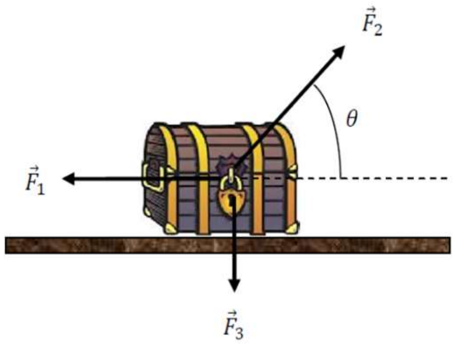
Ex. 4.2. No baú da figura ao lado atuam as três forças indicadas, cujos módulos são respetivamente $F_1$ = 5 N, $F_2$= 9 N e $F_3$= 3 N. O ângulo de $F_2$ com a horizontal é de 60º. O baú desloca-se 3 m para a esquerda sob a ação destas forças. Calcule o trabalho total realizado sobre o baú pelas três forças e diga se a energia cinética deste aumentou ou diminuiu.




$$W_{total} = W_{F1} + W_{F2} + W_{F3} = \Delta Ec$$

$$W = F \cdot d \cdot \cos(F, d)$$

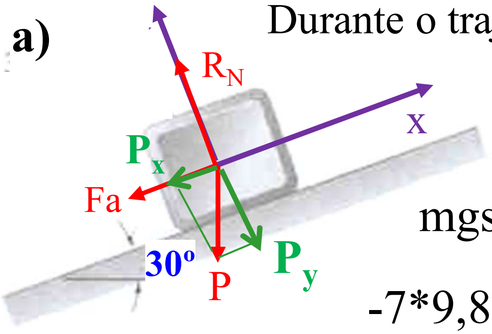
$$W_{total} = F_1 * d * \cos 0^o + F_2 * d * \cos 120^o + F_3 * d * \cos 90^o$$

$$W_{total} = 5*3 + 9*3*\cos 120^o + 0 = 1{,}5 \text{ J}$$

**Ecf > Eci**

Ex. 4.3. Um bloco de 7 kg é lançado por um plano inclinado acima, com velocidade inicial 8 m/s. O bloco pára após ter percorrido 5 m. O plano tem uma inclinação de 30º em relação à horizontal.
a) Qual é o coeficiente de atrito cinético entre a superfície do bloco e a do plano?
b) Qual o intervalo de valores do coeficiente de atrito estático que ainda permite que o bloco volte a descer?
c) Supondo que o bloco volta a descer, qual é a velocidade com que vai passar pelo ponto de partida?

**a)**




Durante o trajeto atuam 3 forças: a força de atrito, a força gravítica e a reação normal.

$$W = F \cdot d \cdot \cos(F,d)$$

$$W_{total} = W_{Fg} + W_{Fa} + W_{RN} = \Delta Ec$$

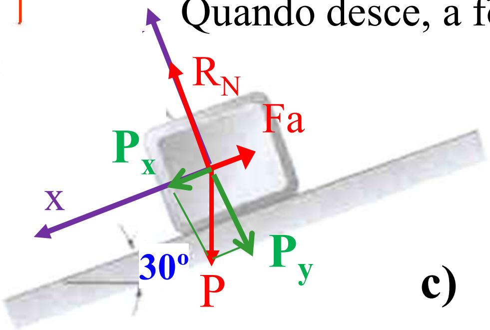
$$Fa = \mu R_N = \mu mg\cos 30º$$

$$mg\text{sen}30º*d*\cos 180º + Fa*d*\cos 180º + R_N*d*\cos 90º = Ecf - Eci$$

$$-7*9{,}8*\text{sen}30º*5 - \mu*7*9{,}8*\cos 30º*5 + 0 = 0 - (½)*7*8^2$$

$$\boldsymbol{\mu = 0.177}$$

**b)**




Quando desce, a força de atrito é para cima, e descerá para Px > Fa

$$mg\text{sen}30º > \mu mg*\cos 30º \Leftrightarrow \mu < \text{tg}30º \qquad \boldsymbol{\mu < 0{,}577}$$

**c)** $$W_{total} = W_{Fg} + W_{Fa} + W_{RN} = \Delta Ec$$

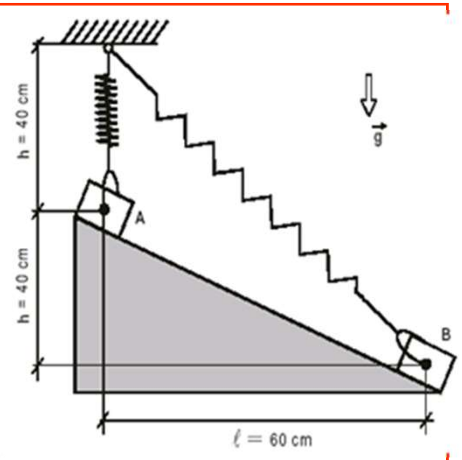
$$mg.\text{sen}30º*d*\cos 0º + Fa*d*\cos 180º + R_N*d*\cos 90º = Ecf - Eci$$

$$7*9{,}8*\text{sen}30º*5 - \mu*7*9{,}8*\cos 30º*5 + 0 = (½)*7*v^2 - 0 \Leftrightarrow v = \mathbf{5{,}8}\ \text{m/s}$$

Ex. 4.6. A figura representa um bloco de massa m = 1,0 kg apoiado sobre um plano inclinado no ponto A. A mola tem constante elástica k = 10 N/m e está presa ao bloco. O bloco é solto da altura h = 40 cm, com a mola na vertical, sem deformação, desce o plano inclinado e passa pelo ponto B. Determine:

a) o trabalho realizado pela força elástica entre A e B.

b) a velocidade do bloco no ponto B.




**a)** Como a força elástica é uma força conservativa:

$W_{Fel} = -\Delta Ep_e = -(Ep_{eB} - Ep_{eA})$

$$E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2$$

Se a mola sem deformação tem um comprimento $L_0$ e quando deformada tem um comprimento L, então a deformação x será $x = L - L_0$:

em A $\quad L = L_0$ , logo $x_A = 0$

em B $\quad L^2 = (h+h)^2 + \ell^2 = 0{,}8^2 + 0{,}6^2 = 1{,}0$ m ; $\quad$ logo $x_B = L - L_0 = 1{,}0 - 0{,}4 = 0{,}6$ m

$$W_{Fel} = -(Ep_{eB} - Ep_{eA}) = -Ep_{eB} + Ep_{eA} = -(1/2)kx_B^2 = -0{,}5*10*0{,}6^2$$

$$\mathbf{W_{Fel} = -1{,}8\ J}$$

**b)**

$$W^{total}_{A\to B} = E^{cinética}_B - E^{cinética}_A = \Delta E_c$$

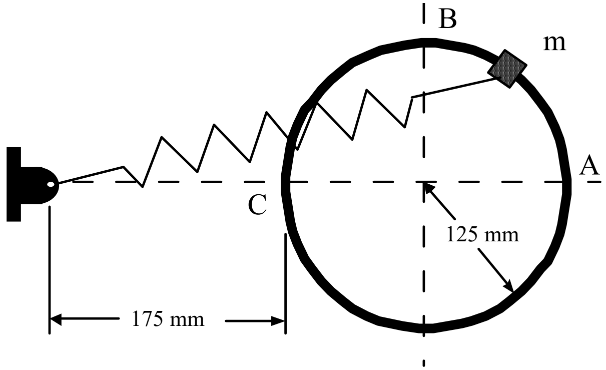
Não há atrito, pelo que só estão envolvidas a força gravítica e a força elástica, que são forças conservativas:

$W_{total} = W_{Fg} + W_{Fel} = \Delta Ec \qquad$ onde $W_{Fg} = -(Ep_{gB} - Ep_{gA})$

$-(Ep_{gB} - Ep_{gA}) - 1{,}8 = Ec_B - Ec_A \iff -(0 - mgh_A) - 1{,}8 = (½)mv_B^2 - 0$

$v_B = \mathbf{2{,}06}$ m/s

**Ex. 4.7.** Um colar com 1,5 kg está preso a uma mola e desliza sem atrito ao longo da barra circular que se mostra na figura e que se encontra num plano horizontal. A mola, cuja constante elástica é de 400 N/m, tem deformação nula quando o colar está em C. Se o colar for libertado do repouso em B determine a sua velocidade quando passar pelo ponto C.




$$E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2$$

A mola sem deformação tem um comprimento $L_0 = 0{,}175$ m

em C $\quad L = L_0$ , logo $x_C = 0$

em B $\quad L^2 = (0.175 + 0.125)^2 + 0.125^2 \qquad L = 0{,}325$ m $\qquad$ logo $x_B = L - L_0 = 0{,}325 - 0{,}175 = 0{,}15$ m

O colar está no plano horizontal, pelo que o trabalho da força gravítica é nulo e só temos de considerar a força elástica.

$W_{total} = W_{Fel} = \Delta Ec \qquad$ e $\qquad W_{Fel} = -\Delta Ep_e = -(Ep_{eC} - Ep_{eB})$

$$-(Ep_{eC} - Ep_{eB}) = Ecf - Eci$$

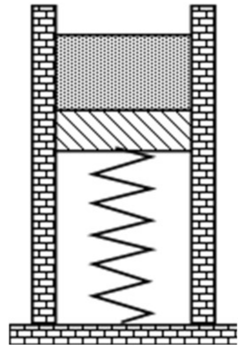
$$-(0 - (½)kx_B^2) = (½)mv_C^2 - 0$$

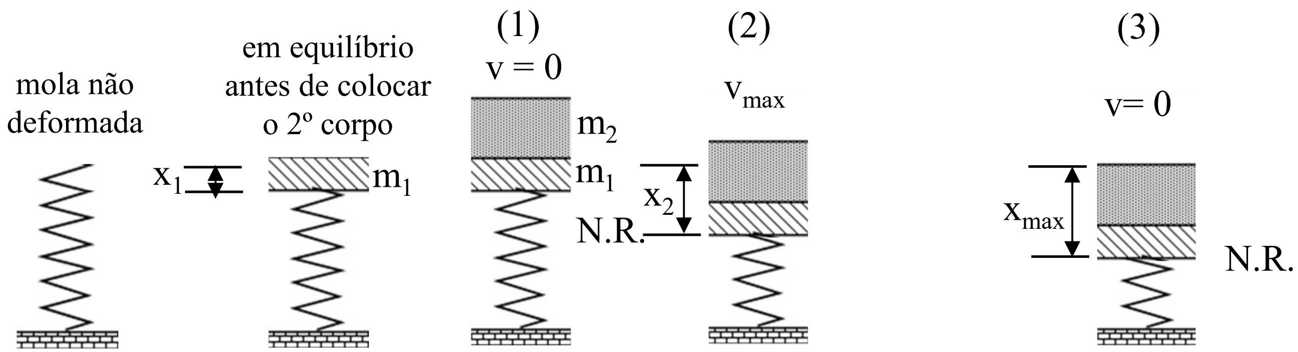
$$\mathbf{v_C = 2{,}45\ m/s}$$

Ex. 4.10. Um bloco de 2 kg está em repouso sobre a mola de constante elástica 400 N/m. Um outro bloco de 4 kg é colocado em cima do bloco de 2 kg de modo a tocar na sua superfície e é libertado. Determine:

a) a velocidade máxima atingida pelos blocos.

b) a força máxima exercida sobre os blocos.






Fmax ocorre quando os corpos param: ($x_{max}$ e v=0)

$$F_{el} - F_{g1} = 0$$

$$kx_1 = m_1 g$$

$$400x_1 = 2*9{,}8$$

$$x_1 = 0{,}049 \text{ m}$$

a) Vmax ocorre quando:

$$F_{el} = F_{g1} + F_{g2}$$

$$400x_2 = 2*9{,}8 + 4*9{,}8$$

$$x_2 = 0{,}147 \text{ m}$$

$$E_{mec1} = E_{mec2}$$

$$E_{c1} + E_{pg1} + E_{pe1} = E_{c2} + E_{pg2} + E_{pe2}$$

$$0 + Mg(x_2-x_1) + (1/2)kx_1^2 = (1/2)Mv_2^2 + 0 + (1/2)kx_2^2$$

$$6*9{,}8(0{,}147 - 0{,}049) + 200*0{,}049^2 = (6/2)v_2^2 + 200*0{,}147^2$$

$$\mathbf{v_2 = 0{,}8 \text{ m/s}}$$

b)

$$E_{mec2} = E_{mec3}$$

$$E_{c2} + E_{pg2} + E_{pe2} = E_{c3} + E_{pg3} + E_{pe3}$$

$$(1/2)Mv_2^2 + Mg(x_{max}-x_2) + (1/2)kx_2^2 = 0+0 + (1/2)kx_{max}^2$$

$$(1/2)*6*0{,}8^2 + 6*9{,}8(x_{max}-0{,}147) + 200*0{,}147^2 = 200x_{max}^2$$

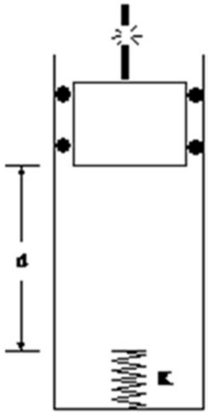
$$x_{max} = 0{,}245 \text{ m}$$

$$\mathbf{F_{max} = kx_{max} = 98 \text{ N}}$$

Ex. 4.11. O cabo de um elevador de 3000 kg quebra-se quando ele está parado no segundo andar, de modo que o piso do elevador se encontra a uma distância d = 7,5 m acima do nível superior da mola ($k = 2\times10^{6}$ N/m) representada na figura. Um dispositivo de segurança aperta os trilhos que servem de guia ao elevador, de modo que surge uma força de atrito de $6\times10^{3}$ N que se opõe ao movimento do elevador.

a) Ache a compressão máxima da mola.

b) Calcule a velocidade do elevador quando a mola retoma a sua posição de equilíbrio.




**a)**

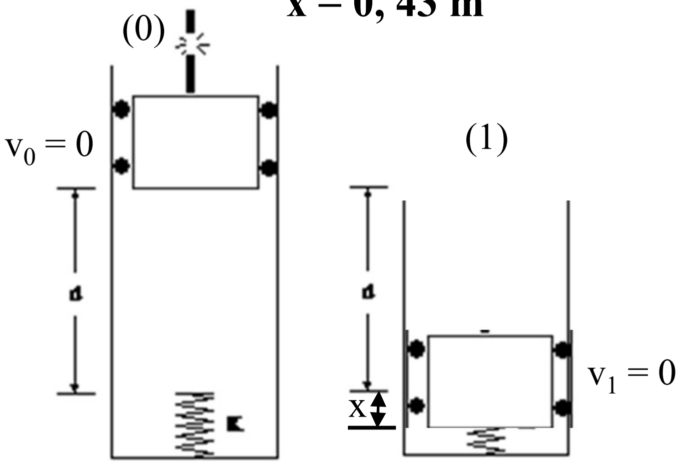
$$W_{total} = W_{Fg} + W_{Fa} + W_{Fe} = \Delta Ec$$

$$mg*(d+x)*\cos0^{o} + Fa*(d+x)*\cos180^{o} - (Ep_{e1} - Ep_{e0}) = Ec1 - Ec0$$

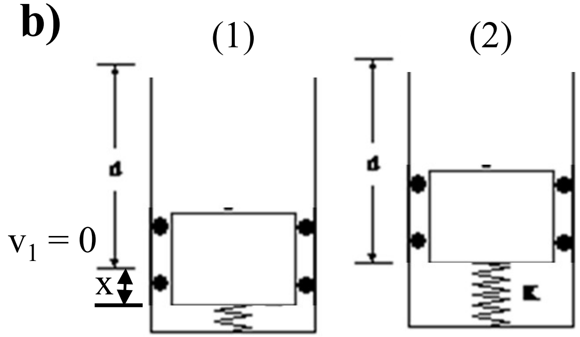
$$mg*(d+x) - Fa*(d+x) - [(1/2)kx^{2} - 0)] = (1/2)mv_{1}^{2} - (1/2)mv_{0}^{2}$$

$$3000*9{,}8*(7{,}5+x) - 6000*(7{,}5+x) - 1\times10^{6}\,x^{2} = 0 - 0$$

$$\mathbf{x = 0{,}\ 43\ m}$$




**b)**




$$W_{total} = W_{Fg} + W_{Fa} + W_{Fe} = \Delta Ec$$

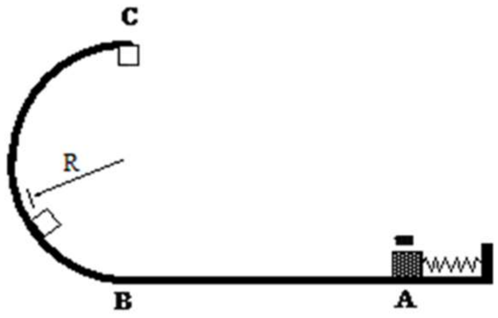
$$mg*x*\cos180^{o} + Fa*x*\cos180^{o} - (Ep_{e2} - Ep_{e1}) = Ec2 - Ec1$$

$$-mg*x - Fa*x - [0 - (1/2)kx^{2}] = Ec2 - Ec1$$

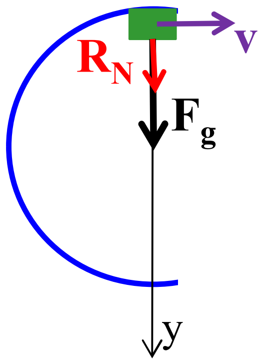
$$-3000*9{,}8*0{,}43 - 6000*0{,}43 + 1\times10^{6}\,x^{2} = 1500v_{2}^{2} - 0$$

$$\mathbf{v_2 = 10{,}6\ m/s}$$

Ex. 4.13. A figura representa o perfil de uma superfície lisa, em que AB é um troço retilíneo horizontal e BC é uma semi-circunferência vertical de raio 0,5 m. Um corpo de massa m = 0,1 kg é posto a deslizar, sem atrito, sobre o perfil indicado, impulsionado inicialmente pela mola de constante elástica 600 N/m. Determine a deformação mínima da mola que é necessária para que o corpo atinja o ponto C.




O corpo atinge o ponto C se a força gravítica for totalmente utilizada como força normal quando o corpo atinge o topo da circunferência. Para a velocidade mínima que isso ocorre $R_N$=0.




$$\sum F_n = ma_n \quad \Rightarrow \quad Fg = ma_n \qquad a_n = \frac{v^2}{R}$$

Assim, a menor velocidade para que o corpo atinja o ponto C será:

$$mg = m\,v^2/R \qquad v^2 = g.R = 9{,}8 \text{ x } 0{,}5 \qquad v_C \geq 2{,}21 \text{ m/s}$$

$$E_{mecA} = E_{mecC}$$

$$E_{cA} + E_{pgA} + E_{peA} = E_{cC} + E_{pgC} + E_{peC}$$

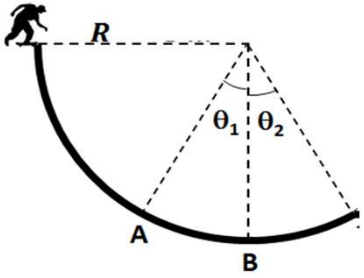
$$0 + 0 + (1/2)kx^2 = (1/2)Mv_C^2 + Mg*2R + 0$$

$$300x^2 = (0{,}1/2)*2{,}21^2 + 0{,}1*9{,}8*2*0{,}5$$

$$x_{min} = 0{,}064 \text{ m}$$

Ex. 4.20. Um skater, com uma massa de 80 kg parte do repouso para uma pista com raio de curvatura constante (R = 5 m) – ver figura. Considerando o atrito desprezável e $\theta_1 = \theta_2 = 30°$, calcule:

a) O módulo da velocidade do skater quando está na posição B.
b) O módulo da força exercida pela pista sobre o skater em B.
c) O módulo da velocidade do skater quando está na posição A.
d) O módulo da força exercida pela pista sobre o skater em A.



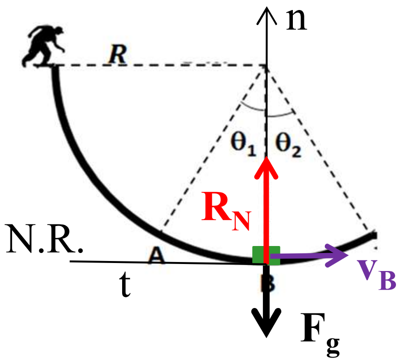

**a)**

$$E_{meci} = E_{mecB}$$

$$E_{ci} + E_{pgi} = E_{cB} + E_{pgB}$$

$$0 + MgR = (1/2)Mv_B^2 + 0$$

$$v_B = 9{,}9 \text{ m/s}$$




**b)**

$$\sum F_n = ma_n \Rightarrow R_N - Fg = ma_n$$

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

$$R_N = mg + m\,v_B^2/R$$

$$R_N = 80*9{,}8 + 80*9{,}9^2/5 = 2352 \text{ N}$$

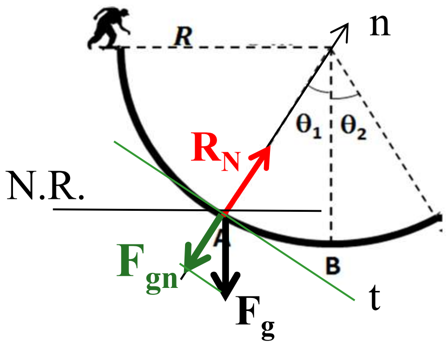
**c)**

$$E_{meci} = E_{mecA}$$

$$E_{ci} + E_{pgi} = E_{cA} + E_{pgA}$$

$$0 + MgR\cos30^o = (1/2)Mv_A^2 + 0$$

$$v_A = 9{,}2 \text{ m/s}$$




**d)**

$$\sum F_n = ma_n \Rightarrow R_N - Fgn = ma_n$$

$$R_N = mg\cos30^o + m\,v_A^2/R$$

$$R_N = 80*9{,}8\cos30^o + 80*9{,}2^2/5$$

$$R_N = 2036{,}9 \text{ N}$$