Universidade de São Paulo

Instituto de Matemática e Estatística

MAC0210 - Laboratório de Métodos Numéricos

2023

Exercício-programa 1: Equações não lineares em uma variável

Beatriz Viana Costa

Conteúdo

1. Método do Ponto Fixo

Na primeira parte do exercício-programa, deveríamos fazer um programa, que ao receber um ponto inicial $x0$, tal que $x0 \in \mathbb{R}$, deveria devolver a raiz da função $f(x) = exp(x) - 2x^2$.
Por meio do enunciado, temos a informação de que a função apresenta 3 raízes, e por meio da ferramenta *Geogebra*[1] pudemos encontrá-las.
Dessa forma, as raízes da função apresentada são:

$$\begin{cases} x_1^* \approx -0.5398352 \\ x_2^* \approx 1.4879620 \\ x_3^* \approx 2.6178666 \end{cases}$$

1.1. Funções utilizadas.

Para encontrar a função $g(x)$ que iríamos utilizar no programa, igualamos nossa função $f(x)$ dada à 0, para dessa forma conseguirmos isolar o x.

$$f(x) = 0 = exp(x) - 2x^2$$

Com está técnica, foi possível encontrar 3 funções $g(x)$, são elas:

$$g(x) = ln2x^2 \tag{1}$$

$$g(x) = \sqrt{\frac{e^x}{2}} \tag{2}$$

$$g(x) = -\sqrt{\frac{e^x}{2}} \tag{3}$$

Assim, para analisar quais funções convergiam para certas raízes foi necessário tirar o intervalo de cada uma utilizando a relação:

$$|g(x)^{'}| < 1$$
$$|g(x^*)^{'}| < 1,$$

Logo a função (1) converge para $x < 0$ ou $x > 2$ e as funções (2) e (3) convergem para $x > -1.75$.
Agora analisando utilizando as raízes encontramos que a função (1) converge para a raiz x_3^*, a função (2) converge para x_2^* e a função (3) converge para a raiz x_1^*.
Cruzando as informações que obtivemos, foi possível organizar o algoritmo para que dado qualquer ponto $x \in \mathbb{R}$, o método convergisse.

1.2. Resultado e análise dos experimentos.

O código foi testado para diferentes valores de x, tanto positivos, como negativos e nulos; e em todos os testes o método convergiu para uma das três raízes encontradas.
O código além de mostrar para qual raiz o método convergiu, mostra também quantos passos foram necessários. O método de parada utilizado foi a diferença absoluta entre o x anterior e o x atual, chamamos esse valor de *xtol* que possui o valor de 1×10^{-8}. Para a compilação e execução do programa é necessário utilizar os seguintes comandos no terminal:

```
$ gcc -ansi -Wall -pedantic ep1P1.c -lm
$ ./a.out
```

[1] Pode ser acessado por meio do link https://www.geogebra.org/?lang=pt.

O programa pedirá o ponto inicial, que pode ser informado tanto como um número inteiro como por um número real utilizando um ponto (.) para separar a parte decimal da parte inteira.

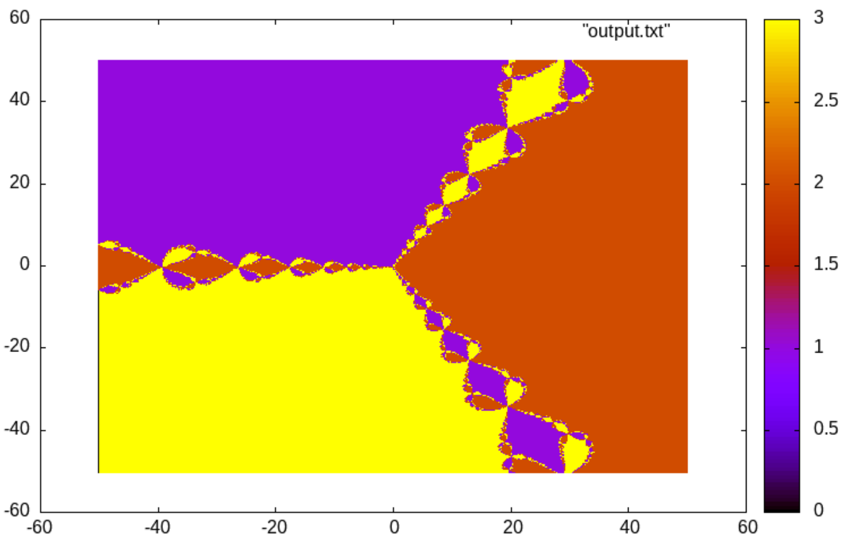
2. Método de Newton

Na segunda parte do exercício-programa, deveríamos aplicar o Método de Newton afim de gerar uma imagem mostrando as bacias de convergência de uma certa função, que pode ser escolhida pelo usuário. Para haver a troca da função, é necessário que o usuário abra o arquivo fonte em C, e logo nas primeiras linhas altere o valor de *#define f(x)* para a função desejada, e *#define Df(X)* para a derivada da função escolhida.
Mais uma vez o método de parada foi a diferença absoluta dos dois pontos consecutivos encontrados no método iterativo, o valor utilizado foi o mesmo utilizado na parte 1, $xatol = 1 \times 10^{-8}$.
O plano varia de 50 a -50 tanto no eixo x quanto no eixo y. A quantidade p de pixels escolhida foi 1000.
O programa em C gera um arquivo chamado *output.txt* que é utilizado porteriormente pelo GNUplot para a geração da imagem *output.png*.
Para compilar, executar o programa gerado e depois gerar a imagem utilizando o GNUplot, é necessário utilizar os seguintes comandos no terminal:

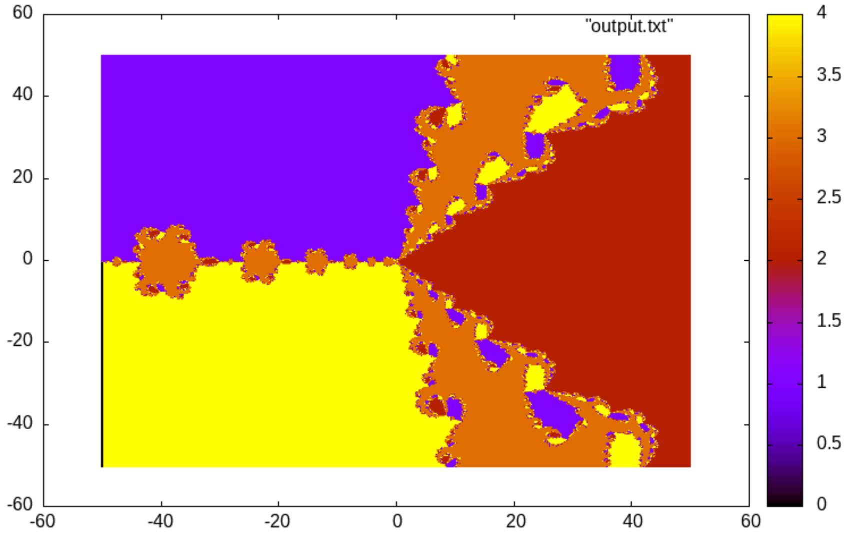
$ gcc -ansi -Wall -pedantic ep1P2.c -lm
$ ./a.out
$ gnuplot
$ set terminal png size (1200, 800)
$ set output "output.png"
$ plot "output.txt" with image pixel
$ q

2.1. **Resultados dos testes.**

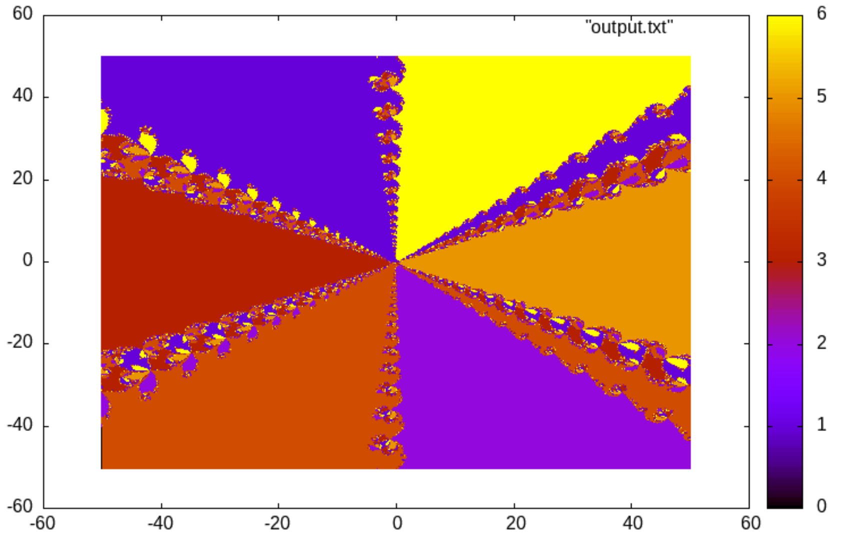
Juntamos aqui alguns resultados interessantes de funções testadas no programa.



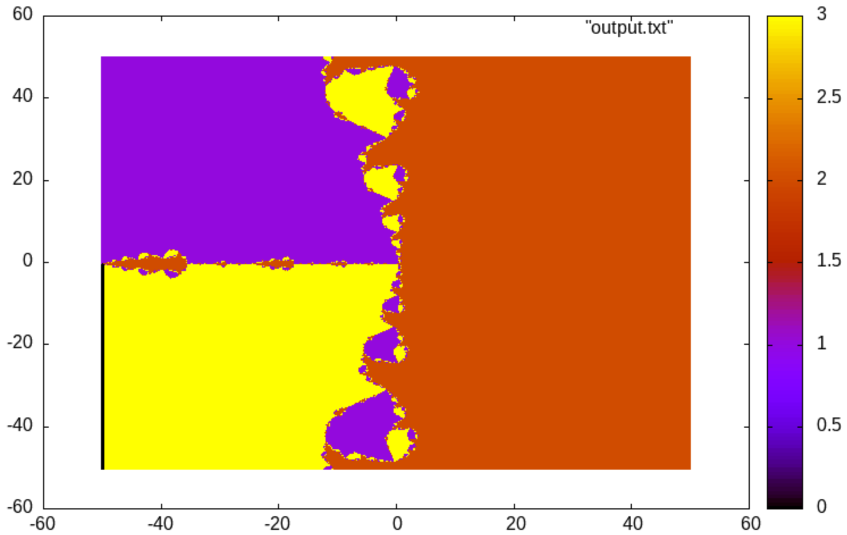
$f(x) = x^3 - 1$



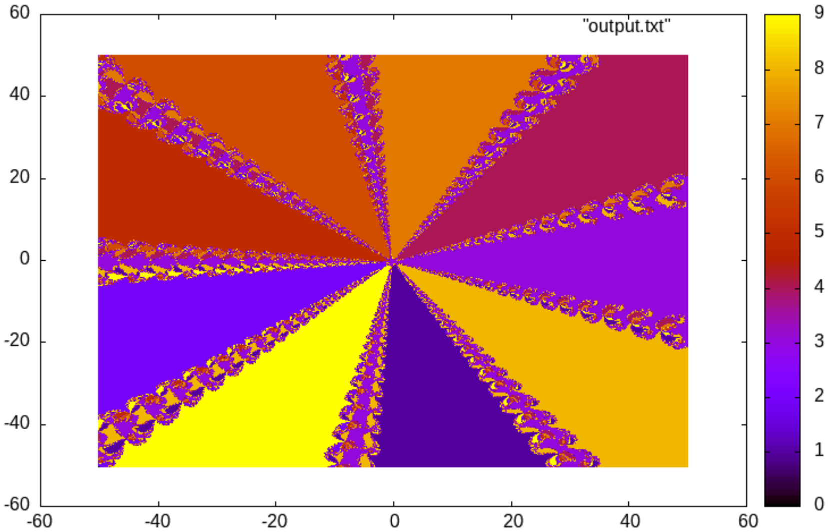
$f(x) = 2x^5 + 3x^4 - x^3 + x^2 - x - 1$



$f(x) = \sqrt{3}x^6 + x^3 - x^2 - 1$



$f(x) = -2x^2 + 4x + \frac{1}{x} + 1$



$$f(x) = 5x^9 - 3x^7 + \frac{1}{2}x^6 + 7x^5 - 4x^2 + 17x - 49$$