

Codeforces 1370A - Maximum GCD

Tư duy thuật toán qua Micro-chunking

Slide Learning CPP

Ngày 20 tháng 1 năm 2026

Phẫu thuật đề bài (Deconstruct)

Cốt lõi vấn đề

- **Dữ liệu cho:** Một số nguyên dương n .
- **Nhiệm vụ:** Tìm hai số nguyên a và b sao cho:
 - ① $1 \leq a < b \leq n$.
 - ② $\text{GCD}(a, b)$ là lớn nhất có thể.
- **Kết quả:** Giá trị GCD lớn nhất đó.
- Hiểu bản chất GCD qua hình ảnh thực tế.
- Tìm mối quan hệ giữa "khoảng cách" và "ước chung".
- Xác định quy luật tối ưu.

Chunk 1: Bản chất của GCD và sự "cộng hưởng"

Ân dụ "Thước đo"

Nếu $GCD(a, b) = g$, nghĩa là cả a và b đều được ghép từ những "viên gạch" độ dài g .

- $a = x \cdot g$
- $b = y \cdot g$

Vì $a < b$, nên b phải nhiều hơn a ít nhất một "viên gạch" g . Tức là khoảng cách giữa a và b ít nhất phải là g .

Bẫy logic

Cố gắng chọn hai số thật lớn gần n nhưng không có chung ước lớn. Ví dụ: $n = 100$, chọn 99 và 100 thì $GCD(99, 100) = 1$.

Chunk 1: Thủ thách tư duy

Thủ thách

Giả sử $n = 10$. Bạn muốn tìm một "viên gạch" g lớn nhất sao cho có thể xếp được ít nhất hai chồng gạch (a và b) mà cả hai không quá n .

- Nếu chọn $g = 5$: Ta có $a = 5$ (1 viên), $b = 10$ (2 viên). Thỏa mãn ≤ 10 .
- Nếu chọn $g = 6$: Ta có $a = 6$, số tiếp theo phải là 12. (Vượt quá $n = 10$).

Chunk 1: Thủ thách tư duy

Thủ thách

Giả sử $n = 10$. Bạn muốn tìm một "viên gạch" g lớn nhất sao cho có thể xếp được ít nhất hai chồng gạch (a và b) mà cả hai không quá n .

- Nếu chọn $g = 5$: Ta có $a = 5$ (1 viên), $b = 10$ (2 viên). Thỏa mãn ≤ 10 .
- Nếu chọn $g = 6$: Ta có $a = 6$, số tiếp theo phải là 12. (Vượt quá $n = 10$).

Kết luận: g lớn nhất sao cho $2 \cdot g \leq n$.

Chunk 2: Tìm công thức tổng quát

- Nếu $n = 5$: Các cặp có thể là (1,2), (2,4)... GCD lớn nhất là $5/2 = 2$.
- Nếu $n = 11$: Cặp tối ưu là (5, 10). GCD lớn nhất là $11/2 = 5$.

Quy luật toán học

Kết quả là $\lfloor n/2 \rfloor$ (Phần nguyên của n chia 2).

Chunk 2: Tìm công thức tổng quát

- Nếu $n = 5$: Các cặp có thể là (1,2), (2,4)... GCD lớn nhất là $5/2 = 2$.
- Nếu $n = 11$: Cặp tối ưu là (5, 10). GCD lớn nhất là $11/2 = 5$.

Quy luật toán học

Kết quả là $\lfloor n/2 \rfloor$ (Phần nguyên của n chia 2).

Tại sao con số này là "vô đối"?

Nếu chọn $g > n/2$, thì số bội tiếp theo là $2g$ chắc chắn sẽ $> n$. Bạn không thể tìm được số thứ hai trong phạm vi cho phép.

Chunk 3: Bấy về số lượng Test Case

Lưu ý về hiệu năng

Bài toán có T bộ dữ liệu. Nếu dùng vòng lặp thử từng số từ n về 1, độ phức tạp sẽ là $O(T \cdot n)$, dễ dẫn đến **Time Limit Exceeded**.

Giải pháp tối ưu

Sử dụng công thức $\lfloor n/2 \rfloor$, độ phức tạp chỉ là $O(1)$ cho mỗi test case. Cực kỳ nhanh!

Tổng kết thuật toán (Pseudocode)

```
1 Nhập số lượng test case t
2 Lặp t lần:
3     Nhập số nguyên n
4     Kết quả = n / 2 (chia lấy nguyên)
5     In kết quả ra màn hình
6
```

Listing 1: Mô phỏng thuật toán

Trường hợp biên: $n = 1$

$\lfloor 1/2 \rfloor = 0$. Thực tế đề bài thường cho $n \geq 2$ để đảm bảo tồn tại cặp (a, b) .

Bước cuối: Hiện thực hóa ý tưởng

Lưu ý trong C++

Toán tử / giữa hai số nguyên sẽ tự động thực hiện phép chia lấy phần nguyên.

- $10 / 2 = 5$
- $11 / 2 = 5$

Bạn đã sẵn sàng lập trình chưa?