一种基于LCT的树上同色连通块维护算法

绍兴市第一中学 任之洲

2016 年 1 月 26 日

- 一种由Memphis同学原创的算法。

- 一种由Memphis同学原创的算法。
- 用于解决带树链修改的同色连通块维护问题。

- 一种由Memphis同学原创的算法。
- 用于解决带树链修改的同色连通块维护问题。
- 以QTREE7的算法为基础，利用LCT做出了一些扩展，也可以认为是一种新的动态树数据结构。

- 一种由Memphis同学原创的算法。
- 用于解决带树链修改的同色连通块维护问题。
- 以QTREE7的算法为基础，利用LCT做出了一些扩展，也可以认为是一种新的动态树数据结构。

- 暂时没有正式命名。

- 一种由Memphis同学原创的算法。
- 用于解决带树链修改的同色连通块维护问题。
- 以QTREE7的算法为基础，利用LCT做出了一些扩展，也可以认为是一种新的动态树数据结构。

- 暂时没有正式命名。
- ~~Link-Cut Memphis (LCM)~~

- Link-Cut Tree

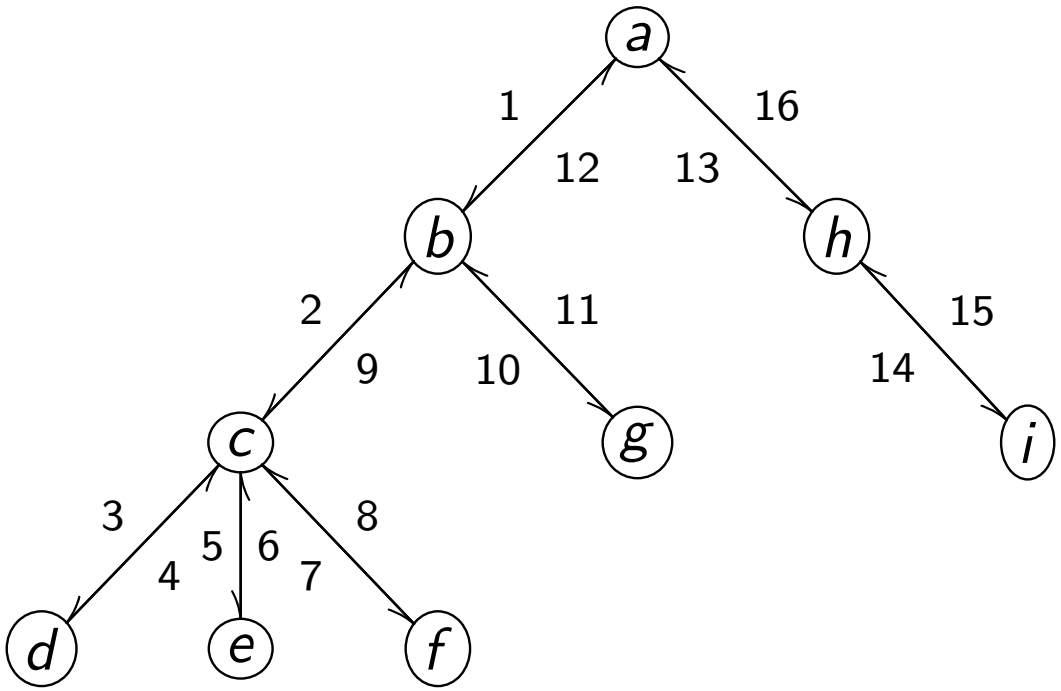
- Link-Cut Tree
  - 经典的动态树数据结构。

- Link-Cut Tree
  - 经典的动态树数据结构。
  - 虚实边的更改次数有$O(N \log N)$的均摊保证。

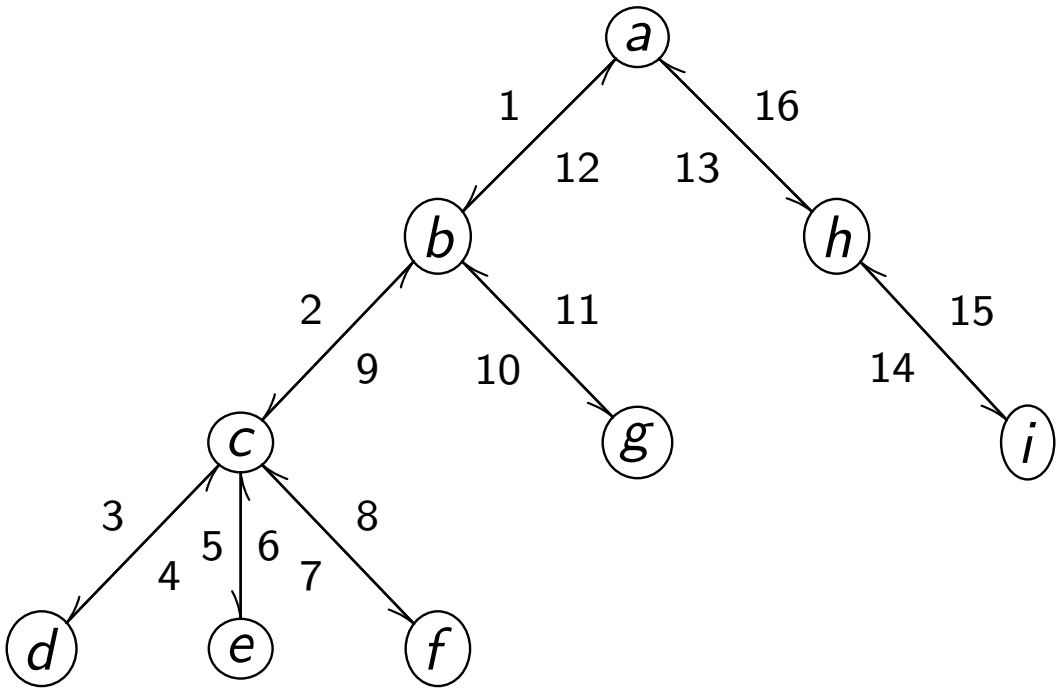
- Link-Cut Tree
  - 经典的动态树数据结构。
  - 虚实边的更改次数有$O(N \log N)$的均摊保证。
- Euler Tour Tree

- Link-Cut Tree
  - 经典的动态树数据结构。
  - 虚实边的更改次数有$O(N \log N)$的均摊保证。
- Euler Tour Tree
  - 用数据结构维护树的欧拉遍历序。

- 树的欧拉遍历序：从根开始的欧拉回路，将经过的点依次加入序列。



- 树的欧拉遍历序：从根开始的欧拉回路，将经过的点依次加入序列。



- a→b→c→d→c→e→c→f→c→b→g→b→a→h→i→h→a

- 欧拉遍历序的一些性质：

- 欧拉遍历序的一些性质：
  - 序列长度为$2N-1$。

- 欧拉遍历序的一些性质：
  - 序列长度为$2N-1$。
  - 两点路径上经过的深度最浅的点就是两点的LCA。

- 欧拉遍历序的一些性质：
  - 序列长度为$2N-1$。
  - 两点路径上经过的深度最浅的点就是两点的LCA。
  - 一棵完整的子树的欧拉遍历序是连续的一段。

- 欧拉遍历序的一些性质：
  - 序列长度为$2N-1$。
  - 两点路径上经过的深度最浅的点就是两点的LCA。
  - 一棵完整的子树的欧拉遍历序是连续的一段。
- 严格欧拉序的维护相对麻烦，大多数情况可以简化为括号序(DFS序)。

- 欧拉遍历序的一些性质：
  - 序列长度为$2N-1$。
  - 两点路径上经过的深度最浅的点就是两点的LCA。
  - 一棵完整的子树的欧拉遍历序是连续的一段。
- 严格欧拉序的维护相对麻烦，大多数情况可以简化为括号序(DFS序)。
- [a [b [c [d] [e] [f]] [g]] [h [i]]]

- 欧拉遍历序的一些性质：
  - 序列长度为$2N-1$。
  - 两点路径上经过的深度最浅的点就是两点的LCA。
  - 一棵完整的子树的欧拉遍历序是连续的一段。
- 严格欧拉序的维护相对麻烦，大多数情况可以简化为括号序(DFS序)。
- [a [b [c [d] [e] [f]] [g]] [h [i]]]
- 很多时候右括号也可以省略。

- 欧拉遍历序的一些性质：
  - 序列长度为$2N-1$。
  - 两点路径上经过的深度最浅的点就是两点的LCA。
  - 一棵完整的子树的欧拉遍历序是连续的一段。
- 严格欧拉序的维护相对麻烦，大多数情况可以简化为括号序(DFS序)。
- $[a\ [b\ [c\ [d]\ [e]\ [f]\ ]\ [g]\ ]\ [h\ [i]\ ]\ ]$
- 很多时候右括号也可以省略。
- DFS序可以将子树维护问题转为序列维护问题。

- 欧拉遍历序的一些性质：
  - 序列长度为$2N-1$。
  - 两点路径上经过的深度最浅的点就是两点的LCA。
  - 一棵完整的子树的欧拉遍历序是连续的一段。
- 严格欧拉序的维护相对麻烦，大多数情况可以简化为括号序(DFS序)。
- $[a\ [b\ [c\ [d]\ [e]\ [f]\ ]\ [g]\ ]\ [h\ [i]\ ]\ ]$
- 很多时候右括号也可以省略。
- DFS序可以将子树维护问题转为序列维护问题。
- 根据具体情况选择相应的数据结构进行维护。

QTREE7

- 给出一棵n个点的无根树，每个点有一个初始点权。
- 点的颜色有黑白两种，最初所有点颜色为黑色。
- 需要维护m次操作：
  - 0 u，求点u所在的同色连通块中的最大点权。
  - 1 u，将点u反色。
  - 2 u w，将点u的点权修改为w。
- $n, m \leq 10^5$
- source: SPOJ

- 定义1号点为整棵树的根。

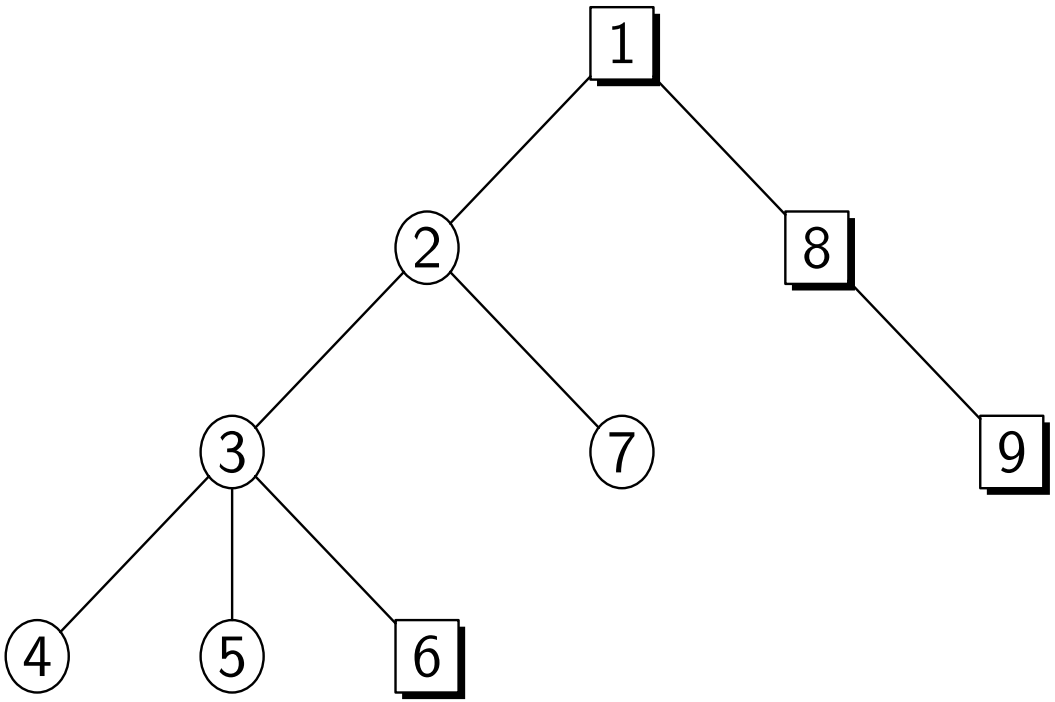
- 定义1号点为整棵树的根。
- 并且根据颜色维护两棵树：**黑树、白树。**

- 定义1号点为整棵树的根。
- 并且根据颜色维护两棵树：**黑树**、**白树**。
  - 所有**黑色节点**在**黑树**上与它的父亲节点相连。

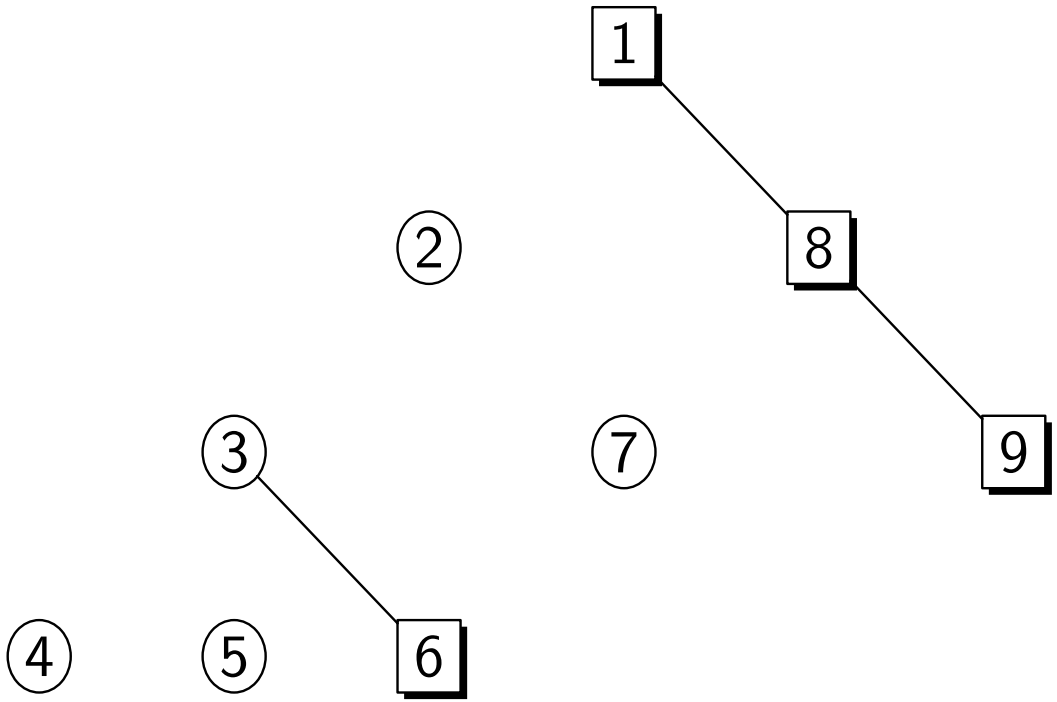
- 定义1号点为整棵树的根。
- 并且根据颜色维护两棵树：**黑树**、**白树**。
  - 所有**黑色节点**在**黑树**上与它的父亲节点相连。
  - 所有**白色节点**在**白树**上与它的父亲节点相连。

- 定义1号点为整棵树的根。
- 并且根据颜色维护两棵树：**黑树**、**白树**。
  - 所有**黑色节点**在**黑树**上与它的父亲节点相连。
  - 所有**白色节点**在**白树**上与它的父亲节点相连。

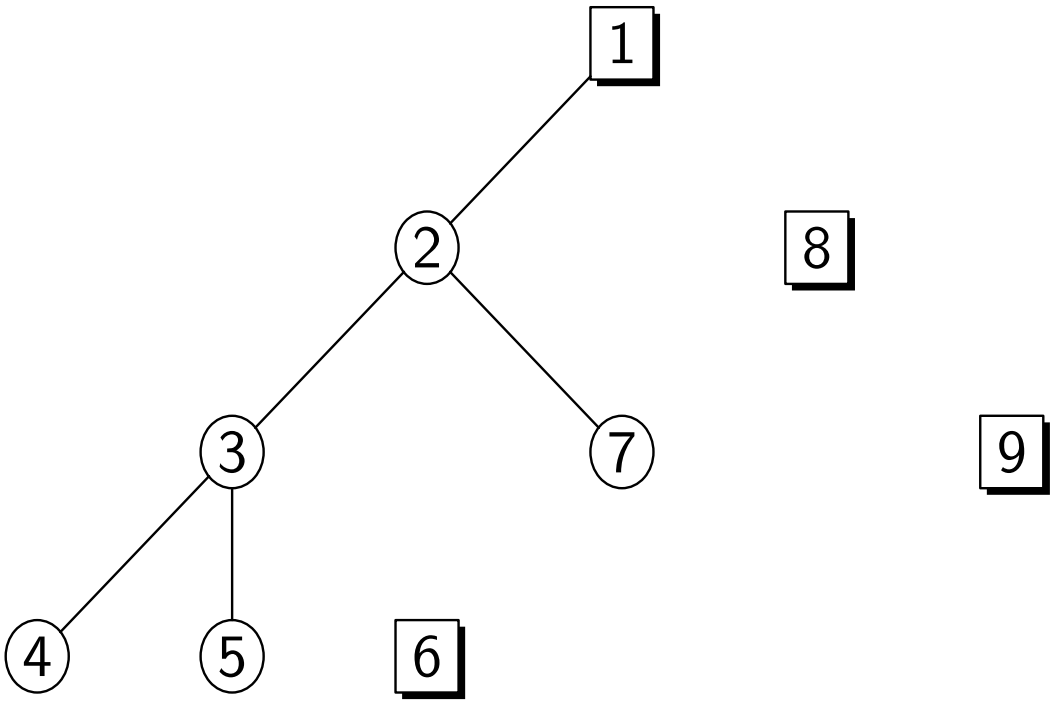
- 定义1号点为整棵树的根。
- 并且根据颜色维护两棵树：**黑树**、**白树**。
  - 所有**黑色节点**在**黑树**上与它的父亲节点相连。
  - 所有**白色节点**在**白树**上与它的父亲节点相连。



- 定义1号点为整棵树的根。
- 并且根据颜色维护两棵树：**黑树**、**白树**。
  - 所有**黑色节点**在**黑树**上与它的父亲节点相连。
  - 所有**白色节点**在**白树**上与它的父亲节点相连。



- 定义1号点为整棵树的根。
- 并且根据颜色维护两棵树：**黑树**、**白树**。
  - 所有**黑色节点**在**黑树**上与它的父亲节点相连。
  - 所有**白色节点**在**白树**上与它的父亲节点相连。

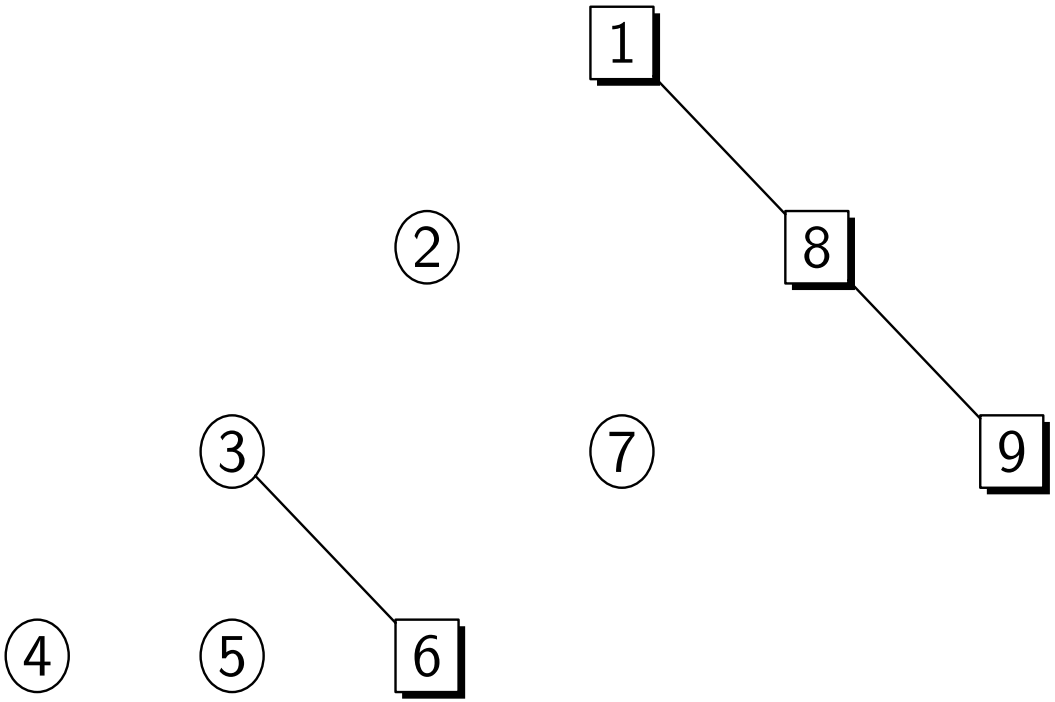


- 考虑修改2号点的颜色。

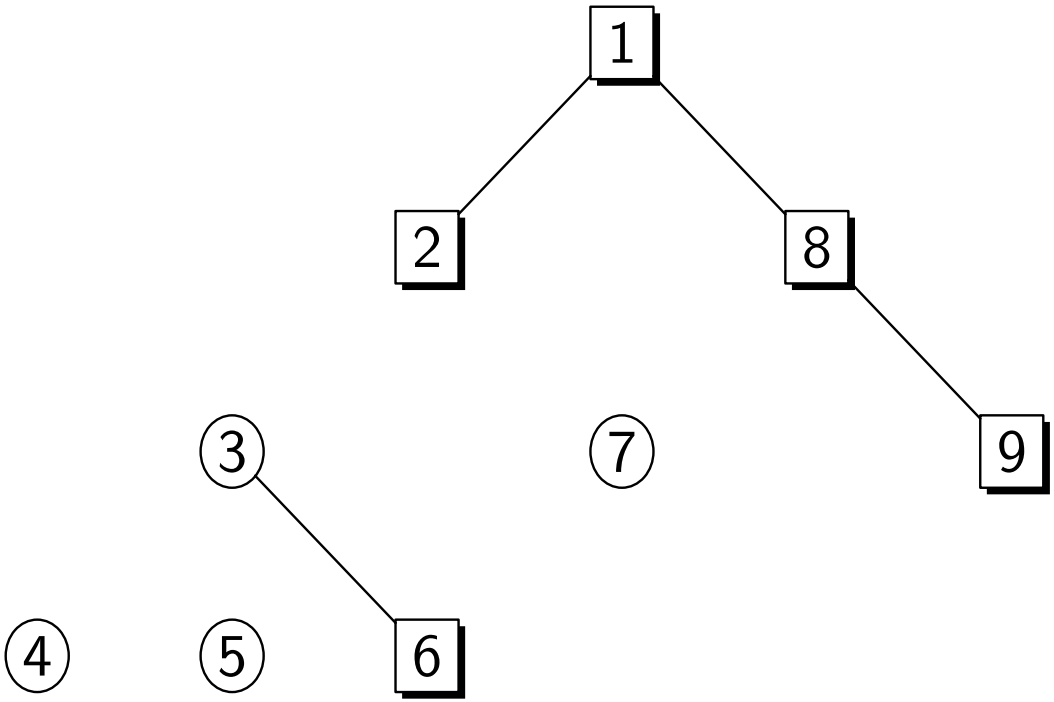
- 考虑修改2号点的颜色。
- 黑树和白树上均只有一条边受到影响。

- 考虑修改2号点的颜色。
- 黑树和白树上均只有一条边受到影响。

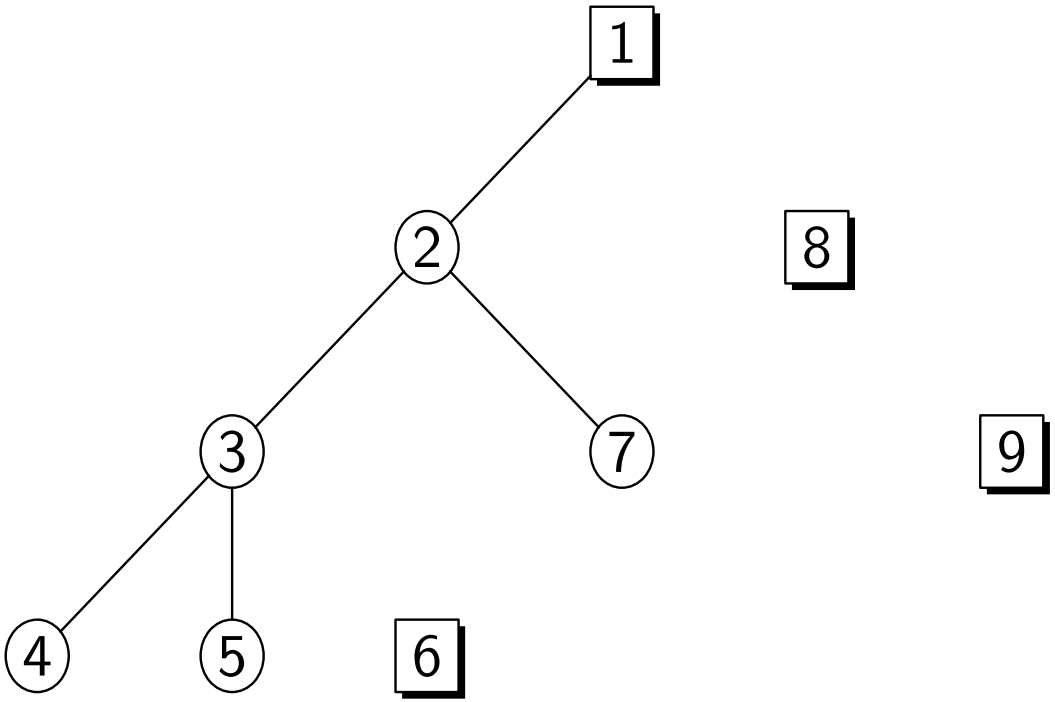
- 考虑修改2号点的颜色。
- 黑树和白树上均只有一条边受到影响。



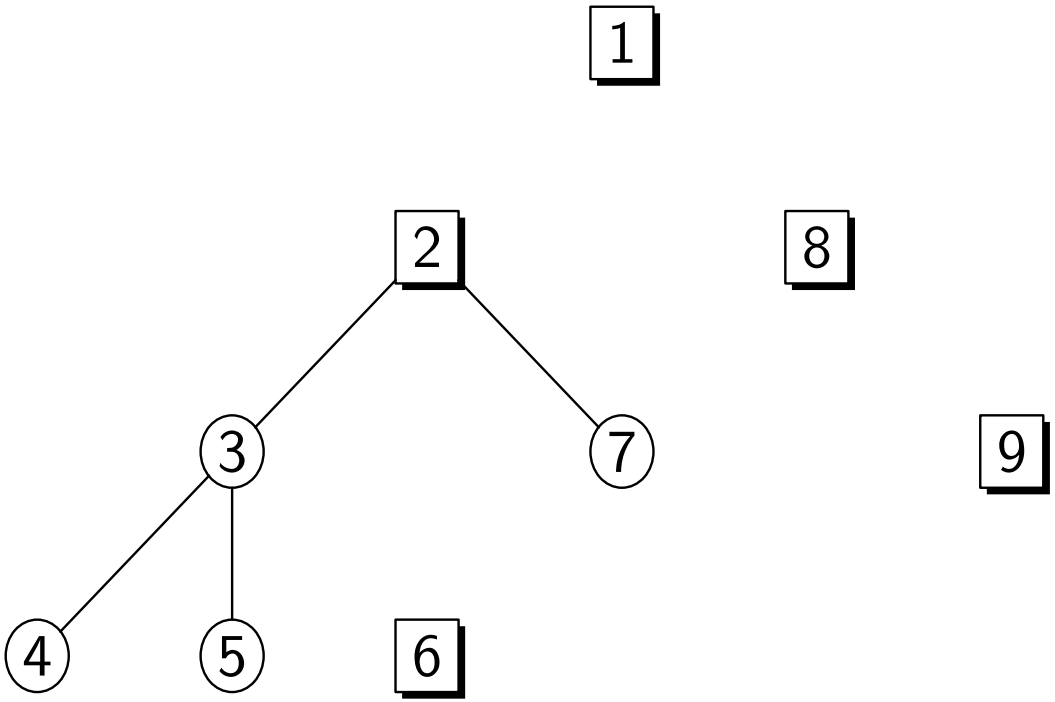
- 考虑修改2号点的颜色。
- 黑树和白树上均只有一条边受到影响。



- 考虑修改2号点的颜色。
- 黑树和白树上均只有一条边受到影响。



- 考虑修改2号点的颜色。
- 黑树和白树上均只有一条边受到影响。



- 在黑树中，每个连通块都是除根以外均为黑色节点的树。

- 在黑树中，每个连通块都是除根以外均为黑色节点的树。
- 在白树中，每个连通块都是除根以外均为白色节点的树。

- 在**黑树**中，每个连通块都是除根以外均为**黑色节点**的树。
- 在**白树**中，每个连通块都是除根以外均为**白色节点**的树。
- 修改一个点的颜色，在黑树和白树上都只会影响一条边。

- 在**黑树**中，每个连通块都是除根以外均为**黑色节点**的树。
- 在**白树**中，每个连通块都是除根以外均为**白色节点**的树。
- 修改一个点的颜色，在黑树和白树上都只会影响一条边。
- 修改一个点的父亲，即添加子树或移除子树。

- 在**黑树**中，每个连通块都是除根以外均为**黑色节点**的树。
- 在**白树**中，每个连通块都是除根以外均为**白色节点**的树。
- 修改一个点的颜色，在黑树和白树上都只会影响一条边。

- 修改一个点的父亲，即添加子树或移除子树。
- 查找一个点离根最近的祖先。

- 在**黑树**中，每个连通块都是除根以外均为**黑色节点**的树。
- 在**白树**中，每个连通块都是除根以外均为**白色节点**的树。
- 修改一个点的颜色，在黑树和白树上都只会影响一条边。

- 修改一个点的父亲，即添加子树或移除子树。
- 查找一个点离根最近的祖先。
- 维护子树信息。

- 可以用平衡树维护DFS括号序（Euler Tour Tree）。

- 可以用平衡树维护DFS括号序（Euler Tour Tree）。
- 为了方便提出子树，不省略右括号。

- 可以用平衡树维护DFS括号序（Euler Tour Tree）。
- 为了方便提出子树，不省略右括号。
- 添加和移除子树都转化为DFS序中一段区间的移动。

- 可以用平衡树维护DFS括号序（Euler Tour Tree）。
- 为了方便提出子树，不省略右括号。

- 添加和移除子树都转化为DFS序中一段区间的移动。
- 既然已经使用平衡树维护了，那么子树信息的维护就自然不成问题了。

- 可以用平衡树维护DFS括号序（Euler Tour Tree）。
- 为了方便提出子树，不省略右括号。

- 添加和移除子树都转化为DFS序中一段区间的移动。
- 既然已经使用平衡树维护了，那么子树信息的维护就自然不成问题了。

- 查找离根最近的祖先可以用LCT。

- 可以用平衡树维护DFS括号序（Euler Tour Tree）。
- 为了方便提出子树，不省略右括号。

- 添加和移除子树都转化为DFS序中一段区间的移动。
- 既然已经使用平衡树维护了，那么子树信息的维护就自然不成问题了。

- 查找离根最近的祖先可以用LCT。
  - 也许有更简便的做法。

- 可以用平衡树维护DFS括号序（Euler Tour Tree）。
- 为了方便提出子树，不省略右括号。

- 添加和移除子树都转化为DFS序中一段区间的移动。
- 既然已经使用平衡树维护了，那么子树信息的维护就自然不成问题了。

- 查找离根最近的祖先可以用LCT。
  - 也许有更简便的做法。

- 时间复杂度$O(n \log n)$

shadows

- 给出一棵n个点的无根树，每条树边有一个正权。
- 点的颜色有黑白两种，最初所有点颜色为黑色。
- 需要维护m次操作：
  - 1 u，求点u所在的同色连通块中**最远点对**的距离。
  - 2 u v c，将树链(u, v)上的点覆盖为颜色c。
- $n, m \leq 10^5, c \in \{1, 2\}$
- source: by Memphis

- 同色连通块是一棵树，需要求这棵树的直径。

- 同色连通块是一棵树，需要求这棵树的直径。
- 一个比较经典的暴力做法：

- 同色连通块是一棵树，需要求这棵树的直径。
- 一个比较经典的暴力做法：
  - 随便找一个起点S。

- 同色连通块是一棵树，需要求这棵树的直径。
- 一个比较经典的暴力做法：
  - 随便找一个起点S。
  - BFS找到其中一个离S最远的点u。

- 同色连通块是一棵树，需要求这棵树的直径。
- 一个比较经典的暴力做法：
  - 随便找一个起点S。
  - BFS找到其中一个离S最远的点u。
  - 用同样的方法找到离u最远的点v。

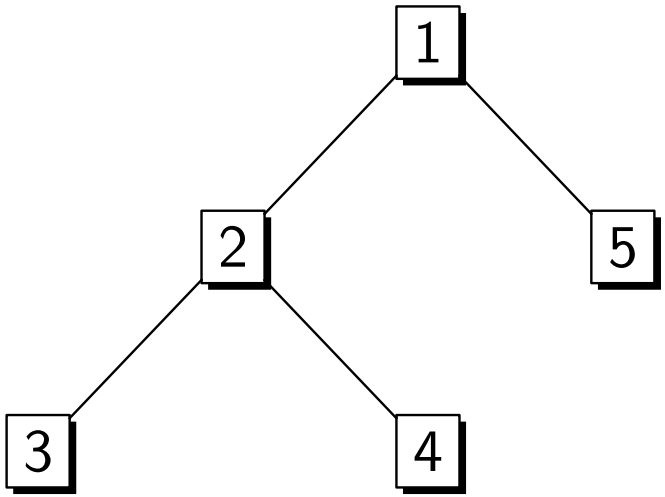
- 同色连通块是一棵树，需要求这棵树的直径。
- 一个比较经典的暴力做法：
  - 随便找一个起点S。
  - BFS找到其中一个离S最远的点u。
  - 用同样的方法找到离u最远的点v。
  - (u, v)间的距离即为这棵树的直径长度。

- 同色连通块是一棵树，需要求这棵树的直径。
- 一个比较经典的暴力做法：
  - 随便找一个起点S。
  - BFS找到其中一个离S最远的点u。
  - 用同样的方法找到离u最远的点v。
  - (u, v)间的距离即为这棵树的直径长度。
  - 可以用反证法证明。

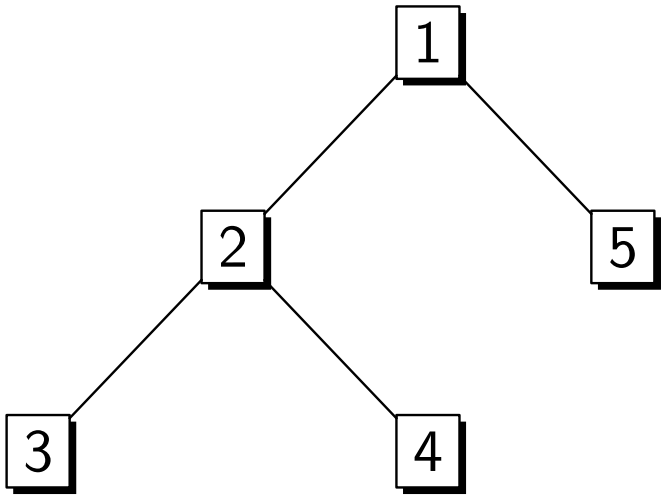
- 同色连通块是一棵树，需要求这棵树的直径。
- 一个比较经典的暴力做法：
  - 随便找一个起点S。
  - BFS找到其中一个离S最远的点u。
  - 用同样的方法找到离u最远的点v。
  - (u, v)间的距离即为这棵树的直径长度。
  - 可以用反证法证明。
- 很遗憾这一种做法很难高效地维护。

- 同色连通块是一棵树，需要求这棵树的直径。
- 一个比较经典的暴力做法：
  - 随便找一个起点S。
  - BFS找到其中一个离S最远的点u。
  - 用同样的方法找到离u最远的点v。
  - (u, v)间的距离即为这棵树的直径长度。
  - 可以用反证法证明。
- 很遗憾这一种做法很难高效地维护。
- 有另外一道经典题：ZJOI2007 捉迷藏

- 观察下面这棵树的DFS括号序：



- 观察下面这棵树的DFS括号序：



- [1 [2 [3] [4]] [5]]

- 括号序为[1 [2 [3] [4]] [5]]，假设所有边权为1。

- 括号序为[1 [2 [3] [4]] [5]]，假设所有边权为1。
- 提出$(2,4)$间的括号：

- 括号序为[1 [2 [3] [4]] [5]]，假设所有边权为1。
- 提出$(2,4)$间的括号：
  - 2 [3] [4 $\rightarrow$ [ ] [$\rightarrow$ [

- 括号序为[1 [2 [3] [4]] [5]]，假设所有边权为1。
- 提出$(2,4)$间的括号：
  - 2 [3] [4 $\rightarrow$ [ ] [$\rightarrow$ [
  - $dist(2,4)=1$

- 括号序为[1 [2 [3] [4]] [5]]，假设所有边权为1。
- 提出$(2,4)$间的括号：
  - 2 [3] [4 $\rightarrow$ [ ] [$\rightarrow$ [
  - $dist(2,4)=1$
- 提出$(3,5)$间的括号：

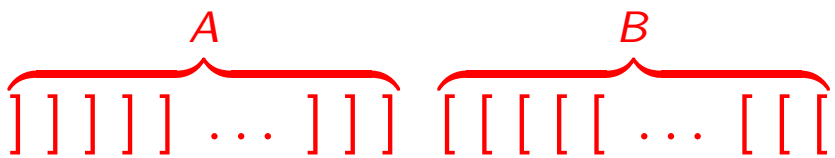
- 括号序为[1 [2 [3] [4]] [5]]，假设所有边权为1。
- 提出$(2,4)$间的括号：
  - 2 [3] [4 $\rightarrow$ [ ] [$\rightarrow$ [
  - $dist(2,4)=1$
- 提出$(3,5)$间的括号：
  - 3] [4]] [5 $\rightarrow$] [ ]] [$\rightarrow$]] [

- 括号序为[1 [2 [3] [4]] [5]]，假设所有边权为1。
- 提出$(2,4)$间的括号：
  - 2 [3] [4 $\rightarrow$ [ ] [$\rightarrow$ [
  - $dist(2,4)=1$
- 提出$(3,5)$间的括号：
  - 3] [4]] [5 $\rightarrow$] [ ]] [$\rightarrow$]] [
  - $dist(3,5)=3$

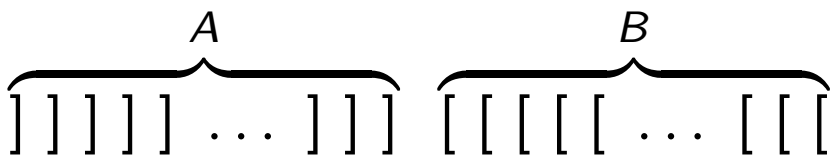
- 括号序为[1 [2 [3] [4]] [5]]，假设所有边权为1。
- 提出$(2,4)$间的括号：
  - 2 [3] [4 $\rightarrow$ [ ] [$\rightarrow$ [
  - $dist(2,4)=1$
- 提出$(3,5)$间的括号：
  - 3] [4]] [5 $\rightarrow$] [ ]] [$\rightarrow$]] [
  - $dist(3,5)=3$
- 化简后的括号序列长度即为两点在树上的距离。

- 设S为整棵树的DFS括号序。

- 设S为整棵树的DFS括号序。
- 一个括号序的化简结果用二元组(A, B)表示，即

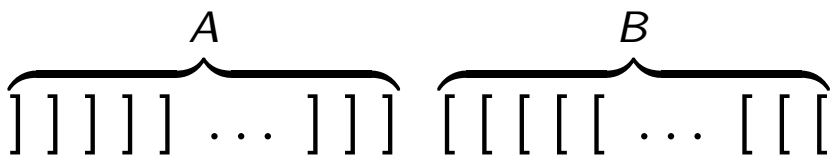


- 设S为整棵树的DFS括号序。
- 一个括号序的化简结果用二元组(A, B)表示，即



- 对于S的所有子串s求出(A_s, B_s)，$A_s + B_s$的最大值即为该树的直径。

- 设S为整棵树的DFS括号序。
- 一个括号序的化简结果用二元组(A, B)表示，即



- 对于S的所有子串s求出(A_s, B_s)，$A_s + B_s$的最大值即为该树的直径。
- 考虑使用数据结构进行维护。

- 合并两个二元组$(A_1, B_1)(A_2, B_2)$，即将这两段括号序相接。

- 合并两个二元组$(A_1, B_1)(A_2, B_2)$，即将这两段括号序相接。
- 合并结果有两种：

- 合并两个二元组$(A_1, B_1)(A_2, B_2)$，即将这两段括号序相接。
- 合并结果有两种：
  - 对于$B_1 < A_2$的情况，合并结果为$(A_1 + (A_2 - B_1), B_2)$。

- 合并两个二元组$(A_1, B_1)(A_2, B_2)$，即将这两段括号序相接。
- 合并结果有两种：
  - 对于$B_1 < A_2$的情况，合并结果为$(A_1 + (A_2 - B_1), B_2)$。
  - 对于$B_1 \geq A_2$的情况，合并结果为$(A_1, (B_1 - A_2) + B_2)$。

- 合并两个二元组$(A_1, B_1)(A_2, B_2)$，即将这两段括号序相接。
- 合并结果有两种：
  - 对于$B_1 < A_2$的情况，合并结果为$(A_1 + (A_2 - B_1), B_2)$。
  - 对于$B_1 \geq A_2$的情况，合并结果为$(A_1, (B_1 - A_2) + B_2)$。

- 设合并出的二元组为(A_3, B_3)，那么$A_3 + B_3$的值为

$$Max(\ A_1 + (A_2 - B_1) + B_2\ ,\ A_1 + (B_1 - A_2) + B_2\ )$$

- 合并两个二元组$(A_1, B_1)(A_2, B_2)$，即将这两段括号序相接。
- 合并结果有两种：
  - 对于$B_1 < A_2$的情况，合并结果为$(A_1 + (A_2 - B_1), B_2)$。
  - 对于$B_1 \geq A_2$的情况，合并结果为$(A_1, (B_1 - A_2) + B_2)$。
- 设合并出的二元组为(A_3, B_3)，那么$A_3 + B_3$的值为

$$Max(\ A_1 + (A_2 - B_1) + B_2\ ,\ A_1 + (B_1 - A_2) + B_2\ )$$

- 即 $Max(\ (A_1 - B_1) + (A_2 + B_2)\ ,\ (A_1 + B_1) + (B_2 - A_2)\ )$

- 可以用平衡树维护对应的信息，完成直径的计算。

- 可以用平衡树维护对应的信息，完成直径的计算。
- 假如每次只修改一个点的颜色，那么套用QTREE7的算法就可以完成维护。

- 同样维护**黑树**和**白树**，相对地定义**主树**和**辅树**。

- 同样维护**黑树**和**白树**，相对地定义**主树**和**辅树**。
  - 对于**黑色节点**，黑树为主树，白树为辅树。

- 同样维护**黑树**和**白树**，相对地定义**主树**和**辅树**。
  - 对于**黑色节点**，黑树为主树，白树为辅树。
  - 对于**白色节点**，白树为主树，黑树为辅树。

- 同样维护**黑树**和**白树**，相对地定义**主树**和**辅树**。
  - 对于**黑色节点**，黑树为主树，白树为辅树。
  - 对于**白色节点**，白树为主树，黑树为辅树。
- 怎样在**黑树**和**白树**上高效完成链颜色覆盖？

- 同样维护**黑树**和**白树**，相对地定义**主树**和**辅树**。
  - 对于**黑色节点**，黑树为主树，白树为辅树。
  - 对于**白色节点**，白树为主树，黑树为辅树。
- 怎样在**黑树**和**白树**上高效完成链颜色覆盖？
- 不难发现覆盖后整条链变成了同一个连通块。

- 同样维护**黑树**和**白树**，相对地定义**主树**和**辅树**。
  - 对于**黑色节点**，黑树为主树，白树为辅树。
  - 对于**白色节点**，白树为主树，黑树为辅树。
- 怎样在**黑树**和**白树**上高效完成链颜色覆盖？
- 不难发现覆盖后整条链变成了同一个连通块。
  - LCT!

- 同样维护**黑树**和**白树**，相对地定义**主树**和**辅树**。
  - 对于**黑色节点**，黑树为主树，白树为辅树。
  - 对于**白色节点**，白树为主树，黑树为辅树。
- 怎样在**黑树**和**白树**上高效完成链颜色覆盖？
- 不难发现覆盖后整条链变成了同一个连通块。
  - LCT!
- 不妨将链颜色覆盖看作LCT操作，可以将问题转化为$O(n \log n)$次同色链反色。

- 对黑树和白树各自维护一棵LCT。

- 对**黑树**和**白树**各自维护一棵LCT。
  - LCT中需要保证只有颜色相同的点才会以实边相连。

- 对**黑树**和**白树**各自维护一棵LCT。
  - LCT中需要保证只有颜色相同的点才会以实边相连。
  - 链覆盖操作时，将修改完的链用实边连结起来。

- 对**黑树**和**白树**各自维护一棵LCT。
  - LCT中需要保证只有颜色相同的点才会以实边相连。
  - 链覆盖操作时，将修改完的链用实边连结起来。
- 为了配合LCT，**黑树**和**白树**的结构定义也作一些修改。

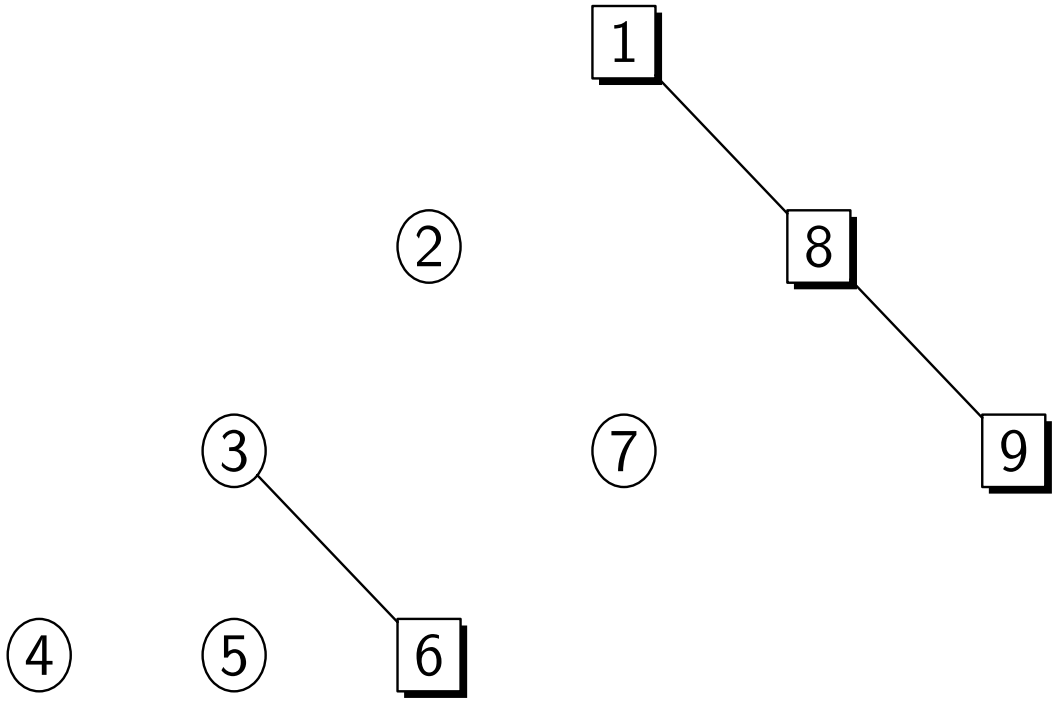
- 对**黑树**和**白树**各自维护一棵LCT。
  - LCT中需要保证只有颜色相同的点才会以实边相连。
  - 链覆盖操作时，将修改完的链用实边连结起来。
- 为了配合LCT，**黑树**和**白树**的结构定义也作一些修改。
- 对于一个节点u，设它的父亲节点为v

- 对**黑树**和**白树**各自维护一棵LCT。
  - LCT中需要保证只有颜色相同的点才会以实边相连。
  - 链覆盖操作时，将修改完的链用实边连结起来。
- 为了配合LCT，**黑树**和**白树**的结构定义也作一些修改。
- 对于一个节点u，设它的父亲节点为v
  - u在它所对应的**主树**上与v相连。

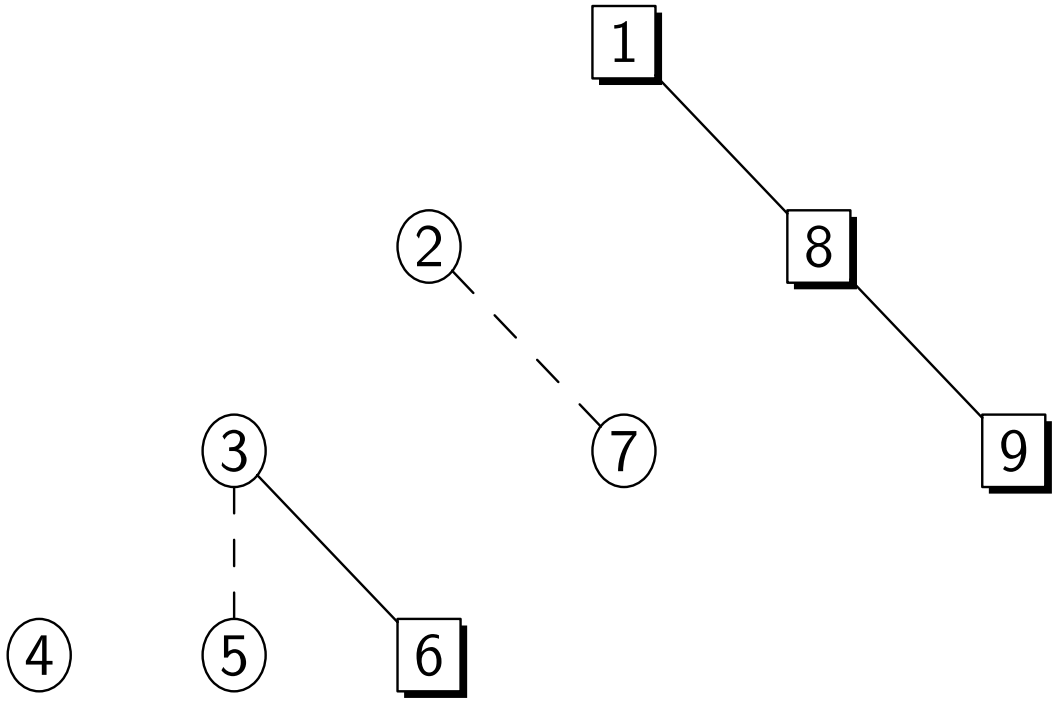
- 对**黑树**和**白树**各自维护一棵LCT。
  - LCT中需要保证只有颜色相同的点才会以实边相连。
  - 链覆盖操作时，将修改完的链用实边连结起来。
- 为了配合LCT，**黑树**和**白树**的结构定义也作一些修改。
- 对于一个节点u，设它的父亲节点为v
  - u在它所对应的**主树**上与v相连。
  - 假如u在它所对应的**辅树**的LCT中与v以实边相连，那么它们在**辅树**上相连。

- 对**黑树**和**白树**各自维护一棵LCT。
  - LCT中需要保证只有颜色相同的点才会以实边相连。
  - 链覆盖操作时，将修改完的链用实边连结起来。
- 为了配合LCT，**黑树**和**白树**的结构定义也作一些修改。
- 对于一个节点u，设它的父亲节点为v
  - u在它所对应的**主树**上与v相连。
  - 假如u在它所对应的**辅树**的LCT中与v以实边相连，那么它们在**辅树**上相连。
- 根据以上的定义可以得到**黑树**和**白树**的实际形态。

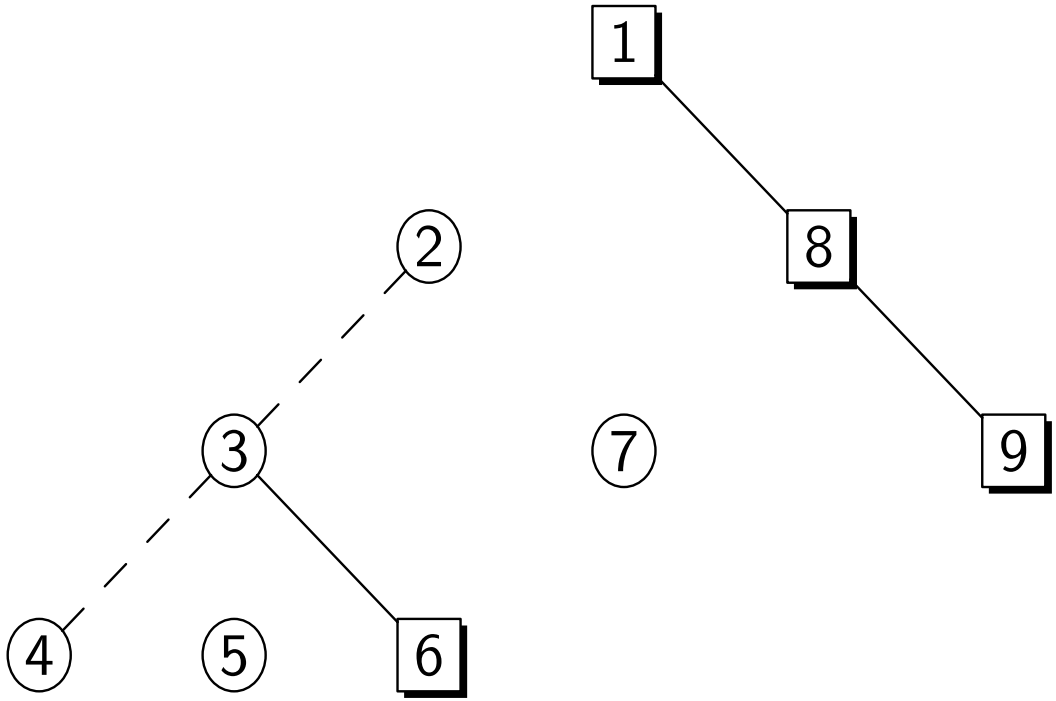
- 几种可能的**黑树**形态：



- 几种可能的**黑树**形态：



- 几种可能的**黑树**形态：



- 在新的定义中，**黑树**可视为由以下两部分构成：

- 在新的定义中，**黑树**可视为由以下两部分构成：
  - 由完整的黑色连通块构成的子树。

- 在新的定义中，**黑树**可视为由以下两部分构成：
  - 由完整的黑色连通块构成的子树。
  - 由LCT中以实边相连的白色节点构成的链。

- 在新的定义中，**黑树**可视为由以下两部分构成：
  - 由完整的黑色连通块构成的子树。
  - 由LCT中以实边相连的白色节点构成的链。
  - 白色链下接有黑色子树，但黑色节点下一定没有白色节点。

- 在新的定义中，**黑树**可视为由以下两部分构成：
  - 由完整的黑色连通块构成的子树。
  - 由LCT中以实边相连的白色节点构成的链。
  - 白色链下接有黑色子树，但黑色节点下一定没有白色节点。
- 同色连通块仍为一段连续的DFS括号序。

- 在新的定义中，**黑树**可视为由以下两部分构成：
  - 由完整的黑色连通块构成的子树。
  - 由LCT中以实边相连的白色节点构成的链。
  - 白色链下接有黑色子树，但黑色节点下一定没有白色节点。
- 同色连通块仍为一段连续的DFS括号序。
- 剩下的问题是依照定义严格地维护黑树和白树的形态。

- 定义expose操作，为access操作的变种。

- 定义expose操作，为access操作的变种。
- 设v为u所处的同色连通块中深度最浅的点。

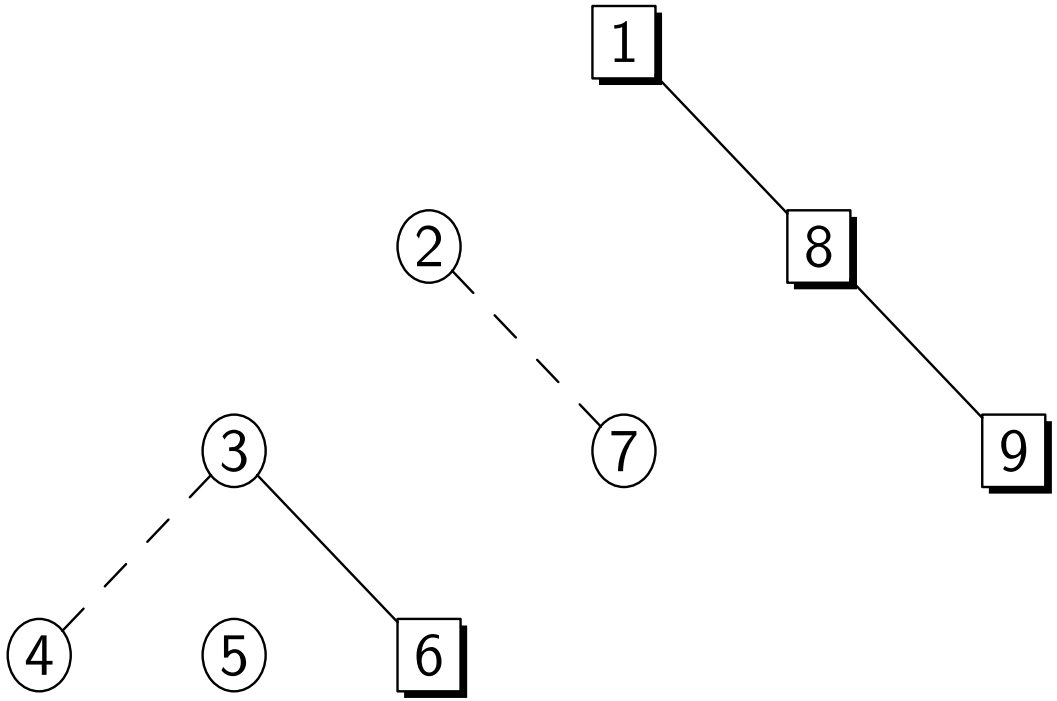
- 定义expose操作，为access操作的变种。
- 设v为u所处的同色连通块中深度最浅的点。
- expose(u)的具体操作为：

- 定义expose操作，为access操作的变种。
- 设v为u所处的同色连通块中深度最浅的点。
- expose(u)的具体操作为：
  - 与access操作类似，将路径(u, v)以实边相连，同时也断开u下方的实边。

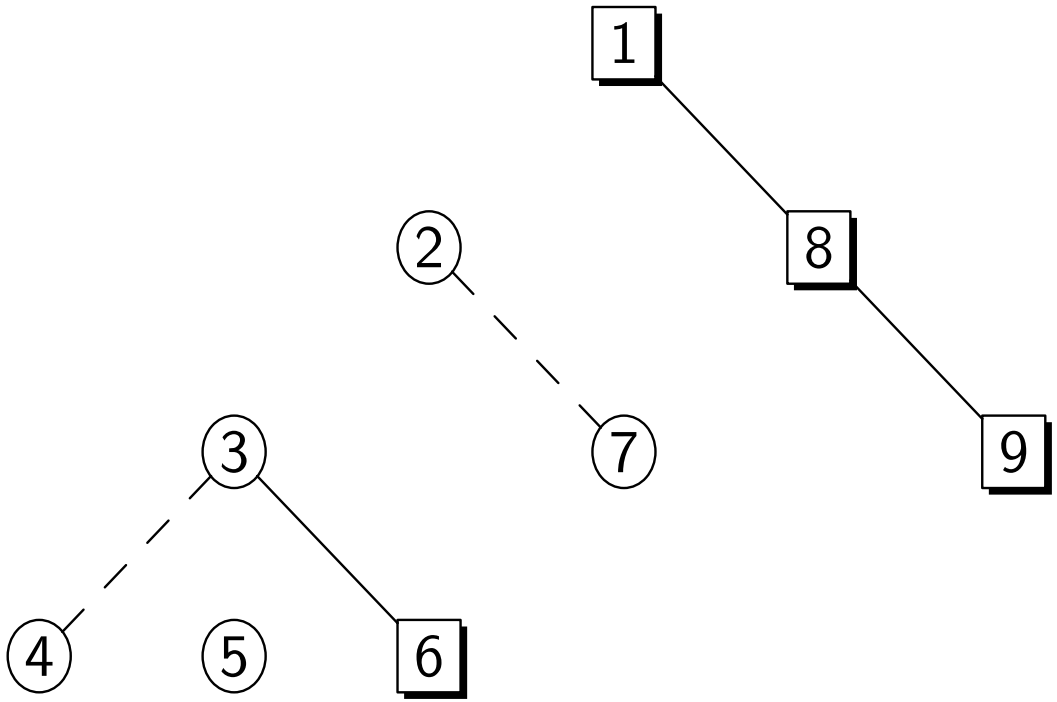
- 定义expose操作，为access操作的变种。
- 设v为u所处的同色连通块中深度最浅的点。
- expose(u)的具体操作为：
  - 与access操作类似，将路径(u, v)以实边相连，同时也断开u下方的实边。
  - 在更改实边时，对ETT做相应的修改。

- 定义expose操作，为access操作的变种。
- 设v为u所处的同色连通块中深度最浅的点。
- expose(u)的具体操作为：
  - 与access操作类似，将路径(u, v)以实边相连，同时也断开u下方的实边。
  - 在更改实边时，对ETT做相应的修改。
- expose操作是对同色链进行的，所以只在**辅树**上进行。

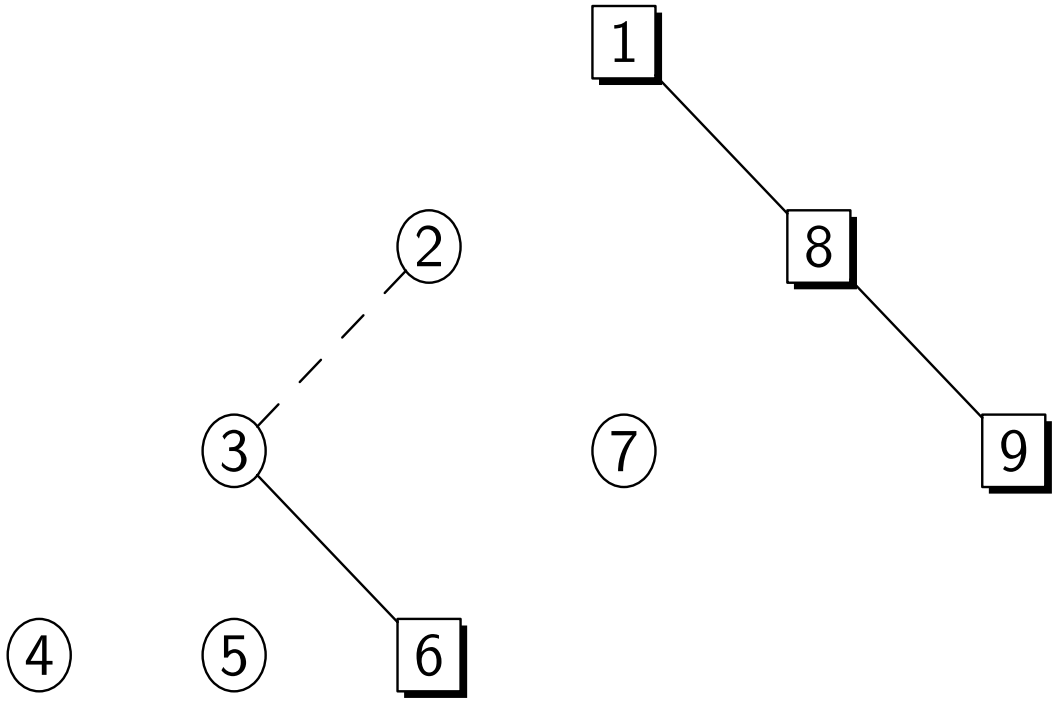
- 将路径$(6,1)$覆盖为黑色。



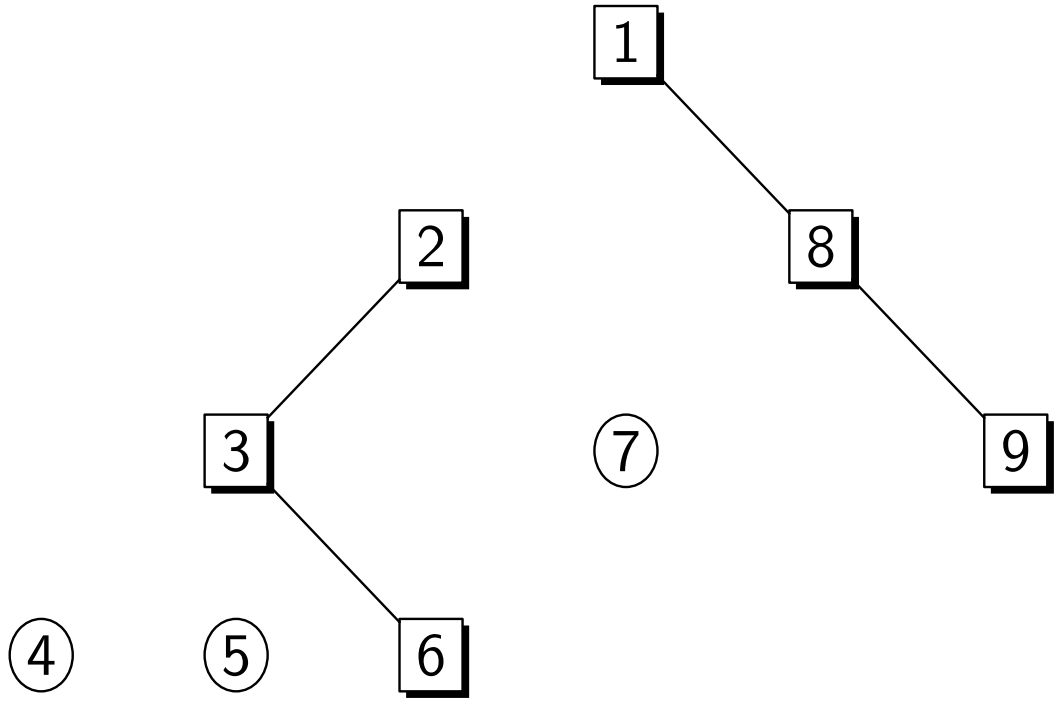
- 根据颜色更替，分为$(6,6)(3,2)(1,1)$进行操作。



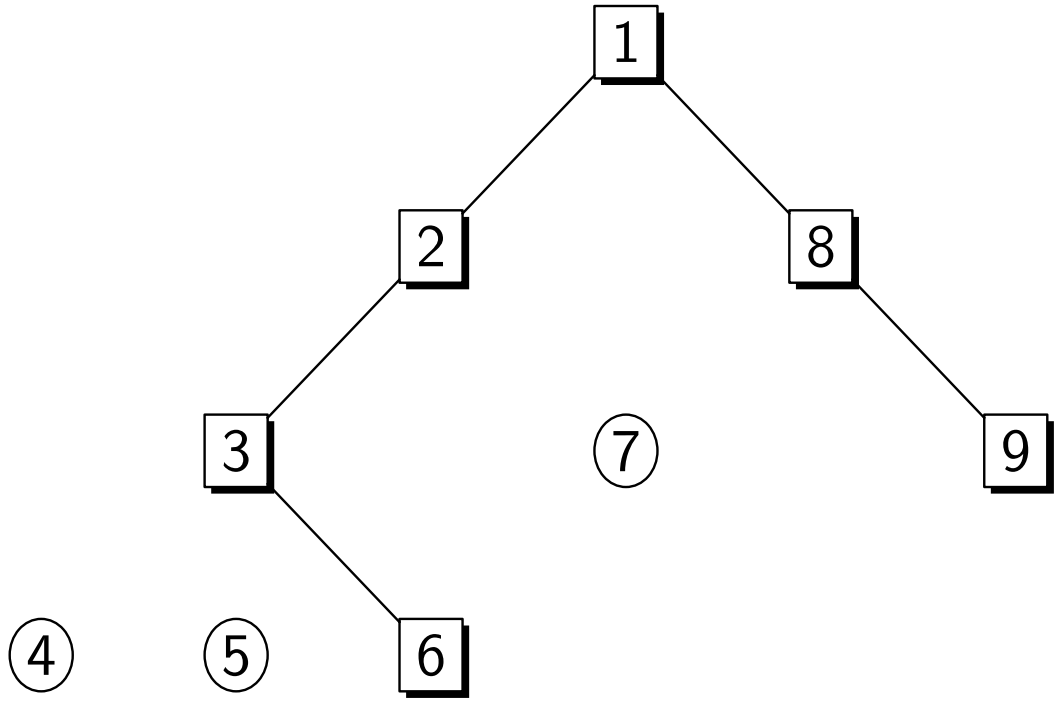
- 需要修改的只有(3,2)一段，由expose(3)对**黑树**进行修改。



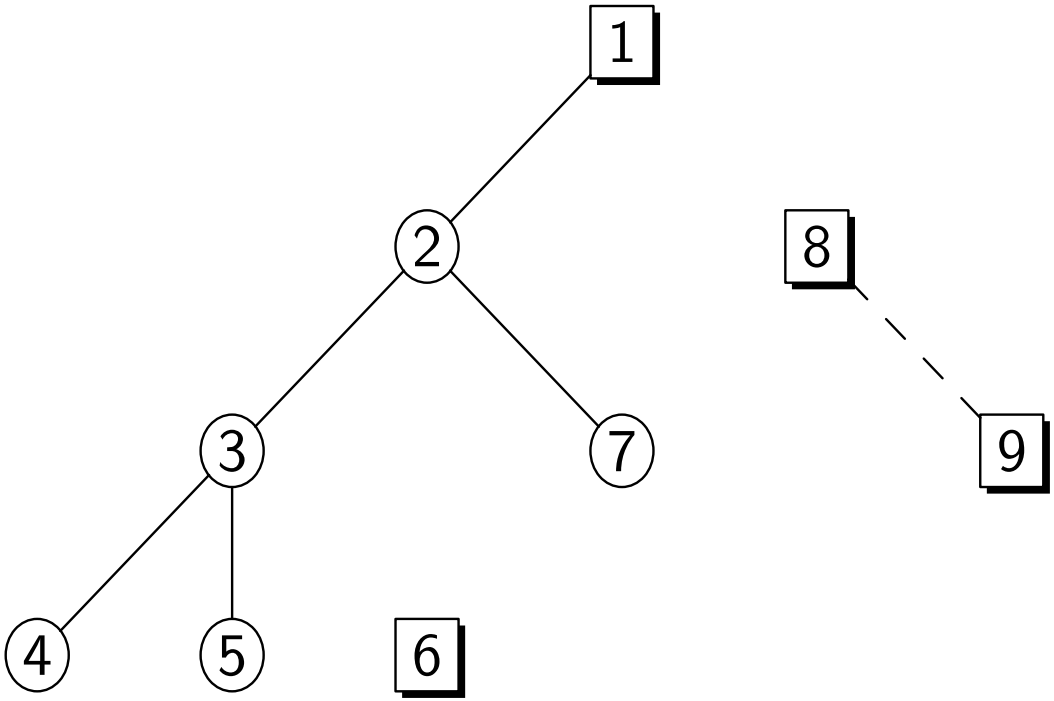
- 需要添加的边只剩下(1,2)一条。



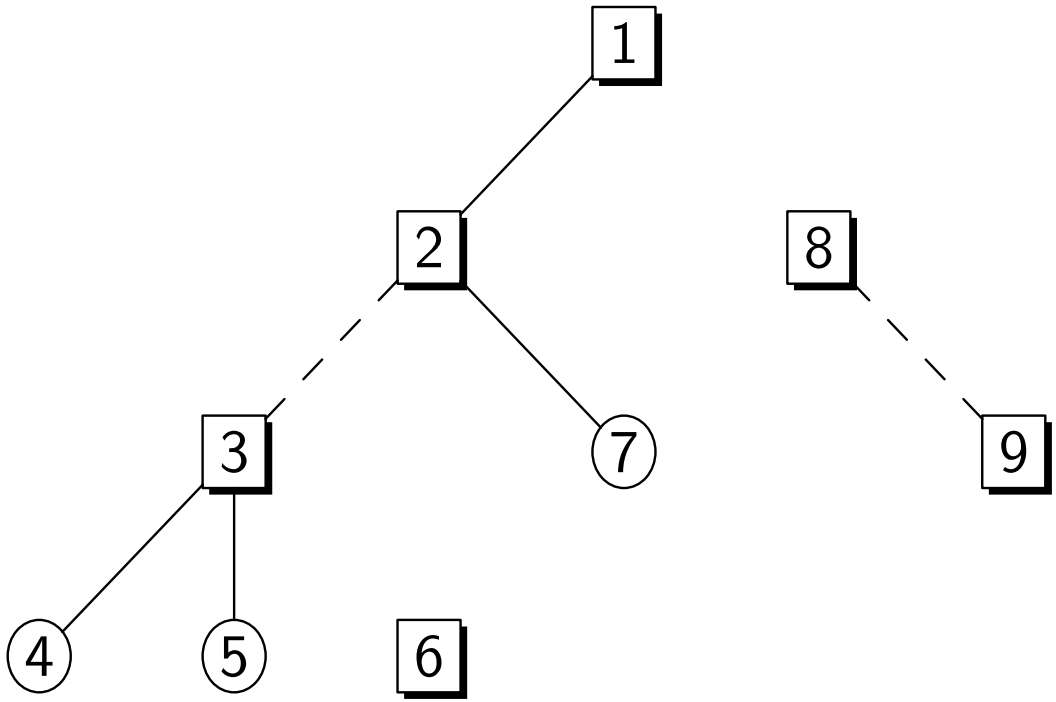
- 黑树维护完成。



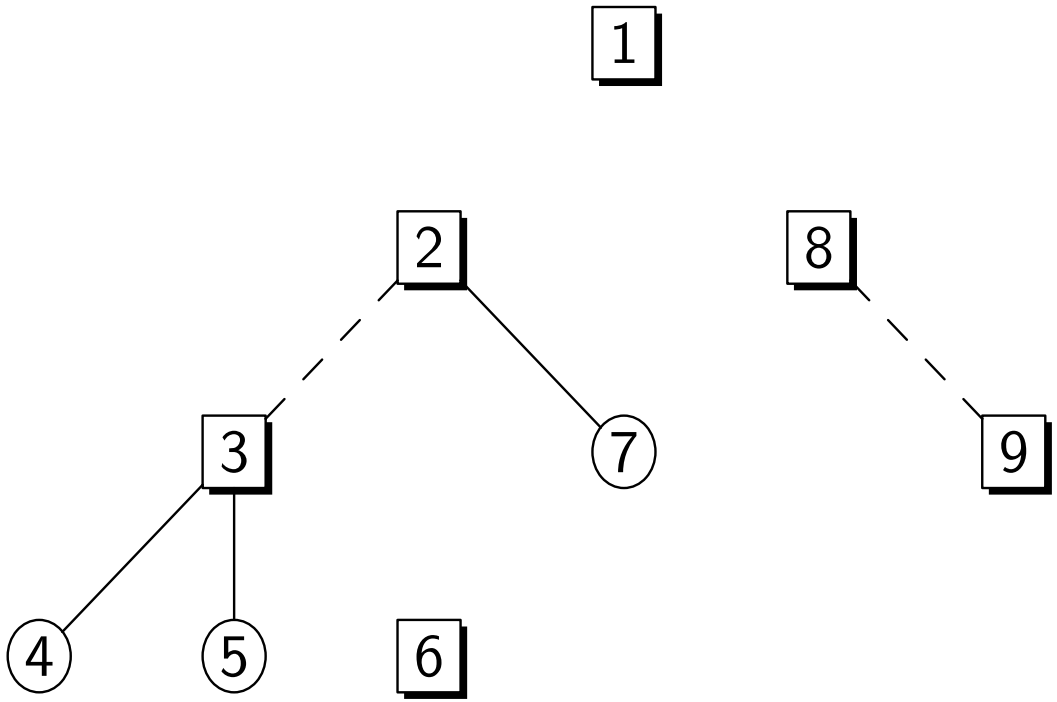
- 考虑**白树**的形态。



- 只需要去除$(1,2)$一条边。



- 白树维护完成。



- 流程整理，以黑色覆盖为例：

- 流程整理，以黑色覆盖为例：
  - 最初，所有需要修改的节点均为白色，此时**黑树为辅树**。

- 流程整理，以黑色覆盖为例：
  - 最初，所有需要修改的节点均为白色，此时**黑树**为**辅树**。
  - 在**黑树**上用若干次expose操作将所有需要修改的白色链相连，并加上链顶的边。

- 流程整理，以黑色覆盖为例：
  - 最初，所有需要修改的节点均为白色，此时**黑树**为**辅树**。
  - 在**黑树**上用若干次expose操作将所有需要修改的白色链相连，并加上链顶的边。
  - **黑树**修改完成后，将所有被修改点的颜色信息更改为黑色。

- 流程整理，以黑色覆盖为例：
  - 最初，所有需要修改的节点均为白色，此时**黑树**为**辅树**。
  - 在**黑树**上用若干次expose操作将所有需要修改的白色链相连，并加上链顶的边。
  - **黑树**修改完成后，将所有被修改点的颜色信息更改为**黑色**。
  - 此时**白树**作为**辅树**，用expose操作将被修改树链作为黑色链连通。

- 流程整理，以黑色覆盖为例：
  - 最初，所有需要修改的节点均为白色，此时**黑树**为**辅树**。
  - 在**黑树**上用若干次expose操作将所有需要修改的白色链相连，并加上链顶的边。
  - **黑树**修改完成后，将所有被修改点的颜色信息更改为**黑色**。
  - 此时**白树**作为**辅树**，用expose操作将被修改树链作为黑色链连通。
- 复杂度上界为$O(n \log^2 n)$。

- 这个算法是否可能普及?

- 这个算法是否可能普及？
  - 请参考toptree的发展趋势

- 这个算法是否可能普及？
  - 请参考toptree的发展趋势
  - 将来说不定会被搬到仙人掌上

- 这个算法是否可能普及？
  - 请参考toptree的发展趋势
  - 将来说不定会被搬到仙人掌上
    - 某变色的超仙人掌？

- 这个算法是否可能普及？
  - 请参考toptree的发展趋势
  - 将来说不定会被搬到仙人掌上
    - 某变色的超仙人掌？
- 这个算法有什么应用方向？

- 这个算法是否可能普及？
  - 请参考toptree的发展趋势
  - 将来说不定会被搬到仙人掌上
    - 某变色的超仙人掌？
- 这个算法有什么应用方向？
  - DFS序可以维护的题都可以在外面套上链改色

- 这个算法是否可能普及？
  - 请参考toptree的发展趋势
  - 将来说不定会被搬到仙人掌上
    - 某变色的超仙人掌？
- 这个算法有什么应用方向？
  - DFS序可以维护的题都可以在外面套上链改色
    - 大概比扔在树链剖分上要“有趣”一些

- 这个算法是否可能普及？
  - 请参考toptree的发展趋势
  - 将来说不定会被搬到仙人掌上
    - 某变色的超仙人掌？
- 这个算法有什么应用方向？
  - DFS序可以维护的题都可以在外面套上链改色
    - 大概比扔在树链剖分上要“有趣”一些
    - ~~请不要把这类题出给CodeChef以外的比赛~~

感谢

- 感谢ccf提供这次营员交流的机会。
- 感谢陶渊政同学在这个算法上对我的指导。
- 感谢国家集训队教练余林韵的验稿。
- 感谢清华大学的俞鼎力、董宏华、何奇正、张恒捷、王鉴浩学长对我的帮助。
- 感谢大家的细心聆听。

参考资料

- 陶渊政, 动态树拓展相关, Memphis's Blog
- 黄志翱, 浅谈动态树的相关问题及简单扩展, 2014集训队论文