RESPOSTAS AOS EXERCÍCIOS SOBRE MATRIZES:

1. Resposta:

A é uma matriz do tipo 3x3, quadrada, (de ordem 3), real.

B é uma matriz do tipo 3x1, coluna, complexa.

C é uma matriz do tipo 1x3, linha, real.

D é uma matriz do tipo 3x3, quadrada, (de ordem 3), complexa.

E é uma matriz do tipo 3x3, quadrada, (de ordem 3), real simétrica.

F é uma matriz do tipo 3x3, quadrada, (de ordem 3), real triangular inferior.

G é uma matriz do tipo 3x3, quadrada, (de ordem 3), real diagonal.

H é uma matriz do tipo 3x3, quadrada, (de ordem 3), real escalar.

I é uma matriz do tipo 3x3, quadrada, real escalar (matriz identidade de ordem 3).

2.

i. -2A o produto por escalar não tem restrições

$$-2A = -2\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 1 & 0 & 2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-2 & -4 & -6\\ -2 & 0 & -4\end{bmatrix}$$

ii. A+B As matrizes A e B são do mesmo tipo logo a soma está definida e a resultante é do mesmo tipo

$$A+B=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 1 & 0 & 2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-1 & 0 & 1\\ 1 & 2 & -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 2 & 4\\ 2 & 2 & 1\end{bmatrix}$$

iii. B+C As matrizes B e C não são do mesmo tipo logo a soma não está definida.

iv. AB $A_{2x3}B_{2x3}$ o número de colunas de A (3) é diferente do número de linhas de B (2) logo o produto não está definido.

v. BA $B_{2x3}A_{2x3}$ o número de colunas de B (3) é diferente do número de linhas de A (2) logo o produto não está definido.

vi. AC $A_{2x3}C_{3x2}$ o número de colunas de A (3) é igual ao número de linhas de C (3) logo o produto está definido e a matriz resultante é do tipo 2x2.

$$A_{2x3}C_{3x2} = \begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 1 & 0 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -1\\ 1 & 0\\ -2 & 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-3 & -1\\ -3 & -1\end{bmatrix}$$

vii. $(AC)^2$ $(AC)^2=(AC)_{2x2}\ (AC)_{2x2}$ o número de colunas de AC (2) é igual ao número de linhas de AC (2) logo o produto está definido e a matriz resultante é do tipo 2x2. (só se pode calcular potências de matrizes quadradas)

$$(AC)^2 = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 4 \\ 12 & 4 \end{bmatrix}$$

h) DE $D_{3x2}E_{1x3}$ o número de colunas de D (2) é diferente do número de linhas de E (1) logo o produto não está definido.

i) ED $E_{1x3}D_{3x2}$ o número de colunas de E (3) é igual do número de linhas de D (3) logo o produto está definido e a matriz resultante é do tipo 1x2.

$$ED = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 9 \end{bmatrix}$$

j) EF $E_{1x3}F_{3x1}$ o número de colunas de E (3) é igual do número de linhas de F (3) logo o produto está definido e a matriz resultante é do tipo 1x1.

$$EF = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \end{bmatrix}$$

k) FE $F_{3x1}E_{1x3}$ o número de colunas de F (1) é igual do número de linhas de E (1) logo o produto está definido e a matriz resultante é do tipo 3x3.

$$FE = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$$

l) D(BA) $D_{3X2}(B_{2x3}A_{2x3})$ o número de colunas de B (3) é diferente do número de linhas de A (2) logo o produto não está definido.

m) B(CA) $B_{2X3}(C_{3x2}A_{2x3})$ o número de colunas de C (2) é igual do número de linhas de A (2) logo o produto está definido e a matriz resultante CA é do tipo 3x3, e como o número de colunas de B (3) é igual do número de linhas de CA (3) logo o produto está definido e a matriz resultante B(CA) é do tipo 2x3.

$$\underline{B(CA)} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}\left(\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}\right)$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ -2 & -4 & -6 \end{bmatrix} = \underline{\begin{bmatrix} -2 & -6 & -7 \\ 4 & 10 & 13 \end{bmatrix}}$$

n) (A-B)(C+2D) O produto por um escalar não tem restrições e a resultante é do mesmo tipo.

(A-B) As matrizes A e -B são do mesmo tipo logo a soma está definida e a resultante é do mesmo tipo 2x3.

(C+2D) As matrizes C e 2D são do mesmo tipo logo a soma está definida e a resultante é do mesmo tipo 3x2.

(A-B)(C+2D) o número de colunas de (A-B) (3) é igual do número de linhas de (C+2D) (3) logo o produto está definido e a matriz resultante é do tipo 2x2.

$$(A-B) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(C+2D) = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 0 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\underline{(A-B)\,(C+2D)} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 0 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} = \underline{\begin{bmatrix} 12 & 18 \\ -16 & 12 \end{bmatrix}}$$

3. Resposta:

a) $B_{4x5}\ A_{4x5}$ o produto não está definido porque o número de colunas de B (5) é diferente do número de linhas de A (4)

b) $A_{4x5}\ C_{5x2} + D_{4x2} = (AC)_{4x2} + D_{4x2} = R_{4x2}$

c) $A_{4x5}\ E_{5x4} + B_{4x5} = (AE)_{4x4} + B_{4x5}$ a soma não esta definida porque não são do mesmo tipo.

4. Resposta:

Para se poder efetuar o produto a matriz A tem de ser do tipo 6xn e a matriz B do tipo nx8.

5. Resposta:

A+B é uma matriz do mesmo tipo de A e B, $A_{3\times4} + B_{3\times4} = (A+B)_{3\times4} = R_{3\times4}$ onde $r_{ij} = a_{ij} + b_{ij} = (i+j) + (i-j) = 2i$.

Portanto $(A+B)_{3\times4} = R_{3\times4}$ onde $r_{ij} = 2i$.

Ou $A_{3\times4} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$ e $B_{3\times4} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 & -3 \\ 1 & 0 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ logo

$$A_{3\times4} + B_{3\times4} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \\ 6 & 6 & 6 & 6 \end{bmatrix}$$

6. Resposta:

$$A_{4\times4}\,B_{4\times4} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 3 & 3 \\ 1 & -3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

7. Resposta:

i. A terceira linha da matriz AB

$$\begin{bmatrix} \\ \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ \\ \\ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 0 & 4 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 3 & 7 \\ -3 & 2 & 1 & 9 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 6 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 4 & 18 & 24 \end{bmatrix}$$

ii. A segunda coluna da matriz AB

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & 6 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ -3 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 5 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} & 1 & & \\ & 1 & & \\ & 0 & & \\ & 2 & & \\ & 0 & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ 16 \end{bmatrix}$$

iii. A matriz Ae_2, onde e_2 designa a segunda coluna da matriz identidade

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & 6 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ -3 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

iv. A matriz $e_2{}^T A$, onde e_2 é a matriz referida na alínea anterior

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & 6 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ -3 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

8. Resposta:

$A \in \mathcal{M}_{3x4}(\Re)$, $B \in \mathcal{M}_{3x2}(\Re)$, C e $E \in \mathcal{M}_{2x3}(\Re)$, $F \in \mathcal{M}_{2x4}(\Re)$, D e $G \in \mathcal{M}_{4x4}(\Re)$

a) Se se pode verificar

i. $C_{2x3}B_{3x2} = R_{2x2}$

$B_{3x2}C_{2x3} = R_{3x3}$ <u>não é possível verificar-se pois dão matrizes de ordem diferente</u>.

ii. $D_{4x4}G_{4x4} = R_{4x4}$

$G_{4x4}D_{4x4} = R_{4x4}$ <u>é possível verificar-se pois dão matrizes da mesma ordem</u>. Não é obrigatório que se verifique pois o produto de matrizes não é comutativo.

b) Se é possível efetuar

i. $C_{2x3}A_{3x4} + F_{2x4} = (CA)_{2x4} + F_{2x4} = R_{2x4}$ <u>é possível efetuar pois o tipo das matrizes permite efetuar o produto e a soma</u>.

ii. $C_{2x3}F_{2x4} - 3A_{3x4}D_{4x4}$ <u>**não** é possível efetuar pois o produto das matrizes C por F não está definido uma vez que o nº de colunas de C (3) é diferente do nº de linhas de F (2)</u>.

iii. $C_{2x3} + \gamma A_{3x4}$ <u>**não** é possível efetuar pois não se pode somar matrizes que não sejam do mesmo tipo</u>.

9. Resposta:

$$\begin{bmatrix} a-b & b+c \\ 3d+c & 2a-4d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 7 & 6 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=8 \\ b+c=1 \\ 3d+c=7 \\ 2a-4d=6 \end{cases}$$

porque matrizes são iguais se forem do mesmo tipo e os elementos na mesma posição sejam iguais.

$$\begin{cases} a-b=8 \\ b+c=1 \\ 3d+c=7 \\ 2a-4d=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=8 \\ b+c=1 \\ c+3d=7 \\ 2b-4d=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=8 \\ b+c=1 \\ c+3d=7 \\ -2c-4d=-12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-b=8 \\ b+c=1 \\ c+3d=7 \\ 2d=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-3+8=5 \\ b=-4+1=-3 \\ c=-3x1+7=4 \\ d=1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\underline{\begin{cases} a=5 \\ b=-3 \\ c=4 \\ d=1 \end{cases}}$$

10. Resposta:

a) 2(A+B) – AB= $2\left(\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}\right) - \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

$$2\begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 4 & 6 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 12 & 1 \\ 5 & 11 & 1 \\ 1 & 7 & -2 \end{bmatrix} = \underline{\begin{bmatrix} -6 & -20 & 3 \\ 3 & 1 & 3 \\ 7 & 1 & 6 \end{bmatrix}}$$

b) $\begin{bmatrix} \cos\alpha & -\text{sen}\alpha \\ \text{sen}\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \cos\beta & -\text{sen}\beta \\ \text{sen}\beta & \cos\beta \end{bmatrix} =$

$$= \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta & -\cos\alpha\sin\beta - \sin\alpha\cos\beta \\ \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta & -\sin\alpha\sin\beta + \cos\alpha\cos\beta \end{bmatrix}$$

$$= \underline{\begin{bmatrix} \cos(\alpha+\beta) & -\sin(\alpha+\beta) \\ \sin(\alpha+\beta) & \cos(\alpha+\beta) \end{bmatrix}}$$

11. Resposta:

a) $A_{2x3}B_{3x3} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \underline{\begin{bmatrix} 5 & 4 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}}$

b) $D_{4x3}C_{3x2} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \underline{\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \\ 3 & 5 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}}$

12. Resposta:

Verificam-se as igualdades $\left(A^T\right)^T = A$ e $(AC)^T = C^T A^T$

13. Resposta:

a) $\left(A^T\right)^T = A$ — A transposta não tem restrições, logo a igualdade é valida para qualquer tipo de matriz.

b) $(A+B)^T = A^T+B^T$ — A transposta não tem restrições. A igualdade é valida se as matrizes A e B forem do mesmo tipo, para se poderem somar.

c) $(\alpha A)^T = \alpha A^T$ — A transposta não tem restrições. O produto escalar não tem restrições. Logo a igualdade é valida para qualquer tipo de matriz.

d) $(AB)^T = B^T A^T$ — A transposta não tem restrições. Para se poder efetuar o produto o nº de colunas de A tem de ser igual ao nº de linhas de B.

e) $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$ — A transposta não tem restrições. Para se poder efetuar a inversa é necessário que a matriz A seja quadrada e invertível.

14. Resposta:

Se A é simétrica então $A=A^T$ se B é simétrica então $B=B^T$

$(AB)^T = B^T A^T = BA$

15. Resposta:

a)

Propriedades aplicadas:	$(AX)^T B = A^{-1} + I_n$
Transposta do produto	$\Leftrightarrow X^T A^T B = A^{-1} + I_n$
Multiplicando ambos os membros da equação pela inversa de $A^T B$	$\Leftrightarrow X^T = \left(A^{-1} + I_n\right)\left(A^T B\right)^{-1}$
Inversa do produto	$\Leftrightarrow X^T = \left(A^{-1} + I_n\right)B^{-1}\left(A^T\right)^{-1}$
Distributiva	$\Leftrightarrow X^T = A^{-1}B^{-1}\left(A^T\right)^{-1} + B^{-1}\left(A^T\right)^{-1}$
A transposta da transposta é a própria matriz e transposta da soma	$\Leftrightarrow X = \left[A^{-1}B^{-1}\left(A^T\right)^{-1}\right]^T + \left[B^{-1}\left(A^T\right)^{-1}\right]^T$
Transposta do produto	$\Leftrightarrow X = \left[\left(A^T\right)^{-1}\right]^T\left(B^{-1}\right)^T\left(A^{-1}\right)^T + A^{-1}\left(B^{-1}\right)^T$
Distributiva	$\Leftrightarrow X = A^{-1}\left[\left(B^{-1}\right)^T\left(A^{-1}\right)^T + \left(B^{-1}\right)^T\right]$
Soma das transpostas	$\Leftrightarrow X = A^{-1}\left(A^{-1}B^{-1} + B^{-1}\right)^T$

b)

Propriedades aplicadas:	$-AX = C + BX$
	$\Leftrightarrow AX + BX = -C$
Distributiva	$\Leftrightarrow (A + B)X = -C$
Multiplicando ambos os membros da equação pela inversa de A+B	$\Leftrightarrow X = -(A + B)^{-1}C$

c)

Propriedades aplicadas:	$(A + XC)^T B = A^{-1} + I_n$
Transposta da soma	$\Leftrightarrow \left(A^T + (XC)^T\right)B = A^{-1} + I_n$
Distributiva	$\Leftrightarrow A^T B + C^T X^T B = A^{-1} + I_n$
	$\Leftrightarrow C^T X^T B = A^{-1} + I_n - A^T B$
Multiplicando ambos os membros da equação pela inversa de B	$\Leftrightarrow C^T X^T = \left(A^{-1} + I_n - A^T B\right)B^{-1}$
Multiplicando ambos os membros da equação pela inversa de C^T	$\Leftrightarrow X^T = \left(C^T\right)^{-1}\left(A^{-1} + I_n - A^T B\right)B^{-1}$
Transposta da transposta é a própria matriz	$\Leftrightarrow X = \left[\left(C^T\right)^{-1}\left(A^{-1} + I_n - A^T B\right)B^{-1}\right]^T$
Distributiva	$\Leftrightarrow X = \left[\left(C^T\right)^{-1}\left(A^{-1}B^{-1} + I_n B^{-1} - A^T BB^{-1}\right)\right]^T$
	$\Leftrightarrow X = \left[\left(C^T\right)^{-1}\left(A^{-1}B^{-1} + B^{-1} - A^T\right)\right]^T$
Transposta do produto	$\Leftrightarrow X = \left(A^{-1}B^{-1} + B^{-1} - A^T\right)^T C^{-1}$
Transposta da soma	$\Leftrightarrow X = \left(\left(A^{-1}B^{-1}\right)^T + \left(B^{-1}\right)^T - A\right)C^{-1}$

d)

Propriedades aplicadas:	$-CAX - C^{-1}B = C^{-1}A + CBX$
	$\Leftrightarrow CAX + CBX = -C^{-1}A - C^{-1}B$
Distributiva	$\Leftrightarrow (CA + CB)X = -C^{-1}(A + B)$
Distributiva	$\Leftrightarrow (C(A + B))X = -C^{-1}(A + B)$
Multiplicando ambos os membros da equação pela inversa de (C(A+B))	$\Leftrightarrow X = -(C(A + B))^{-1}C^{-1}(A + B)$
Inversa do produto	$\Leftrightarrow X = -(A + B)^{-1}C^{-1}C^{-1}(A + B)$

16. Resposta:

$$A\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+y \\ x-y \\ 0 \end{bmatrix} \text{ A tem do ser do tipo 3x3 logo } A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

17. Resposta:

a) se X é uma matriz coluna então $X_{nx1}\left(X^T\right)_{1xn} = R_{nxn}$

b) se X é uma matriz coluna então $\left(X^T\right)_{1xn}X_{nx1} = R_{1x1}$

c) $[a] = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{n} (x_i)^2$

i) $a \geq 0$ porque é a soma de números positivos.

ii) A soma de números positivos só é nulo se todos forem nulos, logo X tem de ser uma matriz nula.

18. Resposta:

i) $AB = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

ii) AC=AD

$$AC = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & -6 \\ -8 & 6 \end{bmatrix}$$

$$AD = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & -6 \\ -8 & 6 \end{bmatrix}$$

iii) $AC = AD \Leftrightarrow AC - AD = O \Leftrightarrow A(C - D) = 0$ o produto de 2 matrizes ser nulo não implica que uma das matrizes seja nula. A não é a matriz nula nem C=D.

Perguntas de testes

1 **a)** F **b)** V **c)** F **d)** V **e)** F **f)** F

2 **a)** F **b)** V **c)** F **d)** V **e)** V **f)** V

3 **a)** V **b)** F **c)** F **d)** V

4

$$AB^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$C^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 6 & 17 \end{bmatrix}$$

$$BD = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$$

$$AB^T + C^2 - BD = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 6 & 17 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 4 & 14 \end{bmatrix}$$

5 Indique as condições para que as seguintes propriedades sejam verdadeiras.

a) $(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{\mathbf{T}} = \mathbf{B}^{\mathbf{T}} + \mathbf{A}^{\mathbf{T}}$ R: As matrizes A e B têm de ser do mesmo tipo.

b) $(\mathbf{A}^{\mathbf{T}})^{\mathbf{T}} = \mathbf{A}$ R: A transposta não tem restrições logo a igualdade é valida para qualquer tipo da matriz A

c) $(AB) = C_{2\times 3}$ R: para se poder efetuar o produto a matriz A tem de ser do tipo 2xn e a matriz B do tipo nx3

d) $(AB) + C = D_{2\times 3}$ R: As matrizes AB e C tem de ser do mesmo tipo e igual a 2x3. A matriz A tem de ser do tipo 2xn e a matriz B do tipo nx3 para a matriz AB ser do tipo 2x3.