

MAT0122 ÁLGEBRA LINEAR I

FOLHA DE SOLUÇÃO

Nome: Beatriz Viana Costa

Número USP: 13673214

Assinatura

Beatriz Viana Costa

Sua assinatura atesta a autenticidade e originalidade de seu trabalho e que você se compromete a seguir o código de ética da USP em suas atividades acadêmicas, incluindo esta atividade.

Exercício:E23

Data:22/09/2022

SOLUÇÃO

i)

Realizando o produto de matriz X matriz, ou apenas a potência de matrizes, podemos encontrar o caminho de um vértice a outro com um comprimento x , temos inicialmente a matriz A elevada a quarta potência:

$$A^4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^4$$

Sendo que as linhas e colunas estão organizadas de tal maneira, que cada uma representa, na ordem, os vértices 1, 2, 3 e 4.

Com esta potência de matrizes temos como resultado:

$$A^4 = \begin{bmatrix} 10 & 9 & 14 & 9 \\ 9 & 38 & 4 & 9 \\ 14 & 4 & 24 & 14 \\ 9 & 9 & 14 & 10 \end{bmatrix}$$

Olhando a segunda linha e terceira coluna 2, 3 (ou a terceira linha e segunda coluna, pois a matriz é simétrica à sua diagonal principal), temos que a quantidade de caminhos que levam do vértice 3 ao 2 com comprimento 4 são 4.

Da mesma maneira, aplicando essa fórmula para o comprimento igual a 32, e olhando nas coordenadas 2, 3, temos:

$$A^{32}2,3 = 16.556.783.555.572$$

ii)

De maneira análoga ao exercício anterior. Podemos fazer a matriz B elevada a trigésima segunda potência, com as colunas e linhas ordenadas pelos vértices 1, 2, 3, 4, 5, e 6, respectivamente:

$$A^{32} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{32}$$

Temos então que a quantidade de caminhos é igual a:

$$A^{32}_{1,6} = 576.013.269.554$$