

$x'Ax > 0 \rightarrow$ Positiva definida.

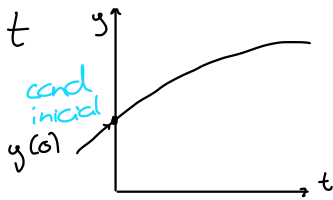
Sistema dinámico

Sistema de ecuaciones que cambia con respecto al tiempo.

Ecuaciones diferenciales

eqn $\frac{dy}{dt}$

cambio t



$$\frac{dy}{dt} = 2y$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int 2dt + c \Rightarrow \ln(y) = 2t + c$$

$$y = e^{2t+c} = e^{2t}e^c = Ce^{2t}$$

Ejemplo: $y' = -2ty \rightarrow$
 $y(0) = 4$

$$\frac{dy}{dt} = -2ty$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int -2t dt \Rightarrow \ln(y) = -\frac{2t^2}{2} \Rightarrow \ln(y) = -t^2 + c \Rightarrow y = Ce^{-t^2}$$

$$4 = Ce^{-0} \Rightarrow C = 4$$

$$y' = y^2 \quad \frac{dy}{dt} = y^2 \Rightarrow \int \frac{dy}{y^2} = \int dt \Rightarrow \frac{1}{y} = t + c \Rightarrow y = \frac{1}{t+c}$$

$$y(1) = 1 \quad 1 = \frac{1}{1+c} \Rightarrow c = 1-1 = 0$$

$$c = 0$$

$$y' = ty + t^3 \quad ty' + y + 4 = 0$$

factor de integración

$$ty' + y + 4 = 0$$

$$y' + \frac{y}{t} + \frac{4}{t} = 0 \Rightarrow y' + \frac{y}{t} = -\frac{4}{t} \quad \text{sea } \mu = e^{\int \frac{1}{t} dt} = e^{\ln(t)} = t$$

$$\Rightarrow t \left[y' + \frac{1}{t} \right] = t \left[-\frac{4}{t} \right] \quad \text{Integrando} \Rightarrow ty = -4t + c$$

$$\Rightarrow y = \frac{c-4t}{t} = \frac{c}{t} - 4$$

Resolver sin saltos e pasos

08/abril /19

Ecuaciones diferenciales

$$x'(t) = -\frac{t}{x} \quad \text{ecuación General con constantes}$$

$$x(0) = 3.$$

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{t}{x} \Rightarrow \int x dx = \int -t dt \Rightarrow \frac{x^2}{2} = -\frac{t^2}{2} + C \Rightarrow x^2 + t^2 = k^2$$

axis equal

10/abril /19

Caída libre: Tangente hiperbólica.

$$v(t_{i+1}) = v(t_i) + h * f(v(t_i))$$

$$h = t_{i+1} - t_i$$

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Método de Euler.

$$y_{i+1} = y_i + h y'(x_i)$$

$$y' = f(x, y)$$

$$y_{i+1} = y_i + h y'(x_i)$$

$$y(x_0) = y_0$$

Calcular punto medio con la pendiente

Sacar ϕ

f tiene que ser función anónima.

22/abril /19

Función **rvps** pone los tres métodos que vimos juntos.

Euler es el que tiene más error, Euler es de orden uno.

Los demás son de orden 2 y el rvps es de orden 4.

Método RK4: Se usa para encontrar soluciones a ecuaciones de primer orden. Para cambiar la escala se cambian los parámetros de la función.

$$F = ma$$

$$a = \frac{F}{m}$$

$$x'' = F/m$$

$$x' = v$$

Si necesitamos n ecuaciones, necesitamos n condiciones iniciales. Esto se soluciona con un vector

$$\begin{bmatrix} x' \\ v' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ F/m \end{bmatrix} \rightarrow f(t, y)$$

vector y.

$$y_1' = -0.5 * y_1$$

$$y_2' = 4 - 0.3 * y_2 - 0.1 * y_1$$

$$y_1(0) = 4$$

$$y_2(0) = 6$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}' = f(t, y_1, y_2)$$

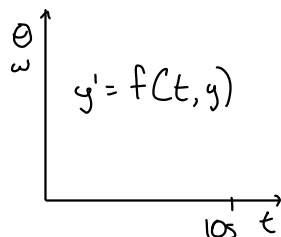
y, y₂

Tarea: $y' = 3y - 2z$ $y(0) = 1$ $f = @ (t, yz)$ $M * yz$
 $z' = 2y - 2z$ $z(0) = -1$ $f = @ (t, yz)$ \hookrightarrow matriz de coeficientes

24/abril/19

Aplicaciones

Péndulo:



$$\theta'' = \frac{-g}{l} \sin \theta$$

$l = 1$

Euler: $h = 0.1$
 0.01

$$\theta_0 = \pi/8$$

$$= \pi/2$$

$$= \pi$$

RK4: $h = 0.1$
 0.01
 1

Movimiento de un satélite geostacionario: Un error de euler es que no se cierra.

Proyecto: hasta 3 Live Script "bonito" con comentarios. (Buscar cómo hacerlo)
 5 Tierra - Luna (Cambiar parámetros de posición inicial y ecuación)
 7 Sol - Tierra - Venus
 9 Sol - Tierra - Luna
 10 Generalizar iups.

Live Script: Se inserta texto de latex u otros, se pueden insertar imágenes.

Inicialmente la velocidad va en y, ya que es perpendicular a x, la velocidad de la tierra.
 En pos cuando las posiciones del satélite y de la tierra.

Tarea*: $y' = M * y$ $y = v e^{\lambda t}$ $y' = \lambda v e^{\lambda t} \rightarrow \lambda v e^{\lambda t} = M v e^{\lambda t} \Rightarrow Mv = \lambda v$

29/abril/19

Para insertar texto en Matlab Live Script es en la pestaña Live Editor y texto. Para insertar imágenes solo se copia y pega.

$[V, D] = \text{eig}(A)$: regresa la matriz diagonal de los eigenvalores y la matriz V donde las columnas corresponden a eigenvectores para que $A * V = V * D$.

$$y' = Ay$$

$$y(t) = C_1 V_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 V_2 e^{\lambda_2 t}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = C_1 \begin{bmatrix} v(1,1) \\ v(1,2) \end{bmatrix} + C_2 \begin{bmatrix} v(2,1) \\ v(2,2) \end{bmatrix}$$

$v(1,:)$ $v(2,:)$

sol. general $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = y(0)$
 sol. particular

$$C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} \quad C = v \setminus y_0.$$

Sistema masa resorte amortiguador.

$$mx'' + cx' + kx = 0$$

$$x'' = \frac{-c}{m} x' - \frac{k}{m} x$$

$$x' = v$$

$$v' = -\frac{c}{m} x' - \frac{k}{m} x$$

$$y = \begin{bmatrix} x \\ v \end{bmatrix} \quad y_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ v' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ -\frac{c}{m} v - \frac{k}{m} x \end{bmatrix}$$

Valor propio nos da la frecuencia angular.

$$y' = M * y$$

06/mayo/19

Suponer pendiente inicial. Sabemos punto inicial y punto final.

$$\frac{dy}{dt^2} - 4y = 0$$

$$y(0) = 1$$

$$y(1) = 3$$

N = 100 puntos

Calcular uno arriba, uno abajo y calcular el centro con bisección.

① Despejamos ecuación

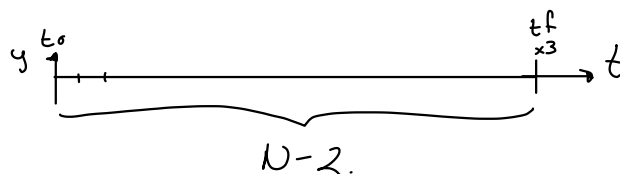
$$y'' = 4y \rightarrow yz = \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} \quad \begin{cases} y' = z \\ z' = 4y \end{cases} \quad yz' = M * yz \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$yz_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ ? \end{bmatrix} 3.$$

End: último elemento del arreglo.
 $z_0 = \text{bisection}(y, -1, 0):$

Métodos de Ecuaciones Finitas.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2}$$



$$\frac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} - 4y_i = 0.$$

$$1 - (2 + 4h^2)y_i + y_z = 0$$

$$y_1 - (2 + 4h^2)y_2 + y_3 = 0$$

$$y_2 - (2 + 4h^2)y_3 + y_4 = 0$$

⋮

$$y_{N-2} - (2 + 4h^2)y_{N-1} + 3 = 0.$$

$$y_{i-1} - (2 + 4h^2)y_i + y_{i+1} = 0$$

08/mayo/19

Repaso Examen

Ecuaciones diferenciales $\frac{dy}{dt} = f(y, t)$

¿y(t)? Analítica symp
 Numérica.

• Problemas con valores iniciales.

• Valores en la frontera.

$$y_{i+1} = y_i + \Delta h$$

↳ cómo calcular pendiente.

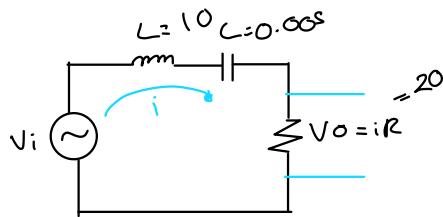
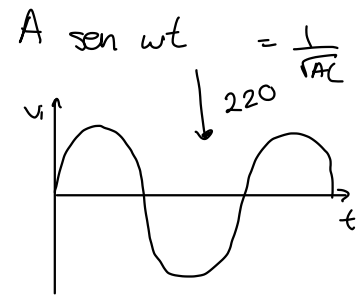
Método de Euler: extendemos línea a un punto y bajamos

RK4: Utiliza 4 pendientes para llegar a la solución.
 Problema del péndulo.

Valores en frontera $\left\{ \begin{array}{l} \text{shooting (iyps) + raíz (bisección)} \\ \text{diferencias finitas} \end{array} \right. \frac{y_{i+1} - y_i}{t_{i+1} - t_i} = \frac{\Delta y}{\Delta t} + \text{sistema ecuaciones tri-diagonal C.S.}$

$$e^{\begin{bmatrix} f & g \\ - (2+4h^2) & \end{bmatrix}}$$

$$\begin{aligned} y(1) &= 1 \\ &\vdots = \omega \\ y(10) &= 3 \end{aligned}$$



$$Li'' + Ri' + \frac{1}{C}i = v_i$$

$$i'' = -\left(\frac{R}{L}i' + \frac{1}{LC}i\right) + \frac{v_i'}{L}$$

$$\begin{aligned} (i'') \quad i' &= x \\ x' &= -\left(\frac{R}{L}x + \frac{1}{LC}i\right) + \frac{v_i'}{L} \\ \begin{bmatrix} i \\ x \end{bmatrix}' &= M \begin{bmatrix} i \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{v_i'}{L} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}$$

$$t = [0, 15]$$

Derivada del seno: $A \sin(wt) \Rightarrow A \sin\left(\frac{1}{\sqrt{2}AC} \cdot t\right)$

- Examen:
- Shooting: Saber que hace cada linea y el problema.
 - Aprender de memoria que hace iyps.
 - Repasar Circuito eléctrico