

Codeforces 959A: Mahmoud and Ehab and the even-odd game

Phân tích tư duy thuật toán (LHTL Edition)

Coach Tư Duy Thuật Toán

Ngày 13 tháng 1 năm 2026

Lời mở đầu

- Chào bạn! Tôi đã nhận được tín hiệu. Chúng ta sẽ cùng nhau "mổ xẻ" bài toán **Codeforces 959A - Mahmoud and Ehab and the even-odd game**.
- Đừng lo lắng về cái tên dài dòng của nó. Bản chất bài này là một trò chơi logic cực kỳ cơ bản, giống như trò chơi dân gian vậy.
- Bạn đã sẵn sàng chưa? Chúng ta bắt đầu quy trình **Bước 1: Tiếp nhận & Phân thuật** ngay bây giờ.

Bước 1: Phân thuật đề bài (Deconstruct)

Hãy quên cốt truyện về hai cậu bạn Mahmoud và Ehab đi. Đây là luật chơi trần trụi:

- ❶ **Sân chơi:** Có một số nguyên n (hãy tưởng tượng là một đồng sỏi có n viên).
- ❷ **Lượt chơi:**
 - **Mahmoud (đi trước):** Bắt buộc phải chọn một số **CHẴN** (a) để trừ đi ($1 \leq a \leq n$).
 - **Ehab (đi sau):** Bắt buộc phải chọn một số **LẺ** (b) để trừ đi ($1 \leq b \leq n$).
- ❸ **Điều kiện thua:** Đến lượt ai mà không tìm được số nào hợp lệ để trừ (tức là không thể đi tiếp), người đó **THUA**.
- ❹ **Giả định:** Cả hai đều cực kỳ thông minh (chơi tối ưu - optimal), nếu có cơ hội thắng ngay lập tức, họ sẽ làm ngay.

Lộ trình tư duy

Lộ trình tư duy của chúng ta:

- **Chunk 1:** Sức mạnh của người đi trước (Mahmoud) với số Chẵn.
- **Chunk 2:** Tình thế của người đi trước với số Lẻ.
- **Chunk 3:** Tổng kết quy luật thắng thua.

Bước 2: Vòng lặp tư duy (Chunk 1)

Cú đánh của Mahmoud

1. Logic (Ấn dụ):

- Mahmoud là người cầm quyền trọng đi trước. Vũ khí của anh ta là **Số Chẵn** (2, 4, 6, 8...).
- Mục tiêu: Làm sao để sau khi bốc sỏi xong, đồng sỏi còn lại bằng **0** (hết sạch).
- Vì nếu sỏi hết sạch \rightarrow Ehab không còn gì để bốc \rightarrow Ehab thua \rightarrow Mahmoud thắng.

2. Bẫy tư duy (Trap)

Nhiều bạn nghĩ: "Chắc là trừ dần dần, mỗi người trừ một ít". **Không!** Đề bài bảo "chơi tối ưu". Nếu Mahmoud có thể "One-hit K.O", anh ta sẽ làm ngay.

Thử thách tư duy (Mental Check - Chunk 1)

3. Thử thách tư duy:

Giả sử đồng sỏi ban đầu có **10 viên** ($n = 10$). Mahmoud cần chọn một số **CHẴN** (a) sao cho $1 \leq a \leq 10$.

Theo bạn, để thắng ngay lập tức, Mahmoud sẽ chọn a bằng bao nhiêu?

- A. Chọn $a = 2$ (Còn lại 8 viên cho Ehab).
- B. Chọn $a = 10$ (Còn lại 0 viên).

Chốt lại Chunk 1

Đáp án: Chọn $a = 10$

Tuyệt vời! Bạn đã nắm bắt được bản chất cốt lõi.

Kết luận Chunk 1:

- Nếu n là số **CHẴN**, Mahmoud chỉ cần chọn $a = n$ (vì n chẵn).
- \rightarrow Đồng sỏi còn lại bằng 0.
- \rightarrow Ehab không còn lượt đi.
- \rightarrow **Mahmoud Thắng.**

Bước 2: Vòng lặp tư duy (Chunk 2)

Cơ ác mộng số Lẻ

Bây giờ đổi tình huống. Tưởng tượng đồng sỏi là số **LẺ** (Ví dụ: 1, 3, 5, 7...).

1. Logic (Khắc tinh): Luật chơi ép Mahmoud **bắt buộc** phải chọn số **CHẴN**.

2. Bẫy tư duy (Trap): Nhiều bạn nghĩ: "Mahmoud vẫn có thể chọn một số chẵn nhỏ hơn n để chơi cầm chừng". Nhưng liệu chơi cầm chừng có giúp Mahmoud sống sót không, hay là "chết từ trong trứng nước"?

Thử thách tư duy (Mental Check - Chunk 2)

3. Thử thách tư duy:

Giả sử đồng sỏi chỉ có vốn vẹn **1 viên** ($n = 1$). Lượt của Mahmoud (đi trước, phải chọn số chẵn a sao cho $1 \leq a \leq 1$).

Hỏi:

- 1 Mahmoud có tìm được số chẵn nào để chọn không?
- 2 Kết quả ván đấu này ai thắng?

Chốt lại Chunk 2

Đáp án: Không tìm được → Ehab thắng

Chuẩn không cần chỉnh!

Giải thích: Vì luật bắt Mahmoud phải chọn số **CHẴN**, mà 1 lại là số lẻ và nhỏ hơn mọi số chẵn dương (2, 4, 6...).

→ Mahmoud "đứng hình" không đi được nước nào. → **Ehab Thắng**.

Bước 2: Vòng lặp tư duy (Chunk 3)

Quy luật tổng quát

Chúng ta đã có 2 mảnh ghép quan trọng:

- ➊ Nếu $n = \text{Chẵn}$ (VD: 10) \rightarrow Mahmoud "One-hit" trừ sạch \rightarrow **Mahmoud Thắng**.
- ➋ Nếu $n = \text{Lẻ}$ (VD: 1) \rightarrow Mahmoud bó tay \rightarrow **Ehab Thắng**.

Mở rộng cho số Lẻ bất kỳ (3, 5, 7...): Dù Mahmoud có cố vùng vẫy trừ đi một số chẵn nào đó, thì theo toán học:

$$\text{Lẻ} - \text{Chẵn} = \text{Lẻ}$$

Anh ta luôn phải chuyển lại một cục nợ "Số Lẻ" cho Ehab. Ehab chỉ cần trừ sạch cục đó là xong phim.

Chốt hạ thuật toán

Bây giờ, hãy tổng hợp lại thành quy tắc lập trình:

1. Nếu $n \% 2 == 0$ (Số chẵn) \rightarrow In ra: **Mahmoud**
2. Ngược lại (Số lẻ) \rightarrow In ra: **Ehab**

Hóa ra, bài toán nghe có vẻ phức tạp về "chiến thuật tối ưu" thực chất chỉ là một bài toán kiểm tra tính chẵn lẻ cơ bản.

Bước 3: Tổng kết & Mã hóa (Wrap Up)

Đây là bản thiết kế cuối cùng cho chương trình của bạn (Pseudocode):

- ❶ **Input:** Nhập vào số nguyên n .
- ❷ **Process (Xử lý):** Kiểm tra xem n là chẵn hay lẻ.
- ❸ **Output:**
 - Nếu Chẵn ($n \% 2 == 0$): In ra Mahmoud
 - Nếu Lẻ (else): In ra Ehab

Lưu ý nhỏ khi code (C++/Python):

- Input n có thể lên tới 10^9 , nhưng vì chỉ dùng phép chia lấy dư (%) và so sánh nên kiểu `int` (C++) hoặc số nguyên thường (Python) đều xử lý tốt.
- Độ phức tạp: $O(1)$ - siêu nhanh.
- Đừng quên in hoa chữ cái đầu Mahmoud và Ehab.

Bạn đã sẵn sàng để viết code và Submit chưa?

Chúc bạn "Accept" xanh rờn!