MAT0122 ÁLGEBRA LINEAR I

FOLHA DE SOLUÇÃO

Nome:Beatriz Viana Costa **Número USP: 13673214**

Assinatura

Beatriz Viana Costa

Sua assinatura atesta a autenticidade e originalidade de seu trabalho e que você se compromete a seguir o código de ética da USP em suas atividades acadêmicas, incluindo esta atividade.

Exercício: E55 **Data: 03/11/2022**

SOLUÇÃO

i)

Temos f: Span S $\longrightarrow$ *W, tal que f(*v_i*)* $= \varphi(v_i)$.

Sabemos que para f ser uma função linear, sabemos que:

$$f(\alpha_1 v_1 + ... + \alpha_n v_n) = \alpha_1 f(v_1) + ... + \alpha_n f(v_n)$$
$$f(\alpha_1 v_1 + ... + \alpha_n v_n) = \alpha_1 u_1 + \alpha_n u_n$$

Tal que $u_1, ..., u_n \in W$. *E sabendo pelo enunciado que f(*v_i*)* $= \varphi(v_i)$, *temos então que:*

$$f(\alpha_1 v_1 + ... + \alpha_n v_n) = \alpha_1 \varphi(v_1) + ... + \alpha_n \varphi(v_n)$$

E portanto, chegamos que $f(v_i) = \varphi(v_i)$, *dessa forma, há tal função linear f.*

ii)

Temos pelo item anterior que:

$$f(\alpha_1 v_1 + ... + \alpha_n v_n) = \alpha_1 u_1 + ... + \alpha_n u_n$$

Se realizarmos a a subtração de f(v_i*) por uma função* $\varphi(v_i)$, *de forma que ambas resultam no mesmo* $u_i \in W$:

$$f - \varphi = \alpha_1[u_1 - \varphi(v_1)] + ... + \alpha_n[u_n - \varphi(v_n)]$$
$$0 = \alpha_1[u_1 - \varphi(v_1)] + ... + \alpha_n[u_n - \varphi(v_n)]$$

E como sabemos que $u_i = \varphi(v_i)$, *chegamos que:*

$$0 = \alpha_1[0] + ... + \alpha_n[0]$$
$$0 = 0$$

E, portanto, encontramos que f(v_i*)* $= \varphi(v_i)$, *ou seja, f é única.*