Aufgabenblatt 2 Differentialgleichungen

1. Gib die Lösungsgesamtheit folgender Differentialgleichungen an.

a)
$$y'' + 1.6y' + y = 0$$

b)
$$y'' + 2y' - 3y = \cos x$$

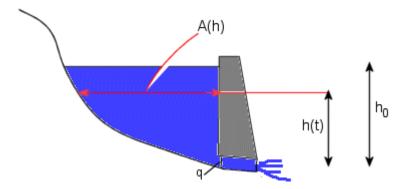
Bei b) ist zudem die Lösung mit den Anfangsbedingungen y(0)=1 und y'(0)=0 zu bestimmen.

2. DMK Analysis, Aufgabe 86, Seite 164

Gegeben ist die Differentialgleichung y'' + ay' = b mit $a, b \in \mathbb{R}$

- a) Bestimme die Lösungsgesamtheit mit Hilfe des Ansatzes u = y'.
- b) Berechne für a = 1, b = -1 diejenige Lösung, für die y(0) = 4 und y'(0) = 0 gilt.
- 3. Numerische Lösung mit TI Voyage.
 - a) Bestimme numerisch die Lösung der DGL bei 1b) mit den genannten Anfangsbedingungen. Gib y(1) und y(5) an und vergleiche mit der exakten Lösung bei 1b).
 - b) Gegeben ist das Differentialgleichungssystem: $x_1'' + 2x_1 = -x_2$ und $x_2'' x_2 = 3x_1$ der gesuchten Funktionen $x_1(t)$ und $x_2(t)$ mit den Anfangsbedingungen $x_1(0) = 1$, $x_1'(0) = x_2(0) = x_2'(0) = 0$. Gib $x_1(1)$, $x_2(1)$, $x_1(5)$ und $x_2(5)$ an.
- 4. DMK Analysis, Aufgabe 81, Seite 162

Das Wasser eines Stausees muss wegen Reparaturarbeiten abgelassen werden.



- a) Ermittle den Zusammenhang zwischen der Ausflusszeit t, dem Wasserstand h(t) und dem Inhalt A(h) der Wasseroberfläche und stelle eine Differentialgleichung für h(t) auf. Benutze dabei das Gesetz von Torricelli: Geschwindigkeit $v = \sqrt{2gh}$
- b) Löse die Differentialgleichung unter der Annahme, dass die Uferwände
 - b1) vertikal sind (A(h) ist eine konstante Funktion)
 - b2) geradlinig auf den Fuss der Staumauer zugehen (A(h) ist eine lineare Funktion)
 - b3) parabelförmig auf den Fuss der Staumauer zugehen (A(h) ist eine quadratische Funktion)

In welcher Zeit T ist jeweils der Stausee entleert (h(T) = 0)? $(A(h_0):=A_0)$