

Лаб: Комбинаторика, вероятности и статистика - Решения

1. Комбинаторика

- а) По колко най-много различни начина могат да се подредят 8 книги на библиотечен рафт?

Решение: За да намерим всички възможни подреждания на 8 книги върху библиотечен рафт трябва да пресметрим пермутация от 8 елемента т.е. P_8 , така имаме, че $P_8 = 1.2.3.4.5.6.7.8 = 40320$ начина.

- б) Петима приятели отишли на гости у Иван. По колко най-много начина могат да седнат на пет различни стола?

Решение: За да намерим всички възможни подреждания на петимата приятели на пет различни стола трябва да пресметнем пермутация от 5 елемента т.е. P_5 така имаме, че $P_5 = 1.2.3.4.5 = 120$, следователно приятелите на Иван могат да се подредят по 120 различни начина на петте различни стола.

- в) Телефонен номер се състои от шест различни цифри. Ако номерът започва с 032, то колко най-много са възможностите за подредбата на останалите три цифри?

Решение: Цифрите са 10, като от тях вече три са използвани (0,2,3). Така имаме, че за останалите три цифри от телефона могат да стоят общо 7 цифри (1,4,5,6,7,8,9). За да пресметним исканите възможности в условието на задачата трябва да намерим $V_7^3 = 7.6.5 = 210$

- г) Ученици от летен лагер имат възможност да посещават десет мероприятия. По колко най-много начина може да се направи програма с разписание за един ден за пет от тези мероприятия?

Решение: За да отговорим на поставеният въпрос в условието на задачата трябва да пресметнем $V_{10}^5 = 10.9.8.7.6 = 3780$ различни начина може да бъде направена програмата с разписание за пет от тези десет мероприятия.

- е) В кутия имало 20 топчета с различни цветове. По колко най-много начина могат да се изберат 4 от тях?

Решение: За да отговорим на даденият въпрос е необходимо да пресметнем $C_{20}^4 = 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 / 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 4845$ начина можем да изберем 4 от тях.

- ф) Ако имаме дадени дванадесет различни точки в равнината, то колко най-много отсечки могат да се построят с краища тези точки?

Решение: Тъй като всяка отсечка се определя от две точки то трябва да пресметнем $C_{12}^2 = 12 \cdot 11 / 1 \cdot 2 = 66$

2. Вероятности

1. Кое от събитията е най-вероятно:

- А) в играта 6 от 49 да се улучи 6
- В) в играта 6 от 42 да се улучи 6
- С) в играта 5 от 35 да се улучи 5?

Решение:

$$\begin{aligned}P(A) &= \frac{1}{C_{49}^6} = \frac{1}{\frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6!}} = 0,0000007 \\P(B) &= \frac{1}{C_{42}^6} = \frac{1}{\frac{42 \cdot 41 \cdot 40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37}{6!}} = 0,000001 \\P(C) &= \frac{1}{C_{35}^5} = \frac{1}{\frac{35 \cdot 34 \cdot 33 \cdot 32 \cdot 31}{5!}} = 0,000003 \\P(A) &< P(B) < P(C) \quad P(A) < P(B) < P(C)\end{aligned}$$

2. В едно училище учат 400 ученици. От тях 48 са отличници по всички предмети, а 160 са отличници, но не по всичко. Намерете каква е вероятността първия

срещнат ученик от това училище да се окаже пълен отличник (събитие A) и да се окаже отличник но не по всичко (събитие B).

Решение:

$$p(A) = \frac{48}{400} = 0,12$$

$$p(B) = \frac{160}{400} = 0,40$$

3. Статистика

1. Решение:

Подреждаме ги във възходящ ред:

0, 3, 4, 5, 5, 5, 5, 23, 23, 23, 23, 23, 34, 43, 45, 56, 56

а) мода - **най-срещаното число = 23**

число	брой срещания
0	1
3	1
4	1
5	4
23	5
34	1
43	1
45	1
56	2

б) **средна стойност = сбор от данните (числа) / брой на данните (числа)**

$(0 + 3 + 4 + 5 + 5 + 5 + 5 + 23 + 23 + 23 + 23 + 23 + 34 + 43 + 45 + 56 + 56) / 17 = \mathbf{22.11}$

в) **медиана = 23**

2. Решение:

Подреждаме ги във възходящ ред:

5, 5, 5, 5, 7, 9, 23, 39, 45, 58, 58, 58, 58, 58, 58, 63, 73

а) мода - **най-срещаното число = 58**

число	брой срещания
5	4
7	1
9	1
23	1
39	1
45	1
58	6
63	1
73	1

б) средна стойност = сбор от данните (числа) / брой на данните (числа)

$$(5 + 5 + 5 + 5 + 7 + 9 + 23 + 39 + 45 + 58 + 58 + 58 + 58 + 58 + 58 + 63 + 73)/17 = \mathbf{36.88}$$

в) медиана = **45**