Trägheitsmoment

Versuch V101

3. März 2017

1 Zielsetzung

Im dem Versuch sollten die Trägheitsmomente verschiedener Körper (Zylinder, Kugel und Puppe) bestimmt werden.

2 Theorie

Das Trägheitsmoment gibt die Trägheit eines Körpers bei Drehbewegungen an. Es ist das Gegenstück zur Massenträgheit bei translativen Bewegungen. Berechnet werden kann es mit

$$I = \int r^2 \, \mathrm{d}m.$$

Zusätzlich ist der Satz von Steiner von entscheidener Rolle. Dieser gibt das Trägheitsmoment bezüglich einer um die Länge a parallel verschobene Achse an:

$$I = I_{\rm S} + ma^2$$

3 Versuchsaufbau/-durchführung

3.1 Versuchsdurchführung

Für den Versuch werden im Wesentlichen eine Torsionsfeder mit Winkelskala und eine Federwaage benötigt.

3.2 Bestimmung der Winkelrichtgröße D

(Die Winkelrichtgröße ist die Proportionalitätskonstante zwischen dem rückstellenden Drehmoment und dem Drehwinkel) Zunächst wird eine 'masselose' Stange auf die Torsionsfeder gesetzt. Nun wird mit Hilfe der Federwaage, die Stange um den Winkel ϕ ausgelenkt. Wichtig hierbei ist, dass Stange und Waage orthogonal zueinanderstehen. Es ergibt sich somit für die Winkelrichtgröße:

$$\left| \, \vec{M} \, \right| = aF = D\phi \quad \Leftrightarrow \quad D = \frac{aF}{\phi}$$

Die Größe a bezeichnet den Abstand der Federwaage zur Drehachse. Es kann D auch zusätzlich über die Schwingungsdauer der Torsionsfeder bestimmt werden.

3.3 Bestimmung des Eigenträgheitsmoment I_{D}

An der sich auf der Torsionsfeder befindenden Stange werden zwei Massen platziert. Dies besitzen zur Drehachse den Abstand a. Für jeden Abstand wird nun die Schwingungsdauer von fünf Schwingungen drei Mal gemessen. Das Ganze wird für 10 verschiedene Abstände durchgeführt.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}$$
 (folgt aus der DGL)

3.4 Messung verschiedener Trägheitsmomente

Zunächst werden die Körper mittels eines Messschieber vermessen. Anschließend mit Hilfe einer digitalen Waage gewogen. Danach werden sie auf die Drehfeder geschraubt und die Schwingungsdauer von fünf Schwingungen gemessen. Somit kann eine experimentelle Bestimmung des Trägheitsmomentes erfolgen. Für die Berechnung des Theoriewertes der Malerpuppe wird eine vereinfachte Darstellung Torso, Arme und Beine sind Zylinder und der Kopf eine Kugel angenommen.

4 Ergebnis

- Mittlung über 5 Messwerte verbessert die Genauigkeit
- ablesen der Kraft von der Federwaage ist ungenau
- orthogonale Positionierung der Federwaage ist nicht perfekt möglich
- Größen- und Gewichtsmessung sorgen für (kleine) Ungenauigkeiten
- Messung von Zylinder und Kugel weisen hohe Übereinstimmung mit der Theorie auf (Abweichung: Zylinder +13%, Kugel $\pm0\%$)
- Die Vereinfachung der Puppengeometire sorgt für dramatische Abweichung (bis zu 1200%)