14. gyakorlat – Korlátozás és szétválasztás módszere

2018. február 9.

1. Vegyük az következő hozzárendelési feladatot[1]. Adott n munkás és n elvégzendő feladat. Minden munkás más-más költségen végez el egy feladatot. Rendeljük hozzá az elvégzendő feladatokat úgy a munkásokhoz, hogy azokat a legkisebb összköltséggel végezzék el. Például a

$$C = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 6 & \underline{2} & 8 & 7 \\ 2 & 1 & 5 & \underline{4} \\ \underline{1} & 3 & 2 & 5 \\ 4 & 2 & \underline{1} & 3 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ I. \\ II. \\ III. \\ IV. \end{array}$$

költségmátrix esetében az a, b, c, d feladatokat rendre a III., I., IV., valamint II. munkás végezze el $1 + 2 + 1 + 4 = 8$ összköltséggel, melyről belátható, hogy egy minimális hozzárendelést eredményez.

Fontos kikötés, hogy minden munkásnak **pontosan** egy feladatot kell elvégezzen, tehát pl. a c és a d feladatok nem kerülhetnek egyidejűleg kiosztásra a IV. munkás számára.

A B&B használata során a tényleges f (össz)költségfüggvényt optimista módon (alulról) becslő h függvényre van szükség. $h \leq f^*$ értékét egy részhozzárendeléshez határozzuk meg mohó módon, vagyis a még ki nem osztott munkákra vonatkozóan átmenetileg tegyük fel, hogy nem kell teljesüljön az egy munkás-egy feladat megkötés, vagyis a ki nem osztott munkák közül egy munkásra több feladat is kiosztható.

[1] A B&B módszeren túl Magyar módszerrel (aka. Kuhn–Munkres algoritmus) is megoldható a probléma $O(n^3)$ időben.

Tehát pl. h kezdeti értéke $h = 1 + 1 + 1 + 3 = 6$ (minden oszlop minimumának összegét véve), azaz akárhogy is rendeljük hozzá a feladatokat a munkásokhoz, az összköltség legalább 6 lesz.

A B&B a feladatot leíró állapotteret a h függvény figyelembe vétele mellett járja be/szűri meg.