

# Giải quyết bài toán Ordinary Numbers

Codeforces 1520B

Algorithmic Coach

2026

# Tiếp nhận & Phẫu thuật (Briefing)

## Định nghĩa: Số bình thường

Một số được gọi là "bình thường" nếu **tất cả các chữ số của nó đều giống nhau**.

- **Ví dụ:** 1, 2, 11, 333 là số bình thường.
- **Phản ví dụ:** 12, 121 **không** phải là số bình thường.
- **Nhiệm vụ:** Cho số nguyên  $n$ , đếm số lượng số bình thường trong khoảng từ 1 đến  $n$ .

## Lộ trình tư duy

- 1 Nhận diện quy luật theo từng "bậc".
- 2 Công thức hóa để tính nhanh với  $n \leq 10^9$ .
- 3 Xây dựng thuật toán tối ưu.

# Chunk 1: Quy luật của những "vị khách giống hệt nhau"

Hãy tưởng tượng các số bình thường theo từng nhóm chữ số:

- **Đoàn có 1 chữ số:** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (9 số).
- **Đoàn có 2 chữ số:** 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99 (9 số).
- **Đoàn có 3 chữ số:** 111, 222, ..., 999 (9 số).

## Bấy tư duy

Mỗi "bậc" (số chữ số) luôn chỉ có tối đa 9 số bình thường, dù  $n$  có lớn đến đâu.

# Thử thách tư duy số 1

## Câu hỏi

Nếu cho số  $n = 45$ , có bao nhiêu số bình thường từ 1 đến 45?

# Thử thách tư duy số 1

## Câu hỏi

Nếu cho số  $n = 45$ , có bao nhiêu số bình thường từ 1 đến 45?

## Đáp án:

- Hàng đơn vị: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (9 số).
- Hàng chục: 11, 22, 33, 44 (4 số).
- **Tổng cộng: 13 số.**

# Phát triển quy luật tổng quát

Giả sử xét  $n = 715$ :

- **Bậc 1 chữ số:**  $1 \dots 9$  (9 số).
- **Bậc 2 chữ số:**  $11 \dots 99$  (9 số).
- **Bậc 3 chữ số:** Các số ứng viên  $111, 222, 333, 444, 555, 666, 777 \dots$

## Thử thách

Với  $n = 715$ , số bình thường lớn nhất có 3 chữ số thỏa mãn là bao nhiêu?  
Tổng cộng có bao nhiêu số từ  $1 \dots 715$ ?

# Phát triển quy luật tổng quát

Giả sử xét  $n = 715$ :

- **Bậc 1 chữ số:**  $1 \dots 9$  (9 số).
- **Bậc 2 chữ số:**  $11 \dots 99$  (9 số).
- **Bậc 3 chữ số:** Các số ứng viên  $111, 222, 333, 444, 555, 666, 777 \dots$

## Thử thách

Với  $n = 715$ , số bình thường lớn nhất có 3 chữ số thỏa mãn là bao nhiêu?  
Tổng cộng có bao nhiêu số từ  $1 \dots 715$ ?

## Giải đáp:

- Số lớn nhất là 666 (vì  $777 > 715$ ).
- Tổng cộng:  $9 + 9 + 6 = 24$  số.

## Chunk 2: Công thức hóa "Siêu tốc"

Để xử lý  $n$  lên tới  $10^9$ :

- 1 Đếm số lượng chữ số của  $n$  (gọi là  $k$ ).
- 2 Với mỗi bậc nhỏ hơn  $k$ , cộng thêm 9 số.
- 3 Với bậc cuối cùng (bậc có  $k$  chữ số), kiểm tra các số dạng  $x, xx, xxx \dots$

Ví dụ với  $n = 210$

- Bậc 1 chữ số: 9 số.
- Bậc 2 chữ số: 9 số.
- Bậc 3 chữ số: Chỉ có  $111 \leq 210$  (1 số).
- **Tổng:**  $9 + 9 + 1 = 19$  số.



## Chunk 3: Xây dựng giải pháp tổng quát

Xét ví dụ  $n = 332$ :

- 1 Số chữ số  $k = 3$ .
- 2 Phần "chắc chắn có":  $(3 - 1) \times 9 = 18$  số.
- 3 Bậc có 3 chữ số: Kiểm tra các số  $\{111, 222, 333\}$ .

### Câu hỏi

Trong các số  $\{111, 222, 333\}$ , số nào  $\leq 332$ ? Tổng kết quả là bao nhiêu?

## Chunk 3: Xây dựng giải pháp tổng quát

Xét ví dụ  $n = 332$ :

- 1 Số chữ số  $k = 3$ .
- 2 Phần "chắc chắn có":  $(3 - 1) \times 9 = 18$  số.
- 3 Bậc có 3 chữ số: Kiểm tra các số  $\{111, 222, 333\}$ .

### Câu hỏi

Trong các số  $\{111, 222, 333\}$ , số nào  $\leq 332$ ? Tổng kết quả là bao nhiêu?

### Đáp án:

- Thỏa mãn: 111, 222 (2 số).
- Tổng cộng:  $18 + 2 = 20$  số.

## Chunk 4: Tổng kết thuật toán (Final Logic)

### Mã giả (Pseudocode)

- ❶ Nhập  $n$ , khởi tạo  $dem = 0$ .
- ❷ Lặp  $chu\_so$  từ 1 đến 9:
  - Khởi tạo  $so\_tao\_ra = chu\_so$ .
  - Trong khi  $so\_tao\_ra \leq n$ :
    - Tăng  $dem$ .
    - $so\_tao\_ra = so\_tao\_ra * 10 + chu\_so$ .
- ❸ In ra  $dem$ .

Ví dụ tạo số với  $chu\_so = 2$

$$2 \rightarrow (2 \times 10 + 2) = 22 \rightarrow (22 \times 10 + 2) = 222 \dots$$

- Cách tiếp cận này giúp "quét" sạch mọi số bình thường mà không cần quan tâm  $n$  lớn hay nhỏ.
- Độ phức tạp cực thấp: Chỉ khoảng  $9 \times 9$  lần lặp cho  $n = 10^9$ .

## Bước tiếp theo

Bạn có muốn xem mã nguồn chi tiết bằng C++ hay Python không, hay chúng ta sẽ thử sức với một bài toán mới?