Sintaxe

Lógica Propositional Clássica

Marcelo Finger

Departamento de Ciência da Computação
Instituto de Matemática e Estatística
Universidade de São Paulo

2022

Tópicos

Próximo Tópico

Proposições

Teve greve de ônibus.

Proposições

Teve greve de ônibus.

Maria trouxe o guarda-chuva.

Proposições

Teve greve de ônibus.

Maria trouxe o guarda-chuva.

João atrasou para a aula

Proposições

Teve greve de ônibus.

Maria trouxe o guarda-chuva.

João atrasou para a aula

...

Proposições

Teve greve de ônibus.

Maria trouxe o guarda-chuva.

João atrasou para a aula

...

Está chovendo?

Proposições

Teve greve de ônibus.

Maria trouxe o guarda-chuva.

João atrasou para a aula

...

~~Está chovendo?~~ Pergunta não é proposição

Proposições

Teve greve de ônibus.

Maria trouxe o guarda-chuva.

João atrasou para a aula

...

~~Está chovendo?~~ Pergunta não é proposição

Feche a porta!

Proposições

Teve greve de ônibus.

Maria trouxe o guarda-chuva.

João atrasou para a aula

...

~~Está chovendo?~~ Pergunta não é proposição

~~Feche a porta!~~ Comando não é proposição

Combinando Proposições

Se teve greve de ônibus e não havia táxi na estação, então João atrasou para a aula.

Combinando Proposições

Se está chovendo e Maria não trouxe o guarda-chuva, então Maria se molhou.

Combinando Proposições

Se teve greve de ônibus e não havia táxi na estação, então João atrasou para a aula.

Se está chovendo e Maria não trouxe o guarda-chuva, então Maria se molhou.

Combinando Proposições

Se teve greve de ônibus e não havia táxi na estação, então João atrasou para a aula.

Se está chovendo e Maria não trouxe o guarda-chuva, então Maria se molhou.

Se p e não q, então r.

Argumentos

Se teve greve de ônibus e não havia táxi na estação, então João atrasou para a aula.

Teve greve de ônibus.

João **não** se atrasou.

Argumentos

Se teve greve de ônibus e não havia táxi na estação, então João atrasou para a aula.

Teve greve de ônibus.

João **não** se atrasou.

Havia táxi na estação.

Argumentos

Se está chovendo e Maria não trouxe o guarda-chuva, então Maria se molhou.

Está chovendo.

Maria **não** se molhou.

Argumentos

Se está chovendo e Maria não trouxe o guarda-chuva, então Maria se molhou.

Está chovendo.

Maria **não** se molhou.

Maria trouxe o guarda-chuva.

Argumentos

Se p e não q, então r.

p.

Não r.

q.

Próximo Tópico

Sintaxe

- Conjunto infinito de *símbolos proposicionais* (ou *átomos* ou *variáveis Booleanas*).

Sintaxe

- Conjunto infinito de *símbolos proposicionais* (ou *átomos* ou *variáveis Booleanas*).
  - Letras minúsculas $p, q, r, \ldots$

Sintaxe

- Conjunto infinito de *símbolos proposicionais* (ou *átomos* ou *variáveis Booleanas*).
    - Letras minúsculas $p, q, r, \ldots$
    - Com ou sem sub/super-scritos: $p_0, q', r_j^i, \ldots$

Sintaxe

- Conjunto infinito de *símbolos proposicionais* (ou *átomos* ou *variáveis Booleanas*).
    - Letras minúsculas $p, q, r, \ldots$
    - Com ou sem sub/super-scritos: $p_0, q', r_j^i, \ldots$
- Conectivos lógicos:

Sintaxe

- Conjunto infinito de *símbolos proposicionais* (ou *átomos* ou *variáveis Booleanas*).
  - Letras minúsculas $p, q, r, \ldots$
  - Com ou sem sub/super-scritos: $p_0, q', r_j^i, \ldots$
- Conectivos lógicos:
  - $\neg$

Sintaxe

- Conjunto infinito de *símbolos proposicionais* (ou *átomos* ou *variáveis Booleanas*).
    - Letras minúsculas $p, q, r, \ldots$
    - Com ou sem sub/super-scritos: $p_0, q', r_j^i, \ldots$
- Conectivos lógicos:
    - $\neg$
    - $\vee$

Sintaxe

- Conjunto infinito de *símbolos proposicionais* (ou *átomos* ou *variáveis Booleanas*).
  - Letras minúsculas $p, q, r, \ldots$
  - Com ou sem sub/super-scritos: $p_0, q', r_j^i, \ldots$
- Conectivos lógicos:
  - $\neg$
  - $\vee$
  - $\wedge$

Sintaxe

- Conjunto infinito de *símbolos proposicionais* (ou *átomos* ou *variáveis Booleanas*).
  - Letras minúsculas $p, q, r, \ldots$
  - Com ou sem sub/super-scritos: $p_0, q', r_j^i, \ldots$
- Conectivos lógicos:
  - $\neg$
  - $\vee$
  - $\wedge$
  - $\rightarrow$

Sintaxe

- Conjunto infinito de *símbolos proposicionais* (ou *átomos* ou *variáveis Booleanas*).
  - Letras minúsculas $p, q, r, \ldots$
  - Com ou sem sub/super-scritos: $p_0, q', r_j^i, \ldots$
- Conectivos lógicos:
  - $\neg$
  - $\vee$
  - $\wedge$
  - $\rightarrow$
- Parênteses

Sintaxe

- Conjunto infinito de *símbolos proposicionais* (ou *átomos* ou *variáveis Booleanas*).
  - Letras minúsculas $p, q, r, \ldots$
  - Com ou sem sub/super-scritos: $p_0, q', r_j^i, \ldots$
- Conectivos lógicos:
  - $\neg$
  - $\vee$
  - $\wedge$
  - $\rightarrow$
- Parênteses
- Notação: φ, ψ: metavariáveis sobre fórmulas

Fórmulas

- Átomos

Fórmulas

- Átomos
- Se φ é fórmula, então $(\neg\varphi)$ é fórmula

Fórmulas

- Átomos
- Se φ é fórmula, então $(\neg\varphi)$ é fórmula
- Se φ e ψ são fórmulas, então $(\varphi \lor \psi)$ é fórmula

Fórmulas

- Átomos
- Se φ é fórmula, então $(\neg\varphi)$ é fórmula
- Se φ e ψ são fórmulas, então $(\varphi \vee \psi)$ é fórmula
- Se φ e ψ são fórmulas, então $(\varphi \wedge \psi)$ é fórmula

Fórmulas

- Átomos
- Se φ é fórmula, então $(\neg\varphi)$ é fórmula
- Se φ e ψ são fórmulas, então $(\varphi \vee \psi)$ é fórmula
- Se φ e ψ são fórmulas, então $(\varphi \wedge \psi)$ é fórmula
- Se φ e ψ são fórmulas, então $(\varphi \to \psi)$ é fórmula

Fórmulas

- Átomos
- Se φ é fórmula, então $(\neg\varphi)$ é fórmula
- Se φ e ψ são fórmulas, então $(\varphi \vee \psi)$ é fórmula
- Se φ e ψ são fórmulas, então $(\varphi \wedge \psi)$ é fórmula
- Se φ e ψ são fórmulas, então $(\varphi \rightarrow \psi)$ é fórmula
- (Cláusula maximal): Mais nada é uma fórmula

Fórmulas

- Átomos
- Se φ é fórmula, então $(\neg\varphi)$ é fórmula
- Se φ e ψ são fórmulas, então $(\varphi \vee \psi)$ é fórmula
- Se φ e ψ são fórmulas, então $(\varphi \wedge \psi)$ é fórmula
- Se φ e ψ são fórmulas, então $(\varphi \rightarrow \psi)$ é fórmula
- (Cláusula maximal): Mais nada é uma fórmula

Fórmulas

- Átomos
- Se φ é fórmula, então $(\neg\varphi)$ é fórmula
- Se φ e ψ são fórmulas, então $(\varphi \vee \psi)$ é fórmula
- Se φ e ψ são fórmulas, então $(\varphi \wedge \psi)$ é fórmula
- Se φ e ψ são fórmulas, então $(\varphi \to \psi)$ é fórmula
- (Cláusula maximal): Mais nada é uma fórmula

Backus Naur Form (BNF)

$$\varphi ::= p|(\neg\varphi)|(\varphi \vee \varphi)|(\varphi \wedge \varphi)|(\varphi \to \varphi)$$

Fórmulas

p

Fórmulas

p

$(\neg q)$

Fórmulas

p

$(\neg q)$

$(p \wedge (\neg q))$

Fórmulas

$$p$$
$$(\neg q)$$
$$(p \land (\neg q))$$
$$((p \land (\neg q)) \to r)$$

Convenção

$$\begin{array}{ccc} \neg & \textit{tem precedência sobre} & \wedge, \\ \vee & \textit{tem precedência sobre} & \rightarrow \end{array}$$

Convenção

$\neg$ *tem precedência sobre* $\wedge$,
$\vee$ *tem precedência sobre* $\rightarrow$

p

$(\neg q)$

$(p \wedge (\neg q))$

$((p \wedge (\neg q)) \rightarrow r)$

Convenção

$$\begin{array}{lcr} \neg & \textit{tem precedência sobre} & \wedge, \\ \vee & \textit{tem precedência sobre} & \rightarrow \end{array}$$

p

$(\neg q) \Longrightarrow \neg q$

$(p \wedge (\neg q))$

$((p \wedge (\neg q)) \rightarrow r)$

Convenção

$$\begin{array}{lcr} \neg & \textit{tem precedência sobre} & \wedge, \\ \vee & \textit{tem precedência sobre} & \rightarrow \end{array}$$

p

$(\neg q) \Longrightarrow \neg q$

$(p \wedge (\neg q)) \Longrightarrow p \wedge \neg q$

$((p \wedge (\neg q)) \rightarrow r)$

Convenção

$$\begin{array}{lcr} \neg & \textit{tem precedência sobre} & \wedge, \\ \vee & \textit{tem precedência sobre} & \rightarrow \end{array}$$

p

$(\neg q) \Longrightarrow \neg q$

$(p \wedge (\neg q)) \Longrightarrow p \wedge \neg q$

$((p \wedge (\neg q)) \rightarrow r) \Longrightarrow p \wedge \neg q \rightarrow r$

$$p \wedge q \rightarrow r \quad = \quad (p \wedge q) \rightarrow r$$

$$
\begin{aligned}
p \wedge q \rightarrow r \quad &= \quad (p \wedge q) \rightarrow r \\
\neg p \wedge r \quad &=
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
p \land q \to r &= (p \land q) \to r \\
\neg p \land r &= (\neg p) \land r
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
p \wedge q \rightarrow r &\quad = \quad (p \wedge q) \rightarrow r \\
\neg p \wedge r &\quad = \quad (\neg p) \wedge r \\
p \wedge q \vee r &\quad =
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
p \wedge q \rightarrow r &\quad = \quad (p \wedge q) \rightarrow r \\
\neg p \wedge r &\quad = \quad (\neg p) \wedge r \\
p \wedge q \vee r &\quad = \quad \textit{??? Precisa de parênteses!}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
p \wedge q \rightarrow r &\quad = \quad (p \wedge q) \rightarrow r \\
\neg p \wedge r &\quad = \quad (\neg p) \wedge r \\
p \wedge q \vee r &\quad = \quad \textit{??? Precisa de parênteses!} \\
p \wedge q \wedge r &\quad = \quad
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
p \land q \rightarrow r &\quad = \quad (p \land q) \rightarrow r \\
\neg p \land r &\quad = \quad (\neg p) \land r \\
p \land q \lor r &\quad = \quad \textit{??? Precisa de parênteses!} \\
p \land q \land r &\quad = \quad (p \land q) \land r
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
p \wedge q \rightarrow r &= (p \wedge q) \rightarrow r \\
\neg p \wedge r &= (\neg p) \wedge r \\
p \wedge q \vee r &= \text{??? Precisa de parênteses!} \\
p \wedge q \wedge r &= (p \wedge q) \wedge r \quad = \quad p \wedge (q \wedge r)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{rcl}
p \wedge q \rightarrow r & = & (p \wedge q) \rightarrow r \\
\neg p \wedge r & = & (\neg p) \wedge r \\
p \wedge q \vee r & = & \textit{??? Precisa de parênteses!} \\
p \wedge q \wedge r & = & (p \wedge q) \wedge r \quad = \quad p \wedge (q \wedge r) \quad \text{(associativa)}
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
p \wedge q \to r &\quad = \quad (p \wedge q) \to r \\
\neg p \wedge r &\quad = \quad (\neg p) \wedge r \\
p \wedge q \vee r &\quad = \quad \textit{??? Precisa de parênteses!} \\
p \wedge q \wedge r &\quad = \quad (p \wedge q) \wedge r \quad = \quad p \wedge (q \wedge r) \quad \text{(associativa)} \\
p \to q \to r &\quad =
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{rcl}
p \wedge q \rightarrow r & = & (p \wedge q) \rightarrow r \\
\neg p \wedge r & = & (\neg p) \wedge r \\
p \wedge q \vee r & = & \textit{??? Precisa de parênteses!} \\
p \wedge q \wedge r & = & (p \wedge q) \wedge r \quad = \quad p \wedge (q \wedge r) \quad \text{(associativa)} \\
p \rightarrow q \rightarrow r & = & \textit{??? Precisa de parênteses!}
\end{array}
$$

Árvore de análise sintática