

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)  
ФИЗТЕХ-ШКОЛА РАДИОТЕХНИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Лабораторная работа № 3.3.4  
**Эффект Холла в полупроводниках**

Климова Екатерина  
Группа Б01-108

Долгопрудный, 2022 г.

**Цель работы:** измерение подвижности и концентрации носителей заряда в полупроводниках.

**В работе используются:** электромагнит с регулируемым источником питания; вольтметр; амперметр; миллиамперметр; реостат; милливельметр; источник питания (1.5 В); образцы легированного германия.

## 1 Аннотация

В работе изучаются особенности проводимости полупроводников в геометрии мостика Холла. Ток пропускается по плоской полупроводниковой пластинке, помещенной в перпендикулярное пластинке магнитное поле. Измеряется разность потенциалов между краями пластинки в поперечном току направлении. По измерениям определяется *константа Холла*  $R_H$ , тип проводимости (*электронный* или *дырочный*) и на основе соотношения  $R_H = \frac{1}{nq}$  вычисляется концентрация основных носителей заряда.

## 2 Теоретические сведения

### 2.1 Движение носителей заряда в полупроводниках

Проводимость большинства твердых тел связана с движением электронов. Электроны входят в состав атомов всех тел, однако одни тела не проводят электрический ток (диэлектрики), а другие являются хорошими проводниками. Причина различия заключается в особенностях энергетического состояния внешних электронов в атомах этих веществ.

При объединении атомов в твердое тело — кристалл — внешние (валентные) электроны теряют связь со своими атомами и становятся принадлежностью всего кристалла. Каждый уровень энергии электрона одиночного атома в кристалле расщепляется в группу близких уровней в кристалле, сливающихся в непрерывную зону. Число доступных состояний электрона при образовании зоны остается неизменным — оно равно числу мест на соответствующем атомном уровне, умноженному на число атомов в кристалле, и определяет максимальное число электронов, которое может разместиться в зоне. В промежутках между зонами допустимых состояний электронов нет — эти области называют запрещенными зонами.

Если одна из зон полностью заполнена электронами, а следующая пуста, то под действием слабого внешнего электрического поля электроны не могут изменить свое состояние, а значит, и не могут прийти в упорядоченное движение. Тогда вещество называется *диэлектриком*, а верхняя из заполненных зон — валентной зоной.

Если в кристалле есть зона, частично заполненная электронами, внешнее электрическое поле может изменить распределение электронов по уровням энергии и вызвать их упорядоченное движение. Частично заполненная зона называется зоной проводимости. Такая зона есть у всех твердых *проводников* электрического тока.

Если ширина запрещенной зоны не слишком велика по сравнению с тепловой энергией, тепловое движение перебрасывает часть электронов из валентной зоны в свободную зону проводимости над ней. При этом в зоне проводимости появляются электроны, а в валентной зоне — вакантные места — *дырки*. Как электроны в зоне проводимости, так и дырки в валентной зоне участвуют в переносе заряда. Такие вещества называют *полупроводниками*. Для чистых полупроводников характерно одновременное наличие двух типов носителей. В *легированных* проводниках (содержащих примеси) может доминировать один из типов носителей — электроны (полупроводники n-типа) или дырки (полупроводники p-типа).

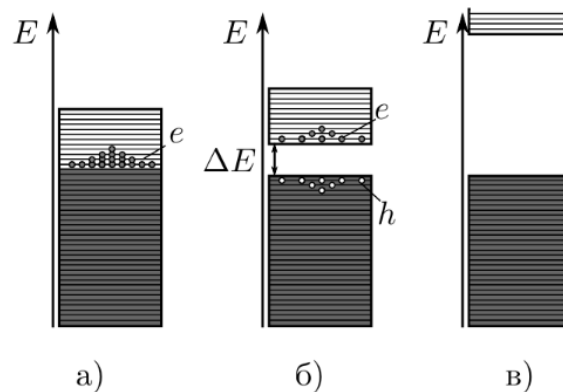


Рис. 1. Структура состояний а) проводника, б) полупроводника, в) диэлектрика

## 2.2 Закон Ома

При наложении внешнего электрического поля  $\mathbf{E}$  носители заряда начинают двигаться ускоренно. Однако после некоторого свободного пробега происходит взаимодействие с решеткой: частица теряет приобретенный импульс и процесс ускорения начинается заново. В результате баланса ускоряющей силы и трения о решетку частица приобретает некоторую среднюю установившуюся скорость дрейфа, пропорциональную приложенному полю:

$$\mathbf{u}_{\text{др}} = \mu \mathbf{E}. \quad (1)$$

Коэффициент  $\mu$  называется *подвижностью* носителя тока. Его знак определяется знаком зарядов (у электронов подвижность отрицательна, у дырок — положительна). Усредненное взаимодействие носителя заряда с кристаллической решеткой можно моделировать действующей на него постоянной силой трения, пропорциональной средней скорости  $\mathbf{u}$  его движения:

$$\mathbf{F}_{\text{тр}} = -\frac{q\mathbf{u}}{\mu}. \quad (2)$$

При концентрации носителей  $n$  плотность тока равна

$$\mathbf{j} = qn\mathbf{u} = qn\mu\mathbf{E}. \quad (3)$$

Коэффициент пропорциональности между  $\mathbf{j}$  и  $\mathbf{E}$  называют *проводимостью* среды. Соответствующую связь

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \quad (4)$$

называют *законом Ома в дифференциальной форме*. Видно, что проводимость связана с подвижностью как  $\sigma = qn\mu$ .

## 2.3 Эффект Холла

Во внешнем магнитном поле  $\mathbf{B}$  на заряды действует сила Лоренца:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{u} \times \mathbf{B}. \quad (5)$$

Эта сила вызывает движение носителей, направление которого в общем случае не совпадает с  $\mathbf{E}$ . Траектории частиц будут либо искривляться, либо возникнет дополнительное электрическое поле, компенсирующее магнитную составляющую силы Лоренца. Возникновение поперечного тока электрического поля в образце, помещенном во внешнее магнитное поле, называют *эффектом Холла*.

Закон Ома можно записать в виде

$$\mathbf{j} = \hat{\sigma} \mathbf{E}, \quad (6)$$

если под  $\hat{\sigma}$  понимать *тензор проводимости*. В заданном базисе он представляется матрицей  $3 \times 3$ . Тензорная связь между полем и током имеет место в общем случае, когда проводящая среда не является изотропной. В условиях эффекта Холла тензор проводимости становится недиагональным. *Тензор удельного сопротивления*  $\hat{\rho}$  вводится как обратный к тензору проводимости. В условиях эффекта Холла тензор проводимости получается равен

$$\hat{\sigma} = \hat{\rho}^{-1} = \frac{\sigma_0}{1 + (\mu B)^2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \mu B & 0 \\ -\mu B & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

Безразмерному параметру  $\mu B$  соответствует отношение эффективной длины пробега частиц  $l = \mu \tau u / q$  к ларморовскому радиусу кривизны их траектории  $r_B = \tau u / q B$ . Эту величину называют *параметром замагниченности*.

## 2.4 Мостик Холла

Мостик Холла используется для исследования зависимости проводимости среды от магнитного поля. В данной схеме (рис. 2) ток вынуждают течь по оси  $x$  вдоль плоской пластинки (ширина пластинки  $a$ , толщина  $h$ , длина  $l$ ). Сила Лоренца, действующая со стороны перпендикулярного пластинке магнитного поля, прибивает носители заряда к краям образца, что создает холловское электрическое поле, компенсирующее эту силу. Поперечное напряжение между краями пластинки (холловское напряжение) равно  $U_{\perp} = E_y a$ , где  $E_y = \frac{j_x B}{nq}$ .

Плотность тока, текущего через образец, равна  $j_x = I/ah$ , где  $I$  – полный ток,  $ah$  – поперечное сечение. Таким образом, для холловского напряжения имеем

$$U_{\perp} = \frac{B}{nqh} \cdot I = R_{\text{н}} \cdot \frac{B}{h} \cdot I, \quad (8)$$

где константу  $R_{\text{н}} = \frac{1}{nq}$  называют *константой Холла*, ее знак определяется знаком носителей заряда.

Продольная напряженность электрического поля равна

$$E_x = \rho_{xx} \cdot j_x = j_x / \sigma_0,$$

где  $\sigma_0 = qn\mu$  – удельная проводимость среды в отсутствие  $B$ , и падение напряжения  $U_{\parallel} = E_x l$  вдоль пластинки определяется омическим сопротивлением образца  $R_0 = l/(\sigma_0 ah)$ :

$$U_{\parallel} = IR_0. \quad (9)$$

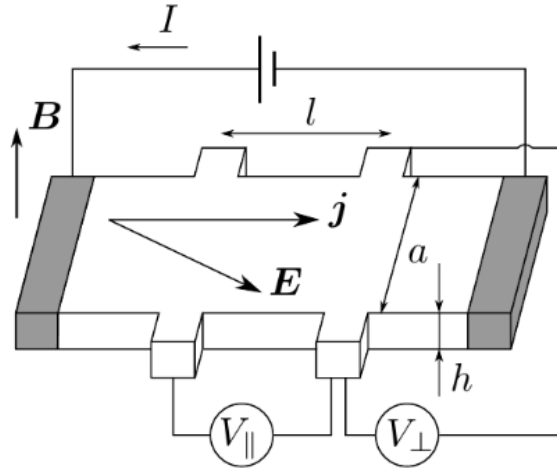


Рис. 2. Мостик Холла

### 3 Экспериментальная установка

Экспериментальная установка показана на рисунке 3. В зазоре электромагнита создается постоянное магнитное поле, величину которого можно менять с помощью регулятора источника питания электромагнита. Ток питания электромагнита измеряется амперметром  $A_1$ , направление тока в обмотках электромагнита меняется переключением разъема  $K_1$ .

Градуировка магнита проводится при помощи милливеберметра.

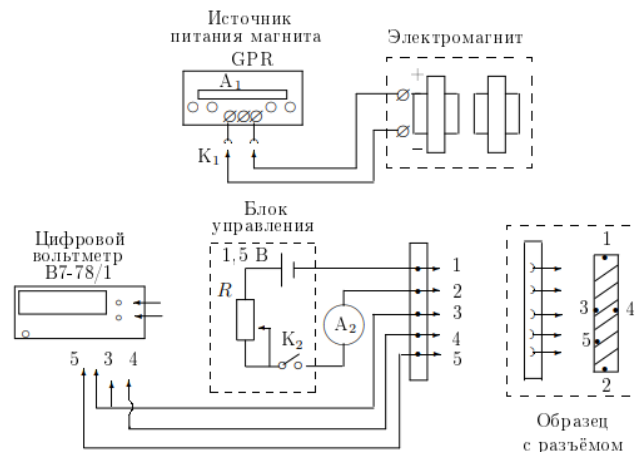


Рис. 3. Схема установки для исследования эффекта Холла в полупроводниках

Образец из легированного германия подключается к батарее. При замыкании ключа  $K_2$  вдоль длинной стороны образца течет ток, величина которого регулируется реостатом  $R$  и измеряется миллиамперметром  $A_2$ . В образце с током, помещенном в зазор электромагнита, между контактами 3 и 4 возникает разность потенциалов  $U_{34}$ , которая измеряется с помощью цифрового вольтметра. Контакты 3 и 4 вследствие неточности пайки не всегда лежат на одной эквипотенциале, и тогда напряжение между ними связано не только с эффектом Холла, но и с омическим падением напряжения, вызванным протеканием основного тока через образец. Можно исключить влияние омического падения напряжения, если при каждом токе через образец измерять напряжение между точками 3 и 4 в отсутствие магнитного поля. При фиксированном токе через образец это дополнительное к ЭДС Холла напряжение  $U_0$  остается неизменным, тогда ЭДС Холла:

$$\mathcal{E}_x = U_{34} \pm U_0. \quad (10)$$

По знаку  $\mathcal{E}_x$  можно определить характер проводимости — электронный или дырочный. Для этого необходимо знать направление тока в образце и направление магнитного поля.

Измерив ток  $I$  в образце и напряжение  $U_{35}$  между контактами 3 и 5 в отсутствие магнитного поля, можно, зная параметры образца, рассчитать проводимость материала по формуле:

$$\sigma = \frac{I \cdot L_{35}}{U_{35} \cdot a \cdot l}, \quad (11)$$

где  $L_{35}$  — расстояние между контактами 3 и 5,  $a$  — толщина образца,  $l$  — его ширина.

## 4 Ход работы

В работе предлагается исследовать зависимость ЭДС Холла от величины магнитного поля при различных токах через образец для определения константы Холла, определить знак носителей заряда и проводимость материала образца. Подготовим все приборы к работе согласно описанию на установке.

### 4.1 Градуировка электромагнита

Проведем калибровку электромагнита — определим связь между индукцией магнитного поля в зазоре электромагнита и током через обмотку магнита. Для этого снимем зависимость магнитного потока  $\Phi$ , пронизывающего катушку в поле, от тока  $I_m$  и найдем величину магнитной индукции по формуле:

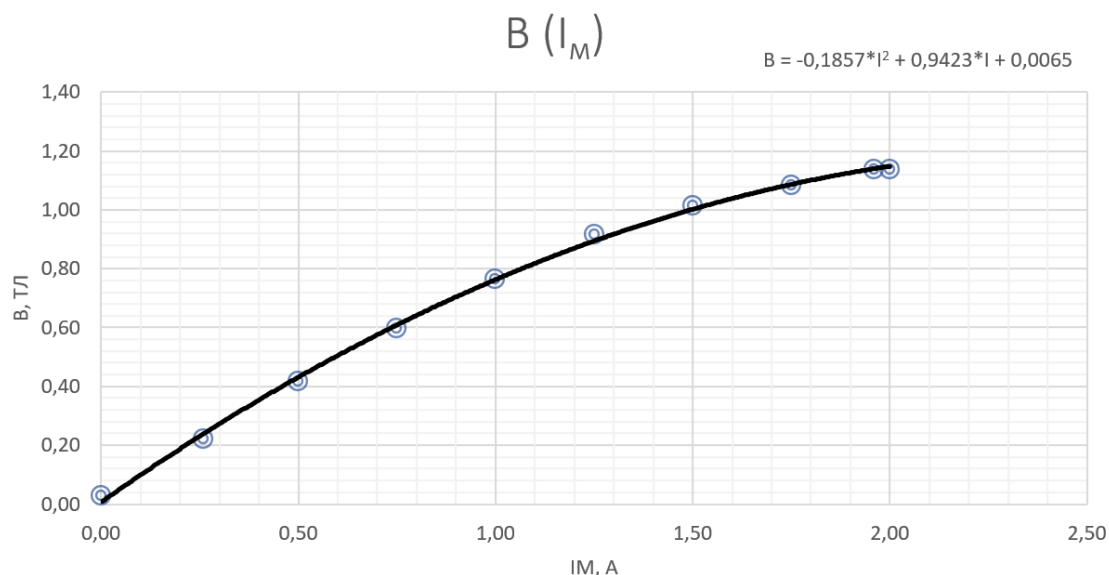
$$B = \frac{\Delta\Phi}{SN},$$

где  $\Delta\Phi = \Phi - \Phi_0$  — разность между конечным и начальными значениями потока вектора индукции, который пронизывал пробную катушку, находившуюся в зазоре

электромагнита. Значение  $(SN) - 72 \text{ см}^2 \cdot \text{вит}$ . Результаты занесем в таблицу 1, а также отобразим на графике полученную калибровочную кривую (рис. 4):

$I_M, \text{ A}$	$\Delta\Phi, \text{ мВб}$	$B, \text{ мТл}$	$\sigma B, \text{ мТл}$
0.00	0.20	27.78	0.28
0.26	1.60	222	2
0.50	3.00	417	4
0.75	4.30	597	6
1.00	5.50	764	8
1.25	6.60	917	9
1.50	7.30	1014	10
1.75	7.80	1083	11
1.96	8.20	1139	11
2.00	8.20	1139	11

**Таблица 1.** Исследование зависимости индукции магнитного поля от тока через обмотку



**Рис. 4.** График зависимости  $B(I_M)$

Уравнение полученной зависимости показано на рисунке. Нам достаточно знать конечный набор значений магнитного поля и проводить измерения  $U_{34}$  на них. Также зафиксируем погрешности некоторых измеряемых величин (таблица 2) и параметры установки (таблица 3).

	$\Phi, \text{ мВб}$	$I_M, \text{ A}$	$U_{34}, \text{ мкВ}$	$I, \text{ мА}$
Величина	1	1	50	0.5
Погрешность, $\sigma$	0.01	0.01	1	0.005
$\varepsilon, \%$	1	1	2	1

**Таблица 2.** Погрешности некоторых измеряемых величин

$L_{35}$ , мм	3.0
$a$ , мм	1.5
$l$ , мм	1.7

**Таблица 3.** Параметры установки

## 4.2 Измерение ЭДС Холла

Проведем измерение ЭДС Холла. Сначала вставим в зазор выключенного электромагнита образец, параметры которого зафиксированы в таблице 3, и определим напряжение  $U_0$  между холловскими контактами 3 и 4 при минимальном токе через образец. Это напряжение вызвано несовершенством контактов 3, 4 и при фиксированном токе остается неизменным — примем его за начало отсчета.

Затем снимем зависимость напряжения  $U_{34}$  от тока электромагнита  $I_m$  при фиксированном токе  $I$  через образец. Повторим эти действия для различных токов через образец. Также каждое значение тока электромагнита мы можем сопоставить со значением индукции магнитного поля в зазоре электромагнита, измеренным при калибровке. При максимальном токе через образец проведем еще измерения при обратном направлении магнитного поля.

Результаты измерений занесем в таблицу 4, а также построим на одном графике семейство зависимостей ЭДС Холла от магнитного поля в электромагните при различных токах через образец.

$I_m$ , А	0.00	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00
$B$ , мТл	27.78	222	417	597	764	917	1014	1083	1139
$U_{34}(0.3\text{мА})$	−0.018	0.004	0.026	0.049	0.067	0.083	0.095	0.104	0.110
$U_{34}(0.4\text{мА})$	−0.023	0.005	0.036	0.066	0.091	0.114	0.130	0.140	0.148
$U_{34}(0.5\text{мА})$	−0.028	0.006	0.045	0.080	0.113	0.140	0.160	0.173	0.184
$U_{34}(0.6\text{мА})$	−0.035	0.010	0.055	0.097	0.136	0.170	0.194	0.210	0.223
$U_{34}(0.7\text{мА})$	−0.040	0.010	0.063	0.115	0.159	0.197	0.226	0.246	0.260
$U_{34}(0.8\text{мА})$	−0.047	0.010	0.072	0.133	0.183	0.228	0.258	0.281	0.297
$U_{34}(0.9\text{мА})$	−0.053	0.012	0.080	0.147	0.205	0.255	0.291	0.316	0.334
$U_{34}(1.0\text{мА})$	−0.059	0.016	0.091	0.164	0.230	0.283	0.324	0.352	0.374
$U_{34}(1.0\text{мА})$	−0.071	−0.140	−0.218	−0.292	−0.361	−0.423	−0.470	−0.497	−0.520

**Таблица 4.** Зависимость напряжения  $U_{34}$  [В] от тока электромагнита  $I_m$  при фиксированном токе  $I$  через образец

Построим график зависимости ЭДС Холла от величины магнитной индукции при разных значениях тока через образец  $I$  и определим угловые коэффициенты получившихся прямых. ЭДС Холла определяется по формуле (10).



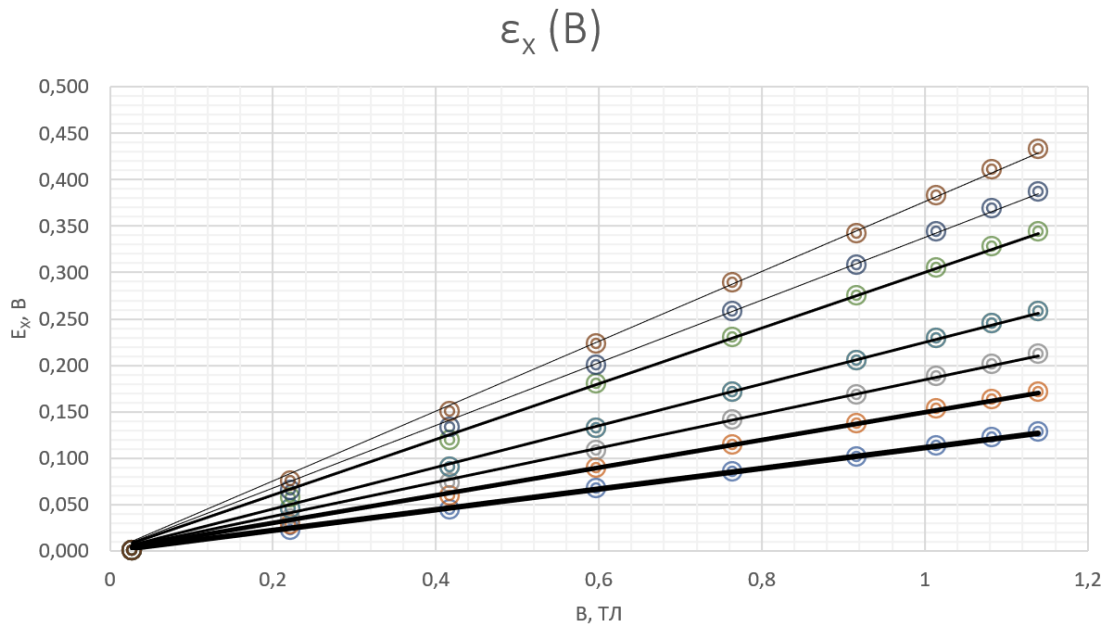


Рис. 5. График зависимости  $\varepsilon_x (B)$

Здесь самая верхняя прямая соответствует  $I = 1.0\text{A}$ , самая нижняя —  $I = 0.3\text{A}$ . Для каждой прямой рассчитаем значение коэффициента наклона по формуле  $k = d\varepsilon_x/dB$  и построим график  $k(I)$ :

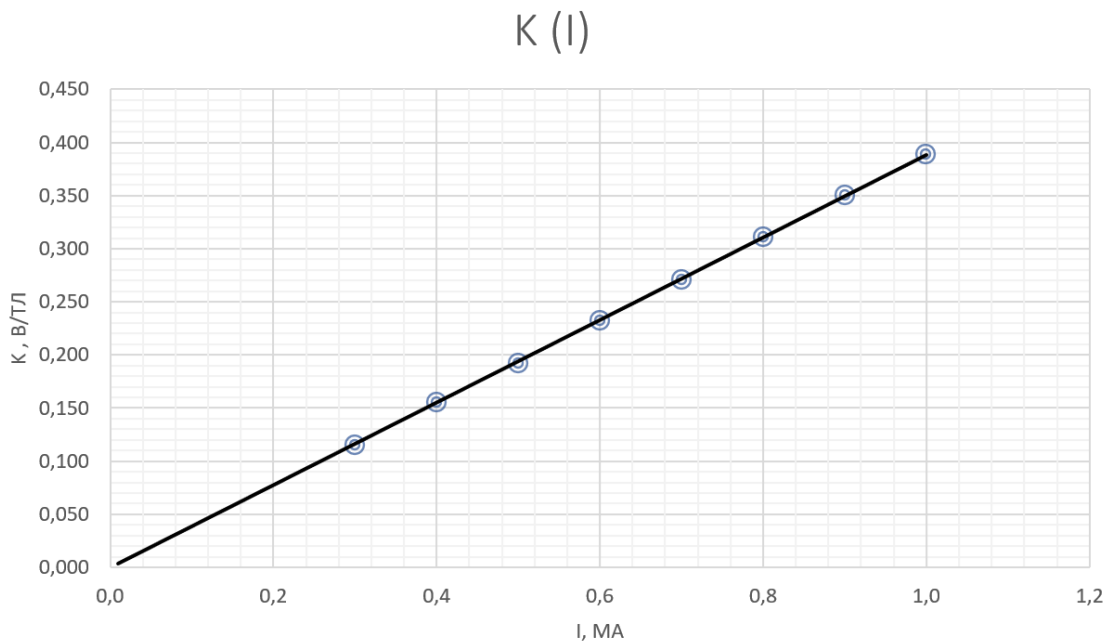


Рис. 6. График зависимости  $k (I)$

Рассчитаем размерность  $k$ :  $k = \frac{\varepsilon_x}{B}$ , где  $[\varepsilon_x] = [\text{В}]$ , а  $[B] = [\text{Тл}]$ , то есть  $[k] = [\text{В}/\text{Тл}]$ . Коэффициент наклона последнего графика —  $K = 0.391 = k/I$ . Относительная погрешность определения этого коэффициента с учетом метода наименьших квадратов и систематических погрешностей получилась порядка 10%. Теперь можем найти значение *постоянной Холла* при помощи формулы (8).

$$R_{\text{н}} = \frac{\varepsilon_x \cdot a}{B \cdot I} = k \cdot \frac{a}{I} = K \cdot a = (0.665 \pm 0.080) \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{Кл}.$$

Рассчитаем *концентрацию носителей тока*:

$$n = \frac{1}{R_{\text{н}} e} = (9.40 \pm 1.13) \cdot 10^{21} \text{ ед/м}^3.$$

### 4.3 Определение характера проводимости

Определим характер проводимости в образце. Направление тока через образец и направление магнитного поля показаны стрелками на рисунке 7:

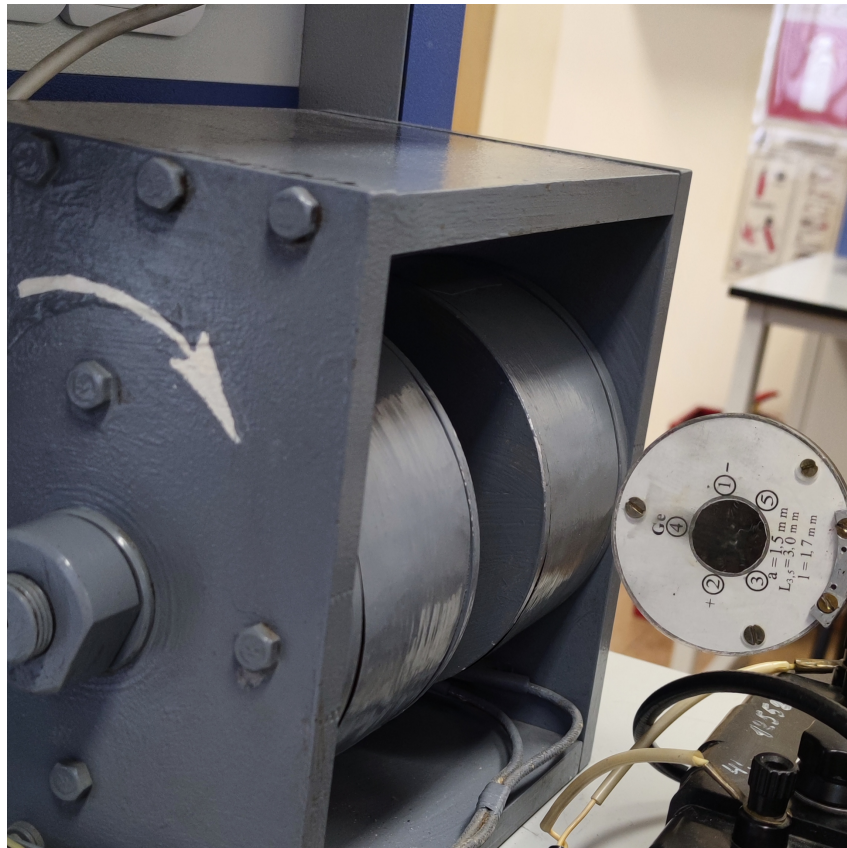


Рис. 7. Установка

Зная направление магнитного поля в электромагните и тока через образец, можно определить, что носители тока заряжены отрицательно, то есть проводимость *электронная*.

### 4.4 Определение удельной проводимости

По формуле (11) рассчитаем удельную проводимость исследуемого образца. Для этого выключим источник питания электромагнита и удалим держатель с образцом из зазора. При токе через образец  $I = 1 \text{ мА}$  измерим падение напряжения  $U_{35}$  и определим *проводимость*:

$$\sigma = \frac{I \cdot L_{35}}{U_{35} \cdot a \cdot l} = (153.9 \pm 0.8) \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}}.$$

Из полученных значений можно вывести *подвижность* носителей тока (электронов):

$$b = \frac{\sigma}{ne} = \sigma R_{\text{н}} = (1446 \pm 245) \frac{\text{см}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}.$$

Табличное значение подвижности для электронной проводимости —  $b_{\text{теор}} = 3800 \frac{\text{см}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$ .

## 5 Вывод

В работе проводилось исследование эффекта Холла на примере полупроводника — легированного германия. Для него были определены постоянная Холла, концентрация холловских частиц, удельная проводимость и подвижность носителей зарядов. Полученные значения совпали с табличными хотя бы по порядку величины. Погрешность вычислений оказалась достаточно значительной, что может быть связано с вероятно большим количеством примесей в исследуемом веществе или с тем, что характер проводимости в исследуемом образце не чисто электронный, а электронно-дырочный.