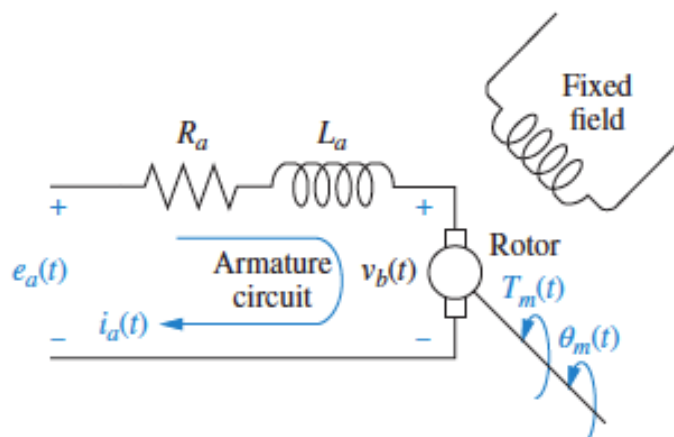


Principios de Mecatrónica
Modelado de Sistemas electromecánicos
Motor de corriente directa
Clase ??

Sistemas Electromecánicos

Los sistemas electromecánicos están compuestos por partes eléctricas y mecánicas para conformar un mecanismo, que interconectados realizan una tarea deseada. Un ejemplo claro de sistemas electromecánicos son los motores eléctricos, usados en los aparatos domésticos, tales como: ventiladores, refrigeradores, lavadoras, mecanismos de transmisión de potencia y demás, que convierten energía eléctrica en energía mecánica. De esta forma, un motor es un componente electromecánico que produce una salida de desplazamiento para una entrada de tensión, en otras palabras, una salida mecánica generada por una entrada eléctrica.

En esta sección derivaremos la función de transferencia para un particular sistema electromecánico, llamado *armadura de servomotor controlado* de corriente continua.



El motor de corriente continua es una máquina que convierte la energía eléctrica en mecánica, provocando un movimiento rotatorio, gracias a la acción que genera el campo magnético.

La principal característica del motor de corriente directa es que la bobina (inductor) genera un campo *magnético fijo* y no se encuentra dentro del circuito del motor, es decir no existe conexión eléctrica entre el rotor y el estator.

El principio de funcionamiento de los motores eléctricos de corriente directa o continua se basa en la **repulsión** que ejercen los polos magnéticos de un imán permanente cuando, de acuerdo con la Ley de Lorentz, interactúan con los polos magnéticos de un electroimán que se encuentra montado en un eje. Este electroimán se denomina "rotor" y su eje le permite girar libremente entre los polos magnéticos norte y sur del imán permanente situado dentro de la carcasa o cuerpo del motor.

En resumen, el movimiento giratorio de los motores de C.C. se basa en el empuje (fuerza) derivado de la repulsión y atracción entre polos magnéticos, gobernada por la Ley de Lorentz:

Dado que una carga eléctrica en movimiento induce un campo magnético, podemos considerar a esta carga como un imán. Pues bien, al igual que cuando aproximamos dos imanes comprobamos que entre ellos existe una fuerza (de repulsión si aproximamos polos homólogos y de atracción si los polos son opuestos), una carga eléctrica que se desplaza en las proximidades de un imán (en el seno de un campo magnético) también experimentará ese tipo de fuerzas. El valor de esta fuerza depende del valor de la carga eléctrica en movimiento, la intensidad del campo magnético y de la velocidad a la que se desplaza la carga

Modelado Matemático

El modelado matemático del motor de corriente continua requiere de dos ecuaciones, una ecuación mecánica y otra ecuación eléctrica. Estas ecuaciones están acopladas y se basan en las Leyes de la dinámica y de Kirchhoff, respectivamente. Por una parte, la ecuación mecánica modela principalmente el movimiento del rotor, y por otra parte la ecuación eléctrica modela lo que ocurre en el circuito eléctrico del rotor.

En cuanto circula corriente por el bobinado del rotor (inducido), se produce la acción dinámica entre la corriente y el campo magnético de las expansiones polares, haciendo que el motor comience a funcionar. Así, al aplicar una tensión v_a al rotor, circula por él una corriente i_a , y debido a esta corriente, sobre el campo magnético generado por el estator-rotor, se inducirá una fuerza contra electromotriz v_b (ley de Lenz *toda corriente se opone a la causa que la produce*), entonces, ya que la armadura portadora de corriente está girando en un campo magnético, su voltaje es proporcional a la velocidad:

$$v_b = K_b \frac{d\theta_m(t)}{dt}$$

Siendo K_b la constante de fuerza contra-electromotriz.

Por otra parte, el rotor realizara su movimiento debido al torque electromagnético generado por el campo magnético que se produce en el estator y a su vez dependerá de la corriente que se produce en la armadura. Así el torque que se genera en el estator es directamente proporcional a la corriente que circula en la armadura, de esta manera la ecuación es:

$$T_m(t) = K_t i_a(t)$$

Siendo K_t la constante de torque electromagnético, llamada también constante de torque del motor. De esta forma, considerando que el motor es de corriente continua y que la corriente $i_a(t)$ permanece casi constante y que la inductancia es casi cero se tiene que

$$L_a \frac{di_a(t)}{dt} = 0,$$

entonces, la función de transferencia que relaciona $v_a(t)$ y θ_m esta dada por:

$$\frac{\theta_m(s)}{e_a(s)} = \frac{K}{s(s + \alpha)}.$$

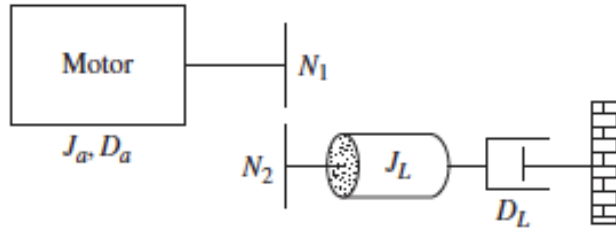
ó

$$\frac{W_m(s)}{e_a(s)} = \frac{K}{(s + \alpha)}$$

con $\omega_m(t) = \dot{\theta}_m(t)$ y

$$K = \frac{K_t}{R_a J_m} \quad \alpha = \frac{1}{J_m} \left(D_m + \frac{K_t K_b}{R_a} \right)$$

Por otra parte, cómo están dadas las constantes mecánicas J_m y D_m , si el motor de corriente directa esta determinado por la siguiente figura?



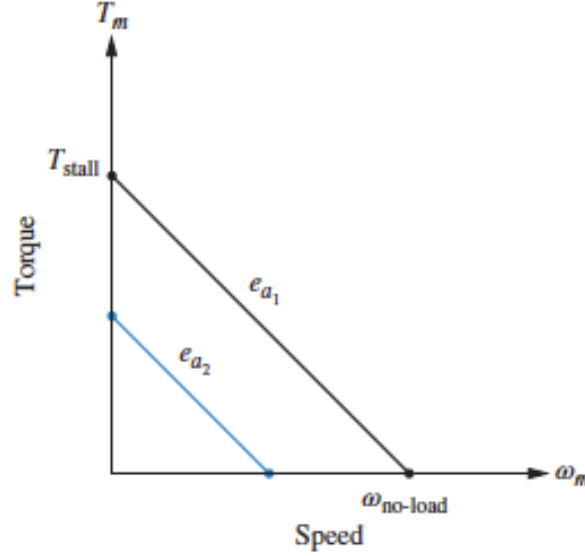
Las constantes mecánicas no presentan problema en obtenerlas. Sin embargo las eléctricas tienen que ser derivadas a través de un *dinamometro* del motor. Donde el dinamometro mide el torque y velocidad de un motor, bajo la condición de que es aplicado **un voltaje de entrada constante**. Entonces, bajo esta condición se tiene que

$$\frac{R_a}{K_t} T_m + K_b \omega_m = e_a,$$

resolviendo para T_m resulta

$$T_m = -\frac{K_b K_t}{R_a} \omega_m + \frac{K_t}{R_a} e_a$$

y claramente se puede observar la relación T_m vs ω_m dependiendo del voltaje aplicado y descrita gráficamente por la siguiente figura, la cual es llamada curva de torque-velocidad.



La intersección del eje de torque ocurre cuando la velocidad angular alcanza cero. Ese valor de torque se llama torque de parada, T_{stall} . Entonces

$$T_{stall} = \frac{K_t}{R_a} e_a.$$

Por otro lado, la velocidad angular que ocurre cuando el par es cero se denomina velocidad sin carga $\omega_{no-load}$.

$$\omega_{no-load} = \frac{e_a}{K_b}$$

Entonces, las constantes eléctricas pueden ser determinadas por

$$\frac{K_t}{R_a} = \frac{T_{stall}}{e_a}$$

$$K_b = \frac{e_a}{\omega_{no-load}}$$

Dado el sistema y curva de velocidad–torque, encontrar la función de transferencia $\frac{\theta_L}{E_a}$.

