

**Universidade de São Paulo**  
Instituto de Matemática e Estatística

MAC0210 - Laboratório de Métodos Numéricos  
2023



*Exercício-programa 2: Tabela de Símbolos*

Beatriz Viana Costa

## Conteúdo

1.	Parte 1 - O Zoológico	3
1.1.	Teste 1	3
1.2.	Teste 2	3
1.3.	Teste 3	4
1.4.	Teste 4	4
1.5.	Teste 5	5
1.6.	Questionário	6
2.	Parte 2 - A Selva	7
2.1.	Teste 1	7
2.2.	Teste 2	7
2.3.	Teste 3	8
2.4.	Teste 4	8
2.5.	Questionário	9

## 1. Parte 1 - O Zoológico

Aqui foram realizados os testes com as imagens geradas no próprio *Octave*. As dimensões destas imagens geradas é  $500 \times 500$  e os testes foram realizados tanto para suas versões coloridas como em preto e branco.

Da esquerda para a direita, foram dispostas a imagem original, a imagem comprimida segundo os parâmetros indicados, a imagem descomprimida com o método da interpolação bilinear por partes e a imagem descomprimida com o método de interpolação bicubica por partes. Este padrão de exposição será o mesmo para todos os testes apresentados.

O erro da imagem colorida foi calculado de acordo com o enunciado, já para a imagem em preto o erro final também foi dividido por 3, com a exceção de que a diferença entre os pontos de cada imagem (a original e a descomprimida) só foi realizada em uma *layer*, uma vez que a imagem original possui apenas essa única *layer*.

Para calcular o erro das imagens em preto e branco é necessário comentar as linhas 24 e 25 da função *CalculateError()* entregue.

### 1.1. Teste 1.

A primeira imagem a ser apresentada é a dada pela função pedida no enunciado:

$$f(x, y) = (\operatorname{sen}(x), \frac{\operatorname{sen}(y) + \operatorname{sen}(x)}{2}, \operatorname{sen}(x))$$

Tal função possui a segunda derivada contínua no eixo dos reais, logo é de classe  $C^2$ .

Primeiro foi realizado o teste com a imagem colorida, comprimimos a imagem com o parâmetro  $k = 10$ , já na descompressão utilizamos os parâmetros  $k = 10$  e  $h = 5$ .

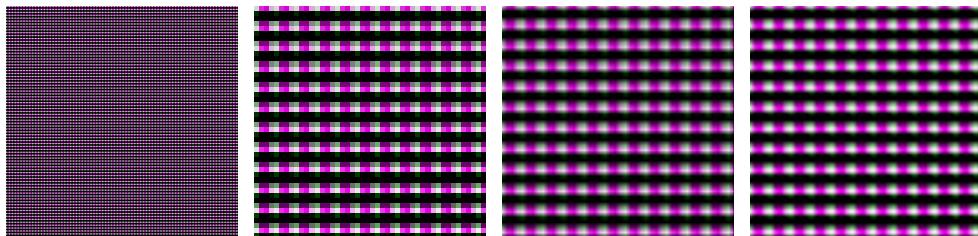


Figura 1. O erro calculado para a bilinear foi 0.4424, já para a bicubica foi de 0.4658.

Agora foram realizados os testes para a mesma imagem, porém com um filtro preto e branco aplicado, os parâmetros utilizados foram os mesmos do teste anterior.

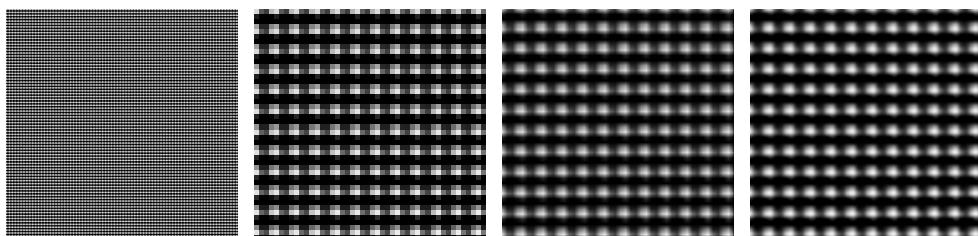


Figura 2. O erro calculado para a bilinear foi 0.1204, já para a bicubica foi de 0.12821.

### 1.2. Teste 2.

A função utilizada para a geração desta imagem foi:

$$f(x, y) = (\operatorname{senh}(y), \cos(x) + \cos(y) * 10, \cosh(x))$$

Tal função possui a segunda derivada contínua no eixo dos reais, logo é de classe  $C^2$ .

Os parâmetros utilizados para os seguintes testes foram  $k = 9$  e  $h = 3$ .

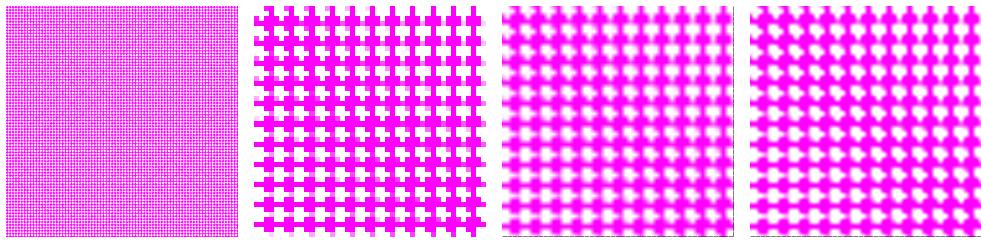


Figura 3. O erro calculado para a bilinear foi 0.2456, já para a bicubica foi de 0.2523.

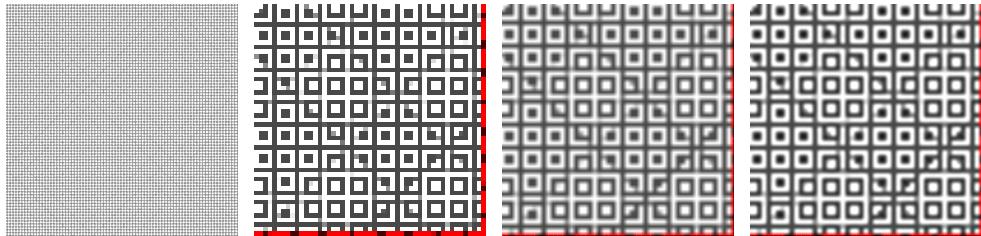


Figura 4. O erro calculado para a bilinear foi 0.1356, já para a bicubica foi de 0.1458.

### 1.3. Teste 3.

A função utilizada para a geração da imagem foi:

$$f(x, y) = (\cos(x), \csc(x \times y), \sin(x))$$

A função apresentada não é de classe  $C^2$ .

Os parâmetros utilizados foram  $k = 4$  e  $h = 1$ .

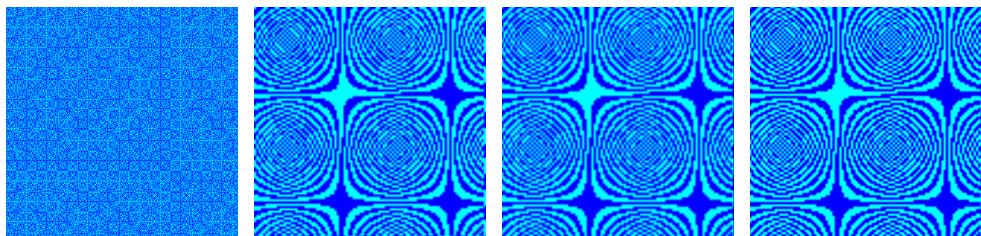


Figura 5. O erro calculado para a bilinear foi 0.1959, já para a bicubica foi de 0.2037.

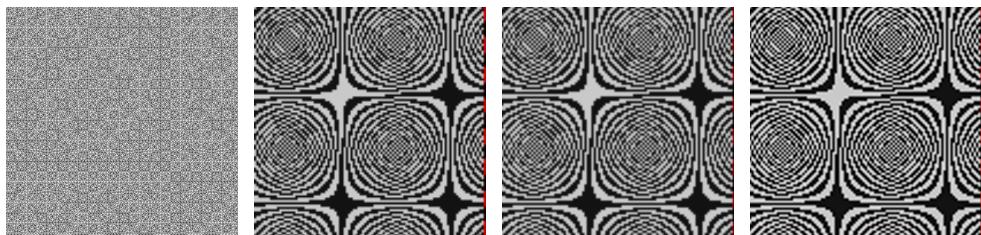


Figura 6. O erro calculado para a bilinear foi 0.1401, já para a bicubica foi de 0.1497.

### 1.4. Teste 4.

A função utilizada foi definida por:

$$f(x, y) = (\tan(x), \tanh(x \times y), \tanh)$$

Como no teste anterior, a função não é de classe  $C^2$ .

Os parâmetros utilizados foram  $k = 11$  e  $h = 7$ .

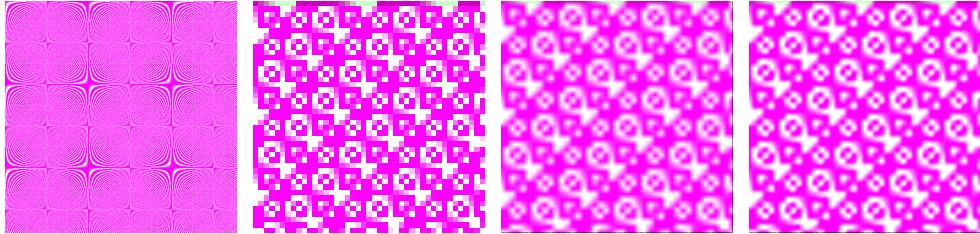


Figura 7. O erro calculado para a bilinear foi 0.1880, já para a bicubica foi de 0.1977.

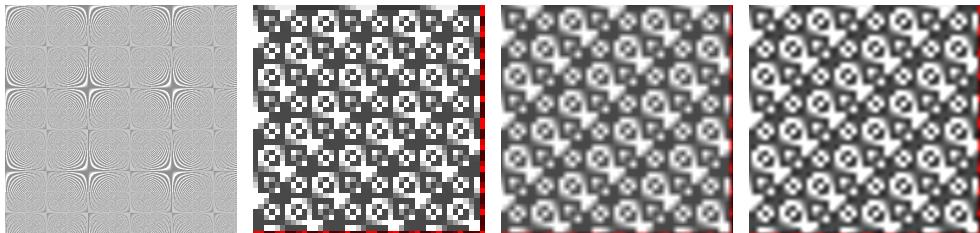


Figura 8. O erro calculado para a bilinear foi 0.1256, já para a bicubica foi de 0.1336.

### 1.5. Teste 5.

Aqui foi realizado o teste em que aplicamos a compressão com o parâmetro  $k = 7$ , depois fizemos dois testes: em um teste descomprimimos com  $k = 7$  e no outro aplicamos a descompressão 3 vezes, em ambos os testes utilizamos o parâmetro  $h = 2$ . O teste foi realizado somente para a imagem colorida. A função que gerou a imagem utilizada foi:

$$f(x, y) = (\tan(x), \tan(x \times y), \tan(x))$$

Os resultados a seguir são da imagem sendo comprimida e descomprimida apenas uma vez.

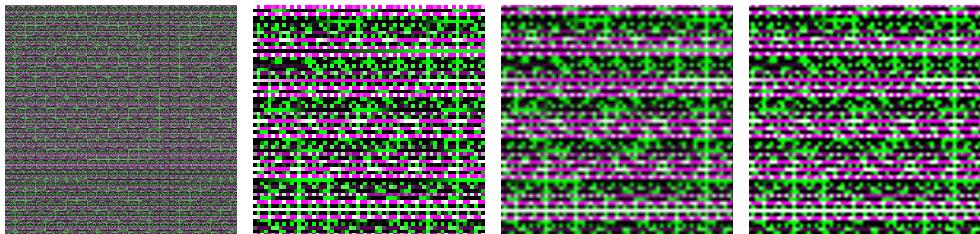


Figura 9. O erro calculado para a bilinear foi 0.5144, já para a bicubica foi de 0.5409.

Já os próximos resultados são da imagem descomprimida três vezes seguidas, e o erro calculado somente no final.

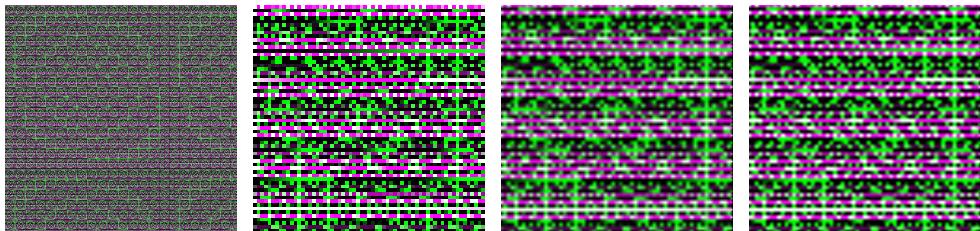


Figura 10. O erro calculado para a bilinear foi 0.5140, já para a bicubica foi de 0.5337.

Não foi possível observar grande diferença no resultado das descompressões visualmente, contudo, foi possível notar que os erros, tanto da bilinear quanto da bicubica, foram menores - mesmo que não de forma significante - quando adotamos o procedimento de descomprimir a imagem três vezes com  $k = 1$ . Além disso, foi perceptível também que a diminuição do erro foi menor no método de interpolação bicubica por partes.

Isso nos leva a crer que adotar a tática de descomprimir uma imagem aos poucos diminui o erro final, e além disso, também realizando quantas descompressões sejam necessárias, talvez o erro de interpolação bicubica por partes se torne menor do que o erro do método de interpolação bilinear por partes.

## 1.6. Questionário.

- Para os testes realizados as imagens em preto e branco se comportaram de forma muito parecida com as imagens coloridas, o que leva a crer que os métodos aplicados também funcionam bem para imagens em preto e branco e também para imagens coloridas.
- Para a segunda função testada, a compressão e descompressão não se comportou bem na imagem em preto e branco. Dessa forma, os métodos não funcionam bem para todas as funções de classe  $C^2$ , mas apresentam resultados satisfatórios de maneira geral.
  - As funções utilizadas nos testes 3 e 4 se comportaram bem, mesmo sendo funções que não possuem a segunda derivada contínua na reta real. Apesar disso, até mesmo o método da bicubica, que utiliza as informações das derivadas, teve resultados finais muito parecidos com os do método bilinear. E, mesmo que os erros apresentados pelo método da bicubica sejam maiores, a diferença entre os dois métodos é baixo.
  - O  $h$  altera o tamanho do quadrado que irá ser utilizado no momento da interpolação, dessa forma, quanto maior este parâmetro, "mais informação da imagem" o programa vai ter para tentar interpolar o ponto da linha e/ou coluna adicional.
  - Em todos os testes realizados a interpolação bilinear por partes apresentou erro inferior à interpolação bicubica por partes, contudo, como dito anteriormente, apesar do erro da bicubica ser maior, não há diferença significativa entre este e o erro da bilinear.

## 2. Parte 2 - A Selva

Aqui foram feitos os testes com imagens reais retiradas de pesquisas na *internet*. Como na seção anterior, os testes foram realizados para parâmetros variados e para as imagens coloridas e em preto e branco. Nessa seção foram exploradas também imagens com dimensões maiores.

### 2.1. Teste 1.

As dimensões da imagem são  $562 \times 562$ . Os parâmetro utilizados foram  $k = 6$  e  $h = 3$ .



Figura 11. O erro calculado para a bilinear foi 0.063416, já para a bicubica foi de 0.063313.



Figura 12. O erro calculado para a bilinear foi 0.020508, já para a bicubica foi de 0.020519.

A imagem original deste teste é a mesma do primeiro teste com a imagem colorida, só que em preto e branco. Não consegui inserir a imagem no *Latex*.

### 2.2. Teste 2.

As dimensões da imagem são  $720 \times 720$  e os parâmetro utilizados foram  $k = 12$  e  $h = 6$ .



Figura 13. O erro calculado para a bilinear foi 0.1651, já para a bicubica foi de 0.1677.



Figura 14. O erro calculado para a bilinear foi 0.055650, já para a bicubica foi de 0.056738.

### 2.3. Teste 3.

As dimensões da imagem são  $1600 \times 1600$  e os parâmetros utilizados foram:  $k = 16$  e  $h = 8$ .

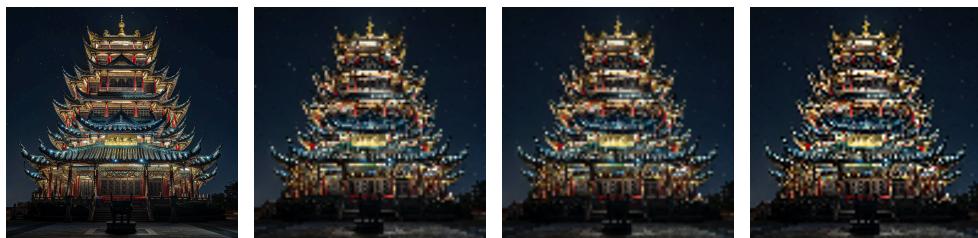


Figura 15. O erro calculado para a bilinear foi 0.1368, já para a bicubica foi de 0.1448.



Figura 16. O erro calculado para a bilinear foi 0.045057, já para a bicubica foi de 0.047736.

### 2.4. Teste 4.

As dimensões da imagem são  $1982 \times 1982$ . Os parâmetros utilizados foram  $k = 15$  e  $h = 12$ .



Figura 17. O erro calculado para a bilinear foi 0.035889, já para a bicubica foi de 0.036604.

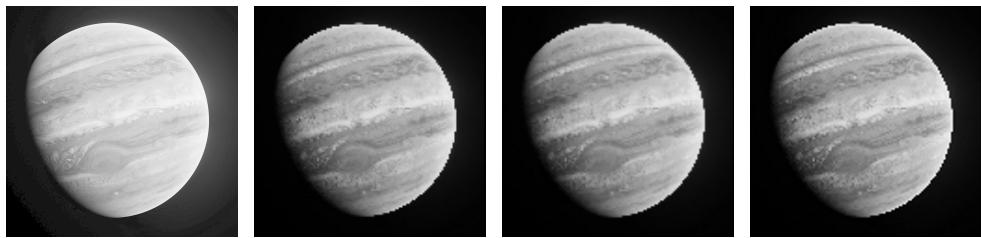


Figura 18. O erro calculado para a bilinear foi 0.011965, já para a bicubica foi de 0.012218.

## 2.5. Questionário.

- Os métodos apresentaram erros muito menores quando aplicados em imagens em preto e branco, mesmo que visualmente as imagens coloridas e em preto e branco pareçam ter a mesma qualidade. Dessa forma percebemos que as interpolações funcionam para ambos os tipos de imagem, contudo o erro é menor para imagens em preto e branco.
- Como dito anteriormente o  $h$  muda o quanto de informação sobre os outros pontos da imagem a função interpoladora vai ter, pudemos notar que não necessariamente ao aumentar o  $h$  nos aumentamos a qualidade do resultado final da imagem descomprimida.
- Como observado na parte 1 do exercício-programa, o erro se mantém menor na interpolação bilinear, e levemente maior na interpolação bicubica na maior parte dos casos. Contudo, em alguns testes os erros são praticamente iguais ou a interpolação linear possui um erro levemente maior.