Vamos a probarlo por inducción en n, m

Caso base $i \leq 0 \vee j \leq 0$

Cualquier posición $A[i][j]$ está fuera del dominio, no podemos llegar yendo hacia abajo o hacia la derecha.

Caso base $i = 1 \wedge j = 1$

Si computamos $f(1, 1)$, luego el valor del camino $(1, 1) \to (1, 1)$ es el valor de $A[i][j] = A[1][1]$

Paso inductivo

- **HI:** suponemos que para
- $i' \leq i \leq n$,
- $j' \leq j \leq m$,
- $(i', j') \neq (i, j)$

Luego $f(i', j')$ computa el camino mínimo desde $(1, 1)$ hasta (i', j')

Queremos ver que $f(i, j)$ computa el camino mínimo desde $(1, 1)$ hasta (i, j)

- **Si venimos desde la izquierda**

Por **HI** $f(i-1, j)$ es el camino mínimo desde $(1, 1)$ hasta $(i-1, j)$

Luego, $A[i][j] + f(i-1, j)$ es un candidato a camino mínimo hasta (i,j)

- **Si venimos desde arriba**

Por **HI** $f(i, j-1)$ es el camino mínimo desde $(1, 1)$ hasta $(i, j-1)$

Luego, $A[i][j] + f(i, j-1)$ es un candidato a camino mínimo hasta (i, j)

Por lo tanto:

El camino mínimo es el mínimo entre $A[i][j] + f(i-1, j)$ y $A[i][j] + f(i, j-1)$, y esto vale para todo $i \leq n, j \leq m$, y en particular, para $f(n, m)$

$\square$