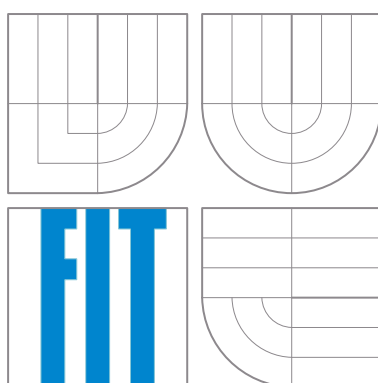


Simulační studie - analogový filtr



9. prosince 2012

Martin Janyš (xjanys00)
Jan Bednařík (xbedna45)

Fakulta Informačních Technologií
Vysoké Učení Technické v Brně

Obsah

1	Úvod	1
1.1	Autoři projektu	1
1.2	Ověření validity modelu	1
2	Rozbor tématu a použitých metod/technologií	1
2.1	Použité postupy a technologie	2
2.2	Vlastnosti použitých technologií	3
3	Koncepce	3
3.1	Tvorba konceptuálního modelu	4
3.2	Rovnice smyček	4
3.3	Blokové schéma	5
4	Architektura simulačního modelu	6
4.1	Mapování konceptuálního modelu na simulační model	6
4.2	Formát wav	7
4.3	Chování programu	8
5	Podstata simulačních experimentů a jejich průběh	8
5.1	Postup experimentování	8
5.2	Experimenty	8
5.2.1	Frekvenční charakteristika	8
5.2.2	Reálný signál - On My Cloud	11
5.2.3	Reálný signál - Bicí	11
5.2.4	Reálný signál - Bílý šum	11
5.3	Závěry experimentů	12
6	Shrnutí simulačních experimentů a závěr	13
	Reference	14

1 Úvod

Tato práce se zabývá návrhem, realizací a simulací spojitého systému reprezentujícího pasivní analogový filtr typu dolní propust'. Pro konkrétní implementaci byl zvolen Butterworthův filtr 5. řádu. Za pomoci modelu a vhodně zvolených experimentů bude demonstrováno očekávané chování filtru ať už při využití syntetických či reálných vstupních signálů.

Problematika analogových filtrů a modelování spojitých systémů skýtá množství teorie, proto se budeme snažit o názorný popis slovně, schémata, grafy i matematickými vztahy. Simulací analogového systému je možné získat některé významné údaje, jako je například frekvenční charakteristika včetně fázové odezvy. Funkčnost modelu filtru bude demonstrována taktéž na reálném signálu ve formátu **wav**.

1.1 Autoři projektu

Projekt představuje výsledek práce studentů Martina Janyše a Jana Bednaříka. K úspěšnému dokončení práce bylo nutné prostudovat materiály z předmětů Teorie Obvodů, Signály a systémy, Modelování a simulace a dalších předmětů. Uváděná fakta jsou tedy podpořena literárními zdroji, jež často představují studijní materiály vysokoškolských předmětů orientujících se na problematiku elektroniky.

1.2 Ověření validity modelu

Správnost zvolené koncepce byla ověřena prostřednictvím porovnání výsledků simulací s výstupy již existujícího simulátoru elektrických obvodů, který lze považovat za referenční. K Butterworthu filtru 5. řádu se pojí několik distinktivních charakteristik, jako je například konkrétní fázový posun při mezní frekvenci či konvergence maximálního fázového posunu. Ty budou experimentálně potvrzeny.

2 Rozbor tématu a použitých metod/technologií

Jak již bylo zmíněno v úvodu, tento dokument se zabývá simulací modelu **pasivního analogového filtru typu dolní propust'**, konkrétně **Butterworthova filtru 5. řádu**. Vysvětleme některé základní pojmy, jež jsou klíčové pro následující text dokumentu.

Z hlediska elektroniky představuje analogový filtr dle [4] jednotku, která transformuje vstupní spojitý signál na výstupní spojitý signál podle dané přenosové charakteristiky. Přenosová charakteristika popisuje, které harmonické složky spektra vstupního signálu filtr propouští beze změny a které naopak utlumuje. V závislosti

na přenášeném frekvenčním spektru tak lze podle [4] analogové filtry rozdělit na **dolní propust**, **horní propust**, **pásmovou propust** a **pásmovou zadrž**.

Význačnou charakteristikou analogových filtrů je taktéž míra přenosu v propustném pásmu. Z tohoto pohledu lze filtry dle [3] rozdělit na **aktivní** a **pasivní**. Zatímco aktivní filtry jsou díky využití tranzistorů schopné výstupní signál zesílit, pasivní filtry se vyznačují ztrátou části přenášené energie a vykazují maximálně jednotkový přenos v propustném pásmu.

Dle průběhu frekvenční amplitudové charakteristiky dělí [4] analogové filtry do několika kategorií, jako je **Butterworthův filter**, **Chebyshevův filtr**, **Besselův filtr** a další. Filtry jsou dále kategorizovány podle řádu, který dle [1] značí počet veličin, jež se mohou měnit nezávisle jedna na druhé, a je tedy menší nebo roven součtu použitých kondenzátorů a cívek.

Hlavní vlastností Butterworthova filtru je dle [2] maximálně plochý průběh amplitudové frekvenční charakteristiky v propustném pásmu. Dalším specifkem je fázový posun výstupního signálu, který podle [2] konverguje k hodnotě $n * -90^\circ$, kde n odpovídá řádu filtru. Za význačný bod frekvenční charakteristiky lze dle [2] považovat také tzv. mezní frekvenci, při níž výstupní signál filtru dosahuje zisku -3.01 dB. Jak uvádí [2], pro Butterworthův filtr 5. řádu platí, že fázový posun v mezní frekvenci odpovídá přesně polovině maximálního fázového posunu.

Prostřednictvím experimentů (viz 5) se simulačním modelem filtru se budeme snažit demonstrovat některé výše zmíněné charakteristiky. Jedná se především o částečný útlum výstupního signálu i v propustném pásmu, hladký průběh frekvenční charakteristiky, konvergence fázového posunu výstupního signálu a hodnotu mezní frekvence společně s fázovým posunem v tomto bodě.

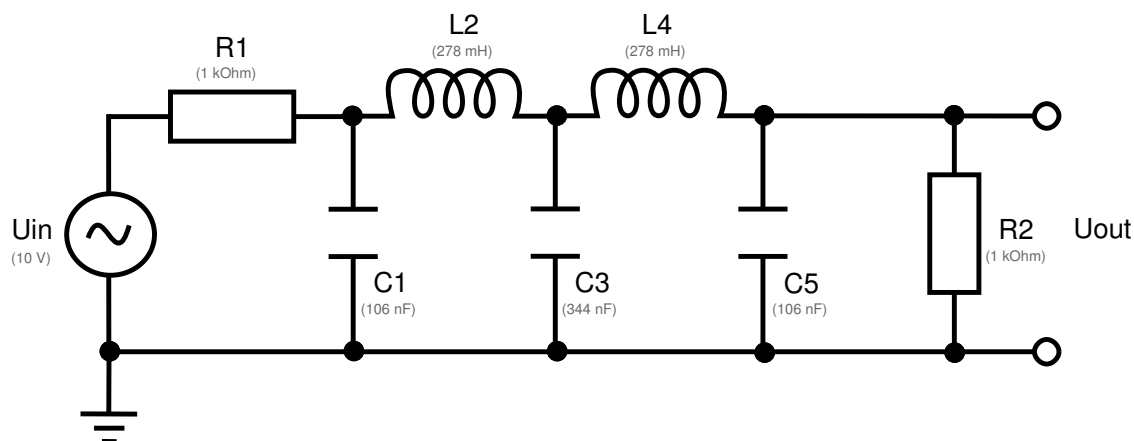
2.1 Použité postupy a technologie

Návrh Butterworthova filtru 5. řádu ve funkci dolní propusti lze uskutečnit různými způsoby. Pro simulační experimenty jsme zvolili specifický obvod (viz 1) s patřičnými hodnotami indukčností cívek, kapacitami kondenzátorů a odpory rezistorů tak, aby obvod skutečně zastával funkci Butterworthova filtru. Předlohu obvodu i použitých hodnot lze nalézt v [4].

Pro tvorbu simulačního modelu i samotnou simulaci je využita open-source simulační knihovna **SIMLIB** implementovaná v jazyce C++. Knihovna nabízí podporu spojitých simulací s využitím stavových bloků, jako je integrátor, zpoždění a další. Elektrický obvod je tedy nutné v prvním kroku popsat soustavou diferenciálních rovnic (viz 3.2), potažmo vytvořit abstraktní model v podobě blokového schématu (viz 3) a následně jej s využitím knihovny SIMLIB izomorfně zapsat do programového kódu.

Pro ověření validity simulačního modelu byly výsledky simulace porovnány s výstupem simulace webového simulátoru **Circuit Lab**. Pro demonstraci funkčnosti

filtru byly rovněž využity reálné digitální signály uložené v audio formátu WAV. Lze očekávat, že na frekvenčním spektru vstupního a výstupního signálu bude patrné, že filtr propouští nízké a potlačuje vysoké frekvence. Tento předpoklad bude experimentálně dokázán (viz 5). Pro analýzu frekvenčního spektra zvukových souborů WAV byl využit volně dostupný open-source zvukový editor [Audacity](#).



Obrázek 1: Butterworthův filtr 5. řádu

2.2 Vlastnosti použitých technologií

Simulační knihovna SIMLIB pro spojitě simulace využívá numerickou metodu Runge-Kutta, umožňuje přizpůsobit krok simulace a nastavit přesnost. Pro účely měření frekvenční charakteristiky analogového filtru se tedy jedná o vhodný nástroj. Stejně tak lze s výhodou využít simulátor Circuit Lab. Ten dle slov tvůrců využívá modely elektrických prvků odpovídající modelům používaným v odbornou veřejností uznávaném open-source simulátoru SPICE z dílny výzkumníků Electronics Research Laboratory kalifornské univerzity Berkeley.

Zvukový editor Audacity využívá pro analýzu frekvenčního spektra Diskrétní Fourierovu transformaci (konkrétně algoritmus Rychlé Fourierovy transformace) s nastavitelnou velikostí okna a okénkovou funkcí. Pro účely ověření funkčnosti filtru jsme zvolili okno velikosti 1024 vzorků a funkci Hanningova okna.

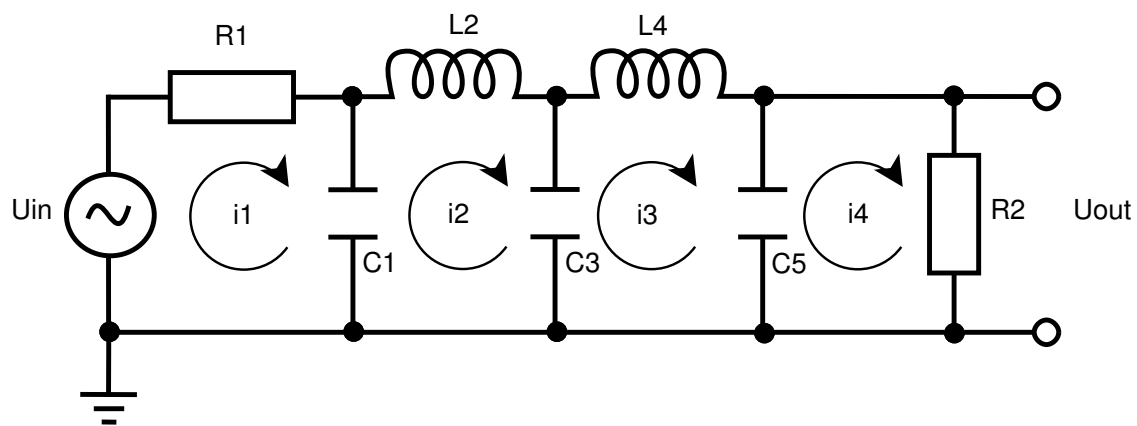
3 Koncepce

Pro tvorbu simulačního modelu je nutné elektrický obvod popsat diferenciálními rovnicemi a ty následně transformovat na blokové schéma. Oproti reálnému elek-

trickému obvodu abstrahuje konceptuální model od reálného zdroje napětí a uvažuje ideální zdroj napětí. Tento fakt nicméně nikterak neovlivňuje výsledek frekvenční analýzy, neboť není nutné simulovat pokles napětí zdroje v zátěži, nýbrž je nutné sledovat úbytek výstupního napětí vlivem vlastní povahy filtru.

3.1 Tvorba konceptuálního modelu

Diferenciální rovnice popisující elektrický obvod lze sestavit za pomoci metody smyčkových proudů. Obvod sestává ze čtyř smyček a jim příslušejících proudů $i_1 - i_4$, jak vidno na obrázku 2. Rovnice popisující jednotlivé smyčky jsou uvedeny v sekci 3.2. Sekce 3.3 potom demonstuje výsledné blokové schéma reprezentující konceptuální model Butterworthova filtru 5. řádu.



Obrázek 2: Butterworthův filtr 5. řádu

3.2 Rovnice smyček

$$I1 : 0 = -U + R_1 \cdot i_1 + \frac{1}{C_1} \cdot \int (i_1 - i_2) dt \quad (1)$$

$$I2 : 0 = L_2 \cdot i_2' + \frac{1}{C_3} \cdot \int (i_2 - i_3) dt + \frac{1}{C_1} \cdot \int (i_2 - i_1) dt \quad (2)$$

$$I3 : 0 = L_4 \cdot i_3' + \frac{1}{C_3} \cdot \int (i_3 - i_2) dt + \frac{1}{C_5} \cdot \int (i_3 - i_4) dt \quad (3)$$

$$I4 : 0 = \frac{1}{C_5} \cdot \int (i_4 - i_3) dt + R_2 \cdot i_4 \quad (4)$$

I1:

$$\begin{aligned}x &= \frac{1}{C_1} \cdot \int (i_1 - i_2) dt \\x' &= \frac{1}{C_1} \cdot (i_1 - i_2) \\U &= R_1 \cdot i_1 + x \\i_1 &= \frac{U - x}{R_1}\end{aligned}$$

I2:

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{C_3} \cdot \int (i_2 - i_3) dt \\y' &= \frac{1}{C_2} \cdot (i_2 - i_3) \\0 &= L_2 \cdot i_2' + y - x \\i_2' &= \frac{x - y}{L_2}\end{aligned}$$

I3:

$$\begin{aligned}z &= \frac{1}{C_5} \cdot \int (i_3 - i_4) dt \\z' &= \frac{1}{C_3} \cdot (i_3 - i_4) \\0 &= L_2 \cdot i_3' + z - y \\i_3' &= \frac{y - z}{L_4}\end{aligned}$$

I4:

$$\begin{aligned}0 &= -z + R_2 \cdot i_4 \\i_4 &= \frac{z}{R_2}\end{aligned}$$

3.3 Blokové schéma

Rovnice sestavené v sekci 3.2 lze již poměrně přímočaře transformovat na blokové schéma 3. Schéma, jež reprezentuje konceptuální model Butterworthova filtru 5. řádu, sestává ze základních komponent typu integrátor, sčítačka, násobička a spoj, jehož orientace demonstruje směr protékajícího proudu.


```

7      Parameter C3;
8      Parameter C5;
9
10     // Inductors
11     Parameter L2;
12     Parameter L4;
13
14     InputSignal U;
15     Integrator X, Y, Z, I2, I3;
16     Expression I1, I4;
17
18     LowpassFilter(double _R1, double _R2,
19                  double _C1, double _C3, double _C5,
20                  double _L2, double _L4):
21         R1(_R1), R2(_R2),
22         C1(_C1), C3(_C3), C5(_C5),
23         L2(_L2), L4(_L4),
24
25         X((I1-I2)/C1),
26         Y((I2-I3)/C3),
27         Z((I3-I4)/C5),
28
29         I1((U-X)/R1),
30         I2((X-Y)/L2),
31         I3((Y-Z)/L4),
32         I4(Z/R2) {}

```

4.2 Formát wav

Pro demonstraci modelu na reálném signálu bylo nutné implementovat blok sloužící pro práci s binárními daty formátu **wav**. Dle informací popisujících strukturu souboru **wav** dostupných v [5] byl navržen modul **wavedata.cc**, který slouží pro načítání vstupního souboru, vracení vzorků v závislosti na aktuálním simulačním čase a ukládání výstupního signálu.

Formát **wav** patří do množiny multimediálních formátů RIFF (Resource Interchange File Format). Tento formát obsahuje několik datových bloků zvaných *chunk*. V případě audio formátu **wav** blok RIFF obsahuje dva bloky označené jako **fmt** a **data**. Blok **fmt** nese informace nutné pro správné stanovení kroku a délky simulace. Jedná se především o počet kanálů, vzorkovací frekvenci nebo počet bitů na vzorek.

Numerická metoda Runge-Kutta použitá pro simulaci funkce integrátorů ke své správné funkci vyžaduje také hodnoty umístěné mezi poskytnutými vzorky. Pro získání takových hodnot implementuje modul `wavedata.cc` lineární interpolaci.

4.3 Chování programu

Simulační model byl implementován v programovacím jazyce C++ s využitím simulační knihovny SIMLIB. Je přeložitelný pod unixovými operačními systémy příkazem `make`. Spustit jej lze příkazem `make run`.

V první fázi program počítá frekvenční charakteristiku Butterworthova filtru 5. řádu s danými parametry (viz 1) a v průběhu vypisuje hodnotu aktuálně zpracovávané frekvence. Výstupem je textový soubor `bode_plote.dat` s údaji o výstupním signálu v následujícím formátu:

```
Frekvence amplituda zisk fázový_posun
```

Druhá část běhu programu přijímá na vstup audio soubor `drums.wav` (viz 5.2.3), který filtr zpracuje a výstup uloží do souboru `drums-out.wav`.

5 Podstata simulačních experimentů a jejich průběh

Analogové filtry se obecně liší svými frekvenčními charakteristikami. Butterworthův filtr 5. řádu ve funkci dolní propusti by měl propouštět nízké a potlačovat vysoké frekvence. Tento fakt se snažíme prostřednictvím simulace ověřit ve formě výpočtu frekvenční charakteristiky. Další experimenty pracují s několika reálnými signály uloženými v audio formátu WAV.

5.1 Postup experimentování

Funkce Butterworthova filtru 5. řádu je demonstrována prostřednictvím čtyř experimentů. V rámci prvního experimentu byla změřena frekvenční charakteristika filtru a porovnána s výstupem simulátoru Circuit Lab. Následující tři experimenty porovnávají frekvenční spektrum vstupního a výstupního signálu v audio formátu WAV, přičemž byl použit 30sekundový úryvek hudební skladby, 5sekundový signál plynule měnící frekvenci funkce sinus a 5sekundový signál bílého šumu.

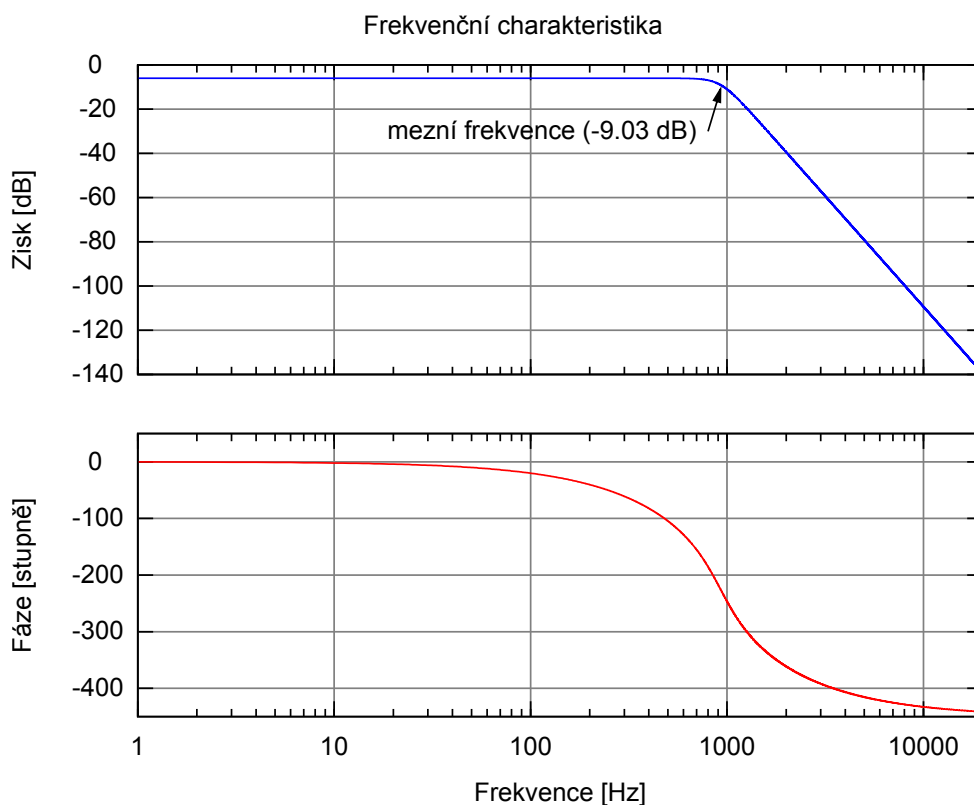
5.2 Experimenty

5.2.1 Frekvenční charakteristika

Na vstupu filtru je funkce sinus, která s každou iterací hlavního cyklu simulace zvyšuje frekvenci s krokem 1 Hz. Z prováděných experimentů vyplynulo, že zisk

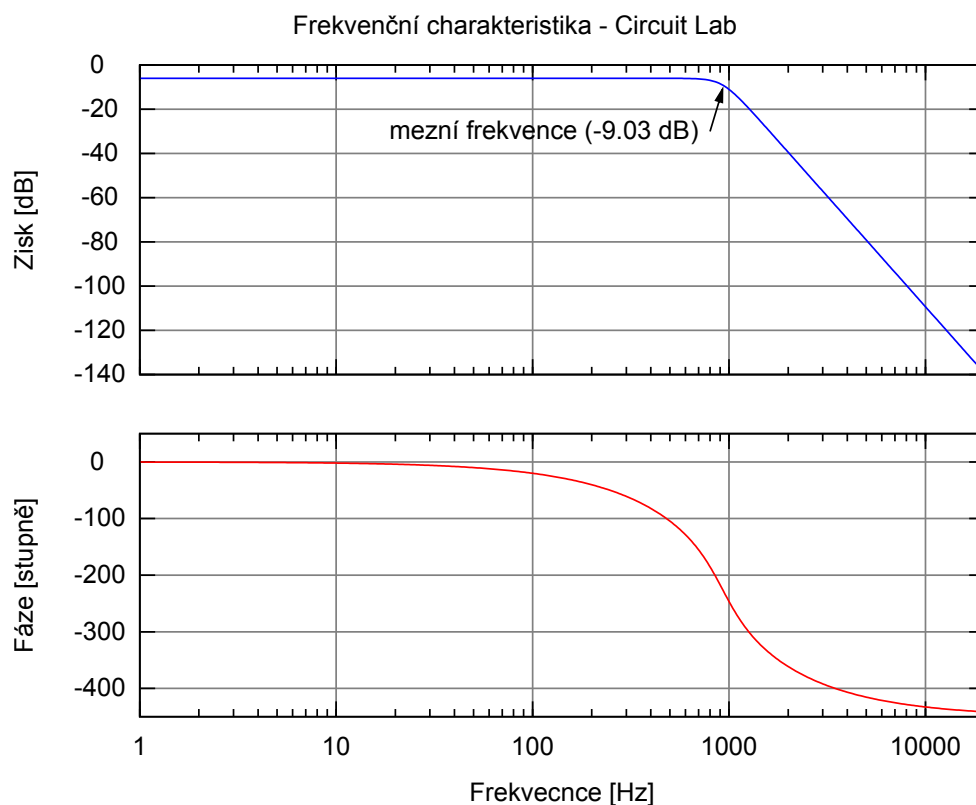
výstupního signálu již při frekvenci 20 kHz dosahuje zisku -140 dB, tedy je oproti vstupu utlumen v poměru $\frac{1}{10^7}$. Při následném experimentování s audio soubory WAV je navíc nasnadě hodnotit výstup také sluchovým vjemem. Pro měření frekvenční charakteristiky byl tedy stanoven rozsah $1\text{ Hz} - 20000\text{ Hz}$, který téměř odpovídá frekvenčnímu rozsahu slyšitelnému lidským uchem.

Pro ověření validity modelu je výstup simulace následně porovnán s výstupem simulátoru Circuit Lab.



Obrázek 4: Frekvenční charakteristika

Grafy 4 demonstrující frekvenční charakteristiku filtru znázorňují zisk a fázový posun výstupního signálu. Jedná se o pasivní filtr, který, jak již bylo zmíněno v kapitole 2, vykazuje tlumení vstupního signálu i v propustném pásmu. Jak vyplývá z provedených experimentů, v případě Butterworthova filtru 5. řádu s danými parametry se jedná o hodnotu $-6,02\text{ dB}$. Mezní frekvence je obecně charakterizována pro zisk o hodnotě $-3,01\text{ dB}$.

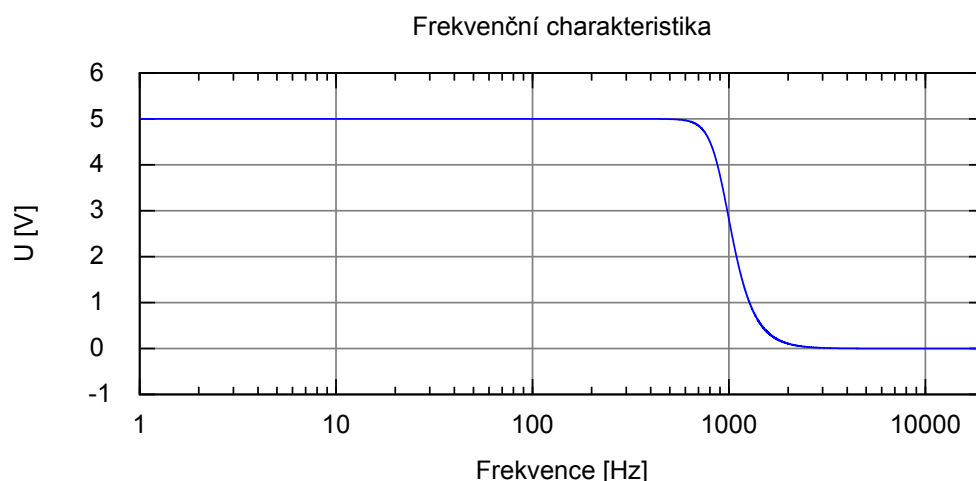


Obrázek 5: Frekvenční charakteristika

Vzhledem k výchozímu tlumení v propustném pásmu je nutné tyto hodnoty sečíst a mezní frekvenci tak hledat pro hodnotu $-6,02 \text{ dB} + (-3,01 \text{ dB}) = -9,03 \text{ dB}$. Z experimentů vyplývá, že mezní frekvence simulovaného filtru nabývá hodnoty 926 Hz . Tomu odpovídá i výstup simulátoru Circuit Lab, jak je patrné z grafu 5.

Výsledek experimentu splňuje také předpoklad vyřčený v kapitole 2 říkájící, že fázový posun v mezní frekvenci odpovídá přesně polovině maximálního fázového posunu. Maximální fázový posun Butterworthova filtru 5. řádu odpovídá dle [2] hodnotě $5 * -90^\circ = -450^\circ$. Fázový posun výstupního signálu o mezní frekvenci by měl tedy nabývat hodnoty $\frac{-450^\circ}{2} = -225^\circ$, což výstup simulace přesně splňuje. Zaměříme-li se pak na průběh fázového posunu, graf 4 názorně demonsturuje konvergenci k maximálnímu fázovému posunu o hodnotě $5 * -90^\circ = -450^\circ$ (viz 2).

Pro úplnost uveďme ještě graf 6 znázorňující frekvenční charakteristiku pro konkrétní hodnotu vstupního napětí 10 V .



Obrázek 6: Frekvenční charakteristika

5.2.2 Reálný signál - On My Cloud

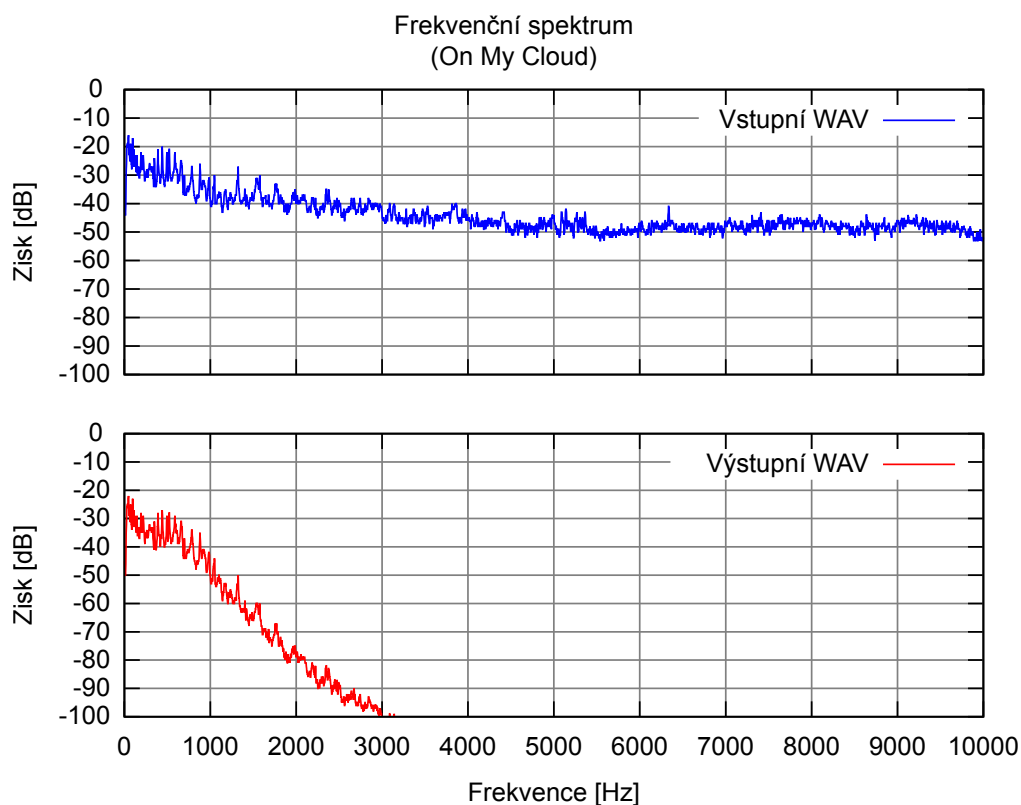
Tento experiment porovnává frekvenční spektrum reálného vstupního signálu formátu WAV s frekvenčním spektrem výstupního signálu. Jedná se o prvních 30 sekund hudební nahrávky On My Cloud interpreta Ollyho Murse. Ta byla zvolena s ohledem na poměrně rovnoměrné zastoupení harmonických složek frekvencí uvažovaného rozsahu. Jak je patrné z grafu 7, od mezní frekvence stanovené na hodnotu 926 Hz prudce klesá zisk harmonických složek signálu o vyšších frekvencích.

5.2.3 Reálný signál - Bicí

Pro tento experiment byla zvolena 5sekundová nahrávka bicí soupravy, v níž se mísí nízké frekvence blanzvučných nástrojů a vysoké frekvence činelů. Útlum frekvencí vyšších než mezní frekvence je z grafu 8 velmi dobře patrný. Zvuková odezva je taktéž velice názorná, ve výstupním signálu je dokonale utlumen zvuk činelů a slyšitelné jsou pouze nástroje blanzvučné. Vstupní nahrávka je součástí zdrojových souborů, výstupní nahrávku lze spuštěním programu vygenerovat.

5.2.4 Reálný signál - Bílý šum

Pro poslední experiment s reálným signálem byl zvolen náhodný signál s rovnoměrnou výkonovou spektrální hustotou, který je označován jako bílý šum. Poněvadž

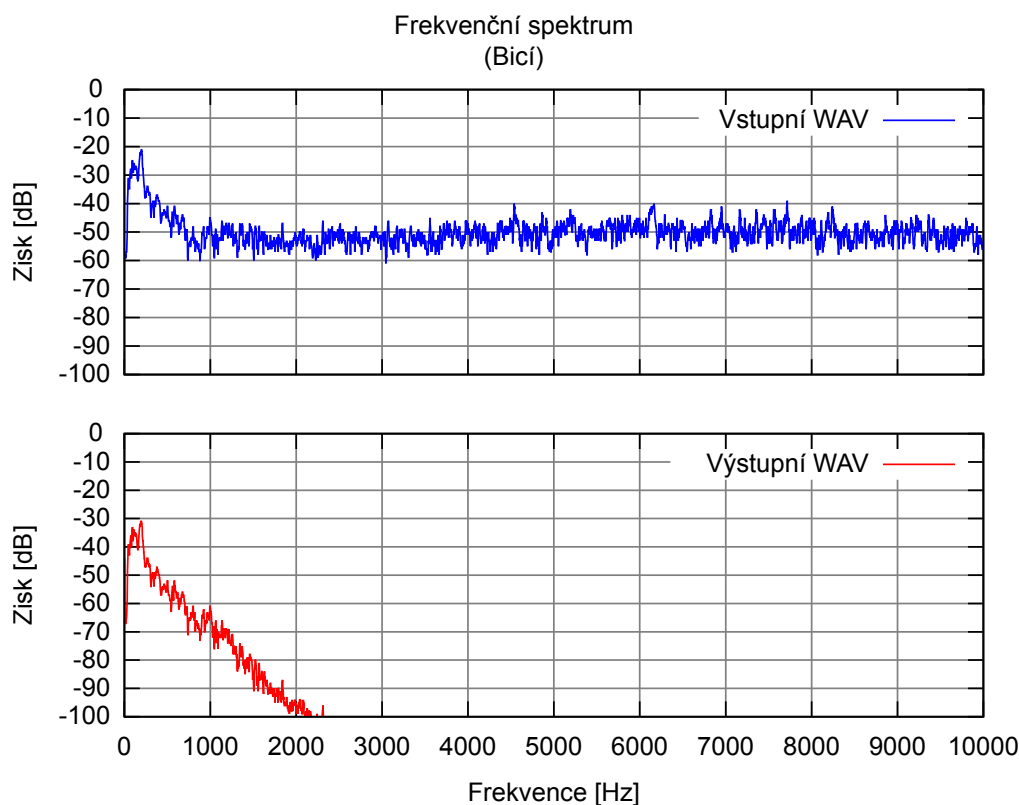


Obrázek 7: Frekvenční charakteristika

je výkon signálu v libovolném pásmu dané šířky stejný, blíží se frekvenční spektrum vstupního signálu konstantní funkci. Z grafu 9 je díky tomu zřetelně vidět významná charakteristika Butterworthova filtru a sice jeho maximálně plochý průběh amplitudové frekvenční charakteristiky v propustném pásmu.

5.3 Závěry experimentů

Simulační model Butterworthova filtru 5. řádu byl podroben experimentům jak se syntetickými tak reálnými signály. Frekvenční charakteristika filtru odpovídá výstupu simulátoru Circuit Lab, což lze považovat za potvrzení validity simulačního modelu. Taktéž v případě experimentů s reálnými signály simulační model filtru pracoval dle očekávání a napříč jednotlivými experimenty vykazoval konzistentní odezvu.



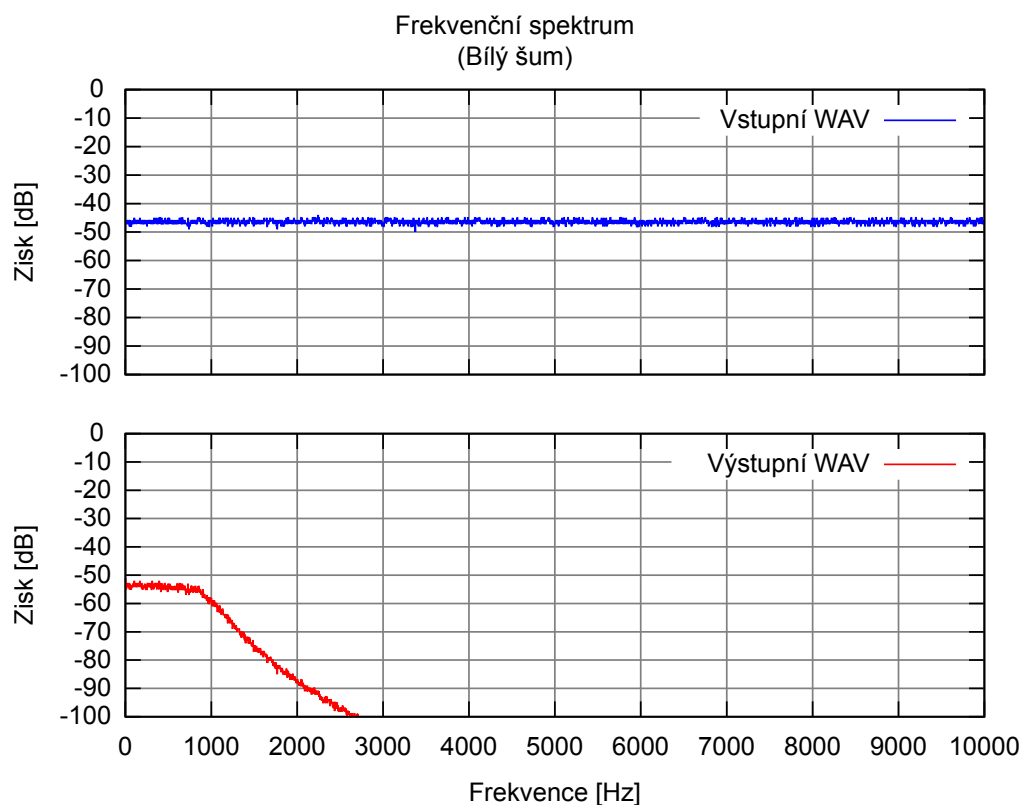
Obrázek 8: Frekvenční charakteristika

6 Shrnutí simulačních experimentů a závěr

Navržený simulační model si klade za cíl věrně reprezentovat Butterworthův filtr 5. stupně s danými parametry. Experimentálně bylo ověřeno, že frekvenční charakteristika svým průběhem odpovídá obecně známým vlastnostem spjatým s Butterworthovým filtrem, potažmo pak obecně dolní propustí.

Validita modelu byla ověřena za pomoci srovnání výsledků simulace s výstupy simulátoru Circuit Lab, který považujeme za referenční. Z naměřené frekvenční charakteristiky dále vyplývá, že simulační model vykazuje některé předpokládané vlastnosti, jako je konvergence maximálního fázového posunu či konkrétní hodnota fázového posunu v mezní frekvenci.

Simulační model byl rovněž podroben experimentům při využití reálných signálů, kdy byl k dispozici kromě vizuální odezvy v podobě grafů také zvukový výstup, který názorně demonstruje funkci dolní propusti.



Obrázek 9: Frekvenční charakteristika

Reference

- [1] Dalibor Biolel, A. K., Karel Hájek: *Skripta k předmětu Analogové elektronické obvody*. Listopad 2007.
- [2] Halva, J.: *Skripta k předmětu Prostředky automatického řízení*. Červen 2000.
- [3] Petržela, J.: *Přednáška Pasivní filtry k předmětu Elektrické filtry*. Prosinec 2009.
- [4] Tomáš Dostál, V. A.: *Elektrické filtry*. 2001.
- [5] Wilson, S.: WAVE PCM soundfile format. Leden 2003.
URL <https://ccrma.stanford.edu/courses/422/projects/WaveFormat/>