(not) grad thesis

Takayasu Oono

January 29, 2016

概要

- 現実の市場がもつ性質を備えていることが先行研究によって検証されている既存の人工市場モデルを Python 上で再現する.
- 上記モデルに二種類の異なる性質をもった高頻度取引のモデルを追加し，それらのモデルが存在することで取引にどのような影響が生じるかを分析する.
- 同一の人工市場モデルについて，与える初期状態の違いにより取引価格の推移や，高頻度取引のモデルが関与する割合などが変化することを示すとともに，その原因について考察する.

目次

連続時間ダブルオークション

現在の多くの株式・債券市場ではザラバ方式と呼ばれる連続時間ダブルオークションによって価格決定がなされている．その概要は以下．

- 注文には具体的な (限度) 価格を提示し，その時点で約定する相手がなければその注文が場に残り続ける「指値注文」と，価格に関係なく即座に約定させる「成行注文」がある
- 2 種類の注文が同時に場に出た場合，成行注文が優先して処理される
- 場に残っている指値注文に関しては以下の 2 つのルールによって優先順位が定められている．
    - 価格 (買い注文に関しては低いもの，売り注文に関しては高いものが優先)
    - 注文時間 (提示価格が同じ場合は古くに出された注文が優先される)

連続時間ダブルオークション（実例）

売数量	価格	買数量
95	OVER	
8	105	
6	104	
8	103	
10	102	
5	101	
	100	5
	99	5
	98	10
	97	10
	96	5
	95	5
	UNDER	100

- 価格 100 で 1 単位の買い注文→約定せず，板に残る価格 100 の買い注文が 6 単位になる
- 価格 101 で 1 単位の買い注文→価格 101 の売り注文とマッチするので約定，価格 101 の売り注文は 4 単位になる
- 価格 103 で 1 単位の買い注文→売り注文の中で優先順位の最も高い価格 101 の売り注文とマッチして約定 (この場合，支払う価格は 101)

板寄せ方式

証券取引所における価格決定に際し，取引時間の直前および直後においては連続時間ダブルオークションが適用されない．この場合は「板寄せ方式」と呼ばれる価格決定メカニズムが使用されている．

板寄せ前

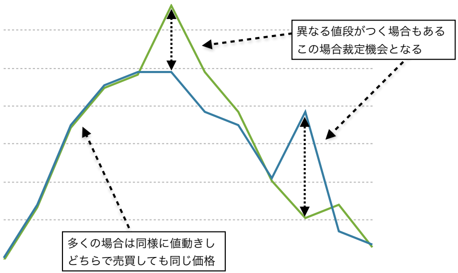
売数量	価格	買数量
200	OVER	
40	105	
30	104	
30	103	10
20	102	10
15	101	10
20	100	15
10	99	5
5	98	15
	97	30
	96	40
	95	30
	UNDER	180

板寄せ後

売数量	価格	買数量
200	OVER	
40	105	
30	104	
30	103	
20	102	
15	101	
	100	10
	99	5
	98	15
	97	30
	96	40
	95	30
	UNDER	180

同一証券の 2 市場間での裁定機会

ある証券が複数の市場で取引されている場合，理論上その値動きは同一になるはず．しかし，実際には各市場での取引価格には差異が生じること（裁定機会）があると知られている．この時，低い価格がついた市場で証券を買い，高い価格がついた市場で売ることでリスクなしで収益を得ることができる（裁定取引）．この売買により，買われた市場での価格は上昇し，売られた市場での価格は下落するので，裁定取引には裁定機会を失わせる働きがある．



同一証券の２市場間での裁定機会（詳細）

市場１

売数量	価格	買数量
95	OVER	
3	105	
6	104	
8	103	
10	102	
5	101	
	100	2
	99	5
	98	10
	97	10
	96	5
	95	5
	UNDER	100

市場２

売数量	価格	買数量
92	OVER	
3	105	
6	104	
8	103	
10	102	
5	101	
7	100	
3	99	
	98	
	97	5
	96	15
	95	3
	UNDER	100

上図のように同一証券について，ある市場での最良売り気配を別の市場での最良買い気配が上回っている場合，前者の市場で買い，後者の市場で売りの成行注文を出すことで裁定取引が可能になる．(上図においては市場１で買い，市場２で売りをそれぞれ出すことで差額の１を得ることができる）逆の場合も同様．

流動性

流動性の高い市場

売数量	価格	買数量
2500	OVER	
200	105	
800	104	
1000	103	
1200	102	
1400	101	
1000	100	
700	99	
	98	500
	97	1200
	96	1000
	95	900
	UNDER	3100

流動性の低い市場

売数量	価格	買数量
20	OVER	
5	105	
2	104	
	103	
	102	
	101	
	100	
	99	
	98	
	97	3
	96	4
	95	3
	UNDER	15

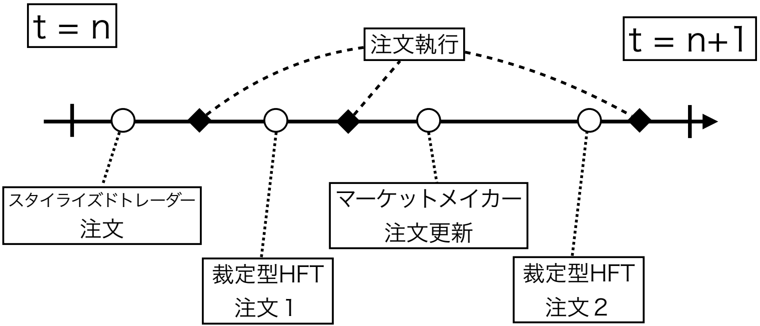
流動性が高い市場ではスプレッドが狭く板に厚みがあるため，この証券を適正価格で売買することができる．一方，流動性が低い市場では一度に複数単位の注文を行うと，自らの注文が自らに不利な方向の値動きを産んでしまう．また，さらに流動性が低くなると市場に買い・売りどちらの注文も存在しないためどの価格でも売買できない，という場合もある

マーケットメイカーの役割

前記したような流動性の低い銘柄・市場は投資家から好まれない．そこで，証券会社に代表されるマーケットメイカーは売買両方に注文を出して気配を提示することで投資家に対し自由な売買を担保している

- ただし，これは東証などのオークション方式を採用している取引所における記述である
- マーケットメイク方式を採用している取引所では，投資家が直接的に証券を売買する相手は常にマーケットメイカーであり，マーケットメイカーは証券の流動性の高低に関わらず，常に気配を提示することが義務付けられている

時系列



- $t = n$ において
- まずスタイライズドトレーダー一体が注文を行う
- 次に裁定型 HFT が注文を行う
- その次にマーケットメイカーが注文を更新する
- 再び裁定型 HFT が注文を行う

モデルの概要

今回使用したモデルは 3 種類のトレーダーとそれらから注文を受け，執行するマーケットからなる．トレーダーの種類は以下の通り．

- スタイライズドトレーダー
  - 人間のトレーダーを仮定したもの
  - 各人ごとに注文の詳細を決定するためのパラメータを持ち，それに基づいて注文を行う
- マーケットメイカー
  - マーケットメイク業務を行っている証券会社や，マーケットメイカー型の HFT を仮定したもの
  - 一定のスプレッドをとって常に売買両方の注文を場に出し，頻繁に更新する
- 裁定取引型 HFT
  - 2 市場間での裁定取引を行う HFT を仮定したもの
  - 常に市場をチェックし，裁定取引が可能になると即座に 2 市場に成行注文を出して利益を得る

マーケット環境 (1)

今回は同一証券に関して最大で 2 つの市場が存在すると仮定した．また，2 つの市場が存在する場合，それらに参加者数やティックサイズ，約定の方式などの差異は存在しないものとする．
あらゆる市場参加者は各市場について，過去の価格の推移および現在場に出ている注文のうち最も優先される買い・売りそれぞれの注文価格（最良気配）を知ることができる．

マーケット環境 (2)

$t > 0$ における価格決定は先述した連続時間ダブルオークションによって行われる．ただし，$t = 1$ で連続時間ダブルオークションが開始される以前に関しては以下の二通りの状況を仮定した．

- $t < 0$ で一定数の注文を受け付け，$t = 0$ において板寄せ方式で執行し，残った注文を板の初期状態として扱う
  - 多くの証券取引所において始値を決定する際に板寄せ方式が用いられており，その環境を再現できる
  - オークション開始以前に注文が一切存在しない場合に，初期において注文のスプレッドが過度に広がり，現実にはありえない値動きが起こることを防げる
- $t < 0$ において $t > 0$ と同様の連続時間ダブルオークションを行い，十分な量の注文を蓄積させた上で板の初期状態として扱う
  - 板のスプレッドや厚みが実験中に大きく変化しないため，実験を行う期間に依存しない結果が得られる
  - 上記に伴い，上昇・下降といった一定のトレンドを持った値動きを再現しやすい

スタイライズドトレーダー (1)

各スタイライズドトレーダーは番号 j を保有しており，$j = 1$ から順番に $j = 2, 3, \cdots, n$ と発注を行う．時刻 t は 1 体のスタイライズドトレーダーが発注を行うごとに 1 増加する（発注だけが行われ，取引が成立しない場合も時刻が進む）．最後の ($j = n$ の) スタイライズドトレーダーが発注を行った後，次の時刻以降には，また $j = 1$ から順番に発注が繰り返される．
また，スタイライズドトレーダー j は注文の売り/買いおよびその注文価格を以下のようにして決定する．
まず，時刻 t におけるスタイライズドトレーダー j の期待リターン $r_{e,j}^t$ を

$$r_{e,j}^t = \frac{1}{\sum_{i=1}^3 w_{i,j}} \left(w_{1,j} \log \frac{P_f}{P^{t-1}} + w_{2,j} r_{h,j}^{t-1} + w_{3,j} \epsilon_j^t \right)$$

とする．

スタイライズドトレーダー (2)

$$r_{e,j}^t = \frac{1}{\sum_{i=1}^3 w_{i,j}} \left(w_{1,j} \log \frac{P_f}{P^{t-1}} + w_{2,j} r_{h,j}^{t-1} + w_{3,j} \epsilon_j^t \right)$$

ここで $w_{i,j}$ はスタイライズドトレーダー j 固有の i 項目に関する重み付けであり，シミュレーション開始時に各スタイライズドトレーダーについてそれぞれ 0 から $w_{i,\max}$ までの一様乱数で定める．
P_f は時刻によらず一定のファンダメンタル価格，P^t は時刻 t での取引価格 (当該時刻に取引が成立しなかった場合には，時刻を遡って最後に取引が成立した価格とし，時刻 $t = 0$ では $P^t = P_f$ とする)，ϵ_j^t は時刻 t，スタイライズドトレーダー j に固有の乱数項であり，平均 0，標準偏差 σ_ϵ の正規分布乱数である．$r_{h,j}^t$ は時刻 t にスタイライズドトレーダー j が計測した過去リターンであり，$r_{h,j}^t = \log(P^{t-1}/P^{t-\tau_j})$ である．ただし，$t < \tau_j$ のときは $r_{h,j}^t = \log(P^{t-1}/P_f)$ とする．ここで τ_j はスタイライズドトレーダー j に固有の値で，シミュレーション開始時に 1 から $\tau_{\max}$ までの一様乱数で定める．

スタイライズドトレーダー (3)

$$r_{e,j}^t = \frac{1}{\sum_{i=1}^3 w_{i,j}}\left(w_{1,j}\log\frac{P_f}{P^{t-1}} + w_{2,j} r_{h,j}^{t-1} + w_{3,j}\epsilon_j^t\right)$$

上式の第 1 項目はファンダメンタル価格と比較して安ければプラスの期待リターンを，高ければマイナスの期待リターンを示す，ファンダメンタルな投資家の成分である．第 2 項目は過去のリターンがプラスならプラスの，マイナスならマイナスの期待リターンを示すテクニカルな投資家の成分であり，第 3 項目はランダムに決まるノイズ成分を表している．以上により計算した期待リターン $r_{e,j}^t$ により，スタイライズドトレーダー j が考える時刻 t での期待価格 $P_{e,j}^t$ は

$$P_{e,j}^t = P^{t-1}\exp\left(r_{e,j}^t\right)$$

で求まる．

スタイライズドトレーダー (4)

$$P_{e,j}^{t} = P^{t-1} \exp\left(r_{e,j}^{t}\right)$$

また，注文価格 $P_{o,j}^{t}$ は平均 $P_{e,j}^{t}$，標準偏差 P_{σ} の正規分布乱数で定める．ここで，P_{σ} は全スタイライズドトレーダーに共通の定数である．注文の売り・買いの別は

$P_{e,j}^{t} > P_{o,j}^{t}$ なら 1 単位の売り，$P_{e,j}^{t} < P_{o,j}^{t}$ なら 1 単位の買い

として定め，注文数量は常に 1 単位に固定する．なお，実際に注文を行う際，取引市場の最小ティックサイズ ΔP より小さい端数は，買い注文の場合は切り捨て，売り注文の場合は切り上げる．

スタイライズドトレーダー (5)

また，2 市場下での実験においては，各スタイライズドトレーダーはどちらの市場に注文を行うかを決定しなくてはならない．この際の決定ルールは以下のようになる．

- 2 つの市場の両方で自らの注文が成行注文となり，自らの注文に対応する最良価格 (自らが買いなら売り，売りなら買い) が異なる場合には，より良い市場に注文を出す
- 片方の市場でのみ自らの注文が成行注文となる場合には，そちらの市場に注文を出す
- 両者ともに指値注文となる場合か，両者ともに成行注文でかつ最良価格も同じである場合には確率 1/2 で各市場を選択する
- 参考にした論文では各市場の出来高に応じて市場を選択していたが，今回は 2 市場に差異がないために 1/2 とした

マーケットメイカー(1)

モデル中のマーケットメイカーは，現実のマーケットメイカーがスタイライズドトレーダーに比して高速・高頻度の売買を行っていることを考慮し，注文方法として各スタイライズドトレーダーが注文を行う合間，すなわち時刻 t と時刻 $t+1$ の間，時刻 $t+1$ と時刻 $t+2$ の間といったタイミングで買い・売りそれぞれに 1 単位ずつ指値注文を行うものとする．また，マーケットメイカーが注文を出す際に約定しなかった前回の買い・売り注文が残っていた場合には，それをキャンセルして新たな注文を出し直す．

マーケットメイカー (2)

マーケットメイカーは注文を行う際に，その時点で取引市場に出されている買い注文のうち最も高いもの（最良買い気配）と最も安いもの（最良売り気配）を参照し，それとマーケットメイカーに固有のスプレッド θ を用いて実際の注文価格を定める．時刻 t における最良買い気配を $P^{t,buy}$，最良売り気配を $P^{t,sell}$ と表すと，時刻 t と時刻 $t+1$ の間に出すマーケットメイカーの買い注文価格 $P^{t,buy}_{o,m}$ と売り注文価格 $P^{t,sell}_{o,m}$ は

$$P^{t,buy}_{o,m} = \frac{P^{t,buy} + P^{t,sell}}{2} - \frac{P_f \times \theta}{2}$$

$$P^{t,sell}_{o,m} = \frac{P^{t,buy} + P^{t,sell}}{2} + \frac{P_f \times \theta}{2}$$

のように決定される．また，スタイライズドトレーダーと同様，注文時には取引市場の最小ティックサイズ ΔP より小さい端数は買い注文の場合は切り捨て，売り注文の場合は切り上げる．

マーケットメイカー(3)

また，市場A・Bが存在している場合，時刻tにおける市場Aの最良気配を$P_A^{t,buy}, P_A^{t,sell}$，市場Bの最良気配を$P_B^{t,buy}, P_B^{t,sell}$とおくと，時刻$t$と時刻$t+1$の間に出すマーケットメイカーの買い注文価格$P_{o,m}^{t,buy}$と売り注文価格$P_{o,m}^{t,sell}$は両市場で同一であり，

$$P_{o,m}^{t,buy} = \frac{P_A^{t,buy} + P_A^{t,sell} + P_B^{t,buy} + P_B^{t,sell}}{4} - \frac{P_f \times \theta}{2}$$

$$P_{o,m}^{t,buy} = \frac{P_A^{t,buy} + P_A^{t,sell} + P_B^{t,buy} + P_B^{t,sell}}{4} - + \frac{P_f \times \theta}{2}$$

のように表される．

裁定取引型 HFT

- 先に述べたような明確な裁定機会がある場合に即座に裁定取引を行うモデル
- 現実の HFT がマーケットメイカー以上の速度によって利益を得ていることを考慮し，時刻 t と時刻 $t+1$ の間に 2 回注文を出す
- 具体的な注文のタイミングは，スタイライズドトレーダーが注文を行った直後およびマーケットメイカーが指値注文を行った直後．
- 成行注文による裁定取引以外は行わないので，注文が板に残ることはない
- なお，本マーケット環境には「成行注文」そのものは存在しない（指値注文が結果として成行注文になるという形である）ので，実際には最良買い（売り）気配よりさらに 1 だけ上昇（下落）させた価格での売り（買い）注文を提示している．

パラメータ

本論文においては草田 [3], 水田 [4] らと同じ以下のパラメータを用いた.
水田 [4] では, さまざまなパラメータを検討し, fat-tail や volutility-clustering など, 実証分析で得られている代表的な stylized fact を再現することにより妥当性検証を行いこれらのパラメータを決定している.

- スタイライズドトレーダーの個体数 $n = 1000$
- マーケットメイカーの個体数 $m = 1$
- ファンダメンタル成分の重み付けの最大値 $w_{1,\mathrm{max}} = 1$
- テクニカル成分の重み付けの最大値 $w_{2,\mathrm{max}} = 10$
- ノイズ成分の重み付けの最大値 $w_{3,\mathrm{max}} = 1$
- テクニカル成分を計算する際に遡る最も過去の時刻 $\tau_{\mathrm{max}} = 10000$
- ノイズ成分の標準偏差 $\sigma_\epsilon = 0.06$
- 注文価格決定の際の標準偏差 $P_\sigma = 30$
- 指値注文の最大有効期間 $t_c = 20000$
- ファンダメンタル価格 $P_f = 1000000$
- ティックサイズ $\Delta P = 1$

概要 (1)

実験は以下のモデルを 4 回ずつ行った.

- 1 市場，スタイライズドトレーダー（以下 ST とする）のみ
- 2 市場，ST のみ
- 1 市場，ST とマーケットメイカー（以下 MM とする）
- 2 市場，ST と MM
- 2 市場，ST，MM，裁定型 HFT（以下 HFT とする）

ただし，各々の実験 4 回のうち 2 回は板寄せ方式でスタイライズドトレーダーからファンダメンタル価格周辺に 20000 期分の注文を集めることで最初の注文板を作成し，2 回は注文板が存在しないところからはじめ，最初の 20000 期経過した時点を $t = 0$ とみなしている.

概要 (2)

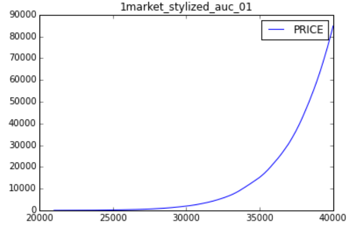
シミュレーションを行い CSV 形式で保存したデータは以下.

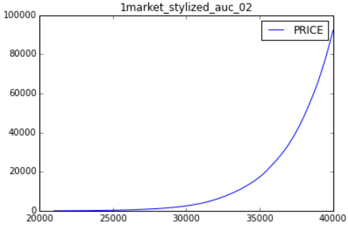
- 各市場の値動き
- 各市場で約定した注文の詳細（売買両方の指値，時刻，ID）
- シミュレーション終了時に約定されず残っていた注文の詳細

なお，値動きに関して次ページ以降に 1000 期の移動平均線を記した．純粋な価格の推移でなく移動平均の推移を表示したのは，本実験における 1 期ごとの価格は折れ線グラフとして情報を得るには不適当な形状になってしまっている（線がほとんど見えない）ことが多かったためである.

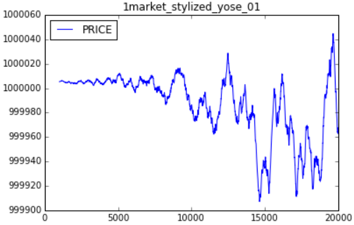
値動きの図示

1 市場，ST のみ，オークション



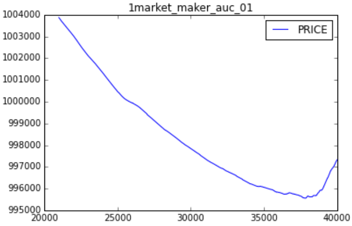


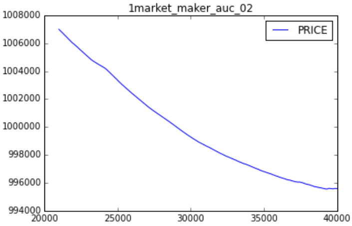
1 市場，ST のみ，板寄せ



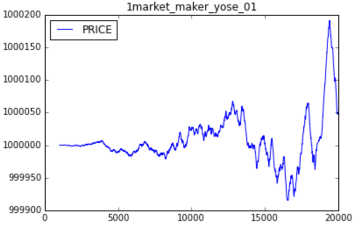
値動きの図示

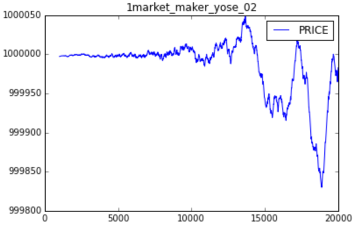
1 市場，ST・MM，オークション





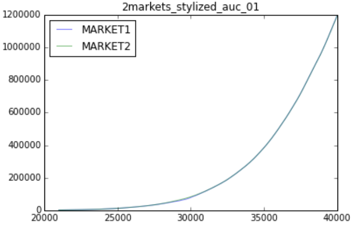
1 市場，ST・MM，板寄せ

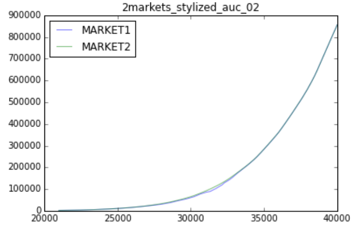




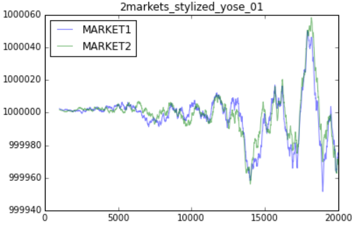
値動きの図示

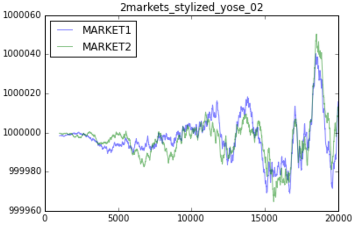
2 市場，ST のみ，オークション





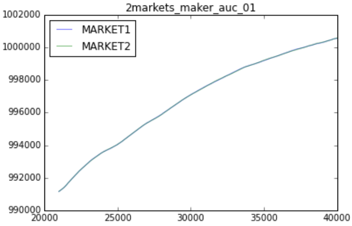
2 市場，ST のみ，板寄せ

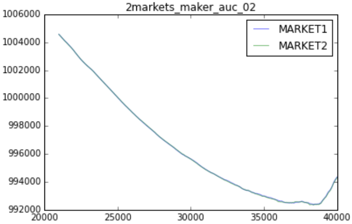




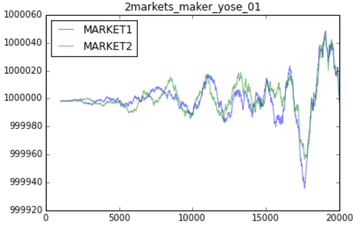
値動きの図示

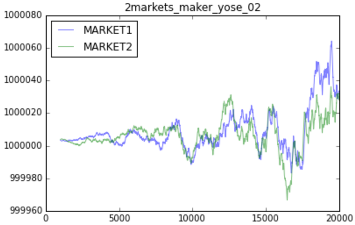
2 市場，ST・MM，オークション





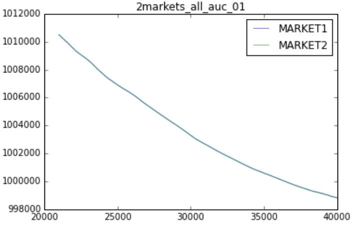
2 市場，ST・MM，板寄せ

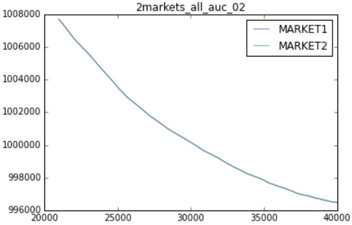




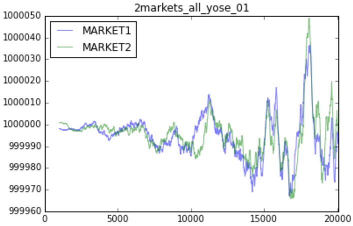
値動きの図示

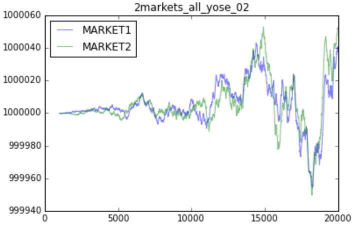
2 市場，ST・MM・HFT，オークション





2 市場，ST・MM・HFT，板寄せ





ボラティリティ

市場数	使用エージェント	注文の貯め方	volatility(1 回目)	volatility(2 回目)
1	ST	板寄せ	6.55×10^{-5}	6.66×10^{-5}
1	ST	オークション	1.34×10^{-3}	1.15×10^{-3}
1	ST,MM	板寄せ	6.23×10^{-5}	6.06×10^{-5}
1	ST,MM	オークション	1.29×10^{-4}	1.21×10^{-4}
2	ST	板寄せ	3.32×10^{-5},3.22×10^{-5}	6.68×10^{-5},6.87×10^{-5}
2	ST	オークション	2.71×10^{-3},1.04×10^{-3}	4.39×10^{-4},6.85×10^{-3}
2	ST,MM	板寄せ	3.28×10^{-5},3.26×10^{-5}	3.32×10^{-5},3.31×10^{-5}
2	ST,MM	オークション	6.68×10^{-5},6.87×10^{-5}	1.25×10^{-4},1.22×10^{-4}
2	ST,MM,HFT	板寄せ	3.34×10^{-5},3.27×10^{-5}	3.47×10^{-5},3.40×10^{-5}
2	ST,MM,HFT	オークション	6.14×10^{-5},5.98×10^{-5}	8.82×10^{-5},1.01×10^{-4}

全体として

- 参考にした同種のモデルを使用している論文の多くでは記されていないことであるが，この人工市場モデルにおける価格変動の様子は注文板の初期状態によって大きく異なってくる．
  - 初期状態での注文がまったく存在しない場合，継続した価格変化のトレンドが生じやすくなる．
  - 板寄せ直後を初期状態とした場合，価格はファンダメンタル価格を中心に振動し，徐々に振幅が増加してゆく．
- MM は実験期間中一定のスプレッドをとって気配提示を行うので，大幅な価格変動を防ぐ役割がある．初期状態で注文が存在しない場合には上に述べたように価格変化のトレンドが明確になるため，MM が関わる約定の割合が高くなる．
- 一方，十分な量の注文を集めて板寄せを行った場合には実験期間中においてスプレッドは十分小さく，MM が最良気配を提示することはほとんどない．

初期状態による違い

- 先に示した値動きをプロットしたグラフより，使用したエージェントや市場といった環境がまったく同じであっても，$t = 0$ 以前に注文を蓄積する方法を連続オークション方式にするか板寄せ方式にするかでその後の挙動が大きく異なることがわかる．
  - 実験開始時における板のスプレッドが大きく異なっている（板寄せ方式の方が狭い）点や，オークションによる蓄積の場合 $t = 0$ 時点で既に価格変化のトレンドが存在しているが，板寄せ方式ではそれがないという違いなどによりこうした差異が生じていると考えられる．
- また，板寄せで注文を貯めた場合ではマーケットメイカーが関わった取引の割合が小さくなった（ほぼ０）．スタイライズドトレーダーによるスプレッドが十分小さいまま保たれたため，時刻 t に関わらず一定のスプレッドをとって注文を出し続けるマーケットメイカーが最良気配を提示することがほぼなかったためと考えられる．

マーケットメイカーモデルに関して

- 連続オークション方式で注文を貯めた場合，マーケットメイカーが存在するモデルと存在しないモデルではボラティリティが大きく異なった．先述した通り，連続オークション方式によって注文を貯めると，$t = 0$ 時点ですでに価格変化のトレンドが存在しているとともに，スプレッドは広く，板の厚みも薄い．こうした状態では注文価格も大きく変動しやすいため，常に一定のスプレッドをとるマーケットメイカーがトレンドと逆方向の注文について最良気配を提示することが多くなり，価格変化の安全弁として機能している．
- 保坂 [1] は実証分析を通して，東京証券取引所における HFT が価格変動を抑制するような注文を盛んに行って市場に流動性を供給している，という主張を行っている．今回の実験結果は後述する裁定型 HFT モデルが与えている影響と合わせ，この主張と整合的である．

裁定型 HFT モデルに関して

- 今回のモデルでは 2 種の初期状態に関わらず裁定取引型 HFT が関わる取引の割合が非常に少なく，2 市場間で厳密な裁定機会はほとんど生じていなかったことがわかる．これはすべてのスタイライズドトレーダーが 2 市場両方の価格推移や最良気配を取得し，注文価格や注文先の判断に使用していたためと考えられる．現実には複数市場が存在していても 1 つの市場からしか情報を得ない投資家や，複数市場を見ていても実際の発注は 1 つの市場にしか行わない投資家が数多くいると考えられるので，そのような投資家を一定割合で設定すると異なった結果が得られる可能性があり，今後の課題である．

今後の展望

- 実験開始時の状態が実験結果に大きな影響を与えることがわかったのでこの点に着目し，現実に場が開いた際の状態がどのようであるのかを確認する．
- 具体的には東証をはじめとする証券取引所のデータを用いて，場の開始時に板寄せ方式で約定せず残っている注文のスプレッドや厚みと，場が開いていて連続時間ダブルオークションが行われている時間帯の注文のスプレッドや厚みに差異がないかどうかを調査する．
- もし場中にスプレッド・厚みが大きく変わっていないようであれば，開始時の板寄せによる影響は少ないと考えられるので，注文の貯め方はオークションを基本線とするべきということになる．
- 一方，場中にそれらが大きく変化するようであれば，板寄せの影響が少なからず存在しているということが示唆されるので，板寄せ時特有のスプレッドや厚みを再現するような手法を考える必要がある．

挫折したこと

- 高頻度バッチオークションを用いた価格決定
  - Budish et al. [5] で提唱されていた高頻度バッチオークションは 1 秒や 0.1 秒というごく短い時間軸で非連続なダブルオークションを行うというものであった.
  - この制度のもとでは，一回のオークションが終わったときに約定しなかった注文は，取り消されるか次回以降のオークションで約定するかしない限り残り続ける.
  - 20000 期を 1 日間と仮定している本モデルにこうした価格決定メカニズムの導入を行っても，1000 期に一回しか注文を行わないスタイライズドトレーダーにとっては既存のモデルと何ら変わるところがない.
  - この価格決定メカニズムは個人のトレーダーというよりはむしろマーケットメイカーを守るための制度であり，導入による影響の正しい分析には，より現実的なマーケットメイカーおよび HFT のエージェントを仮定しなくてはならず，現状では不十分だと考えた.

参考文献

[1] 保坂豪：東京証券取引所における High-Frequency Trading の分析, 証券アナリストジャーナル 52.(6), pp.73-82, 2014.

[2] 松島斉：証券取引の「フラッシュ」メカニズムデザイン：早い者勝ちから遅刻厳禁へ：連載「オークションとマーケットデザイン」第 15 回，経済セミナー 2015 年 6, 7 月号

[3] 草田裕紀, 水田孝信, 早川聡, 和泉潔, 吉村忍：人工市場シミュレーションを用いたマーケットメイカーのスプレッドが市場出来高に与える影響の分析, JPX ワーキングペーパー Vol.05, 2014.

[4] 水田孝信, 早川聡, 和泉潔, 吉村忍：人工市場シミュレーションを用いた取引市場間におけるティックサイズと取引量の関係性分析, JPX ワーキングペーパー Vol.02, 2013.

[5] E. Budish, P. Cramton, and J. Shim : "Implementation Details for Frequent Batch Auctions: Slowing Dwon Markets to the Blink of an Eye", American Economic Review 104, pp.418-424, 2014.

学んだこと（余談）

学んだこと（余談）

- Python そのままで大量のデータを取り扱うと本当に遅い．今回のシミュレーションを 1 回回すのに，最も単純な 1 市場・ST のみ・連続オークションで 10 分，一番複雑な 2 市場・全部入りで 30 分ほどかかっている．

学んだこと（余談）

- Python そのままで大量のデータを取り扱うと本当に遅い．今回のシミュレーションを 1 回回すのに，最も単純な 1 市場・ST のみ・連続オークションで 10 分，一番複雑な 2 市場・全部入りで 30 分ほどかかっている．
- Pandas は便利．今回はシミュレーション後の CSV の読み書きおよびそこからのプロットに使ったのみだったが，最初から使っていればデータの整形などがもう少し楽だったかもしれない．

学んだこと（余談）

- Python そのままで大量のデータを取り扱うと本当に遅い．今回のシミュレーションを 1 回回すのに，最も単純な 1 市場・ST のみ・連続オークションで 10 分，一番複雑な 2 市場・全部入りで 30 分ほどかかっている．
- Pandas は便利．今回はシミュレーション後の CSV の読み書きおよびそこからのプロットに使ったのみだったが，最初から使っていればデータの整形などがもう少し楽だったかもしれない．
- 締め切りを守るのは難しい．

学んだこと（余談）

- Python そのままで大量のデータを取り扱うと本当に遅い．今回のシミュレーションを1回回すのに，最も単純な1市場・STのみ・連続オークションで10分，一番複雑な2市場・全部入りで30分ほどかかっている．
- Pandas は便利．今回はシミュレーション後の CSV の読み書きおよびそこからのプロットに使ったのみだったが，最初から使っていればデータの整形などがもう少し楽だったかもしれない．
- 締め切りを守るのは難しい．
- 本当にごめんなさい．

学んだこと（余談）

- Python そのままで大量のデータを取り扱うと本当に遅い．今回のシミュレーションを 1 回回すのに，最も単純な 1 市場・ST のみ・連続オークションで 10 分，一番複雑な 2 市場・全部入りで 30 分ほどかかっている．
- Pandas は便利．今回はシミュレーション後の CSV の読み書きおよびそこからのプロットに使ったのみだったが，最初から使っていればデータの整形などがもう少し楽だったかもしれない．
- 締め切りを守るのは難しい．
- 本当にごめんなさい．
- ゼミの単位はなくてもいいです．