

Codeforces. Fetch the Treasure

VFleaKing

November 20, 2014

题目描述

Rainbow 建造了 h 间密室排成一行，从左至右编号为 1 到 h 。这些密室中有 n 间密室里有宝藏。我们称这样的密室为“宝藏密室”。第 i 间（从 1 开始编号）宝藏密室编号为 a_i ，里面的宝藏价值 c_i 美元。

Freda 从第一间密室出发探险。每次她可以向前走 k 间密室或者回到第一间密室。也就是说 Freda 只能到达第 $1, k+1, 2k+1, 3k+1 \dots$ 间密室。

不过，Rainbow 给了 Freda m 个操作。每个操作是下列三种类型之一：

1. 增加技能 x 。即允许 Freda 每次前进 x 间密室。比如，初始时她只有一个技能 k 。如果某时刻她有技能 a_1, a_2, \dots, a_r ，那么她就可以到达所有密室编号能写成 $1 + \sum_{i=1}^r v_i a_i$ 的密室（其中对于每个 i ， v_i 是某个非负整数）。
2. 让第 x 间宝藏密室的宝藏价值减少 y 美元。换句话说执行 $c_x = c_x - y$ 。
3. 查询 Freda 能到达的密室中价值最大的宝藏并拿走。如果 Freda 不能到达任何一个宝藏密室那么就认为价值最大的宝藏的价值为 0 并不做任何事。否则拿走这个价值最大的宝藏。如果有多个宝藏密室里的宝藏的价值达到最大，那么取走宝藏密室编号最小的宝藏密室（不必是密室编号最小的）。之后宝藏密室的数量减少一个。

作为一个程序员，Freda 请你写一个程序来回答每次询问。

输入格式

输入的第一行包含四个整数 h, n, m, k ，($h, n, m, k \geq 1$)。

接下来 n 行每行包含两个整数 a_i, c_i ，($1 \leq a_i \leq h, 1 \leq c_i \leq 10^9$)，表示第 i 间宝藏密室是第 a_i 间密室，里面的宝藏价值 c_i 美元。所有的 a_i 互不相同。

接下来 m 行每行是下面三种形式之一：

- 1 x — 进行 1 号操作。 $1 \leq x \leq h$ 。
- 2 x y — 进行 2 号操作。 $1 \leq x \leq n, 0 \leq y < c_x$ 。
- 3 — 进行 3 号操作。

最多只会有 20 个 1 号操作。保证任何时刻宝藏密室里的宝藏价值都是正数。保证所有的操作都是合法的（不会减少已被拿走宝藏的宝藏房间里的宝藏价值）。

输出格式

对于每个操作 3, 输出一个整数表示 Freda 能到达的密室中价值最大的宝藏的价值（单位为美元）。

样例

input	
10 3 5 2	
5 50	
7 60	
8 100	
2 2 5	
3	
1 3	
3	
3	
output	
55	
100	
50	

数据范围

#	h	n	m	k
1	≤ 100	≤ 50	≤ 100	≤ 100
2				
3				
4				
5	$\leq 10^{18}$	$\leq 10^5$	$\leq 10^5$	$= 1$
6				
7				
8				
9				
10				
11	$\leq 10^{18}$	≤ 100	≤ 100	≤ 10
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18	$\leq 10^{18}$	$\leq 10^5$	$\leq 10^5$	$\leq 10^4$
19				
20				

时间限制：1s

空间限制：256MB

题解

用字母 n_x 表示技能的个数。

算法一

我们可以直接根据题意进行模拟。对于操作一增加一个技能之后暴力 bfs 求出可到达的密室，这一步是 $O(n_x h)$ 的，对于操作二 $O(1)$ 进行操作，对于操作三每次暴力 $O(n)$ 找到最优解。

总时间复杂度 $O(nm + n_x^2 h)$ 。可以通过前 4 个测试点获得 20 分。

算法二

对于 5 到 10 号点， $k = 1$ ，这意味着所有密室都是可达的。

那么我们可以无视所有的操作一，关注操作二和操作三。我们发现可以很轻松的用堆解决问题。操作二即减小一个键，操作三即取出堆顶元素，这两步都是 $O(\log n)$ 的。

时间复杂度 $O(m \log n)$ ，可以通过 5 到 10 号点获得 30 分。

算法三

对于 11 号到 17 号点， n, m, k 的范围都很小，特别是 k 最多为 10。

初始状态下模 k 余 1 的密室都是可达的。注意到一个显然的性质：若 p 可达，那么 $p + k$ 必然可达。这意味着可不可达与模 k 的余数有密切关系，我们可以对于每一种余数 r ，记录下可达的密室中编号最小的，那么判定也就容易了。

模 k 余 r 的可达密室中编号最小的求法显然我们可以用最短路解决。我们可以构一个结点数为 k 的图，结点编号从 0 到 $k - 1$ 。对于每个技能 x ，我们对于所有结点 i ，连一条长度为 x 的边到结点 $(i + x) \bmod k$ 。然后跑一遍最短路就行了。求最短路可以直接用 *Floyd*。

对于操作二和操作三可以使用暴力。

时间复杂度为 $O(nm + n_x(kn_x + k^3 + n))$ 。可以通过 11 号到 17 号点获得 35 分。

算法四

把算法二和算法三结合起来。

由于对于所有数据 $k \leq 10^4$ ，所以我们不可以再 Floyd 了，用 Dijkstra 就好了。操作二三还是使用堆。

时间复杂度为 $O(m \log n + n_x(kn_x \log k + n))$ 。可以通过所有测试点获得 100 分。