

23. Método dos Potenciais nos Nós

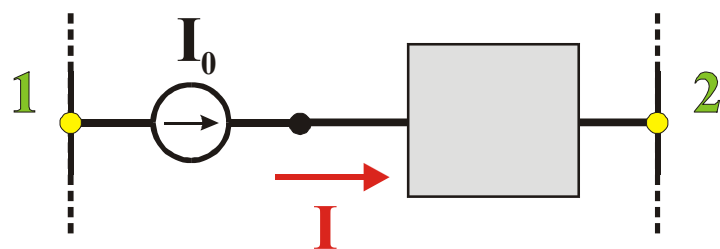
Algoritmo para determinar os potenciais nos nós de um circuito

1. Identificar os **N nós** do circuito.
2. Escolher cuidadosamente o nó onde colocar a **referência (REF) para os potenciais eléctricos** e numerar todos os outros nós.
 - Se possível, a **REF** deve ser colocada no **nó onde confluem mais ramos**, uma vez que não se escreve a equação de correntes que confluem neste nó.
 - Se houver **apenas um ramo só com fontes ideais de tensão**, a **REF** deve ser colocada num dos nós onde se liga esse ramo.
 - Se houver **vários ramos só com fontes ideais de tensão...**
 - ... e todos esses ramos tiverem um **nó comum**, a **REF** deve ser colocada nesse nó.
 - ... e todos esses ramos estiverem **em cascata**, a **REF** deve ser colocada num dos nós onde se liga um desses ramos.
 - ... e esses ramos não tiverem **terminais comuns**, a **REF** deve ser colocada num dos nós onde se liga um desses ramos. Os dois nós onde estão ligados cada um dos outros ramos só com fontes ideais de tensão devem ser englobados num *super-nó*.
3. Arbitrar o **sentido positivo** para as **correntes nos ramos** que confluem em **nós de potencial desconhecido**.
 - Não se consideram as correntes que confluem nos nós cujo potencial é conhecido.
4. Escrever uma **equação de correntes** para **cada nó de potencial desconhecido** (incluindo os *super-nós* considerados).
 - Não se escrevem equações nem para o nó de referência nem para os nós de potencial conhecido.
 - As incógnitas de cada equação são os potenciais nos nós.
5. Escrever uma **equação de tensões** para cada *super-nó* considerado.
6. Resolver um **sistema de equações de ordem $(N - 1) - T$** para determinar os potenciais nos nós.
 - A **corrente de cada ramo** pode depois ser calculada em função dos potenciais nos nós.

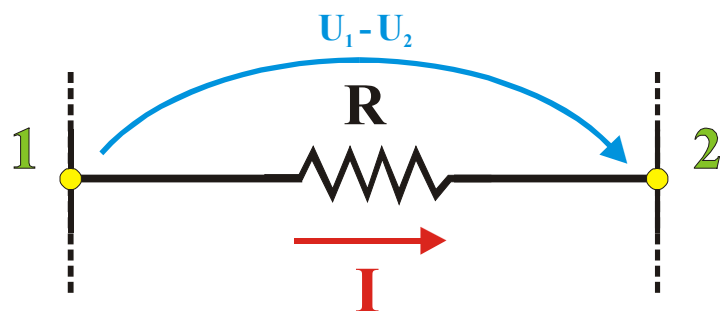
N – número de nós;

T – número de ramos só com fontes ideais de tensão que possuem um terminal comum ou estão em cascata.

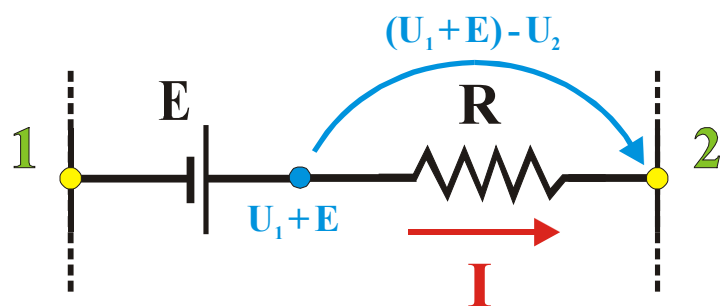
Calcular a corrente num ramo do circuito em função dos potenciais nos nós onde o ramo está ligado:



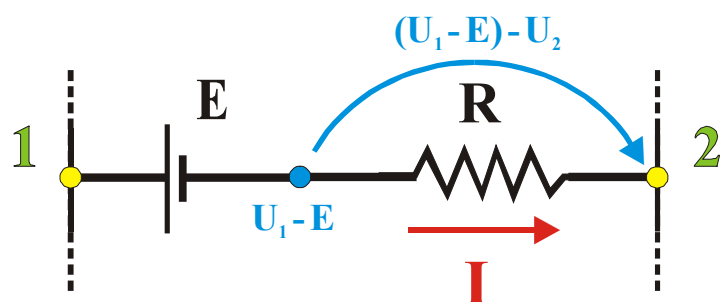
$$I = I_0 \quad \forall U_1, U_2$$



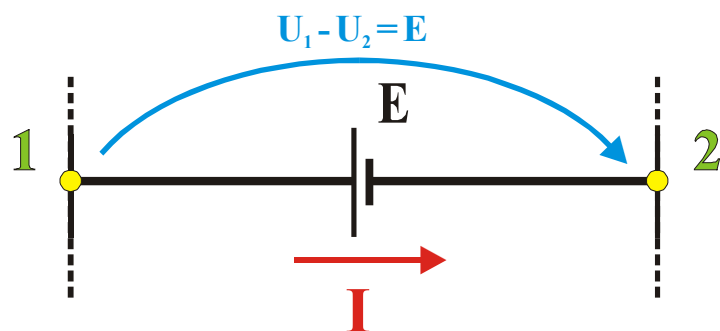
$$I = \frac{U_1 - U_2}{R}$$



$$I = \frac{U_1 - U_2 + E}{R}$$



$$I = \frac{U_1 - U_2 - E}{R}$$

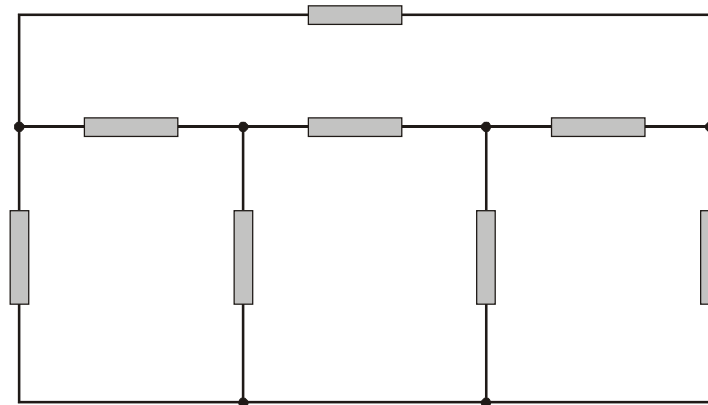


$$I = ?$$

$$U_1 - U_2 = E$$

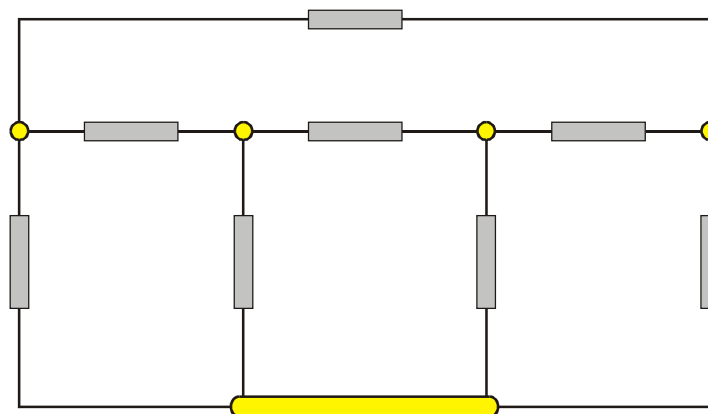
Exercício: Relativamente ao circuito da figura:

- Identificar os nós do circuito.
- Colocar a referência dos potenciais eléctricos no nó mais indicado, tendo em vista o cálculo dos potenciais nos nós usando o Método dos Potenciais nos Nós.
- Numerar convenientemente os nós do circuito, tendo em vista o cálculo dos potenciais nos nós usando o Método dos Potenciais nos Nós.
- Indicar os sentidos positivos habitualmente considerados para as tensões existentes entre cada nó do circuito e a referência.

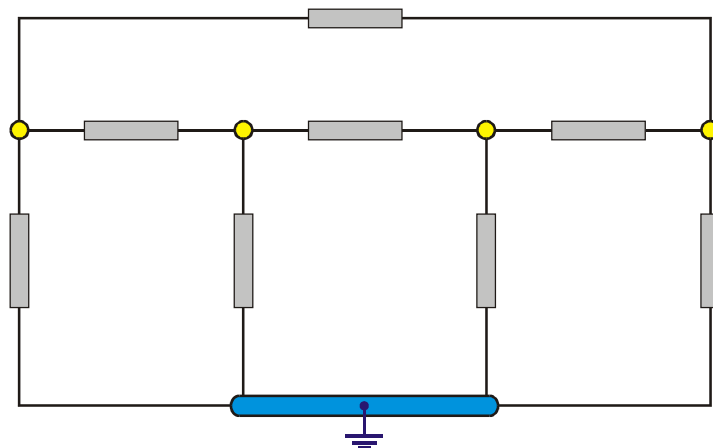


Resolução:

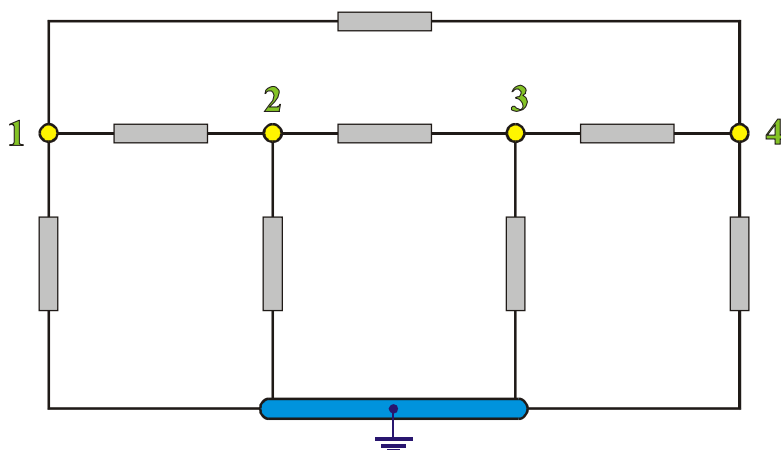
- Identificar os nós do circuito.



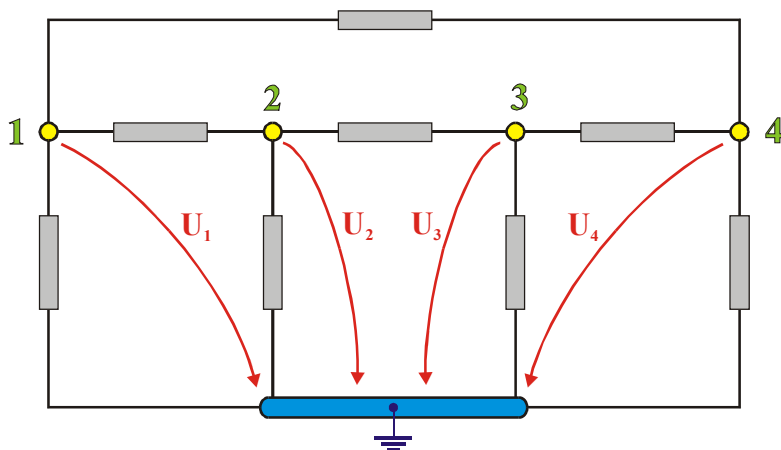
- b) Colocar a referência dos potenciais eléctricos no nó mais indicado, tendo em vista o cálculo dos potenciais nos nós usando o Método dos Potenciais nos Nós.



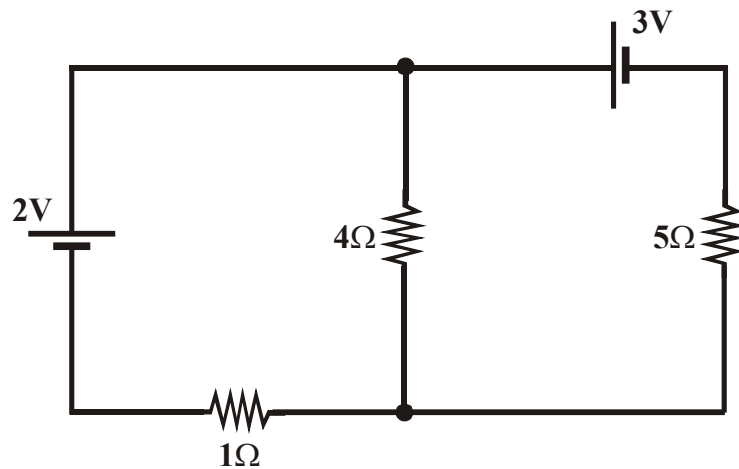
- c) Numerar convenientemente os nós do circuito, tendo em vista o cálculo dos potenciais nos nós usando o Método dos Potenciais nos Nós.



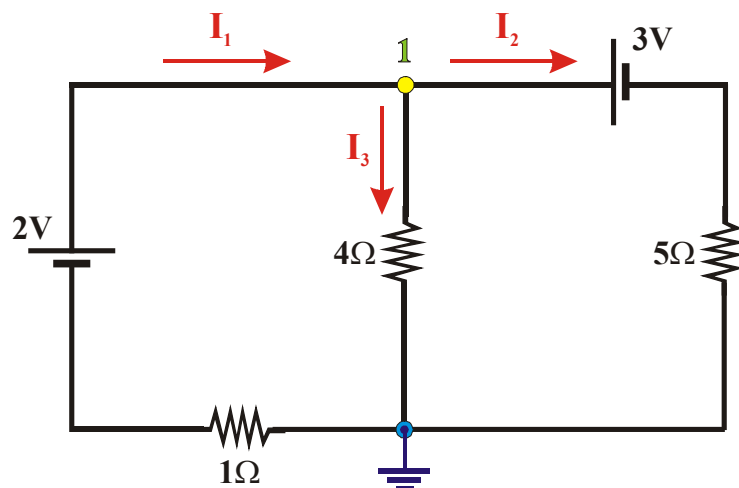
- d) Indicar os sentidos positivos habitualmente considerados para as tensões existentes entre cada nó do circuito e a referência.



Exercício: Recorrendo ao Método dos Potenciais nos Nós, determinar as correntes nos ramos do circuito.



Tópicos de Resolução:



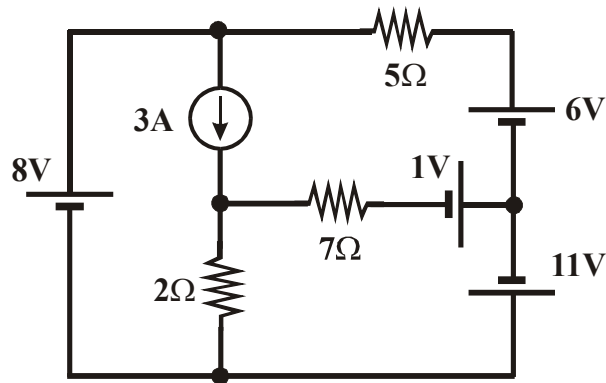
1. Para determinar U_1 (potencial no nó 1) resolver a equação $I_1 - I_2 - I_3 = 0$ tendo em conta que

$$\begin{cases} I_1 = \frac{0 - U_1 + 2}{1} \\ I_2 = \frac{U_1 - 0 - 3}{5} \\ I_3 = \frac{U_1 - 0}{4} \end{cases}$$

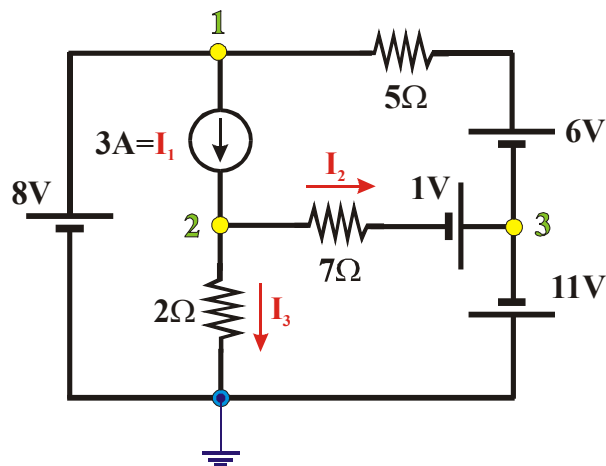
$$\frac{0 - U_1 + 2}{1} - \frac{U_1 - 0 - 3}{5} - \frac{U_1 - 0}{4} = 0$$

2. Calcular as correntes nos ramos a partir do potencial U_1 .

Exercício: Recorrendo ao Método dos Potenciais nos Nós, determinar o valor da potência em jogo na fonte ideal de corrente. Verificar se essa fonte recebe energia do circuito ou lhe fornece energia.



Resolução:



1. Para determinar U_2 (potencial no nó 2) resolver a equação $I_1 - I_2 - I_3 = 0$ tendo em conta que

$$\begin{cases} I_1 = 3A \\ I_2 = \frac{U_2 - U_3 + 1}{7} \\ I_3 = \frac{U_2 - 0}{2} \\ U_1 = 8V \\ U_3 = -11V \end{cases}$$

$$3 - \frac{U_2 - (-11) + 1}{7} - \frac{U_2 - 0}{2} = 0$$

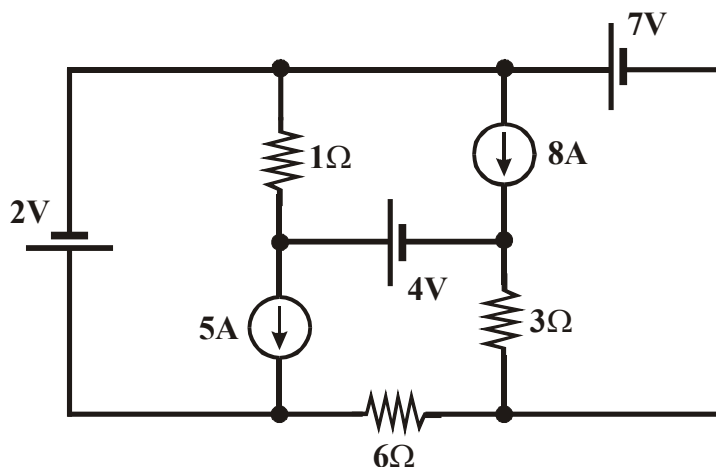
$$\Rightarrow U_2 = 2V$$

Dentro da fonte de 3A, a corrente flui do terminal de **potencial mais alto** (8V) para o terminal de **potencial mais baixo** (2V), por isso **a fonte recebe energia** do circuito.

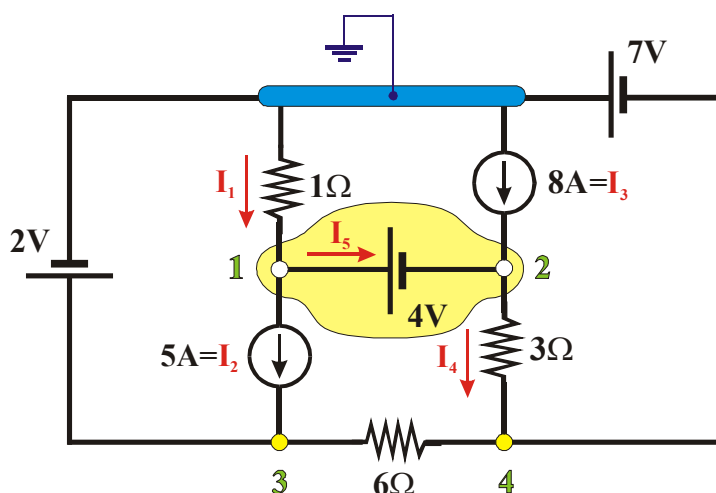
2. Calcular o valor da potência em jogo na fonte de 3A:

$$P = (U_1 - U_2) \cdot I_1 = (8 - 2) \cdot 3 = 18W$$

Exercício: Recorrendo ao Método dos Potenciais nos Nós, determinar o valor da potência em jogo na fonte de 4V. Verificar se essa fonte recebe energia do circuito ou lhe fornece energia.



Resolução:



1. Para determinar U_1 (potencial no nó 1) resolver a equação $I_1 - I_2 + I_3 - I_4 = 0$ tendo em conta que

$$\begin{cases} U_3 = 2V \\ U_4 = -7V \\ U_1 - U_2 = 4V \\ I_1 = \frac{0 - U_1}{1} = -U_1 \\ I_2 = 5A \\ I_3 = 8A \\ I_4 = \frac{U_2 - U_4}{3} = \frac{U_1 + 3}{3} \end{cases}$$

$$-U_1 - 5 + 8 - \frac{U_1 + 3}{3} = 0 \Rightarrow U_1 = 1,5V$$

2. Para determinar I_5 resolver a equação $I_1 - I_2 - I_5 = 0$ tendo em conta que:

$$\begin{cases} I_1 = -U_1 = -1,5A \\ I_2 = 5A \end{cases}$$

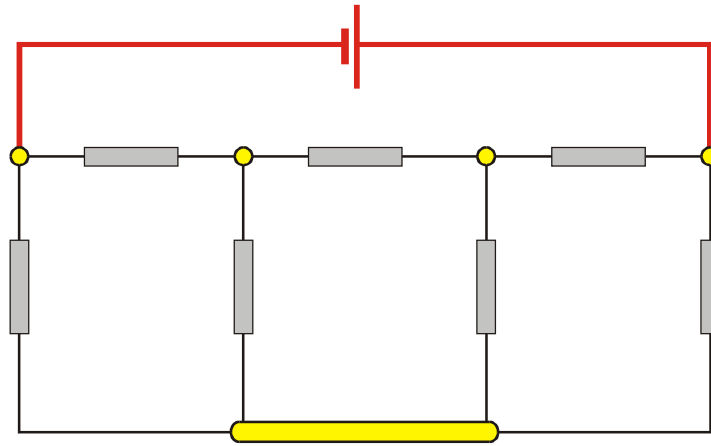
$$-1,5 - 5 - I_5 = 0 \Rightarrow I_5 = -6,5A$$

Dentro da fonte de 4V, a corrente flui do terminal de **potencial mais baixo** para o terminal de **potencial mais alto** por isso **a fonte fornece energia** ao circuito.

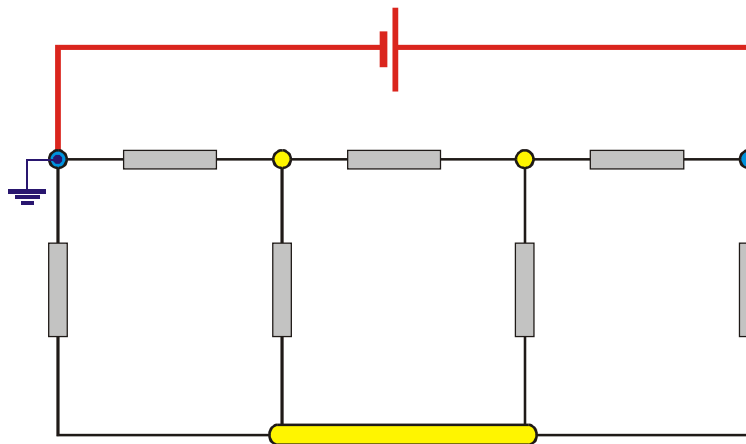
3. Calcular o valor da potência em jogo na fonte de 4V:

$$P = -4 \cdot 6,5 = -26W$$

Exercício: Colocar a referência dos potenciais eléctricos no nó mais indicado, tendo em vista o cálculo dos potenciais nos nós usando o Método dos Potenciais nos Nós.

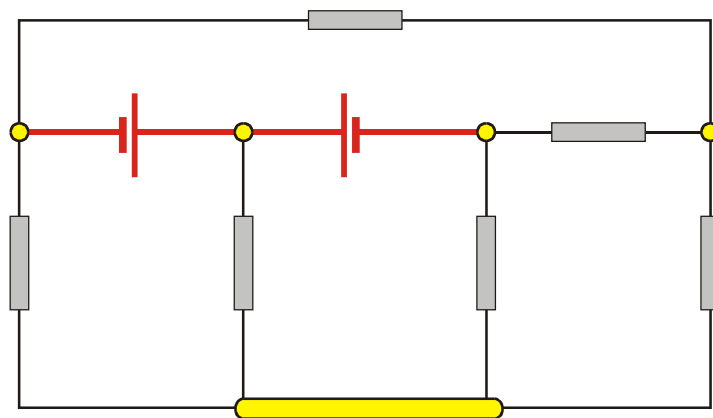


Resolução:

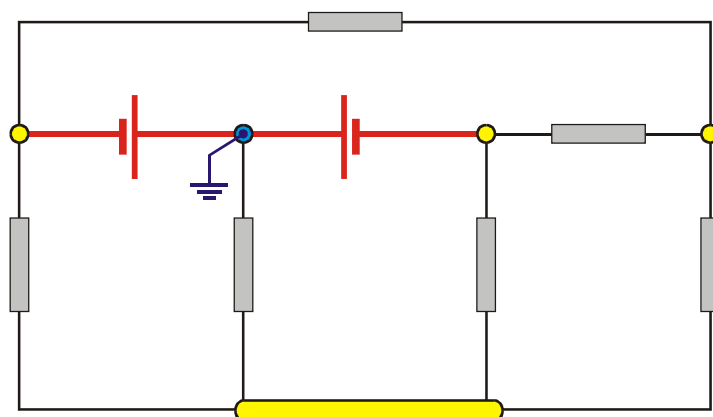


A referência fica igualmente bem escolhida se for colocada em qualquer um dos nós a azul.

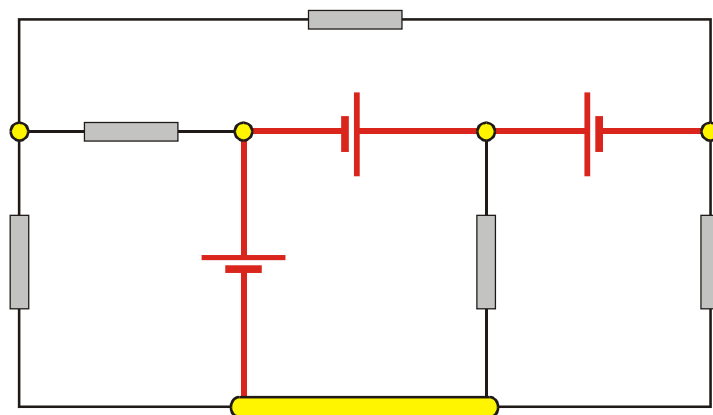
Exercício: Colocar a referência dos potenciais eléctricos no nó mais indicado, tendo em vista o cálculo dos potenciais nos nós usando o Método dos Potenciais nos Nós.



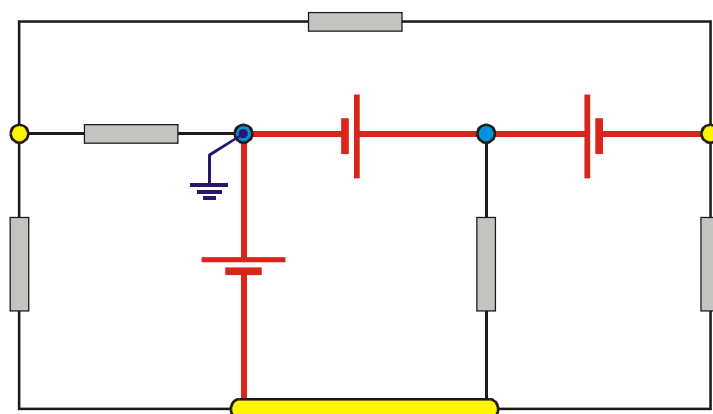
Resolução:



Exercício: Colocar a referência dos potenciais eléctricos no nó mais indicado, tendo em vista o cálculo dos potenciais nos nós usando o Método dos Potenciais nos Nós.

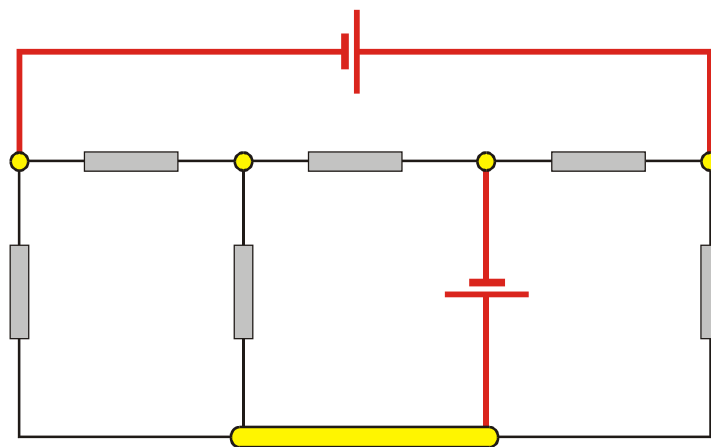


Resolução:

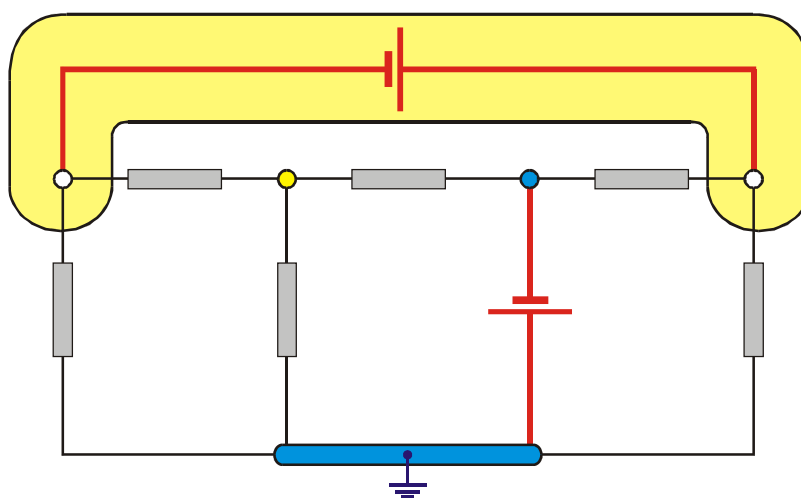


A referência fica igualmente bem escolhida se for colocada em qualquer um dos nós a azul.

Exercício: Colocar a referência dos potenciais eléctricos no nó mais indicado, tendo em vista o cálculo dos potenciais nos nós usando o Método dos Potenciais nos Nós.

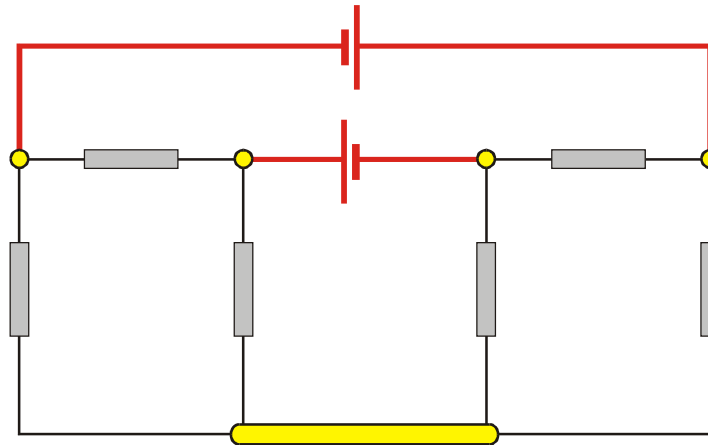


Resolução:

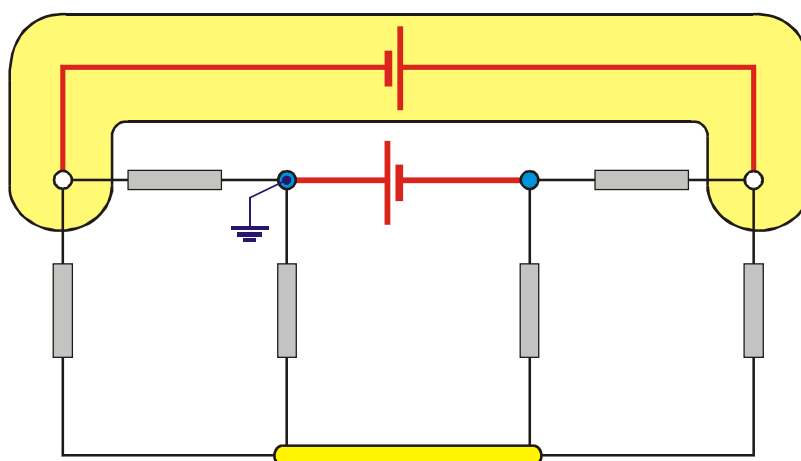
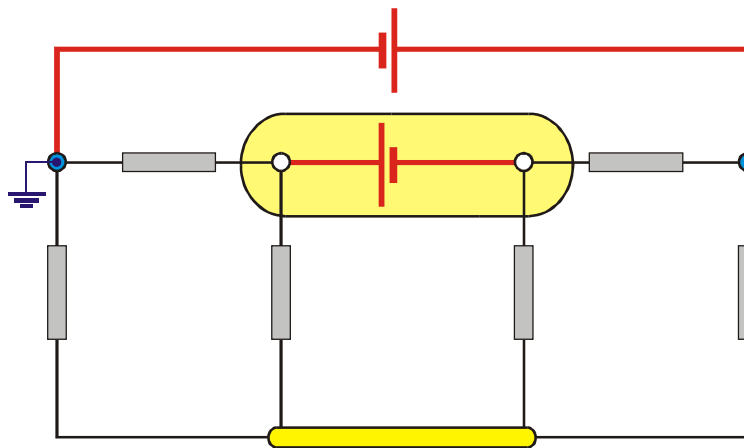


A referência fica igualmente bem escolhida se for colocada em qualquer um dos nós a azul.

Exercício: Colocar a referência dos potenciais eléctricos no nó mais indicado, tendo em vista o cálculo dos potenciais nos nós usando o Método dos Potenciais nos Nós.

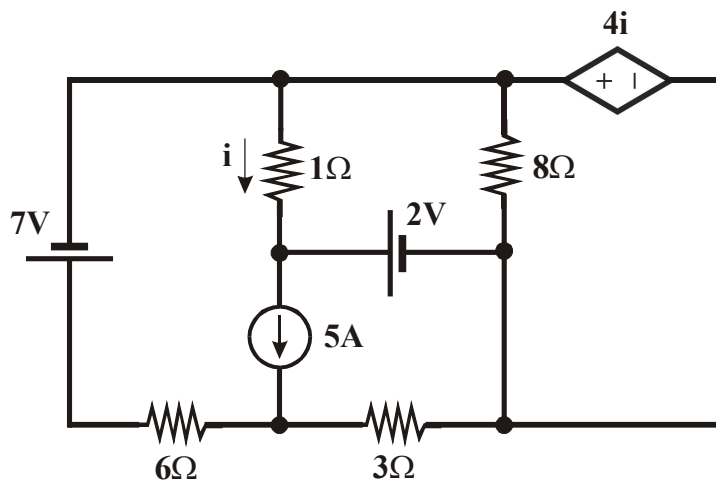


Resolução:

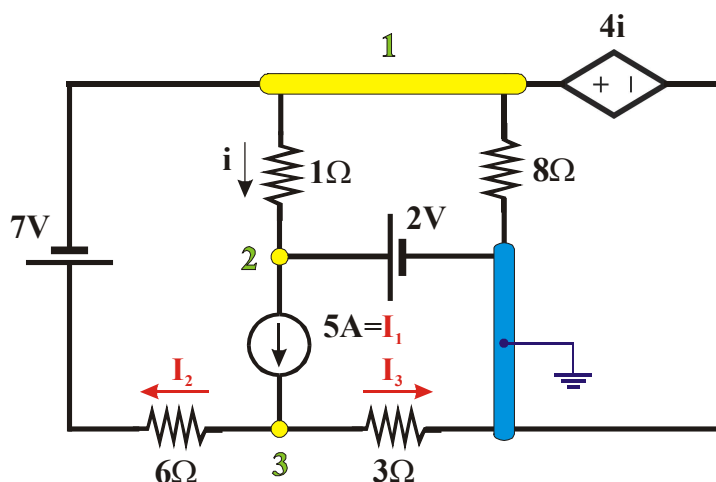


A referência fica igualmente bem escolhida se for colocada em qualquer um dos nós a azul.

Exercício: Recorrendo ao Método dos Potenciais nos Nós, determinar o valor da potência em jogo na fonte ideal de corrente. Verificar se essa fonte recebe energia do circuito ou lhe fornece energia.



Resolução:



1. Para determinar U_3 (potencial no nó 3) resolver a equação $I_1 - I_2 - I_3 = 0$ tendo em conta que

$$\begin{cases} U_1 = 4i \\ i = \frac{U_1 - U_2}{1} \\ U_2 = 2V \\ I_1 = 5A \\ I_2 = \frac{U_3 - U_1 - 7}{6} \\ I_3 = \frac{U_3 - 0}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_1 = \frac{8}{3} = 2,67V \\ U_2 = 2V \\ I_1 = 5A \\ I_2 = \frac{U_3 - 2,67 - 7}{6} \\ I_3 = \frac{U_3 - 0}{3} \end{cases}$$

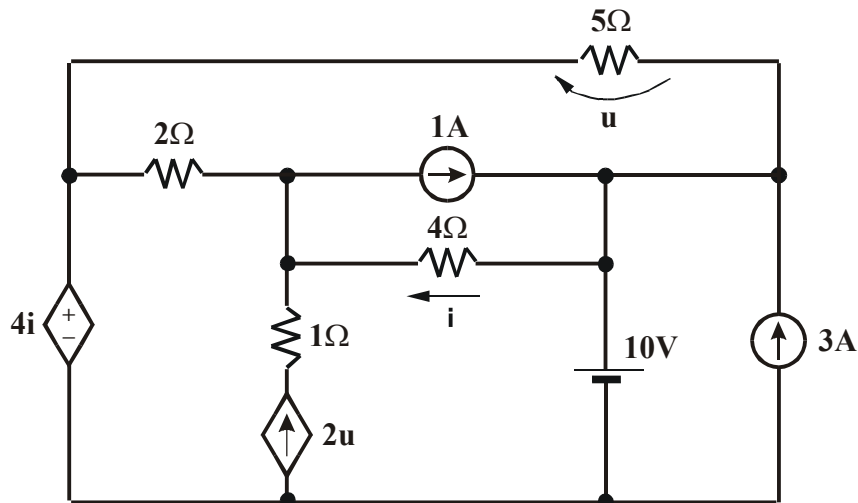
$$5 - \frac{U_3 - 2,67 - 7}{6} - \frac{U_3 - 0}{3} = 0$$

$$\Rightarrow U_3 = 13,22V$$

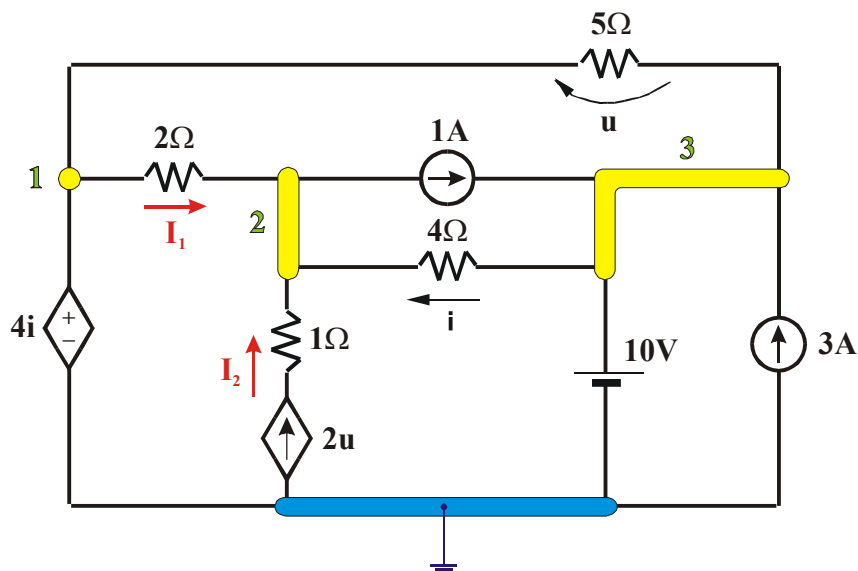
Dentro da fonte de 5A, a corrente flui do terminal de **potencial mais baixo** (2V) para o terminal de **potencial mais alto** (13,22V), por isso **a fonte fornece energia** ao circuito.

2. Calcular o valor da potência em jogo na fonte de 5A: $P = -(U_3 - U_2) \cdot I_1 = -(13,22 - 2) \cdot 5 = -56,1W$

Exercício: Recorrendo ao Método dos Potenciais nos Nós, determinar o valor da potência em jogo na fonte de 1A. Verificar se essa fonte recebe energia do circuito ou lhe fornece energia.



Resolução:



1. Para determinar U_2 (potencial no nó 2) resolver a equação $I_1 + I_2 + i - 1 = 0$ tendo em conta que

$$\begin{cases} U_1 = 4i \\ U_3 = 10V \\ i = \frac{U_3 - U_2}{4} = \frac{10 - U_2}{4} \\ u = U_3 - U_1 = 10 - 4i = U_2 \\ I_1 = \frac{U_1 - U_2}{2} = \frac{4i - U_2}{2} = \frac{4 \cdot \left(\frac{10 - U_2}{4}\right) - U_2}{2} = 5 - U_2 \\ I_2 = 2 \cdot u = 2 \cdot U_2 \end{cases}$$

$$5 - U_2 + 2 \cdot U_2 + \frac{10 - U_2}{4} - 1 = 0$$

$$\Rightarrow U_2 = -8,67V$$

Dentro da fonte de 1A, a corrente flui do terminal de **potencial mais baixo** (-8,67V) para o terminal de **potencial mais alto** (10V), por isso **a fonte fornece energia** ao circuito.

2. Calcular o valor da potência em jogo na fonte de 1A: $P = -(U_3 - U_2) \cdot 1 = -[10 - (-8,67)] \cdot 1 = -18,67W$