30.11.2015 conducción térmica

en la ecuación de energía:
$\rho(\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + ...) = -p \text{ div } \vec{v} - \text{div } \vec{q} - \mathcal{L}_r$
$\vec{q}$ es el flujo de calor:
$\vec{q} = -\chi \nabla T$
χ tensor
$\chi_\parallel = 1.8 \cdot 10^{-10} \frac{T^{\frac{5}{2}}}{ln \Lambda_c}$ para unidades s.i. y donde Λ_c es el logaritmo Coulomb
$\chi_\perp = 2 \cdot 10^{-31} \frac{n^2}{T^3 B^2} \chi_\parallel$ para unidades s.i.
$\vec{q} = -\chi \nabla T = -\chi_\parallel (\vec{e_B} \nabla T) \vec{e_B} - \chi_\perp (\nabla T)_\perp$ donde $\vec{e_B} = \frac{\vec{B}}{|B|}$

1.12.2015 ecuación de movimiento:

$$\rho(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)\vec{v}) = -\nabla p + \vec{j} \times \vec{B} + \rho \vec{g} \quad (1)$$

donde
$\vec{j} = \frac{1}{\mu_0} curl \vec{B}$
y usando la identidad:
$\nabla(\frac{1}{2}\vec{B} \cdot \vec{B}) = \vec{B} \times curl \vec{B} + (\vec{B} \cdot \nabla)\vec{B}$
la fuerza Lorentz se puede escribir como suma de 2 términos:
$\vec{j} \times \vec{B} = -\nabla(\frac{B^2}{2\mu_0}) + \frac{1}{\mu_0}(\vec{B}\nabla)\vec{B}$
donde el primer término es la fuerza debida a la presión magnética $p_{mag} = \frac{B^2}{2\mu_0}$
y el segundo la fuerza de curvatura magnética

comparamos la fuerza debida a la presión magnética con la fuerza debida a la presión del gas:
$\mathcal{O}(\frac{|-\nabla p_{mag}|}{|-\nabla p|}) = \mathcal{O}(\frac{p_{mag}/L_B}{p/L_p}) = \mathcal{O}(\frac{1}{\beta}\frac{L_B}{L_p})$
donde notamos $\beta = \frac{p}{p_{mag}}$
y L_B y L_p son las escalas de variación de $\vec{B}$ y p y tienen un valor parecido
en la corona $\beta << 1 \implies \mathcal{O}(\frac{|-\nabla p_{mag}|}{|-\nabla p|}) >> 1$

comparamos la fuerza de gravedad con la fuerza debida a la presión magnética:
$\mathcal{O}(\frac{\rho g}{|-\nabla p_{mag}|}) = \mathcal{O}(\frac{\rho g}{\frac{B^2}{2\mu_0}\frac{1}{L_B}}) = \mathcal{O}(\frac{v_{ff}^2(L_B)}{v_A^2})$
donde $v_{ff}(L) = 2gL$ es la velocidad free fall y v_A es la velocidad Alfvén $v_A^2 = \frac{B^2}{\mu_0 \rho}$
en la corona $v_{ff} << v_A \implies \mathcal{O}(\frac{\rho g}{|-\nabla p_{mag}|} << 1$

ahora comparamos el segundo término del lado izquierdo de la ecuación de movimiento con la fuerza de la presión magnética(el primero se puede despreciar):
$\mathcal{O}(\frac{\rho(\vec{v}\nabla)\vec{v}}{|-\nabla p_{mag}|}) = \mathcal{O}(\frac{v^2}{L_v} \cdot \frac{2L_B}{v_A^2})$
las velocidades típicas de la corona $|v| \approx 100$ km /s y $v_A \approx$ 1000-2000km/s
$\implies \mathcal{O}(\frac{\rho(\vec{v}\nabla)\vec{v}}{|-\nabla p_{mag}|}) << 1$

Para que la ecuación de movimiento se cumpla $\vec{F_L} \approx 0$:
$\vec{j} \times \vec{B} = 0$ (force free)
$\implies \vec{j} \parallel \vec{B}$
$\implies \vec{j} = \alpha \vec{B}$
Caso 1:
$\alpha = 0 \implies \vec{j} = 0$ (current free)
$\implies curl \vec{B} = 0$ (potential field)
$\implies \exists \Psi | \nabla \Psi = \vec{B}$
div$\vec{B} = 0 \implies \Delta \Psi = 0$
$\implies \frac{\partial \Delta \Psi}{\partial x_i} = 0$
$\implies \Delta(\frac{\partial \Psi}{\partial x_i}) = 0$
$\implies \Delta(B_i) = 0$
para i $\in$ 1,2,3
Condiciones de contorno

- d'Alembert (no se usan aquí)
- Neumann:
  $\exists!\Psi$ (salvo una constante) que cumple la ecuación
  $\Delta\Psi = 0$ con valores en el contorno:
  $\vec{n} \cdot \nabla\Psi|_{\partial V} = B_n|_{\partial V}$
  donde ∂V es la superficie de contorno