec{P} = m\vec{g}$

E a reação normal: $\vec{N}$

Como a TV está parada, temos:

$$\sum \vec{F}_y = m\vec{a} = 0 \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{N} = 0$$

$$\mathrm{N} - \mathrm{P} = 0 \Leftrightarrow \mathrm{N} = \mathrm{mg}$$

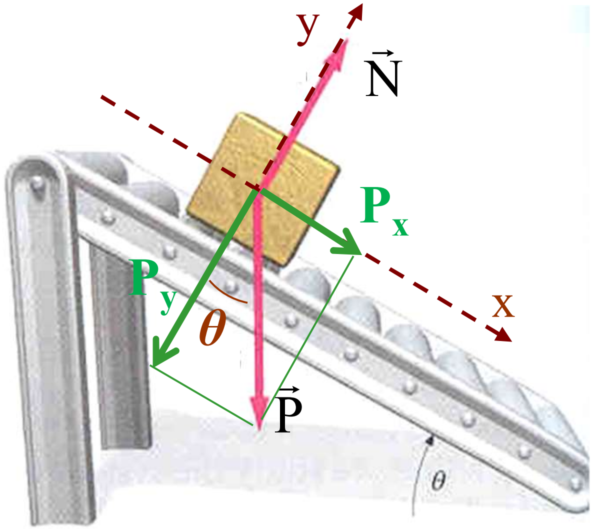
2 - Um bloco sobre um plano inclinado, sem atrito

As forças aplicadas ao bloco são:

o peso: $\vec{P} = m\vec{g}$

$$P_x = P \operatorname{sen}\theta$$
$$P_y = P \cos\theta$$

e a reação normal: $\vec{N}$



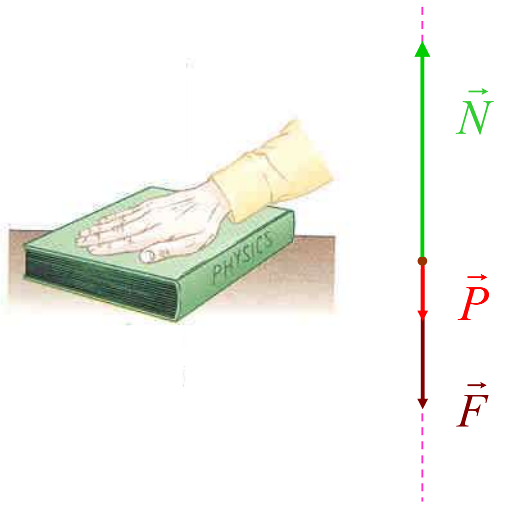
Aplicando a 2ª lei de Newton:

$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} P_x = ma_x \\ -P_y + N = ma_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mgsen\theta = ma_x \\ -mg\cos\theta + N = ma_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_x = \dfrac{mgsen\theta}{m} = gsen\theta \\ N = mg\cos\theta \end{cases}$$

3- Um livro em cima da mesa pressionado por uma mão que exerce uma força F

Forças que atuam no livro:



o peso: $\vec{P} = m\vec{g}$

a força exercida pela mão: $\vec{F}$

e a reação normal: $\vec{N}$

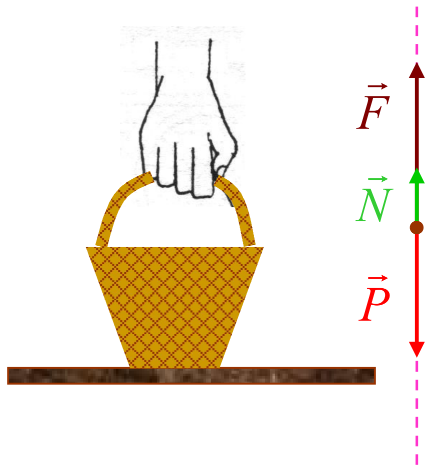
O livro está em repouso, logo:

$$\sum \vec{F}_y = m\vec{a} = 0 \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{F} + \vec{N} = 0$$

$$-\mathrm{P} - \mathrm{F} + \mathrm{N} = 0 \Leftrightarrow \mathrm{N} = \mathrm{mg} + \mathrm{F}$$

4 - uma cesta (m = 2 kg) a ser levantada do chão por uma força F = 5 N

Forças que atuam no cesto:



o peso: $\vec{P} = m\vec{g}$

a força exercida pela mão: $\vec{F}$

a reação normal: $\vec{N}$

A cesta está em repouso, logo:

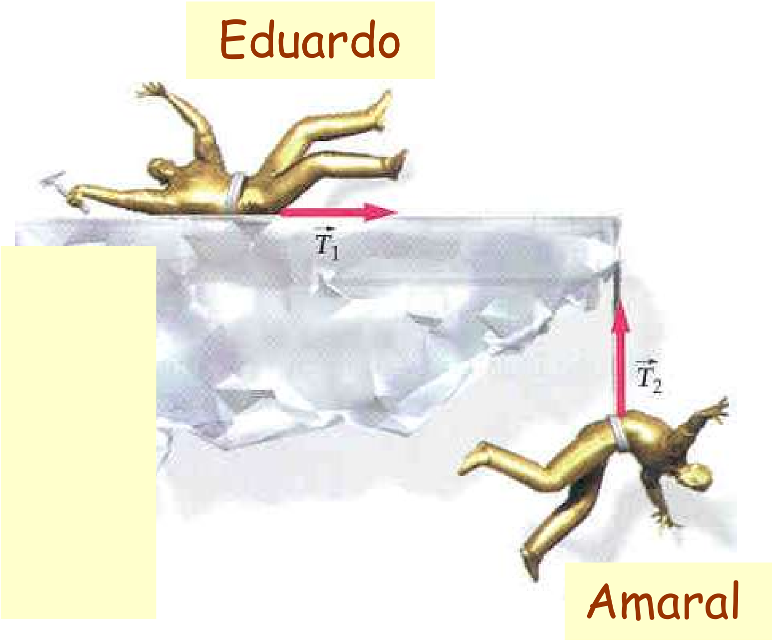
$$\sum \vec{F}_y = m\vec{a} = 0 \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{F} + \vec{N} = 0$$

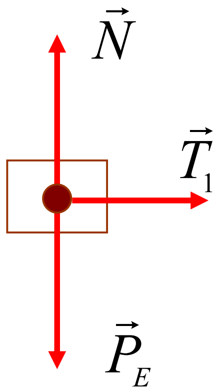
$$-\mathrm{P} + \mathrm{F} + \mathrm{N} = 0 \Leftrightarrow \mathrm{N} = \mathrm{mg} - \mathrm{F}$$

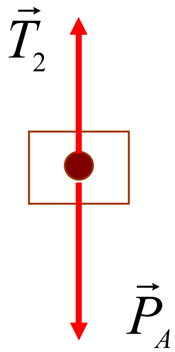
• **Problemas com mais que um objeto**

<u>Exemplo:</u>

O Amaral cai acidentalmente e fica pendurado na beira de um rochedo gelado. Felizmente, encontrava-se preso, por uma corda, ao Eduardo. Antes do Eduardo conseguir cravar o seu martelo no gelo, desliza mas continua atado ao Amaral. Qual a aceleração de cada um dos alpinistas ?







Aplicando a 2ª lei de Newton:

Eduardo: XX: YY:

$$\begin{cases} \sum F_x = m^e a_x^e \Leftrightarrow \boxed{T_1 = m^e a_x^e} \\ \sum F_y = m^e a_y^e \Leftrightarrow N - m^e g = 0 \end{cases}$$

Amaral:

$$\text{YY}: \sum F_y = m^a a_y^a \Leftrightarrow \boxed{-T_2 + m^a g = m^a a_y^a}$$

Uma vez que o Eduardo e o Amaral estão ligados pela corda ($T_1 = T_2$, se se desprezar a massa da corda) os módulos das suas acelerações serão iguais, então:

$$m^e a = m^a g - m^a a \Leftrightarrow a = \frac{m^a g}{m^e + m^a}$$

Exercício 1: Imagine que empurra uma caixa de massa m_1= 1 kg, com uma força F = 15 N. Esta caixa está em contacto com outra de massa m_2= 4 kg. Calcule:

a) a aceleração das caixas

b) a intensidade da força exercida por uma caixa sobre a outra?

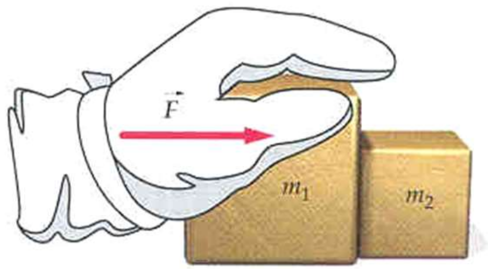
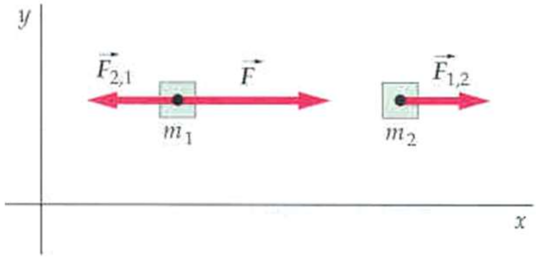


diagrama do corpo livre



Pela 3ª lei de Newton: $\vec{F}_{1/2} = -\vec{F}_{2/1}$

Aplicando o princípio da 2ª lei de Newton a cada uma das caixas, individualmente:

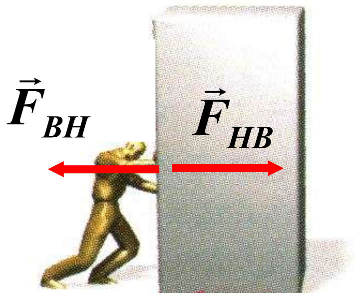
caixa 1: $F - F_{2/1} = m_1 a_1$ caixa 2 : $F_{1/2} = m_2 a_2$

e uma vez que $a_1 = a_2 = a$ obtemos:

$$\boxed{a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{15}{1+4} = 3\ \text{m/s}^2}\quad \text{e} \quad \boxed{F_{1/2} = m_2 a_2 = 4 \cdot 3 = 12\ \text{N}}$$

Exercício 2:

Suponha que um homem, com uma massa 80 kg, tenta empurrar um bloco com a massa de 200 kg, sobre o gelo. A intensidade da força que o homem exerce no bloco é de 100 N. Qual aceleração do homem e do bloco?



$$\vec{a}_b = \frac{\vec{F}_{HB}}{m_b} = \frac{100\ \hat{i}}{200} = 0,5\ \hat{i} \quad (\mathrm{m/s^2})$$

$$\vec{a}_h = \frac{\vec{F}_{BH}}{m_h} = \frac{-100\ \hat{i}}{80} = -1,25\ \hat{i} \quad (\mathrm{m/s^2})$$

Exercício 3:

Um astronauta (m = 80 kg) está no espaço afastado da sua nave. Felizmente tem um motor propulsor que lhe garante uma força constante F durante 3 s. Durante esses 3 s o astronauta percorre 225 m. Calcule a intensidade da força F.

$$\mathrm{s} = \tfrac{1}{2}\mathrm{at}^2 \Leftrightarrow 225 = 0{,}5 \cdot \mathrm{a} \cdot 3^2 \Leftrightarrow \mathrm{a} = 50\,(m/s^2)$$

$$\mathrm{F} = \mathrm{ma} = 80 \cdot 50 = 4000\,(N)$$

Exercício 4:

Uma partícula, com uma massa de 0,5 kg, inicialmente em repouso fica sujeita à ação de uma força $F = 2t$ (SI). Calcule as expressões da aceleração, da velocidade e da posição da partícula em função do tempo.

Exercício 5:

Uma partícula (massa 0.4 kg) está sujeita simultaneamente à ação de duas forças

e $\vec{F}_1 = 2\hat{i} - 4\hat{j}$ *(N)* $\quad \vec{F}_2 = -2\hat{i} + 3t\,\hat{j}$ *(N)*

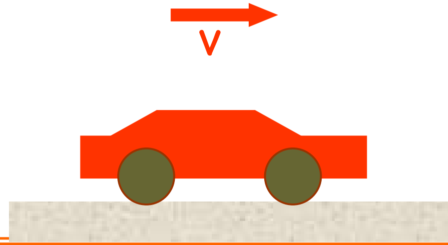
Se a partícula está em repouso na origem no instante t = 0 s, calcule o vetor posição da partícula e a velocidade no instante t = 1,6 s.

Exercício 6:

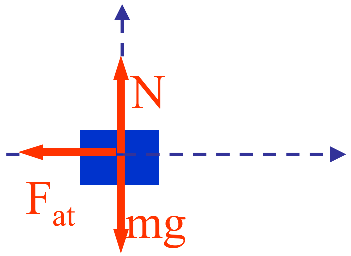
Um carro move-se a 30 m/s, numa estrada horizontal. O coeficiente de atrito entre os pneus e a estrada é μ_{est}= 0,5 e μ_{cin}= 0,3. Calcule o tempo que o carro anda e a distância percorrida até parar se:

a) o carro trava sem bloquear as rodas; (μ_{est}= 0,5)

b) o carro trava bloqueando as rodas. (μ_{cin}= 0,3)



• Diagrama do corpo livre:



• vamos admitir que a=constante, e que o carro trava sem bloquear as rodas; então:

$$\begin{cases} x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ v = v_0 + at \end{cases}$$

• aplicando a 2ªlei de Newton:

$$\sum F_x = ma_x \qquad -\mu_{est} N = ma_x \qquad a_x = -\mu_{est} g = -4{,}9\ m/s^2$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad N - P = 0 \qquad N = mg$$

• substituindo:

$$v = v_0 + a_x t \iff 0 = 30 - 4{,}9t \iff t = 6{,}1\,s$$

$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 30x6{,}1 - 4{,}9x(6{,}1)^2/2 = 91{,}8\,m$$

• se travar bloqueando as rodas:

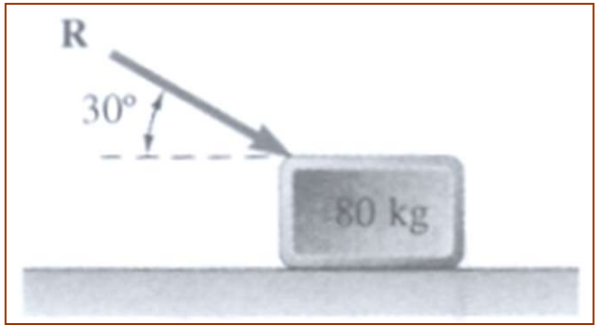
$$\sum F_x = ma_x \qquad -\mu_{cin} N = ma_x \qquad a_x = -\mu_{cin} g = -2{,}94\ m/s^2$$

$$v = v_0 + a_x t \iff 0 = 30 - 2{,}94t \iff t = 10{,}2\,s$$

$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 153{,}1\,m$$

Exercício 7:

Um bloco com uma massa de 80 kg repousa num plano horizontal. Calcule a intensidade da força **R** necessária para imprimir ao bloco uma aceleração de 2,5 m/s^2 para a direita. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano é $\mu_c = 0,25$.



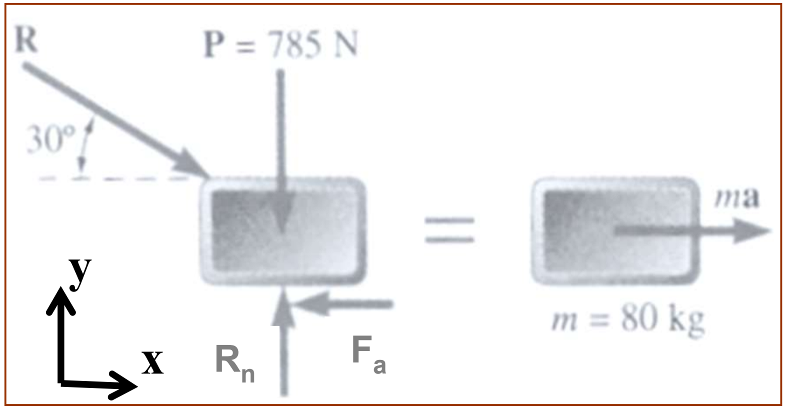
O peso do bloco é

$$\mathbf{P = mg = (80\ kg)(9,8\ m/s^2) = 785\ N}$$

A força de atrito é

$$\mathbf{F_a = \mu_c R_n = 0,25\ R_n}$$

onde R_n é a força normal



$$\begin{cases} \sum F_x = ma \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} R\cos 30^\circ - 0,25R_n = 80 \cdot 2,5 \\ R_n - R\,\mathrm{sen}\,30^\circ - 785 = 0 \end{cases}$$

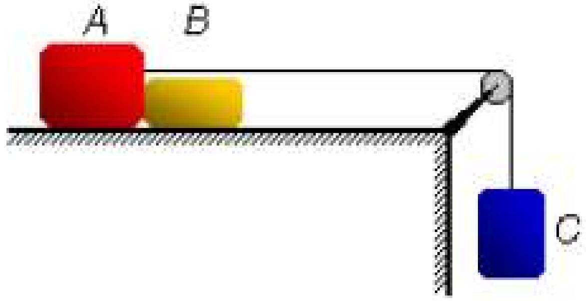
R = 534,7 N e $\mathbf{R_n = 1052,4\ N}$

Exercício 8

Os corpos A, B e C têm massas 3 kg, 2 kg e 1 kg, respetivamente. A corda que segura o corpo C pode ser considerada sem massa e inextensível. Considere que A e B deslizam sem atrito sobre o plano horizontal e que a massa da roldana é desprezível. Calcule a intensidade:

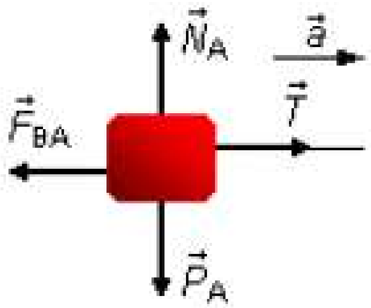
a) da aceleração do corpo C;

b) da força que B exerce sobre A.



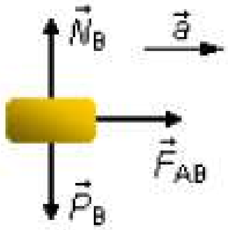
a)

Corpo A



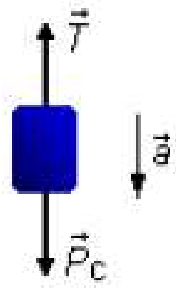
$$T - F_{B/A} = m_A.a$$

Corpo B



$$F_{A/B} = m_B.a$$

Corpo C



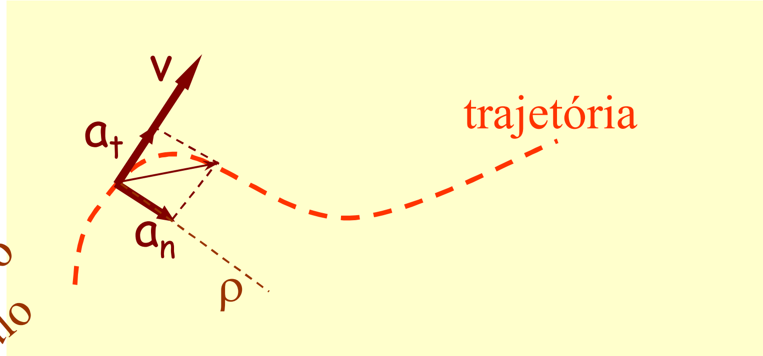
$$P_C - T = m_C.a$$

Somando as 3 equações termo a termo: $P_C = (m_A + m_B + m_C)a$ **a= 9,8/6= 1,63 m/s²**

b)

$F_{B/A} = 2 \times 1{,}63 = 3{,}26$ N **$F_{B/A}$ = 3,26 N**

• Movimento curvilíneo



Se a massa for constante:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m(\vec{a}_t + \vec{a}_n) = \vec{F}_t + \vec{F}_n$$

em que:

$$\vec{a}_t = \frac{dv}{dt}\hat{u}_t \quad e \quad \vec{a}_n = \frac{v^2}{r}\hat{u}_n \qquad \Rightarrow \qquad \vec{F} = m\frac{dv}{dt}\hat{u}_t + m\frac{v^2}{r}\hat{u}_n$$

responsável pela alteração do módulo

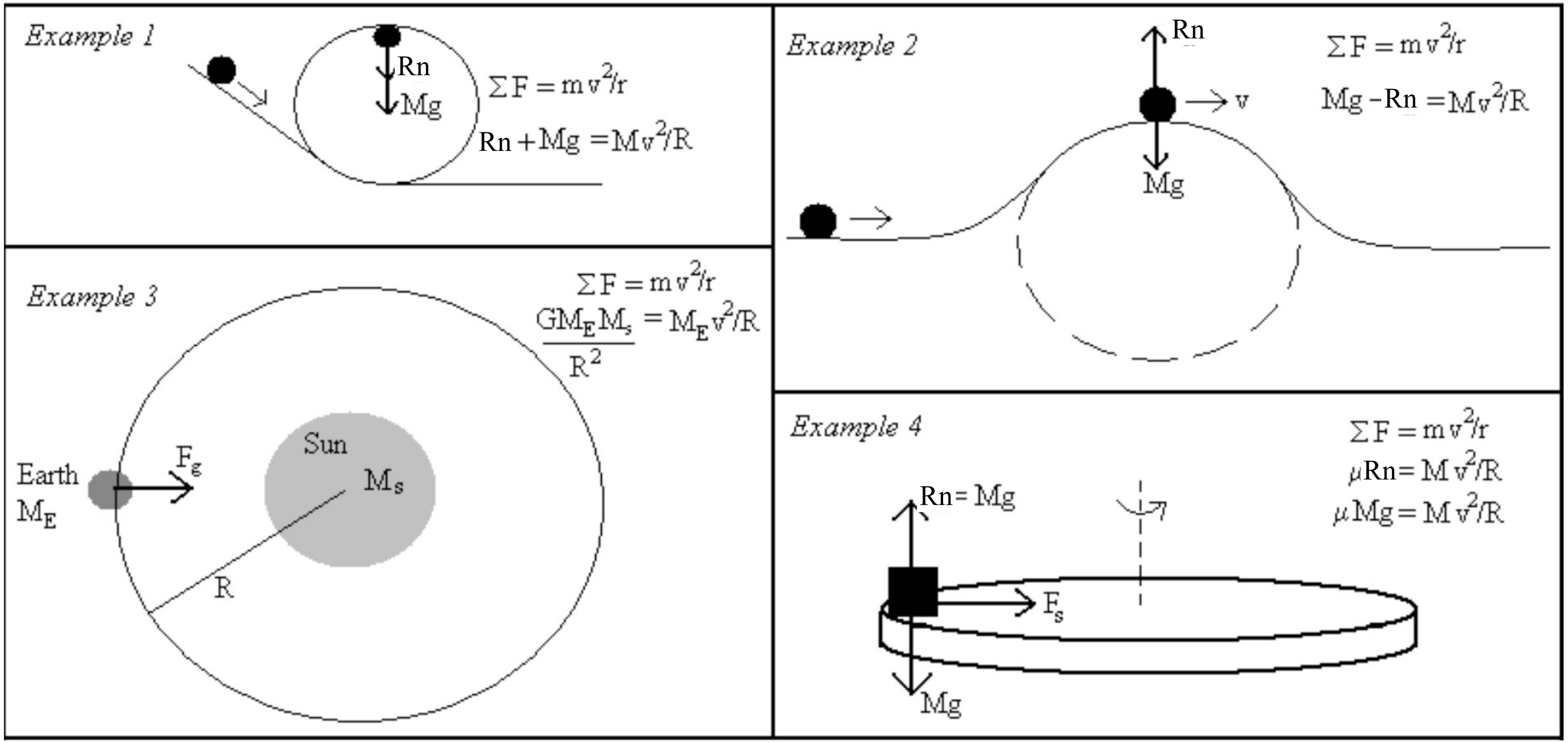
responsável pela alteração da direção

Força Tangencial

Força Centrípeta ou normal

Se $F_t = 0$ e $F_n \neq 0$, mas constante $\Rightarrow$ O movimento é circular <u>uniforme</u> (v constante)

Se $F_n = 0 \Rightarrow$ O movimento é <u>retilíneo</u>


Example 1
Rn
Mg
ΣF = mv²/r
Rn + Mg = Mv²/R
Example 2
Rn
v
Mg
ΣF = mv²/r
Mg − Rn = Mv²/R
Example 3
ΣF = mv²/r
GM_E M_s / R² = M_E v²/R
Earth
M_E
F_g
Sun
M_s
R
Example 4
ΣF = mv²/r
μRn = M v²/R
μMg = M v²/R
Rn = Mg
F_s
Mg

Exercício 9:

Uma moeda é colocada num disco horizontal que faz 3 rotações em 3,14 s.

a) Qual a velocidade da moeda quando se mantém sem escorregar a 5 cm do centro?

b) Qual a força de atrito que atua em a) se a massa da moeda for 2,0 g.

c) Qual o coeficiente de atrito estático entre a moeda e o disco se a moeda só escorregar quando estiver a mais de 10 cm do centro?

a)

$$\mathrm{n} = \frac{\Delta\theta}{2\pi} \Leftrightarrow \Delta\theta = 3 \cdot 2\pi \,\mathrm{rad}$$

$$\Delta\theta = \omega t \;\; \text{dado que} \;\; \alpha = 0 \,\mathrm{rad/s^2}$$

$$6\pi = \omega \cdot 3{,}14 \Leftrightarrow \omega = 6 \,\mathrm{rad/s}$$

$$\mathrm{v} = \omega \cdot \mathrm{R} = 6 \cdot 0{,}05 = 0{,}3 \,\mathrm{m/s}$$

b)

$$\begin{cases} \sum F_x = ma_x \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F_a = ma_n \\ N - P = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F_a = m\dfrac{v^2}{R} \\ N = P \end{cases}$$

$$F_a = 0{,}002 \cdot \frac{0{,}3^2}{0{,}05} = 0{,}0036 \,\mathrm{N}$$

c)

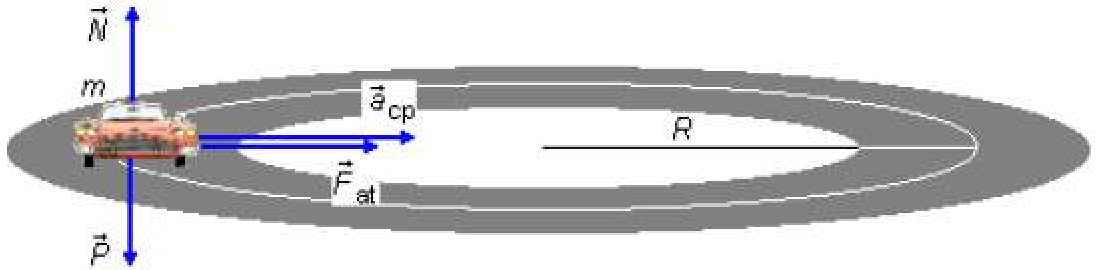
$$\mathrm{F_n} = \mathrm{m}\frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{R}} = \mathrm{m}\varpi^2\mathrm{R} = 0{,}0072 \,\mathrm{N}$$

$$\mathrm{F_a} = \mu_e \mathrm{N} = \mu_e \mathrm{mg}$$

$$\Leftrightarrow \mu_e = \frac{0{,}0072}{0{,}002 \cdot 9{,}8} = 0{,}37$$

Exercício 10

Um carro de massa m descreve uma curva circular de raio R. O coeficiente de atrito de escorregamento entre a estrada e o veículo é μ. Determine a velocidade máxima que o carro poderá ter na curva, sem derrapar.



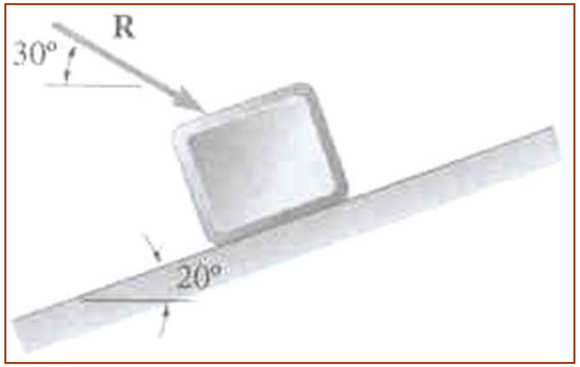
$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \\ \sum F_n = ma_n \end{cases} \qquad \begin{cases} N - P = 0 \\ F_{at} = ma_n \end{cases} \longrightarrow N = mg$$

Como $\quad F_{at} = \mu N = \mu\, mg \quad$ e $\quad a_n = \dfrac{v^2}{R}$

$$F_{at} = ma_n \longrightarrow \mu mg = \frac{mv^2}{R} \longrightarrow v = \sqrt{\mu Rg}$$

Exercício 11 (plano inclinado)

Uma embalagem com 20 kg está em repouso num plano inclinado quando sofre a ação de uma força R. Sabendo que a embalagem sobe ao longo do plano com uma aceleração de 0,1 m/s^2, determine a intensidade de R, considerando que o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície horizontal é μ_c=0,3.

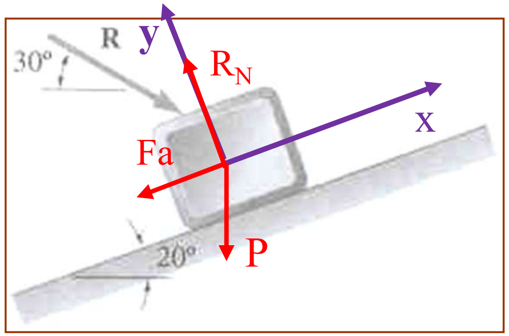


O peso do bloco é: $P = mg = (20\ kg)(9{,}8\ m/s^2) = 196\ N$

A força de atrito é: $F_a = \mu_c\ R_N = 0{,}30\ R_N$

onde R_N é a força normal

Pela 2ª lei de Newton e considerando o sentido positivo dos x, ao longo do plano inclinado para a direita e o dos y, perpendicularmente ao plano, para cima:

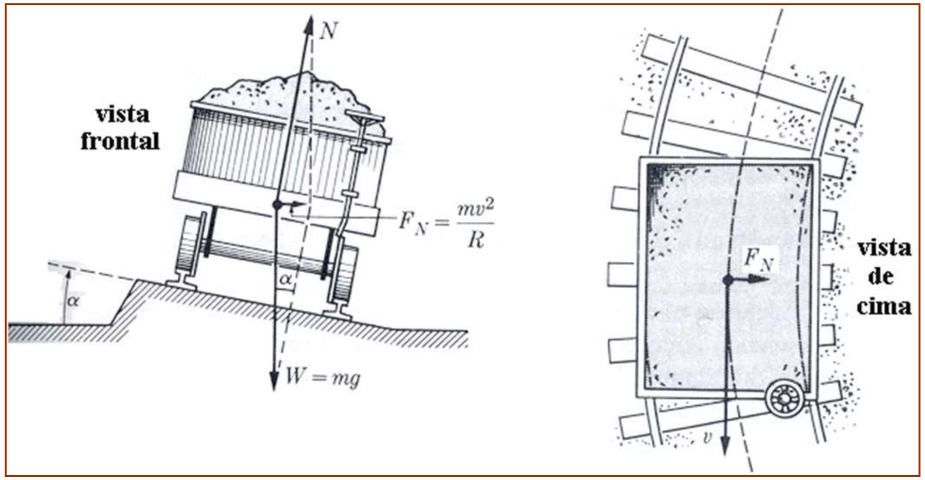


$$\begin{cases} \sum F_x = ma \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \begin{cases} R \cos 50º - 0{,}30\ R_N - 196 \text{ sen } 20º = 20 \times 0{,}1 \\ R_N - R \text{ sen } 50º - 196.\cos 20º = 0 \end{cases}$$

R = 303,1 N e **R_N = 416,4 N**

Exercício 12 (inclinação de curvas)

De modo a aumentar a segurança com que se descrevem as curvas é normalmente introduzida uma ligeira inclinação lateral nas curvas das autoestradas e nas linhas dos caminhos de ferro.



O vagão descreve uma **trajetória circular horizontal** pelo que a força normal (Fn) terá de ser horizontal. Tendo em conta que as forças externas aplicadas ao vagão são o seu peso (W) e a reação normal (N), numa situação de atrito desprezável:

Segundo a vertical:

$$\sum F_y = 0 \qquad N \cos\alpha - mg = 0 \qquad N = \frac{mg}{\cos\alpha}$$

Segundo a normal:

$$\sum F_n = m a_n \qquad N \operatorname{sen}\alpha = m\, a_n \qquad \frac{mg}{\cos\alpha}.\operatorname{sen}\alpha = m\frac{v^2}{R}$$

Onde R é o raio de curvatura da curva. $\Leftrightarrow$ $v^2 = g\, R \operatorname{tg}\alpha$

o que corresponde à velocidade com que o vagão pode descrever a curva sem qualquer força lateral sobre ele exercida que o faça descarrilar.

Exercício 13

Determine a velocidade de segurança numa curva de uma autoestrada com raio R=122 m compensada com um ângulo θ = 18º. A velocidade de segurança numa curva compensada é a velocidade para a qual o carro não sofre a ação de qualquer força lateral nas suas rodas. O atrito entre os pneus e a estrada é desprezável.

O carro desloca-se segundo uma **trajetória circular horizontal** de raio R. **A componente normal a_n da aceleração está dirigida para o centro de curvatura**, uma vez que não deve existir força lateral exercida sobre o carro. A reação Rn da estrada é perpendicular à estrada.

$$\sum F_y = 0 \qquad R_n \cos\theta - P = 0 \qquad R_n = \frac{P}{\cos\theta}$$

$$\sum F_x = m\, a_n \qquad R_n \,\text{sen}\,\theta = m\, a_n$$

Substituindo nesta equação o valor de R_n e $a_n = \dfrac{v^2}{R}$ obtém-se:

$$\frac{P}{\cos\theta}\,\text{sen}\,\theta = \frac{P}{g}\cdot\frac{v^2}{R} \qquad \Leftrightarrow \qquad v^2 = g\,R\,\text{tg}\,\theta$$

$v^2 = (9{,}8\ \text{m/s}^2)(122\ \text{m})\ \text{tg}\ 18^\circ$

v = 19,7 m/s