

Trägheitsmoment

Versuch V101

18. März 2017

1 Zielsetzung

In dem Versuch soll das Verhalten gekoppelter Schwingkreise untersucht werden. Die Untersuchung erfolgt anhand elektrischen Schwingkreisen, die mittels Kondensatoren verknüpft/gekoppelt werden.

2 Theorie

Der grundlegende Aufbau eines gekoppelten Schwingkreises ist in Abbildung 1 dargestellt. Mit den *Kirchhoffschen Regeln* ergibt sich ein System gekoppelter Differentialgleichungen.

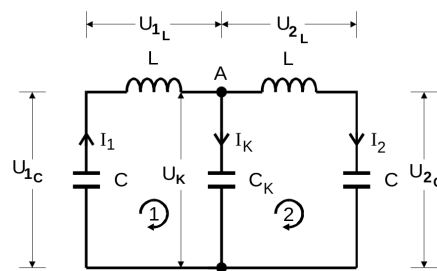


Abbildung 1: Prinzipschaltbild zweier kapazitiv gekoppelter Schwingkreise

Mit Hilfe einer geeigneten Hauptachsentransformation (Addition/Subtraktion der Gleichungen) kann das System gelöst werden. Die sich ergebenden *Lösungen* für die Frequenzen entsprechen genau jenen Frequenzen der Fundamentalschwingungen: Gleich- und gegenphasige Schwingung (ω_+ und ω_-) bei betragsmäßig gleichen Anfangsbedingungen. Bei den resultierenden Funktionen für die Stromstärken fällt auf, dass Cosinus-Therme mit

$$\omega_+ + \omega_- \quad (1)$$

$$\omega_+ - \omega_- \quad (2)$$

auftauchen. Die sich aus (1) ergebende Frequenz ist die *Schwingungsfrequenz*, sie gibt die Frequenz innerhalb einer Einhüllenden an. Hingegen beschreibt (2) die *Schwebungsfrequenz*. Sie gibt an, mit welcher Frequenz die Energie des gekoppelten Systems oszilliert.

Zusätzlich soll das Verhalten eines gekoppelten Schwingkreises mit einer *äußeren Anregung* (mit einer Anregerfrequenz ω_{aus}) untersucht werden. Interessant sind die Fälle $\omega_{\text{aus}} = \omega_+$ und $\omega_{\text{aus}} = \omega_-$. Wird die Anregerfrequenz auf die Eigenfrequenzen des Systems eingestellt, so erreicht die Stromstärke I_2 ein *Maximum*. Des Weiteren existiert in diesem Fall keine Phasendifferenz zwischen der Erreger- und Resonanzfrequenz.

3 Versuchsaufbau/-durchführung

3.1 Justage

Zunächst ist es erforderlich die beiden Schwingkreise auf die selbe Resonanzfrequenz einzustellen. Hierzu wird der Aufbau gemäß Abbildung 2 verwendet, der je einmal für beide Schwingkreise aufgebaut wird. Die Werte der verwendeten Bauteile lauten:

$$\begin{aligned} L &= 23,954 \text{ mH} \\ C &= 0,7932 \text{ nF.} \end{aligned} \quad (3)$$

Im Falle der Resonanz beträgt die Phasendifferenz zwischen Generatorspannung und Schwingkreisstrom $\frac{\pi}{2}$. Die Lissajou-Figur entspricht hier also einem Kreis. Die variable Kapazität des zweiten Schwingkreises wird so eingestellt, dass die Resonanzfrequenzen übereinstimmen.

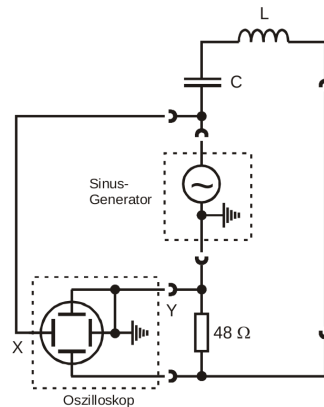


Abbildung 2: Aufbau zur Bestimmung der Resonanzfrequenz.

3.2 Untersuchung der Schwebungen

Unter variablem Kopplungskondensator C_k soll das Verhältnis zwischen Schwebungs- und Schwingungsfrequenz ermittelt werden. Hierzu wird der Aufbau gemäß Abbildung 3 genutzt. Im linken Schwingkreis wird dabei eine Rechteck-Spannung angelegt. Auf dem Oszilloskop wird die Anzahl Schwingungsmaxima innerhalb eines Schwebungsbauches abgezählt.

3.3 Messung der Fundamentalschwingungen

Die experimentelle Bestimmung der Größen ν_+ und ν_- soll durch zwei verschiedene Methoden geschehen. Zunächst wird der Aufbau 3 geringfügig modifiziert. Die Rechteckspannung

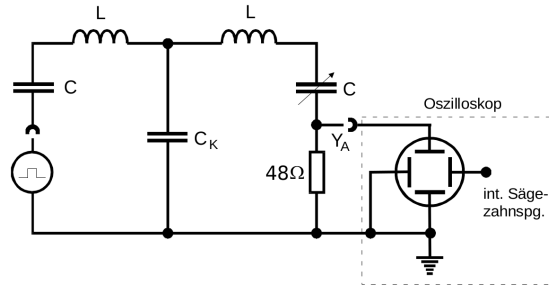


Abbildung 3: Aufbau zur Untersuchung der Schwebungsvorgänge.

wird durch eine Sinusspannung ersetzt und auf den X-Eingang des Oszilloskops gelegt, welches auf die X-Y-Option eingestellt wird. Die Phase zwischen der Generatorspannung und der abfallenden Spannung am $48\,\Omega$ Widerstand verschwindet für die Resonanzfrequenzen. Für variable C_K werden also mittels der *Measure*-Einstellung des Oszilloskops jene Frequenzen ermittelt, für die sich die Lissajou-Figur als Gerade darstellt.

Nun zur zweiten Methode. Wie in der Theorie erwähnt, erreicht der Strom I_2 und damit auch die über den Widerstand abfallende Spannung zwei Maxima für die Fundamentalfrequenzen. Das Oszilloskop wird auf den Y-T-Betrieb umgeschaltet und der Spannungsverlauf in Abhängigkeit von der Frequenz untersucht. Hierzu wird ein Frequenzsweep der Periode 1 s verwendet. Aus Anfangs- und Endfrequenz, sowie den mit dem Oszilloskop gemessenen Zeitdistanzen der Maxima zum Anfangspunkt des Sweeps, können die Fundamentalfrequenzen in der Auswertung berechnet werden.

4 Ergebnis

- Bauelemente sind nicht fehlerfrei, eine solche Annahme ist falsch
- Abweichung zwischen Theorie und Praxis teilweise über 30%
- schlechte Auflösung des Oszilloskop beeinträchtigt die Genauigkeit (Sweep-Methode)
- Versuch liefert zweigeteilte Ergebnisse (teilweise Übereinstimmung mit der Theorie)
- Es scheint, als ob die Erhöhung der Kapazität C_k eine höhere Genauigkeit des Versuches bewirkt