

# Codeforces 1370A - Maximum GCD

Tư duy thuật toán qua Micro-chunking

Slide Learning CPP

Ngày 20 tháng 1 năm 2026

# Phẫu thuật đề bài (Deconstruct)

## Cốt lõi vấn đề

- **Dữ liệu cho:** Một số nguyên dương  $n$ .
  - **Nhiệm vụ:** Tìm hai số nguyên  $a$  và  $b$  sao cho:
    - ①  $1 \leq a < b \leq n$ .
    - ②  $GCD(a, b)$  là lớn nhất có thể.
  - **Kết quả:** Giá trị GCD lớn nhất đó.
- 
- Hiểu bản chất GCD qua hình ảnh thực tế.
  - Tìm mối quan hệ giữa "khoảng cách" và "ước chung".
  - Xác định quy luật tối ưu.

# Chunk 1: Bản chất của GCD và sự "cộng hưởng"

## Ảnh dụ "Thước đo"

Nếu  $GCD(a, b) = g$ , nghĩa là cả  $a$  và  $b$  đều được ghép từ những "viên gạch" độ dài  $g$ .

- $a = x \cdot g$
- $b = y \cdot g$

Vì  $a < b$ , nên  $b$  phải nhiều hơn  $a$  ít nhất một "viên gạch"  $g$ . Tức là khoảng cách giữa  $a$  và  $b$  ít nhất phải là  $g$ .

## Bẫy logic

Cố gắng chọn hai số thật lớn gần  $n$  nhưng không có chung ước lớn. Ví dụ:  $n = 100$ , chọn 99 và 100 thì  $GCD(99, 100) = 1$ .

# Chunk 1: Thử thách tư duy

## Thử thách

Giả sử  $n = 10$ . Bạn muốn tìm một "viên gạch"  $g$  lớn nhất sao cho có thể xếp được ít nhất hai chồng gạch ( $a$  và  $b$ ) mà cả hai không quá  $n$ .

- Nếu chọn  $g = 5$ : Ta có  $a = 5$  (1 viên),  $b = 10$  (2 viên). Thỏa mãn  $\leq 10$ .
- Nếu chọn  $g = 6$ : Ta có  $a = 6$ , số tiếp theo phải là 12. (Vượt quá  $n = 10$ ).

# Chunk 1: Thử thách tư duy

## Thử thách

Giả sử  $n = 10$ . Bạn muốn tìm một "viên gạch"  $g$  lớn nhất sao cho có thể xếp được ít nhất hai chồng gạch ( $a$  và  $b$ ) mà cả hai không quá  $n$ .

- Nếu chọn  $g = 5$ : Ta có  $a = 5$  (1 viên),  $b = 10$  (2 viên). Thỏa mãn  $\leq 10$ .
- Nếu chọn  $g = 6$ : Ta có  $a = 6$ , số tiếp theo phải là 12. (Vượt quá  $n = 10$ ).

**Kết luận:**  $g$  lớn nhất sao cho  $2 \cdot g \leq n$ .

## Chunk 2: Tìm công thức tổng quát

- Nếu  $n = 5$ : Các cặp có thể là  $(1,2)$ ,  $(2,4)$ ... GCD lớn nhất là  $5/2 = 2$ .
- Nếu  $n = 11$ : Cặp tối ưu là  $(5, 10)$ . GCD lớn nhất là  $11/2 = 5$ .

### Quy luật toán học

Kết quả là  $\lfloor n/2 \rfloor$  (Phần nguyên của  $n$  chia 2).

## Chunk 2: Tìm công thức tổng quát

- Nếu  $n = 5$ : Các cặp có thể là  $(1,2)$ ,  $(2,4)$ ... GCD lớn nhất là  $5/2 = 2$ .
- Nếu  $n = 11$ : Cặp tối ưu là  $(5, 10)$ . GCD lớn nhất là  $11/2 = 5$ .

### Quy luật toán học

Kết quả là  $\lfloor n/2 \rfloor$  (Phần nguyên của  $n$  chia 2).

### Tại sao con số này là "vô đối"?

Nếu chọn  $g > n/2$ , thì số bội tiếp theo là  $2g$  chắc chắn sẽ  $> n$ . Bạn không thể tìm được số thứ hai trong phạm vi cho phép.

## Chunk 3: Bẫy về số lượng Test Case

### Lưu ý về hiệu năng

Bài toán có  $T$  bộ dữ liệu. Nếu dùng vòng lặp thử từng số từ  $n$  về 1, độ phức tạp sẽ là  $O(T \cdot n)$ , dễ dẫn đến **Time Limit Exceeded**.

### Giải pháp tối ưu

Sử dụng công thức  $\lfloor n/2 \rfloor$ , độ phức tạp chỉ là  $O(1)$  cho mỗi test case. Cực kỳ nhanh!



# Tổng kết thuật toán (Pseudocode)

```
1 Nhập số lượng test case t
2 Lặp t lần:
3     Nhập số nguyên n
4     Kết quả = n / 2 (chia lấy nguyên)
5     In kết quả ra màn hình
6
```

Listing 1: Mô phỏng thuật toán

Trường hợp biên:  $n = 1$

$\lfloor 1/2 \rfloor = 0$ . Thực tế đề bài thường cho  $n \geq 2$  để đảm bảo tồn tại cặp  $(a, b)$ .

## Bước cuối: Hiện thực hóa ý tưởng

### Lưu ý trong C++

Toán tử / giữa hai số nguyên sẽ tự động thực hiện phép chia lấy phần nguyên.

- $10 / 2 = 5$
- $11 / 2 = 5$

# Bạn đã sẵn sàng lập trình chưa?