MAT0122 ÁLGEBRA LINEAR I

FOLHA DE SOLUÇÃO

Nome:Beatriz Viana Costa **Número USP: 13673214**

Assinatura

Beatriz Viana Costa

Sua assinatura atesta a autenticidade e originalidade de seu trabalho e que você se compromete a seguir o código de ética da USP em suas atividades acadêmicas, incluindo esta atividade.

Exercício: E35 **Data: 09/10/2022**

SOLUÇÃO

Para provar Null H = Span $\{G_*1, ..., G_*4\}$ *iremos mostrar que Null H* $\subset$ *Span* $\{G_*1, ..., G_*4\}$ *e Null H* $\supset$ *Span* $\{G_*1, ..., G_*4\}$
Seja $V =$ *Span* $\{G_*1, ..., G_*4\}$, $v \in V$ *e tendo H como:*

$$\text{H} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

i) $V \subset$ *Null H:*

$$(1)\ \ H^*g_*1 = H * \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$(2)\ \ H^*g_*2 = H * \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$(3)\ \ H^{*}g_{*}3 = H * \begin{vmatrix}1\\0\\0\\1\\1\\0\\0\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}0\\0\\0\end{vmatrix}$$

$$(4)\ \ H^{*}g_{*}2 = H * \begin{vmatrix}1\\1\\1\\0\\0\\0\\0\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}0\\0\\0\end{vmatrix}$$

Logo percebemos que $\forall$v $\in$ *V, v* $\in$ *Null H.*

ii) V $\supset$ *Null H:*
Temos que c $\in$ *Null H.*

$$\text{c} = \begin{vmatrix}c_1\\c_2\\c_3\\...\\c_7\end{vmatrix}\ \text{H*C} = \begin{vmatrix}0\\0\\0\end{vmatrix} \leftrightarrow \begin{vmatrix}c_4 + c_5 + c_6 + c_7\\c_2 + c_3 + c_6 + c_7\\c_1 + c_3 + c_5 + c_4\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}0\\0\\0\end{vmatrix}$$

Logo encontramos w $\in$ *GF(2)*^{4} *tal que:* $\text{w} = \begin{vmatrix}c_7\\c_6\\c_5\\c_3\end{vmatrix}$

$$\text{G*W} = \begin{vmatrix}c_7 + c_5 + c_3\\c_7 + c_6 + c_3\\c_3\\c_7 + c_6 + c_5\\c_5\\c_6\\c_7\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}c_1\\c_2\\c_3\\c_4\\c_5\\c_6\\c_7\end{vmatrix} = \text{c}$$

Portando $\forall c \in$ *Null H* $w = \begin{vmatrix}w_1\\...\\w_4\end{vmatrix}$ *tal que* $G^{*}W = c$

Chegamos então que:

$$G^*W = \mathrm{w}_1{}^*G_*1 + \mathrm{w}_2{}^*G_*2 + \mathrm{w}_3{}^*G_*3 + \mathrm{w}_4{}^*G_*4 = \begin{vmatrix} G_*1 & G_*2 & G_*3 & G_*4 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{vmatrix}$$

Finalmente chegamos em $c = \sum_{i=1}^{4} w_i * G_*i \in V$, *assim* $V \supset$ *Null H.*