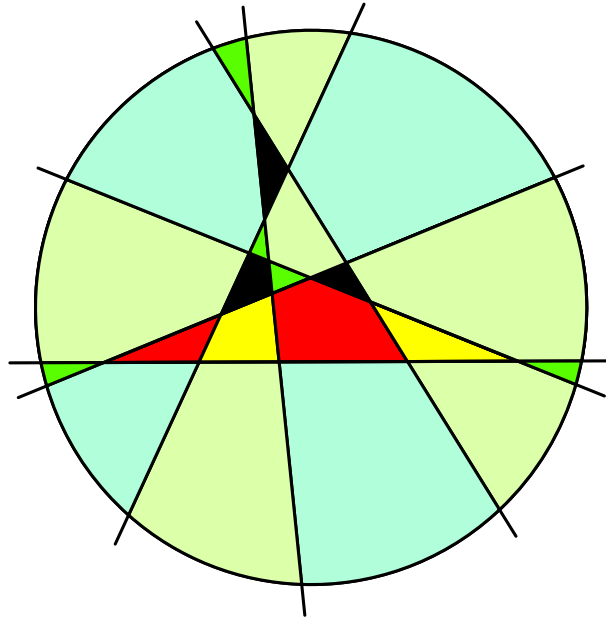


## was passiert



wenn mehr als **zwei** nur **zwei** Ziele verfolgen

Peter Hammer [hammer.ch@bluewin.ch](mailto:hammer.ch@bluewin.ch)

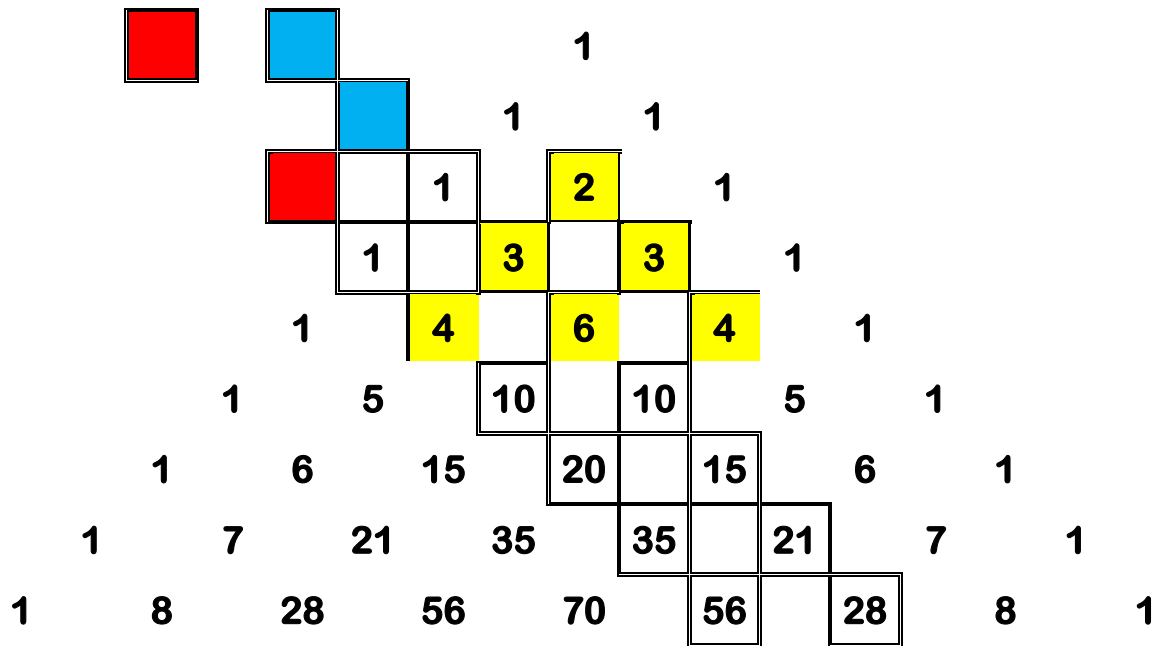
Armin Widmer [widmer.ar@bluewin.ch](mailto:widmer.ar@bluewin.ch)

Felix Huber [felix.68@gmx.ch](mailto:felix.68@gmx.ch)

**Rätsel des Monats**      $(2 + 2) \cdot 11 : 2 + 0 = 22$

## 22 ist (k)eine Quadratzahl

## Idee Felix Huber und Peter Hammer

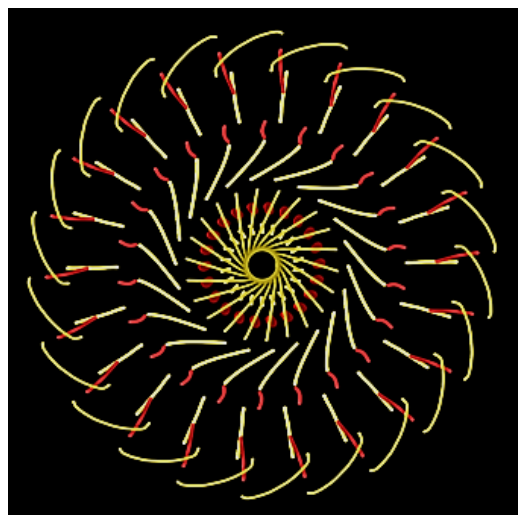
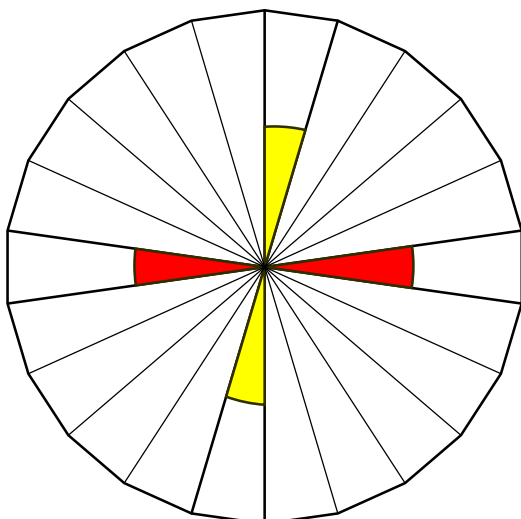


Darin sind wir uns wohl einig: «Wer findet, der sucht !» Im Pascalschen Dreieck ein weiteres Beispiel zu finden, das zur Jahreszahl **22** führt (Summe der gelben Felder), ist «just a funny clinch» ! Gleichermassen gestaltet sich die Suche von Quadratzahl-Mustern, da es doch einige, hübsch versteckte Varianten gibt.

In der «blauen» Diagonale wird «benachbart» addiert (  $1+3 = 4$  ,  $3+6 = 9$  , ... ). In der roten Diagonale wird «distanziert» subtrahiert (  $10 - 1 = 9$  ,  $20 - 4 = 16$  , ... ), um die Quadratzahlen herauszumeisseln. Das heisst, die Differenz zweier «lückenhaften» Nachbarn bildet stets eine Quadratzahl.

Werden die beiden «farbigen» Zahlenfolgen **1 – 3 – 6 – 10 – 15 – 21 – 28 – ...** und **1 – 4 – 10 – 20 – 35 – 56 – ...** horizontal aufgelistet, so werden in der blauen «Plus-Diagonale» und in der «roten Minus-Laufbahn» die Quadrate sofort ersichtlich.

**Frage** Wie sind weitere Quadratzahlen-Muster im Pascalschen Dreieck versteckt ?



<https://apps.apple.com/ch/app/iornament-kunst-der-symmetrie/id534529876>

Um die **22-er-Blume** (rechts) zu zeichnen, braucht es in der App «iOrnament» weniger als **22 Sekunden**. Innert **22 Sekunden** lassen sich auch die **22** Winkel im Zentrum eines regelmässigen **22-Ecks** (links) auf **22 Stellen** genau – aber bitte im Kopf – berechnen. So entsteht eine hübsche Verknüpfung zwischen der Zahl **22** und den Quadratzahlen. Zugleich drängt sich eine typische «felixanische» Frage auf.

**Frage**      **Wie viele reguläre n-Ecke gibt es, die analog zum Achteck mit 45° im Zentrum einen Winkel mit einer natürlichen Zahl «ausweisen» ?**

Eulers Vier-Quadrate-Identität ist bekannt: Das Produkt zweier Zahlen, von denen jede der beiden Zahlen aus einer Summe von vier Quadraten besteht, kann ebenfalls als Summe von vier Quadraten dargestellt werden. Im Jahr 1748 erwähnte Leonhard Euler (1707 – 1783) diese «quadratische Tugend» in einem Brief an Christian Goldbach (1690 – 1764). Betrachten wir als treffendes Beispiel die rein zufällig gewählten Zahlen **20** und **22**.

$$3^2 + 3^2 + 1^2 + 1^2 = 20 \quad 4^2 + 2^2 + 1^2 + 1^2 = 22 \quad 20 \cdot 22 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$$

**Frage**      **Zur Darstellung des Produktes 440 als Summe von vier Quadraten gibt es drei Varianten. Welche der drei Varianten führt bei einem «Querblick» direkt zur Zahl 22 ?**

**Frage**      **Ebenfalls zu einer Quadratzahl führt die Summe der Faktoren :  $22 = 1 \times 22 = 2 \times 11$  ;  $1 + 22 + 2 + 11 = 36$ . Ist dies einzigartig ?**