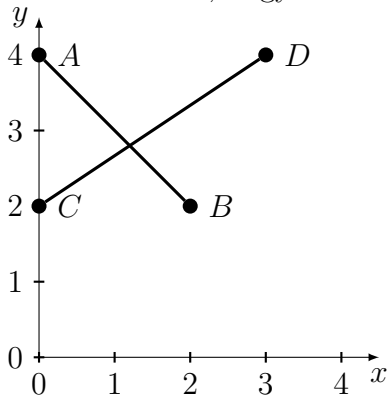


8–9. gyakorlat – Geometriai algoritmusok

2018. április 19.

1. Döntsük el az $A = [0, 4]$, $B = [2, 2]$, valamint a $C = [0, 2]$, $D = [3, 4]$ végpontokkal adott szakaszokról, hogy metszik-e egymást?



I. \overline{CD} átfogja-e \overline{AB} -t?

$$\text{I/a) FORGÁSIRÁNY}(A, B, C) = \det \begin{pmatrix} [2-0 & 0-0] \\ [2-4 & 2-4] \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} [2 & 0] \\ [-2 & -2] \end{pmatrix} = -4 < 0$$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}$ szakaszhoz képest a C csúcs jobbra fordulva érhető el

$$\text{I/b) FORGÁSIRÁNY}(A, B, D) = \det \begin{pmatrix} [2-0 & 3-0] \\ [2-4 & 4-4] \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} [2 & 3] \\ [-2 & 0] \end{pmatrix} = 6 > 0$$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}$ szakaszhoz képest a D csúcs balra fordulva érhető el

II. \overline{AB} átfogja-e \overline{CD} -t?

$$\text{II/c) FORGÁSIRÁNY}(C, D, A) = \det \begin{pmatrix} [3-0 & 0-0] \\ [4-2 & 4-2] \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} [3 & 0] \\ [2 & 2] \end{pmatrix} = 6 > 0$$

$\Rightarrow \overrightarrow{CD}$ szakaszhoz képest a A csúcs balra fordulva érhető el

$$\text{II/d) FORGÁSIRÁNY}(C, D, B) = \det \begin{pmatrix} [3-0 & 2-0] \\ [4-2 & 2-2] \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} [3 & 2] \\ [2 & 0] \end{pmatrix} = -4 < 0$$

$\Rightarrow \overrightarrow{CD}$ szakaszhoz képest a B csúcs jobbra fordulva érhető el

I. és II. alapján kijelenthető, hogy az \overline{AB} és \overline{CD} szakaszok metszik egymást

2. Döntsük el az $A = [0, 4], B = [2, 2]$, valamint a $C = [1, 0], D = [3, 3]$ végpontokkal adott szakaszokról, hogy metszik-e egymást?

I. \overline{AB} átfogja-e \overline{CD} -t?

$$\text{I/a) FORGÁSIRÁNY}(C, D, A) = \det \begin{pmatrix} 3-1 & 0-1 \\ 3-0 & 4-0 \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = 8 + 3 > 0$$

$\Rightarrow \overrightarrow{CD}$ szakaszhoz képest a A csúcs balra fordulva érhető el

$$\text{I/b) FORGÁSIRÁNY}(C, D, B) = \det \begin{pmatrix} 3-1 & 2-1 \\ 3-0 & 2-0 \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = 6 - 3 > 0$$

$\Rightarrow \overrightarrow{CD}$ szakaszhoz képest a B csúcs balra fordulva érhető el

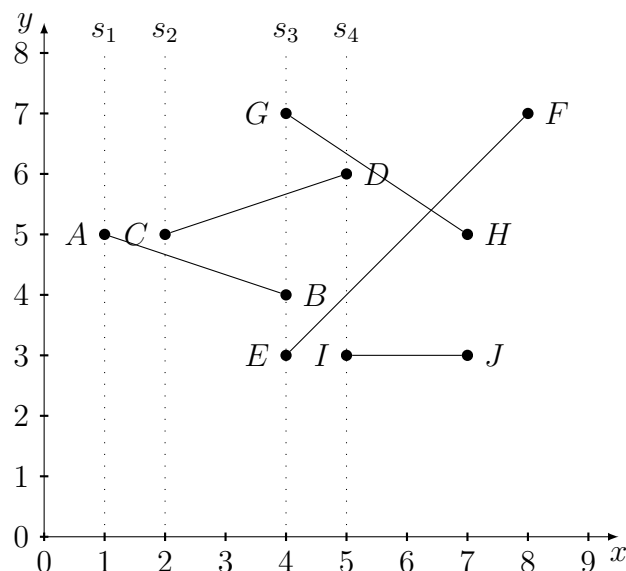
$\Rightarrow \overline{AB}$ nem fogja át a \overline{CD} -re illeszkedő egyenest, így \overline{AB} nem is metszheti \overline{CD} -t.

3. Hatékony algoritmussal határozzuk meg, hogy az alábbi szakaszok között található-e egymást metsző szakaszpár!

$$\overline{AB} = [(1, 5), (4, 4)] \quad \overline{CD} = [(2, 5), (5, 6)] \quad \overline{EF} = [(4, 3), (8, 7)] \quad \overline{GH} = [(4, 7), (7, 5)] \\ \overline{IJ} = [(5, 3), (7, 3)]$$

Két szakasz összehasonlítása adott x koordináta mentén

s_1 szakasz fölött van s_2 -nek x -nél ($s_1 \succ_x s_2$), ha az s_1 szakasz y -koordinátája nagyobb az s_2 szakasz y -koordinátájánál az adott x koordináta mentén. Pl. $\overline{GH} \succ_4 \overline{EF}$.



Rendezzük a szakaszok végpontjait x -koordinátájuk szerint. A holtversenyeket a szakaszok kezdőpontjainak végpontjainak elé sorolásával döntjük el. Az esetleges további holtversenyeket a kisebb y -koordinátájú pontok nagyobbak elé sorolásával oldjuk föl.

Eredmény: $A, C, E, G, B, I, D, J, H, F$

A szakaszokat tartalmazó kiegyensúlyozott (itt most AVL¹) keresőfa állapotai a separőegyenest (s_i) haladása szerint.

¹Hf.:piros-fekete fával is végignézni

1. s_1 mentén

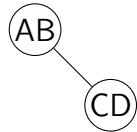
(a) $\text{Be}(\text{AB})$



Metszi-e \overline{AB} a fabeli megelőzőjét vagy rákövetkezőjét?

2. s_2 mentén

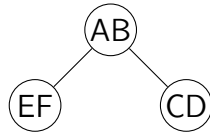
(a) $\text{Be}(\text{CD})$



Metszi-e \overline{CD} a fabeli megelőzőjét vagy rákövetkezőjét?

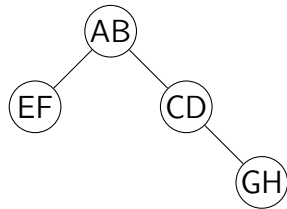
3. s_3 mentén

(a) $\text{Be}(\text{EF})$



Metszi-e \overline{EF} a fabeli megelőzőjét vagy rákövetkezőjét?

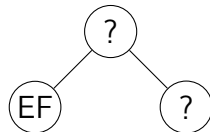
(b) $\text{Be}(\text{GH})$



Metszi-e \overline{GH} a fabeli megelőzőjét vagy rákövetkezőjét?

(c) $\text{Ki}(\text{AB})$

Metszi-e egymást \overline{AB} fabeli megelőzője és rákövetkezője?



4. s_4 mentén

(a) $\text{Be}(\text{IJ})$

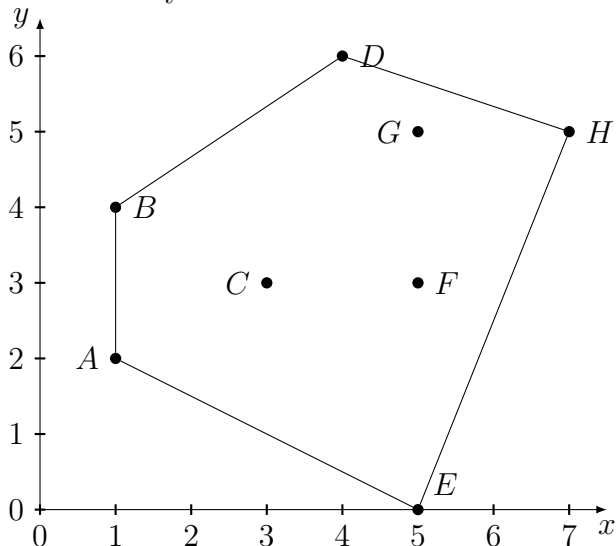
Metszi-e \overline{IJ} a fabeli megelőzőjét vagy rákövetkezőjét?

(a) $\text{Ki}(\text{CD})$

Metszi-e egymást \overline{CD} fabeli megelőzője és rákövetkezője?

4. Határozzuk meg a $(1,2)$, $(1,4)$, $(3,3)$, $(4,6)$, $(5,0)$, $(5,3)$, $(5,5)$, $(7,5)$ pontok konvex burkát Graham-féle pásztázással!

1. lépés: csúcsok polárszög szerinti rendezése: A,E,F,C,H,G,D,B. 2. lépés: a konvex burok csúcsit nyilvántartó verem fenntartása.



5. Döntsük el az előző feladat ponthalmazához tartozó zárt nemmetsző poligonjához képest az $I = (6,4)$ pont belül vagy kívül helyezkedik-e el!

A zárt nem metsző poligon a csúcsok polárszög szerinti rendezésének sorrendjében való összekötésével megkaphatjuk. Válasszunk egy garantáltan poligonon kívüli K pontot, és vizsgáljuk \overline{TK} -nak a poligon oldalaival való metszéspontjainak az m számát.

