

Trägheitsmoment

Versuch V101

15. März 2017

1 Zielsetzung

In dem Versuch sollen Relaxationsphänomene untersucht werden. Hierbei handelt es sich um den Effekt, der bei der Rückkehr eines Systems in seinem Gleichgewichtszustand auftritt (z. B. Entladekurven). Im Versuch sollen das Relaxationsverhalten eines *RC-Kreises* analysiert werden. Zusätzlich soll die Eigenschaft eines RC-Kreises als *Integrator* zu fungieren, untersucht werden.

2 Theorie

Betrachtet man einen aus einem *Kondensator* (Kapazität C , Spannung U_c) und einem Widerstand (Widerstand R) bestehenden Schaltkreis, so erhält man mit dem ohmschen Gesetz und den Gesetzmäßigkeiten eines Kondensators

$$I = \dot{Q} = -\frac{U_c}{R} \quad \text{ohmsche Gesetz}$$
$$Q = CU_c$$

eine Differenzialgleichung für die Spannung. Diese hat die Form:

$$\dot{U}_c + \frac{1}{RC}U_c = 0.$$

Als Lösung ergibt sich folglich ein exponentieller Zusammenhang.

2.1 Relaxationsprozesse unter Einfluss periodischer Auslenkungen

Wird der oben beschriebene Schaltkreis, nun periodisch mit ein Spannung $U(t) = U_0 \sin(\omega t)$ (ω entspricht der Frequenz) angeregt, so weißt das Relaxationsverhalten eine Frequenzabhängigkeit auf. Denn zwischen Generator- und Kondensatorspannung tritt eine Phasenverschiebung $\varphi(\omega)$ (maximal $\frac{\pi}{2}$) auf. Der Zusammenhang sieht wie folgt aus

$$\varphi(\omega) = \arctan(-\omega RC).$$

Neben der Phase ist auch die Amplitude der Kondensatorspannung frequenzabhängig. Für kleine Frequenzen sind sowohl Amplituden- als auch Phasenveränderungen vernachlässigbar, doch für große Frequenzen konvergiert die Amplitude gegen null und die Phasenverschiebung erreicht ihr Maximum von $\frac{\pi}{2}$.

2.2 Integratoreigenschaft des RC-Kreises

Gemäß der Maschenregel gilt für die Spannungen im periodisch angeregten Stromkreis:

$$U(t) = RC \frac{dU_C(t)}{dt} + U_C(t).$$

Ist nun die Frequenz wesentlich höher als der Term $(RC)^{-1}$, so kann der Term U_C vernachlässigt werden (da die Amplitude ja gegen null konvergiert), womit sich ergibt:

$$U(t) = RC \frac{dU_C(t)}{dt} \Leftrightarrow U_C(t) = \frac{1}{RC} \int_0^t U(\bar{t}) d\bar{t}.$$

Die Aufbau kann also für hohe Frequenzen zur Integration der Spannung $U(t)$ verwendet werden.

3 Versuchsaufbau/-durchführung

Der Versuchsaufbau, der sich in allen Teilen der Durchführung nur geringfügig unterscheidet, ist in Abbildung 1 einzusehen. Die Form der Generatorspannung U_G wird dem jeweiligen Abschnitt der Messung angepasst. Bei dem Zweikanal-Oszilloskop handelt es sich um ein digitales Gerät, dessen Measure-Einstellung zur Ausmessung von Spannungsamplituden und Zeitdifferenzen verwendet wird. Diese geben Aufschluss über die in der Theorie erwähnten Zusammenhänge zwischen Generator- und Kondensatorspannung.

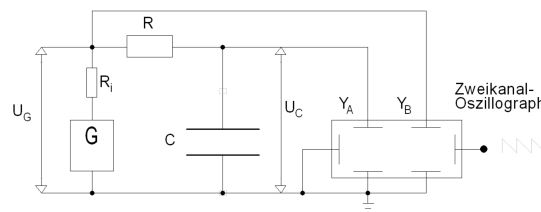


Abbildung 1: Aufbau zur Untersuchung des Relaxationsverhaltens eines RC-Gliedes.

3.1 Bestimmung der Zeitkonstante RC

Um die Zeitkonstante RC zu bestimmen, wird am Generator G in Abbildung 1 eine Rechteckspannung eingestellt. Am Oszilloskop werden die Generatorspannung U_G und die Entladekurve U_C des Kondensators beobachtet und mittels eines Screenshots dokumentiert.

3.2 Untersuchung der Frequenzabhängigkeit von Phasenverschiebung und Amplitude

Am Generator wird eine Sinusspannung eingestellt, deren Frequenz variiert wird (Frequenzbereich: $\sim 10 \text{ Hz} < \nu < \sim 4000 \text{ Hz}$). Mittels der Measure-Einstellung des digitalen Voltmeters werden die Periodendauer b der Generatorspannung U_G , sowie deren zeitliche Verschiebung a zur Kondensatorspannung U_C ausgemessen. Diese beiden Werte ermöglichen gemäß

$$\varphi = \frac{a}{b} 2\pi$$

die Bestimmung der Phasenverschiebung. Darüber hinaus werden für die selben Frequenzen die Amplituden der beiden Spannungen mittels des Oszilloskops bestimmt.

3.3 Untersuchung der Integrator-Eigenschaft des RC-Kreises

Für diese Messung wird am Generator eine Frequenz von 4000 Hz eingestellt, die dem in der Theorie erwähnten Grenzfall $\omega \gg RC^{-1}$

4 Ergebnis

- Ablesen von Oszilloskop ist eine möglicher systematischer Fehler, da Phasenverschiebung größer als $\frac{\pi}{2}$ wird
- niedrige Auflösung des Oszilloskops sorgt für Abweichungen bei der Entladekurve
- Versuch liefert gute Messergebnisse