МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Лабораторная работа №6
«Дескрипторный метод»
по дисциплине «Моделирование технических систем»

Вариант 3

Выполнили:
студенты гр. R4133c
Борисов М. В.
Симонов П.
Мацуганов А. И.

Преподаватель:
Семенов Д. М.

Санкт-Петербург
2021 г.

Задание

Дана система с постоянной задержкой h

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_1 x(t-h), \text{ где } x \in \mathbb{R}^2 \tag{1}$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \; A_1 = \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$$

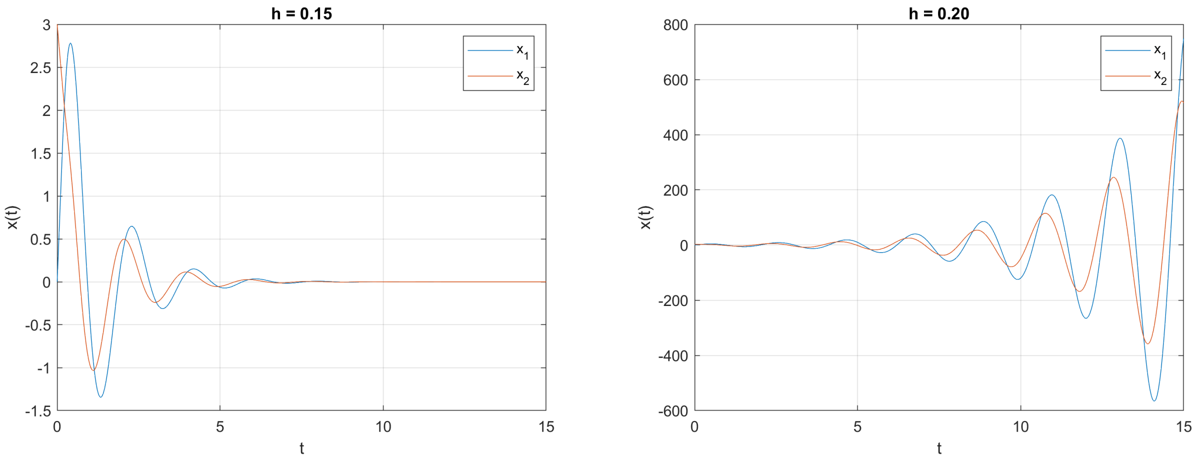
1. Промоделировать данную систему
2. Используя дескрипторный метод, найти максимальную задержку, при которой данная система будет устойчивой.
3. Построить регулятор $u(t) = Kx(t)$ такой, чтобы замкнутая система

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_1 x(t{-}h) + Iu(t) = (A+K)x(t) + A_1 x(t{-}h)$$

   была устойчивой при любых задержках h.

Решение

Промоделируем систему с различными h



(a) Устойчивый случай

(b) Неустойчивый случай

Рис. 1: Моделирование системы (1)

Используя дескрипторный метод, найдем максимальную задержку h, при которой исследуемая система будет устойчивой. Для этого необходимо решить следующую систему линейных матричных неравенств:

$$\psi = \begin{bmatrix} P_2^T(A+A_1) + (A+A_1)^T P_2 & P - P_2^T + (A+A_1)^T P_3 & -hP_2^T A_1 \\ * & -P_3 - P_3^T + hR & -hP_3^T A_1 \\ * & * & -hR \end{bmatrix} < 0, \tag{2}$$

$$P > 0, \; R > 0$$

В результате решения неравенства получена максимальная задержка $h = 0.18$, при которой система является устойчивой.

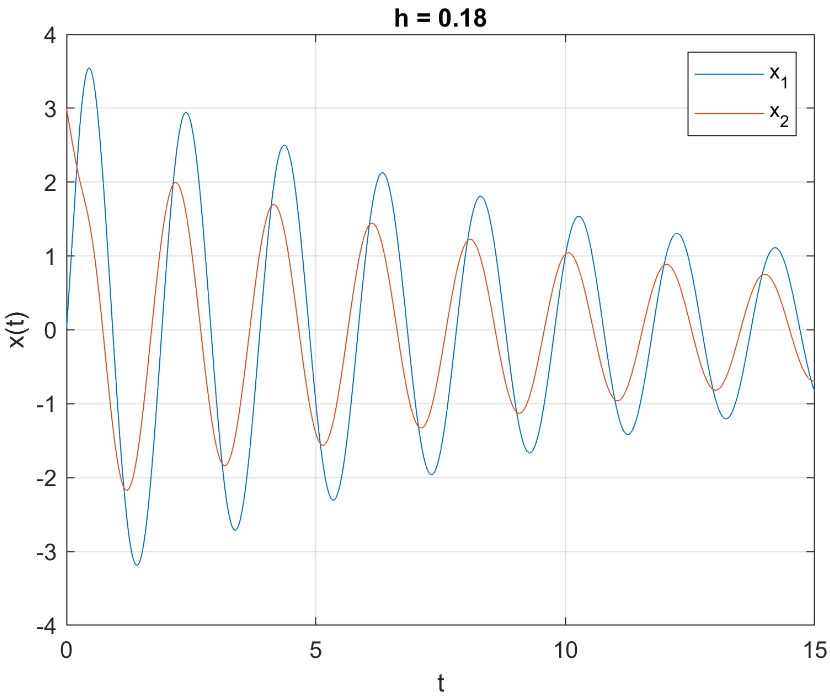


Рис. 2: Моделирование системы (1) при максимальной задержке

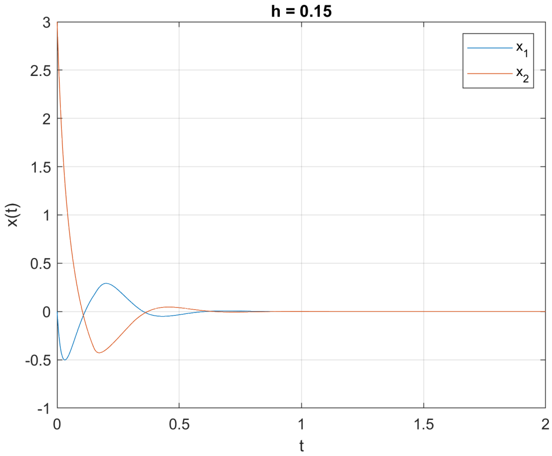
Используя метод Ляпунова-Красовского, найдем такое K для регулятора $u(t) = Kx(t)$, чтобы замкнутая система была устойчива. Для этого достаточно решить матричное неравенство:

$$\psi = \begin{bmatrix} \tilde{A}^T P + P\tilde{A} + Q & PA_1 \\ A_1^T P & -Q \end{bmatrix} \tag{3}$$

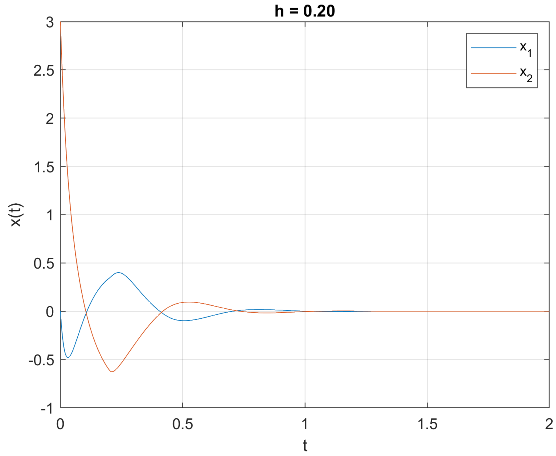
где $P = P^T > 0$, $Q = Q^T > 0$, $\tilde{A} = A + K$
Получаем матричный коэффициент K:

$$K = \begin{bmatrix} -35.4556 & -17.4925 \\ -18.4925 & -25.2699 \end{bmatrix} \tag{4}$$

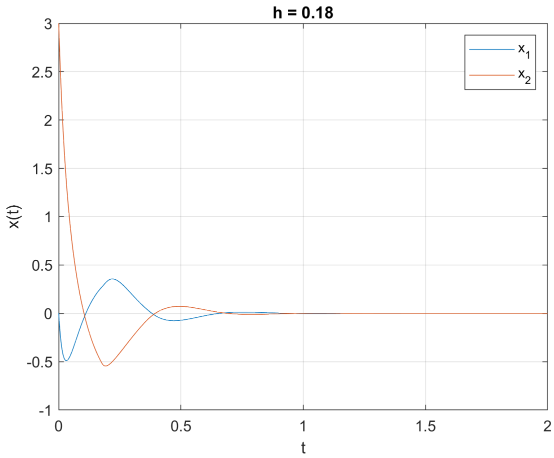
Промоделируем систему с различными h



(a) Устойчивый случай



(b) Неустойчивый случай



(c) Максимальная задержка

Рис. 3: Моделирование замкнутой системы

Вывод

В данной работе был исследован дескрипторный метод с помощью которого была установлена максимально возможная задержка незамкнутой системы с произвольной постоянной задержкой. Изучен метод построения регулятора для замкнутой системы с целью стабилизации системы при любой задержке.