MAT0122 ÁLGEBRA LINEAR I

FOLHA DE SOLUÇÃO

Nome:Beatriz Viana Costa **Número USP: 13673214**

Assinatura

Beatriz Viana Costa

Sua assinatura atesta a autenticidade e originalidade de seu trabalho e que você se compromete a seguir o código de ética da USP em suas atividades acadêmicas, incluindo esta atividade.

Exercício: E77 **Data: 10/12/2022**

SOLUÇÃO

i)

•$\{v_1, v_2\} \in \mathbb{R}^3$ *ortogonal;*

• $M = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 \end{bmatrix}$.

$$M^T M = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 & v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle v_1, v_1 \rangle & \langle v_1, v_2 \rangle \\ \langle v_2, v_1 \rangle & \langle v_2, v_2 \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I_2$$

Dessa forma, encontramos que $M^T M = I_n$. *Agora iremos verificar para* MM^T.

$$MM^T = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \\ z_1 & z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \langle x_1, x_1 \rangle + \langle x_2, x_2 \rangle & \langle x_1, y_1 \rangle + \langle x_2, y_2 \rangle & \langle x_1, z_1 \rangle + \langle x_2, z_2 \rangle \\ \langle y_1, x_1 \rangle + \langle y_2, x_2 \rangle & \langle y_1, y_1 \rangle + \langle y_2, y_2 \rangle & \langle x_1, z_1 \rangle + \langle x_2, z_2 \rangle \\ \langle z_1, x_1 \rangle + \langle z_2, x_2 \rangle & \langle z_1, y_1 \rangle + \langle z_2, y_2 \rangle & \langle z_1, z_1 \rangle + \langle z_2, z_2 \rangle \end{bmatrix} \neq I$$

ii)

• $M^T = M^{-1}$.

$$M^T M = \begin{bmatrix} \mathrm{v}_1 \\ \vdots \\ \mathrm{v}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{v}_1 & \cdots & \mathrm{v}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle v_1, v_1 \rangle & \cdots & \langle v_1, v_n \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle v_n, v_1 \rangle & \cdots & \langle v_n, v_n \rangle \end{bmatrix}$$

E como sabemos, $\langle v_i, v_j \rangle = 0$ *se* $i \neq j$, *e 1 caso contrário dessa forma* $M^T M = I_n$.
Analogamente, realizaremos a mesma análise para MM^T:

$$MM^T = \begin{bmatrix} \mathrm{v}_1 & \cdots & \mathrm{v}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{v}_1 \\ \vdots \\ \mathrm{v}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle v_1, v_1 \rangle & \cdots & \langle v_1, v_n \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle v_n, v_1 \rangle & \cdots & \langle v_n, v_n \rangle \end{bmatrix} = I_n$$