

Física EE

2020/2021

MI em Engenharia de Materiais
MI em Engenharia de Polímeros
MI em Engenharia de Telecomunicações e Informática

Série de exercícios

Departamento de Física
Universidade do Minho
Campus de Azurém

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO MATEMÁTICA: CÁLCULO VETORIAL

1.1. Um caçador sai do seu acampamento e anda 6 km para o norte. A seguir anda 3 km para leste e 2 km para o sul, onde encontra um rio que vai em linha recta até ao seu acampamento.

a) Qual a direcção do rio? (S 36.9° W)

b) A que distância estava ele do acampamento no momento em que encontrou o rio? (5 km)

1.2. Um explorador das cavernas anda 100 m em direcção a Este. De seguida percorre 50 m na direcção N 30° O e por fim 150 m na direcção S 45° O. Após um quarto movimento não descrito, ele encontra-se no lugar onde iniciou o percurso. Caracterize este último deslocamento (módulo e direcção). ($\Delta \vec{r} = 31.07\hat{i} + 62.77\hat{j}$; 70, 1m; N26.3° E).

1.3. O vetor \vec{A} tem 2 cm de comprimento e faz um ângulo de 60° com o eixo Ox (primeiro quadrante). O vetor \vec{B} tem 2 cm de comprimento e faz um ângulo de -60° com o eixo Ox (quarto quadrante). Achar graficamente e pelo método das componentes:

a) o vetor soma ($\vec{A} + \vec{B}$) ($\vec{A} + \vec{B} = 2\hat{i}$)

b) os vetores diferença ($\vec{A} - \vec{B}$) e ($\vec{B} - \vec{A}$) ($\vec{A} - \vec{B} = 3.46\hat{j}$; $\vec{B} - \vec{A} = -3.46\hat{j}$)

1.4. Um vetor, \vec{a} , tem módulo igual a 5 e faz com o semi-eixo positivo dos xx um ângulo de 60°. Determine:

a) as componentes do vetor ($a_x = 2.5$; $a_y = 4.3$)

b) as componentes e o módulo do vetor $\vec{a} - \vec{b}$, sabendo que $\vec{b} = 2\hat{i} - 5\hat{j}$. ($0.5\hat{i} + 9.3\hat{j}$; 9.31)

1.5. Dados os vetores $\vec{A} = 3\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ e $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$, calcular:

a) os vetores $-\vec{B}$ e $2\vec{B}$ e os seus módulos ($-\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$; $2\hat{i} + 4\hat{j} - 6\hat{k}$; 3.74; 7.48)

b) os vetores $\vec{A} - \vec{B}$, $\vec{A} + \vec{B}$, e os seus módulos. Comparar esses valores com $|\vec{A}| - |\vec{B}|$ e $|\vec{A}| + |\vec{B}|$. Comentar os resultados. ($2\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$; $4\hat{i} - 4\hat{k}$; 4.9; 5.7);

c) os versores \hat{A} e \hat{B} , bem como o versor da direcção do vetor $\vec{A} - \vec{B}$
($\hat{A} = (1/\sqrt{14}) \cdot (3\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k})$; $\hat{B} = (1/\sqrt{14}) \cdot (\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$)

d) os produtos escalares $\vec{A} \cdot \vec{B}$ e $\vec{A} \cdot (2\vec{B})$. O ângulo entre os vetores \vec{A} e \vec{B} (2; 4; 81.77°)

e) o vetor projecção do vetor \vec{B} sobre a direcção de \vec{A} e o vetor projecção do vetor \vec{A} sobre a direcção de \vec{B} ($(1/7) \cdot (3\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k})$; $(1/7) \cdot (\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$)

f) o produto vetorial de \vec{A} por \vec{B} , e o produto vetorial de \vec{B} por \vec{A} . Compare e comente os dois resultados. ($\vec{A} \times \vec{B} = 8\hat{i} + 8\hat{j} + 8\hat{k}$; $\vec{B} \times \vec{A} = -\vec{A} \times \vec{B}$)

1.6. Calcule a distância entre os dois pontos de coordenadas (6, 8, 10) m e (-4, 4, 10) m. (10.8 m)

1.7. Considere os vetores $\vec{A} = (3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k})$ m e $\vec{B} = (-\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$ m, e calcule:

a) o comprimentos de cada vetor (7.07 m; 6.4 m)

b) os vetores $\vec{A} - \vec{B}$, $\vec{A} + \vec{B}$, e os seus módulos.

c) o produto escalar $\vec{A} \cdot \vec{B}$. (-25 m²)

d) o ângulo formado entre os dois vetores. (123.5°)

1.8. Num dado instante, a velocidade, \vec{v} , e a aceleração, \vec{a} , duma partícula, são dadas por:

$$\vec{v} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k} \text{ (m/s)}$$

$$\vec{a} = \hat{j} + \hat{k} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Sabe-se que o vetor velocidade tem, em cada instante, a direção da tangente à trajetória no ponto ocupado pela partícula nesse instante. Calcule:

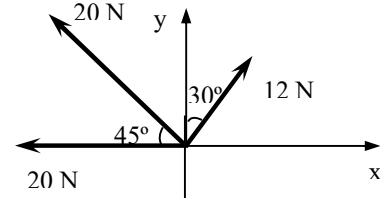
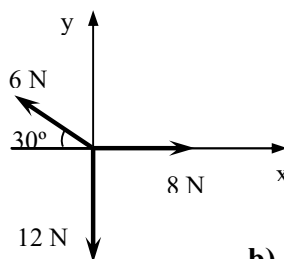
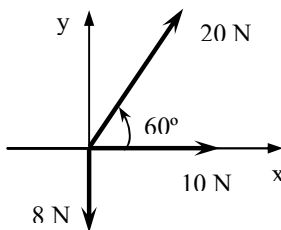
a) para o instante considerado no enunciado, o versor da tangente à trajetória. $(0.41\hat{i} - 0.41\hat{j} + 0.82\hat{k})$

b) as componentes da aceleração segundo:

i) a direção da tangente. $(1/\sqrt{6})$

ii) uma direção perpendicular à tangente e contida no plano definido por \vec{v} e \vec{a} . $(\sqrt{11}/6)$

1.9. Calcule o módulo e a direção da resultante dos sistemas de forças representados na figura.



a) $\vec{F}_R = 20\hat{i} + 9.3\hat{j} \text{ (N)}; |\vec{F}_R| = 22.1 \text{ N}; \alpha = 25^\circ$

b) $\vec{F}_R = 2.8\hat{i} - 9\hat{j} \text{ (N)}; |\vec{F}_R| = 9.43 \text{ N}; \alpha = -72.7^\circ$

c) $\vec{F}_R = -28.1\hat{i} + 24.5\hat{j} \text{ (N)}; |\vec{F}_R| = 37.3 \text{ N}; \alpha = 138.9^\circ$

CAPÍTULO 2 - CINEMÁTICA DA PARTÍCULA

2.1. Um atleta corre 100 m em 12 s, em seguida dá meia volta e, em 30 s, corre 50 m em direção ao ponto de partida. Calcule:

a) o espaço percorrido e o deslocamento do atleta durante este movimento. $(\Delta s = 150 \text{ m}; |\Delta \vec{r}| = 50 \text{ m})$

b) a velocidade média do atleta durante os 42 s. (1.19 m/s)

2.2. O gráfico da figura representa a velocidade escalar de um ponto material, em função do tempo. A trajetória é uma linha reta e inicialmente, o ponto material desloca-se de Sul para Norte.

a) Indicar em qual dos três intervalos de tempo, $[2; 3] \text{ s}$, $[4; 5] \text{ s}$ e $[6; 7] \text{ s}$:

i) é máximo o módulo da velocidade média.

ii) é mínimo o espaço percorrido.

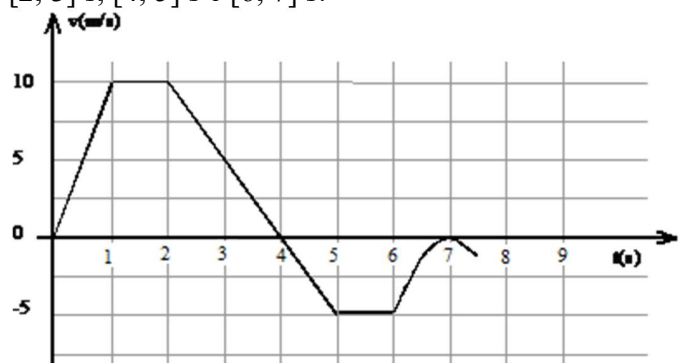
(i) $[2; 3] \text{ s}$; **(ii)** $[6; 7] \text{ s}$

b) Determinar a aceleração no instante $t = 3 \text{ s}$.

c) Durante o intervalo de tempo $[2; 5] \text{ s}$ indicar o espaço percorrido e o deslocamento do ponto material. $(\Delta s = 12.5 \text{ m}, |\Delta \vec{r}| = 7.5 \text{ m})$

d) Em que instante esteve o ponto material mais distante do ponto de partida? $(t = 4 \text{ s}, 25 \text{ m}, \text{ para N})$

e) Construir o gráfico $a(t)$ para o movimento deste ponto no intervalo de 0 a 7 s.



2.3. A posição de um corpo em função do tempo é dada na figura abaixo.

a) Indique:

a.1) onde é que o movimento tem o sentido positivo do eixo dos xx e onde tem sentido negativo. ($+x \rightarrow t \in [0; 0.8[\cup [1.8; 2.2[\cup [2.8; 3.2]$; $-x \rightarrow t \in [2.2; 2.8]$)

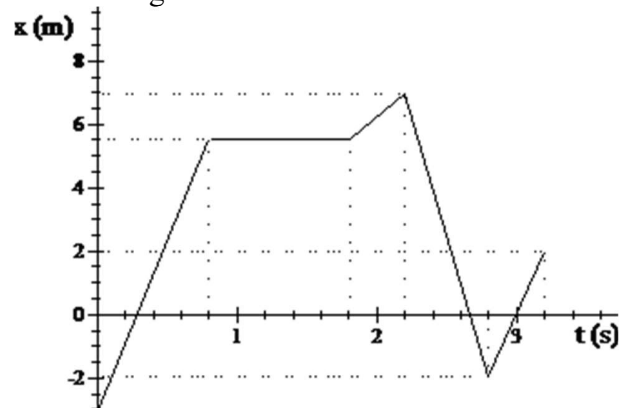
a.2) quando é que o movimento é acelerado e quando é retardado. ($a = 0 \text{ m/s}^2$)

a.3) quando é que o corpo passa pela origem.

($t = 0.3 \text{ s}$; $t = 2.7 \text{ s}$; $t = 3 \text{ s}$.)

a.4) quando é que a velocidade é zero.

($v = 0 \rightarrow t \in [0.8; 1.8]$)



b) Fazer um esboço da velocidade e da aceleração em função do tempo. Estimar, a partir do gráfico, a velocidade média nos intervalos:

b.1) $[1; 3] \text{ s}$. (2.75 m/s)

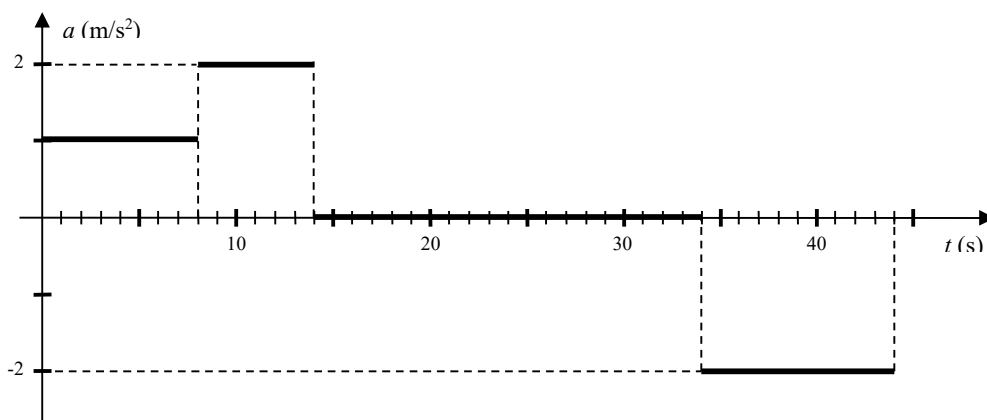
b.2) $[1; 2.2] \text{ s}$. (1.25 m/s)

b.3) $[1; 1.8] \text{ s}$. (0)

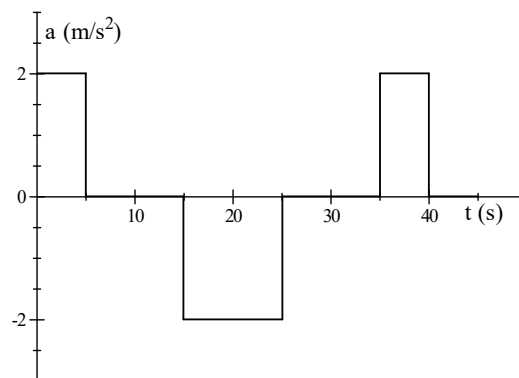
2.4. O metropolitano viaja entre duas paragens consecutivas descrevendo uma trajetória retilínea com a aceleração indicada na figura. Determine:

a) a velocidade em $t = 14 \text{ s}$;

b) a distância percorrida pelo metropolitano até iniciar a travagem. (516 m)



2.5. Na figura está representado um gráfico da aceleração de um corpo movendo-se no eixo dos xx . Esquematizar o gráfico da sua velocidade e da sua posição como funções do tempo se $x = v = 0$ quando $t = 0$.



2.6. Uma partícula move-se ao longo do eixo dos xx , de tal modo que a sua posição em qualquer instante é dada por:

$$x = 5t^2 + 1 \quad (\text{S.I.})$$

Calcule:

- a) a sua velocidade média no intervalo de tempo $[2; 3]$ s; ($v_{\text{méd.}} = 25$ m/s)
- b) a velocidade instantânea para $t = 2$ s. ($v = 20$ m/s)

2.7. Uma partícula move-se em linha recta, de acordo com: $x = 16t - 6t^2$ (S.I.).

- a) Calcule a sua posição ao fim de 1 s.
- b) Em que instantes passa o ponto na origem? ($t = 2.67$ s)
- c) Calcule a velocidade média no intervalo $[0; 2]$ s. (4 m/s)
- d) Calcule a sua velocidade inicial.
- e) Em que instantes e posições pára a partícula? ($t = 1.33$ s)
- f) Calcule a aceleração instantânea em qualquer instante.
- g) Em que intervalos de tempo é o movimento acelerado e em que intervalos é retardado?

2.8. O movimento de uma partícula é definido pela expressão: $x = t^3 - 9t^2 + 24t - 8$ na qual x e t são expressos, respetivamente em milímetros e em segundos. Determine:

- a) o instante em que a velocidade é zero. ($t = 2$ s e $t = 4$ s)
- b) a posição, o deslocamento e o espaço total percorrido até ao instante em que a aceleração é nula. ($x = 10$ mm; $\Delta x = 18$ mm; $\Delta s = 22$ mm)

2.9. A aceleração de uma partícula é definida pela relação $a = -2$ m/s². Sabendo que $v = 8$ m/s e $x = 0$, quando $t = 0$, determine a velocidade e a posição quando $t = 6$ s e a distância total percorrida desde o instante inicial até $t = 6$ s. ($v = -4$ m/s; $x = 12$ m; $d = 20$ m)

2.10. A aceleração de uma partícula é definida pela expressão: $a = A - 6t^2$, em que A é uma constante. No instante $t = 0$, a partícula parte da posição $x = 8$ m com $v = 0$. Sabendo que em $t = 1$ s, $v = 30$ m/s, determine:

- a) os instantes para os quais a velocidade é nula. ($t = 0$ e $t = 4$ s)
- b) o espaço total percorrido até $t = 7$ s. (672.5 m)

2.11. O movimento de um ponto material é definido pela equação: $x = 2t^2 - 8t - 1$ (SI)

- a) Qual é a forma da trajetória?
- b) Qual a coordenada da posição no início do movimento? (- 1 m)
- c) Qual a posição quando a velocidade se anula? (- 9 m)
- d) Determine a aceleração do ponto material. (4 m/s²)
- e) Caracterize o movimento.

2.12. As coordenadas de uma partícula material, com movimento no plano Oxy , variam no tempo segundo as leis (unidades SI): $x(t) = 3t$ e $y(t) = 6t^2 + 2$

- a) Escreva a equação da trajetória da partícula material. ($y = 2x^2/3 + 2$)
- b) Represente-a graficamente no plano Oxy .
- c) Em que sentido é que a trajetória é percorrida?
- d) Calcule a distância à origem no instante $t = 2$ s. (26.7 m)
- e) Calcule o instante de tempo em que a partícula se encontra mais perto da origem e a distância à origem nesse instante. (2 m, $t = 0$ s)

2.13. O vetor posição de uma partícula é: $\vec{r} = (8t - 5)\hat{i} + (-5t^2 + 8t)\hat{j}$

- Qual a posição da partícula no início do movimento? ($\vec{r}_0 = -5\hat{i}$)
- Em que instantes a partícula atravessa cada um dos eixos coordenados?
- Deduza o vetor velocidade da partícula.
- Deduza o vetor aceleração. ($\vec{a} = -10\hat{j}$)
- Escreva a equação cartesiana da trajetória. ($y = -5(x+5)^2/64 + (x+5)$)

2.14. Um camião move-se a uma velocidade constante de 64 km/h ao longo de uma estrada. O camião é seguido por um carro (de comprimento 4.8 m) com a mesma velocidade, que inicia a ultrapassagem com uma aceleração constante de 1.5 m/s². O camião tem 18 m de comprimento, e é necessário que haja 12 m de distância entre os veículos para se iniciar uma ultrapassagem segura. A ultrapassagem só é considerada terminada quando o carro se tiver distanciando 12 m do camião.

- Quanto tempo demorará o carro a ultrapassar o camião? (7.9 s)
- Que distância percorrerá o carro na ultrapassagem? (187.3 m)
- Com que velocidade o carro terminará a ultrapassagem? (29.6 m/s)

2.15. Para determinar a profundidade de um poço, um rapaz deixou cair dentro do poço uma pedra e cronometrou o intervalo de tempo desde que largou a pedra até que ouviu o som produzido pela pancada no fundo do poço. Esse intervalo de tempo foi de 3 s. Considerando a velocidade do som igual a 340 m/s, determine a profundidade do poço e a velocidade com que a pedra embateu no fundo do poço. (40.7 m; 28.2 m/s).

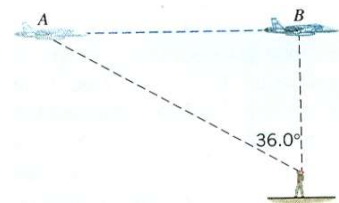
2.16. Um elevador aberto está a subir com uma velocidade constante de $v = 10$ m/s. Um dos ocupantes do elevador, quando está à altura $h = 20$ m acima do solo, atira para cima um porta-chaves. A velocidade inicial do porta-chaves relativamente ao elevador é $v_0 = 20$ m/s. Determine:

- a altura máxima atingida pelo porta-chaves; (65.9 m)
- quanto tempo passa até o porta-chaves regressar ao elevador. (4.1 s)

2.17. Um condutor viaja, a 100 km/h, de noite quando vê, a uma distância de 70 m, um veículo parado na faixa de rodagem. Admitindo que o condutor demora 0.5 s a pôr o pé no travão, e que durante a travagem a desaceleração do carro é de 5 m/s², qual será o fim da história:

- se o condutor fosse mais rápido podia evitar o acidente?
- e se a velocidade fosse 50 km/h?

2.18. Um jacto voa horizontalmente, conforme o esquema ao lado. Quando o jacto chega ao ponto B, um observador directamente em baixo deste ponto ouve o ruído proveniente do ponto A. Considerando que a velocidade do som no ar é 343 m/s e que o jacto tem uma velocidade de 164 m/s quando passa por A, qual a sua velocidade em B, admitindo que tem uma aceleração constante. ($v_B = 239$ m/s)



2.19. O maquinista de um comboio de passageiros que viaja a 30 m.s⁻¹ avista um comboio de carga 200 m à sua frente, na mesma linha. O comboio de carga está a viajar no mesmo sentido a uma velocidade constante de 10 m.s⁻¹. O maquinista do comboio de passageiros trava imediatamente, causando uma desaceleração constante de 1 m.s⁻², enquanto o outro comboio mantém a mesma velocidade.

- Haverá colisão?
- Se a resposta à alínea a) for positiva, onde ocorrerá a colisão?

LANÇAMENTO DE PROJECTEIS

2.20. Uma bola é lançada verticalmente para baixo do topo de um edifício com velocidade 10 m/s.

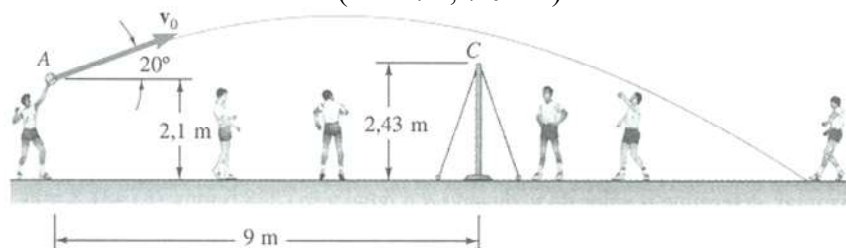
- Qual será a sua velocidade depois de cair durante 1 s? (19.8 m/s)
- Quanto é que ela cairá em 2 s? (39.6 m)
- Qual será a sua velocidade depois de cair 10 m? (17.2 m/s)
- Se a bola partiu de um ponto a 40 m de altura, quanto tempo demora a atingir o chão? Qual será a velocidade e aceleração ao atingi-lo? (apresente o resultado na forma vetorial). (2.013s, 29.73 m/s)

2.21. Um projétil é lançado para cima, com velocidade de 98 m/s, do topo de um edifício cuja altura é 100 m. Determinar:

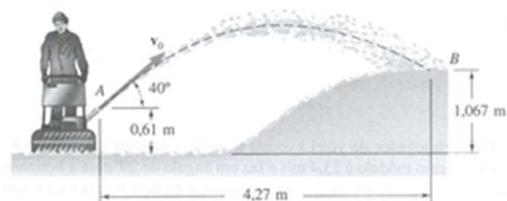
- o tempo necessário para atingir a altura máxima. (10 s)
- A altura máxima do projétil acima da rua. (590 m)
- O tempo total decorrido desde o lançamento até ao momento em que atinge o solo. (21 s)
- A velocidade ao atingir a rua. (-107.54 m/s)

2.22. Um jogador de voleibol executa o serviço do jogo imprimindo à bola uma velocidade v_0 , cujo módulo é 13.4 m/s e faz um ângulo de 20° com a horizontal. Determine:

- se a bola passa a rede. (Sim, $t=0.71$ s; $y=2.87$ m)
- a que distância da rede a bola toca no solo. ($t=1.27$ s; 7.01 m)

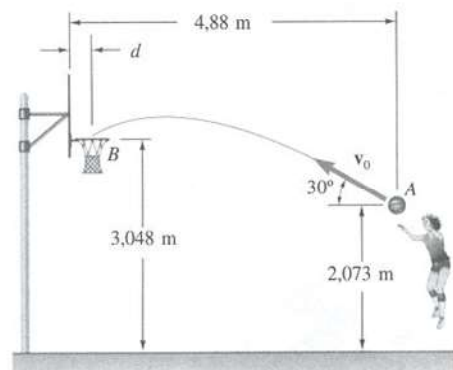


2.23. O proprietário de uma casa usa um lança-neve para desimpedir a sua via de acesso. Sabendo que a neve é descarregada com um ângulo de 40° com a horizontal, determine a velocidade inicial v_0 da neve. (6.98 m/s)

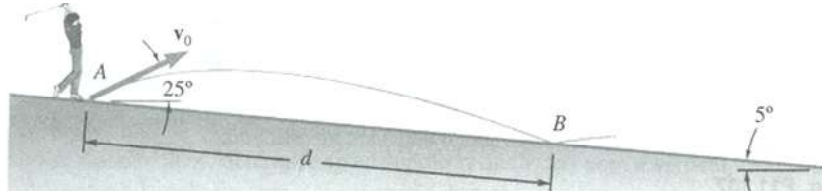


2.24. Uma jogadora de basquete lança a bola quando está a 4.88 m do cesto. Sabendo que a bola possui uma velocidade inicial v_0 e faz um ângulo de 30° com a horizontal, determine o valor de v_0 quando d é igual a:

- 228.6 mm. (9.08 m/s)
- 431.8 mm. (9.02 m/s)

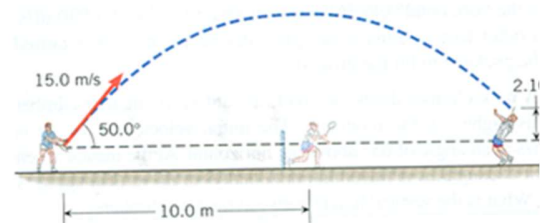


2.25. Um jogador de golfe dá uma tacada na bola, fazendo um ângulo de 25° com a horizontal e com uma velocidade inicial de 48.8 m/s . Sabendo que o campo tem um declive de 5° , determine a distância d entre o jogador e o ponto onde se dá o primeiro impacto da bola com o solo. (221.9 m)



2.26. Um tenista lança a bola com uma velocidade inicial de 15 m/s , fazendo um ângulo de 50° com a horizontal. Nesse mesmo instante o adversário encontra-se a 10 m da bola (junto à rede), e inicia o movimento 0.3 s mais tarde, com o intuito de chegar à bola e devolvê-la no momento em que esta se encontra a 2.1 m acima (ver figura) do ponto de lançamento. Calcule:

- a distância percorrida pelo tenista adversário; ($10,73 \text{ m}$)
- a velocidade média mínima com que o adversário terá de se deslocar; ($5,8 \text{ m/s}$)



MOVIMENTO CIRCULAR

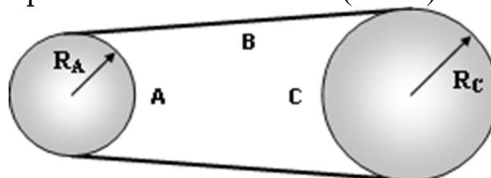
2.27. A frequência angular do motor de um automóvel aumenta 1000 rpm para 3500 rpm em 18 s .

- Calcule a aceleração angular do motor, supondo que ela seja uniforme. (14.5 rad/s^2)
- Quantas rotações completas efetua o motor durante esse período? (675 rot.)

2.28. Um disco homogêneo gira em torno de um eixo fixo, partindo do repouso e acelerando com uma aceleração constante. Num determinado instante, ele gira com frequência angular de 10 rps . Após executar mais 65 rotações completas, a sua frequência angular passa para 18 rps . Nestas condições, determine:

- A aceleração angular; (10.8 rad/s^2)
- o tempo necessário para completar as 65 rotações mencionadas; (4.64 s.)
- o tempo necessário para atingir a frequência angular de 10 rps ; (5.80 s)
- o número de rotações efectuadas no intervalo de tempo decorrido desde o instante inicial e o momento em que atinge a frequência angular de 10 rps . (29 rot)

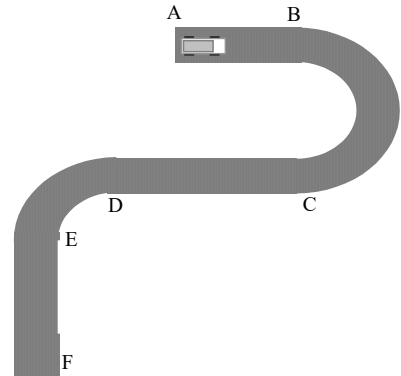
2.29. A roda A de raio $R_A = 10 \text{ cm}$ está acoplada por uma correia B a uma roda C de raio $R_C = 25 \text{ cm}$, como se ilustra na figura. A roda A desenvolve, a partir do repouso, uma velocidade angular à taxa uniforme de $\pi/2 \text{ rad/s}^2$. Determine o tempo necessário para a roda C atingir a velocidade angular de 100 rpm , supondo que a correia não desliza. (16.7 s)



2.30. Um motorista parte do repouso, iniciando uma curva de 120 m de raio e acelera com uma aceleração tangencial constante de 0.9 m/s^2 . Determine a distância que o automóvel terá percorrido quando a sua aceleração for 1.8 m/s^2 . (104 m)

2.31. A figura seguinte mostra a trajetória de um automóvel, constituída por troços rectilíneos e troços circulares. O automóvel parte do repouso em *A* e, a partir do ponto *B* desloca-se, com velocidade constante, até ao ponto *E*. A partir de *E* trava, até parar em *F*.

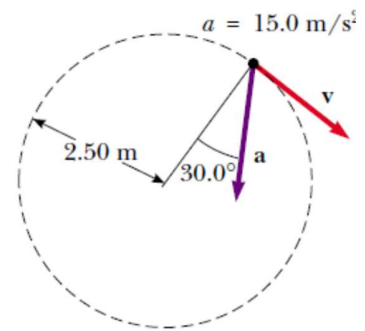
- a) A meio de cada segmento (*AB*, *BC*, *CD*, *DE*, *EF*) qual a direcção do vetor velocidade?
- b) Em quais desses pontos tem o carro aceleração, e qual a sua direcção e sentido, relativamente à concavidade da curva?



2.32. Uma pedra atada a um fio, descreve uma circunferência, num plano horizontal, com um metro de raio. Qual o número de voltas por minuto que deve executar se a sua aceleração normal for igual à aceleração da gravidade? (29.9 rot)

2.33. A figura mostra a aceleração total e velocidade de uma partícula que se move no sentido dos ponteiros do relógio num círculo, de raio 2,5 m, num dado instante de tempo. Para esse instante, determine:

- a) a aceleração normal. (13 m/s^2)
- b) a velocidade da partícula. (5.7 m/s)
- c) a aceleração tangencial. (7.5 m/s^2)



2.34. Uma partícula descreve uma trajetória circular de raio 18 m e parte do repouso com uma velocidade que varia segundo a relação $v=At^{1/2}$, onde *A* é uma constante. Ao fim de 3 s, o vetor aceleração faz um ângulo de 60° com o raio vetor no ponto onde se encontra a partícula.

- a) Ao fim de quanto tempo estará esse ângulo reduzido a 45° ? (4.32 s)
- b) Quais serão nesse instante, os módulos da velocidade e da aceleração? (2.08 m/s; 0.34 m/s^2)

2.35. As equações do movimento de uma partícula (*x*, *y* em m, quando *t* em s) são:

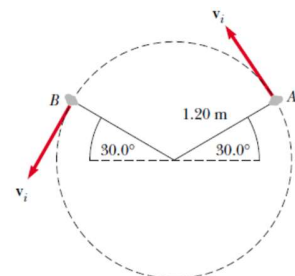
$$x = 20 - 3t^2 \quad \text{e} \quad y = 2t + 5t^2$$

Calcular para $t = 1 \text{ s}$:

- a) a distância da partícula à origem. (18.4 m)
- b) os vetores velocidade e aceleração. ($\vec{a} = -6\hat{i} + 10\hat{j} \text{ m/s}^2$)
- c) as componentes normal e tangencial da aceleração. ($a_n=0,96 \text{ m/s}^2$; $a_t=11,6 \text{ m/s}^2$)
- d) o raio de curvatura da trajetória. (187 m)

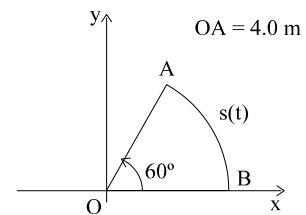
2.36. Uma pedra está presa à extremidade de uma corda e gira num círculo vertical, de raio 1.2 m, com uma velocidade $v_i=3.50 \text{ m/s}$. O centro do círculo está 1.5 m acima do solo. Determine:

- a) o alcance da pedra se for libertada quando a corda fizer um ângulo de 30° com a horizontal, em A. ($t=1.03 \text{ s}$; $x=1.8 \text{ m}$)
- b) o alcance da pedra se for libertada quando a corda fizer um ângulo de 30° com a horizontal, em B.



2.37. A figura representa uma trajetória de uma partícula, P , no plano Oxy . Os pontos A e B estão situados sobre uma circunferência de raio OA . A partícula parte do ponto O e em toda a trajetória obedece à lei: $s(t) = 2t^2$ (S.I.). Determine:

- os instantes em que a partícula (P) passa pelos pontos A e B ;
($t_A = \sqrt{2}$ s; $t_B = 2.02$ s)
- o vetor posição $\vec{r}(t)$ nos instantes $t_1 = 1.0$ s e $t_2 = (2 + \pi/3)^{1/2}$ s, medido em Oxy ; ($\vec{r}_1 = \hat{i} + 1.732\hat{j}$; $\vec{r}_2 = 3.464\hat{i} + 2\hat{j}$)
- o vetor aceleração $\vec{a}(t_2)$; ($\vec{r}_1 = -8.56\hat{i} - 9.56\hat{j}$)
- o vetor velocidade média no intervalo $[t_1, t_2]$. ($2\hat{i} - 12.76\hat{j}$)



2.38. Uma partícula tem uma velocidade, em qualquer instante t , dada por:

$$\vec{v} = \hat{i} + 3t\hat{j} + 4t\hat{k} \quad (\text{SI})$$

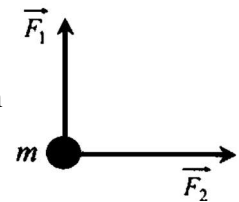
Sabendo que partiu do ponto $A(10, 0, 0)$ em $t = 0$ s, determine, em qualquer instante:

- o vetor de posição e a distância à origem. ($(t+10)\hat{i} + (3/2)t^2\hat{j} + 2t^2\hat{k}$; $d = \sqrt{(t+10)^2 + (1.5t^2)^2 + (2t^2)^2}$)
- as acelerações tangencial e normal. ($\vec{a} = 3\hat{j} + 4\hat{k}$; $\vec{a}_t = [25t/(1+25t^2)]\vec{v}$; $\vec{a}_n = (-25t\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k})/(1+25t^2)$)

CAPÍTULO 3 - DINÂMICA DA PARTÍCULA

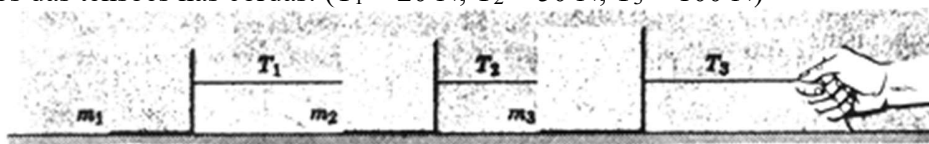
3.1. Duas forças F_1 e F_2 de intensidades 4.0 N e 6.0 N, respectivamente, actuam sobre um corpo de massa $m = 8.0$ kg. Determine o vetor aceleração do corpo.

$$(\vec{a} = 0.75\hat{i} + 0.5\hat{j})$$



3.2. Três blocos, ligados como mostra a figura, estão sobre uma mesa horizontal sem atrito, e são puxados para a direita por uma força de intensidade $F = 100$ N. Sabendo que $m_1 = 10$ kg, $m_2 = 15$ kg e $m_3 = 25$ kg, determine:

- a aceleração do sistema. (2 m/s^2)
- os módulos das tensões nas cordas. ($T_1 = 20$ N, $T_2 = 50$ N, $T_3 = 100$ N)



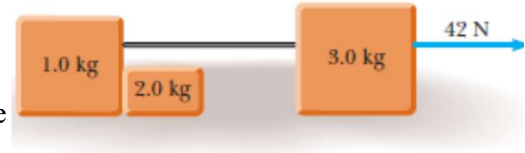
3.3. Um homem cuja massa é de 90 kg está num elevador. Determine a força que o piso exerce sobre o homem quando:

- o elevador sobe com velocidade constante. (882 N)
- o elevador desce com velocidade constante. (882 N)
- o elevador sobe com aceleração, para cima, de 3 m/s^2 . (1152 N)
- o elevador desce com aceleração, para baixo, de 3 m/s^2 . (612 N)
- o cabo parte e o elevador cai livremente. (0 N)

3.4. Um corpo de 1,0 kg encontra-se num plano inclinado que forma um ângulo de 30° com a horizontal. Qual a aceleração do corpo, se aplicarmos uma força de 8 N, paralela ao plano, dirigida:

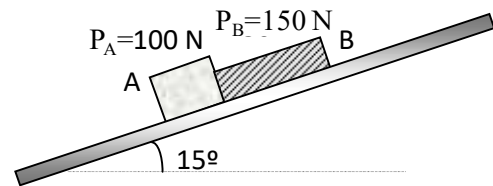
- para cima; ($3,1 \text{ m/s}^2$)
- para baixo. ($12,9 \text{ m/s}^2$)

3.5. Considere os três blocos representados na figura. Sabendo que o coeficiente de atrito cinético entre os blocos e a superfície em que se movem é $\mu=0.20$, e que a força de 42 N atua sobre o bloco de 3 kg:



- Calcule a aceleração do sistema; (5.04 m/s^2)
- Represente um diagrama do corpo livre para o bloco de 1 kg, com todas as forças externas que nele atuam;
- Determine a tensão no fio que liga os blocos de 3 kg e 1 kg; (21 N)
- Calcule a força exercida pelo bloco de 1 kg sobre o bloco de 2 kg. (14 N)

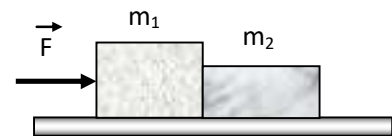
3.6. Considere as duas caixas representadas na figura e que o coeficiente de atrito cinético entre o plano inclinado e a caixa B é de 0.15 e entre o plano inclinado e a caixa A é de 0.25. Sabendo que o peso de A é 100 N e o peso de B é 150 N e que as caixas estão em contacto quando libertadas, determine:



- a aceleração de cada caixa. (0.76 m/s^2)
- a força exercida pela caixa A sobre a caixa B. (5.8 N)

3.7. Dois blocos estão em contacto sobre uma mesa plana sem atrito. Uma força horizontal é aplicada a um dos blocos conforme indicado na figura.

- Se $m_1 = 3.0 \text{ kg}$, $m_2 = 2.0 \text{ kg}$ e $F = 6 \text{ N}$, determine a força de contacto entre os dois blocos. (2.4 N)
- Suponha que a força F seja aplicada a m_2 , ao invés de m_1 . Obtenha o módulo da força de contacto entre os corpos. (3.6 N)



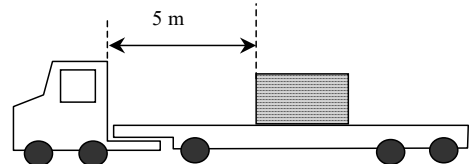
3.8. Um bloco de massa 0,2 kg sobe um plano inclinado que faz um ângulo de 30° com a horizontal. Se no início do plano inclinado tiver uma velocidade de 12 m.s^{-1} e o coeficiente de atrito cinético for de 0,16, determine a:

- altura a que o bloco sobe; ($a=-6.26 \text{ m/s}^2$; $\Delta t=1.92 \text{ s}$; $h=5.75 \text{ m}$)
- velocidade do bloco quando voltar a passar pela base do plano. (-3.54 m/s^2 ; $\Delta t=2.54 \text{ s}$; $v=-9.0 \text{ m/s}$)

3.9. Um ponto material de 2 kg de massa está sob a acção de uma força que, expressa em Newton, é dada por $\vec{F} = (8 - 6t)\hat{i} + (4 - t^2)\hat{j} - (4 + t)\hat{k}$. Sabendo que a velocidade do ponto material é $\vec{v} = 150\hat{i} + 100\hat{j} - 250\hat{k} \text{ (m/s)}$ quando $t = 0$, determine:

- o instante em que a aceleração do ponto material é paralela ao plano Oyz. ($4/3 \text{ s}$)
- a velocidade correspondente do ponto material. ($\vec{v} = 152,7\hat{i} + 102,3\hat{j} - 253,1\hat{k} \text{ m/s}$)

3.10. O coeficiente de atrito entre a carga e o reboque no camião indicado na figura é de 0.40. Viajando a 100 km/h, o motorista faz uma travagem de emergência e o camião desliza 90 m até parar (suponha que a travagem é feita com aceleração constante). Determine:



- a aceleração do camião; ($-4,29 \text{ m/s}^2$; $\Delta t = 6,48 \text{ s}$)
- a aceleração da carga relativamente ao solo ($-3,92 \text{ m/s}^2$)
- a velocidade da carga em relação ao reboque quando ela atinge a borda da frente do reboque (1.92 m/s ; $\Delta t = 5,2 \text{ s}$)

3.11. Um homem faz oscilar um balde cheio de água num plano vertical, numa circunferência de 0,75 m de raio. Qual a menor velocidade que o balde deverá ter no topo da circunferência para que não derrame a água? ($v \geq 2,71$ m/s)

3.12. Uma curva circular com 100 m de raio está projectada para tráfego que circule a 80 km/h.

a) Se a estrada não for inclinada qual o coeficiente de atrito necessário para impedir que os carros, a 80 km/h, saiam da estrada? (0,50)

b) Qual a inclinação em relação à horizontal que a estrada deveria ter se o coeficiente de atrito fosse de 0,25? ($12,5^\circ$)

3.13. Uma partícula de poeira encontra-se sobre um disco e roda com ele a uma velocidade de 45 rotações por minuto (rpm). Se a partícula estiver a 10 cm do eixo de rotação, determine:

a) a sua velocidade linear. (0,47 m/s)

b) o módulo da sua aceleração. ($2,2 \text{ m/s}^2$)

c) a força de atrito que atua sobre a partícula, se a sua massa for de 1.0g. ($2,2 \times 10^{-3}$ N)

d) o coeficiente de atrito entre a partícula de poeira e o disco, sabendo que a partícula só escorrega quando estiver a mais de 15 cm do eixo. (0,34)

3.14. Um prato de gira-discos roda a 33,5 rpm. Constatou-se que um pequeno objecto colocado sobre o prato fica em repouso em relação a ele se a distância ao centro for menor que 10 cm, mas escorrega se a distância for maior.

a) Qual o coeficiente de atrito estático entre o objecto e o prato? (0,125)

b) A que distância máxima do eixo o objecto pode ser colocado sem escorregar, se o prato girar a 45 rpm? (5,65 cm)

3.15. Uma pedra de 1 kg de massa está presa à extremidade de um cordão de 1 m de comprimento, cuja carga de ruptura é de 500 N; a pedra descreve uma circunferência horizontal sobre uma mesa sem atrito. A outra extremidade do cordão é mantida fixa. Determinar a velocidade máxima que a pedra pode atingir sem rebentar o cordão. (22,4 m/s)

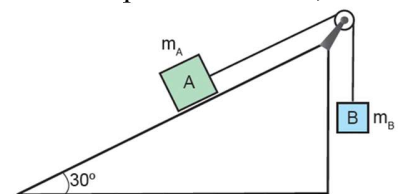
3.16. Os blocos A e B, ambos com uma massa de 2 kg, estão ligados por um fio que passa por uma roldana sem atrito e de massa desprezável. O bloco A pode movimentar-se no plano inclinado, existindo atrito entre o bloco A e o plano inclinado, $\mu=0,3$.

a) Represente um diagrama do corpo livre com todas as forças externas que atuam no bloco A e no bloco B.

b) Determine a aceleração dos dois blocos e a tensão no fio.

($a=1,18 \text{ m/s}^2$; $T=17,2 \text{ N}$)

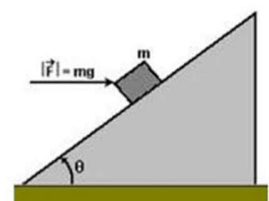
c) Considere agora que o coeficiente de atrito foi alterado e que os blocos se deslocam com movimento uniforme, com o bloco A a subir o plano inclinado. Calcule o novo valor do coeficiente de atrito. ($\mu=0,577$)



3.17 Um bloco de massa $m = 10 \text{ kg}$ está sobre um plano inclinado de 30° em relação à horizontal. Aplica-se uma força F sobre o bloco, horizontal, com um módulo igual ao do peso do corpo, como mostrado na figura. O coeficiente de atrito entre o plano e o bloco é $\mu=0,20$.

a) Represente um diagrama do corpo livre com todas as forças externas que atuam no bloco

b) Calcule a aceleração do corpo ($0,91 \text{ m/s}^2$)



CAPÍTULO 4 - TRABALHO E ENERGIA

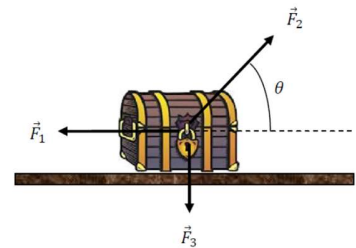
4.1. Uma pedra de 40 N de peso é solta de uma altura h e atinge o solo com a velocidade de 22,5 m/s.

a) Calcule a energia cinética da pedra quando atinge o solo e a altura h da qual foi solta.

(1033,2 J; 25,8 m)

b) Resolva a alínea anterior supondo que a mesma pedra foi solta na Lua (a aceleração da gravidade na Lua é de $1,593 \text{ m/s}^2$). (1033,2 J; 158,9 m)

4.2. No baú da figura ao lado atuam as três forças indicadas, cujos módulos são respetivamente $F_1 = 5 \text{ N}$, $F_2 = 9 \text{ N}$ e $F_3 = 3 \text{ N}$. O ângulo de F_2 com a horizontal é de 60° . O baú desloca-se 3 m para a esquerda sob a ação destas forças. Calcule o trabalho total realizado sobre o baú pelas três forças e diga se a energia cinética deste aumentou ou diminuiu. ($W_{\text{tot}} = 1,5 \text{ J}$)



4.3. Um bloco de 7 kg é lançado por um plano inclinado acima, com velocidade inicial 8 m/s. O bloco pára após ter percorrido 5 m. O plano tem uma inclinação de 30° em relação à horizontal.

a) Qual é o coeficiente de atrito cinético entre a superfície do bloco e a do plano? (0,177)

b) Qual o intervalo de valores do coeficiente de atrito estático que ainda permite que o bloco volte a descer? ($0 \leq \mu < 0,577$)

c) Supondo que o bloco volta a descer, qual é a velocidade com que vai passar pelo ponto de partida? (5,8 m/s)

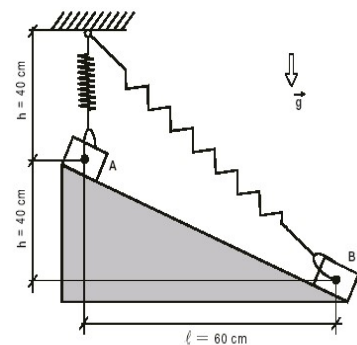
4.4. Um elevador carregado tem massa total de 1200 kg. A carga deve ser elevada 54 m em 3 minutos e o elevador tem um contrapeso de 950 kg. Que potência média deve debitar o motor do elevador para o cabo de tração? (735 W)

4.5. Um pacote de 4,0 kg sobe um plano de 30° de inclinação e atrito de coeficiente cinético 0,30. A energia cinética inicial é 128 J. Que distância percorre antes de parar?

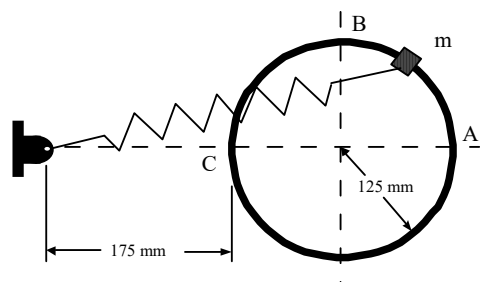
4.6. A figura representa um bloco de massa $m = 1,0 \text{ kg}$ apoiado sobre um plano inclinado no ponto A. A mola tem constante elástica $k = 10 \text{ N/m}$ e está presa ao bloco. O bloco é solto da altura $h = 40 \text{ cm}$, com a mola na vertical, sem deformação, desce o plano inclinado e passa pelo ponto B. Determine:

a) o trabalho realizado pela força elástica entre A e B. (-1,8 J)

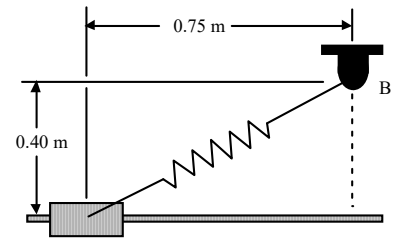
b) a velocidade do bloco no ponto B. (2,06 m/s)



4.7. Um colar com 1,5 kg está preso a uma mola e desliza sem atrito ao longo da barra circular que se mostra na figura e que se encontra num plano horizontal. A mola, cuja constante elástica é de 400 N/m, tem deformação nula quando o colar está em C. Se o colar for libertado do repouso em B determine a sua velocidade quando passar pelo ponto C. (2,45 m/s)



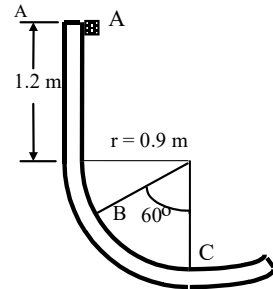
4.8. A mola AB, de constante elástica igual a $1,2 \times 10^3 \text{ N/m}$, está presa ao colar A, de 20 N, que se move livremente ao longo da barra horizontal, como se pode ver na figura. O comprimento da mola não deformada é de 0,25 m. Se o colar é libertado do repouso na posição representada na figura, determine a máxima velocidade alcançada pelo colar. (14,1 m/s)



4.9. Uma pequena caixa de 2,5 N é libertada do repouso em A e desliza sem atrito ao longo da superfície ilustrada na figura. Determine a força exercida pela superfície sobre a caixa quando ela passa:

a) pelo ponto B. ($v_B = 5,69 \text{ m/s}$; $R = 10,4 \text{ N}$)

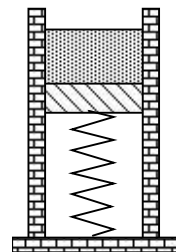
b) pelo ponto C. ($v_C = 6,42 \text{ m/s}$; $R = 14,2 \text{ N}$)



4.10. Um bloco de 2 kg está em repouso sobre a mola de constante elástica 400 N/m. Um outro bloco de 4 kg é colocado em cima do bloco de 2 kg de modo a tocar na sua superfície e é libertado. Determine:

a) a velocidade máxima atingida pelos blocos. (0,8 m/s)

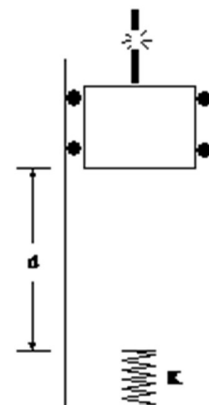
b) a força máxima exercida sobre os blocos. (98 N)



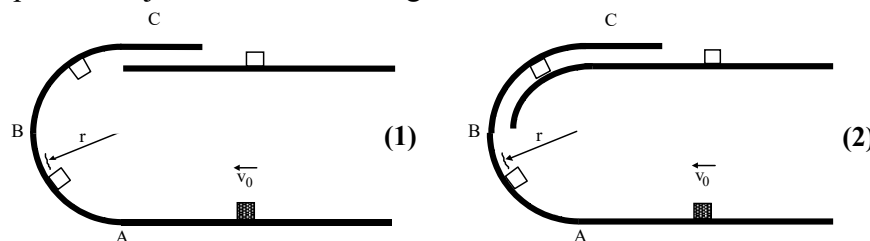
4.11. O cabo de um elevador de 3000 kg quebra-se quando ele está parado no segundo andar, de modo que o piso do elevador se encontra a uma distância $d = 7,5 \text{ m}$ acima do nível superior da mola ($k = 2 \times 10^6 \text{ N/m}$) representada na figura. Um dispositivo de segurança aperta os trilhos que servem de guia ao elevador, de modo que surge uma força de atrito de $6 \times 10^3 \text{ N}$ que se opõe ao movimento do elevador.

a) Ache a compressão máxima da mola. (0,43 m)

b) Calcule a velocidade do elevador quando a mola retoma a sua posição de equilíbrio. (10,6 m/s)



4.12. Um pequeno pacote de massa m é projectado do ponto A dum laço de retorno vertical, com velocidade v_0 . O pacote viaja sem atrito ao longo da circunferência de raio r e é depositado na

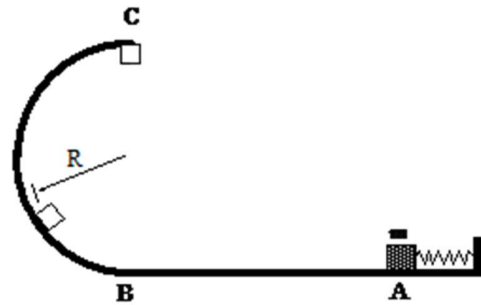


superfície horizontal em C. Para as duas trajectórias representadas determine:

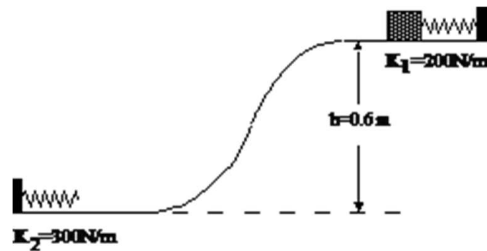
a) a menor velocidade v_0 para que o pacote atinja a superfície horizontal em C. ($\sqrt{5gr}$, $\sqrt{4gr}$)

b) a força correspondente exercida pela curva sobre o pacote quando ele passa no ponto B. ($3mg$, $2mg$)

4.13. A figura representa o perfil de uma superfície lisa, em que AB é um troço rectilíneo horizontal e BC é uma semi-circunferência vertical de raio 0,5 m. Um corpo de massa $m = 0,1 \text{ kg}$ é posto a deslizar, sem atrito, sobre o perfil indicado, impulsionado inicialmente pela mola de constante elástica 600 N/m . Determine a deformação mínima da mola que é necessária para que o corpo atinja o ponto C. (0,064 m)



4.14. A mola 1 é comprimida de 0,2 m e é então largada empurrando o corpo de massa 1 kg. Considerando desprezável o atrito, determine a deformação máxima que o corpo provoca na mola 2. (0,26 m)



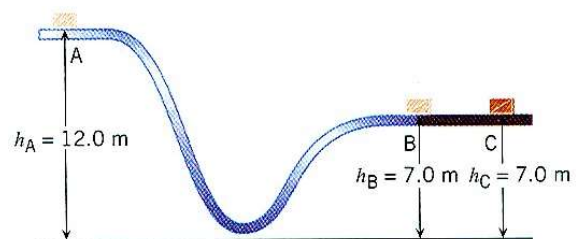
4.15. Seja a força $\vec{F} = 7\hat{i} - 6\hat{j} \text{ (N)}$.

- Calcule o trabalho realizado por esta força quando uma partícula vai da origem, O, até $R = (-3, 4, 16) \text{ m}$. Será necessário especificar a trajectória seguida pela partícula? (-45 J)
- Calcule a potência média sabendo que a partícula demorou 0,6 s a ir de O a R. (75 W)
- Se F for a única força a actuar sobre a partícula, qual é a variação da sua energia cinética ao ir de O para R? (-45 J)
- Qual a diferença de energia potencial entre os pontos O e R? (45 J)
- Calcule a energia potencial no ponto P (7, 16, -42) m. (47 J)

4.16. Um bloco com massa $m=0,41 \text{ kg}$ desliza de A até B sobre uma superfície sem atrito. Após chegar a B percorre um percurso horizontal, onde existe atrito, imobilizando-se em C.

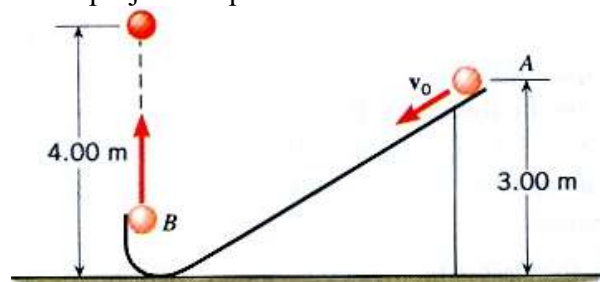
Tendo em conta que a energia cinética do bloco em A era de 37 J, e que os pontos A e B está, respectivamente, a 12 e 7 metros acima do solo, determine:

- a energia cinética do bloco ao chegar a B. (57 J)
- o trabalho realizado pela força de atrito entre B e C. (-57 J)



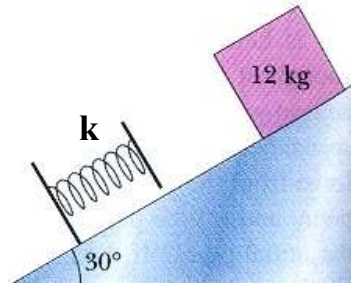
4.17. Um ponto material de massa M parte do ponto A e é projectado para baixo com uma velocidade inicial v_o ao longo de uma calha que tem uma parte final curva, conforme a figura ao lado. Quando chega ao ponto B a partícula eleva-se a uma altura de 4 m acima do solo antes de cair.

- Desprezando o atrito, calcule a velocidade inicial (v_o) em A. (4,4 m/s)
- Caso o corpo tivesse o triplo da massa, como variaria a altura máxima final? (seria a mesma)



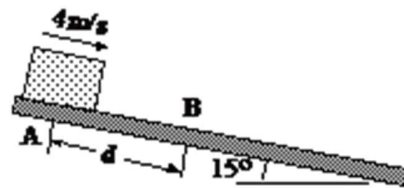
4.18. Um bloco de 12 kg é largado do repouso num plano inclinado com atrito ($\mu = 0,4$). Na parte inferior do plano inclinado encontra-se uma mola que pode ser comprimida de 2 cm quando actuada por uma força de 270 N. O bloco imobiliza-se temporariamente quando deforma a mola 5,5 cm. Determine:

- A distância percorrida pelo bloco ao longo do plano inclinado desde o repouso até ao ponto de paragem. (1,13 m)
- A velocidade com que o bloco embate na mola. (1,80 m/s)



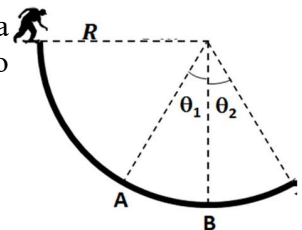
4.19. Uma caixa de 5 kg é arremessada para baixo num plano inclinado com velocidade inicial de 4 m/s. Sabendo que o coeficiente de atrito entre a caixa e o plano é de 0,35, determine por dois métodos diferentes:

- a velocidade da caixa após ter percorrido 3 m (3,37 m/s)
- a distância percorrida pela caixa até atingir o repouso. (10,3 m)



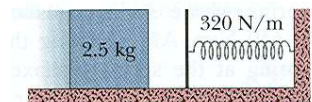
4.20. Um *skater*, com uma massa de 80 kg parte do repouso para uma pista com raio de curvatura constante ($R = 5$ m) – ver figura. Considerando o atrito desprezável e $\theta_1 = \theta_2 = 30^\circ$, calcule:

- O módulo da velocidade do *skater* quando está na posição B. (9,9 m/s)
- O módulo da força exercida pela pista sobre o *skater* em B. (2352 N)
- O módulo da velocidade do *skater* quando está na posição A. (9,2 m/s)
- O módulo da força exercida pela pista sobre o *skater* em A. (2036,9 N)



4.21. Na figura um bloco de 2,5 kg de massa desliza de encontro a uma mola de constante elástica 320 N/m. Quando o bloco para verifica-se que comprimiu a mola de 7,5 cm. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície horizontal é 0,25. Determine:

- O trabalho realizado pela mola para parar o bloco (-0,9 J).
- A velocidade do bloco imediatamente antes de chocar com a mola (1,04 m/s).



4.22. Um bloco de massa 1kg tem aceleração constante de 3m/s^2 . Sendo que esta parte do repouso, calcule a potência instantânea do bloco após 10 s. (90 W)

CAPÍTULO 5 - COLISÕES

- 5.1.** (a) Calcule a massa de um barco que tem uma quantidade de movimento de $1,60 \times 10^9$ kg·m/s, quando se movimenta com uma velocidade de 48,0 km/h;
- (b) Compare a quantidade de movimento do barco com a de um míssil com uma massa de 1100 kg e que foi disparado com uma velocidade 1200m/s.
- (a) A que velocidade teria de voar um avião com uma massa de 2×10^4 kg para a mesma quantidade de movimento do barco.

5.2. Um automóvel com uma massa de 1500 kg e uma velocidade inicial de 60 km/h, trava com aceleração constante, e o carro pára em 1,2 min. Calcule a força aplicada ao carro. (- 347,2 N)

5.3. Um jogador de golfe dá uma tacada numa bola com uma massa de 50 g. A força sobre a bola varia de zero, quando se inicia o contacto, até um valor máximo (quando a bola tem a deformação máxima) e depois volta a zero. Considere que a bola deixa o taco com uma velocidade de 44 m/s, e que o contacto ocorreu durante uma distância de cerca de 2 cm (o raio da bola).

a) Calcule o módulo do impulso devido à colisão; (2,2 kg.m/s)

b) Estime a duração da colisão e a força média que atuou sobre a bola. ($9,1 \times 10^{-4}$ s; 2400 N)

5.4. Uma massa de 200 g move-se com velocidade constante $\vec{v} = 50\hat{i}$ (cm.s⁻¹). Quando a massa se encontra em $\vec{r} = -10\hat{i}$ (cm), uma força constante $\vec{F} = -400\hat{i}$ (N) é aplicada ao corpo. Determine:

a) o tempo que a massa demora a parar. ($2,5 \times 10^{-4}$ s)

b) a posição da partícula no instante em que pára. (x = - 9,994 cm)

5.5. Uma bola de baseball com uma massa de 150 g, com uma velocidade de 40 m/s, sofre uma pancada e volta com uma velocidade de 50 m/s. Calcule:

a) O impulso que o bastão aplicou à bola; (13,5 kg.m/s)

b) O módulo da força média exercida sobre a bola, se estiverem em contacto durante 0,002 s. ($9,1 \times 10^{-4}$ s; 6750 N)

5.6. Um arqueiro em repouso sobre uma superfície sem atrito dispara uma flecha de 500 g, horizontalmente, com uma velocidade de 50 m/s. A massa total do arqueiro com o arco é de 60 kg. Calcule a velocidade do arqueiro depois de ter lançado a flecha (-0.417 m/s)

5.7. Uma criança com uma massa de 30 kg está parada sobre uma plataforma de massa 120 kg, também em repouso, numa superfície de gelo. A criança começa a correr horizontalmente para a direita, e um observador, fora da plataforma, verifica que a sua velocidade é de 2,0 m/s. Sabendo que não há atrito entre a plataforma e a superfície de gelo, calcule a velocidade da plataforma para esse observador. (-0,5 m/s)

5.8. Um camião estava parado num semáforo, quando foi atingido na parte traseira por um carro. Logo após o choque, ambos foram lançados juntos para frente, com uma velocidade de 5m/s, na mesma direção em que o carro vinha. Sabendo que a massa do camião é três vezes a massa do carro, calcule a velocidade do carro no momento da colisão. (20 m/s)

5.9. Um carro movimentando-se a 10 m/s choca com uma árvore e pára em 0.26 s. Calcule a força que o cinto de segurança exerce sobre o passageiro (m=70 kg) para o parar.

5.10. Um pugilista profissional atinge o seu oponente com um golpe horizontal de 1000 N durante 0.15 s.

a) Calcule o impulso do golpe; (150 kg.m/s)

b) Qual seria a velocidade final do oponente, se a sua massa for de 105 kg e estiver em repouso quando atingido próximo do seu centro de massa? (1,43 m/s)

c) Considere que o oponente foi atingido na cabeça, que tem uma massa de 10 kg. Calcule a velocidade de recuo da cabeça, considerando que inicialmente a cabeça não transfere momento significativo para o resto do corpo. (10 m/s)

5.11. Um rifle com uma massa de 3 kg dispara uma bala de 25 g com uma velocidade de 550 m/s. Calcule:

- a) a velocidade de recuo do rifle se ele estiver ligeiramente afastado do ombro. (4,58 m/s)
- b) a energia cinética do rifle após o disparo. (31,5 J)
- c) a velocidade de recuo se o rifle estiver bem encostado ao ombro, fazendo com que o conjunto tenha uma massa efetiva de 28 kg. (0.491 m/s)
- d) a energia cinética transferida para o conjunto rifle-ombro. O chamado coice da arma está relacionado com a energia cinética ganha pela arma. (3.38 J)

5.12. Dois discos idênticos colidem numa pista de hóquei. Um deles (1) estava originalmente em repouso. O outro (2) tinha uma velocidade de 6 m/s e sofreu um desvio de 30° .

- a) Calcule o módulo da velocidade do disco (1) após a colisão, sabendo que se passou a movimentar numa direção que faz 60° com a trajetória inicial do disco (2). ($v_1' = 3$ m/s)
- b) Confirme que ocorreu uma colisão elástica. ($v_2' = 5.196$ m/s)

5.13. Um canhão com uma massa 3000 kg está montado sobre uns carris, de modo que pode recuar só Segundo a direção horizontal.

- a) Calcule a sua velocidade de recuo quando dispara um óbus de 15 kg com uma velocidade de 480 m/s que faz um ângulo de 20° com a horizontal. (-2.26 m/s)
- b) Calcule a energia cinética do canhão após o disparo. (7.63×10^3 J)

5.14. Dois carros colidem, num cruzamento em que o piso estava coberto de gelo, e continuam juntos após a colisão. O primeiro carro tem uma massa de 1200 kg e uma velocidade de 8 m/s para sul. O segundo carro tem uma massa de 850 kg e aproximava-se com uma velocidade de 17 m/s para oeste. Calcule:

- a) a velocidade final (módulo e direção) dos carros. ($S54,5^\circ O$)
- b) a energia cinética perdida na colisão (Esta energia é essencialmente utilizada na deformação dos carros.)

5.15. Os mísseis antibalísticos são desenhados para terem uma aceleração elevada de modo a poderem interceptar outros mísseis com velocidade elevada, no pouco tempo disponível. Qual deverá ser a aceleração de lançamento de um míssil com uma massa de 10000 kg que expele 196 kg de gas por segundo e com uma velocidade de 2500 m/s. (39.2 m/s²)

5.16. Dois corpos A e B, de massas $m_A = 2$ kg e $m_B = 3$ kg colidem. Antes da colisão as suas velocidades são $\vec{v}_{iA} = 15\hat{i} + 30\hat{j}$ e $\vec{v}_{iB} = -10\hat{i} + 5\hat{j}$, expressas em m/s. Após o choque, a velocidade de A é $\vec{v}_{fA} = -6\hat{i} + 30\hat{j}$ (m/s). Calcule:

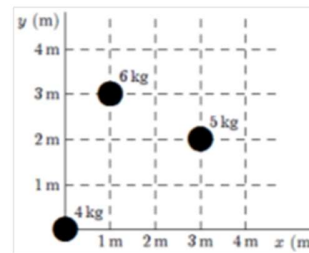
- a) a velocidade final de B. ($\vec{v}_{fB} = 4\hat{i} + 5\hat{j}$)
- b) a energia cinética perdida na colisão. (0.32 kJ)

5.17. Considere um míssil de 5000-kg que é lançado da superfície da Lua, onde a aceleração da gravidade é somente de 1.6 m/s². Calcule a sua aceleração, sabendo que o míssil expele 8 kg de gás por segundo com uma velocidade de escape de 2.20×10^3 m/s. (1.92 m/s²)

5.18. Uma sonda especial com uma massa inicial de 4000 kg, expelle 3500 kg da sua massa com uma velocidade de escape de 2000 m/s. Considerando que no local onde se encontra a sonda a força gravitacional é desprezável, calcule o aumento da sua velocidade. (4160 m/s)

5.19. Calcule a taxa máxima a que um míssil pode expelir os gases, se a sua aceleração não puder exceder sete vezes a aceleração da gravidade. A massa do míssil depois de o combustível acabar é de 75000 kg, e a velocidade de escape é de 2400 m/s. Considere que a aceleração da gravidade é de 9.8 m/s^2 .

5.20. Calcule a posição do centro de massa do sistema de 3 partículas representadas na figura.



5.21. Um corpo com uma massa de 3 kg e uma velocidade de 15 m/s para a esquerda, colide com um corpo com massa de 2 kg e velocidade de 12 m/s para a direita. Calcule a velocidade do centro de massa do sistema dos dois corpos após a colisão.

5.22. Um sistema é constituído por três partículas de 3 kg, 2 kg e 5 kg. A primeira partícula tem uma velocidade $\vec{v}_1 = 6\hat{i}$ (m/s). A segunda move-se com velocidade de 8 m/s fazendo um ângulo de -30° com o eixo dos xx . Determine a velocidade da terceira partícula, de modo que o centro de massa permaneça em repouso. ($\vec{v}_3 = -6,4\hat{i} + 1,6\hat{j}$ (m/s))

5.23. Considere um sistema formado por três partículas de massa $m_1 = 4 \text{ kg}$, $m_2 = 4 \text{ kg}$ e $m_3 = 8 \text{ kg}$. O vetor de posição da partícula i no instante inicial, \vec{r}_i e a força que atua sobre ela \vec{F}_i são:

$$\vec{r}_1 = -2\hat{i} + 2\hat{j} \text{ m} \quad \vec{F}_1 = -6\hat{i} \text{ N}$$

$$\vec{r}_2 = \hat{i} - 3\hat{j} \text{ m} \quad \vec{F}_2 = 14\hat{i} \text{ N}$$

$$\vec{r}_3 = 4\hat{i} + \hat{j} \text{ m} \quad \vec{F}_3 = 16\hat{j} \text{ N}$$

a) Determine a posição do centro de massa no instante inicial. ($\vec{r}_{\text{CM}} = (7/4)\hat{i} + (1/4)\hat{j}$ (m))

b) No instante considerado o sistema está em repouso. Determine a posição do centro de massa do sistema 1 s depois. ($\vec{r}_{\text{CM}} = 2\hat{i} + 0,75\hat{j}$ (m))

CAPÍTULO 6 - MOVIMENTO OSCILATÓRIO

6.1. Um corpo de massa 3 kg está preso a uma mola de constante elástica 200 N/m. O corpo é deslocado da sua posição de equilíbrio, e passa a executar um movimento harmónico simples, atingindo uma elongação máxima na posição 0,5 m. Determine a frequência e a amplitude desse movimento.

6.2. Considere um corpo com massa 0,5kg que oscila preso a uma mola com uma amplitude de 0,3 m. O período de oscilação é 3 s. Calcule a força elástica exercida pela mola no momento em que sua elongação é máxima. (-0,65 N)

6.3. Uma mola sofre um alongamento de 7,5 cm do seu estado de equilíbrio quando se lhe aplica uma força de 1,5 N. Liga-se uma massa de 1 kg à sua extremidade que, sendo afastada de 10 cm da sua posição de equilíbrio, ao longo de um plano horizontal, sem atrito, e então solta, executa um movimento harmónico simples. Determine:

- a) a constante elástica da mola; (20 N/m)
- b) a força exercida pela mola sobre a massa, no momento em que é solta; (2 N)
- c) o período de oscilação do corpo; (1,4 s)
- d) a amplitude do movimento; (0,1 m)
- e) a equação de movimento do corpo; ($x(t) = 0,1 \sin(4,5t + \pi/2)$ m)
- f) a velocidade máxima e a aceleração máxima do corpo vibrante; (0,45 m/s, 2,0 m/s²)
- g) a energia total do sistema oscilante. (0,10 J)
- h) a velocidade, aceleração, energia cinética e potencial quando o corpo se encontra a meio caminho entre a sua posição inicial e a posição de equilíbrio; (0,39 m/s, 1,01 m/s², 0,075 J, 0,025 J)

6.4. Um corpo de massa 200 g vibra horizontalmente sem atrito no extremo de uma mola horizontal que tem uma constante de elasticidade $k = 7$ N/m. O corpo é deslocado 5 cm da sua posição de equilíbrio e de seguida é solto, executando um movimento harmónico simples. Determine:

- a) a sua velocidade máxima (0,3 m/s)
- b) a velocidade quando está a 3 cm da posição de equilíbrio (0,24 m/s)
- c) o período de oscilação do corpo;
- d) a equação de movimento do corpo.

6.5. Uma partícula descreve um movimento harmónico simples, encontrando-se no instante $t=0$ s na posição $x = 1,5\sqrt{2}$ cm, movendo-se no sentido negativo do eixo dos x . O movimento é descrito pela função:

$$x(t) = 0,03 \sin\left(\frac{3\pi}{2}t + \varphi\right) \text{ (m)}$$

Determine:

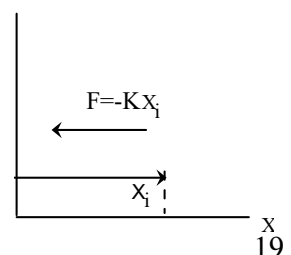
- a) o valor de φ ; ($3\pi/4$ rad)
- b) a velocidade da partícula no instante $t = 0$ s; (-0,1 m/s)
- c) a aceleração nos instantes em que a partícula se encontra na posição $x = 1,5\sqrt{2}$ cm. (-0,47 m/s²)
- d) os valores máximos dos módulos da velocidade e da aceleração e a posição em que se encontra a partícula quando esses valores são observados; (0,14 m/s; 0,666 m/s²)
- e) os instantes em que a partícula passa pela posição $x = -1,5\sqrt{2}$ cm. (0,33 s e 0,67 s)

6.6. Um objeto com uma massa de 0,5 kg está preso a uma mola com uma constante de elasticidade de 20 N/m e oscila sobre uma superfície horizontal sem atrito. Sabendo que a amplitude do movimento é de 3 cm, calcule:

- a) a energia total do sistema; (0,009 J)
- b) o módulo da velocidade máxima; (0,19 m/s)
- c) a velocidade do objeto quando o deslocamento é de 2 cm; ($\pm 0,141$ m/s)
- d) a energia cinética e energia potencial quando $x = 2$ cm. (0,00497 J; 0,004 J)

6.7. Uma partícula de massa igual a 2 kg move-se ao longo do eixo dos xx atraída para a origem por uma força cuja intensidade é numericamente igual a $8x$. Se ela está inicialmente em repouso, a uma distância de $x = 20$ m, determine:

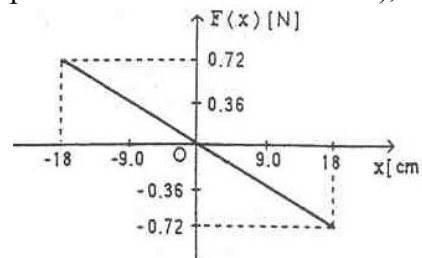
- a) A equação diferencial e condições iniciais que descrevem o movimento.



$$\left(\frac{d^2x}{dt^2} + 4x = 0, v_0 = 0 \text{ m/s}, x_0 = 20 \text{ m}\right)$$

- b) A posição da partícula em qualquer instante. ($x(t) = 20\sin(2t + \pi/2) \text{ m}$)
 c) A amplitude, o período e a frequência de vibração. ($A = 20 \text{ m}$, $T = \pi \text{ s}$; $f = 1/\pi \text{ Hz}$)

6.8. Uma partícula de 2,5 g de massa move-se, segundo Ox (entre os pontos $x = -18 \text{ cm}$ e $x = 18 \text{ cm}$), sob a acção de uma força $\vec{F} = F(x)\hat{i} \text{ (N)}$. A lei de variação de $F(x)$ com a coordenada da partícula está representada graficamente na figura ao lado. Sabendo que, no instante inicial a partícula se encontrava no ponto de abscissa $x = 18 \text{ cm}$, determine:



- a) a expressão do vector posição, $x(t)$ e da velocidade, $v(t)$. Trace o gráfico de $v(t)$ em função do tempo, no intervalo $[0, T/2]$, onde T representa o período do movimento.
 b) o trabalho realizado pela força $F(x)$ quando a partícula se desloca entre os pontos $x = 0$ e $x = 18 \text{ cm}$. Verifique que este trabalho, é igual à variação da energia cinética da partícula, quando esta se desloca entre as posições referidas.

6.9. Uma partícula de massa m move-se no eixo dos xx sobre a acção de uma força $F = -kx$. Quando $t = 2 \text{ s}$ a partícula encontra-se na origem e quando $t = 4 \text{ s}$ a sua velocidade é 4 m.s^{-1} . Sabendo que o período de oscilação é de 16 s , escreva a equação da posição em função do tempo e demonstre que a amplitude do movimento é $32\sqrt{2}/\pi$. ($x = 32\sqrt{2}/\pi \sin(\omega t - \pi/4)$).

6.10. Calcule o período e a frequência de um pêndulo simples, que tem comprimento de $0,25 \text{ m}$. ($1,004 \text{ s}$; $0,996 \text{ Hz}$)

6.11. Um corpo vibra com movimento harmónico simples com uma amplitude de 12 cm e frequência de 4 vibrações por segundo. Calcular:

- a) A aceleração e velocidade máximas.
 b) A aceleração e velocidade quando o deslocamento é de 6 cm .
 c) O tempo necessário para se afastar do equilíbrio até um ponto situado a 8 cm dessa distância. ($0,03 \text{ s}$)

6.12. O pêndulo de um relógio tem um período de 2 s num local onde $g = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$.

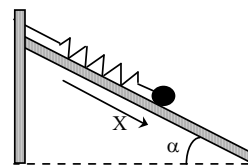
- a) Se o seu comprimento aumentar 1 mm , qual será o atraso do relógio ao fim de 24 h ? ($T = 2,001 \text{ s}$, $43,2 \text{ s}$)
 b) Se o relógio for mudado para um lugar com $g = 9.75 \text{ m.s}^{-2}$, mantendo o seu comprimento, qual será o seu atraso em 24 h ? ($T = 2,005 \text{ s}$, 216 s)
 c) Qual seria o comprimento correcto para o relógio se manter certo na nova posição? ($0,98788 \text{ m}$)

6.13. Um pêndulo de 1 m de comprimento é levantado, ao longo de um arco, 4 cm acima da sua posição de equilíbrio. Determine:

- a) a sua amplitude angular; ($0,284 \text{ rad}$)
 b) a sua frequência angular; ($3,1 \text{ rad/s}$)
 c) o seu deslocamento angular em função do tempo;

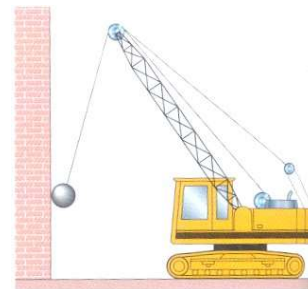
6.14. A partícula de massa $m=0,4$ kg oscila num plano inclinado (ver figura) sujeita à ação de uma força elástica ($F = -8x$) e do seu próprio peso. Sabendo que $\alpha=30^\circ$, determine:

- a) a posição de equilíbrio da partícula. ($x_0 = mgsen(\alpha)/k = 0,245$ m).
b) Determine a frequência angular do movimento. ($\omega = 4,47$ rad/s)



6.15. Uma esfera demolidora com $m=200$ kg oscila quando presa por um cabo de 5 metros na ponta de uma grua, conforme a figura ao lado. Este sistema pode ser compreendido como um pêndulo oscilador harmónico simples se desprezarmos todos os efeitos de atrito (ar, sistema mecânico), sendo a equação do movimento angular descrita por $\theta(t) = 0,6 \cdot \sin[\omega t + \pi/3]$ (rad).

- a) Calcule a frequência angular do oscilador, ω .
b) Determine para $t = 2$ s a posição angular, velocidade angular e aceleração angular.
c) Calcule a energia do sistema oscilador.

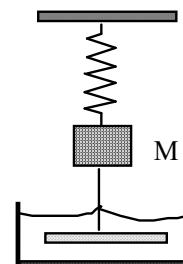


6.16. Uma partícula de 100 g de massa, ligada a uma mola, executa um movimento oscilatório num plano horizontal, sem atrito e possui uma energia potencial $E_p = 20 \cdot x^2$ (J).

- a) Deduza a equação diferencial do movimento.
b) Calcule o período do movimento. ($\pi/10$ s)
c) Sabendo que a partícula parte do repouso do ponto $x = 10$ cm, determine a posição da partícula em qualquer instante. ($x(t) = 0,1 \sin(20t + \pi/2)$ m)
d) Calcule a velocidade e a aceleração da partícula quando se encontra a meio caminho entre a sua posição inicial e a posição de equilíbrio. ($v = -1,73$ m/s, $a = -20$ m/s²)
e) Suponha agora que o movimento passa a fazer-se num meio viscoso e que existe uma força de atrito proporcional à velocidade ($F_a = -\lambda \cdot v$). Sabendo que após três oscilações a amplitude se reduz a 1/4 do seu valor inicial, determine o coeficiente de amortecimento do meio. ($\gamma = 1,47$ s⁻¹)

6.17. Considere o sistema oscilatório representado na figura. O corpo M tem massa 1,5 kg e mola tem constante elástica $k = 6$ N/m. O sistema é abandonado após a mola sofrer um alongamento de 12 cm. Sabendo que existe uma força de atrito proporcional à velocidade ($F_a = -\lambda \cdot v$), onde $\lambda = 0,2096$ kg/s, obtenha:

- a) A equação diferencial do movimento.
b) a frequência angular do movimento (1,999 rad/s)
c) O número de oscilações executadas pelo sistema durante o intervalo de tempo necessário para que a amplitude se reduza a um terço do seu valor inicial. (5)



6.18. Um oscilador com a massa de 1 kg tem um período de 2 segundos e uma amplitude de 5 cm. Oscilando livremente no ar a amplitude cai para 3,75 cm no final de 10 períodos. Calcule:

- a) o coeficiente de amortecimento; ($\gamma = 0,01438$ s⁻¹)
b) a energia inicial do oscilador; (0,0123 J)
c) a energia perdida pelo oscilador ao fim do 10 períodos; (0,0054 J)
d) a potência que é necessário aplicar para manter a amplitude constante. ($2,7 \times 10^{-4}$ W)

CAPÍTULO 7 - ONDAS

7.1 – Uma pessoa encontra-se na praia a banhar-se e repara que após passar a crista de uma onda do mar se seguem mais dez em dois minutos. Qual é a frequência das ondas? ($f=0,083\text{ Hz}$)

7.2 – Uma pessoa numa mota aquática com uma velocidade de $8,4\text{ m/s}$ desloca-se no sentido da propagação das ondas numa praia. Cada vez que ele passa por uma crista da onda sente um solavanco. O tempo entre solavancos é de $0,833\text{ s}$, estando as cristas separadas por $5,8\text{ m}$. Nestas condições, qual é a velocidade da onda do mar? ($v=1,44\text{ m/s}$)

7.3 – As ondas transversais propagam-se nas cordas de uma guitarra, quando estas são tocadas com os dedos, conforme a figura ao lado. O comprimento de cada corda é de $0,628\text{ m}$, enquanto a massa da corda mais grossa (Mi grave) é de $3,32\text{ g}$ e a da corda mais fina (Mi agudo) é de $0,208\text{ g}$. As cordas estão sujeitas a uma tensão de $\tau=226\text{ N}$. Nestas condições, determine a velocidade de propagação das ondas em ambas as cordas Mi. ($v=826\text{ m/s}$ (Mi agudo); $v=206,8\text{ m/s}$ (Mi grave))



7.4 – A velocidade de uma onda transversal numa corda é de 450 m/s , e o seu comprimento de onda é de $0,18\text{ m}$. Sendo a amplitude da onda de $2,0\text{ mm}$, determine o tempo necessário para que uma partícula no fio viaje transversalmente uma distância total de 1000 m . ($t=50\text{ s}$)

7.5 – Uma corda com um comprimento de 125 cm tem uma massa de 2 g e está sob uma tensão de 7 N entre dois suportes fixos. Calcule:

- a velocidade da onda nessa corda. ($66,1\text{ m/s}$)
- a mais baixa frequência de ressonância para essa corda. ($26,5\text{ Hz}$)

7.6 – Uma corda de nylon tem uma densidade de massa linear de $\mu=7,2\text{ g/m}$, encontrando-se sob uma tensão de $\tau=150\text{ N}$, encontrando-se presa a duas paredes separadas de $90,0\text{ cm}$. Determine a velocidade de propagação, e o comprimento de onda e frequência da onda cuja sobreposição origina uma onda estacionária. ($v=144,3\text{ m/s}$)

7.7 – A densidade linear de um fio é $\mu=1,6 \times 10^{-4}\text{ kg/m}$. Uma onda transversal propaga-se nesse fio de acordo com a seguinte equação:

$$y(x, t) = 0,021 \sin[2x - 30t]$$

Determine:

- a velocidade da onda transversal. (15 m/s)
- A tensão no fio. ($0,036\text{ N}$)

7.8 – A equação de uma onda transversal que se propaga numa corda é dada por:

$$y(x, t) = (2\text{ mm}) \sin(20\text{ m}^{-1}x - 600\text{ s}^{-1}t)$$

Determine:

- a frequência, a velocidade e o comprimento de onda. ($95,5\text{ Hz}$; 30 m/s ; $0,31\text{ m}$)
- a velocidade escalar máxima de uma partícula da corda ($1,2\text{ m/s}$)

7.9 - Uma corda, com um comprimento de 8,4 m e 0,12 kg de massa, é presa em ambas extremidades. A corda é esticada de modo que a tensão seja de 90,6 N e posteriormente é posta a oscilar. Determine:

- a) a velocidade das ondas na corda. (78,6 m/s)
- b) o maior comprimento de onda possível para que se obtenha uma onda estacionária na corda. (R: 16,8 m)
- c) a frequência dessa onda estacionária. (4,74 Hz)

7.10 – Uma corda A de comprimento ℓ está esticada e tem as suas extremidades fixas. A corda B tem um comprimento 4ℓ , e tem a mesma densidade linear e está submetida à mesma tensão que a corda A. Considere os primeiros 8 harmónicos da corda B e verifique se algum deles tem uma frequência de ressonância igual a alguma frequência de ressonância da corda A.

7.11 – Em 1976 a banda de rock britânica The Who bateu o recorde de sempre do concerto mais barulhento da história. O nível de ruído a 46 m do palco era da ordem de $\beta_2=120$ dB. Qual é a razão entre a intensidade sonora dessa banda (I_2) e a de um martelo pneumático utilizado para partir pedra que tem um nível de ruído de $\beta_1=92$ dB? (631)

7.12 – Suponha que durante uma discussão entre duas pessoas o nível de ruído inicial é de 70 dB, contudo, e após se acalmarem, o nível baixa para 50 dB. Considere a velocidade do som no ar de 343 m/s. Nestas condições, tendo em conta que a frequência sonora durante a discussão é de 50 Hz, determine:

- a) A intensidade sonora inicial e final ($10^{-5}; 10^{-7}$ W/m²)
- b) O comprimento da onda sonora resultante da discussão. (6,9 m)

7.13 – Um altifalante emite ondas sonoras com uma potência de 80 W. Determine:

- a) a intensidade a 3 m da fonte sonora. (0,71 W/m²)
 - b) a distância à qual o nível de ruído é de 40 dB. ($2,5 \times 10^4$ m)
- Tenha em conta que o limiar de audição humana é de $I_0=1 \times 10^{-12}$ W/m².

7.14 – Uma avioneta, emitindo ondas sonoras com uma frequência de $f_s=1250$ Hz, move-se com uma velocidade de 242 m/s em direcção a um poste estacionário.

- a) Qual a frequência medida por um detector preso ao poste? (4245 Hz)
- b) Suponha agora que parte do som é reflectida no poste em direcção à avioneta. Qual será a frequência das ondas receptadas pela avioneta? (7240 Hz)

7.15 – Um carro de polícia emite uma sirene com uma frequência de 250 Hz quando se encontra em repouso. Considerando a velocidade do som no ar de 343 m/s

- a) Qual será a frequência que um observador em repouso vai ouvir quando o carro de polícia se movimentar na sua direcção com uma velocidade de 27 m/s? (271,4 Hz)
- b) Qual será a frequência da sirene ouvida por um observador em repouso quando o carro de polícia se afastar dele com uma velocidade de 27 m/s? (231,8 Hz)
- c) Se o carro de polícia se imobilizar e ligar uma sirene com a mesma frequência (250 Hz), qual será a frequência ouvida por observador que se dirija de bicicleta com uma velocidade de 10 m/s na sua direcção? (257,3 Hz)

7.16 – Uma ambulância circula numa estrada com uma velocidade de 75 km/h, cuja sirene emite um som com uma frequência de 400 Hz. Qual será a frequência ouvida por um passageiro de um carro que se desloque a 55 km/h em sentido oposto e que:

- a) se aproxima da ambulância? (444,8 Hz)
- b) se afasta da ambulância? (360,3 Hz)

7.17 – Um barco de corridas parte do repouso junto a uma doca, movendo-se em linha recta em direcção ao centro de um lago com uma aceleração de 3 m/s^2 . Na doca encontra-se uma sirene que produz um som com uma frequência de 755 Hz. Considerando a velocidade do som no ar de 343 m/s, qual será a frequência do som ouvida pelo piloto do barco quando este estiver a 45 m de distância da doca. ($v = 16,43 \text{ m/s}$; 719 Hz)

