

15. Dados dos vértices v y w de un grafo pesado G , el *intervalo* entre v y w es el conjunto $I(v, w)$ que contiene a todos los vértices que están en algún recorrido mínimo entre v y w . Un conjunto de vértices D es *geodésico* cuando $\bigcup_{v,w \in D} I(v, w) = V(G)$. Diseñar e implementar un algoritmo de tiempo $O(n^3)$ que, dado un grafo pesado y conexo G y un conjunto de vértices D de G , determine si D es geodésico.

```
f solve(G,D):
    n = |V(G)|
    si |D| > |V(G)|:
        return False
    M = FW(G)
    Para cada v ∈ D:
        Para cada w ∈ D:
            Para cada i ∈ [1..n]:
                si M[v][w] == M[v][i]+M[i][w]:
                    I = I ∪ {i}
    return (I == V(G))
```

Justificación de complejidad:

Floyd-Warshall es $O(n^3)$, luego tenemos 3 bucles anidados $O(D \cdot D \cdot n)$, pero por el primer condicional, D es como mucho $V(G)$, $|V(G)| = n$, entonces es $O(n^3)$

Correctitud del algoritmo:

si $|D| > |V(G)|$: return False nos asegura que el conjunto D no puede ser más grande que $V(G)$ ya que si lo fuese, entonces no es geodésico.

$M = FW(G)$ M es una matriz *Floyd-Warshall* de G .

Luego vemos cada arista con $v, w \in D$, y $\forall i \in V, v \rightarrow \dots \rightarrow i \rightarrow \dots \rightarrow w$ es recorrido mínimo, por *Floyd-Warshall*, sabemos que cada $v \rightarrow i$ es el mínimo recorrido de v hasta i , análogo para $i \rightarrow w$, entonces es suficiente con ver que el camino $v \rightarrow w$ es igual a cada camino que pasa por cada otro nodo i .

Si cada nodo *Floyd-Warshall*-óptimo está en I , luego $I = V(G)$ y por lo tanto, D es geodésico.