Universidade do Minho (DMCT) Exame de recurso - A
21/2/2009

Nome ____________________

Número ____________________ Curso ____________________

GRUPO I - Nas afirmações seguintes diga qual o seu valor lógico (V ou F). Cada resposta certa vale (0,5 val.), cada resposta errada vale (-0,25val.)

1. A expressão em coordenadas polares do lugar geométrico dos pontos que satisfazem $(x^2+y^2)^2 = 2xy \ \wedge \ xy \geq 0$ é $\rho = \sqrt{\mathbf{sen}(2\theta)}$. V☐ F☐

2. Se $G(x) = \int_x^{e^x} \ln(\sqrt{t})dt$ então $G'(x) = \frac{1}{2}(xe^x - \ln(x))$. V☐ F☐

3. Sabendo que $\int_{-1}^{0} f(x)dx = -2$ e $\int_0^3 f(x)dx = 5$, então $\int_{-1}^{3}(7 - f(x))dx = 25$. V☐ F☐

4. As séries $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{3/4}}$ e $\sum_{n=1}^{\infty} 3^{-n}$ são convergentes. V☐ F☐

5. O valor de $\cos(\pi + arcsen(\frac{\sqrt{2}}{2}))$ é $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. V☐ F☐

6. O domínio da função $f(x) = 2\arccos(\frac{x-1}{2})$ é $[-1, 3]$. V☐ F☐

7. $P[e^{x^2}]' - [Pe^{x^2}]' = C, C \in R$. V☐ F☐

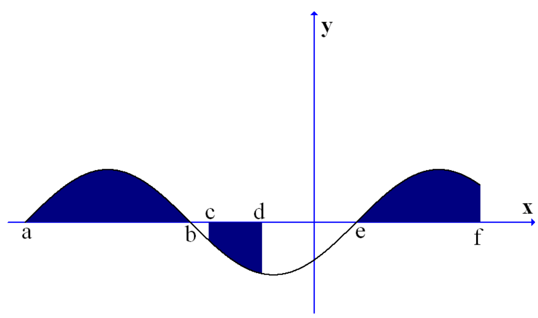
8. $P(f(x)\cos(x)) = \mathbf{sen}(x)Pf(x) + C$. V☐ F☐

9. $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{1}{x}dx = 0$. V☐ F☐

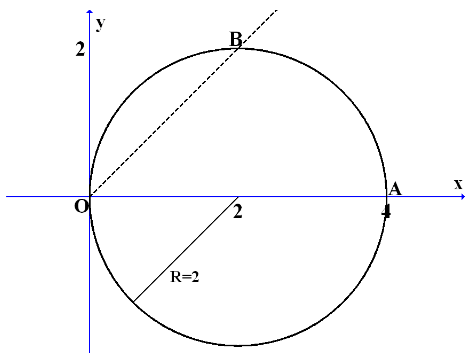
10. A área da região plana compreendida entre o eixo OX e a curva $y = \frac{1}{x^2}$, quando se considera $x > 1$, vale 1 unidade de área. V☐ F☐

11. Considere a região indicada na figura 1a) a sombreado, e seja B a área dessa região . A área B pode ser obtida como $B = \int_a^f |f(x)|dx - \int_b^c f(x)dx - \int_e^d f(x)dx$. V☐ F☐

12. A expressão $\rho = 4\cos(\theta)$ com $\theta \in [0, \frac{\pi}{4}]$, representa o arco $\widehat{OB}$ da figura 1(b). V☐ F☐



(a)



(b)

Figura 1

13. Seja a série de termos positivos $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$. Se $\lim u_n = 0$, então a série $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ é convergente.

V☐ F☐

14. Dada a função $f(x) = \mathbf{sen}(x)$, a área da superfície gerada pela revolução da curva $y = f(x)$, para $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, em torno do eixo OX é dada por $2\pi \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \mathbf{sen}(x)\sqrt{1+\cos^2(x)}dx$.

V☐ F☐

15. O comprimento de arco da curva $y = \ln(\cos(t))$ com $0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}$ é dado por $C = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec(t)dt$.

V☐ F☐

16. No integral $\int_{-1}^{3} x\sqrt{1+x}dx$, fazendo a substituição $\sqrt{1+x} = t$, obtém-se o integral $2\int_0^2 (t^4 - t^2)dt$.

V☐ F☐

17. A área limitada pelas curvas $y = -x \ \wedge \ y = (1+\cos(x))^2$, para $0 \leq x \leq \pi$ é dada pelo integral $\int_0^{\pi} [(1+\cos(x))^2 + x]dx$.

V☐ F☐

18. Considere o integral definido $\int_{37}^{2} g(x)dx$ com $g(x) \leq 0$. Se o calcularmos obtemos o valor da área da figura plana limitada por $2 \leq x \leq 37 \ \wedge \ g(x) \leq y \leq 0$. V☐ F☐

19. A primitiva da função $f(x) = x\ln(x)$ pode ser calculada da forma $Pf(x) = \frac{1}{2}[x^2\ln(x) - Px]$.

V☐ F☐

20. O valor de $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\int_0^x e^{t^2}dt}{x} = 1$.

V☐ F☐

GRUPO II - Nas perguntas seguintes apresente todos os cálculos.

1. Calcule o integral $\displaystyle\int_0^{\pi} x.\mathbf{sen}x\ dx$.

2. Considere a região plana definida da forma $D = \{y \leq -x^2 + 2 \ \wedge \ y \geq x \ \wedge \ x \geq 0\}$.

(a) Represente no plano cartesiano a região D e escreva a expressão que permite calcular a sua área, usando integrais definidos.

(b) Escreva a expressão que permite calcular o volume do sólido obtido pela rotação da região D em torno do eixo OX, usando integrais definidos.

3. Calcule o integral impróprio $\displaystyle\int_{-\infty}^{-2} \frac{1}{(x+2)^2} dx$.

4. Estude a convergência da série $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{2^n}$.