MAT0122 ÁLGEBRA LINEAR I

FOLHA DE SOLUÇÃO

Nome:Beatriz Viana Costa **Número USP: 13673214**

Assinatura

Beatriz Viana Costa

Sua assinatura atesta a autenticidade e originalidade de seu trabalho e que você se compromete a seguir o código de ética da USP em suas atividades acadêmicas, incluindo esta atividade.

Exercício: E65 **Data: 10/11/2022**

SOLUÇÃO

i)

Objetivo: [u] = u + Ker f

Temos u' - u = 0, pois se são equivalentes, vale que:

$$f(u' - u) = 0$$

E por f ser uma função linear, temos então que:

$$f(u') - f(u) = 0$$

Que por sua vez é verdadeiro, pois u' e u são equivalentes, portanto:

$$f(u') = f(u)$$

Dessa forma, temos então que u' - u = w $\in$ Ker f, logo u' = u + w, que por sua vez pode ser expressado como u' = $\{u\}$ + Ker f.
E sabemos que $\forall$u' $\exists$ u, Ker f tal que $\{u\}$ + Ker f = u', pois tendo um conjunto U, tal que U = U + Ker f, sendo f*: U $\longrightarrow$ V*, uma função inversível, temos que $\forall$ u $\in$ U* $\Longrightarrow$ se u' $\sim$ u, então, por definição, u' U*, e portanto, u' $\in$ Ker f, havendo uma correspondência de 1 para 1. Assim dim [u] = dim Ker f, e assim, sabemos que para qualquer w $\in$ Ker f, existe u' de maneira que a relação apresentada é satisfeita.*

ii)

Objetivo: π: U $\longrightarrow$ U/ $\sim$, tal que $\pi(u)$ = [u], é bijetora.*

- *Sobrejetora:*

[u] $\in$ U/ $\sim$, [u] = u + Ker f
Iremos mostrar que $\exists$u $\in$ U* tal que π(u*) = [u].*
Seja u = u + w, onde w $\in$ Ker f, temos:*

$$[u] = u^* + w + Ker\ f$$
$$[u] = u^* + Ker\ f$$
$$[u] = \pi(u^*)$$

Portanto pi é sobrejetora.

- *Injetora:*

Sejam u_1 *e* $u_2 \in U^*$. *Temos:*

$$[u_1] \neq [u_2]$$
$$\pi(u_1) \neq \pi(u_2)$$
$$u_1 + Ker\ f \neq u_2 + Ker\ f$$
$$u_1 \neq u_2$$

Logo π *é injetora, e portanto, bijetora.*