Vamos a probarlo por inducción en $n, m$

**Caso base $i \leq 0 \vee j \leq 0$**

Cualquier posición $A[i][j]$ está fuera del dominio, no podemos llegar yendo hacia abajo o hacia la derecha.

**Caso base $i = 1 \wedge j = 1$**

Si computamos $f(1, 1)$, luego el valor del camino $(1, 1) \to (1, 1)$ es el valor de $A[i][j] = A[1][1]$

**Paso inductivo**

- **HI:** suponemos que para
- $i' \leq i \leq n$,
- $j' \leq j \leq m$,
- $(i', j') \neq (i, j)$

Luego $f(i', j')$ computa el camino mínimo desde $(1, 1)$ hasta $(i', j')$

Queremos ver que $f(i, j)$ computa el camino mínimo desde $(1, 1)$ hasta $(i, j)$

- **Si venimos desde la izquierda**

Por **HI** $f(i - 1, j)$ es el camino mínimo desde $(1, 1)$ hasta $(i - 1, j)$

Luego, $A[i][j] + f(i - 1, j)$ es un candidato a camino mínimo hasta $(i, j)$

- **Si venimos desde arriba**

Por **HI** $f(i, j - 1)$ es el camino mínimo desde $(1, 1)$ hasta $(i, j - 1)$

Luego, $A[i][j] + f(i, j - 1)$ es un candidato a camino mínimo hasta $(i, j)$

**Por lo tanto:**

El camino mínimo es el mínimo entre $A[i][j] + f(i - 1, j)$ y $A[i][j] + f(i, j - 1)$, y esto vale para todo $i \leq n, j \leq m$, y en particular, para $f(n, m)$

$\square$