



CAMPUS DE EXCELENCIA INTERNACIONAL

Estadística y probabilidad con Geogebra

Virgilio Gómez Rubio
María José Haro Delicado



Virgilio.Gomez@uclm.es



@precariobecario



<https://becarioprecario.github.io>



Castilla-La Mancha

Una manera
de hacer Europa

Fondo Europeo de
Desarrollo Regional



Unión Europea



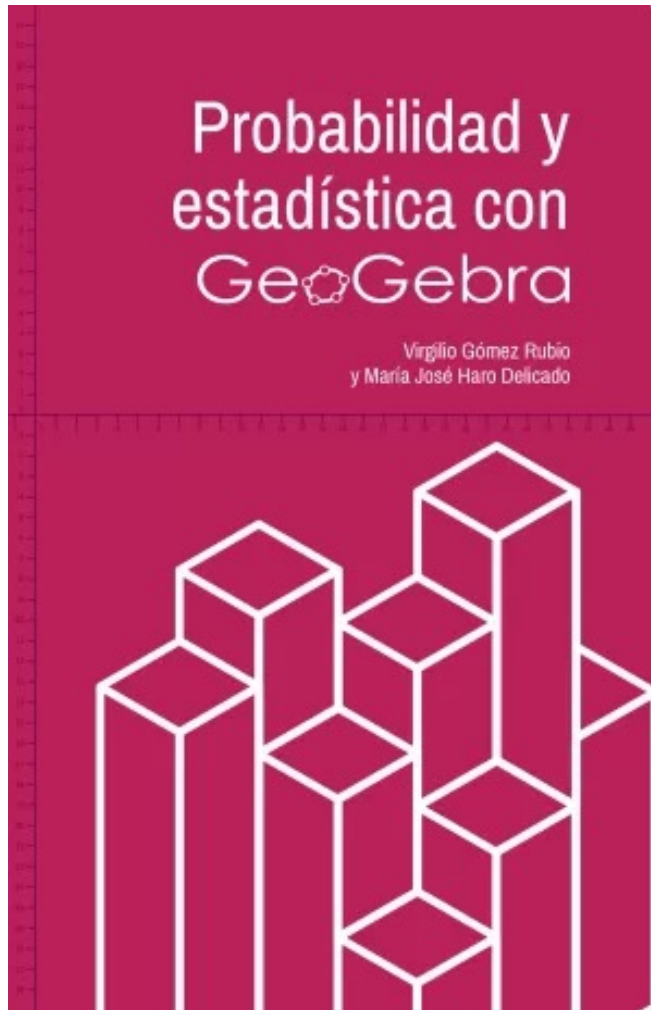
Facultad de
Educación
Cuenca



Introducción

- Probabilidad y estadística con GeoGebra.
- Vistas de Hoja de Cálculo y Probabilidad.
- Contenidos:
 - Estadística descriptiva.
 - Estadística descriptiva multivariante.
 - Variables aleatorias y modelos de distribución.
 - Otros resultados sobre distribuciones.
 - Intervalos de confianza y contraste de hipótesis.
 - Análisis de la varianza.
- Vistas de Hoja de Cálculo y Probabilidad.
- Comandos de GeoGebra.

Probabilidad y estadística con GeoGebra



¿Por qué un libro de probabilidad y estadística con GeoGebra?

- En general, la mayoría de recursos y libros se centran en geometría y análisis.
- Nosotros habíamos trabajado mucho con R en secundaria, bachillerato y universidad (grado y máster).
- Teníamos interés en explotar las posibilidades interactivas de GeoGebra para enseñar probabilidad y estadística.
- Muy buena disposición por parte del servicio de publicaciones de la FESPM.

Resumen de contenidos

- Estadística descriptiva.
- Estadística descriptiva multivariante.
- Variables aleatorias y modelos de distribución.
- Otros resultados sobre distribuciones.
- Intervalos de confianza y contraste de hipótesis.
- Análisis de la varianza.
- Apéndice: resumen de comandos de GeoGebra.

Materiales del taller (16:30-18:15)

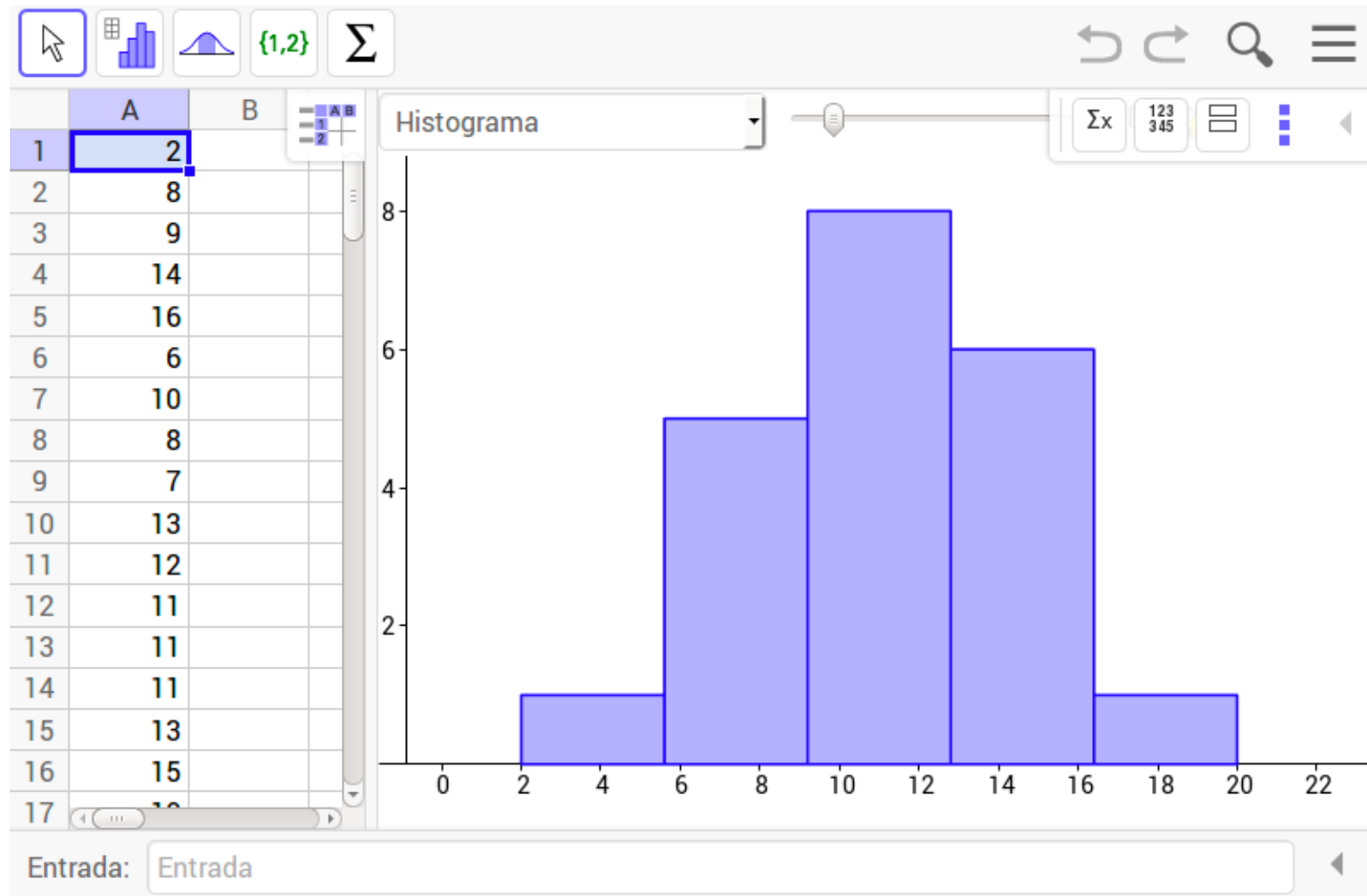


<https://github.com/becarioprecario/TallerGeoGebra>

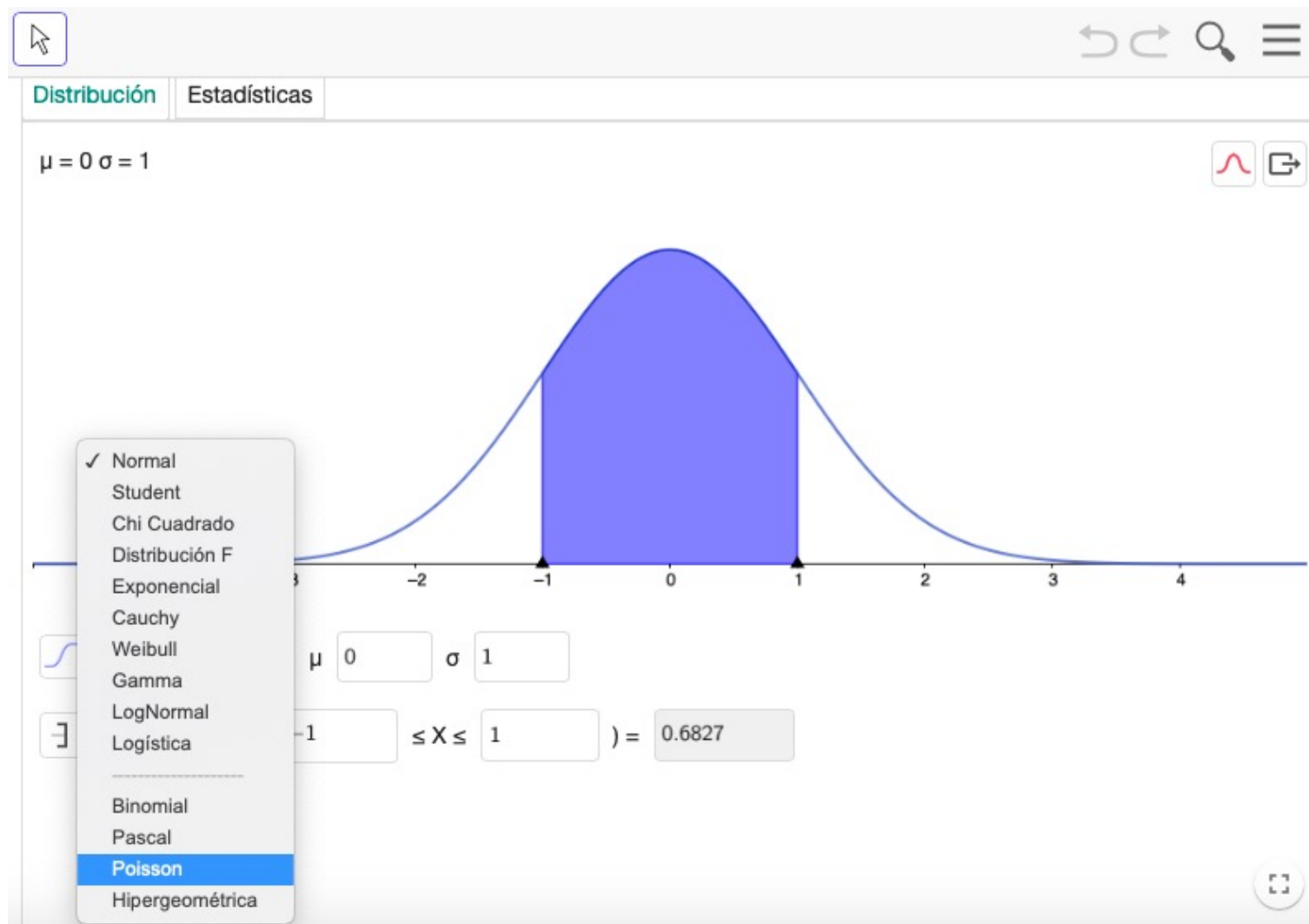
Nuevas vistas




Vista de Hoja de cálculo







Vista de Probabilidad



Vista de Probabilidad





Distribución

Estadísticas

Intervalo T de una media

Nivel de confianza 0.95

Muestra

Media 6

s 12

N 16

Intervalo T de una media

Media	6
s	12
ES	3
N	16
glib	15
Extremo inferior	-0.3943
Extremo superior	12.3943
Intervalo	6 ± 6.3943

Resultado

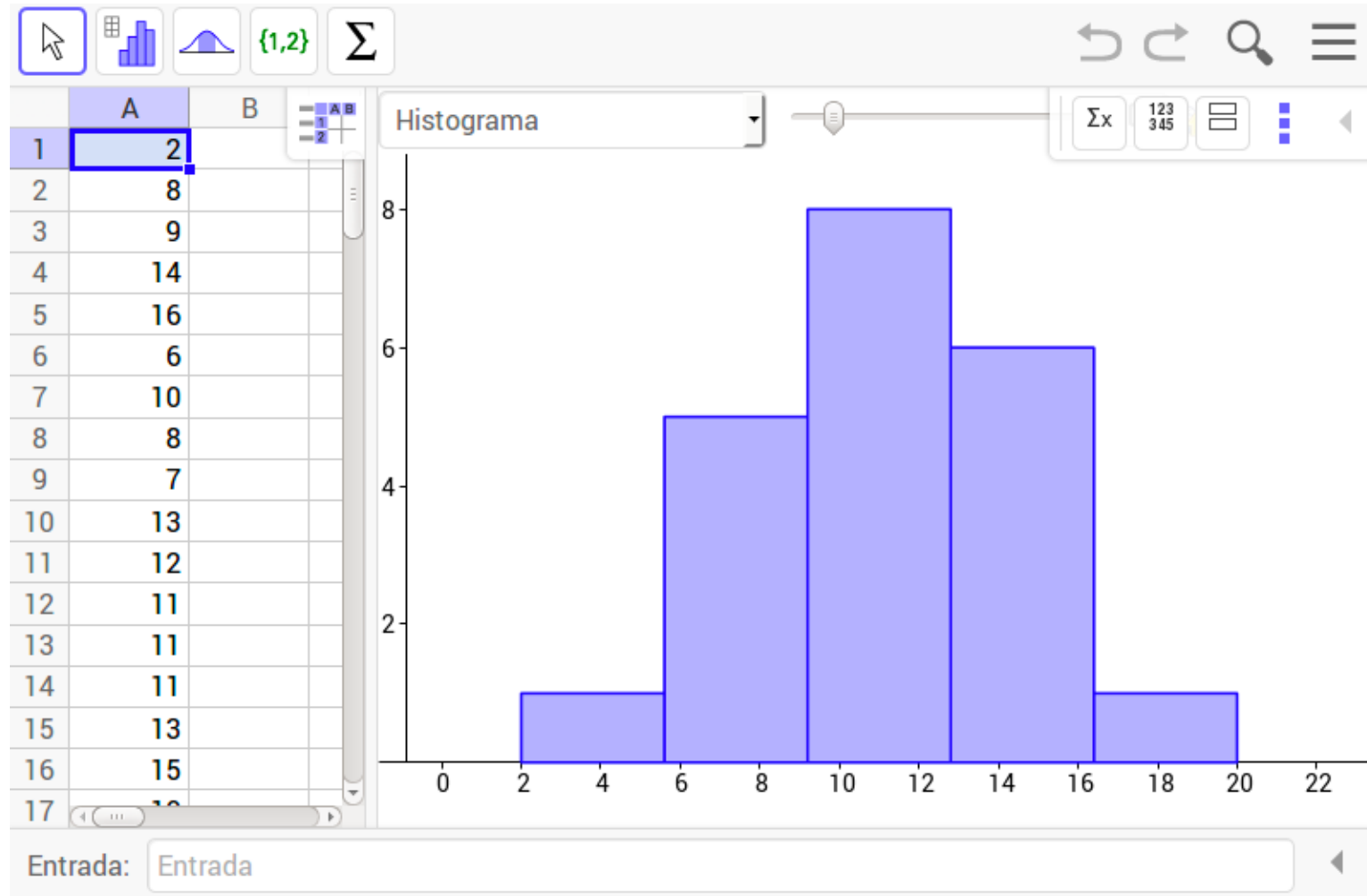
Estadística descriptiva

Ejemplo: amnesia postraumática

Para estudiar la amnesia postraumática tras una lesión craneal, se recogió el tiempo en días que estuvieron los pacientes en coma. Los datos obtenidos se muestran más abajo.

2	8	9	14	16	6	10	8	7	13	12
11	11	11	13	15	10	11	15	12	20	

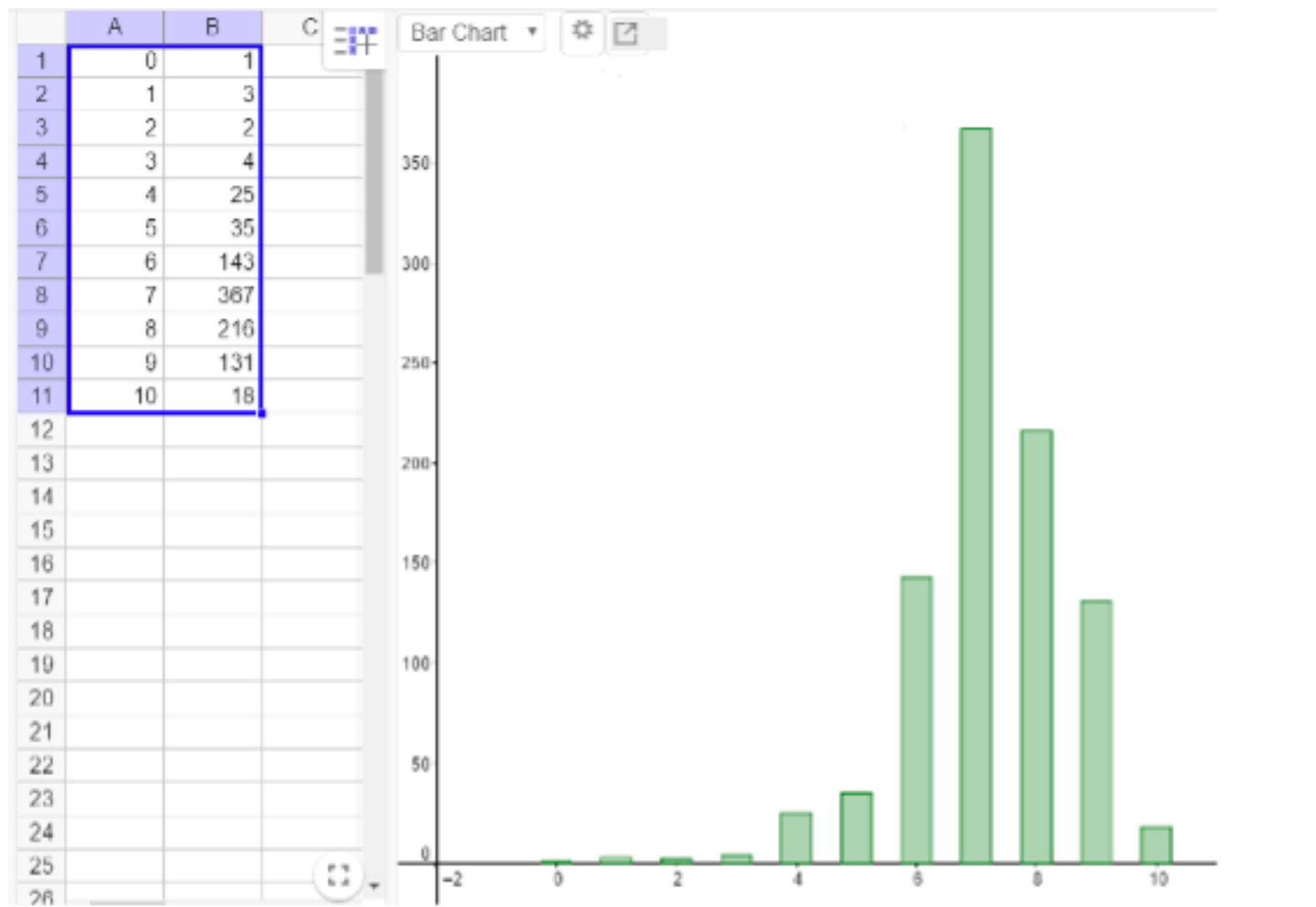
Ejemplo: Amnesia postraumática



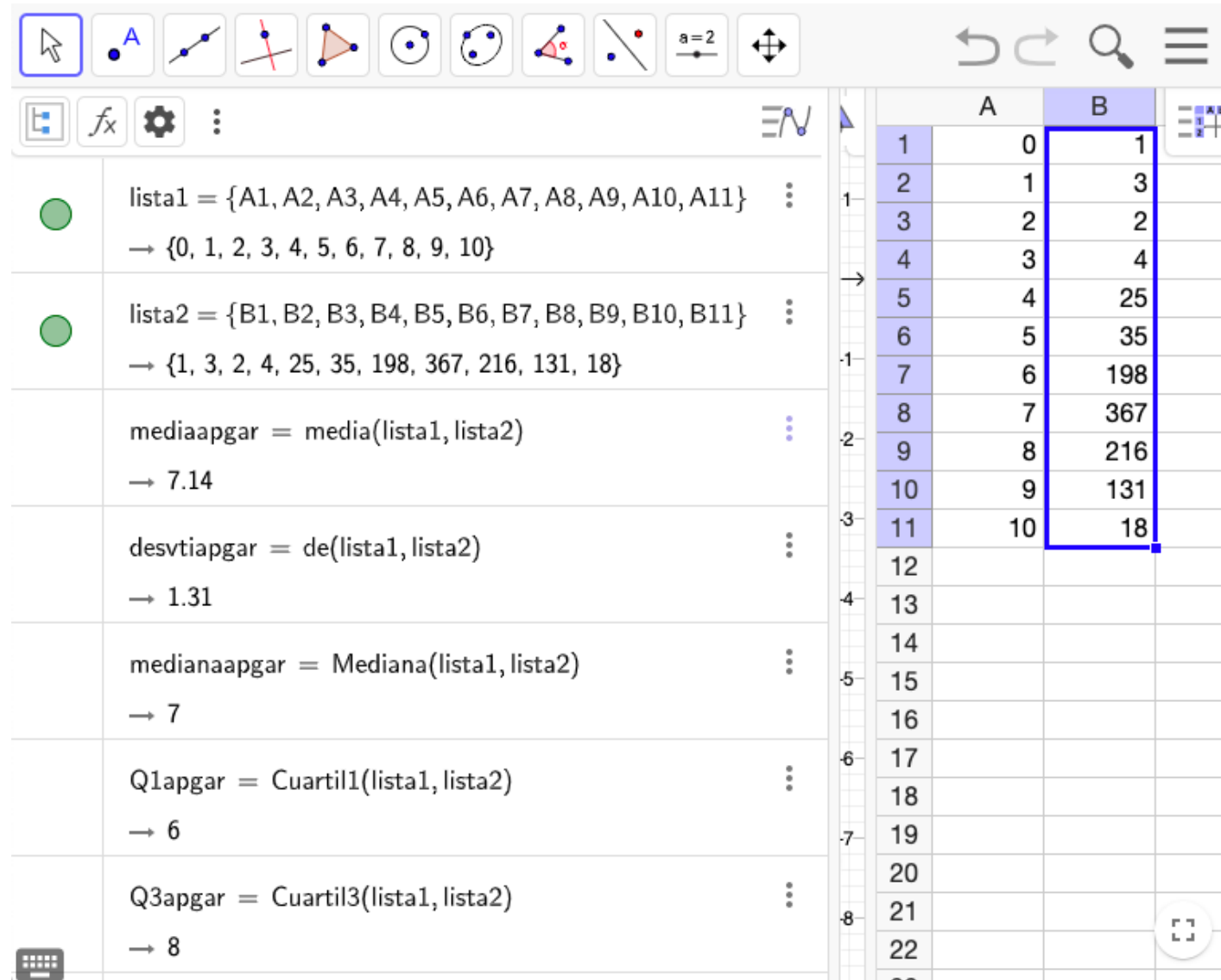
Ejemplo: Amnesia postraumática



Ejemplo: puntuación de Apgar



Ejemplo: puntuación de Apgar



The screenshot shows a statistical software interface with a toolbar at the top containing icons for selection, text, line, and other drawing tools. Below the toolbar is a menu bar with icons for view, formula, settings, and a list icon. The main workspace is divided into two panels. The left panel contains a list of variables and their values, each preceded by a green circle icon. The right panel displays a data table with columns A and B, and rows numbered 1 to 22. The data table is highlighted with a blue border.

	A	B
1	0	1
2	1	3
3	2	2
4	3	4
5	4	25
6	5	35
7	6	198
8	7	367
9	8	216
10	9	131
11	10	18
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		

lista1 = {A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11} :
→ {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

lista2 = {B1, B2, B3, B4, B5, B6, B7, B8, B9, B10, B11} :
→ {1, 3, 2, 4, 25, 35, 198, 367, 216, 131, 18}

mediaapgar = media(lista1, lista2) :
→ 7.14

desvtiapgar = de(lista1, lista2) :
→ 1.31

medianaapgar = Mediana(lista1, lista2) :
→ 7

Q1apgar = Cuartil1(lista1, lista2) :
→ 6

Q3apgar = Cuartil3(lista1, lista2) :
→ 8

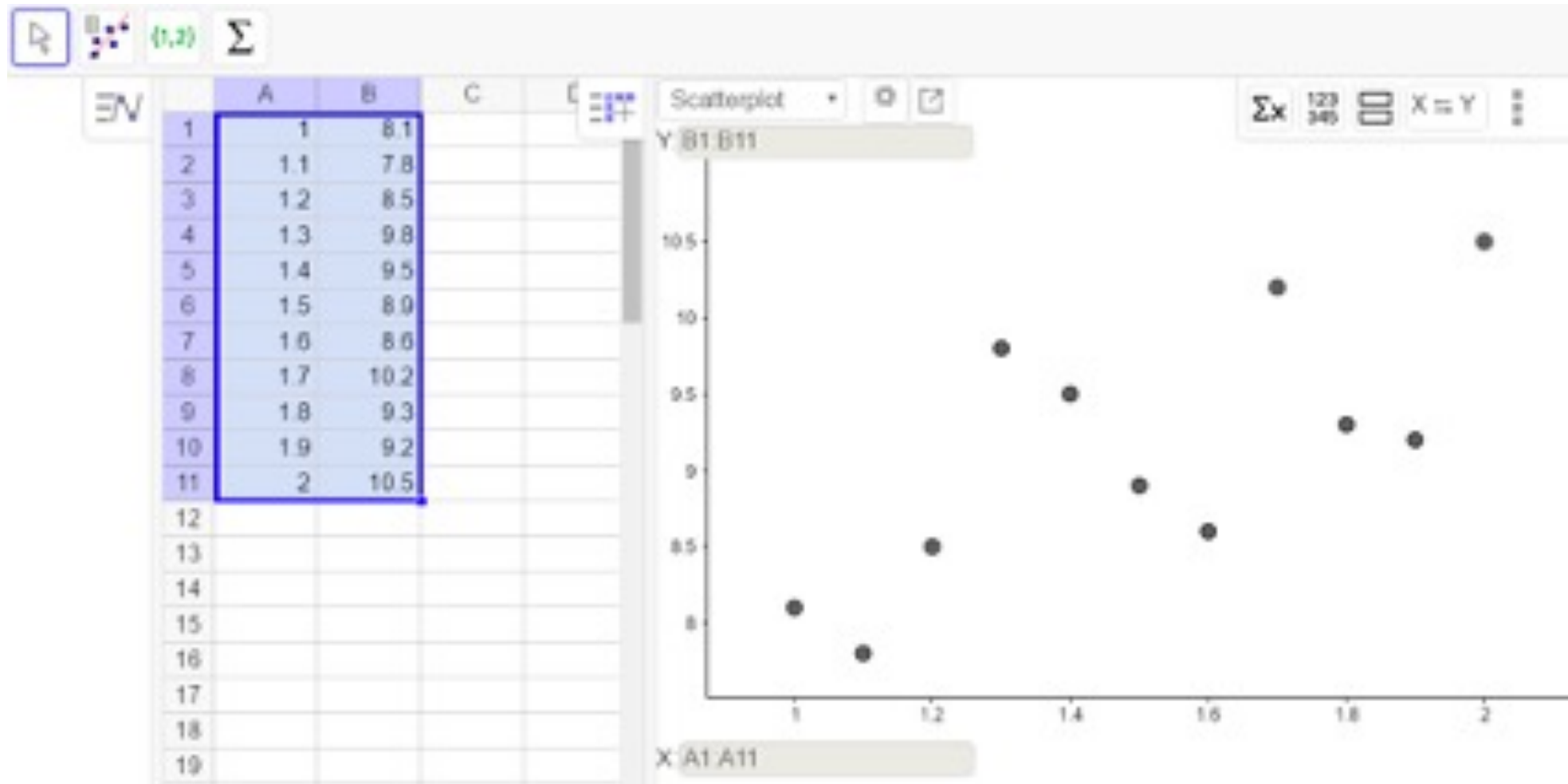
Estadística descriptiva multivariante

Ejemplo: azúcar refinada

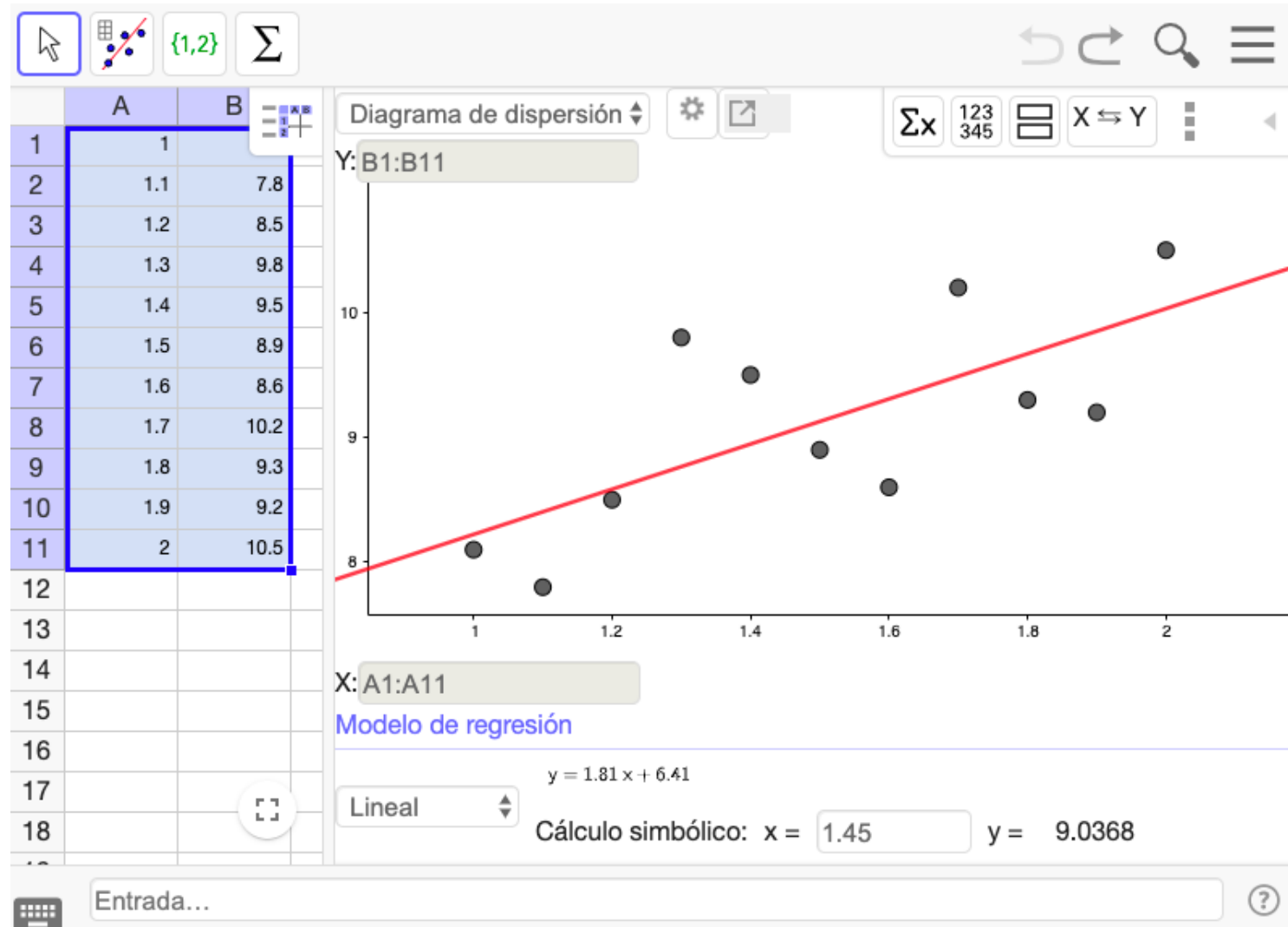
Se llevó a cabo un estudio acerca de la cantidad de azúcar refinada mediante un cierto proceso a varias temperaturas diferentes. Los datos se codificaron y registraron en la tabla siguiente.

Temperatura (x)	Azúcar refinada (y)
1.0	8.1
1.1	7.8
1.2	8.5
1.3	9.8
1.4	9.5
1.5	8.9
1.6	8.6
1.7	10.2
1.8	9.3
1.9	9.2
2.0	10.5

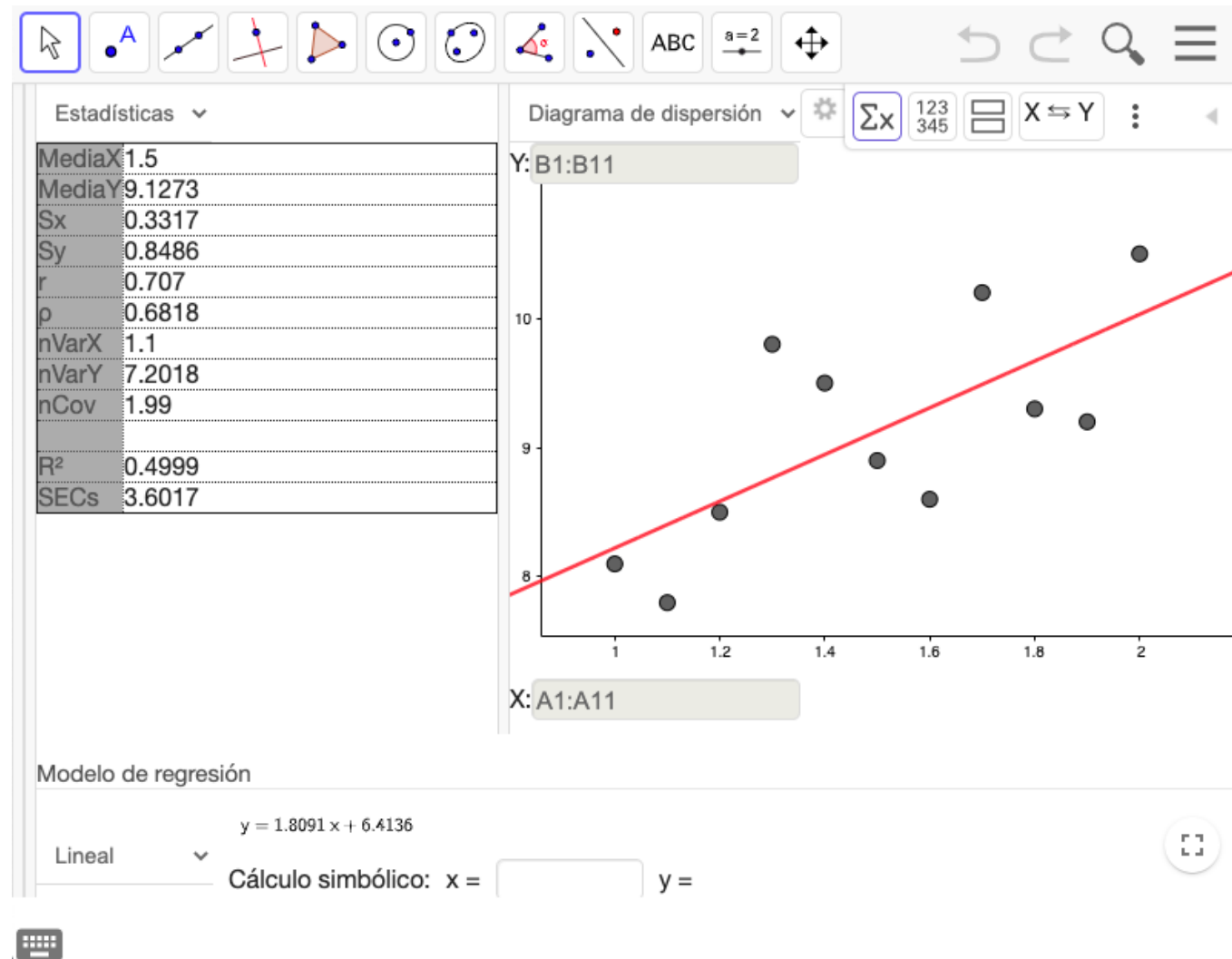
Ejemplo: azúcar refinada



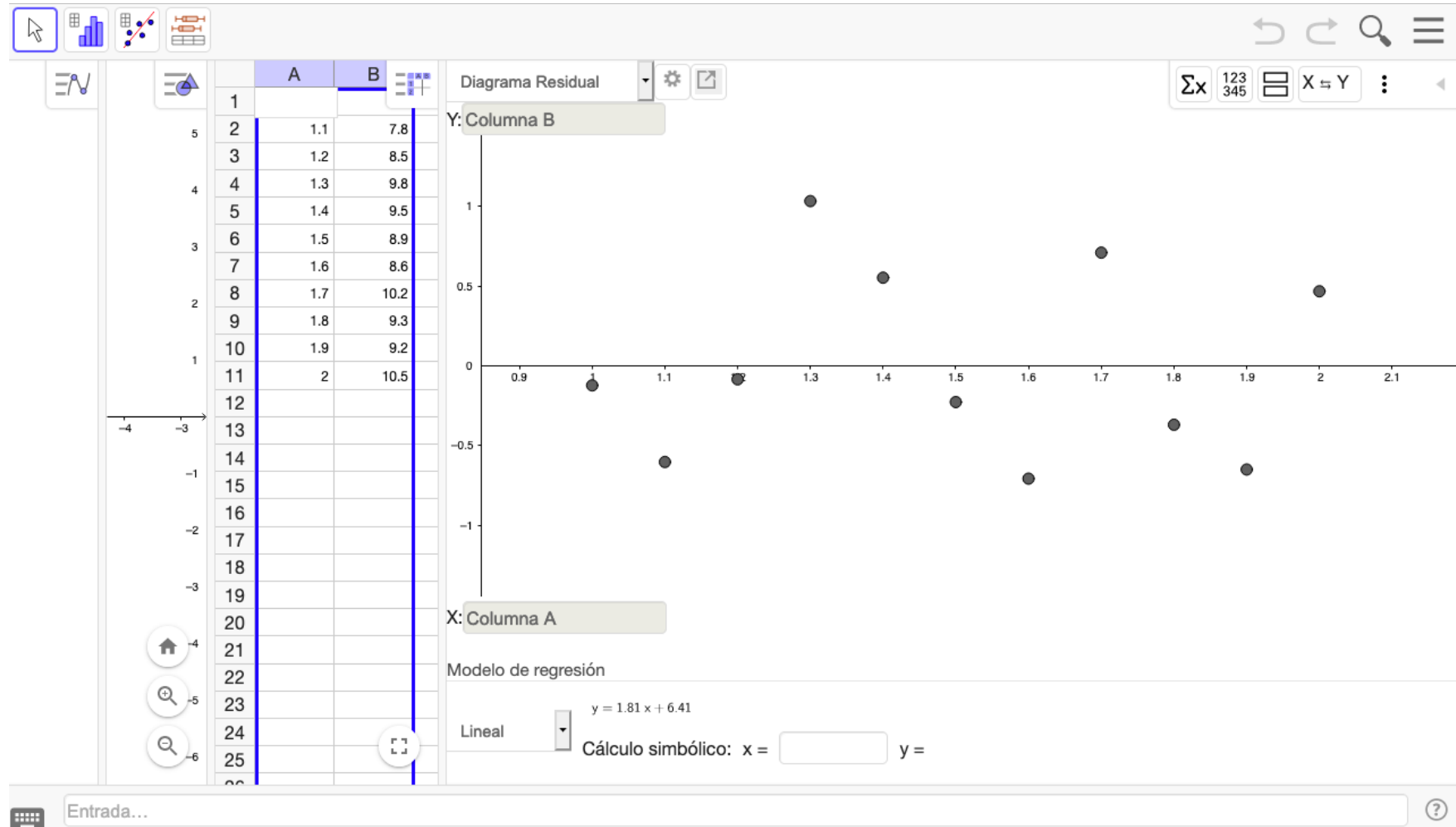
Ejemplo: azúcar refinada



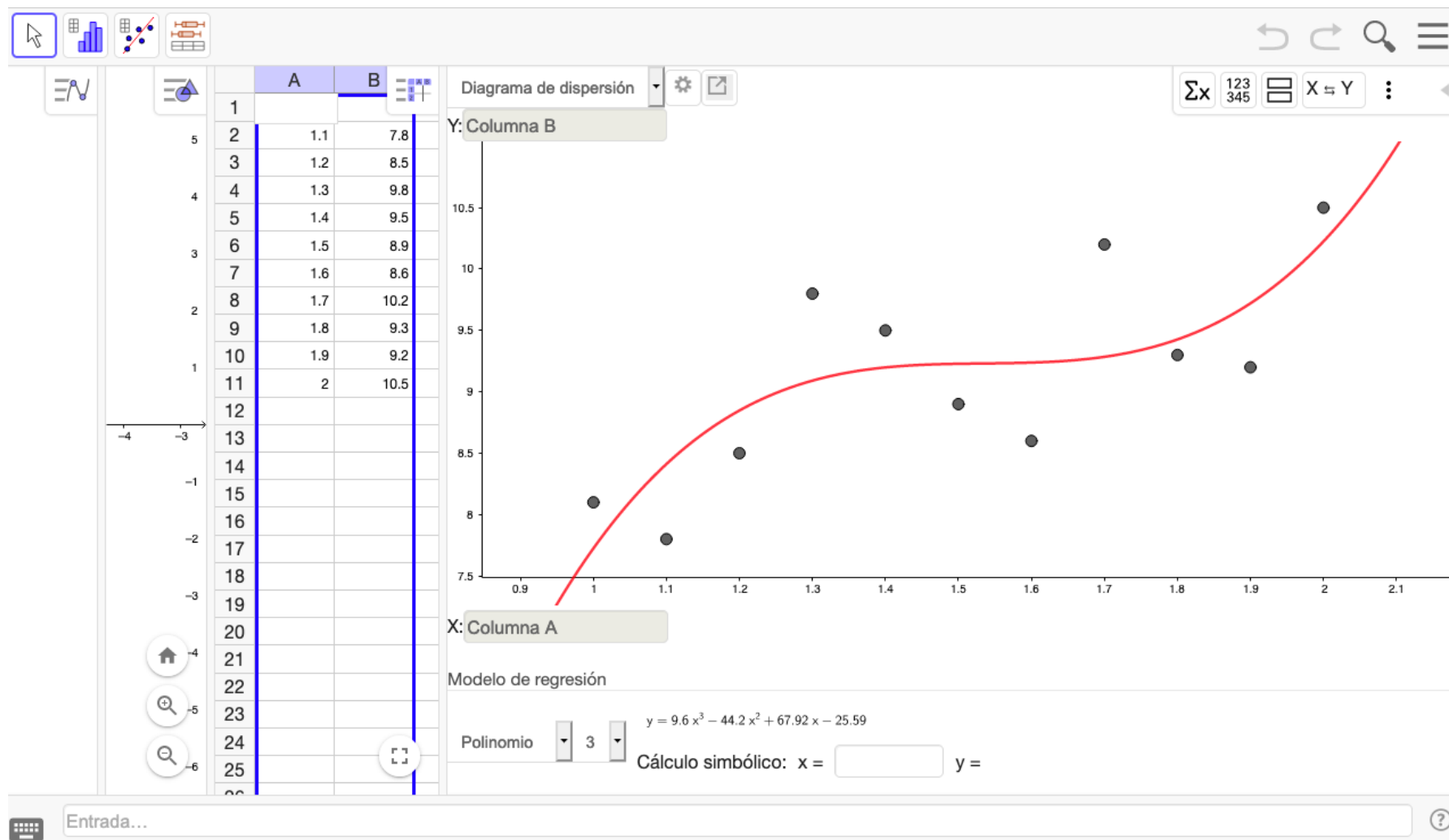
Ejemplo: azúcar refinada



Ejemplo: azúcar refinada

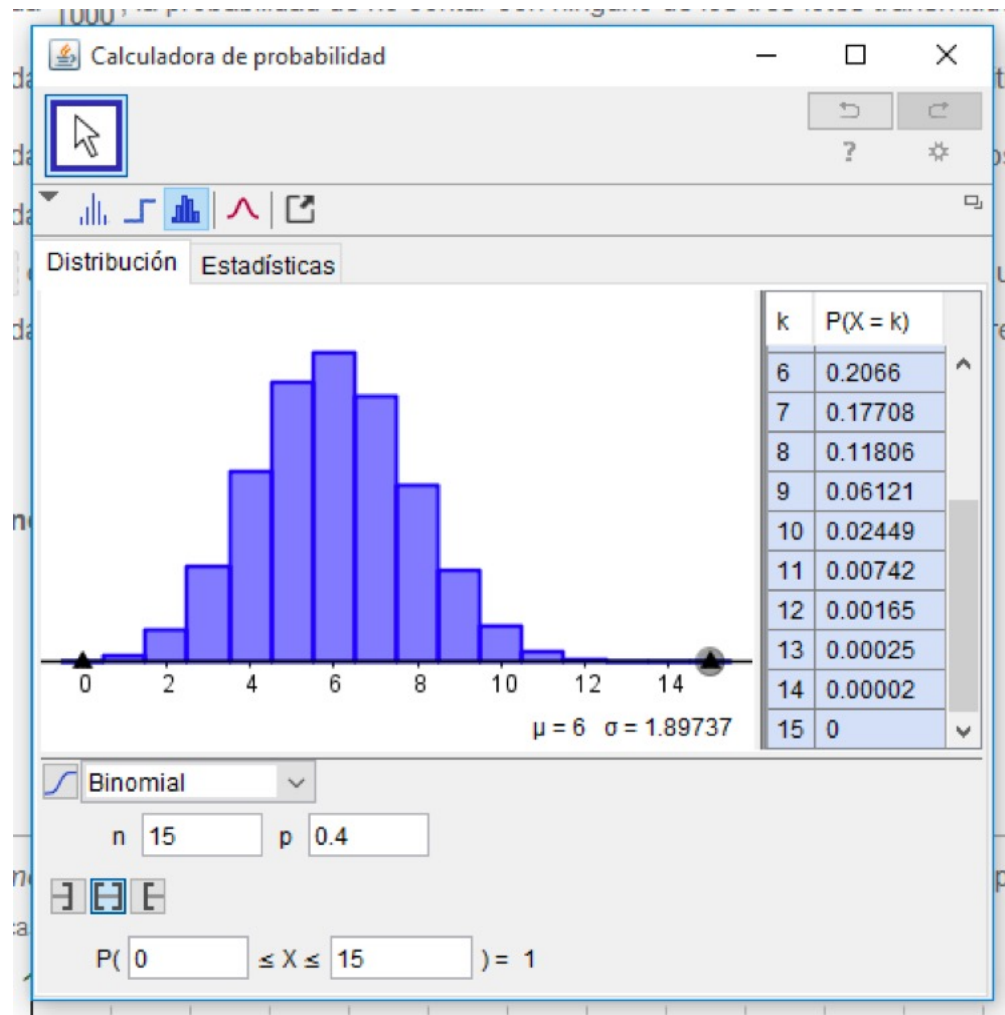


Ejemplo: azúcar refinada

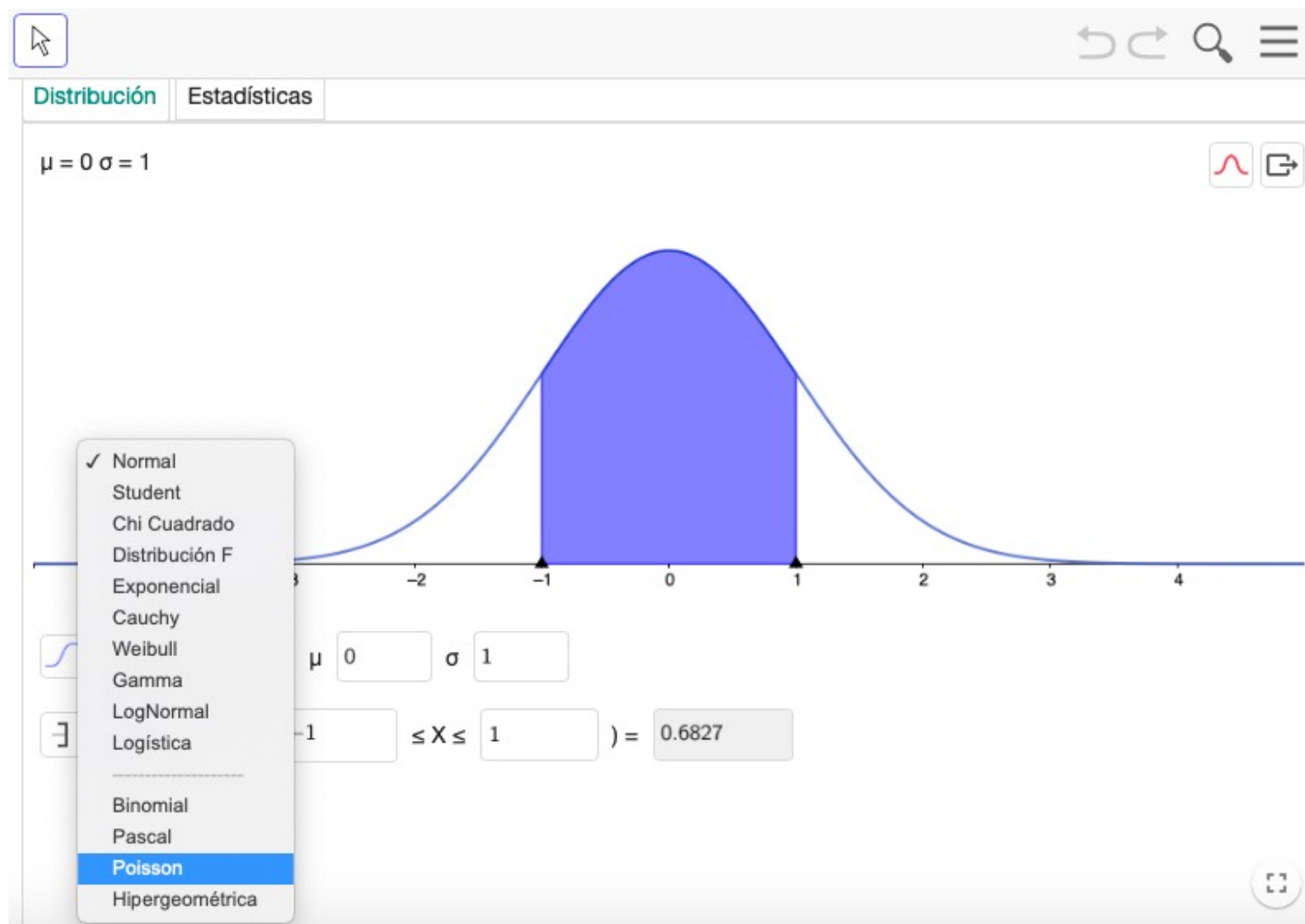


Variables aleatorias y modelos de distribución

Calculadora de probabilidad



Calculadora de probabilidad

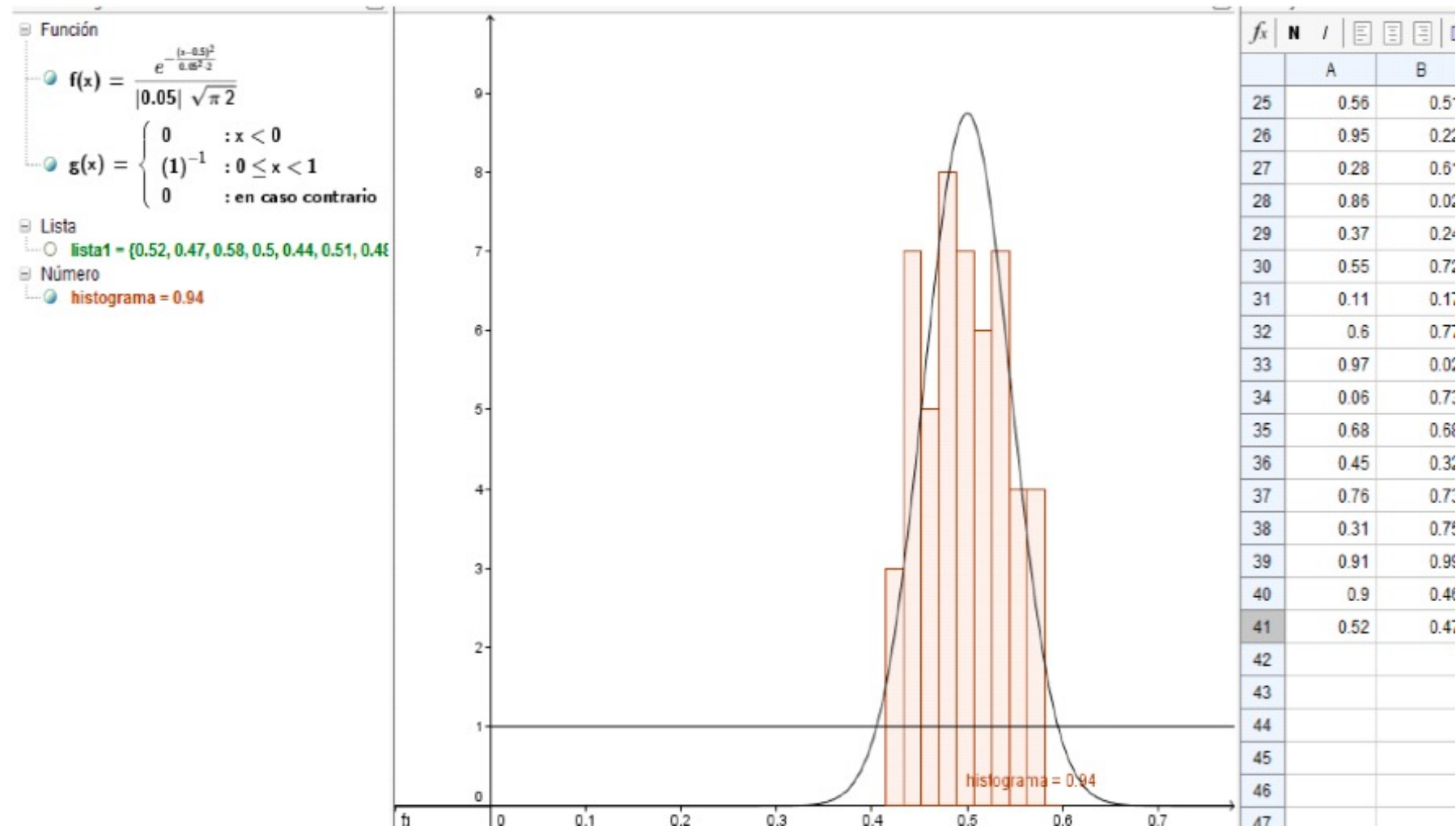


Otros resultados sobre distribuciones

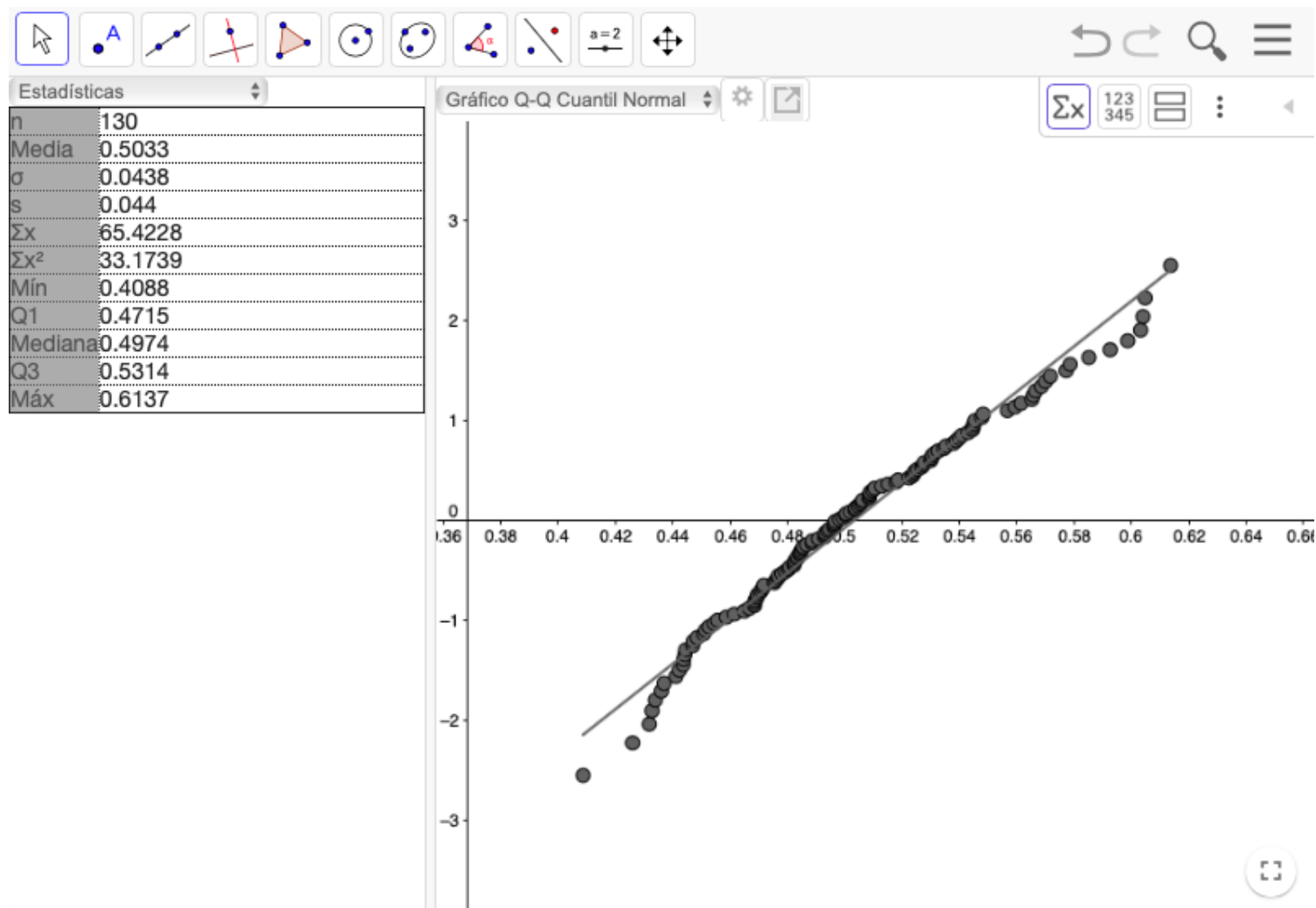
Teorema central del límite

- Podemos generar 40 observaciones de una uniforme en el intervalo $[0,1]$ y calcular su media.
- El comando `UniformeAleatorio[0, 1]` en una celda de la Hoja de Cálculo nos genera estos valores.
- El comando `Media[A1:A40]` nos calcularía la media de la primera columna.
- Un histograma de estas medias debería mostrar una forma similar a una distribución normal.

Teorema central del límite



Teorema central del límite



Intervalos de confianza y contraste de hipótesis

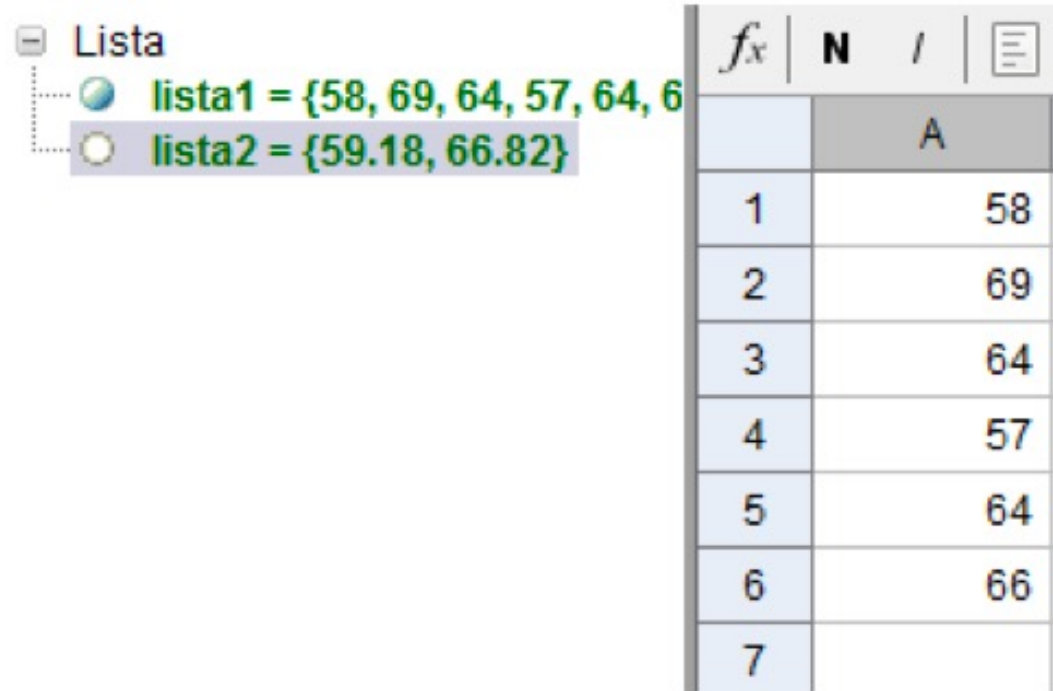
Ejemplo: lanzamientos de un atleta

Un atleta efectúa seis lanzamientos, obteniendo distancias de 58, 69, 64, 57, 64 y 66 metros. Supón que las distancias siguen una distribución normal.

- Halla un intervalo de confianza al 90%.
- Contrastar la hipótesis de que la media poblacional es mayor o igual que 66 con un nivel de confianza del 90 %.

Ejemplo: lanzamientos de un atleta

- El intervalo se puede calcular usando el comando:
`IntervaloMediaT[<Lista de datos (muestra)>, <Nivel>]` .
- En concreto, `IntervaloMediaT[lista1, 0.9]` .



The image shows a software interface with a list of data on the left and a frequency table on the right.

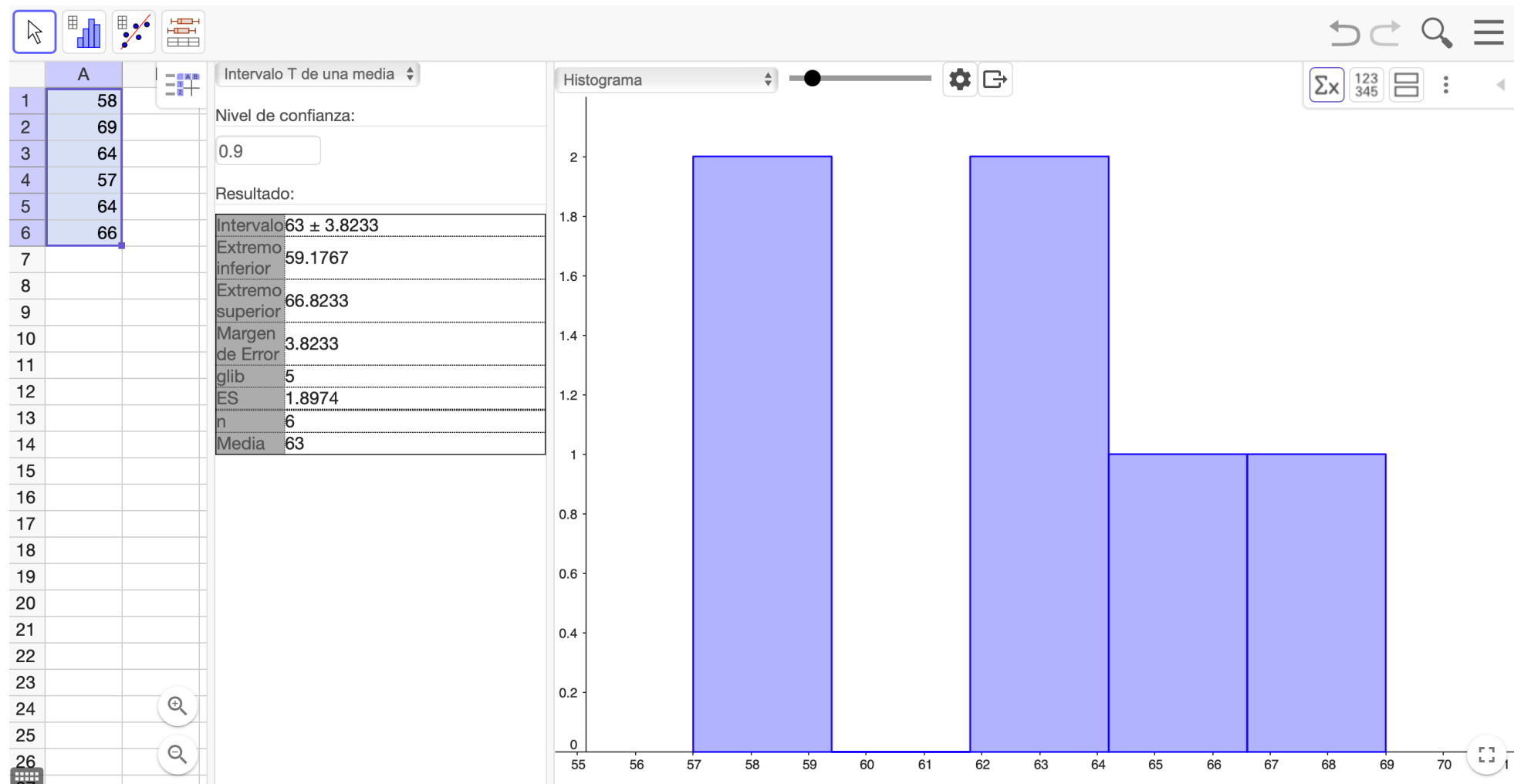
Lista

- lista1 = {58, 69, 64, 57, 64, 66}
- lista2 = {59.18, 66.82}

Table:

f_x	N	I	
		A	
1		58	
2		69	
3		64	
4		57	
5		64	
6		66	
7			

Ejemplo: lanzamientos de un atleta



Ejemplo: lanzamiento de un atleta

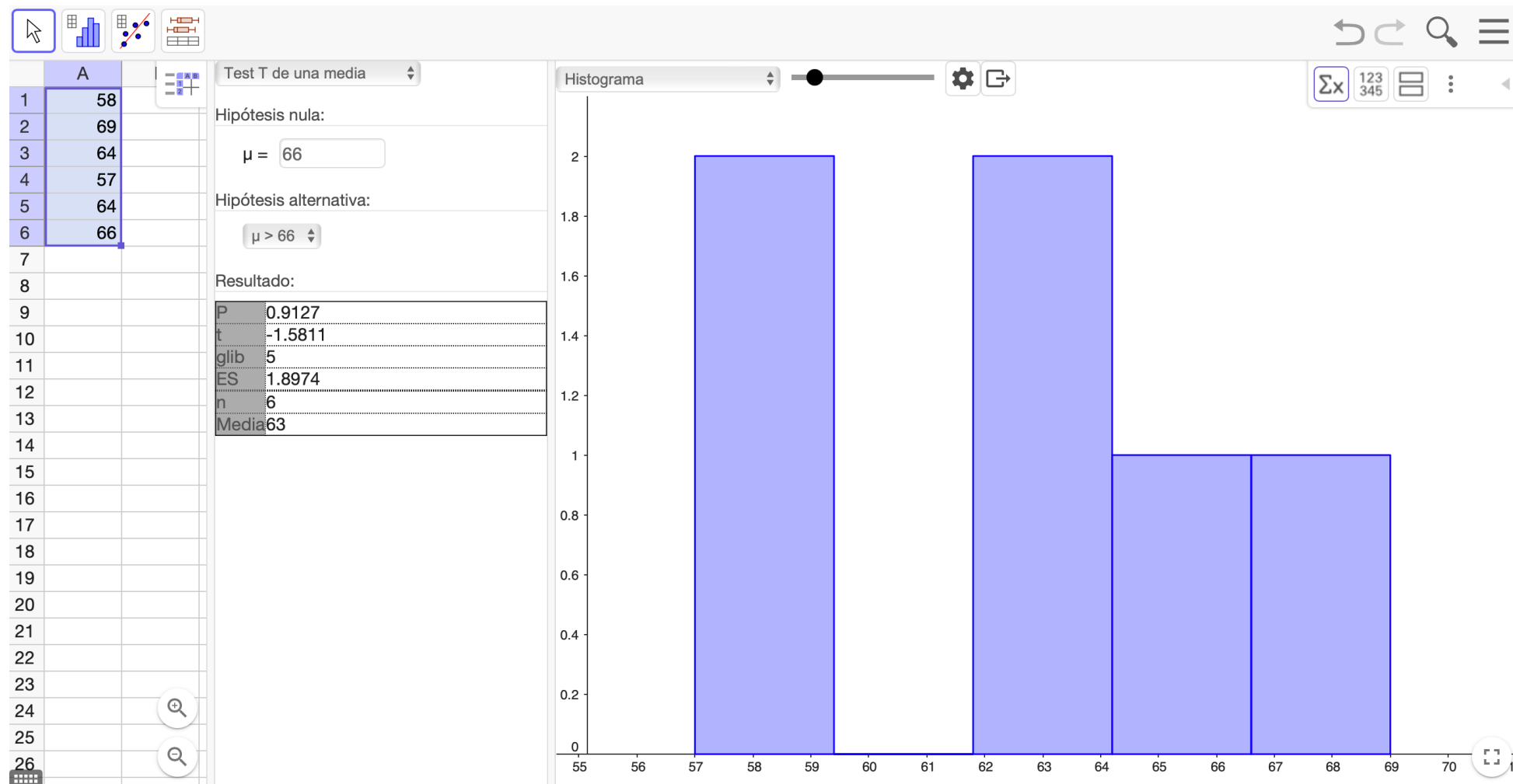
- El contraste se puede hacer con el comando:

TestMediaT[<Media (muestra)>, <Desviación estándar (muestra)>, <Tamaño (muestra)>, <Media (hipótesis)>, <Cola>] .

- En concreto, con el comando:

TestMediaT[63, 4.64758, 6, 66, ">"] .

Ejemplo: lanzamientos de un atleta



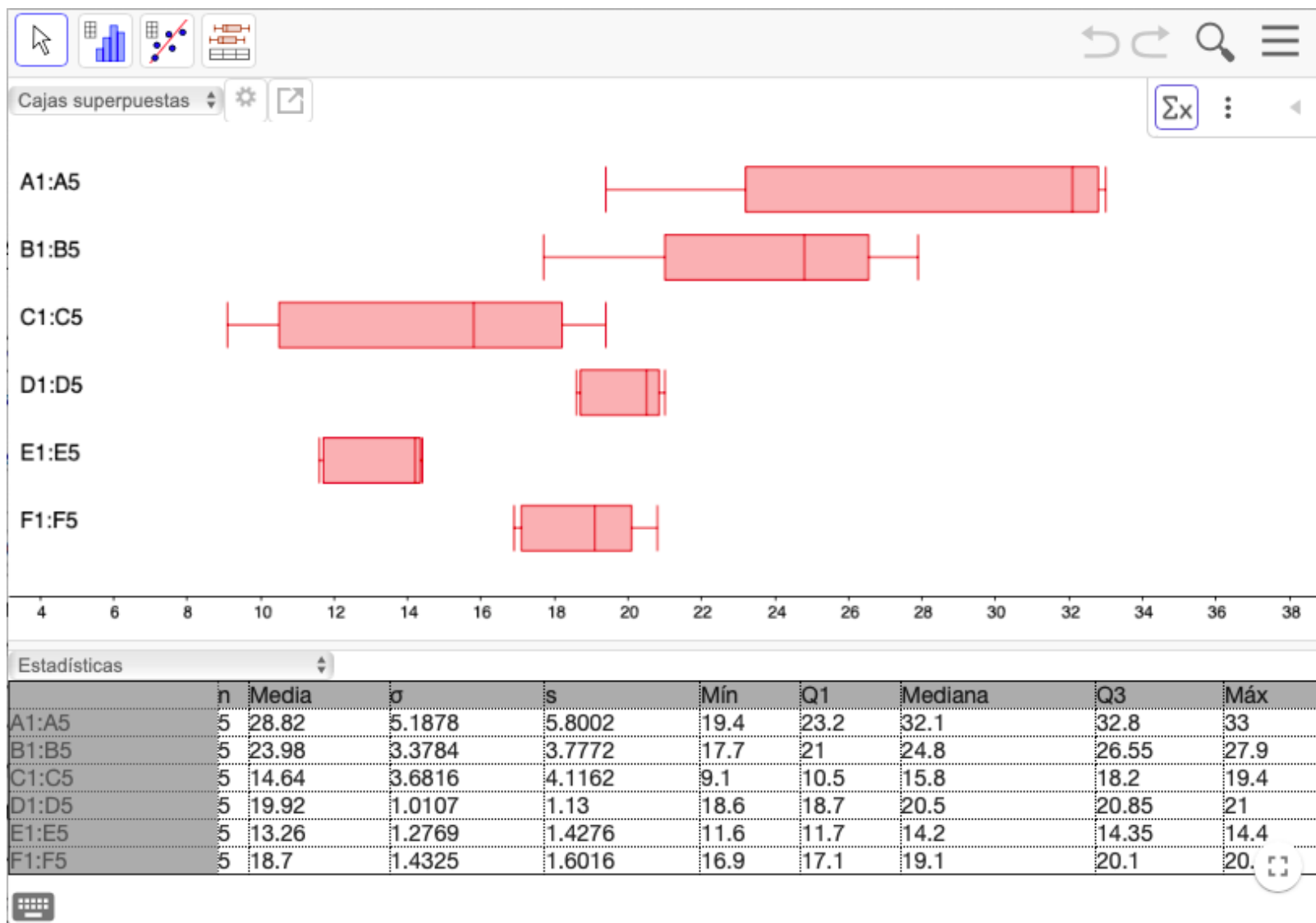
Análisis de la varianza

Ejemplo: contenido de nitrógeno

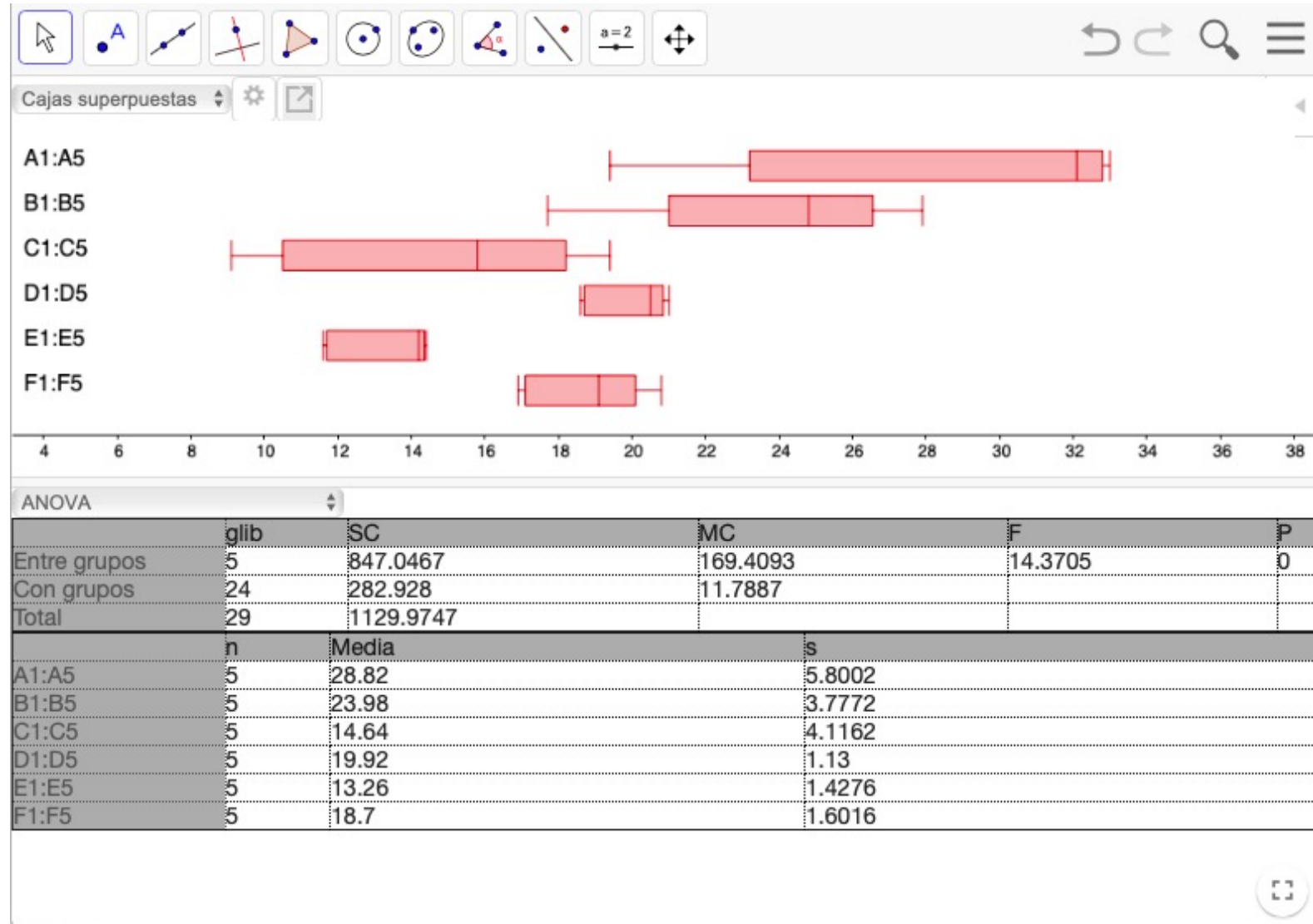
El da el contenido de nitrógeno, en miligramos, de plantas de trébol rojo inoculadas con cultivos de *rhizobium trifolii* más cinco cepas diferentes de *rhizobium meliloti*, además de un compuesto de trébol rojo que se utilizó como control.

3DOk1	19.4	32.6	27	32.1	33
3DOk5	17.7	24.8	27.9	25.2	24.3
3DOk4	17	19.4	9.1	11.9	15.8
3DOk7	20.7	21	20.5	18.8	18.6
3DOk13	14.3	14.4	11.8	11.6	14.2
Compuesto	17.3	19.4	19.1	16.9	20.8

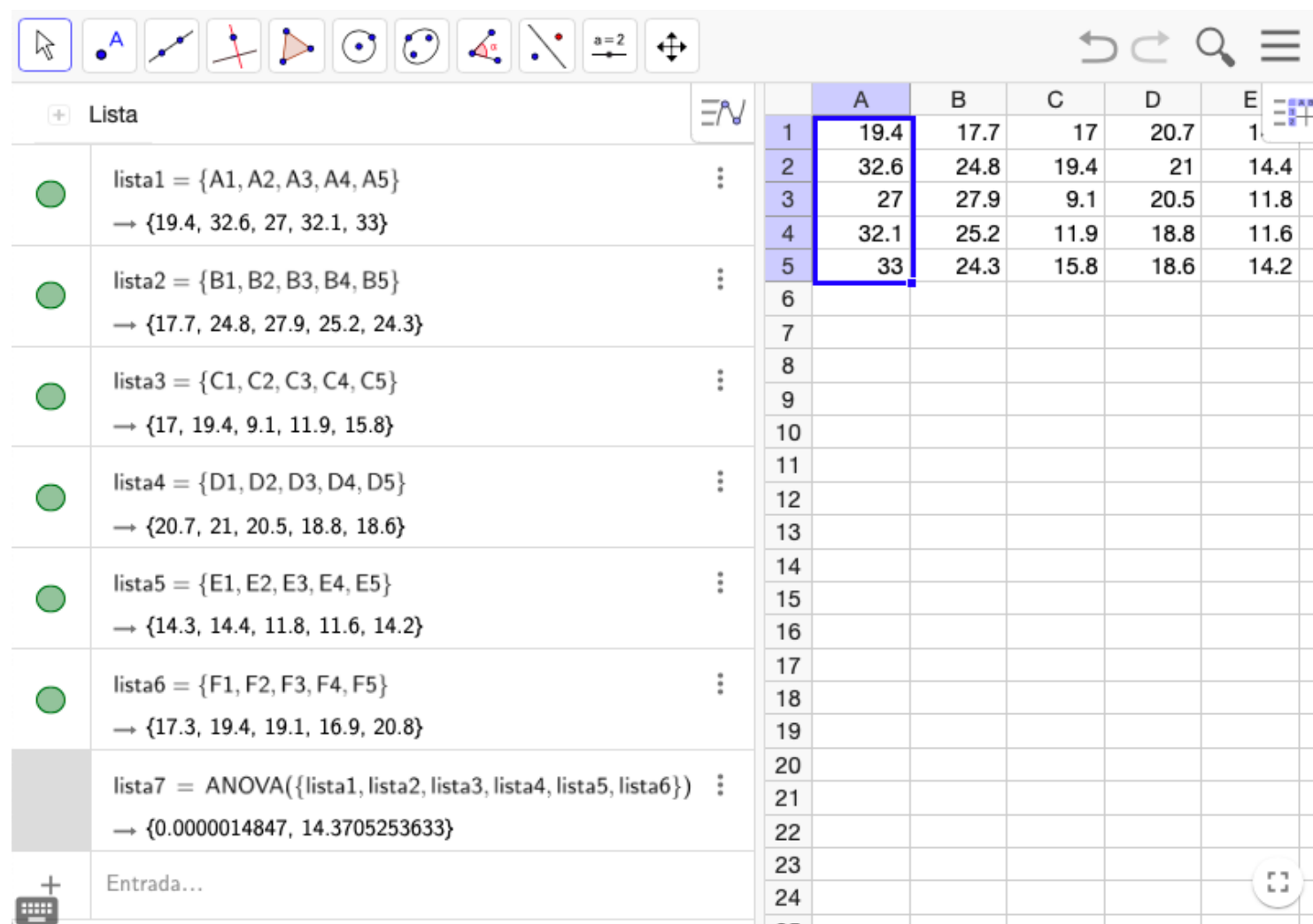
Ejemplo: contenido de nitrógeno



Ejemplo: contenido de nitrógeno



Ejemplo: contenido de nitrógeno



Lista

lista1 = {A1, A2, A3, A4, A5}	→ {19.4, 32.6, 27, 32.1, 33}
lista2 = {B1, B2, B3, B4, B5}	→ {17.7, 24.8, 27.9, 25.2, 24.3}
lista3 = {C1, C2, C3, C4, C5}	→ {17, 19.4, 9.1, 11.9, 15.8}
lista4 = {D1, D2, D3, D4, D5}	→ {20.7, 21, 20.5, 18.8, 18.6}
lista5 = {E1, E2, E3, E4, E5}	→ {14.3, 14.4, 11.8, 11.6, 14.2}
lista6 = {F1, F2, F3, F4, F5}	→ {17.3, 19.4, 19.1, 16.9, 20.8}
lista7 = ANOVA({lista1, lista2, lista3, lista4, lista5, lista6})	→ {0.0000014847, 14.3705253633}

Entrada...

	A	B	C	D	E
1	19.4	17.7	17	20.7	14.3
2	32.6	24.8	19.4	21	14.4
3	27	27.9	9.1	20.5	11.8
4	32.1	25.2	11.9	18.8	11.6
5	33	24.3	15.8	18.6	14.2
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					
23					
24					

Apéndice: resumen de comandos de GeoGebra

Comandos de GeoGebra

- En general, todos los cálculos y gráficos se pueden realizar con comandos de GeoGebra.
- En el apéndice del libro incluimos un resumen.
- Una descripción detallada está disponible en

[https://wiki.geogebra.org/es/Comandos de Estad%C3%ADsticas](https://wiki.geogebra.org/es/Comandos_de_Estad%C3%ADsticas)

[https://wiki.geogebra.org/es/Comandos de Probabilidad](https://wiki.geogebra.org/es/Comandos_de_Probabilidad)

¿Cómo sobrevivir a la incertidumbre?

