MAE0119 INTRODUÇÃO À ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

FOLHA DE RESPOSTAS - LISTA 4

Nome: Beatriz Viana Costa **Número USP: 13673214**

1)

Fórmula da área do círculo: πr^2.

Aplicando a fórmula para calcular a área dos três círculos, de maneira equiprovável, do de menor raio para o de maior e eliminando as intersecções, temos:

• $A_A = \frac{\pi}{9}$
• $A_B = \frac{5\pi}{36}$
• $A_C = \frac{3\pi}{4}$

Usaremos então que $P(X) = \frac{|A|}{|\Omega|}$, *onde A é a área do círculo de interesse e* Ω *a área total. Sabendo que* $|\Omega| = \pi$, *temos as seguintes probabilidades de um tiro ser dado em cada seção:*

•$P(A) = \frac{\pi}{9} * \frac{1}{\pi} = \frac{1}{9}$
• $P(B) = \frac{5\pi}{36} * \frac{1}{\pi} = \frac{5}{36}$
• $P(C) = \frac{3\pi}{4} * \frac{1}{\pi} = \frac{3}{4}$

Temos então que P(X), a probabilidade de ocorrer exatamente um tiro em cada uma das três regiões:

• $P(X) = \frac{1}{9} * \frac{5}{36} * \frac{3}{4} = \frac{5}{432}$

2)

Temos que para que $P(X{=}x){=}c2^x$ *seja uma função de probabilidade:*

$$\sum_{i=1}^{N} P(X = x_i) = \sum_{i=1}^{N} c2^{x_i} = 1$$

Expandindo a fórmula de 1 até N temos:

$$c2 + c2^2 + ... + c2^N = 1$$
$$c[2 + 2^2 + ... + 2^N] = 1$$
$$c * \sum_{i=1}^{N} 2^i = 1$$
$$c = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} 2^i}$$

E utilizando a fórmula de soma de progresão geométrica finita, onde a razão q é igual a 2, conseguimos:

$$c = \frac{1}{4^N - 2}$$

E então temos a esperança de X:

$$\mathbb{E}(X) = \sum_{i=1}^{N} i * (c2^i)$$

3)

• *No primeiro exame:*

- 100 questões com 2 altenativas, respondendo ao acaso, probabilidade $q = \frac{1}{2}$ *de acertar cada questão.*

Seja X *a quantidade de questões acertadas, temos* $P(X \geq 55)$ *a probabilidade de acertar pelo menos 55 questões no primeiro exame. Temos que a probabilidade de acertar pelo menos 55 questões é igual a 1 menos a probabilidade de acertar menos de 55 questões utilizando a distribuição binomial.*

$$P(X \geq 55) = 1 - P(X < 55) = 1 - \sum_{i=0}^{54} \tbinom{100}{i} (\tfrac{1}{2})^i (\tfrac{1}{2})^{100-1} = 0.1841$$

Logo a probabilidade p de um candidado acertar pelo menos 55 questões em um teste de 100, onde cada uma possui 2 alternativas é de p = 0.1841

• *No segundo exame:*

- 100 questões com 5 alternativas cada uma, respondnedo ao acaso, temos $q' = \frac{1}{5}$ *a probabilidade de acertar cada questão.*

Temos então que encontrar o número a de questões, tal que a probabilidade de acertar no mínimo a questões é igual 0.1841. Temos então:

$$P(Y \geq a) = 0.1841$$

$$\sum_{i=0}^{a} \binom{100}{i} (\tfrac{1}{5})^i (\tfrac{4}{5})^{100-i} = 0.1841$$

Expandindo o somatório, encontramos que a quantidade a de questões para que a probabilidade p' seja igual à 0.1841 é aproximadamente 24 questões.

4)

Temos que a soma de duas normais independentes (e qualquer uma de suas combinações) também é uma normal. Iremos então chamar $\overline{X}$ - $\overline{Y}$ *de Z.*

5)