



## 第六章 频域图像增强

图像增强除可在空域进行外，也可以在变换域进行。最常用的变换域就是频率域。

频域增强有直观的物理意义。

卷积理论是频域技术的基础。在频率域中增强相当直观：

1. 计算需要增强的图像的傅里叶变换；
2. 将其与一个根据需要设计的转移函数相乘；
3. 将结果进行傅里叶反变换，得到增强后的图像。



## 第六章 频域图像增强

在频域空间的增强，是通过**改变图像中不同频率分量**来实现的。图像频谱给出图像全局的性质，所以频域增强不是对逐个像素进行的，从这点来讲它不像空域增强那么直接。但用频率分量来分析增强的原理却比较直观。

频域增强需要构建各种频率滤波器：**让图像在频域某个范围内的分量受到抑制而让其他分量不受影响，从而改变输出图的频率分布，达到增强的目的。**



# 第六章 频域图像增强

- 6.1 低通滤波器：理想/实用
- 6.2 高通滤波器：基本/特殊
- 6.3 带阻带通滤波器：带阻/带通/陷波
- 6.4 同态滤波器
- 6.5 空域技术与频域技术的对比分析



# 第六章 频域图像增强

## 第一节

## 低通滤波器

将图像中的高频部分滤除而保留低频部分。

图像中的边缘和噪声都对应图像傅里叶变换后频谱里的高频部分，所以若要在频域中消弱其影响就要设法减弱这部分频率的分量。

### 1. 理想低通滤波器

### 2. 实用低通滤波器

- 巴特沃斯低通滤波器
- 梯形低通滤波器
- 指数低通滤波器



## 1. 理想低通滤波器

一个2D理想低通滤波器的转移函数满足下列条件：

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & D(u, v) \leq D_0 \\ 0 & D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

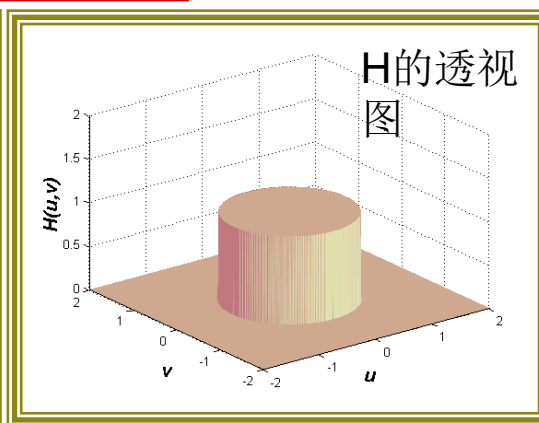
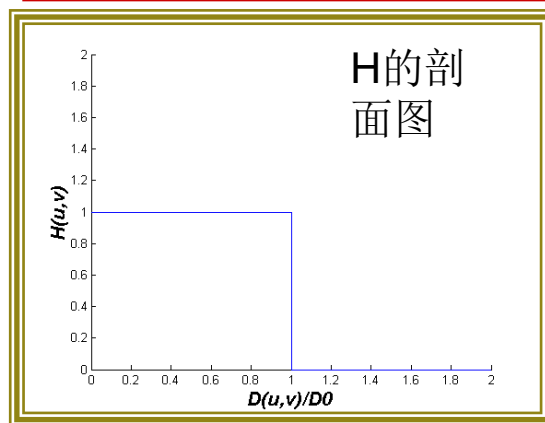
$D_0$  为非负整数。

$D(u, v) = (u^2 + v^2)^{1/2}$ ：频率平面原点到点  $(u, v)$  的距离。

## 1. 理想低通滤波器

一个2D理想低通滤波器的转移函数满足下列条件：

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & D(u, v) \leq D_0 \\ 0 & D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

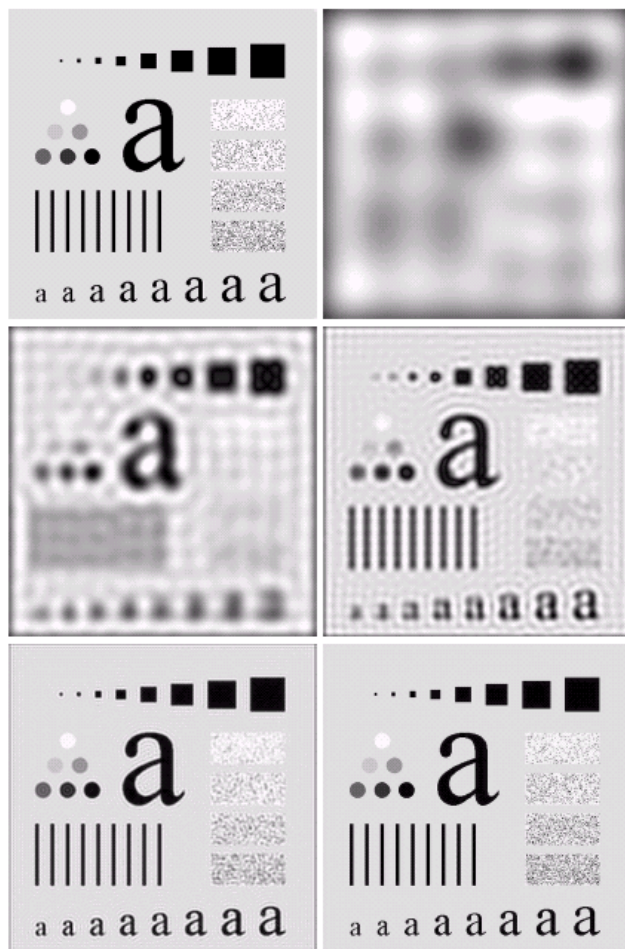


**理想?**指小于 $D_0$ 的频率可以完全不受影响地通过滤波器，而大于 $D_0$ 的频率则完全通不过。因此 $D_0$ 也叫截断频率。

# 第六章 频域图像增强

## 第一节

## 低通滤波器



a b  
c d  
e f

**FIGURE 4.12** (a) Original image. (b)–(f) Results of ideal lowpass filtering with cutoff frequencies set at radii values of 5, 15, 30, 80, and 230, as shown in Fig. 4.11(b). The power removed by these filters was 8, 5.4, 3.6, 2, and 0.5% of the total, respectively.

### 请总结理想滤波器的特点？

1. 滤除高频成分使图像变模糊；
2. 有抖动现象（振铃现象）；
3. 物理上不可实现：在D0处直上直下，不能用实际的电子器件实现。

### 振铃效应（Ringing effect）？！

是影响复原图像质量的众多因素之一，其典型表现是在图像灰度剧烈变化的邻域出现类吉布斯（Gibbs）分布——（满足给定约束条件且熵最大的分布）的振荡。

## 2. 实用低通滤波器

- 巴特沃斯低通滤波器
- 梯形低通滤波器
- 指数低通滤波器
- 高斯低通滤波器

物理上可以实现，实际中可以使用的！





# 第六章 频域图像增强

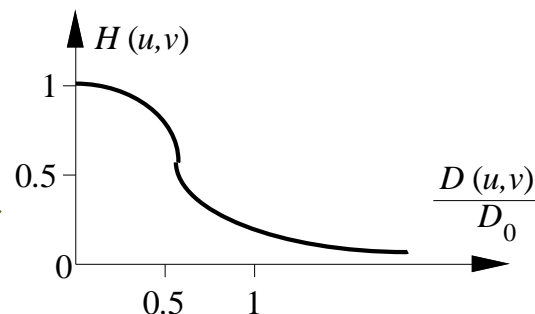
## 第一节 低通滤波器

### 1. 巴特沃斯低通滤波器

阶为 $n$ ，截断频率为 $D_0$ 的巴特沃斯低通滤波器的转移函数为：

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v) / D_0]^{2n}}$$

阶为1时剖面示意图



$$= \frac{1}{1 + 0.414 \left[ \frac{D(u, v)}{D_0} \right]^{2n}}$$

在高低频率间的**过渡比较光滑**，用其得到的输出图像的**振铃效应不明显**。

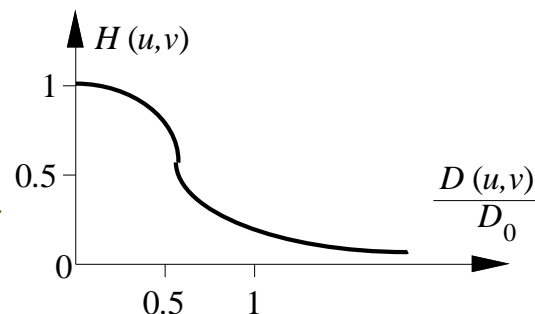
$d_0=50$ ;  $n=2$ ; 截断频率为50的二阶巴特沃思低通滤波器

## 1. 巴特沃斯低通滤波器

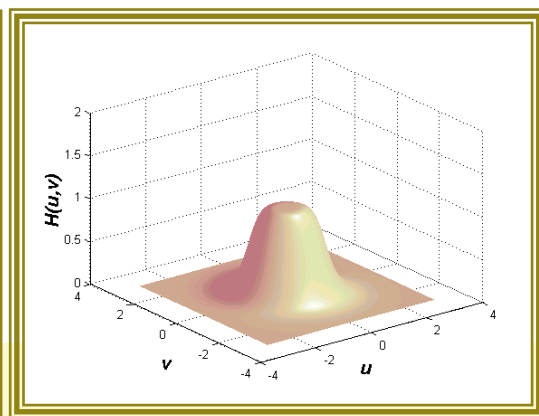
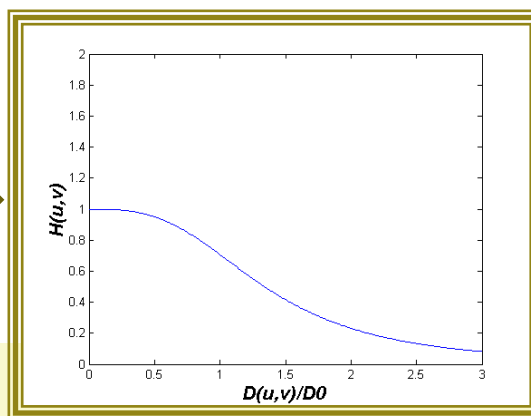
阶为 $n$ ，截断频率为 $D_0$ 的巴特沃斯低通滤波器的转移函数为：

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v)/D_0]^{2n}}$$

阶为1时剖面示意图



3阶剖面图  
与透视图





# 第六章 频域图像增强

## 第一节

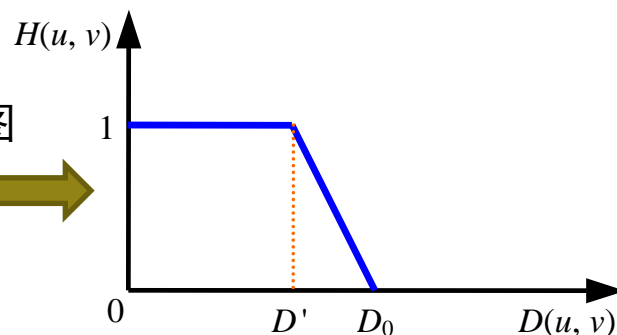
## 低通滤波器

### 2. 梯形低通滤波器

阶为 $n$ ，截断频率为 $D_0$ 的巴特沃斯低通滤波器的转移函数为：

$$H(u,v) = \begin{cases} 1 & D(u,v) \leq D' \\ \frac{D(u,v) - D_0}{D' - D_0} & D' < D(u,v) < D_0 \\ 0 & D(u,v) > D_0 \end{cases}$$

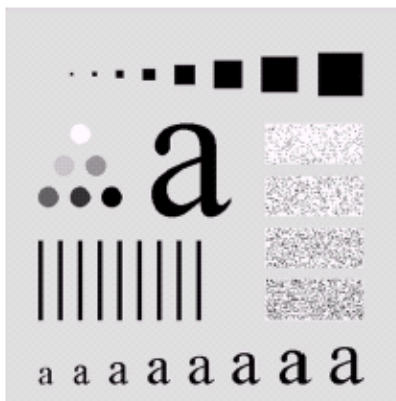
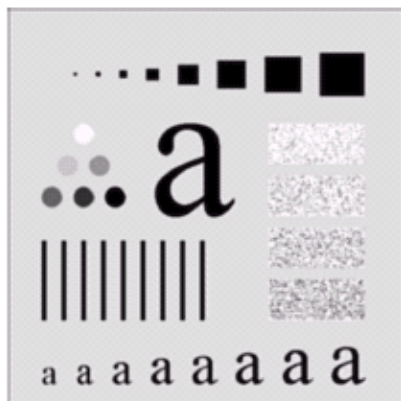
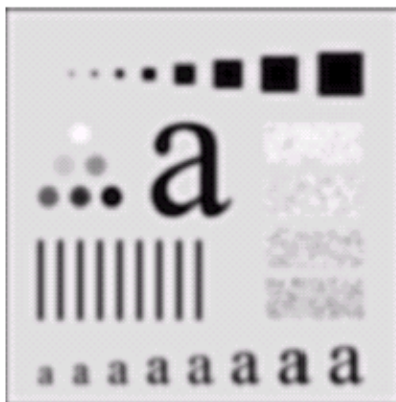
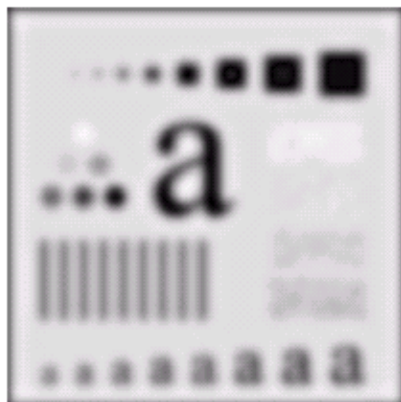
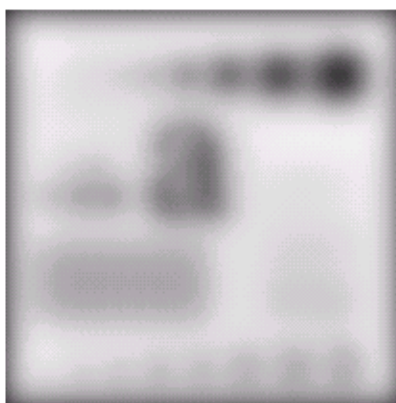
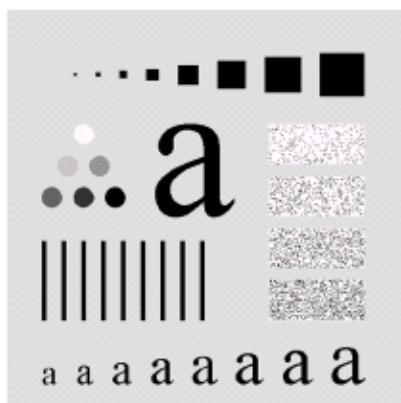
剖面示意图



**特征：**跟理想LPF的转移函数相比，其转移函数在高低频率间有个过渡，因此**可减弱**一些振铃现象。但是由于过渡不够光滑，导致振铃现象一般比巴特沃斯低通滤波器的转移函数所产生的要强一些。



# 第一节 低通滤波器



a b  
c d  
e f

FIGURE 4.15 (a) Original image. (b)–(f) Results of filtering with BLPFs of order 2, with cutoff frequencies at radii of 5, 15, 30, 80, and 230, as shown in Fig. 4.11(b). Compare with Fig. 4.12.

## 频域图像增强

### 特点?

参数较小时，比较平坦。

参数较大时，比较尖锐，接近理想滤波器。

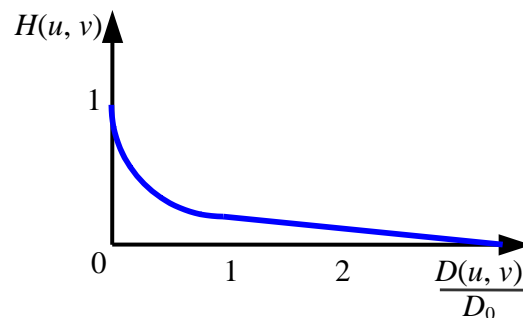


## 3.指数低通滤波器

转移函数（阶为2时成为高斯低通滤波器）：

$$H(u, v) = \exp\{-[D(u, v)/D_0]^n\}$$

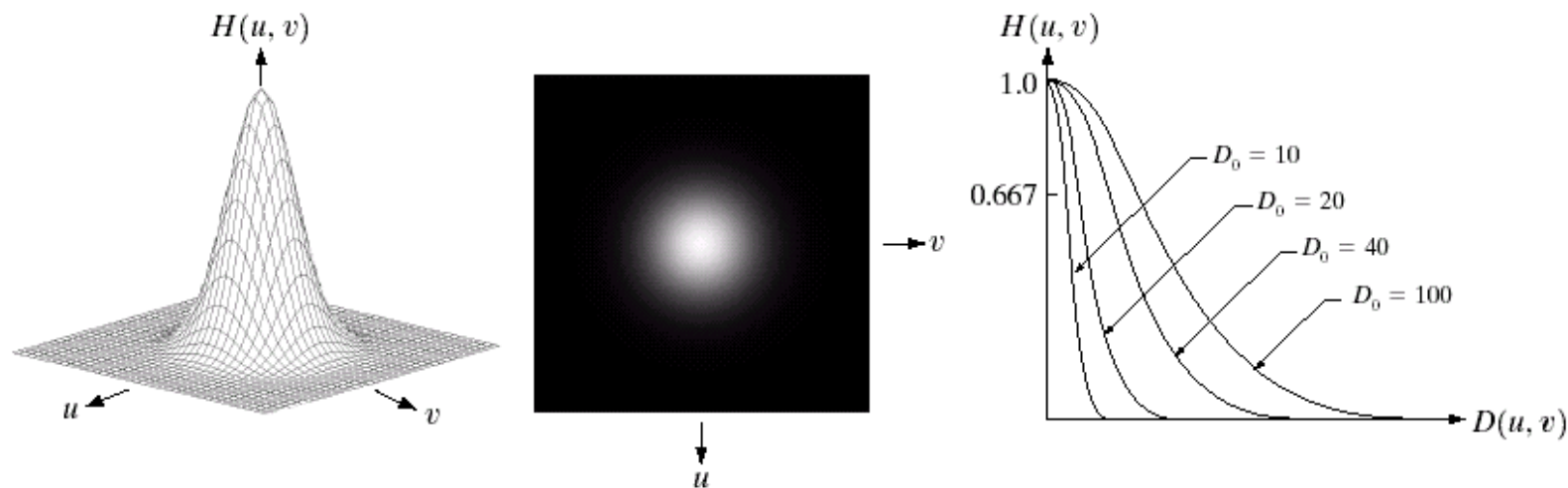
剖面示意图



**特征：**随频率增加在开始阶段一般衰减得比较快，**对高频分量的滤除能力较强**，对图像造成的模糊较大，产生的振铃现象一般比巴特沃斯低通滤波器的转移函数所产生的要弱！

## 4. 高斯低通滤波器

$$H(u, v) = e^{-D^2(u, v) / 2D_0^2}$$



a b c

**FIGURE 4.17** (a) Perspective plot of a GLPF transfer function. (b) Filter displayed as an image. (c) Filter radial cross sections for various values of  $D_0$ .



# 第六章 频域图像增强

## 第一节

## 低通滤波器

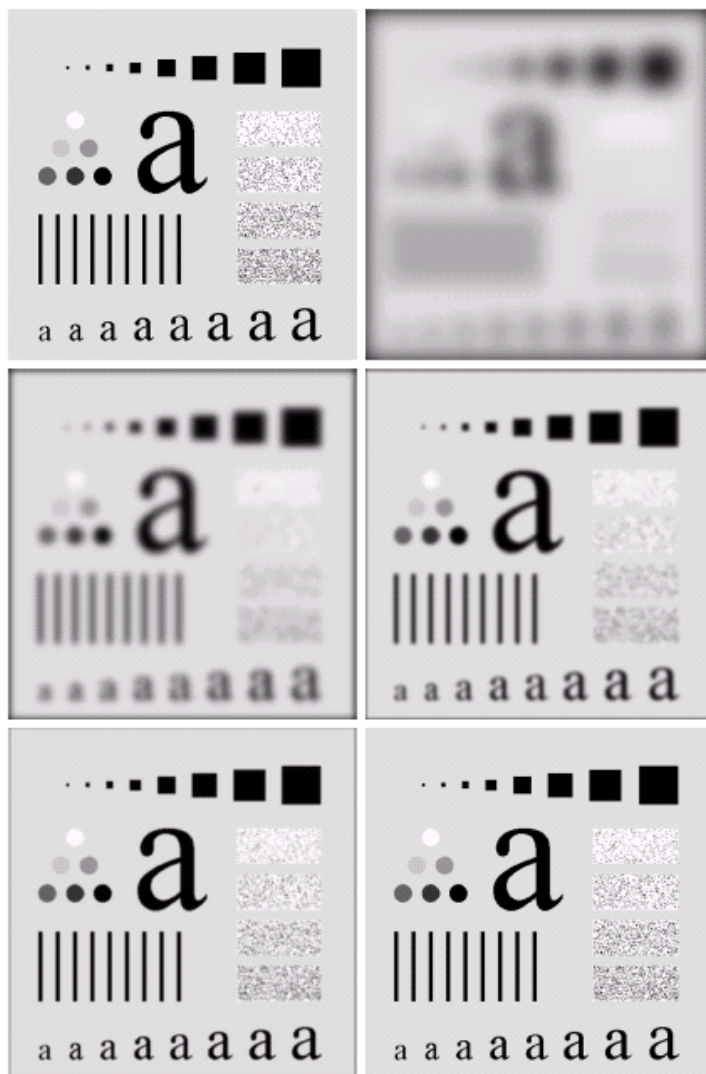


FIGURE 4.18 (a) Original image. (b)–(f) Results of filtering with Gaussian lowpass filters with cutoff frequencies set at radii values of 5, 15, 30, 80, and 230, as shown in Fig. 4.11(b). Compare with Figs. 4.12 and 4.15.

a b  
c d  
e f

高斯低通滤波器的傅里叶反变换也是高斯的。  
没有振铃现象。



# 第六章 频域图像增强

## 第二节

## 高通滤波器

图像中的边缘对应高频分量，所以锐化图像可用高通滤波器（highpass filter）。能消除对应图像中灰度值缓慢变换区域的低频分量。

**又称频率域锐化滤波器！**

- 1. 基本高通滤波器**
- 2. 特殊高通滤波器**





## 2. 特殊高通滤波器

高通滤波会将很多低频分量滤除，导致增强图中边缘得到加强，但光滑区域灰度减弱甚至接近黑色。

——效果差！

### 2.1 高频增强滤波器

### 2.2 高频提升滤波器



## 2.1 高频增强滤波器

**基本原理：**通过对频域里高通滤波器的转移函数加一个常数，以将一些低频分量加回到滤波结果中，从而获得较好的视觉效果。

对转移函数乘以一个常数 $k$ （大于等于1），加一个常数 $c$ ：

$$\begin{aligned} H_e(u, v) &= kH(u, v) + c \\ G_e(u, v) &= kG(u, v) + c \times F(u, v) \end{aligned}$$

常取 $k$ 为1.5-2， $c$ 为0.25-0.5.



## 2.2 高频提升滤波器

**基本原理：**高通和低通滤波器互补，故可以用原始图减去低通图得到高通图！进一步，如果把原始图乘以一个放大系数A再减去低通图，则构成高频提升滤波器。

$$G_{HB}(u,v) = A \times F(u,v) - F_L(u,v) = (A-1)F(u,v) + F_H(u,v)$$

A=1时即为普通的高通滤波，

A>1时，恢复了部分高通滤波时丢失的低频分量。



# 第六章 频域图像增强

## 第三节

## 带阻带通滤波器

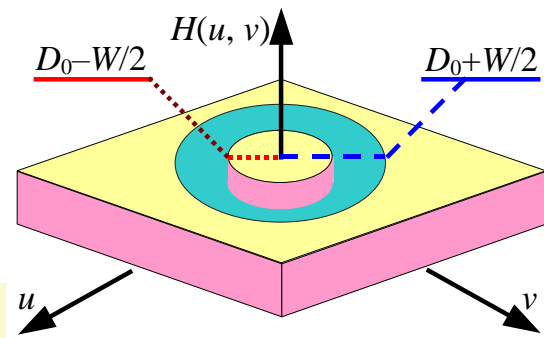
带通滤波器允许一定频率范围内的信号通过而阻止其它频率范围内的信号通过。与此相对应，带阻滤波器阻止一定频率范围内的信号通过而允许其它频率范围内的信号通过。

### 3.1 带阻滤波器

**基本思想：**阻止一定频率范围内的信号通过而允许其它频率范围内的信号通过。

用以消除频率原点为中心的邻域的带阻滤波器是放射对称的，转移函数是：

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{如 } D(u, v) < D_0 - W/2 \\ 0 & \text{如 } D_0 - W/2 \leq D(u, v) \leq D_0 + W/2 \\ 1 & \text{如 } D(u, v) > D_0 + W/2 \end{cases}$$





# 第六章 频域图像增强

## 第三节

## 带阻带通滤波器

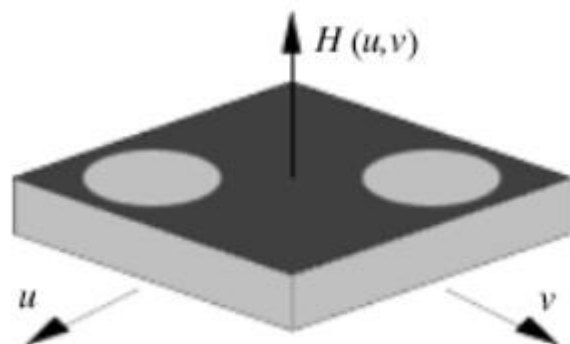


图 6-17 一个典型的带阻滤波器

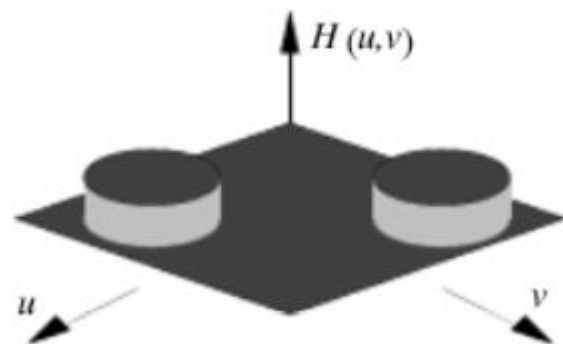


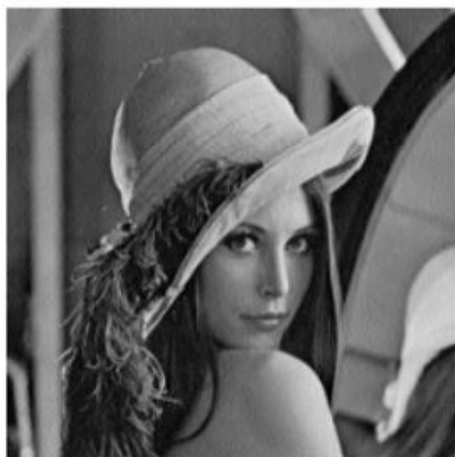
图 6-18 带通滤波器

带通滤波器和带阻滤波器是互补的。所以如设  $H_R(u, v)$  为带阻滤波器的转移函数，则对应的带通滤波器  $H_P(u, v)$  只需将  $H_R(u, v)$  翻转即可。

$$H_P(u, v) = -[H_R(u, v) - 1] = 1 - H_R(u, v)$$

**[例] 带通和带阻滤波增强示例。**

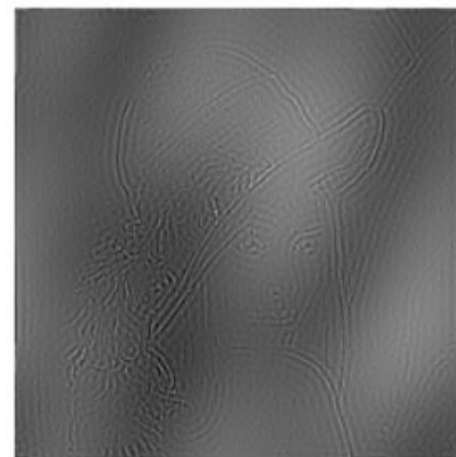
图(a)是原始图像，图(b)和(c)分别为带通和带阻滤波的结果。



a



b



c

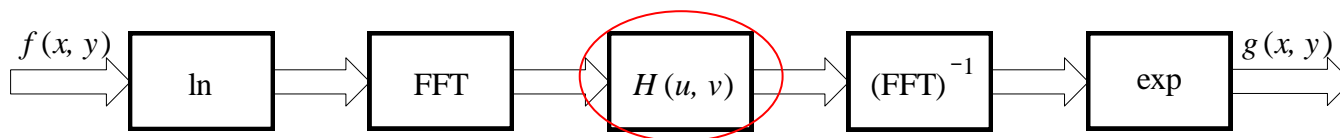


# 第六章 频域图像增强

## 第四节 同态滤波器

在频域中同时将图像亮度范围进行压缩和将图像对比度进行增强，也可用于消除图像中的乘性噪声。

同态滤波流程图：



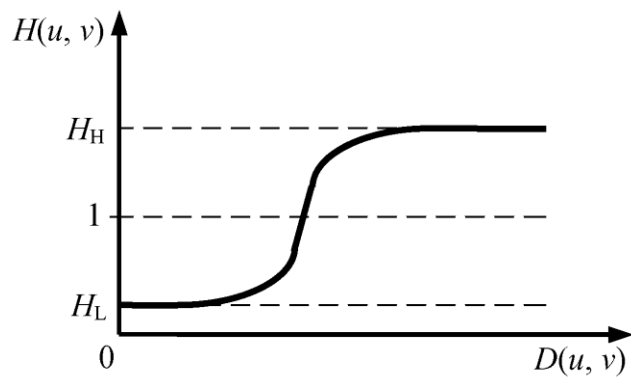
同态滤波函数分别作用于照度分量（低频部分）和反射分量（高频部分）上。



# 第六章 频域图像增强

## 第四节 同态滤波器

### 同态滤波函数剖面图



选择  $H_L < 1$ ,  $H_H > 1$ , 那么  $H(u, v)$  就会一方面减弱图像中的低频分量而另一方面加强图像中的高频分量, 最终结果是同时:

- 压缩了图像整体的动态范围 (低频分量减少了)
- 增加了图像相邻各部分之间的对比度 (高频分量加强了)。





# 第六章 频域图像增强

## 第四节 同态滤波器

[例] 同态滤波增强示例。

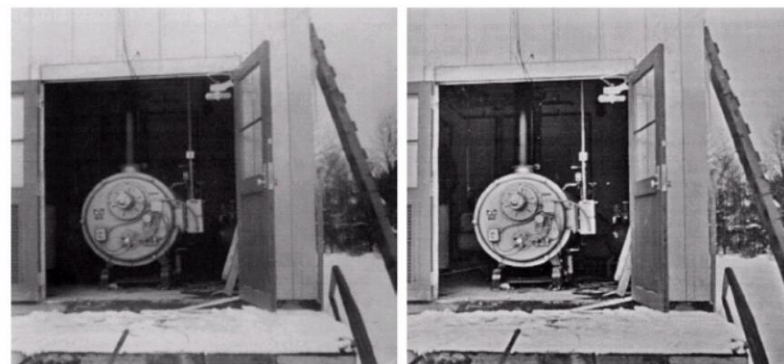


图 6-22 同态滤波效果实例 (a)原图 (b) 同态滤波后



P38  
例2.7-2.8



# 第六章 频域图像增强

空域增强技术可以借助频域概念来分析和帮助设计；另一方面，许多空域增强技术可转化到频域来实现。

## 6.1 空域技术的频域分析

空域的平滑滤波对应频域的低通滤波

空域的锐化滤波对应频域的高通滤波

频域里低通滤波器的转移函数应该对应空域里平滑滤波器的模板函数的傅里叶变换

频域里高通滤波器的转移函数应该对应空域里锐化滤波器的模板函数的傅里叶变换



# 第六章 频域图像增强

空域增强技术可以借助频域概念来分析和帮助设计；另一方面，许多空域增强技术可转化到频域来实现。

## 6.2 空域或频域技术的选择

空域和频域的滤波器组成傅里叶变换对。所以，给定一个域内的滤波器，可通过傅里叶变换或反变换得到在另一个域内对应的滤波器

如果两个域内的滤波器具有相同的尺寸，那么借助快速傅里叶变换在频域中进行滤波一般效率更高。但是，在空域常可以使用较小的滤波器来达到相似的滤波效果，所以计算量也有可能反而较小。



# 第六章 频域图像增强

空域增强技术可以借助频域概念来分析和帮助设计；另一方面，许多空域增强技术可转化到频域来实现。

## 6.2 空域或频域技术的选择

在空域和频域的高斯滤波器组成傅里叶变换对，且均对应实高斯函数，可不用考虑复数计算。

当使用高斯滤波器时，空域和频域的函数形式类似，所以增强本身所需的计算量是差不多的。

空域技术中每次都只是基于部分像素的性质，而频域技术每次都利用图像中所有像素的数据，具有全局的性质，有可能更好地体现图像的整体特性，如整体对比度和平均灰度值等。