

O CURSO DE MÉTODOS FORMAIS

INTRODUÇÃO À LÓGICA COMPUTACIONAL

Marcelo Finger
Sala 210C — mfinger@ime.usp.br

Departamento de Ciência da Computação
Instituto de Matemática e Estatística
Universidade de São Paulo

2022

TÓPICOS

- 1 INTRODUÇÃO AO CURSO
- 2 BRINCADEIRAS LÓGICAS
- 3 INTRODUÇÃO HISTÓRICA

PRÓXIMO TÓPICO

1 INTRODUÇÃO AO CURSO

2 BRINCADEIRAS LÓGICAS

3 INTRODUÇÃO HISTÓRICA

O QUE VAMOS VER

- Lógica Proposicional Clássica

O QUE VAMOS VER

- Lógica Proposicional Clássica
 - Sintaxe, Semântica, Resolvedores SAT

O QUE VAMOS VER

- Lógica Proposicional Clássica
 - Sintaxe, Semântica, Resolvedores SAT
- Lógica Clássica de 1a Ordem

O QUE VAMOS VER

- Lógica Proposicional Clássica
 - Sintaxe, Semântica, Resolvedores SAT
- Lógica Clássica de 1a Ordem
- Verificação de programas sequenciais

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO

$$MP = \frac{2 * P1 + 3 * P2}{5} (com SUB)$$

ME: média aritmética simples dos exercícios

$$MF = \begin{cases} \frac{ME + 2 * MP}{3}, & \text{se } MP \geq 5 \text{ e } nME \geq 5 \\ \min\{ME, MP\}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

BIBLIOGRAFIA

Lógica Para Computação

Flávio Soares C. da Silva

Marcelo Finger

Ana Cristina Vieira de Melo

Cengage Learning, 2a Edição



BIBLIOGRAFIA SECUNDÁRIA

- *Logic in computer science*, Michael Huth and Mark Ryan.
Capítulos 1, 2 e 4

Vários livros disponíveis na internet:

- Teach yourself logic.
- A friendly introduction to Logic
- etc

Nota — Pontos de vista: matemática, filosofia, computação

PRÓXIMO TÓPICO

- 1 INTRODUÇÃO AO CURSO
- 2 **BRINCADEIRAS LÓGICAS**
- 3 INTRODUÇÃO HISTÓRICA

MU-PUZZLE

(“Gödel, Escher e Bach”, Hofstadter)

Transforme MI em MU:

- Adicione um U no final de qualquer coisa que termine com I
- Dobre qualquer coisa após o M (mude Mx para Mxx)
- Troque qualquer III por U.
- Remova qualquer UU.

MU-PUZZLE

(“Gödel, Escher e Bach”, Hofstadter)

Transforme MI em MU:

- Adicione um U no final de qualquer coisa que termine com I
- Dobre qualquer coisa após o M (mude Mx para Mxx)
- Troque qualquer III por U.
- Remova qualquer UU.

$MI \rightarrow MIU \rightarrow MIIU \rightarrow MIIIU \rightarrow MUU \rightarrow MUUU \rightarrow MU$

ZEBRA-PUZZLE

5 casas

- Cor da casa
- Nacionalidade do morador
- Bebida preferida
- Cigarro preferido
- Marca de Carro
- Animal de estimação

AFIRMAÇÕES

São cinco casas alinhadas. O inglês mora na casa vermelha. O espanhol é dono do cachorro. O café é bebido na casa verde. O ucraniano bebe chá. A casa verde fica imediatamente à direita da casa de marfim. O dono da Ferrari é dono de caramujos. Kombi é da casa amarela. O leite é bebido na casa do meio. O norueguês mora na primeira casa. O homem que tem uma BMW vive ao lado do homem com a raposa. Kombi é guardada na casa ao lado da casa onde o cavalo é mantido. Dono do fusca bebe suco de laranja. Os japoneses dirigem Honda. O norueguês mora ao lado da casa azul.

PRÓXIMO TÓPICO

- 1 INTRODUÇÃO AO CURSO
- 2 BRINCADEIRAS LÓGICAS
- 3 **INTRODUÇÃO HISTÓRICA**

DUAS ORIGENS DA LÓGICA MODERNA

(Pulando lógica aristotélica, lógica medieval (área enorme))

- Origem algébrica: Álgebra Booleana (1854)
- Origem conjuntística: Cantor e a existência de conjuntos incontáveis (1874)
 - Infinito potencial: ∞
 - Infinito atual: $\aleph_0, \aleph_1, \dots, \aleph_n, \dots$
 - Hipótese do Contínuo: $\text{card}(\mathbb{R}) = \aleph_1?$

FREGE E O PROJETO FORMALISTA

- Frege propôs o Cálculo de Predicados para raciocinar sobre conjuntos potencialmente infinitos
- Paradoxo de Russell (1905): o conjunto $U = \{x | x \notin x\}$ não existe. Consequências:
 - O conjunto de todos os conjuntos não existe (não é um conjunto)
 - O cálculo de Frege é inconsistente
 - Surge a Lógica de Primeira Ordem, que permite apenas quantificação sobre elementos de um conjunto dado (domínio)

HILBERT E O PROJETO MECANICISTA

- Hilbert (1923) queria encontrar um conjunto de axiomas a partir dos quais fosse possível demonstrar todas as verdades matemáticas de forma finitística (algorítmica/recursiva).
- Em 1930 Gödel axiomatiza a Lógica de Primeira Ordem (LPO)
- Em 1931 Gödel mostra que a aritmética não é recursiva
- Fim do programa mecanicista de Hilbert!
- Resultados a partir de 1931 mostram vários formalismos capazes de expressar Funções Recursivas Gerais: Lógica de 1ª ordem, Cálculo Lâmbda, Funções Parciais Recursivas, Sistemas de Reescrita de Post.

NASCIMENTO DA CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

- **Tese de Church:** Recursivo = Computável

NASCIMENTO DA CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

- **Tese de Church**: Recursivo = Computável
- Artigo de Alan Turing (1936/7):

NASCIMENTO DA CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

- **Tese de Church:** Recursivo = Computável
- Artigo de Alan Turing (1936/7):
 - Existem números não computáveis

NASCIMENTO DA CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

- **Tese de Church:** Recursivo = Computável
- Artigo de Alan Turing (1936/7):
 - Existem números não computáveis
 - A Lógica de 1a ordem não é decidível/recursiva

NASCIMENTO DA CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

- **Tese de Church:** Recursivo = Computável
- Artigo de Alan Turing (1936/7):
 - Existem números não computáveis
 - A Lógica de 1a ordem não é decidível/recursiva
 - Máquinas de Turing universal e o problema da parada

NASCIMENTO DA CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

- **Tese de Church:** Recursivo = Computável
- Artigo de Alan Turing (1936/7):
 - Existem números não computáveis
 - A Lógica de 1a ordem não é decidível/recursiva
 - Máquinas de Turing universal e o problema da parada
 - Máquinas de turing universais expressam as funções recursivas

NASCIMENTO DA CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

- **Tese de Church:** Recursivo = Computável
- Artigo de Alan Turing (1936/7):
 - Existem números não computáveis
 - A Lógica de 1a ordem não é decidível/recursiva
 - Máquinas de Turing universal e o problema da parada
 - Máquinas de turing universais expressam as funções recursivas
- **Tese de Church-Turing**

NASCIMENTO DA CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

- **Tese de Church:** Recursivo = Computável
- Artigo de Alan Turing (1936/7):
 - Existem números não computáveis
 - A Lógica de 1a ordem não é decidível/recursiva
 - Máquinas de Turing universal e o problema da parada
 - Máquinas de turing universais expressam as funções recursivas
- **Tese de Church-Turing**
- Primeiros computadores (1946): **construir a máquina universal de Turing.**

NASCIMENTO DA TEORIA DA COMPLEXIDADE

- Hartmanis e Stearns (1963–1965): criam o conceito de classe de complexidade
- Uma forma rigorosa de se referir a problemas de complexidade semelhante ou mais/menos complexos.
- Hierarquia de complexidade temporal: $TD(f(n)) \subsetneq TD(f(n)^2)$
- Baseado em máquinas de Turing (até então não eram utilizadas)
- Hierarquia de espaço; tb tempo e espaço não-determinísticos.

SAT E A QUESTÃO $P = NP$

- Cook (1971): SAT é NP-completo; Levin (1973) descobriu outro problema NP-completo independentemente
- Teoria da prova de lógica proposicional é um problema central em computação
- Questão $P=NP$ aberta até hoje
Criticar é mais fácil do que fazer!
- Grande desenvolvimento em resolvedores SAT desde 1992.