

1.

$$(\lambda x. x \ y \ x) (\lambda z. z)$$

$$(\lambda x. x \ y \ x) (\lambda z. z)$$

$$(\lambda z. z) \ y \ (\lambda z. z)$$

$$y (\lambda z. z)$$

2.

times 1 2

$$= (\lambda m. \lambda n. \lambda s. \lambda z. m(ns)z) 1 2$$

$$\rightarrow (\lambda n. \lambda s. \lambda z. 1(ns)z) 2$$

$$\rightarrow \lambda s. \lambda z. 1(2s)z$$

$$= \lambda s. \lambda z. (\lambda s'. \lambda z'. s'z')(2s)z$$

$$\rightarrow \lambda s. \lambda z. (\lambda z'. (2s)z')z$$

$$\rightarrow \lambda s. \lambda z. (2s)z$$

$$= \lambda s. \lambda z. ((\lambda s'. \lambda z'. s'(s'z'))s)z$$

$$\rightarrow \lambda s. \lambda z. (\lambda z'. s(s'z'))z$$

$$\rightarrow \lambda s. \lambda z. s(s'z)$$

$$= 2$$

3.

 Yg

$$= (\lambda f. (\lambda x. f(x x)) (\lambda x. f(x x))) g$$

$$\rightarrow (\lambda x. g(x x)) (\lambda x. g(x x))$$

$$\rightarrow g((\lambda x. g(x x)) (\lambda x. g(x x)))$$

$$g \ (Yg)$$

$$= g((\lambda f. (\lambda x. f \ (x \ x))) (\lambda x. f \ (x \ x))) \ g)$$

$$\rightarrow g((\lambda x. g \ (x \ x)) (\lambda x. g \ (x \ x)))$$

$$4. \quad S = \lambda f. \lambda g. \lambda x. f \ x \ (g \ x)$$

$$K = \lambda x. \lambda y. x$$

$$SKK$$

$$= (\lambda f. \lambda g. \lambda x. f \ x \ (g \ x)) K \ K$$

$$\rightarrow (\lambda g. \lambda x. K \ x \ (g \ x)) K$$

$$\rightarrow \lambda x. K \ x \ (K \ x)$$

$$= \lambda x. (\lambda y. x) (K \ x)$$

$$\rightarrow \lambda x. x$$

5.

$$\text{or } \text{false } \text{true} \rightarrow * \text{true}$$

$$\text{or} = \lambda x. \lambda y. x \ \text{true } y$$

$$\text{or } \text{true } \text{false}$$

$$= (\lambda x. \lambda y. x \ \text{true } y) \ \text{false } \text{true}$$

$$\rightarrow (\lambda y. \text{false } \text{true } y) \ \text{true}$$

$$\rightarrow \text{false } \text{true } \text{true}$$

$$= (\lambda t. \lambda f. f) \ \text{true } \text{true}$$

$$\rightarrow (\lambda f. f) \ \text{true}$$

$$\rightarrow \text{true}$$