

Лаб: Дискретна математика - логика - Решения

1. Образуване на съставни съждения

Нека са дадени следните елементарни съждения:

p: "Навън вали."

q: "Навън е студено."

r: "Навън е облачно."

s: "Навън е слънчево."

Като използвате съжителните връзки, да се запишат следните съставни съждения:

- a) "Навън не вали." **Отговор: $\sim p$**
- b) "Не е вярно, че е слънчево." **Отговор: $\sim s$**
- c) "Навън вали и е студено." **Отговор: $p \wedge q$**
- d) "Навън вали, но не е студено." **Отговор: $p \wedge \sim q$**
- e) "Навън е облачно или слънчево." **Отговор: $r \vee s$**
- f) "Ако е облачно, то навън е студено." **Отговор: $r \rightarrow q$**
- g) "Ако вали, то навън е студено или не е слънчево." **Отговор: $p \rightarrow (q \vee \sim s)$**
- h) "От това, че вали, следва, че е студено или облачно." **Отговор: $p \rightarrow (q \vee r)$**
- i) "Навън е слънчево тогава и само тогава, когато не е облачно."

Отговор: $s \leftrightarrow \sim r$

2. Класификация на формули

Да се напишат таблиците на истинност на дадените формули и да се определи всяка от тях дали е тавтология, противоречива или неутрална.

- a) $((\sim q \rightarrow \sim p) \wedge p) \rightarrow p$ **(ТАВТОЛОГИЯ)**

q	p	$\sim q$	$\sim p$	$\sim q \rightarrow \sim p$	$(\sim q \rightarrow \sim p) \wedge p$	$((\sim q \rightarrow \sim p) \wedge p) \rightarrow p$
T	T	F	F	T	T	T
F	F	T	T	T	F	T
T	F	F	T	T	F	T
F	T	T	F	F	F	T

- b) $(p \rightarrow q) \wedge \sim(q \vee \sim p)$ **(ПРОТИВОРЕЧИЕ)**

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim p$	$q \vee \sim p$	$\sim(q \vee \sim p)$	$(p \rightarrow q) \wedge \sim(q \vee \sim p)$
T	T	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	F	F
T	F	F	F	F	T	F
F	T	T	T	T	F	F

c) $\sim p \vee (\sim q \leftrightarrow p)$ (НЕУТРАЛНА)

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \leftrightarrow p$	$\sim p \vee (\sim q \leftrightarrow p)$
T	T	F	F	F	F
F	F	T	T	F	T
T	F	F	T	T	T
F	T	T	F	F	T

d) $p \wedge (q \wedge (\sim p \vee \sim q))$ (ПРОТИВОРЕЧИЕ)

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$	$q \wedge (\sim p \vee \sim q)$	$p \wedge (q \wedge (\sim p \vee \sim q))$
T	T	F	F	F	F	F
F	F	T	T	T	F	F
T	F	F	T	T	F	F
F	T	T	F	T	T	F

e) $(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$ (ТАВТОЛОГИЯ)

p	q	$p \rightarrow q$	$p \wedge (p \rightarrow q)$	$(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$
T	T	T	T	T
F	F	T	F	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T

3. Доказване на тавтология

Докажете, че $p \rightarrow (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$ е тавтология.

p	q	r	$q \rightarrow r$	$p \rightarrow q$	$p \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$	$(q \rightarrow r) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$	p -> предишната колона
F	F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	F	T	T	F	F	T
F	T	T	T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F	T	T	T
T	F	T	T	F	F	T	T	T
T	T	F	F	T	T	T	T	T
T	T	T	T	T	T	T	T	T

⇒ Изразът е тавтология

4. Доказване на еквивалентност

Дадени са две формули:

$$\Phi_1 = p \rightarrow q \quad \text{и} \quad \Phi_2 = \sim q \rightarrow \sim p$$

Докажете, че двете формули са еквивалентни.

Решение:

$$\Phi_1 = p \rightarrow q \quad (\text{T, T, F, T})$$

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
F	F	T
T	F	F
F	T	T

$$\Phi_2 = \sim q \rightarrow \sim p \quad (\text{T, T, F, T})$$

p	q	$\sim q$	$\sim p$	$\sim q \rightarrow \sim p$
T	T	F	F	T
F	F	T	T	T
T	F	T	F	F
F	T	F	T	T

$\Rightarrow \Phi_1$ и Φ_2 са еквивалентни.