

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»**

**Практическая работа №2**  
**«Обратная задача кинематики»**  
по дисциплине «Моделирование и управление робототехническими системами»

Выполнил:  
студент гр. R41341с  
Борисов М. В.

Преподаватель:  
Каканов М. А.

Санкт-Петербург  
2021 г.

# Дано

## Задание

Решить обратную задачу кинематики для шестизвенного манипулятора с помощью метода кинематического декомпозирования.

1. Рассчитать координаты точки пересечения осей вращений сочленений сферического запястья
2. Решить обратную задачу кинематики по положению
3. Решить обратную задачу кинематики по ориентации

## Решение

Системы координат выбраны как показано на рисунке 1

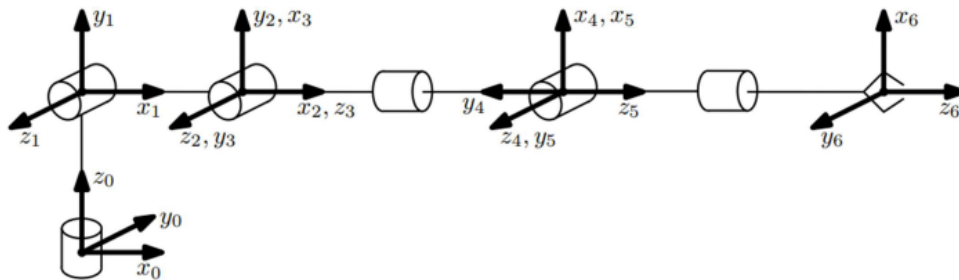


Рис. 1: Системы координат звеньев манипулятора

Параметры Денавита-Хартенберга приведены в таблице 1. Значения параметров  $a_i$ ,  $d_i$  были приняты единичными. Поскольку все звенья манипулятора вращательные, то углы  $\theta_i$  выступают в качестве обобщённых координат и будут выбраны произвольно.

Звено, $i$	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	$\frac{\pi}{2}$	$d_1$	$\theta_1$
2	$a_2$	0	0	$\theta_2$
3	0	$\frac{\pi}{2}$	0	$\theta_3 + \frac{\pi}{2}$
4	0	$-\frac{\pi}{2}$	$d_4$	$\theta_4$
5	0	$\frac{\pi}{2}$	0	$\theta_5$
6	0	0	$d_6$	$\theta_6$

Таблица 1: Параметры Денавита-Хартенберга

В приложении А приведена функция для решения обратной задачи кинематики. В нём задаются параметры манипулятора и производится расчёт.

Метод декомпозиции заключается в разделении ОЗК на два этапа:

1. ОЗК по положению
2. ОЗК по ориентации

Зная вектор  $p_6^0$  и матрицу  $R_6^0$  можно посчитать вектор  $p_4^0$

$$p_4^0 = p_6^0 - d_6 R_6^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

После этого производится расчёт положений первых трёх звеньев исходя из положения четвёртого звена и параметров Денавита-Хартенберга.

Затем для определения матрицы  $T_{03}$  и получения из неё матрицы поворота  $R_{03}$  решается прямая задача кинематики для первых трёх звеньев.

Зная матрицы поворота  $R_{03}$  и  $R_{06}$  находим  $R_{36}$ , которая необходима для решения ОЗК по ориентации для углов  $q_4 \dots q_6$ .

Проверим полученную функцию сначала решив ПЗК и используем её результаты для решения ОЗК.

```
1 >> fk([0.28 0.2 0.1 0.9 0.9 0.9])
2
3 ans =
4      2.4620      0.0695      2.1431     -0.6581      0.8647     -0.8527
5
6 >> ik([2.4620      0.0695      2.1431     -0.6581      0.8647     -0.8527])
7
8 ans =
9      0.2800      0.2000      0.1001      0.9001      0.9000      0.8999
10
11
```

Получили изначальные величины, что доказывает правильность реализации.

## Вывод

В ходе работы написана функция решения обратной задачи кинематики.

## А. Функция решения прямой задачи кинематики

```
1 function q = ik(xi)
2
3 x = xi(1);
4 y = xi(2);
5 z = xi(3);
6 phi = xi(4);
7 theta = xi(5);
8 psi = xi(6);
9
10 % фиксированные параметры
11 a = [0 1 0 0 0 0]; % расстояние вдоль x
12 alpha = [pi/2 0 pi/2 -pi/2 pi/2 0]; % угол вокруг x
13 d = [1 0 0 1 0 1]; % расстояние вдоль z
14
15 p06 = [
16     x;
17     y;
18     z;
19 ];
20
21 A1 = [
```

```

22     cos(phi) -sin(phi) 0;
23     sin(phi) cos(phi) 0;
24     0 0 1
25 ];
26 A2 = [
27     cos(theta) 0 sin(theta);
28     0 1 0;
29     -sin(theta) 0 cos(theta)
30 ];
31 A3 = [
32     cos(psi) -sin(psi) 0;
33     sin(psi) cos(psi) 0;
34     0 0 1
35 ];
36
37 R06 = A1 * A2 * A3;
38
39 p04 = p06 - d(6)*R06*[0 0 1]';
40
41 xc = p04(1);
42 yc = p04(2);
43 zc = p04(3);
44
45 % решаем обратную задачу
46 q(1) = atan2(yc,xc);
47 cosq3 = ((zc - d(1))^2 + xc^2 + yc^2 - a(2)^2 - d(4)^2) /
    ↪ (2*a(2)*d(4));
48 if fix(cosq3) == 1 % округляем малые значения до нуля
49     q(3) = 0;
50     q(2) = atan2(zc-d(1), sqrt(xc^2+yc^2));
51 elseif fix(cosq3)==-1
52     q(3)=pi;
53 elseif fix(cosq3)<1
54     q(3)= atan2(sqrt(1-cosq3^2), cosq3);
55 end
56 q(2) = atan2(zc-d(1),sqrt(xc^2+yc^2))-atan2(d(4)*sin(q(3)),
    ↪ a(2)+d(4)*cos(q(3)));
57
58 % решаем прямую задачу до третьего звена
59 T01 = ht(q(1),d(1),a(1),alpha(1));
60 T12 = ht(q(2),d(2),a(2),alpha(2));
61 T23 = ht(q(3)+pi/2,d(3),a(3),alpha(3));
62
63 T02 = T01*T12;
64 T03 = T02*T23;
65 R03 = T03(1:3, 1:3);
66
67 R36 = R03'*R06;

```

```

68
69 R = R36;
70 if abs(R(3,3)) < 1
71     phi = atan2(R(2,3), R(1,3));
72     theta = atan2(sqrt(1-R(3,3)^2), R(3,3));
73     psi = atan2(R(3,2), -R(3,1));
74 elseif R(3,3) == 1
75     phi = 0;
76     theta = 0;
77     psi = atan2(R(2,1), R(1,1));
78 elseif R(3,3) == -1
79     phi = atan2(-R(1,2), R(1,1));
80     theta = pi;
81     psi = 0;
82 end
83
84 q(4) = phi;
85 q(5) = theta;
86 q(6) = psi;

```