

# Doğrusal Regresyonda Model Başarısını Ölçme

Atıl Samancıoğlu

## 1 Model Performansı Nasıl Ölçülür?

Daha önceki bölümlerde doğrusal regresyonun matematiksel yapısını ve nasıl eğitildiğini öğrendik. Şimdi sıra, eğitilen modelin gerçekten iyi olup olmadığını anlamaya geldi.

Bu amaçla en sık kullanılan metrikler:

- $R^2$  (R-kare)
- Düzeltilmiş  $R^2$  (Adjusted  $R^2$ )

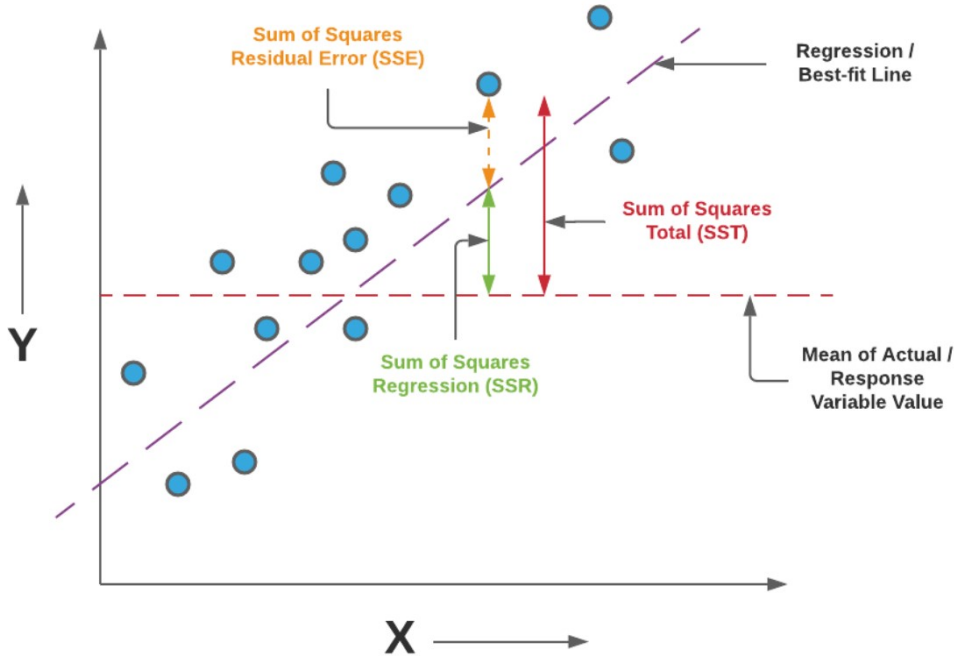
## 2 $R^2$ (R-Kare) Nedir?

$R^2$  değeri, modelin veriye ne kadar iyi uyduğunu ölçer. Formülü:

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{\text{res}}}{SS_{\text{tot}}}$$

Burada:

- $SS_{\text{res}}$ : Gerçek değer ile tahmin arasındaki farkların karelerinin toplamı (hata)
- $SS_{\text{tot}}$ : Gerçek değerlerin ortalamadan farklarının karelerinin toplamı (toplam varyans)



### 3 Düzeltilmiş $R^2$ (Adjusted $R^2$ )

$R^2$  her yeni değişken (özellik) eklendiğinde artma eğilimindedir. Ancak bu yanıltıcı olabilir.

Eğer eklenen değişken çıktı ile alakasızsa,  $R^2$  artabilir ama model gerçekte daha iyi olmamış olur.

İşte burada düzeltilmiş  $R^2$  devreye girer. Bu metrik, **alakasız değişkenleri cezalandırır** ve gereksiz değişken eklenmesini engeller.

**Formülü:**

$$R_{\text{adj}}^2 = 1 - (1 - R^2) \cdot \frac{n - 1}{n - p - 1}$$

- $n$ : Veri sayısı (gözlem)
- $p$ : Bağımsız değişken sayısı

**Örnek Senaryo:**

- Modelinizin  $R^2 = 0.90$
- Veri sayısı  $n = 100$
- 3 bağımsız değişken var:  $p = 3$
- Formülü uygularsanız:  $R_{\text{adj}}^2 < 0.90$  olacaktır.
- Eğer yeni eklenen değişken gerçekten etkiliyse,  $R_{\text{adj}}^2$  artar.

**Karşılaştırma:**

Model	$R^2$	Adjusted $R^2$
Model 1 (2 değişken)	0.88	0.85
Model 2 (3 değişken)	0.90	0.84
Model 3 (3 anlamlı değişken)	0.92	0.89

Yalnızca anlamlı değişkenlerin eklenmesiyle Adjusted  $R^2$  artar.

### 4 Sonuç

- $R^2$ : Modelin doğruluğunu ölçer ancak gereksiz değişkenleri ayırt edemez.
- Adjusted  $R^2$ : Anlamsız değişkenleri cezalandırır.
- Her zaman hem  $R^2$  hem de Adjusted  $R^2$  değerlendirilmelidir.

### 5 Hata Metrikleri: MSE, MAE ve RMSE

Bir regresyon modeli eğittikten sonra, ne kadar iyi tahmin yaptığını ölçmek için bazı metrikler kullanırız. Bu bölümde, üç temel hata metriğini ele alacağız:

- Ortalama Kare Hata (MSE)
- Ortalama Mutlak Hata (MAE)
- Karekök Ortalama Kare Hata (RMSE)

## 5.1 Ortalama Kare Hata (MSE)

MSE, tahmin edilen değer ile gerçek değer arasındaki farkın karesinin ortalamasıdır:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

### Avantajları:

- Her zaman pozitiftir.
- Hataların büyüklüğünü artırarak büyük hataları daha fazla cezalandırır.
- Matematiksel olarak türevlenebilir olduğundan **gradient descent** için uygundur.

### Dezavantajları:

- Aykırı değerler (outliers) MSE üzerinde büyük etkiye sahiptir.
- Hatanın birimi, orijinal çıktının karesi olur (*örneğin: TL<sup>2</sup>*).

## 5.2 Ortalama Mutlak Hata (MAE)

MAE, tahmin ile gerçek değer arasındaki farkların mutlak değerlerinin ortalamasıdır:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|$$

### Avantajları:

- Hatanın birimi orijinal veriyle aynıdır.
- Aykırı değerlere karşı daha dayanıklıdır.

### Dezavantajları:

- Mutlak değer fonksiyonu her noktada türevlenebilir değildir (özellikle sıfır noktasında), bu yüzden gradient descent için daha zordur.

## 5.3 Karekök Ortalama Kare Hata (RMSE)

RMSE, MSE'nin kareköküdür. Hem karesini alır, hem de birim dönüşü sağlar:

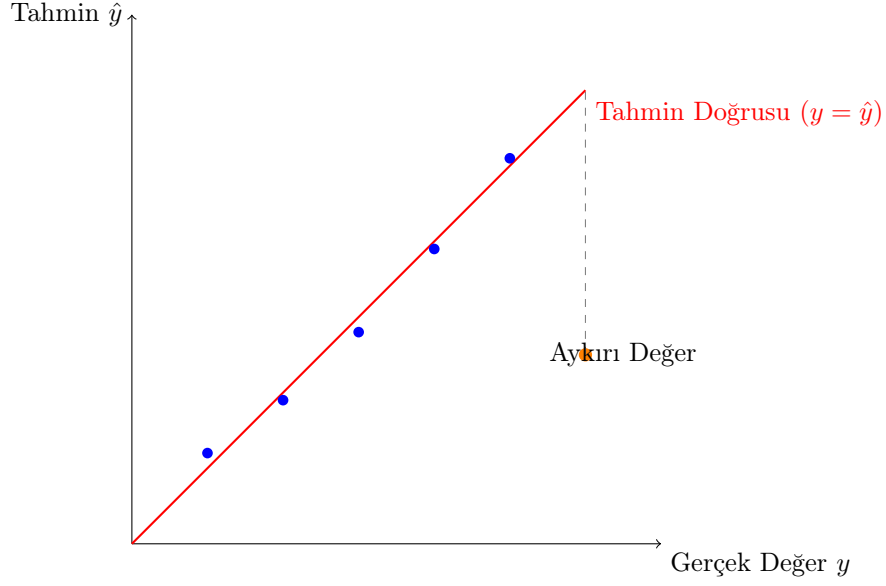
$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}$$

### Avantajları:

- MSE gibi büyük hataları cezalandırır.
- Sonuçlar orijinal birimle ifade edilir (*örneğin TL*).

### Dezavantajları:

- Aykırı değerlerden etkilenir.



Şekil 1: Gerçek ve tahmin değerleri. Aykırı değerler MSE / RMSE üzerinde ciddi etkiye sahiptir.

#### 5.4 Karşılaştırma Özeti

Özellik	MSE	MAE	RMSE
Aykırıya duyarlılık	Yüksek	Düşük	Yüksek
Birim	Kareli ( $TL^2$ )	Aynı (TL)	Aynı (TL)
Gradient Descent ile uyumluluk	Evet	Zor	Evet
Hataları cezalandırma	Karesel	Doğrusal	Karesel
Yorumlama kolaylığı	Orta	Kolay	Kolay

**Sonuç:** Her bir metrik farklı açılardan fayda sağlar. Genellikle:

- **MAE**, gerçek hayatta anlaşılır olması açısından tercih edilir.
- **MSE**, matematiksel avantajları sayesinde eğitim sürecinde yaygın olarak kullanılır.
- **RMSE**, MSE'nin birim sorununu çözerek yorumlamayı kolaylaştırır.

Gerçek uygulamalarda genellikle **tüm metriklerin birlikte** değerlendirilmesi önerilir.