

# Algoritmusok és adatszerkezetek II.

## Piros-fekete fák

Szegedi Tudományegyetem



# Piros-fekete fák tulajdonságai

- ➊ Minden csúcs színe piros vagy fekete
- ➋ A gyökér színe fekete
- ➌ Minden levele<sup>1</sup> fekete
- ➍ A piros csúcsoknak **kizárólag** fekete színű gyerekeik vannak
- ➎ Bármely csúcsból azonos számú fekete csúcs érintésével jutunk el bármelyik levélbe

---

<sup>1</sup>levelek alatt itt most az "őrszemeket" értjük



# Piros-fekete fák tulajdonságai

- 1 Minden csúcs színe piros vagy fekete
- 2 A gyökér színe fekete
- 3 Minden levele<sup>1</sup> fekete
- 4 A piros csúcsoknak **kizárólag** fekete színű gyerekeik vannak
- 5 Bármely csúcsból azonos számú fekete csúcs érintésével jutunk el bármelyik levélbe

## Tétel

*Bármely  $n$  kulcsú piros-fekete fa magassága legfeljebb  $2 \log(n + 1)$ .*

---

<sup>1</sup>levelek alatt itt most az "őrszemeket" értjük

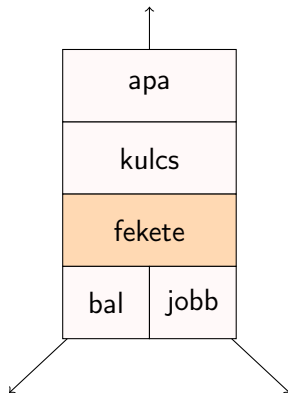


- $fm(x)$  jelölje az  $x$  csúcsból induló, bármely levélig vezető úton található, ( $x$ -en kívüli) fekete csúcsok számát



# Piros-fekete fa implementációja

```
class Node {  
    Object kulcs;  
    boolean fekete;  
    Node *apa;  
    Node *bal;  
    Node *jobb;  
}
```

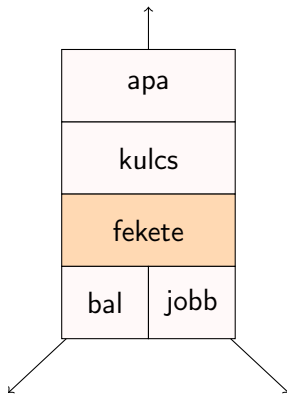


# Piros-fekete fa implementációja

```
class Node {  
    Object kulcs;  
    boolean fekete;  
    Node *apa;  
    Node *bal;  
    Node *jobb;  
}
```

## Megjegyzés

Az eddigi kiegészítő információk közül a legolcsóbb (csupán 1 bit)



- A bináris keresőfák műveletei  $O(h)$  idejűek
- Legrosszabb esetben azonban  $n$  is lehet a fák magassága ( $\Theta(\log n)$  helyett)
- Kiegyensúlyozott keresőfák használatával garantálható, hogy a keresőfa kiegyensúlyozottsága sose romoljon el "túlságosan"

