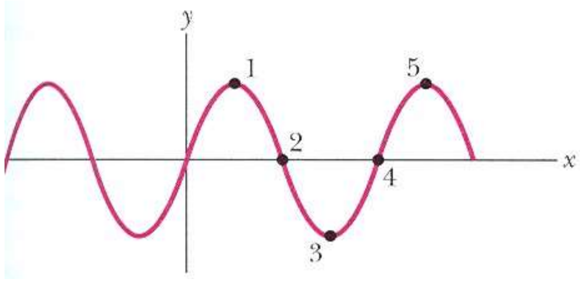
Capítulo 7 – Movimento Ondulatório

7.1. Introdução

7.2. Ondas Transversais e Longitudinais

7.3. Equação do movimento

7.4 Velocidade de propagação numa corda



7.1 – Introdução

- o som propaga-se no ar
- uma onda propaga-se na água
- uma deformação propaga-se numa mola
- um pulso propaga-se numa corda

O que é uma onda?

Quando uma pedra cai num charco, na zona em que a pedra bate na água, as partículas da água começam a oscilar em torno da posição de equilíbrio (por ação da força exterior exercida).

Este movimento transmite-se às partículas vizinhas, que por sua vez começam a vibrar, atrasadas em relação às precedentes... e assim sucessivamente, até que todas as partículas do meio entrem em movimento.

Tipos de Ondas:

❖Ondas mecânicas (as mais conhecidas): ondas de água, ondas sonoras, ondas sísmicas. São governadas pelas leis de Newton e só se podem propagar num meio onde exista matéria, como a água, ar, madeira, pedra, etc.

❖Ondas Electromagnéticas: luz visível e ultra-violeta, rádio, telemóvel, raios-X, ondas de radar, microondas, ondas de televisão. Estas ondas não necessitam de um meio material para se propagarem; por exemplo: propagam-se no vácuo com a velocidade da luz ($c=2{,}998\times10^8$ m/s).

❖Ondas Materiais: estão associadas a electrões, protões e outras partículas fundamentais constituintes do átomo.

A maioria dos exemplos que vamos ver neste capítulo referem-se a **ondas mecânicas**.

Uma **onda mecânica** (ou elástica) **progressiva** resulta da propagação de um movimento vibratório num meio deformável elástico.

Existe um atraso constante de cada partícula em relação à anterior que se traduz numa **diferença de fase** entre as vibrações de duas partículas vizinhas - há um desfasamento entre o movimento das partículas.

Propagação de ondas elásticas:

As **ondas** transportam energia através do espaço, no entanto não há transporte de matéria, na direcção de propagação.

Nas **ondas mecânicas** a energia é transportada mediante uma perturbação no meio que se propaga devido às propriedades elásticas desse meio.

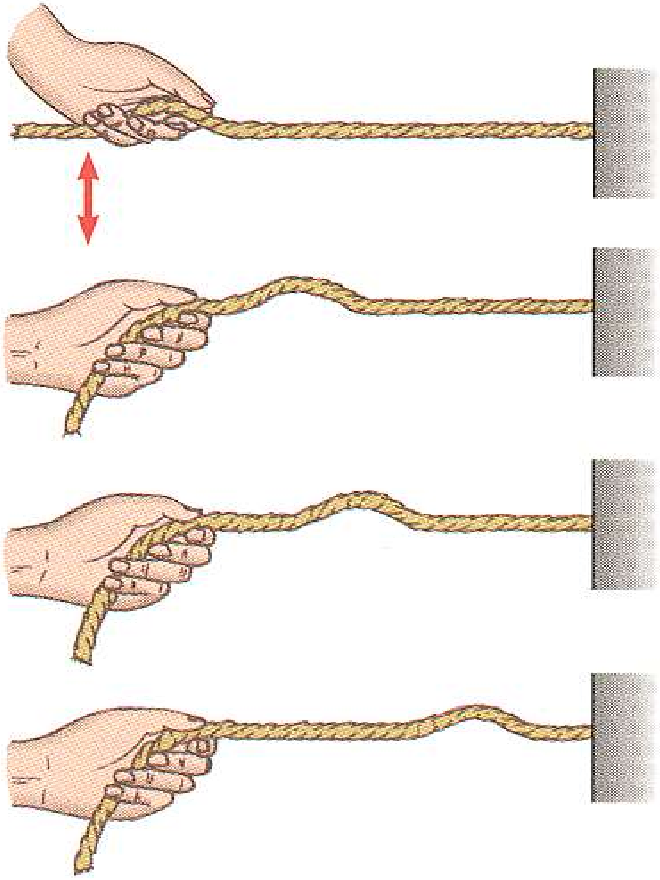
Existem movimentos ondulatórios que não se propagam em meios elásticos - as ondas electromagnéticas podem-se propagar no vazio.

7.2 – Ondas Transversais e Longitudinais

Quando uma corda ou uma mola, esticada, recebe um impulso, a sua forma altera-se com o tempo de uma maneira regular. A deformação, provocada pelo impulso inicial **avança pela corda** como um **impulso ondulatório**.

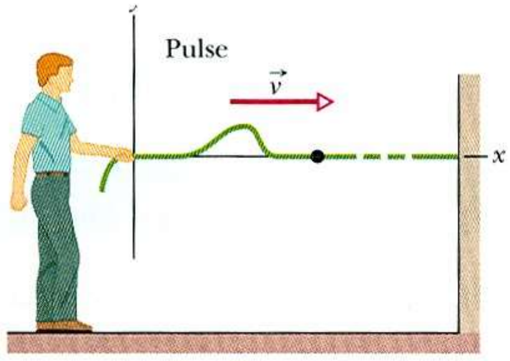
A **perturbação no meio**, neste caso, é a modificação da forma da corda em relação à sua forma no equilíbrio.

A **propagação do impulso** ondulatório deve-se à interacção de cada segmento da corda com o segmento adjacente.

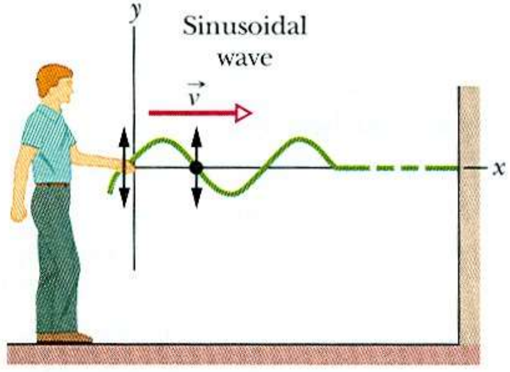


A onda mecânica mais simples de se produzir pode ser observada numa corda esticada quando subitamente lhe imprimirmos um pulso vertical, como se mostra na figura ao lado **(a)**. Um segmento dessa corda (marcado com o ponto negro) move-se para cima e depois para baixo à medida que o pulso passa. O movimento desse elemento é perpendicular à direcção de movimento do pulso, daí o pulso ser uma **onda transversal**. Na figura **(b)** é enviado um pulso de forma sinusoidal (também uma onda transversal). Um elemento dessa corda deslocar-se-á para cima e para baixo continuamente à medida que a onda passa.

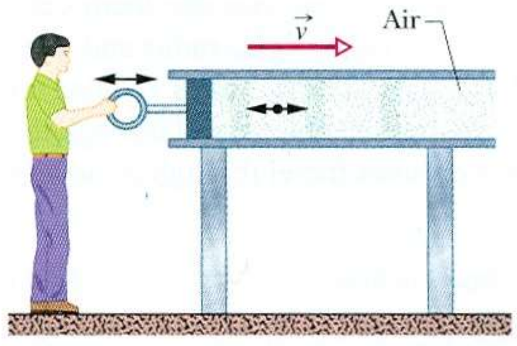
A figura **(c)** mostra que uma onda sonora pode ser produzida num tubo com ar por acção do movimento oscilatório de um pistão. Dado que as oscilações de um elemento de ar, representadas pelo ponto negro) são paralelas à direcção na qual a onda sonora se propaga, a **onda é longitudinal**.



(a)



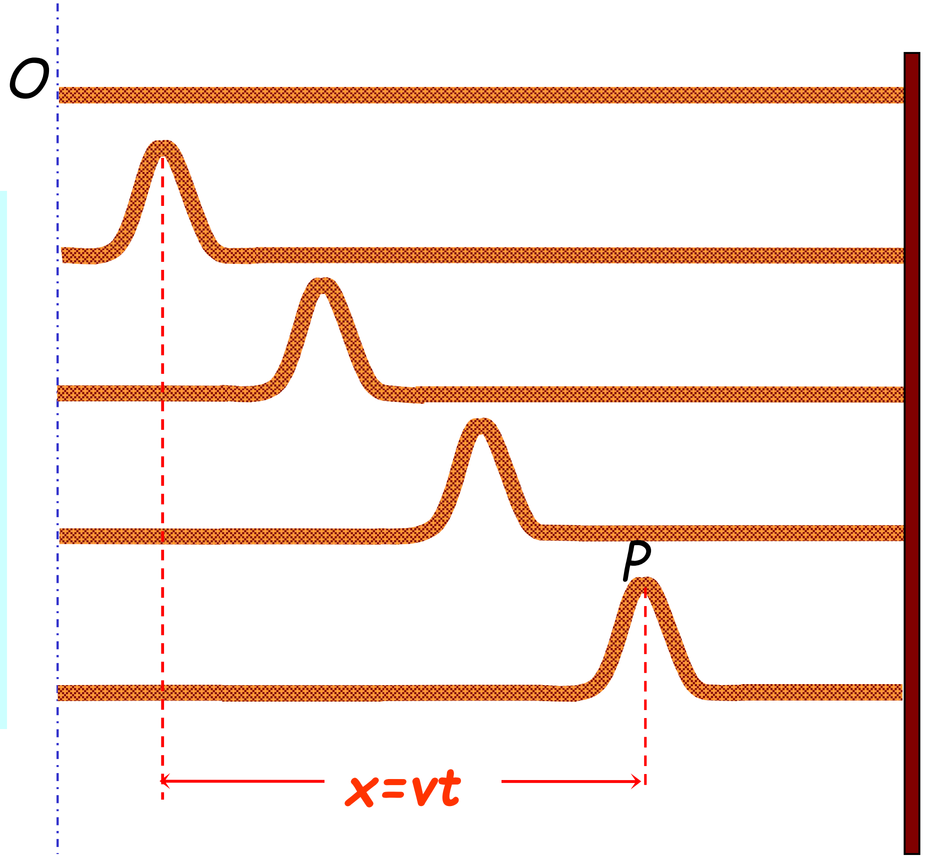
(b)



(c)

7.3 – Equação do movimento

Imaginemos uma corda comprida, esticada e com uma extremidade fixa. Se a outra extremidade, *O*, for bruscamente erguida, e de novo levada à posição de equilibrio origina-se uma **deformação na corda**:

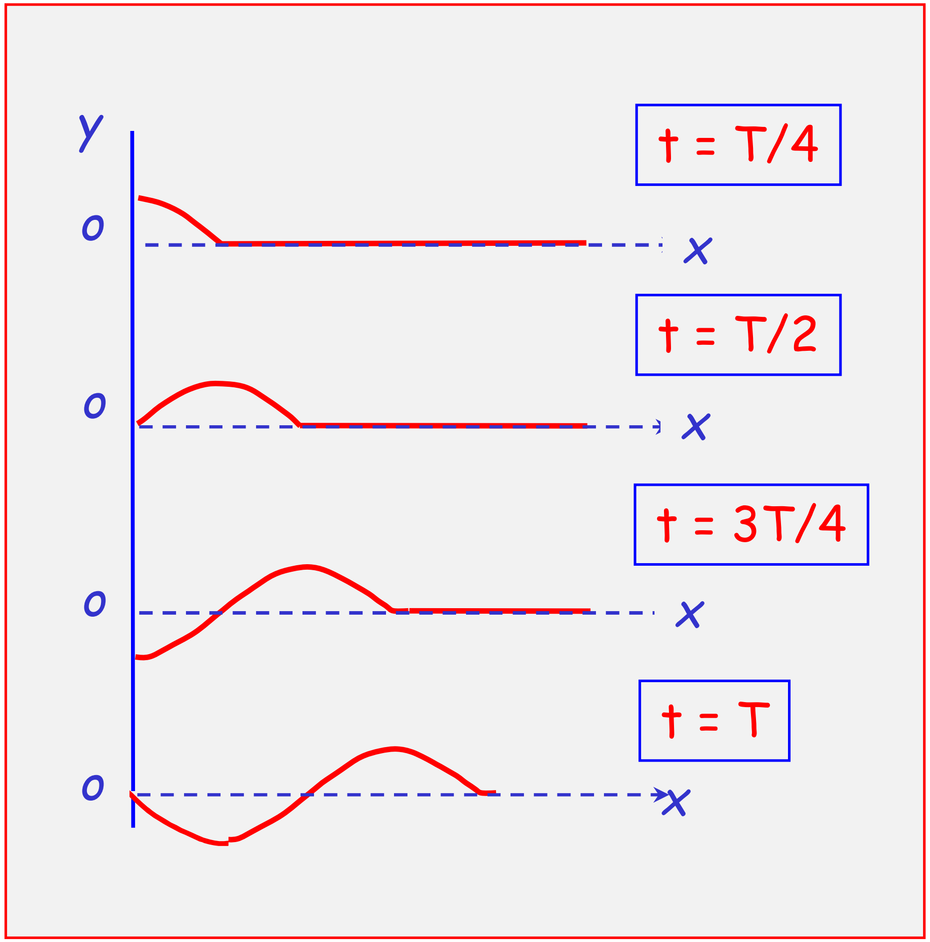


Se a "perturbação" se propagar com uma velocidade v, ao fim de um tempo t, a deformação atingiu um ponto P, que dista ***x=vt*** do ponto O.

Repare-se que a corda não mudou de posição - não houve transporte de matéria na direção de propagação

Se repetirmos este movimento periodicamente, imprimindo ao ponto *O* um movimento harmónico simples na direcção perpendicular à corda, outros pontos da corda, a várias distâncias de *O*, irão executar movimentos idênticos, cada um com um atraso $t=x/v$.

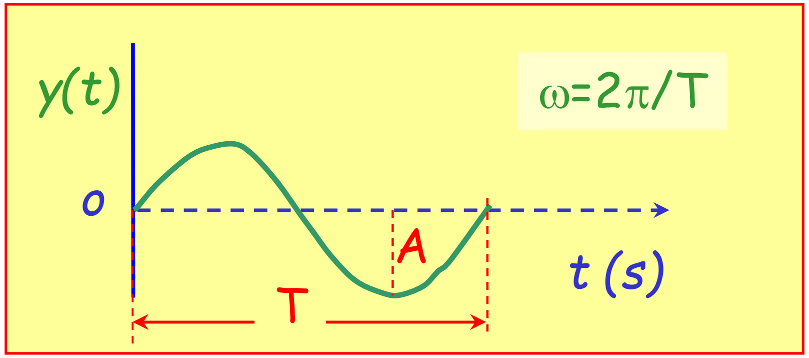
O resultado é a **propagação de uma onda** como se mostra na figura ao lado.



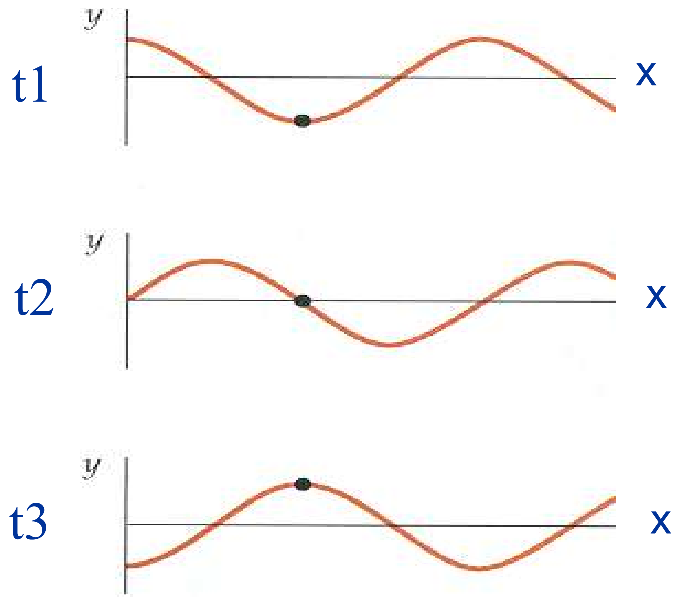
A equação que descreve o movimento do ponto O, é: $\boxed{y(t) = A\sin(\omega t)}$

(escolhendo t=0, de tal forma que ϕ_o=0)

Esta função está representada na figura :



Qualquer <u>outro ponto da corda</u> vai executar um movimento do mesmo tipo, com a mesma amplitude e a mesma frequência, mas nem todos estão em fase com o ponto O.



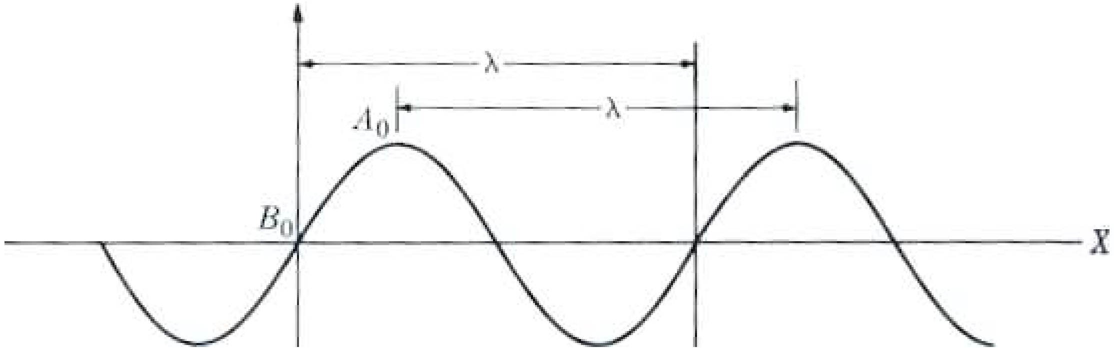
Durante um período (T=1/f) do movimento, a onda move-se de uma distância de um comprimento de onda, logo a velocidade é:

$$v = \frac{\lambda}{T} = f\lambda$$

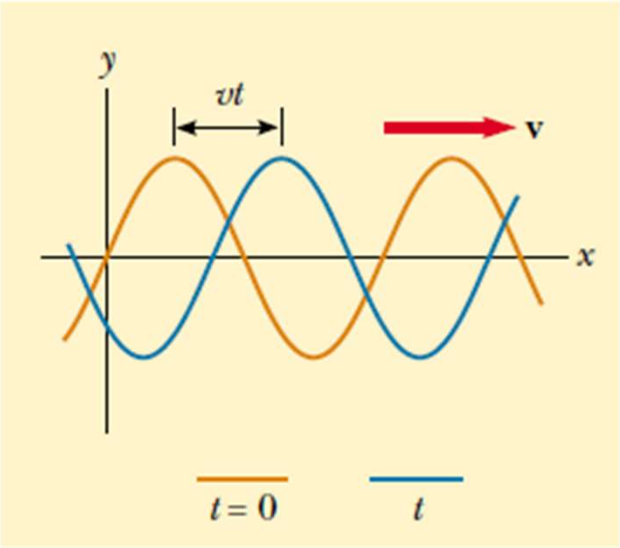
A função seno que descreve a onda para um determinado instante t, e segundo x, é do tipo:

$$y(x) = A.\mathrm{sen}(\frac{2\pi}{\lambda}x) = A.\mathrm{sen}(kx)$$

onde $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ representa o **número de onda** (unidades rad/m).



Se a onda se mover para a direita com uma velocidade **v**, a função de onda ao fim de um intervalo de tempo t é:



$$y(x, t) = A \text{ sen } [k(x-vt)]$$

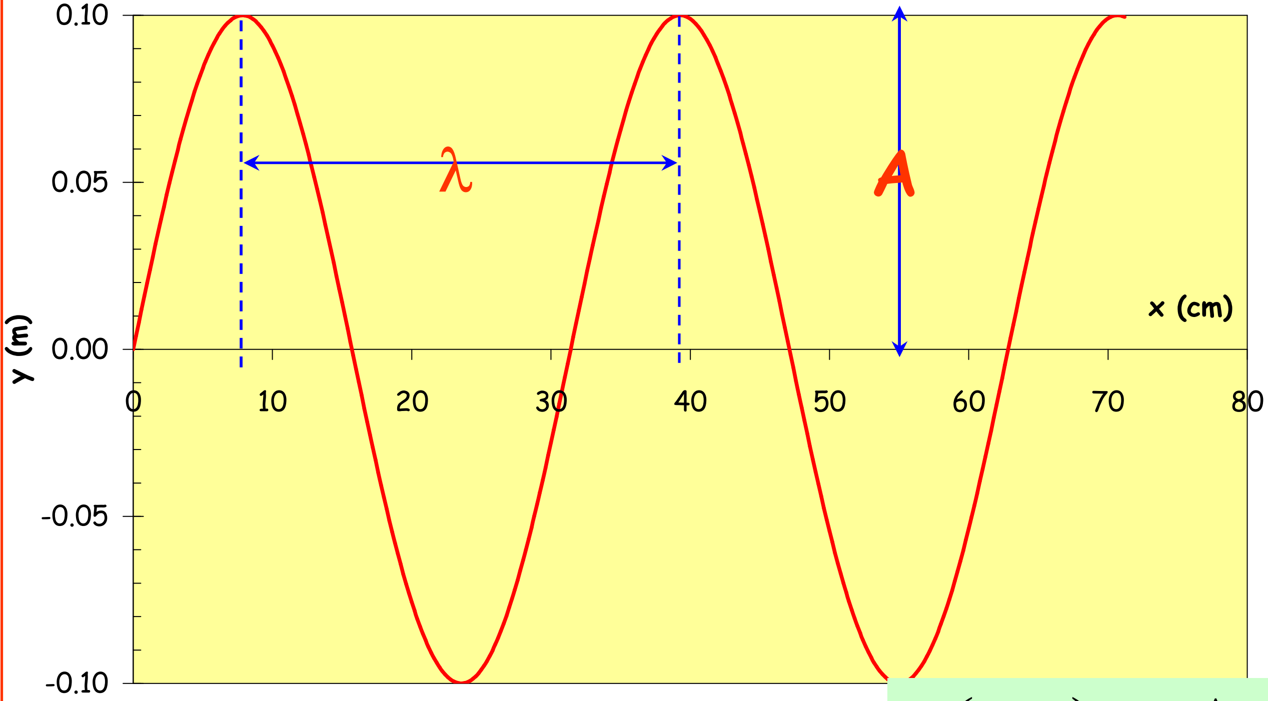
mas como **T=λ/v**, temos:

$$y(x,t) = A \cdot \sin[kx - kvt] = A \cdot \sin\left[kx - \frac{2\pi}{\lambda}vt\right] = A \cdot \sin\left[kx - \frac{2\pi}{T}t\right]$$

Como $\omega = 2\pi/T$ a equação de onda pode ser escrita da seguinte forma:

$$y(x,t) = A.\text{sen}(kx - \varpi t)$$ propagação para a direita (sentido x positivo)

$$y(x,t) = A.\text{sen}(kx + \varpi t)$$ propagação para a esquerda (sentido x negativo)



$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = f\lambda$$

$$y(x,t) = A.sen(kx - \varpi t)$$

Amplitude (A) – Máximo deslocamento;

Comprimento de onda (λ) – Distância horizontal, mínima, entre dois pontos idênticos numa onda;

Frequência (f) – É a taxa de repetição do movimento; ($f=1/T$ ou $f=\omega/2\pi$).

Velocidade de Propagação (v) - Depende das propriedades do meio;

Exercício 7.1

Uma onda que se propaga através de uma corda é descrita pela equação, com x e y expresso em metros e t em segundos:

$$y(x,t) = 0{,}00327\text{sen}(72{,}1x-2{,}72t)$$

Determine:

a) a amplitude da onda;

b) o comprimento de onda, período e frequência da onda;

c) a velocidade de propagação da onda;

d) o deslocamento vertical (yy) para x = 22,5 cm e quando t = 18,9 s.

a) A onda tem a forma : $y(x,t) = A\cdot\text{sen}(kx-\omega t)$, logo $\Rightarrow A = 0{,}00327$ m

b) $(kx-\omega t) = (72{,}1x-2{,}72t) \Rightarrow k = 72{,}1$ rad/m; $\omega = 2{,}72$ rad/s

$\lambda=2\pi/k = 0{,}0871$ m; $T=2\pi/\omega=2{,}31$ s; $f = 1/T = 0{,}43$ Hz

c) $v = f\cdot\lambda = 0.43\text{x}0{,}0871 = 0{,}037$ m/s

d) $y(0{,}225\ ;\ 18{,}9) = 0{,}00327\text{sen}(72{,}1\cdot 0{,}225-2{,}72\cdot 18{,}9) = 0{,}00192$ m

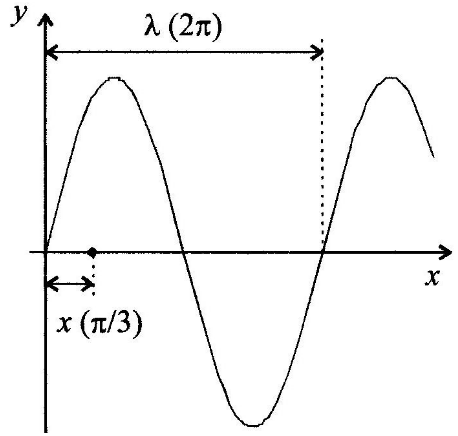
Exercício 7.2

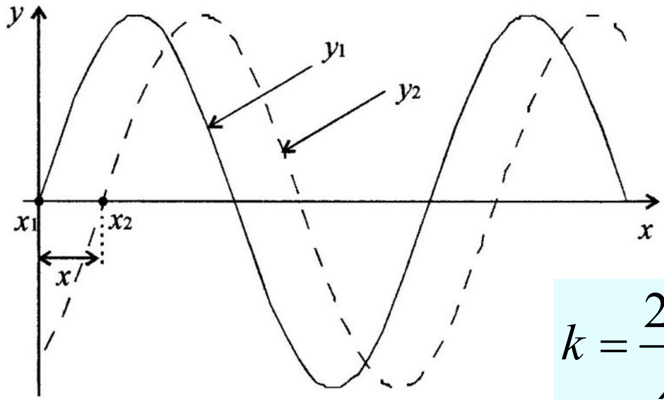
Uma onda de frequência de 500 Hz tem uma velocidade de 350 m/s. Calcule:

a) O afastamento entre 2 pontos que têm uma diferença de fase de π/3 rad.

b) A diferença de fase entre 2 deslocamentos, no mesmo ponto, em tempos separados de 1 ms.

a)





$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = f\lambda \qquad \lambda = \frac{350}{500} = 0{,}7\ m$$

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{x}{\pi/3} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{\lambda}{6} = 0{,}117\ m$$

ou

$y1 = A.sen(kx_1 - \omega t)$

$y2 = A.sen(kx_2 - \omega t - \pi/3)$

como y1=y2

$$\Rightarrow \quad kx_2 - \omega t - \pi/3 = kx_1 - \omega t$$

$$k(x_2 - x_1) = \pi/3$$

$$x_2 - x_1 = \Delta x = \pi/(3k) = 0{,}117\ m$$

b)

$$\frac{T}{2\pi} = \frac{\Delta t}{\Delta\phi} \qquad T = \frac{1}{f} = 2\ ms \qquad \Delta\phi = 2\pi\ f\ \Delta t = 3{,}14\ rad$$

Velocidade de propagação numa corda

A velocidade de uma onda pode ser calculada através de: $$v = \frac{\lambda}{T} = f\,\lambda$$

Contudo, é determinada pelas propriedades do meio na qual se propaga. Se uma onda se propagar através da água, ar, aço ou uma corda esticada, causará que as partículas desse meio material oscilem à sua passagem. Para que tal aconteça, esse meio terá que possuir massa (de modo que possa ter energia cinética) e elasticidade (de modo que possa ter energia potencial). Daí que quer ambos os parâmetros relativos à massa e elasticidade ditam a velocidade de propagação da onda através desse meio.

Para o caso de uma corda de massa **m** e comprimento **ℓ**, a densidade linear de massa (**μ**) é dada através de:

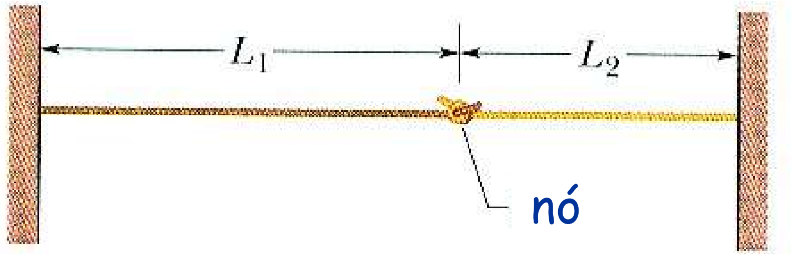
$$\mu = \frac{m}{\ell}$$

Para que uma onda se propague numa corda, esta tem que se encontrar esticada. A tensão *(τ)* é constante em toda a corda. Assim, a velocidade da onda será:

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}}$$

Exercício 7.3

Ataram-se dois fios através de um nó que depois se esticaram e prenderam-se em dois suportes rígidos nas extremidades, como mostra a figura. As densidades lineares dos fios são, respetivamente, μ_1=1,4x10^{-4} kg/m e μ_2=2,8x10^{-4} kg/m, e os seus comprimentos são L_1=3 m e L_2=2 m. O fio 1 ficou com uma tensão de 400N. Se aplicarmos um impulso simultaneamente em cada fio, na sua extremidade, qual chega primeiro ao nó?



O tempo que leva um pulso a percorrer uma distância L é dado por:

$$L = vt \Rightarrow t = \frac{L}{v}$$

Dado que ambos os fios estão esticados e ligados através do nó, a tensão τ = 400 N é constante e partilhada por ambos os fios.

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}}$$

$$t_1 = \frac{L_1}{v_1} = L_1\sqrt{\frac{\mu_1}{\tau}} = 3\cdot\sqrt{\frac{1,4\times10^{-4}}{400}} = 1,77\times10^{-3}\,s$$

$$t_2 = \frac{L_2}{v_2} = L_2\sqrt{\frac{\mu_2}{\tau}} = 2\cdot\sqrt{\frac{2,8\times10^{-4}}{400}} = 1,67\times10^{-3}\,s$$

Logo o pulso que chega primeiro ao nó é aquele que viaja no fio 2