

Salida de mathematica de la integral de la transf fourier:

```
$Assumptions = {Element[{k0,z0,zf,zc,W}, Reals], k0>0, z0>0, zf >0 , zf >0, zc >0, W>0 }
Print[FullSimplify[Integrate[Exp[- (z-zc)^2 / W^2] Cos[2 Pi k0 (z - z0) / (zf - z0)] Exp[- 2 Pi I m z / (zf - z0)], {z, -Infinity, Infinity} ]]]
```

$$f1(m) = F\left(\frac{2\pi m}{z_f - z_0}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(z-z_c)^2}{W^2}} \cos\left(\frac{2\pi k_0(z-z_0)}{z_f - z_0}\right) e^{-\frac{2\pi i m z}{z_f - z_0}} dz =$$

$$\frac{1}{2} e^{-\frac{\pi(k_0^2 \pi W^2 + m(m\pi W^2 - 2iz_c(z_0 - z_f)) + 2k_0(m\pi W^2 + i(z_0 + z_c)(z_0 + z_f)))}{(z_0 - z_f)^2}} \left(e^{\frac{4ik_0 \pi z_0(z_c + z_f)}{(z_0 - z_f)^2}} + e^{\frac{4k_0 \pi(m\pi W^2 + i(z_0^2 + z_c z_f))}{(z_0 - z_f)^2}} \right) \sqrt{\pi} W$$

Salida de FourierTransform mathematica con FourierParameters 0, -2π

```
$Assumptions = {Element[{k0,z0,zf,zc,W}, Reals], k0>0, z0>0, zf >0 , zf >0, zc >0, W>0 }
h[z_, k0_, z0_, zf_, zc_, W_] := Exp[-(z-zc)^2/W^2] Cos[2 Pi k0 (z - z0) / (zf - z0)]
Print[FullSimplify[FourierTransform[h[z, k0, z0, zf, zc, W], z, k, FourierParameters->{0,-2 Pi}]]]
```

$$f2(k) = \frac{1}{2} \left(e^{-\frac{\pi(k_0^2 \pi W^2 - 2k_0(k\pi W^2 - iz_0 + iz_c)(z_0 - z_f) + k(k\pi W^2 + 2iz_c)(z_0 - z_f)^2)}{(z_0 - z_f)^2}} + e^{-\frac{\pi(k_0^2 \pi W^2 + 2k_0(k\pi W^2 - iz_0 + iz_c)(z_0 - z_f) + k(k\pi W^2 + 2iz_c)(z_0 - z_f)^2)}{(z_0 - z_f)^2}} \right) \sqrt{\pi} W$$

En esta reemplazo $k = k / (z_f - z_0)$ y los graficos salen iguales ($f1(k) = f2(\frac{k}{z_f - z_0})$)

Ademas la salida de:

```
$Assumptions = {Element[{k0,z0,zf,zc,W}, Reals], k0>0, z0>0, zf >0 , zf >0, zc >0, W>0 }
```

```
f1[m_] := ((E^(((4*I)*k0*Pi*z0*(zc + zf))/(z0 - zf)^2) + E^(((4*k0*Pi*(m*Pi*W^2 + I*(z0^2 + zc*zf)))/(z0 - zf)^2))*Sqrt[Pi]*W)/
(2*E^((Pi*(k0^2*Pi*W^2 + m*(m*Pi*W^2 - (2*I)*zc*(z0 - zf)) + 2*k0*(m*Pi*W^2 + I*(z0 + zc)*(z0 + zf))))/(z0 - zf)^2))
f2[k_] := ((E^(-(Pi*(k0^2*Pi*W^2 - 2*k0*(k*Pi*W^2 - I*z0 + I*zc)*(z0 - zf) + k*(k*Pi*W^2 + (2*I)*zc)*(z0 - zf)^2))/(z0 - zf)^2) +
E^(-(Pi*(k0^2*Pi*W^2 + 2*k0*(k*Pi*W^2 - I*z0 + I*zc)*(z0 - zf) + k*(k*Pi*W^2 + (2*I)*zc)*(z0 - zf)^2))/(z0 - zf)^2))*Sqrt[Pi]*W)/2
```

```
Print[FullSimplify[f1[k]-f2[k/(zf-z0)]]]
```

es 0

Elijo f2 forma para simplificar (después de hacer los gráficos de los modulos de los valores de la función , tal como imaginaba la primera exponencial corresponde a la gaussiana de las frecuencias negativas y la segunda de las frecuencias positivas):

$$f1(k) = f2\left(\frac{k}{z_f - z_0}\right) =$$

$$\frac{W\sqrt{\pi}}{2} \left(e^{-\frac{\pi(k_0^2 \pi W^2 + 2k_0 k \pi W^2 + 2k_0 i(z_c - z_0)(z_f - z_0) + k^2 \pi W^2 + 2ikz_c(z_f - z_0))}{(z_0 - z_f)^2}} + e^{-\frac{\pi(k_0^2 \pi W^2 - 2k_0 k \pi W^2 - 2k_0 i(z_c - z_0)(z_f - z_0) + k^2 \pi W^2 + 2ikz_c(z_f - z_0))}{(z_0 - z_f)^2}} \right) =$$

$$\frac{W\sqrt{\pi}}{2} \left(e^{-\frac{\pi[\pi W^2(k + k_0)^2 + 2k_0 iz_c(z_f - z_0) - 2k_0 iz_0(z_f - z_0) + 2ikz_c(z_f - z_0)]}{(z_0 - z_f)^2}} + e^{-\frac{\pi[\pi W^2(k - k_0)^2 - 2k_0 iz_c(z_f - z_0) + 2k_0 iz_0(z_f - z_0) + 2ikz_c(z_f - z_0)]}{z_0 - z_f^2}} \right) =$$

$$\frac{W\sqrt{\pi}}{2} \left(e^{-\frac{\pi[\pi W^2(k + k_0)^2 + 2iz_c(z_f - z_0)(k_0 + k) - 2k_0 iz_0(z_f - z_0)]}{(z_0 - z_f)^2}} + e^{-\frac{\pi[\pi W^2(k - k_0)^2 + 2iz_c(z_f - z_0)(k - k_0) + 2k_0 iz_0(z_f - z_0)]}{(z_0 - z_f)^2}} \right) =$$

Considerando $z_c = 0$ las exponenciales son gaussianas con $w = \frac{z_f - z_0}{\pi W}$ la primera centrada en $-k_0$ y la segunda en k_0 y cuando calculamos el modulo las constantes $abs(exp(-2k_0 iz_0(z_f - z_0))) = abs(exp(2k_0 iz_0(z_f - z_0))) = 1$ y la amplitud queda $\frac{W\sqrt{\pi}}{2}$ igual que se ve en el gráfico (con valores : $z_0=3.100$, $z_f = 7.400$, $k_0 = 60$, $z_c = 3.745$, $W = 0.050$) : con rojo había hecho el plot de la función entera y con verde y azul de las 2 partes al principio para estar segura que correspondían a las 2 partes

