Universidade do Minho (DMA) | MIECOM, MIEPOL
20 Jan 2010

Teste 2A

Nome ______________________________

Número ______________ Curso ______________

GRUPO I - Neste grupo, não deve indicar os cálculos. Cada questão ou alínea vale 1 valor.

1. O valor do $\int_1^2 x^2\ dx + \int_2^6 (-x+6)\ dx$ é o valor da área limitada pelas seguintes curvas:

   ____

2. Escreva o valor do seguinte integral: $\displaystyle\int_1^e \ln x\ dx =$

3. Usando coordenadas polares, o integral que permite calcular a área da porção de círculo $(x-1)^2+y^2 \leq 1$ compreendida entre as rectas $y = x$ e $y = -x$ é:

4. Os pontos de intersecção da curva $\rho^2 = 2cos(2\theta)$, com a circunferência $\rho = 1$ são:

   ____

5. Considere a função f definida por $f(x) = -x^2 + 1$ em $[0, 1]$, $f(x) = 2$ em $]1, 2]$ e $f(x) = x - 2$ em $]2, 3]$. Então $\displaystyle\int_0^3 f(x)dx =$ ______________________________

6. Seja $h(x) = \displaystyle\int_{1/x}^{0} \sqrt{1+t^4}dt$. Então $h'(x) =$ ______________________________

7. Considere a região plana limitada pelas curvas $y = x$ e $y = x^2$. O integral que permite calcular o volume obtido pela rotação, em torno de OX, desta região é

   ____

8. O comprimento do arco de curva $y = \dfrac{2}{3}x^{3/2}$, para $x \in [0, 8]$, calcula-se determinando o valor do seguinte integral definido:

   ____

9. Com a substituição definida por $x - 2 = z^3$, tem-se:

   $$\int_{x=}^{x=} \frac{(x-2)^{1/3}}{3+(x-2)^{2/3}}\ dx\ = \int_1^3$$

   Nota: escreva os limites de integração no primeiro integral e a função integranda no segundo integral

10. Escreva o termo geral da seguinte série, completando o 2º membro da igualdade apresentada:

$$\frac{2}{\pi} + \frac{3}{\pi^2} + \frac{4}{\pi^3} + \cdots = \sum_{n=}^{+\infty}$$

11. Diga se é convergente ou divergente a série $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n(2n+1)}{n!}$, indicando qual o critério que aplicou

---

12. Diga se é convergente ou divergente a série $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n(n+5)}{\pi^n}$, indicando qual o critério que aplicou

---

GRUPO II - Nas perguntas seguintes apresente todos os cálculos.

1. A parábola $y^2 = 2x$ divide o círculo $x^2 + y^2 \leq 8$ em duas partes. Calcule a área da parte que está totalmente inserida no plano $x > 0$.

2. Calcule $\displaystyle\int_{x=0}^{x=8} \frac{x\,dx}{\sqrt{x+1}}$, usando a mudança de variável definida por $x + 1 = z^2$, com $z > 0$.

3. Estude, quanto à convergência, o integral impróprio $\displaystyle\int_0^3 \frac{dx}{(x-1)^2}$.