

İstatistik: Pareto Dağılımı ve Güç Kanunu

Atıl Samancıoğlu

1 Pareto Dağılımı ve Güç Kanunu

Pareto Dağılımı, bazı sistemlerde az sayıda büyük değer ve çok sayıda küçük değer bulunduğunu gösteren çarpık bir dağılımdır. Bu dağılım, **Güç Kanunu** (**Power Law**) ile yakından ilişkilidir.

- ”80/20 Kuralı” olarak bilinen Pareto prensibini temsil eder.
- Servet dağılımı, sosyal medya takipçi sayıları, şehir nüfusları gibi birçok gerçek dünya fenomenini açıklar.
- Sağa çarpık (right-skewed) bir dağılımdır.

Matematiksel olarak, **Pareto dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu (PDF)** şu şekildedir:

$$f(x) = \frac{\alpha x_m^\alpha}{x^{\alpha+1}}, \quad x \geq x_m$$

Burada:

- $x_m \rightarrow$ En küçük değer (minimum eşik)
- $\alpha \rightarrow$ Pareto dağılımının şekil parametresi (power-law exponent)
- $x \geq x_m$ olmalıdır.

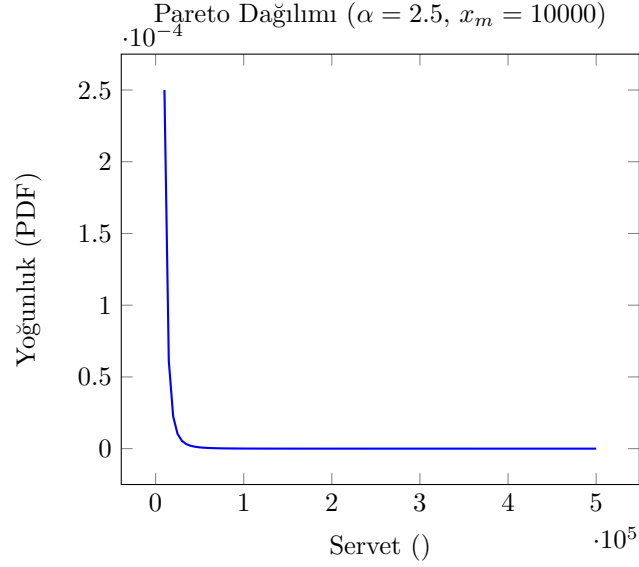
1.1 Örnek: Servet Dağılımı

Bir ülkedeki bireylerin servet dağılımı genellikle Pareto dağılımına uyar.

- Toplumun yüzde 20’si servetin yüzde 80’ine sahiptir.
- Bazı bireyler aşırı zengin, çoğu insan ortalama gelirin altındadır.

Örneğin, Türkiye’de bireylerin serveti yaklaşık $Pareto(\alpha = 2.5, x_m = 10000)$ olsun.

1.2 Pareto Dağılımının PDF Grafiği



Grafikten ne anlıyoruz?

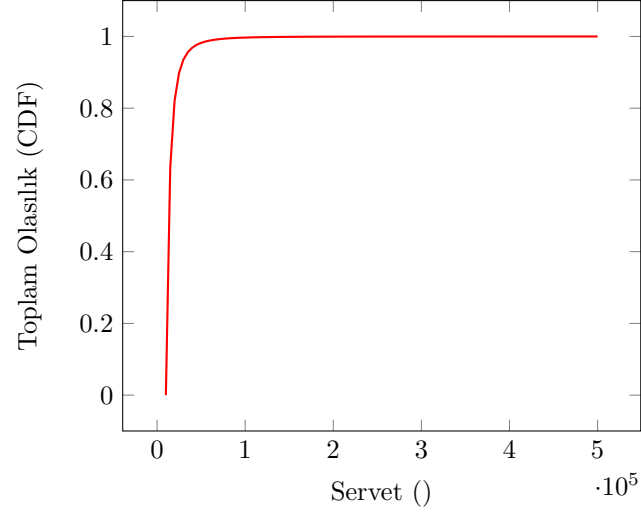
- Düşük servet gruplarında yoğunluk fazladır.
- Servet arttıkça olasılık hızla düşmektedir.
- Çok zengin bireyler nadirdir ancak mümkündür.

2 Pareto Dağılımı İçin Kümülatif Dağılım Fonksiyonu (CDF)

Pareto CDF, belirli bir değerden düşük olma olasılığını gösterir:

$$F(x) = 1 - \left(\frac{x_m}{x}\right)^\alpha, \quad x \geq x_m$$

Pareto Dağılımının Kümülatif Dağılım Fonksiyonu



Grafikten ne anlıyoruz?

- Düşük servet seviyelerinde toplam olasılık hızla artar.
- Zenginlik arttıkça toplam olasılığın artışı yavaşlar.
- Belirli bir servet seviyesinin altında olma olasılığı yüksektir.