15. Dados dos vértices v y w de un grafo pesado G, el *intervalo* entre v y w es el conjunto $I(v, w)$ que contiene a todos los vértices que están en algún recorrido mínimo entre v y w. Un conjunto de vértices D es *geodésico* cuando $\bigcup_{v,w \in D} I(v, w) = V(G)$. Diseñar e implementar un algoritmo de tiempo $O(n^3)$ que, dado un grafo pesado y conexo G y un conjunto de vértices D de G, determine si D es geodésico.

```
f solve(G,D):

  n = |V(G)|

  si |D| > |V(G)|:
    return False

  M = FW(G)

  Para cada v ∈ D:
    Para cada w ∈ D:
      Para cada i ∈ [1..n]:
        si M[v][w] == M[v][i]+M[i][w]:
          I = I ∪ {i}

  return (I == V(G))
```

Justificación de complejidad:

Floyd-Warshall es $O(n^3)$, luego tenemos 3 bucles anidados $O(D \cdot D \cdot n)$, pero por el primer condicional, D es como mucho $V(G)$, $|V(G)| = n$, entonces es $O(n^3)$

Correctitud del algoritmo:

`si |D| > |V(G)|: return False` nos asegura que el conjunto D no puede ser más grande que $V(G)$ ya que si lo fuese, entonces no es geodésico.

`M = FW(G)` M es una matriz *Floyd-Warshall* de G.

Luego vemos cada arista con $v, w \in D$, y $\forall i \in V, v \to \ldots \to i \to \ldots \to w$ es recorrido mínimo, por *Floyd-Warshall*, sabemos que cada $v \to i$ es el mínimo recorrido de v hasta i, análogo para $i \to w$, entonces es suficiente con ver que el camino $v \to w$ es igual a cada camino que pasa por cada otro nodo $i \in D$.

Si cada nodo *Floyd-Warshall*-óptimo está en I, luego $I = V(G)$ y por lo tanto, D es geodésico.