

Chéo hóa ma trận: "Nén" Ma trận để tiết kiệm tài nguyên

Vì sao phải chéo hoá ma trận?

- Ma trận A có nhiều số, có thể rất lớn
- Lưu trữ A trực tiếp \rightarrow tốn nhiều bộ nhớ
- **Giải pháp:** Chéo hóa ma trận $A \rightarrow$ ma trận **đường chéo** D
- Dễ lưu trữ, dễ tính toán

Tương tự nén và giải nén

Nén:

$$P^{-1}AP = D$$

Giải nén:

$$A = PDP^{-1}$$

So sánh

- Giống mã hóa/giải mã thông tin
- Giữ lại thông tin cốt lõi

Vai trò các ma trận

- Ma trận A : gốc ban đầu
- Ma trận D : file "*nén*", chỉ có số trên **đường chéo chính**
- Ma trận P : gồm các **vector riêng** – "khóa" giải mã

Vì sao ma trận đường chéo?

- Có dạng:

$$D = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots \end{bmatrix}$$

- Dễ nhân, dễ nghịch đảo, dễ lưu trữ
- Giảm chi phí tính toán rõ rệt

Ví dụ minh họa

Giả sử:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Vector riêng và giá trị riêng:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Kiểm tra:

$$A = PDP^{-1}$$

- Chéo hóa: biến ma trận phức tạp thành **ma trận đường chéo**
- Giải nén: $P^{-1}AP = D$
- Giải mã: $PDP^{-1} = A$
- **Ứng dụng**: tiết kiệm tài nguyên, tính toán nhanh, xử lý tín hiệu, máy học...