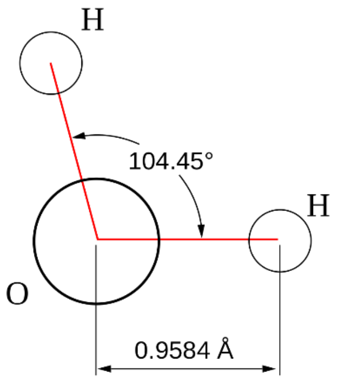
Mexanika páni boyınsha lekciyalar tekstleri

1-sanlı lekciya. Kirisiw. Mexanika páni. Pándi úyreniwdegi mashqalalar, metodikalıq kórsetpeler. Mexanikanıń fizikanıń bólimleri hám basqa tábiyiy pánlerdi úyreniwde tutqan ornı

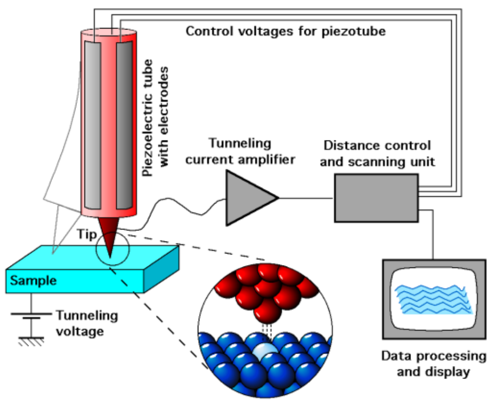
Fizika iliminiń qanday ilim ekenligine juwap beriw ushın biz **"Fizikalıq enciklopediyalıq sózlik"** ti ashamız hám **"Fizika"** dep atalatuǵın maqalanı oqıymız. Bul jerde bılay jazılǵan **"Fizika tábiyat qubılıslarınıń eń ápiwayı bolǵan, sonıń menen birge eń ulıwmalıq nızamların, materiyanıń qásiyetleri menen qurılısın, onıń qozǵalıs nızamların úyrenetuǵın ilim. Fizikanıń túsinikleri menen nızamları barlıq tábiyattanıwdıń tiykarında jatadı. Fizika dál ilimlerge jatadı hám qubılıslardıń sanlıq nızamlıqların úyrenedi"**.

Fizika bizdi qorshap turǵan dúnyanı túsiniw hám táriyiplewge umtılıwlardıń saldarınan payda boldı. Al biziń dúnyamız bolsa oǵada quramalı hám qızıqlı: Qúyash hám Ay, kúndiz ham tún, bultlar, teńizler, tereklerdiń shawqımları, samal, tawlar, jer silkiniwleri, jamǵır, haywanlar hám ósimlikler dúnyası, okenlardaǵı tasıwlar menen qaytıwlar, eń aqırında adam. Adamlar usı dúnyanıń bir bólegi retinde usı dúnyanıń qanday dúziliske hám qásiyetlerge iye ekenligin biliwge umtıladı. Bul múmkin be? Bul sorawǵa múmkin dep juwap beriwdiń durıs ekenligin biz bilemiz. Biz kúndelikli tájiriybelerden dúnyanıń biliwge bolatuǵınlıǵın, biziń átirapımızda bolıp atırǵan kóp túrli qubılıslardıń tiykarında jatatuǵın fizikalıq nızamlar haqqında kóp nárseniń belgili ekenligin bilemiz.

Al biz ne bilemiz? Biz bizdi qorshap turǵan denelerdiń barlıǵınıń da **atomlardan** turatuǵınlıǵın bilemiz. Atomlar dúnyanıń dúzilisindegi gerbishler bolıp tabıladı. Olar úzliksiz qozǵalısta boladı, úlken qashıqlıqlarda bir biri menen tartısadı, al olardı jaqınlatsaq bir biri menen iyterisedi. Atomnıń ólshemi shama menen 10^{-8} sm ≈ 1 Å (angstrem, eger almanı Jerdiń úlkenligindey etip úlkeytsek, usı almanıń atomlarınıń ózleriniń úlkenligi almaday boladı). Suw molekulası N_2O vodorodtıń eki atomınan hám kislorodtı bir atomınan turadı.



Suw molekulası



Tunnellik mikroskop. Tunnellik toqtıń shaması iyneniń ushı menen bet arasındaǵı qashıqlıqqa baylanıslı.

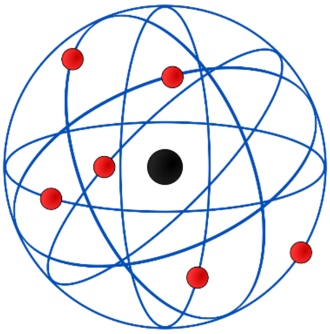
Atomlardı kóre alamız ba? Tunnellik mikroskop dep atalıwshı mikroskoptıń járdeminde 1981-jıllardan baslap kóre alatuǵın boldıq.

Dúnyanıń atomlardan turatuǵınlıǵın biliwden qanday payda alamız? Mısalı qattı, suyıq, gaz tárizli zatlardıń ne sebepli bar ekenligin, sestiń kanday tezlik penen tarqalatuǵınlıǵın, samolettıń nelikten usha alatuǵınlıǵın, temperaturanıń ne ekenligin hám basqalardı bile alamız ba?

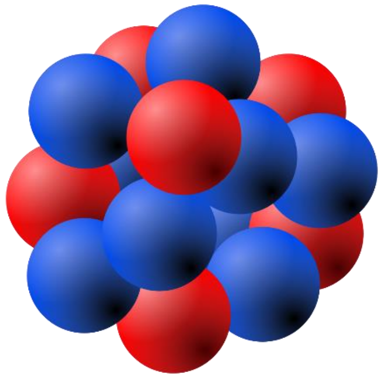
Al atomlardıń ózleri nelerden turadı? Bizler atomlardıń oń zaryadlanǵan yadrodan hám onıń dógereginde qozǵalıp júretuǵın teris zaryadlanǵan elektronlardan turatuǵınlıǵın bilemiz. Elektronnıń ólshemleri házirgi waqıtlarǵa shekem ólshengen joq. Tek ǵana onıń 10^{-16} sm den kishi ekenligi belgili. Yadronıń ólshemleri oǵan salıstırǵanda ádewir úlken – shama menen 10^{-12} – 10^{-13} sm. Óz gezeginde yadrolar protonlar menen neytronlardan turadı. Atomnıń massasınıń derlik barlıǵı yadroda toplanǵan. Elektron bolsa proton yamasa neytronnan derlik 2000 ese jeńil:

$$m_e=9{,}10938188(72)\cdot 10^{-25}\ \text{g}.$$
$$m_p=1{,}67262158(13)\cdot 10^{-24}\ \text{g}.$$
$$m_n=1{,}67492716(13)\cdot 10^{-24}\ \text{g}.$$

Bul ańlatpalardan neytronnıń massasınıń protonnıń massasınan úlken ekenligi kórinip tur. Usıǵan baylanıslı neytron ózinen ózi protonǵa, elektronǵa hám antineytrinoǵa ıdıraydı (bul haqqında tómende gáp etiledi).



Atomnıń qurılısınıń modeli. Orayında yadro, al onıń átirapında elektronlar aylanıp júredi.



YAdronıń qurılısı (model). Kók reńli sharlardı protonlar dep esaplasaq, qızıl reńli sharlar neytronlar bolıp tabıladı.

Protonlar menen neytronlardıń ózleri nelerden turadı dep soraw beriw múmkin. Juwap belgili. Olar kvarklerden turadı. Al elektron she? Elektron bolsa ózinen basqa hesh nárseden turmaydı. Usınday kóz-qaraslar boyınsha elektron haqıyqıy elementar bólekshe bolıp esaplanadı.

Biz usı jerde házirshe neden turadı dep soraw beriwdi toqtatamız. Sebebi usınday sorawlar beriw arqalı adamzat biletuǵın sheklerge tez jetemiz hám bunnan keyin "bilmeymen, bilmeymiz" dep juwap beriwge tuwrı keledi. Sonlıqtan atomlarǵa qayta kelemiz.

Atom degenimiz boslıq bolıp tabıladı. Eger atom yadrosın almanıń úlkenligindey etip úlkeytsek, onda yadro menen oǵan jaqın elektron arasındaǵı qashıqlıq 1 km dey boladı. Eger yadro menen elektronlar zaryadlanbaǵan bolǵanda atomlar bir biri arqalı biri birine hesh qanday kesentsiz arqayın óte alǵan bolar edi.

Joqarıda aytılǵanlardıń barlıǵı qay jerde (qay orında) jaylasqan? Álbette biziń Álemimizde. Tábiyattıń barlıq qubılısları júzege keletuǵın "Úlken qutını" **Álem** dep ataymız. Álemniń biz baqlay alatuǵın bóliminiń ólshemleri 10^{28} sm ≈ 10^{10} jaqtılıq jılı (jaqtılıqtıń 1 jıl dawamında ótken jolınıń uzınlıǵın jaqtılıq jılı dep ataydı). Salıstırıw ushın mınaday shamalardı keltiremiz: Quyash penen Jer arasındaǵı qashıqlıq $1{,}5\cdot 10^{13}$ sm yamasa 150 mln. km, Jerdiń radiusı bolsa $6{,}4\cdot 10^{8}$ sm (6400 km). Álemniń bizge baqlanıwı múmkin bolǵan bólimindegi protonlar menen neytronlardıń ulıwmalıq sanı shama menen 10^{78}-10^{82} aralıǵında. Quyashtıń quramında ≈ 10^{57}, al Jerdiń quramında ≈ $4\cdot 10^{51}$ proton menen neytron bar. Álemnin baqlanıwı múmkin bolǵan bólimindegi Quyashtıń massasınday massaǵa iye juldızlardıń sanı shama menen 10^{234} ke teń. Eń jeńil juldızlardıń massası Quyashtıń massasınıń 0,01 bólegin quraydı, al massası úlken juldızlardıń massası Quyashtıń massasınan júzlegen ese ulken.

Hámme nárseler de, sonıń ishin de bizler de atomlardan turamız. Tirishilik Álemdegi eń quramalı qubılıs bolıp tabıladı. Adam eń bir kuramalı tirishilik iyesi bolıp, ol shama menen 10^{16} kletkadan turadı. Al kletka bolsa 10^{12}-10^{14} atomnan turıp, elementar fiziologiyalıq qutısha bolıp tabıladı. Qálegen tiri organizmniń kletkasına keminde bir dana DNK nıń (dezoksiribonuklein kislotasınıń) uzın molekulalıq sabaǵı kiredi. DNK molekulasında 10^{8}-10^{10} atom boladı. Bul atomlardıń bir birine salıstırǵandaǵı dál jaylasıwı individuumnan individuumga ótkende ózgeredi. DNK molekulasın genetikalıq informaciyalardı alıp júriwshi dep atawǵa boladı.

Tásirlesiw túsinigin atom túsiniginen ayırıwǵa bolmaydı. Qattı denelerdegi atomlar bir biri menen qalay baylanısqan, ne sebepli Jer Quyashtı taslap ketpey, onıń dógereginde aylanıp júredi (basqa sóz benen aytqanda nelikten alma úzilip Jerge túsedi). Yadrodaǵı oń zaryadlanǵan protonlar bir biri menen iyterisetuǵın bolsa da neniń tásirinde tarqalıp ketpeydi? Olardi bir jerde (yadroda) qanday kúsh uslap turadı?

Usı waqıtlaǵa shekem tábiyatta tásirlesiwdiń tórt tiykarǵı túri tabılǵan: **gravitaciyalıq**, **elektromagnitlik, kushli** hám **ázzi**.

Birinshi tásirlesiw zaryadlanǵan bóleksheler arasındaǵı tásirlesiwdi támiyinleydi. Eger siz barmaǵınız benen stoldı basatuǵın bolsańız, siz elektromagnitlik tábiyatqa iye bolǵan tásirlesiwdi sezesiz. Bunday tásirlesiwde tartısıw menen iyterisiw orın aladı.

Gravitaciyalıq tásirlesiw tiykarınan pútkil dúnyalıq tartısıw nızamı túrinde kórinip, barlıq waqıtta da tartısıwdı támiyindeyli (gavitaciyalıq iyterisiw hazirshe baqlanǵan joq). Almanıń úzilip Jerge túsiwi buǵan dálil bola aladı. Jer menen Quyash arasındaǵı tartısıw Jerdi Quyash átirapındaǵı orbita boyınsha aylanıp júriwge májbúrleydi. Salmaq qushi de juldızlardıń janıwına alıp keletuǵın kúsh bolıp tabıladı. Bul tartılıs kúshi atom yadrolarınıń bir birine jaqınlawı ushın zárúrli bolǵan kinetikalıq energiyanı beredi. Al usı kinetikalıq energiyanıń esabınan termoyadrolıq sintez reakciyası baslanadı. Al termoyadrolıq sintez reakciyası bolsa Álemdegi juldızlardıń kópshiliginiń energiyalarınıń deregi bolıp tabıladı.

Tek qısqa aralıqlarda ǵana tásirlesiwdi boldırıwı kúshli tásirlesiwdiń basqa tásirlesiwlerden parıqı bolıp tabıladı. Onıń tásir etiw radiusı shama menen 10^{12}-10^{13} sm ke teń (yaǵnıy atom yadrolarınıń ólshemlerindey aralıqlar). Bul protonlar menen neytronlar (olardı ulıwma túrde nuklonlar dep ataydı) arasındaǵı tásirlesiw barlıq waqıtta da tartısıw xarakterine iye boladı.

Eń aqırǵı tásirlesiw ázzi tásirlesiw bolıp tabıladı. Ázzi tásirlesiw arqalı baqlanıwı dım qıyın bolǵan (basqa sóz benen aytqanda tuttırmaytuǵın) neytrino zatlar menen tásirlesedi. Bul bólekshe kosmos keńliginde qozǵalısı barısında Jer menen soqlıǵısqanda Jerdi sezbeydi hám Jer arqalı ótip kete beredi. Ázzi tásirlesiw kórinetuǵın processtiń mısalı retinde neytronnıń β-ıdırawın atap ótiwge boladı. Ázzi baylanıstı esapqa alǵanda neytron turaqlı bólekshe emes, al shama menen 15 minut ótkennen keyin proton, elektron hám antineytrinoǵa ıdıraydı:

$$n \to p + e + \tilde{\nu}_e.$$

Sońǵı waqıtları (20-ásirdiń 60-80 jılları) teoretiklerdiń tırısıwları menen elektromagnit hám ázzi tásirlesiwlerdi biriktiriw sáti tústi. Bul tiykarǵı tásirlesiwlerdiń sanın úshke kemeytedi. Bul tásirlesiwlerdiń salıstırmalı kúshi tómendegidey: eger yadrodaǵı nuklonlar (protonlar menen neytronlar) arasındaǵı salıstırmalı tásirlesiwdi birge teń dep alsaq, onda kelesi kúshke elektromagnit tásirlesiw iye bolıp, ol 10^{-2} ge teń, bunnan keyin ázzi baylanıs júredi (10^{-5}). Usınday mániste gravitaciyalıq tásirlesiw eń ázzi baylanıs bolıp tabıladı hám onıń salıstırmalıq mánisi shama menen 10^{-40} qa iye.

Qúshli tásirlesiwdiń tábiyatı usı wıqıtlarǵa shekem tolıq túsinikli emes bolıp qalmaqta. Durısıraǵı onıń teoriyası usı waqıtlarǵa shekem Dúzilisǵan. Biraq usıǵan qaramastan adamzat atom bombasın soǵıp yadrolıq kúshlerdi paydalanıwdı úyrendi. Atom bombasın yadro bombası dep atasaq durıs bolǵan bolar edi. Sebebi sol bombanıń partlanıwı yadroda bolatuǵın processler – yadrolardıń bóliniwi hám birigiwi menen baylanıslı. Al tábiyat bolsa bul kúshlerdi paydalanıwdı álle qashan-aq úyrengen. Quyashtaǵı termoyadrolıq reakciyalar Jerdegi jıllılıqtıń deregi bolıp tabıladı.

Házirgi zaman fizikasına kirgizilgen áhmiyetli túsiniklerdiń biri **maydan** túsinigi bolıp tabıladı. Hesh qanday bólekshelerge iye emes, sonlıqtan bos dep esaplanatuǵın keńislikler shın mánisinde "bos" bolıp tabılmaydı. Mısalı bólekshelerden bos keńislikte hár qıylı maydanlardıń bolıwı múmkin. Usınıń mısalı elektromagnitlik maydan bolıp tabıladı. Bul maydanlar ózlerin payda etken bólekshelerden ǵárezsiz ózinshe jasay aladı. Házir jaqsı belgili bolǵan elektromagnit tolqınları maydannıń jasawınıń forması bolıp tabıladı. Bul elektromagnit tolqınları biziń turmısımızǵa tereńnen endi. Usınıń saldarınan radio menen televidenie bizge avtomobil sıyaqlı tábiyiy bolıp kórinedi.

Gravitaciyalıq tolqınlar eksperimentte ele tabılǵan joq. Biraq Eynshteynniń ulıwmalıq salıstırmalıq teoriyasına (Eynshteynniń gravitaciya teoriyasına) muwapıq bunday tolqınlar tábiyatta boladı. Shaması, kóp uzamay gravitaciyalıq tolqınlar eksperimentte sózsiz tabıladı.

Jerge qaytıp kelemiz. Jerdegi oǵada kóp bolǵan qubılıslardı qanday tásirlesiw anıqlaydı degen sorawǵa itibar bereyik. Gravitaciyalıq tásirlesiw eń ázzi tásirlesiw bolıp tabıladı, biraq bul tásirlesiw biziń Jer betinen kosmos keńisligine ushıp ketpewimizdi támiyinleydi. Bunday mániste gravitaciyalıq tásirlesiw Jerdiń betinde bizdi, suwdı, hawanı uslap turadı. Jerdegi yadrolıq tásirlesiw oǵada kúshli. Eger onday bolmaǵanda usı tásirlesiw menen baylanıslı bolǵan oǵada úlken gigant energiya barlıq tirishilikti joq qılıp jibergen bolar edi.

Solay etip Jerde bolıp atırǵan derlik barlıq processlerdi qozǵalısqa keltiretuǵın tiykarǵı kúsh elektromagnit tásirlesiwi hám usı tásirlesiwdiń saldarınan júzege kelgen qubılıslar bolıp tabıladı. Bul kúshlerdi biliw ximiyalıq reakciyalardı, biologiyalıq proceslerdi (demek tirishilikti de), hawa menen suwdıń qozǵalısın, hátte jer silkiniwdi de túsiniwdiń tiykarı bolıp tabıladı. Usı aytılǵanlar ishindegi keyingi úshewiniń júzege keliwinde gravitaciyalıq kúshler áhmiyetli orındı iyeleydi (mısalı hawanıń atmosferadaǵı konvektivlik aǵısların payda etiwde). Al usı aytılǵanlardıń barlıǵı da atom sıyaqlı kishi bólekshelerde yamasa sistemalarda áhmiyetke iye bolmay qaladı. Bul jerde elektromagnitlik tásirlesiw tiykarǵı orındı iyeleydi.

Elektronlar menen yadro tartısatuǵın bolsa da nelerdiń sebebinen sol elektronlar yadroǵa qulap túspeydi dep soraw beriledi. Rásinda da atomnıń ólshemin (shama menen 1 angstremge teń) ne anıqlaydı? Usınıń sebebin Quyashtıń dógeregindegi Jerdiń aylanıp júriwi menen birdey dep oylaw múmkin. Jer aylanadı hám Quyashqa qulap túspeydi. Biraq bul jerde bir áhmiyetli problema tur. Problema sonnan ibarat, tezleniw menen qozǵalıwshı zaryadlanǵan bólekshe ózinen elektromagnit tolqını túrinde energiyanı nurlandırıwı kerek. Radio esittiriwlerdi, televiziyalıq kórsetiwlerdi tarqatıwshı antennalar tap usınday etip soǵılǵan. Bul antennalar arqalı ózgermeli toq ótkeredi hám sonlıqtan olar elektromagnit toqınların nurlandıradı. Bul nurlardı bolsa bizler televizorlarımız yamasa radioqabıllaǵıshlarımızdıń járdeminde tutamız. Bul toqınlar ózleri menen energiya alıp ketedi. Usınıń saldarınan elektronnıń aqır-ayaǵında yadroǵa qulap túsiwi kerek. Biraq bunday qubılıs baqlanbaydı. Atom salıstırmalı túrde turaqlı. Bunıń dálili biziń dúnyada bar ekenligimiz. Al atomnıń stabilliginiń sebebi nede? Sebep sonnan ibarat, elektronlardıń yadro dógeregindegi qozǵalısların basqaratuǵın nızamlar Jerdiń Quyash dógereginde aylanıwın basqaratuǵın nızamlar emes. Atomlarda kvantlıq mexanikanıń nızamları húkimlik qıladı.

Kvantlıq mexanika yamasa **kvantlıq fizika** XX ásirdiń eń ullı ilimiy jetiskenlikleriniń biri bolıp tabıladı. Bul ilim mikrodúnyadaǵı bólekshelerdiń (yaǵnıy elektron, atom usaǵan kishi massaǵa iye bólekshelerdiń keńisliktiń kishi uchastkalarındaǵı qozǵalısı) qozǵalıs nızamların táriyipleydi. Kvantlıq mexanika óz ishine dara jaǵdayı sıpatında klassikalıq mexanikanı da alatuǵın ulıwmalıq ilim bolıp tabıladı. Al kvantlıq mexanikanıń tiykarǵı tastıyıqlawı nege alıp kelinedi degen sorawdıń beriliwi múmkin. Bul soraw mına jaǵdayǵa alıp kelinedi: bóleksheler bir waqıtta koordinata menen impulstiń anıq mánislerine iye bola almaydı. YAǵnıy kvantlıq mexanikada bóleksheniń traektoriyası túsinigi bolmaydı. Eger bóleksheniń koordinatasındaǵı anıqsızlıq Δx, al onıń impulsınıń anıqsızlıǵı Δr bolsa, onda bul shamalar kvantlıq mexanikada

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar/2$$

teńsizligi menen sheklengen (bul 1927-jılı V.Geyzenberg tárepinen ashılǵan). ħ arqalı Plank turaqlısı belgilengen.

$$\hbar=1{,}054571596(82)\cdot 10^{-27}\ \text{erg}\cdot\text{s}.$$

Anıqsızlıq qatnası (anıqsızlıq qatnasları) dep atalatuǵın bul qatnas bizge bılay deydi: eger elektron yadroǵa qulap tússe (yadro júdá kishi bolǵanlıqtan) biz onıń koordinatasın bilgen bolar edik hám $\Delta x = 0$, al bunday jaǵdayda impulstiń anıqsızlıǵı Δp sheksiz úlken bolǵan (∞) hám sonlıqtan elektron bul jaǵdayda tartılıs kúshlerin jeńip yadrodan ushıp ketken bolar edi. Al elektrondı lokalizaciyalawdıń (yaǵnıy elektrondı bir orınǵa jaylastırıw haqqında aytılmaqta) múmkinshiliginiń joqlıǵı aqırǵı esapta elektronnıń haqıyqatında bólekshe emes, al tolqın ekenligi menen baylanıslı (bári bir elektrondı bólekshe dep esaplaǵan qolaylı, biraq bul bólekshe ózin tolqınǵa uqsas etip kórsetetuǵınday ayrıqsha qásiyetlerge iye). Bul tolqındı de Broyl tolqını dep ataydı hám onıń tolqın uzınlıǵı

$$\lambda = \frac{\hbar}{p}$$

shamasına teń. Bul formulada r arqalı elektronnıń impulsi belgilengen. Al tolqındı bolsa keńislikte tolqın uzınlıǵınan kishi ólshemlerge shekem lokalizaciyalawǵa bolmaydı.

Endi atomnıń ólshemlerin bahalayıq. Bunıń ushın $\Delta r \cdot \Delta p \approx \hbar$ anıqsızlıq principinen paydalanamız ($\hbar/2$ qatnasınıń ornına tek ħ shamasın alamız). Bul ańlatpada Δr arqalı elektronnıń koordinatasınıń anıqsızlǵı belgilengen, al Δp onıń impulsınıń anıqsızlıǵı. SHamasınıń úlkenligi boyınsha $\Delta r \approx r$ hám $\Delta p \approx p$. Bul ańlatpalardaǵı r yadrodan elektronǵa shekemgi xarakterli qashıqlıq (yaǵnıy atomnıń úlkenligi), al p bolsa elektronnıń impulsiniń xarakterli mánisi. Kulon maydanındaǵı qozǵalısta potencial energiyanıń shaması kinetikalıq energiyanıń shamasına barabar boladı. Sonlıqtan p hám r di anıqlaw ushın eki qatnasqa iye bolamız:

$$\begin{cases} \dfrac{e^2}{r} \approx \dfrac{p^2}{2m} \\ r \cdot p \approx \hbar. \end{cases}$$

Birinshi ańlatpadan $p = \sqrt{2me^2/r}$ ekenligine iye bolamız. Bul shamanı ekinshi teńlemege qoyıp mınanı alamız:

$$r = \frac{\hbar^2}{2m^2}.$$

Juwıq túrde $m \approx 10^{-27}$ g hám $e \approx 5\cdot 10^{-10}$ SGSE. Bul shamalardı alınǵan ańlatpalarǵa qoysaq

$$r \approx \frac{10^{54}}{10^{-27}\cdot 25\cdot 10^{-20}}sm = \frac{10^{-7}}{25}sm = 0{,}4\ angstrem$$

shamasın alamız. Solay etip anıqsızlıq principiniń arqasında atomnıń turaqlı ekenligine iye bolamız.

Kvantlıq mexanika ximiyalıq hám biologiyalıq proceslerdi túsiniw ushın zárúrli. Demek kantlıq mexanika biziń dúzilisimizdi túsiniw ushın zárúrli degen sóz. Biraq bul mexanikanı úyreniw salıstırmalı quramalı bolǵanlıqtan ápiwayı bolǵan klassikalıq mexanikanı úyreniwden baslaw kerek. Al biz bul kursta bolsa sol klassikalıq mexanikanı úyrenemiz.

Mexanika denelerdiń qozǵalısı menen teń salmaqlıǵı haqqındaǵı ilim bolıp tabıladı.

Ulıwma fizika kursınıń "Mexanika" bólimi boyınsha lekciyalar Ózbekstan Respublikası universitetleriniń fizika qánigeligi studentleri ushın dúzilgen oqıw baǵdarlaması tiykarında dúzildi. Kurstı úyreniw barısında studentler noqat kinematikasınan baslap materiallıq noqatlar sisteması kinematikası, dinamikanıń barlıq tiykarǵı nızamları hám dástúrge aylanǵan joqarı oqıw orınları mexanikası materialları menen tanısadı.

Kurstı ótiw barısında salıstırmalıq principi menen relyativistlik (jaqtılıqtıń vakuumdegi tezligindey tezliklerge salıstırarlıqtay úlken tezliklerdegi) mexanikaǵa ádewir itibar berilgen. Studentler Lorenc túrlendiriwleri hám onnan kelip shıǵatuǵın nátiyjeler, relyativistlik qozǵalıs teńlemesi, joqarı tezlikler ushın saqlanıw nızamların tolıǵıraq úyrenedi.

Lekciyalar tekstlerinde zárúrli bolǵan formulalar tiykarınan SI hám SGS sistemalarında jazılǵan.

Matematikalıq ańlatpalardı jazıw kitaplarda qollanılatuǵın shriftlarda ámelge asırılǵan. Vektorlar juwan háriplerde jazılǵan. Mısalı **v** tezlik vektorına sáykes keletuǵın bolsa, v sol vektordıń san mánisin beredi.

Bólshek belgisi retinde kóbirek / belgisi qollanılǵan. Biraq tiyisli orınlarda $\frac{1}{\mu}$ yamasa $\frac{1}{2}$ túrdegi jazıwlar da paydalanıladı. Sol sıyaqlı tuwındılardı belgilew ushın da eki túrli jazıw usılı keltirilgen. Mısalı d/dt yamasa $\frac{d}{dt}$ (dara tuwındılar jaǵdayında $\frac{\partial}{\partial t}$) belgileri. Bul jazıwlardıń barlıǵı da lekciya tekstlerin oqıwdı jeńillestiriw ushın paydalanılǵan.

Oqıw-metodikalıq kompleksti dúziwde tariyxıy ádebiyat keń túrde paydalanıldı. Máselen Nyuton nızamları bayan etilgende onıń 1686-jılı birinshi ret jarıq kórgen "Natural filosofiyanıń matematikalıq baslaması" ("Natural filosofiya baslaması" dep te ataladı) kitabınan alınǵan maǵlıwmatlar paydalanıladı. Sonıń menen birge lekciya kursı 19-ásirdiń aqırında jazılǵan Petrograd universiteti professorı O.D.Xvalsonnıń "Fizika kursı" kitabınan maǵlıwmatlar keltirilgen. Bul maǵlıwmatlar fizika ilimine bolǵan kóz-qaraslardıń qanday ózgerislerge ushıraǵanlıǵın ayqın sáwlelendiredi.

Fizikanıń máseleleri. Kúndelikli turmısta hám ámeliy xızmet etiw barısında hár qıylı fizikalıq obektler, qubılıslar, situaciyalar hám olar arasındaǵı baylanıslar menen ushırasıwınıń nátiyjesinde adam óz sanasında usı obektlerdiń, qubılıslardıń, situaciyalardıń, olar arasındaǵı baylanıslardıń obrazlarınan turatuǵın model payda etedi. Fizikalıq haqıyqatlıqtıń modelleri adam sanasında sananıń óziniń qáliplesiwi menen birgelikte qáliplesti. Sonlıqtan usı modellerdiń bazı bir elementleri (mısalı keńislik hám waqıt túsinikleri) biziń sanamızda tereńnen orın alǵan hám geypara filosoflar olardı sananıń formaları dep esapladı (al shın mánisinde sanadaǵı sırtqı dúnya elementleriniń sáwleleniwi bolıp tabıladı). Fizikanı ilim sıpatında úyreniwde onıń dúzilisleriniń modellik xarakterge iye ekenligin umıtpaw kerek. **Fizikanıń aldında dúnyanıń qásiyetlerin eń tolıq sáwlelendiretuǵın fizikalıq dúnyanıń kartinasın dúziw máselesi tur.**

Abstrakciyalar hám fizikalıq modellerdiń sheklengenligi. Real (haqıyqıy) fizikalıq dúnyada qubılıslar menen predmetler arasındaǵı baylanıslar oǵada kóp. Bul baylanıslardıń barlıǵın praktikalıq jaqtan da, teoriyalıq jaqtan da tolıq qamtıw múmkin emes. Sonlıqtan **modeller dúzilgende berilgen (qarap atırılǵan) qubılıslar ushın tek eń áhmiyetli**

qásiyetler hám baylanıslar itibarǵa alınadı. Usınday sheklengenliktiń nátiyjesinde ǵana modeldiń dúziliwi múmkin. Qarap atırılǵan qubılıs ushın áhmiyeti kem bolǵan táreplerdi alıp taslaw fizikalıq izertlewdiń áhmiyetli elementleriniń biri bolıp esaplanadı. Mısalı Quyash dógeregindegi planetalardıń qozǵalıs nızamların izertlegende Quyash nurlarınıń basımı menen Quyash samalınıń planetalardıń qozǵalısına tásiri esapqa alınbaydı. Al kometalardıń quyrıqlarınıń payda bolıwı menen formasın izertlegende Quyash nurlarınıń basımı menen Quyash samalı áhmiyetli anıqlawshı orındı iyeleydi. Izertlew barısında áhmiyeti oǵada tómen bolǵan qubılıslardı esapqa alıwdıń nátiyjesinde kóplegen ilimpazlardıń nátiyjege erise almaǵanlıǵı keńnen málim.

Tek áhmiyetli bolǵan faktorlardı esapqa alıw abstrakciyalawǵa múmkinshilik beredi. Bul jaǵdayda qabıl etilgen abstrakciya ramkalarında (sheklerinde) modeller dúziledi.

Qolanılatuǵın modeller tek juwıq túrde alınǵan modeller bolıp tabıladı. Bul modellerdiń durıslıǵına paydalanıp atırǵan abstrakciya sheklerinde kepillik beriw múmkin. Bul sheklerden tısta qabıl alınǵan model qollanıwǵa jaramsız hátte aqılǵa muwapıq kelmeytuǵın bolıp ta qaladı.

Sonlıqtan fizikalıq izertlewde qollanılıp atırǵan modeldiń hár bir etapta jaramlı ekenligin túsiniw úlken áhmiyetke iye. **Bul jerde bir fizikalıq obekttiń hár qıylı situaciyalarda hár qıylı model menen beriliwiniń múmkin ekenligin atap aytamız**. Mısalı Jerdiń Quyash dógereginde qozǵalısın izertlegende Jerdi massası Jerdiń massasınday, onıń orayında jaylasqan materiallıq noqat túrinde qaraw múmkin. Eger Jerdiń dógereginde qozǵalıwshı Jerdiń jasalma joldaslarınıń qozǵalısın izertlegende Jer menen jasalma joldas arasındaǵı qashıqlıq úlken bolǵanda Jerdi materiallıq noqat dep juwıq túrde qarasa boladı. Biraq jasalma joldaslardıń qozǵalısın dál izertlew ushın Jerdi materiallıq noqat dep qaray almaymız. Sebebi Jer dál shar tárizli emes hám onıń massası kólemi boyınsha birdey bolıp bólistirilgen emes. Nátiyjede Jer tárepinen jasalma joldasqa tásir etetuǵın tartıw kúshi materiallıq noqattıń tartıw kúshindey bolmaydı.

Fizikanıń metodları (usılları). Fizika ilimi aldında turǵan másele biziń sanamızda sırtqı dúnyanıń qurılısı menen qásiyetlerin sáwlelendiretuǵın modelin dúziwden ibarat bolǵanlıqtan, bul másele dúnyanı biliw hám túrlendiriw barısındaǵı adamlardıń ámeliy xızmetleri processinde sheshiliwi kerek. Adam dúnyaǵa shıqqanda sırtqı dúnyanıń modelleriniń elementleri haqqında hesh nárse bilmeytuǵın bolıp tuwıladı. Dúnyanıń modelleri adamzat tárepinen tariyxtıń rawajlanıw barısında qáliplestiriledi. Jeke adam bolsa dúnyanıń modellerin oqıw hám xızmet etiw barısında óziniń sanasınıń elementlerine aylandıradı.

Ilimiy izertlewler dúnyanıń fizikalıq modelin turaqlı túrde keńeytip hám tereńlestirip baradı. Bul tek ǵana eksperiment hám baqlawlardıń nátiyjesinde ámelge asırıladı. **Sonlıqtan fizika eksperimentallıq ilim bolıp tabıladı**. Onıń modelleri baqlawlar hám eksperimentlerde anıqlanǵan qásiyetlerin durıs sáwlelendiriwi kerek. Sonıń menen birge fizikanıń modelleriniń qollanılıw shegaraları eksperimentlerdiń járdeminde anıqlanadı.

Solay etip fizikanıń esperimentallıq metodı tómendegilerden turadı: Eksperimentler menen baqlawlar nátiyjeleri boyınsha model dúziledi. Bul model sheklerinde (ramkalarında) eksperiment penen basqlawlarda tekserilip kóriletuǵın boljawlar aytıladı. Usınıń nátiyjesinde modeldiń durıslıǵı tekseriledi hám gezektegi jańa boljawlar aytıladı, olar da óz gezeginde tekseriledi h.t.b.

Fizika iliminde úlken progress tómendegidey eki jaǵdayda júz beredi:

Birinshiden qabıl etilgen model tiykarında júrgizilgen boljawlar eksperimentte tastıyıqlanbay qalsa.

Ekinshiden modeli ele dúzilmegen jańa fizikalıq qubılıslar ashılsa.

Birinshi jaǵdayda modeldi durıslaw yamasa onı pútkilley basqa model menen almastırıw kerek. Eger modeldiń almastırılıwı tiykarǵı jaǵdaylardıń durıslıǵın qaytadan qarap shıǵıwdı talap etetuǵın bolsa fizikada revolyuciyalıq ózgerisler boldı dep aytıladı. Al ekinshi jaǵdayda fizikanıń jańa tarawı payda boladı.

Birinshi jaǵday boyınsha mısal retinde keńislik hám waqıt haqqındaǵı Nyuton modelin qaytadan qarap shıǵıwdıń zárúrliginiń payda bolıwınıń nátiyjesinde salıstırmalıq teoriyasınıń payda bolıwın keltiriwge boladı. Al ekinshi jaǵday mısalda fizikanıń pútkilley jańa bólimi (tarawı) bolǵan kvantlıq mexanikanıń payda bolıwın atap ótemiz. Eki jaǵdayda da gáp dáslepki modellerdi biykarlaw haqqında emes, al olardıń qollanılıwınıń shekli ekenligi haqqında bolıp atır.

Salıstırıw hám ayırıw. Adamzat biliwindegi eń birinshi qádem dúnyadaǵı hár qanday obektler arasındaǵı bir birinen ózgeshelikti kóre biliw hám tabıw bolıp tabıladı. Usınıń nátiyjesinde úyrenilip atırǵan obektler tanıladı. Biraq obektlerdi salıstırıw ushın olar arasında qanday da bir ulıwmalıq bar bolǵanda ǵana ámelge asırıw múmkin. Sonlıqtan hár qanday ózgeshelikler arasında da belgili bir ulıwmalıqtıń tabılıwı kerek. **Demek ulıwmalıq hám ózgeshelik arasında málim dárejede birlik bolıwı shárt**. Mısal retinde qawın menen almanı alayıq. Olar ózleriniń reńi, iyisi, úlkenligi hám basqa da qásiyetleri boyınsha hár qanday obektler bolıp tabıladı. Qawın menen almanı salıstırıw olar arasındaǵı ulıwmalıq boyınsha júrgiziliwi múmkin. Onday ulıwmalıq, mısalı olar iyelep turǵan kólemdi salıstırıw arqalı júrgizileди. Nátiyjede "qawın almadan úlken" degen juwmaqqa kelemiz. Al reńi menen olardı salıstırıw qıyın. Sonıń menen birge iyisi menen de qawın menen shiyeni salıstırıw múmkinshiligi joq. Sonlıqtan da biz qawın menen shiye arasında tek ǵana usı **eki obekt ushın da ulıwma bolǵan qásiyet yamasa kórsetkish arqalı salıstırıw júrgiziw múmkin**.

Salıstırıw hám ólshew. "Qawın almadan úlken" degen juwmaq hár birimiz ushın jetkilikli dárejede túsinikli. Bunday salıstırıw tek ǵana sapalıq jaqtan salıstırıw ushın qollanıladı hám az maǵlıwmatqa iye. Máselen biz qarap atırǵan qawınnıń basqa bir almadan úlken ekenligin de kóriw múmkin. Biraq hesh waqıtta da qawın bes almadan úlken degen juwmaq shıǵara almaymız. Sonlıqtan qawın menen almalar arasındaǵı salıstırıw nátiyjesinde eki alma arasındaǵı ayırmanı anıqlaw zárúrligi kelip shıǵadı. **Bul nátiyjesi san menen belgilenetuǵın ólshew procedurası arqalı ámelge asırıladı**.

Ólshew. Biz házir hár qanday qubılıslardaǵı, obektlerdegi, predmetlerdegi birdey bolǵan sapanı salıstırıw haqqında gáp etip atırmız. Mısalı materiallıq denelerdiń eń ulıwmalıq qásiyeti bolıp olardıń ólshemleri, al processler ushın eń ulıwmalıq - usı processlerdiń ótiw waqıtı bolıp tabıladı. Ayqınlıq ushın ólshemlerdi alıp qarayıq. Tek ǵana uzınlıqtı ólshewge itibar beremiz. Uzınlıqtı ólshewshi deneni sızǵısh dep atayıq. Usınday eki sızǵısh óz ara bılayınsha salıstırıladı: eki sızǵısh bir biriniń ústine ushları teńlestirilip qoyıladı. Bunday eki jaǵdaydıń bolıwı múmkin: sızǵıshtıń ushları bir biriniń ústine dál sáykes keledi yamasa sáykes kelmey qaladı. Birinshi jaǵdayda sızǵıshlardıń uzınlıqları teń dep juwmaq shıǵaramız. Al ekinshi jaǵdayda bir sızǵısh ekinshisinen uzın dep esaplaymız.

Fizikalıq qásiyetlerdi ólshew dep qásiyetlerdi salıstırıw sanlardı salıstırıw jolı menen ámelge asırıwǵa alıp keletuǵın usı qásiyetke belgili bir sandı sáykeslendiriw procedurasın aytamız. Biz joqarıda qarap ótken mısalda másele hár bir sızǵıshqa onıń uzınlıǵın táriyipleytuǵın belgili bir sandı sáykeslendiriwden ibarat boladı. Sonlıqtan da bunday jaǵdayda berilgen san bir qansha sızǵıshlar ishinde uzınlıǵı usı sanǵa sáykes keliwshi sızǵıshtı ayırıp alıwǵa múmkinshilik beredi. Usınday usıl menen anıqlanǵan qásiyet fizikalıq shama dep ataladı. Al fizikalıq shama bolıp tabılatuǵın sandı anıqlaw ushın qollanılǵan procedura ólshew dep ataladı.

Ólshew boyınsha eń ápiwayı procedura tómendegidey boladı:

Bir neshe sızǵısh alamız. Solardıń ishindegi eń uzının biz etalon sıpatında qarayıq. Usı etalon sızǵıshtıń bir ushınan baslap teńdey aralıqlarda noqatlar belgilep shıǵamız. Al sızǵıshtıń usı ushındaǵı noqatqa belgili bir san belgileymiz (mısalı nol menen belgileniwi múmkin). Bunnan keyin qońısı noqattan baslap sızǵıshtıń ekinshi ushına qarap noqatlardı ıqtıyarlı nızam boyınsha ósiwshi sanlar menen belgilep shıǵamız (mısalı 1, 2, 3 h.t.b. sanlar).

Ádette sızǵıshtaǵı bir birinen birdey qashıqlıqta turǵan noqatlardı shkala dep ataydı. Endi basqa sızǵıshlardı alınǵan etalon sızǵısh penen salıstırıw múmkinshiligi payda boldı. Nátiyjede ólshenip atırǵan hár bir sızǵıshtıń uzınlıǵı ushın anıq san alınadı. Usınday usıl menen eń kóp sanǵa iye bolǵan sızǵısh eń úlken uzınlıqqa, al birdey sanlarǵa iye sızǵıshlar birdey uzınlıqqa iye dep juwmaq shıǵaramız. Sonıń menen birge sızǵıshtıń uzınlıǵına ólshemleri joq san sáykes keledi.

Biz qarap shıqqan usılda uzınlıqtı ólshegende etalon retinde qabıl etilgen sızǵıshtaǵı noqatlar sanın qosıp shıǵıw talap etiledi. Bul bir qansha qolaysızlıqtı tuwdıradı. Sonlıqtan da ádette qolaylı shkalanı payda etiw ushın tómendegidey háreket etedi. Bazı bir sızǵısh alınıp, onıń uzınlıǵın l ge teń dep qabıl etedi. Bul l sanın ólshew birligi dep ataymız. Basqa sızǵıshlardıń uzınlıqları uzınlıǵı l ge teń etip alınǵan sızǵıshtıń uzınlıǵı menen salıstırıw arqalı anıqlanadı.

Bunday jaǵdayda uzınlıq l ge teń etip alınǵan uzınlıq birligi menen salıstırıw arqalı ámelge asırıladı. Al endi ólshew procedurasınıń mánisi salıstırıw hám sáykes san alıwdan turadı. Usınday jollar menen anıqlanǵan sızǵıshtıń uzınlıǵı $l=nl_0$ formulası menen anıqlanadı. Bul formuladaǵı n ólshemi joq san bolıp, bir birlikke teń etip alınǵan uzınlıq ólshenip atırǵan sızǵıshtıń boyında neshe ret jaylasatuǵınlıǵın bildiredi. l_0 arqalı qabıl etilgen uzınlıq birligi belgilengen. Ádette bul birlik belgili bir at penen ataladı (biz qarap shıqqan uzınlıqtı anıqlawda santimetr, metr, kilometr hám taǵı basqalar).

Demek fizikalıq qásiyetti ólshew ushın shaması l ge teń bolǵan ayqın fizikalıq qásiyet saylap alınadı. Ólshew máselesi fizikalıq shamanıń san mánisin anıqlawǵa alıp kelinedi.

Fizikalıq shama. Fizikalıq shamanıń mánisi hám ólshemi. Fizikalıq shama dep sanı boyınsha kóplegen fizikalıq obektlerge qarata ulıwma, sonıń menen birge hár bir obekt ushın jeke bolǵan fizikalıq obekttiń (fizikalıq sistemanıń, qubılıstıń yamasa processtiń) qanday da bir qásiyetiniń táriyiplemesin aytamız.

Fizikalıq shamanıń ólshemi dep ayqın materiallıq obektke, sistemaǵa, qubılısqa yamasa processke tiyisli bolǵan fizikalıq shamanıń sanlıq jaqtan anıq bolıwına aytıladı.

Fizikalıq shamanıń mánisi dep usı shama ushın saylap alınǵan birlikte alınǵan fizikalıq shamanıń ólsheminiń bahası aytıladı. Bul mánis esaplawlardıń yamasa ólshewlerdiń járdeminde alınadı.

Fizikalıq parametr dep qarap atırılǵan fizikalıq shamanı ólshewde usı shamanıń járdemshi táriyiplemesi túrinde qabıl etiletuǵın mánisi aytıladı. Máselen ózgermeli toq ushın elektr kernewi ólshengende toqtıń jiyiligi kernewdiń parametri sıpatında qabıl etiledi.

Tásir etiwshi fizikalıq shama dep berilgen ólshew quralları járdeminde ólshew kózde tutılmaǵan, biraq ólshewge nátiyjelerine usı ólshew quralları qollanılǵanda tásir etiwshi fizikalıq shamaǵa aytıladı.

Additiv shama dep hár qanday mánisleri óz ara qosılatuǵın, sanlıq koefficientke kóbeytiletuǵın, biri birine bólinetuǵın fizikalıq shamanı aytamız. Bunday shamalarǵa uzınlıq, massa, kúsh, basım, waqıt, tezlik hám basqalar kiredi.

Additiv emes shama dep sanlıq koefficientke kóbeytiw yamasa mánisleri biri birine bóliw fizikalıq mániske iye bolmaytuın shamaǵa aytıladı. Bunday shamalarǵa Xalıq aralıq praktikalıq (ámeliy) temperaturalıq shkala boyınsha alınǵan temperaturanı, materiallardıń qarsılıǵın, vodorod ionlarınıń aktivliligin hám basqalardı kirgiziwge boladı.

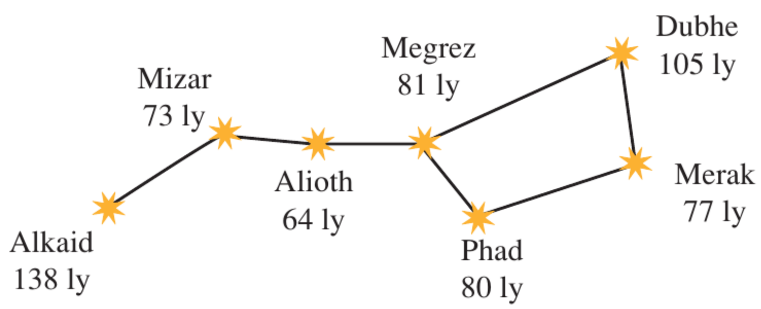
Fizikalıq shamanıń birligi dep bir tekli fizikalıq shamalardı sanlıq jaqtan ańlatıw ushın qollanılatuǵın 1 ge teń bolǵan san shaması berilgen belgili ólshemdegi fizikalıq shama aytıladı.

Fizikalıq shamanıń birligi usı shamanıń óziniń áwladınan boladı.

Tómendegi kestede bazı bir qashıqlıqlar (uzınlıqlar) haqqında maǵlıwmatlar keltirilgen (10 nıń dárejesi aldındaǵı kóbeytiwshiniń tek pútin mánisi alınıp juwıq túrde berilgen):

	Length (m)
Distance from the Earth to the most remote known quasar	1.4×10^{26}
Distance from the Earth to the most remote normal galaxies	9×10^{25}
Distance from the Earth to the nearest large galaxy (Andromeda)	2×10^{22}
Distance from the Sun to the nearest star (Proxima Centauri)	4×10^{16}
One light-year	9.46×10^{15}
Mean orbit radius of the Earth about the Sun	1.50×10^{11}
Mean distance from the Earth to the Moon	3.84×10^{8}
Distance from the equator to the North Pole	1.00×10^{7}
Mean radius of the Earth	6.37×10^{6}
Typical altitude (above the surface) of a satellite orbiting the Earth	2×10^{5}
Length of a football field	9.1×10^{1}
Length of a housefly	5×10^{-3}
Size of smallest dust particles	$\sim 10^{-4}$
Size of cells of most living organisms	$\sim 10^{-5}$
Diameter of a hydrogen atom	$\sim 10^{-10}$
Diameter of an atomic nucleus	$\sim 10^{-14}$
Diameter of a proton	$\sim 10^{-15}$

Tómende keltirilgen súwrette Jeti qaraqshı juldızlarınıń ingliz tilindegi atamaları hám olarǵa shekemgi qashıqlıqlardıń mánisleri jaqtılıq jıllarında (ly) berilgen (jaqtılıq jılı dep jaqtılıqtıń bir jıl dawamında ótken jolınıń uzınlıǵına aytamız, onıń shaması 1 ly=9 460 528 447 488 km bolıp tabıladı.



Fizikalıq shamalardıń birlikleri sistemaları. Fizikalıq shamalardıń birlikleri sisteması dep fizikalıq shamalardıń berilgen sisteması ushın qabıl etilgen principlerge sáykes dúzilgen tiykarǵı hám tuwındı fizikalıq shamalardıń jıynaǵı bolıp tabıladı.

Birlikler sistemasınıń tiykarǵı birligi retinde berilgen birlikler sistemasındaǵı tiykarǵı fizikalıq shamanıń birligi qabıl etiledi.

Házirgi waqıtları birliklerdiń xalıq aralıq sisteması (SI) hám "santimetr-gramm-sekunda" (SGS) dep atalatuǵın sisteması keńnen qollanıladı.

Fizikalıq shamalardıń ólshemleri. Fizikalıq shamanıń ólshemleri ádette dárejeli bir aǵzalıq túrindegi ańlatpa bolıp tabıladı. Máselen uzınlıqtıń ólshemi L, massaniki M hám taǵı basqalar.

Tezliktiń formulası v=ds/dt ańlatpasında ds tiń ornına uzınlıqtıń ólshemi L di, dt nıń ornına waqıttıń ólshemi t nı qoyıp v nıń ólshemi retinde tómendegini alamız

$$[v]=L/T=L\cdot T^{-1}.$$

Tap sol sıyaqlı a=dv/dt formulasına sáykes ólshemlerdi qoyıw arqalı

$$[a]=L\cdot T^{-2}$$

formulasına iye bolamız. Al kúsh F=ma ushın

$$[F]=M\cdot L\cdot T^{-2}$$

qatnasına iye bolamız.

SI sistemasındaǵı tiykarǵı birlikler tómendegilerden ibarat:

metre	m	length
second	s	time
kilogram	kg	mass
ampere	A	electric current
kelvin	K	thermodynamic temperature
candela	cd	luminous intensity
mole	mol	amount of substance

SGS sistemasında bolsa tiykarģı birlikler retinde santimetr-gramm-sekund alınadı. Bul sistemadaģı birlikler hám olardıń SI sistemasındaģı birlikler menen baylanısı tómendegi kestede berilgen:

Quantity	Symbol	CGS unit	CGS unit abbreviation	Definition	Equivalent in SI units
length, position	L, x	centimetre	cm	1/100 of metre	$= 10^{-2}$ m
mass	m	gram	g	1/1000 of kilogram	$= 10^{-3}$ kg
time	t	second	s	1 second	= 1 s
velocity	v	centimetre per second	cm/s	cm/s	$= 10^{-2}$ m/s
acceleration	a	gal	Gal	cm/s^2	$= 10^{-2}$ m/s^2
force	F	dyne	dyn	$g{\cdot}cm/s^2$	$= 10^{-5}$ N
energy	E	erg	erg	$g{\cdot}cm^2/s^2$	$= 10^{-7}$ J
power	P	erg per second	erg/s	$g{\cdot}cm^2/s^3$	$= 10^{-7}$ W
pressure	p	barye	Ba	$g/(cm{\cdot}s^2)$	$= 10^{-1}$ Pa
dynamic viscosity	μ	poise	P	g/(cm·s)	$= 10^{-1}$ Pa·s
kinematic viscosity	ν	stokes	St	cm^2/s	$= 10^{-4}$ m^2/s
wavenumber	k	kayser (K)	cm^{-1}[3]	cm^{-1}	$= 100$ m^{-1}

SI sistemasındaģı fundamentallıq fizikalıq turaqlılar mınalardan ibarat:

A. Universallıq turaqlılar:

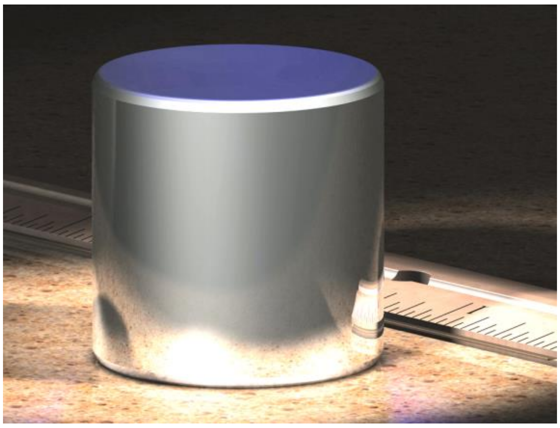
Quantity	Symbol	Value	Relative Standard Uncertainty
speed of light in vacuum	c	$299\,792\,458\ m{\cdot}s^{-1}$	defined
Newtonian constant of gravitation	G	$6.67408(31){\times}10^{-11}\ m^3{\cdot}kg^{-1}{\cdot}s^{-2}$	4.7×10^{-5}
Planck constant	h	$6.626\,070\,040(81) \times 10^{-34}$ J·s	1.2×10^{-8}
reduced Planck constant	$\hbar$	$1.054\,571\,800(13) \times 10^{-34}$ J·s	1.2×10^{-8}

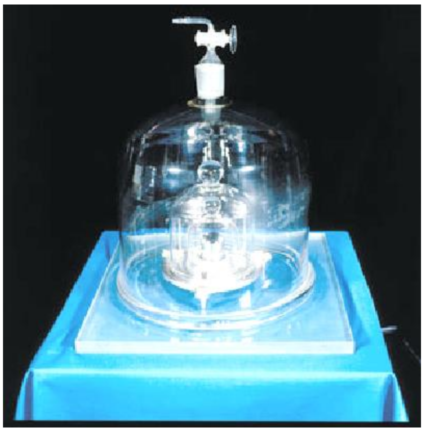
Biz endi **massa túsinigi** menen tanısamız. Massa (eski grek tilinde μάζα qamırdıń bir bólegi degen mániske iye) dep skalyar, teris mániske iye bolmaytuğın, relyativistlik jaqtan invariant bolğan fizikalıq shamağa aytadı. Fizika ilimindegi eń áhmiyetli shamalardıń biri bolıp tabıladı. Relyativistlik emes fizikada (bunday fizikada denelerdiń tezligi jaqtılıqtıń tezliginen kóp ese kishi) massa zattıń inerciallıq hám gravitaciyalıq qásiyetlerin anıqlaydı.

XVII-XIX ásirlerde massağa fizikalıq obekttegi "zattıń muǵdarın" sıpatında qaradı. Al házirgi zaman fizikasında "zattıń muǵdarı" túsinigi pútkilley basqa mániske iye. Massa fizikadağı "energiya" hám "impuls" túsinikleri menen tığız baylanısqan. Házirgi waqıtları deneniń massası onıń tınıshlıqtağı energiyasına ekvivalent.

SI sistemasında massanıń birligi **kilogramm** bolıp tabıladı (SGS sistemasında gramm).

Kilogrammmnıń xalıq aralıq etalonı cilindr tárizli formağa iye bolıp onıń diametri de, biyikligi de 39,17 mm. Ol 90% platinadan hám 10% iridiyden turadı. Bul etalon Franciyadağı Sevr qalasındağı Xalıq aralıq ólshemler menen salmaqlardıń shtab-kvartirasında saqlanadı (tómendegi súwrette kórsetilgen).





Massanıń etalonı. Bul etalon Franciyadağı Sevr qalasındağı Xalıq aralıq ólshemler menen salmaqlardıń shtab-kvartirasında saqlanadı.

Materiallıq dene. Materiallıq dene dep materiallıq noqatlardıń jıynağına aytıladı. Bul materiallıq noqatlar bir birinen ayrılatuğın (mısalı keńisliktegi jaylasıwı boyınsha) bolıwı kerek. Usığan baylanıslı materiallıq deneniń hár qıylı noqatlarınıń bir birine salıstırğandağı jaylasıwları haqqında aytıw múmkin. Tájiriybeler bazı bir materiallıq denelerdiń bóleklериniń bir birine salıstırğanda erkinlikke iye ekenligin, olardıń bir birine salıstırğanda qozğala alatuğınlığın kórsetedi. Bunday deneler suyıq deneler bolıp tabıladı. Al attı denelerde bolsa hár qıylı bólimlerdi bir birine salıstırğanda iyelegen orınlarınıń turaqlılığı menen táriyiplendi. Iyelegen orınlarınıń turaqlılığı deneniń ólshemleriniń turaqlı ekenligin aytıwğa múmkinshilik beredi. Nátiyjede hár qıylı qattı denelerdiń ólshemlerin salıstırıw múmkinshiligin alamız hám denelerdiń uzınlıqları haqqında sanlıq informaciyalarğa iye bolamız.

Noqatlar arasındağı aralıq (qashıqlıq). Joqarıda gáp etilgenindey, materiallıq dene materiallıq noqatlardıń jıynağınan turadı. Uzınlıqtıń ólshem birligin saylap alıw arqalı bir ólshemli keńlikti, yağnıy uzınlıqtı ólshew múmkin. Bul sızıqlar materiallıq deneniń noqatları arqalı ótkerilgen bolıwı múmkin. Materiallıq deneniń eki noqatı bir biri menen sheksiz kóp sızıqlar menen tutastırıwğa boladı. Bul sızıqlardıń uzınlıqları ólshenedi. Eger usı sızıqlardı alıp tallasaq, olardıń ishindegi eń uzının hám keń keltesin tabıw múmkin. Bul eń kishi uzınlıqqa iye sızıq eki noqat arasındağı aralıq (qashıqlıq) dep ataladı, al sızıqtıń ózi bolsa tuwrı (tuwrı sızıq) dep ataladı. Noqatlar arasındağı aralıq túsinigi materiallıq dene túsinigi menen tığız baylanıslı. Eger qanday da bir materiallıq deneniń bólimleri bolıp tabılamytuğın eki noqat bar bolatuğın bolsa, bul eki noqat kóz aldımızğa keltirilgen materiallıq dúnyanıń eki noqatı bolıp tabıladı.

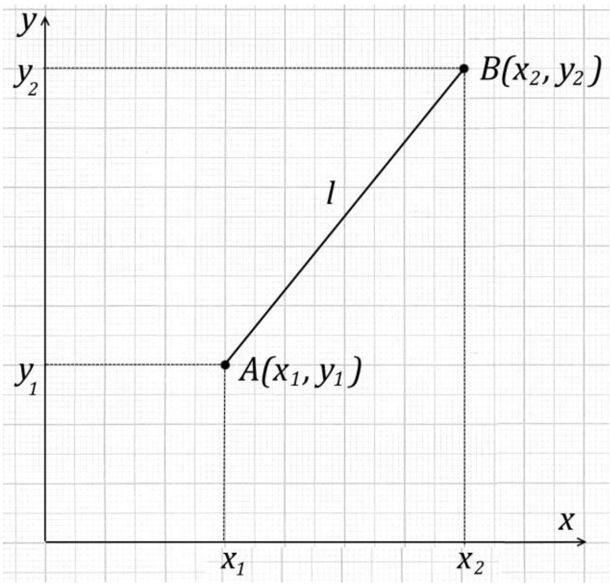
Dekart koodinatalar sistemasında koordinataları $A(x_1, y_1, z_1)$ hám $B(x_2, y_2, z_2)$ noqatları arasındaǵı qashıqlıq l Pifagor formulasınıń járdeminde esaplanadı:

$$l = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Salıstırmalıq teoriyasında bolsa tórt ólshemli keńisliktegi qozǵalıslar izertleniledi hám bul teoriyala tórtinshi koordinata bolıp waqıt xızmet etedi. Bunday keńisliktegi noqatlardı "waqıya" dep ataydı hám onıń koordinataların ádette $A(x_0, x_1, x_2, x_3)$ túrinde jazadı. Bul jazıwda x_0 shaması waqıtlıq koordinataǵa sáykes keledi. Bunlday jaǵdayda koordinataları $A(x_0, x_1, x_2, x_3)$ hám $B(x_0', x_1', x_2', x_3')$ bolǵan eki waqıya arasındaǵı qashıqlıqtı interval dep ataydı hám ol bılayınsha jazıladı:

$$s_{21} = \sqrt{c(x_0' - x_0)^2 - (x_1' - x_1)^2 - (x_2' - x_2)^2 - (x_3' - x_3)^2}.$$

l ushın jazılǵan ańlatpadaǵı kvadrat túbirdiń astındaǵı shamalar qosıladı. Bunday jaǵday bárshege málim bolǵan Evklid keńisliginde orın aladı. Al eki waqıya arasınlaǵı interval dep atalatuǵın s_{21} shaması ushın jazılǵan ańlatpada qosılıwshılardıń aldındaǵı belgiler "-" (keńisliktik koordinatalar) hám "+" belgige iye. Bunday jaǵday psevdoevkiliklik keńislikte húkim súredi. Sonlıqtan biz endigiden bılay klassikalıq mexanikada Evklid keńisligi, al salıstırmalıq teoriyasında psevdoevkiliklik keńislik paydalanıladı dep juwmaq shıǵaramız.

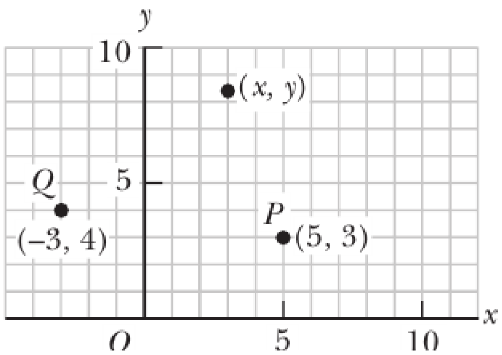


Eki ólshemli keńislikte $A(x_1,y_1)$ hám $B(x_2,y_2)$ noqatları arasındaǵı qashıqlıq l di anıqlaw ushın Pifagor teoreması paydalanıladı.

Absolyut qattı dene. Absolyut qattı dene dep qálegen eki noqatı arasındaǵı aralıq ózgermeytuǵın denege aytamız ("Aralıq" hám "qashıqlıq" sózleri birdey mániste qollanıladı).

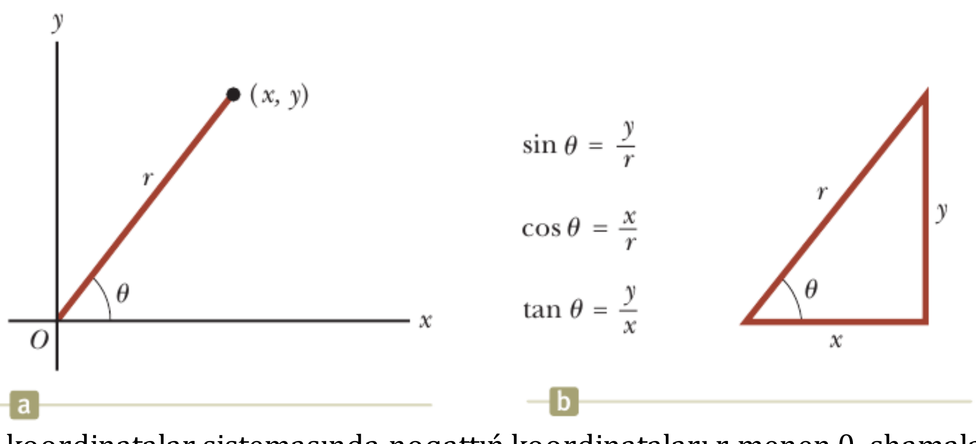
Esaplaw sisteması. Oyda alınǵan absolyut qattı dene esaplaw sisteması sıpatında qollanıladı. Bul absolyut qattı denege salıstırǵanda úyrenilip atırǵan izolyaciyalanǵan yamasa denege kiriwshi materiallıq noqattıń awhalı (tegisliktiń, keńisliktiń qay noqatında jaylasqanlıǵı) anıqlanadı. Esaplaw sisteması barlıq keńislikti iyeleydi. Keńisliktiń noqatın táriyiplew degenimiz esaplaw sistemasınıń sáykes noqatın beriw bolıp tabıladı. Úyrenilip atırǵan materiallıq noqatlardıń awhalı esaplaw sistemasınıń noqatınıń jaylasqan ornı menen anıqlanadı. Sonlıqtan esaplaw sistemasınıń noqatlarınıń awhalların qalay anıqlaw kerek degen másele payda boladı. Bul koordinatalar sistemasın endiriw menen ámelge asadı.

Koordinatalar sisteması. Berilgen esaplaw sistemasında aralıq (qashıqlıq), sızıqlar, tuwrılar, múyeshler hám taǵı basqa túsinikler anıqlanǵan bolsın. Olar arasındaǵı qatnaslardı anıqlaw máselesi eksperimentallıq másele bolıp tabıladı. Geypara qatnaslar óz-ózinen túsinikli, ayqın, dállilewdi talap etpeytuǵın qatnaslar bolıp tabıladı. Bunday bolǵan qatnaslar (qatnaslar haqqındaǵı anıqlamalar) aksiomalar dep ataladı (mısalı Evklid aksiomaları). Aksiomalardıń hár qıylı sistemaları hár qıylı geometriyaǵa alıp keledi. Geometriyalardıń hár biri haqıyqıy dúnyada bar bola alatuǵın qatnaslardıń geometriyalıq modeli bolıp tabıladı. Tek eksperiment ǵana sol geometriyalardıń qaysısınıń biz jasap atırǵan fizikalıq dúnyanıń geometriyalıq modeli ekenligin kórsete aladı. Úlken qashıqlıqlarda (10^{-16} metrden 10^{25} metr aralıqlarında) Evklid geometriyasınıń úlken dállikte durıs ekenligin joqarıda aytıp ótken edik. Endigiden bılay mexanikanı úyreniw barısında qaysı geometriyanıń qollanılıp atırǵanlıǵı atap aytıp ótilmese Evklid geometriyası qollanılıp atır dep túsiniwimiz kerek.



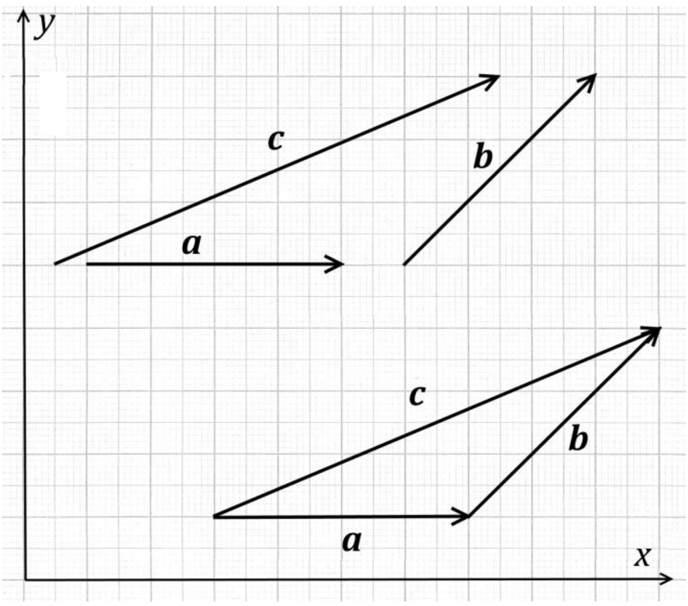
Dekart koorinatalar sistemasında tegisliktegi noqatlardıń koordinataları.

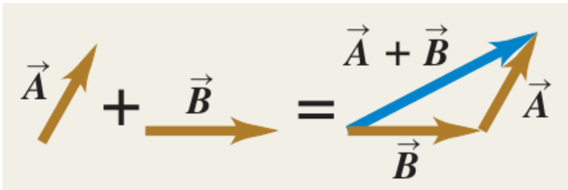
Materiallıq noqat yamasa qattı denelerdiń qozǵalısın táriyiplew ushın noqatlardıń awhalın beriw usılın kelisip alıw kerek. Materiallıq noqattıń "adresiniń" esaplaw sistemasındaǵı oyımızdaǵı noqattıń "adresi" menen anıqlanatuǵınlıǵın aytıp edik. Solay etip esaplaw sistemasında hár bir noqattıń "adresin" anıqlaw máselesi payda boladı. Sonıń menen birge hár bir noqat basqa noqattikinen basqa anıq "adreske" iye bolıwı kerek. Al hár bir "adres" belgili bir noqatqa sáykes keliwi kerek. Mısalı kúndelikti turmısta hár bir úy adreske iye (mámleket, qala, kóshe hám taǵı basqalar). Usınday etip "adresti" beriw úyler, mákemeler, oqıw orınları hám basqalar ushın qanaatlanlırarlıq nátiyje beredi. Biraq bunday etip "adresti" beriw esaplaw sistemasınıń barlıq obektleri ushın qollanılmaydı. Mısalı ayqın joldıń boyındaǵı ayqın oyda jıylanǵan suwdıń adresi berilmeydi. Al fizikaǵa bolsa oblastlardıń emes, al noqatlardıń adresin anıqlaytuǵın sistema kerek. Bunıń ushın geometriyadan belgili bolǵan koordinatalar sisteması paydalanıladı.

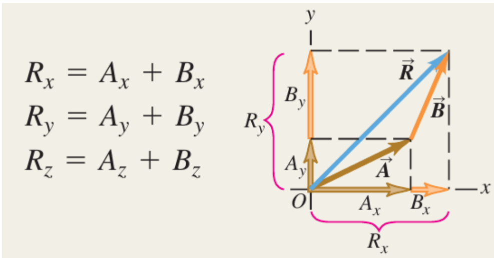


Polyar koordinatalar sistemasında noqattıń koordinataları r menen θ shamalarınıń járdeminde anıqlanadı (a súwret). Dekart koordinatalır menen polyar koordinataları arasındaǵı baylanıs b súwrette kórsetilgen.

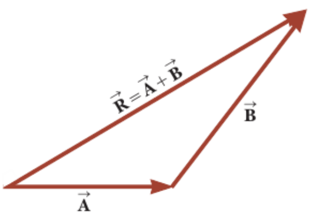
a hám **b** vektorlarınıń qosındısı **c** vektorına teń.
Vektorlardı qosıw parallelogramm qaǵıydası boyınsha ámelge asırıladı.

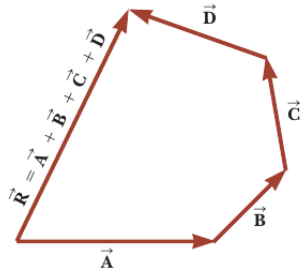


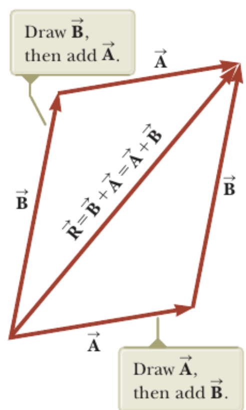




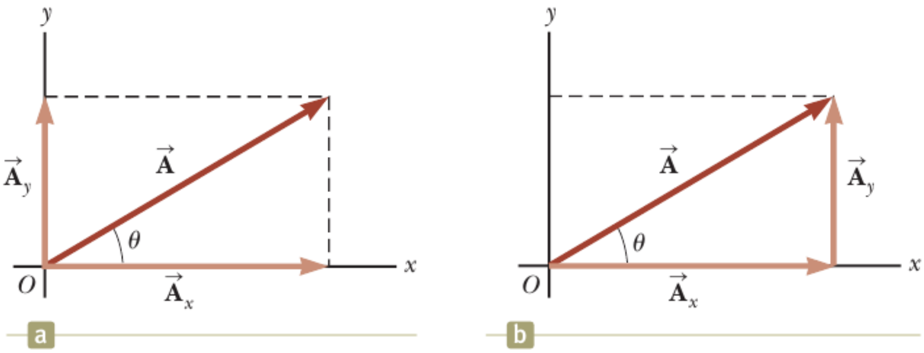
Koordinatalar sistemasın kirgiziw (izertlewler júrgiziw ushın ámelge endiriw) esaplaw sistemasındaǵı hár qıylı noqatlarǵa "adresler" jazıp shıǵıwdıń usılın kelisip alıw degen sóz. Mısalı Jer betindegi noqattıń "adresi" ólshemi múyeshlik gradus bolǵan sanlar járdeminde beriledi dep kelisip alınǵan. Birinshi sandı keńlik, al ekinshisin uzınlıq dep ataydı. Jer betindegi hár bir noqat meridian menen paralleldiń kesilisiwinde jaylasadı. Sonlıqtan sol noqattıń "adresi" parallel menen meridianǵa jazılǵan eki san menen beriledi. Usınday etip "adres" anıqlanǵanda bir mánislilik támiyinleniwi tiyis. Bul hár bir meridian menen hár bir parallelge anıq bir sannıń jazılıwı menen ámelge asadı.



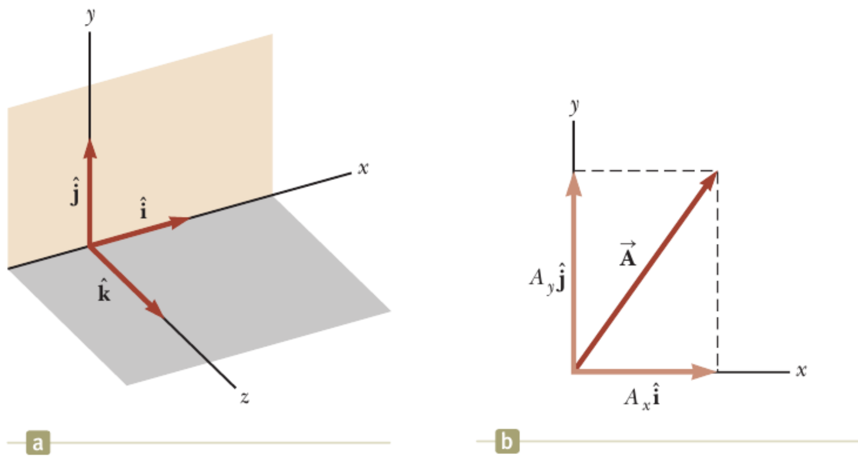




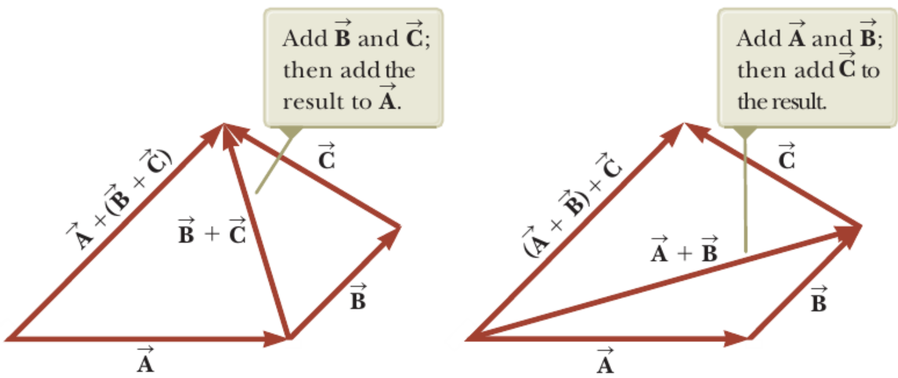
Vektorlardı qosıw procedurasın illyustraciyalaytuǵın qosımsha súwretler. Bul súwretten vektorlar ushın **A** + **B**=**B** + **A** teńliniginiń orınlanatuǵınlıǵı kórinip tur.



Vektorlardı qurawshılarǵa jiklew procedurasın illyustraciyalaytuǵın qosımsha súwretler.



Úsh (a) ólshemli keńisliktegi birlik vektorlar hám eki (b) ólshemli keńisliklerdegi birlik vektorlar menen vektordıń qurawshıları arasındaǵı baylanıstı sáwlelendiretuǵın súwretler.



Bir tegislikte jatpaytuǵın vektorlardı qosıwǵa mısallar.

Keńisliktiń ólshemler sanı. Biz joqarıda kórgen jer betindegi noqattıń "adresin" anıqlaw máselesi sáykes eki sandı anıqlaw menen sheshiledi. Bul jerde zárúr bolǵan sanlardıń sanınıń eki bolıwı úlken áhmiyetke iye. Sebebi noqattıń awhalı (turǵan ornı) Jer betinde anıqlanadı. **Noqattıń tegisliktegi awhalı eki san járdeminde anıqlanadı. Basqa sóz benen aytqanda tegislik eki ólshemli keńislik bolıp tabıladı.**

Biz jasaytuǵın keńislik úsh ólshemli. Bul hár bir noqattıń awhalı úsh sannıń járdeminde anıqlanatuǵınlıǵınan derek beredi.

Kóp ólshemli keńisliktiń de bolıwı múmkin. Eger keńisliktegi noqattıń awhalı n dana san menen anıqlanatuǵın bolsa, onda n ólshemli keńislik haqqında gáp etemiz. Fizika iliminde keńislikke tiyisli bolmaǵan ózgeriwshiler haqqında aytqanda kóp jaǵdaylarda usı keńisliklik emes ózgeriwshiler keńisligi haqqında aytıladı. Mısalı fizikada bóleksheniń impulsi áhmiyetli orın iyeleydi. Sonlıqta bir qansha jaǵdaylarda impulsler keńisligi haqqında aytqan qolaylı. Bunday keńislikke bóleksheniń impulsin táriyipleytuǵın bir birinen ǵárezsiz bolǵan shamalardı jazamız ("adresti" anıqlaw ushın sonday shamalar qollanıladı). Usınday etip ulıwmalastırılǵan túsiniklerdi paydalanıw sózlerdi qollanıwdı kemeytedi, barlıq talqılawlar túsiniklirek hám kórgizbelirek boladı.

Waqıt túsinigi. Bizdi qorshap turǵan waqıt barqulla ózgerip turadı. Processler bir birinen soń belgili bir izbe-izlikte ótedi, hár bir process belgili bir uzaqlıqqa (bunnan bılay waqıt boyınsha uzaqlıq názerde tutıladı) iye. Ózgeriwshi, rawajlanıwshı dúnyanıń ulıwmalıq qásiyeti adamlar sanasında waqıt túsinigi túrinde qáliplesken.

Waqıt dep materiallıq processlerdiń anıq uzaqlıqqa iye bolıwın, bir birinen keyin qanday da bir izbe-izlikte júzege keliwin, etaplar hám basqıshlar boyınsha rawajlanıwın túsinemiz.

Solay etip waqıttıń materiyadan hám onıń qozǵalısınan ajıratılıwı múmkin emes. Sol sıyaqlı keńislikti de waqıttan ajıratıwǵa bolmaydı. Materiallıq processlerden tıs ajıratıp alınǵan waqıt mazmunǵa iye emes. Tek ǵana keńislik penen waqıttı bir birine baylanıslı etip qaraw fizikalıq mániske iye.

Dáwirli processler. Tábiyatta júretuǵın kóp sanlı processler ishinde birinshi gezekte **qaytalanatuǵın processler** kózge túsedi. Kún menen túnniń, jıl máwsimleriniń, aspanda juldızlardıń qozǵalıslarınıń qaytalanıwı, júrektiń soǵıwı, dem alıw hám basqa da kóp sanlı qubılıslar qaytalanıwshı processlerge kiredi. Usı qubılıslardı úyreniw hám salıstırıw materiallıq processlerdiń uzaqlıǵı ideyasın payda etedi, al uzaqlıqlardı salıstırıw usı uzaqlıqlardı ólshew ideyasınıń payda bolıwına alıp keledi. Múmkin bolǵan processlerdi ólshew usı processlerdiń ishindegi eń turaqlı túrde qaytalanatuǵın processti ayırıp alıwǵa múmkinshilik beredi. Bul ayırıp alınǵan process ólshew etalonı xızmetin atqaradı.

Dáwirli processti ólshew ushın qabıl etilgen etalon saat dep ataladı.

Saattı qabıl etiw menen birge dárhál hár qanday esaplaw noqatlarındaǵı saatlar birdey bolıp júreme dep soraw beriledi. Bul tómendegini bildiredi: Meyli bazı bir fizikalıq process bir noqattan ekinshi noqatqa informaciya jetkerip beretuǵın bolsın. Bunday processti **signal** dep ataymız. Signal bolıp jarq etip janǵan jaqtılıq, mıltıqtan atılǵan oq xızmet etiwi múmkin. Bul signallardıń tarqalıw nızamların anıq bilip otırıwdıń qájeti joq. Tek ǵana signaldı jiberiw, qabıl etiw ózgermeytuǵın birdey jaǵdaylarda ámelge asatuǵınlıǵın biliw kerek. Usınday shártler orınlanatuǵın jaǵdayda bir noqattan birdey waqıt aralıqları ótiwi menen signal jiberip otıramız. Eger ekinshi noqatta usı signallar birinshi noqattaǵıday waqıt aralıqlarında kelip jetetuǵın bolsa eki noqatta da saatlardıń júriw tezligi birdey dep esaplaymız. Bunday salıstırıwlardı qálegen eki noqatlar arasında júrgiziwge boladı. Meyli A menen B noqatlarındaǵı saatlardıń júriw tezlikleri hám B menen C noqatlarındaǵı saatlardıń júriw tezlikleri birdey bolıp shıqqan bolsın. Bunday jaǵdayda A hám C noqatlarındaǵı saatlardıń da júriw tezlikleri birdey dep juwmaq shıǵaramız.

Principinde bul tájiriybeler eki nátiyje beredi: 1) qarap atırılǵan sistemanıń hár qanday noqatlarındaǵı saatlardıń júriw tezlikleri birdey yamasa 2) sistemanıń hár qıylı noqatlarındaǵı saatlar hár qanday tezliklerde júredi. **Eksperimentler usı eki jaǵdaydıń da haqıyqatta da orın alatuǵınlıǵın kórsetedi**. Mısalı etalon sıpatında basım, temperatura hám basqa da sırtqı tásirlerden ǵárezsiz bolǵan yadrolıq processti qabıl eteyik hám joqarıda gáp etilgen usıl menen bul saatlardıń júriw tezlikleriniń birdey yamasa birdey emesligin tekserip kóreyik. Meyli qarap atırılǵan processtiń basında Jer betinen bazı bir biyiklikte turǵan noqattan Jer betindegi tap usınday process júrip atırǵan ekinshi orınǵa signal jiberilsin. Bul signal Jer betindegi noqatqa bul noqatta process baslanǵan waqıtta jetip kelgen bolsın. Ekinshi signal birinshi noqattan usı noqattaǵı process toqtaǵan waqıtta jiberilsin. Birinshi noqattan ekinshi noqatqa signaldıń qozǵalıw nızamı bizdi qızıqtırmaydı. Bul nızamnıń barlıq signallar ushın birdey bolıwı shárt. Eksperiment ekinshi signaldıń Jer betindegi noqatqa usı noqatta bolıp atırǵan processtiń tamam bolıw momentinde emes, al erterek keletuǵınlıǵın kórsetedi.

Bul ekspermentallıq situaciya berilgen esaplaw sistemasındaǵı birden bir waqıttıń joqlıǵın, sistemanıń hár bir noqatında waqıttıń ótiwiniń tezliginiń hár qıylı ekenligin kórsetedi.

Bunday situaciya, mısalı, Jer menen baylanısqan esaplaw sistemasında orın aladı. Eger Jer betinde ornatılǵan birinshi saat ekinshisine salıstırǵanda 10 m biyiklikte jaylastırılǵan bolsa, onda bazı bir processtiń uzınlıǵı bir birinen usı waqıt uzınlıǵınıń 10^{-15} ine teńdey shamaǵa ayırıladı. Oǵada az bolǵan bunday ayırma birinshi ret 1960-jılı baqlandı. Bunday az ayırmanı esapqa almaytuǵın bolsaq, Jer menen baylanıslı bolǵan esaplaw sistemasında birden bir waqıt bar dep esaplaymız.

Biz qarap ótken mısalda saatlardıń hár qıylı tezlik penen júriwine Jer payda etken gravitaciyalıq (tartılıs) maydan sebepshi boladı. Biraq tartılıs maydanı birden bir sebep emes. Mısalı esaplaw sisteması aylanbalı qozǵalısta bolıwı múmkin. Bunday qozǵalıslar da saatlardıń júriw tezliginiń ózgeriwine alıp keledi.

Saatlardı sinxronizaciyalaw. Berilgen noqatta ótiwshi processtiń uzaqlıǵı usı noqatta jaylastırılǵan saattıń járdeminde ólshenedi. Demek bul jaǵdayda bir noqatta jaylasqan processlerdiń uzaqlıqları salıstırıladı. Uzaqlıqtı ólshew bul processtiń baslanıwın hám aqırın etalon etip qabıl etilgen process shkalası boyınsha anıqlawdan turadı. Bul ólshewlerdiń nátiyjeleri hár qıylı noqatlarda júzege keletuǵın processlerdiń uzaqlıqların salıstırıwǵa múmkinshilik beredi. Biraq bul jaǵdayda hár bir process belgili bir noqatta júriwi kerek.

Biraq bir noqatta baslanıp, ekinshi noqatta pitetuǵın processte jaǵday qalay boladı? Bul processtiń uzaqlıǵı dep neni túsinemiz? Qaysı orında turǵan saat penen bunday processstiń uzaqlıǵın ólsheymiz?

Bunday processtiń uzaqlıǵın bir saattıń járdeminde ólshewdiń múmkin emes ekenligi óz-ózinen túsinikli. Tek ǵana hár qıylı noqatlarda jaylastırılǵan saatlardıń járdeminde processtiń baslanıw hám pitiw momentlerin belgilep qalıw múmkin. Bul belgilew bizge hesh nárse bermeydi, sebebi hár qıylı saatlardaǵı waqıttı esaplawdıń baslanǵısh momenti bir biri menen sáykeslendirilmegen (basqa sóz benen aytqanda saatlar sinxronizaciyalanbaǵan).

Eń ápiwayı sinxronizaciya bılay islenedi: barlıq saatlardıń tilleri belgili bir waqıtta belgili bir belgige alıp kelip qoyıladı. Biraq "belgili bir waqıtta" degen sózdiń mánisi ele belgisiz.

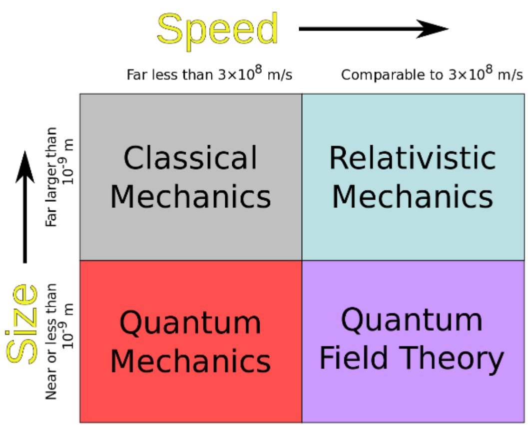
Sonlıqtan saatlardı sinxronizaciyalawǵa belgili bir túsinikler arqalı emes, al usı sinxronizaciya baylanısqan fizikalıq proceduralarǵa súyenip anıqlama beriw kerek.

Eń dáslep hár qıylı noqatlarda jaylasqan saatlar arasındaǵı fizikalıq baylanıstı anıqlaw shárt. Bunday jaǵdaylarda jáne de signallardı paydalanıwǵa tuwrı keledi. Sonlıqtan sinxronizaciyanı ámelge asırıw ushın signallardıń hár qıylı noqatlar arasındaǵı tarqalıw nızamları da belgili bolıwı kerek.

Saatlardı sinxronlastırıw hám hár qanday fizikalıq signallardıń tarqalıw nızamların úyreniw bir birin tolıqtırıw jolı menen tariyxıy jaqtan birge alıp barıldı. Bul máseleni sheshiwde jaqtılıqtıń tezligi eń áhmiyetli orındı iyeledi. Sebebi jaqtılıq áyyemgi waqıtlardan baslap tábiyiy signal bolıp keldi, onıń tezligi basqa belgili bolǵan signallardıń tezliklerine salıstırǵanda sheksiz úlken dep esaplandı. Sonlıqtan sheksiz úlken tezlik penen qozǵalıwshı signal járdeminde saatlardı sinxronlastırıw ideyası payda boldı. Bul sinxronlastırıwdı ámelge asırıw ushın dáslep barlıq noqatlarda jaylasqan saatlardıń tilleri birdey awhallarǵa qoyıladı. Keyin bir noqattan barlıq noqatlarǵa qaray jaqtılıq signalları jiberiledi hám usı signal kelip jetken waqıt momentlerinde saatlar júrgizilip jiberiledi. Bunday etip sinxronlastırıw áhmiyetke iye. Eger A noqatında jaylasqan saat penen B noqatında jaylasqan saat, B noqatındaǵı saat penen C noqatındaǵı saat sinxronlasqan bolsa, A noqatındaǵı saat penen C noqatındaǵı saat ta sinxronlastqan bolıp shıǵadı. Bul A, B hám C noqatlarınıń óz-ara jaylasıwlarına baylanıslı emes.

Saatlardı jaqtılıq signalları járdeminde sinxronlastırıw eń qolaylı usıl bolıp shıqtı. Sebebi **inercial esaplaw sistemalarındağı jaqtılıqtıń tezliginiń jaqtılıq dereginiń de, jaqtılıqtı qabıllawshı dúzilistiń tezligine de baylanıslı emes, keńisliktiń barlıq bağıtları boyınsha birdey hám universal turaqlı shama *c* ğa teń ekenligin kóp sanlı eksperimentler dálilledi**.

Endi sinxronlastırıwdı bılay ámelge asıramız. Baslanğısh noqat dep atalatuğın noqatta saattıń tili 0 ge qoyıladı. Bul saat usı noqattan sferalıq jaqtılıq tolqını túrindegi jaqtılıq signalı ketken waqıt momentinde júrgizilip jiberiledi. Usı noqattan r qashıqlıqta turğan ekinshi noqatqa signal r/c waqıt ótkennen keyin kelip jetedi. Sonlıqtan da ekinshi noqattağı saat birinshi noqattan jaqtılıq signalı kelip jetkende r/c nı kórsetiwi kerek.



Klassikalıq mexanikanıń paydalanılıw sheklerin sáwlelendiretuğın súwret. Ordinata kósherine sızıqlı ólshemlerdiń mánisleri berilgen.

The four fundamental forces of nature

Property/Interaction	Gravitation	Weak	Electromagnetic	Strong	
		(Electroweak)		Fundamental	Residual
Acts on:	Mass - Energy	Flavor	Electric charge	Color charge	Atomic nuclei
Particles experiencing:	All	Quarks, leptons	Electrically charged	Quarks, Gluons	Hadrons
Particles mediating:	Graviton (not yet observed)	W^+ W^- Z^0	γ	Gluons	Mesons
Strength in the scale of quarks:	10^{-41}	10^{-4}	1	60	Not applicable to quarks
Strength in the scale of protons/neutrons:	10^{-36}	10^{-7}	1	Not applicable to hadrons	20

Tábiyattağı fundamentallıq tásirlesiwdi sáwlelendiretuğın keste.

Bazı bir juwmaqlar.

1. Klassikalıq mexanika dep Nyutonnıń nızamlarına hám Galileydiń salıstırmalıq principine tiykarlanğan mexanikanıń bólimin aytadı. Basqa sóz benen aytqanda klassikalıq mexanika dep denelerdiń waqıttıń ótiwi menen keńisliktegi ornınıń ózgeriw nızamları menen sol ózgeriwlerdi júzege keltiretuğın sebeplerdi úyretetuğın fizikanıń bólimi bolıp tabıladı.

2. Klassikalıq mexanikanı Nyuton mexanikası dep te ataydı.

3. Klassikalıq mexanika tómendegidey bólimlerge bólinedi:

a) statika (statika denelerdiń teń salmaqlığın úyrenedi).

b) kinematika (kinematika qozğalıslardıń geometriyalıq qásiyetlerin izertleydi, al qozğalıslardıń kelip shığıw sebeplerin itibarğa almaydı).

c) dinamika (dinamika denelerdiń qozğalısın sol qozğalıstı keltirip shığaratuğın sebep penen birgelikte úyrenedi).

3. Klassikalıq mexanikanıń bir birine ekvivalent bolǵan matematikalıq táriyiplewiniń bir neshe usılları bar. Olar tómendegiler:

Nyutonnıń nızamları.

Lagranj formalizmi.

Gamilton formalizmi.

Gamilton-YAkobi formalizmi.

4. XIX ásirdiń aqırında hám XX ásirdiń basında klassikalıq mexanikanıń paydalanılıw shekleri anıqlandı. Klassikalıq mexanikanıń nızamlarınıń jaqtılıqtıń tezligine salıstırǵanda ádewir kishi tezliklerde hám ólshemleri atomlar menen molekulalardıń ólshemlerinen ádewir úlken bolǵan denelerdi (bunday denelerdi makroskopiyalıq deneler dep ataydı) izertlegende oǵada dál nátiyjelerdi beretuǵınlıǵı anıqlandı.

Jaqtılıqtıń tezligine jaqın tezlikler menen qozǵalatuǵın makroskopiyalıq denelerdiń (obektlerdiń) qozǵalısın relyativitlik mexanika, al mikroobektlerdiń (molekulalar, atomlar, elementar bóleksheler) qozǵalısın kvantlıq mexanika úyretedi. Kvantlıq relyativistlik effektlerdi maydannıń kvantlıq teoriyasında izertleydi.

5. Biraq, joqarıdaǵı jaǵdaylarǵa qaramastan klassikalıq mexanika óziniń áhmiyetin joǵatqan joq. Bul jaǵday tómendegidey eki sebep penen baylanıslı:

a) Basqa teoriyalarǵa qaraǵanda klassikalıq mexanikanı ańsat túsiniw hám paydalanıw múmkin.

b) Haqıyqıy dúnyanı keń diapazonda jetkilikli dárejede jaqsı táriyipleydi.

6. Klassikalıq fizikanı fizikalıq obektlerdiń qozǵalıslarınıń keń klassı ushın paydalanıw múmkin (bunday obektler qatarına turmısta keń paydalanılatuǵın buyımlar menen birge planetalar, juldızlar, galaktikalar, sonday-aq bir qatar mikroskopiyalıq obektler de kiredi)

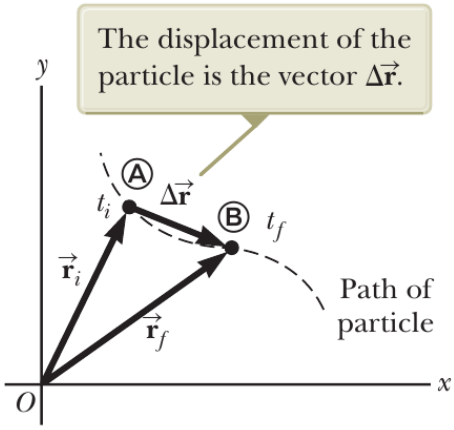
Sorawlar:

1. Keńisliktiń geometriyalıq qásiyetleri haqqındaǵı tastıyıqlawlardıń mánisi neden ibarat?
2. Anaw yamasa mınaw geometriyanıń haqıyqatlıǵı yaki jalǵanlıǵı haqqındaǵı máseleniń mánisi neden ibarat?
3. Házirgi waqıtları Evklid geometriyasınıń durıslıǵı qanday sheklerde dálillengen?
4. Absolyut qattı dene degenimiz ne hám bul túsiniktiń geometriyalıq kóz-qaraslardıń rawajlanıwında tutqan ornı neden ibarat?
5. Waqıt hám dáwirli processler dep neni túsinemiz?
6. Saatlardı sinxronizaciyalaw zárúrliliginiń mánisi neden ibarat?

2-sanlı lekciya. Mexanikalıq qozǵalıs. Keńislik, waqıt, esaplaw sistemaları haqqında túsinik. Tuwrı sızıqlı qozǵalıs

Fizikanıń bólimleri ishinde **mexanika** burınıraq rawajlana basladı. **Mexanika denelerdiń qozǵalısı menen teń salmaqlıǵı haqqındaǵı ilim bolıp tabıladı.** Keńirek mániste aytqanda materiyanıń qozǵalısı dep onıń ózgerisin túsinemiz. Biraq mexanikada qozǵalıs haqqında gáp etilgende qozǵalıstıń eń ápiwayı forması bolǵan bir deneniń basqa denelerge (ekinshi denege) salıstırǵandaǵı orın almastırıwı názerde tutıladı. Mexanikanıń principleri birinshi ret Isaak Nyuton (1643-1727) tárepinen onıń "**Natural filosofiyanıń matematikalıq baslamaları**" (latın tilinde **Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica**, ingliz tilinde **"The Mathematical Principles of Natural Philosophy")** dep atalatuǵın tiykarǵı miynetinde bayanlandı.

Qozǵalıs degenimiz ne hám onı qalayınsha táriyiplew múmkin? Bul sorawǵa denelerdiń qozǵalısın táriyiplewshi kinematika juwap beredi. Qozǵalıs degenimiz deneniń basqa denelerge salıstırǵandaǵı orın almastırıwı (keńisliktegi onıń ornınıń ózgeriwi) bolıp tabıladı. Solay etip deneniń qozǵalısın táriyiplewde usı deneniń orın almastırıwın salıstırıw maqsetinde biz barlıq waqıtta da qanday da bir koordinatalar sistemasın (yamasa esaplaw sistemasın) paydalanamız. Deneniń qozǵalısı onıń barlıq noqatlarınıń (deneniń kishi bólimleriniń, dáneshaleriniń) qozǵalısı menen anıqlanadı. Sonlıqtan bizler materiallıq noqattıń qozǵalısın táriyiplewden baslaymız. Al joqarıda gáp etilgenindey **materiallıq noqat dep ólshemleri esapqa alınbaytuǵın denege aytamız**. Bunday jaǵdayda deneniń massası bir noqatqa toplanǵan dep esaplanadı.



Qozǵalıstı táriyiplewdiń usıllarınıń biri. Materiallıq noqattıń awhalın (iyelegen ornı) **r** radius-vektorınıń járdeminde anıqlanadı. Noqat qozǵalatuǵın bolǵanlıqtan **r** radius-vektorınıń shaması waqıttan ǵárezli boladı. Path of particle sózi "bólekshenıń traektoriyası" mánisin beredi.

Materiallıq noqattıń orın awıstırıwı, tezligi hám tezleniwi. Qozǵalıstı táriyiplew degenimiz

$$x = x(t), \qquad y = y(t), \qquad z = z(t) \tag{2.1}$$

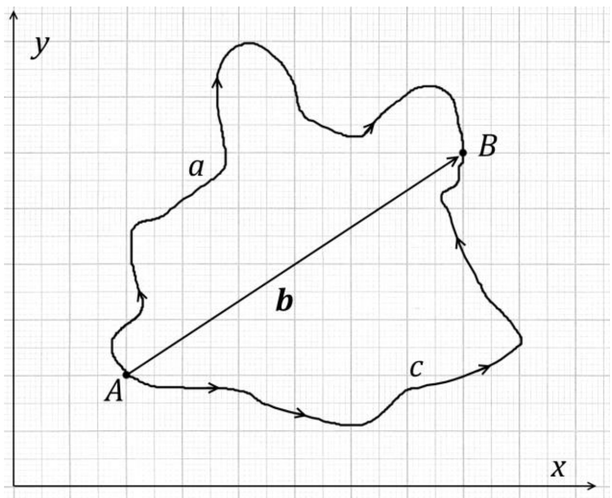
funkciyaların biliw degen sóz. Qozǵalıstı vektorlıq formada

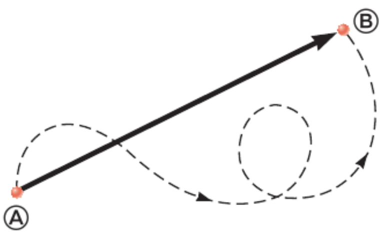
$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) \tag{2.2}$$

túrinde matematikalıq jaqtan táriyipleymiz. Bul formulada $\boldsymbol{r}$ arqalı qozǵalıwshı noqattıń radius-vektorı belgilengen.

Ádette (2.1)-teńlemelerdi qozǵalıstıń parametrlik teńlemeleri dep te ataydı.

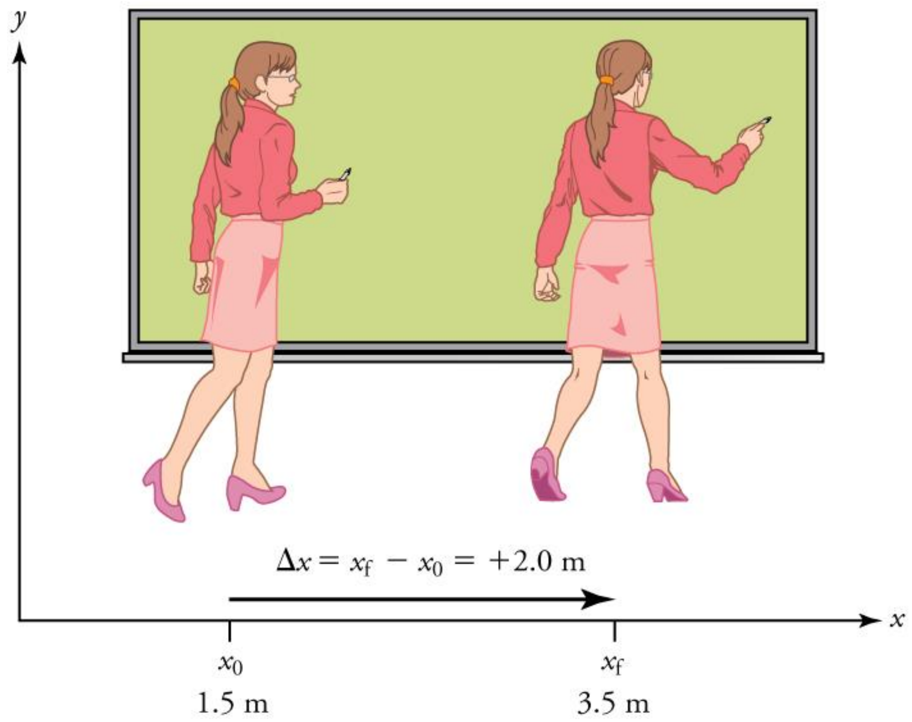
Qozǵalıstı traektoriyanıń parametrleri menen de táriyiplew múmkin.





Materiallıq dene A noqatınan B noqatına a traektoriyası boyınsha da, c traektoriyası boyınsha da jetiwi múmkin. Ekin jaǵdayda da orın almastırıw vektorı $\boldsymbol{b}$ ǵa teń boladı.

Orın almasıw vektorı. Bul vektor uzınlığı boyınsha keyingi noqat penen dáslepki noqat arasındağı qashıqlıqqa teń, al bağıtı dáslepki noqattan keyingi noqatqa qaray bağıtlanğan: $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t + \Delta t) - \boldsymbol{r}(t)$. Bul vektor materiallıq noqattıń t hám $t + \Delta t$ waqıt momentleri arasında bolğan traektoriyanıń noqatların tutastıradı.



Oqıtıwshı sabaqtıń barısında $\Delta x = 2.0$ metr qashıqlıqqa orın almastıradı.

Tezlik. Tezlik dep waqıt birliginde materiallıq noqattıń ótken jolına aytamız. Eger materiallıq noqat Δt waqıtı ishinde $\Delta \boldsymbol{S}$ jolın ótken bolsa ortasha tezlik

$$\Delta \boldsymbol{v} = \frac{\Delta \boldsymbol{S}}{\Delta t}. \tag{2.3}$$

Δt waqıtın sheksiz kishireytsek tezliktiń alınğan mánisi bir zamatlıq tezlik dep ataladı, yağnıy:

$$\boldsymbol{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}. \tag{2.4}$$

Dekart koordinatalar sistemasında

$$\boldsymbol{r(t) = i\,x(t) + j\,y(t) + k\,z(t)}. \tag{2.5}$$

Demek

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \boldsymbol{i}\,\frac{dx}{dt} + \boldsymbol{j}\frac{dy}{dt} + \boldsymbol{k}\,\frac{dz}{dt}. \tag{2.6}$$

Tezliktiń qurawshıları:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \qquad v_y = \frac{dy}{dt}, \qquad v_z = \frac{dz}{dt}.$$

Qozğalıs traektoriya parametrleri arqalı berilgen jağdayda traektoriya menen ótilgen joldıń waqıtqa ğárezliligi belgili boladı. Jol dáslepki dep qabıl etilgen noqattan baslap alınadı.

Traektoriyanıń hár bir noqatı s shamasınıń belgili bir mánisi menen anıqlanadı. Demek noqattıń radius-vektorı s tiń funkciyası bolıp tabıladı hám **r**=**r**(s) teńlemesi menen beriledi. Olay bolsa

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \frac{d\boldsymbol{r}}{ds}\frac{ds}{dt}. \tag{2.7}$$

Δs arqalı traektoriya boylap eki noqat arasındaģı qashıqlıq, |Δ**r**| arqalı usı eki noqat arasındaģı tuwrı sızıq boyınsha qashıqlıq belgilengen. Eki noqat bir birine jaqınlasqan sayın usı eki shama arasındaģı ayırma joģala baslaydı. Sonlıqtan:

$$\frac{d\boldsymbol{r}}{ds} = \lim_{\Delta s \to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta s} = \lim_{\Delta s \to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{|\Delta \boldsymbol{r}|}\frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta s} = \boldsymbol{\tau}. \tag{2.8}$$

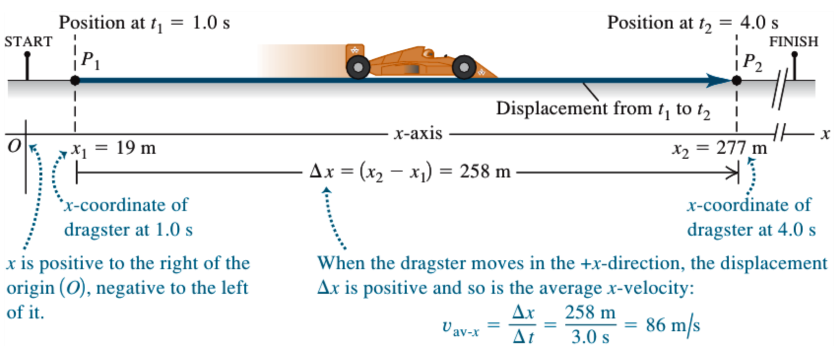
Bul ańlatpadajerde **τ** arqalı traektoriyaģa túsirilgen urınba baģıtındaģı birlik vektor belgilengen. Anıqlama boyınsha d**s**/dt=**v** traektoriya boyınsha tezliktiń absolyut mánisi. Sonlıqtan

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\tau} v. \tag{2.9}$$

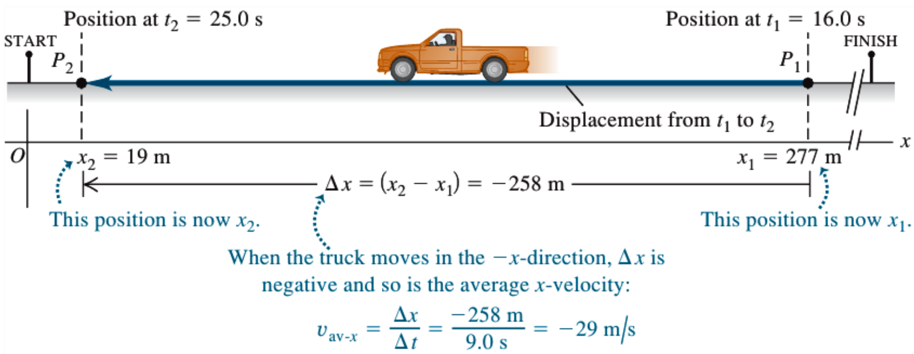
Bul formulada tezliktiń traektoriyaģa urınba baģıtında ekenligi kórinip tur.

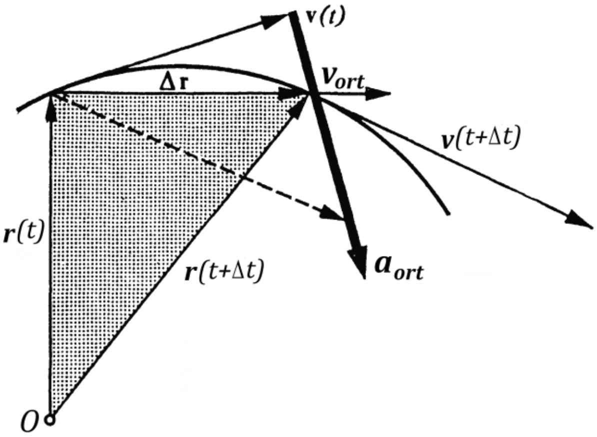
Tómende avtomobildiń tezligin esaplawģa múmkinshilik beretuģın súwret berilgen (súwrettegi túsinikler ingliz tilinde jazılģan):

Positions of a dragster at two times during its run.

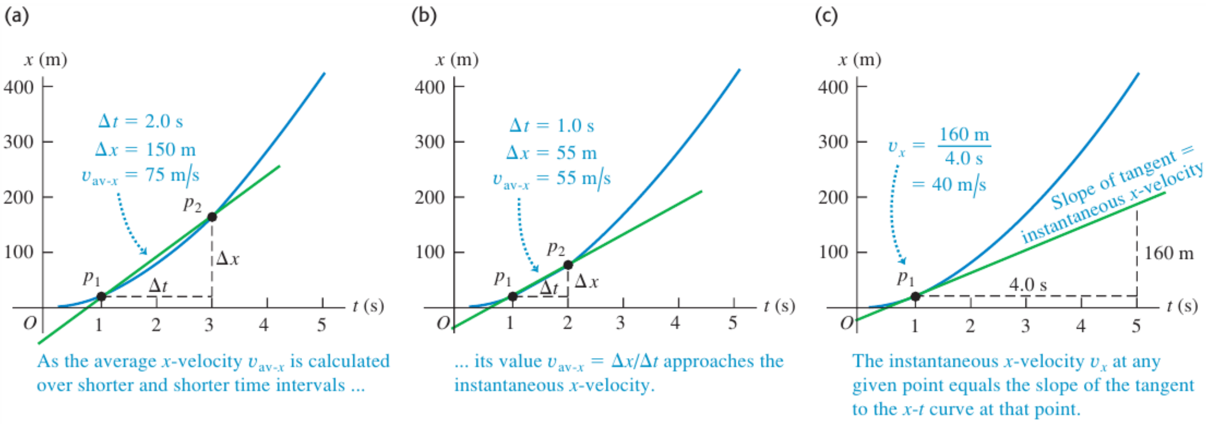


Bul súwrette berilgen maģlıwmatlardı tómende berilgen súwrettegi maģlıwmatlar tolıqtıradı:





Orın awıstırıw, tezlik hám tezleniw túsinikleriniń mánislerin usı súwrettiń járdeminde tereńirek úyreniw múmkin. Orın awıstırıw, tezlik hám tezleniw túsinigi ushın kerek bolǵan súwret. Traektoriyanıń eki noqatı arasındaǵı ortasha tezlik baǵıtı boyınsha awısıw vektorına teń. Ortasha tezlik traektoriyaǵa urınba baǵıtında da emes. O arqalı esaplaw bası belgilengen.



Tezleniw (Acceleration). Tezleniw dep tezliktiń ózgeriw tezligine aytamız. t hám t + Δt waqıt momentlerindegi tezlikler **v**(t) hám **v**(t+Δt) bolsın. Demek Δt ishinde tezlik **v**(t+Δt) - **v**(t) ócimin aladı. Δt waqtı ishindegi ortasha tezleniw:

$$\boldsymbol{a}_{ort}(\boldsymbol{t},\boldsymbol{t}+\boldsymbol{\Delta t})=\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta\boldsymbol{t}}. \tag{2.10}$$

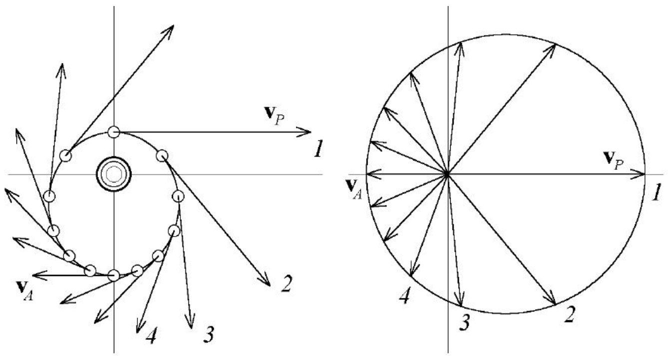
Bir qansha jaǵdaylarda (ayırım kitaplarda) tezleniwdi $\boldsymbol{w}$ háribiniń járminde de belgileydi. Hár qıylı waqıt aralıqlarındaǵı **v**(t) vektorınıń súwretin bir ulıwmalıq dáslepki noqattan shıǵatuǵın etip salamız. Usı vektordıń ushı **tezliklerdiń godografı** dep atalatuǵın iymeklikti sızadı. Δt waqıtın sheksiz kishireytip tezleniwdi alamız:

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}\right)=\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}. \tag{2.1}$$

$\boldsymbol{v}=\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}, \boldsymbol{r}=\boldsymbol{i}\,x+\boldsymbol{j}\,y+\boldsymbol{k}\,z$ ekenligin esapqa alıp $a=\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}$ tezleniwdi

$$\boldsymbol{a}=\frac{d^2x}{dt^2}\boldsymbol{i}+\frac{d^2y}{dt^2}\boldsymbol{j}+\frac{d^2z}{dt^2}\boldsymbol{k} \tag{2.12}$$

túrinde kórsetiw múmkin.



Tezlikler godografı.

Demek Dekart koordinatalar sistemasında tezleniwdiń qurawshıları:

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2}, a_y = \frac{d^2y}{dt^2}, a_z = \frac{d^2z}{dt^2} \qquad (2.13)$$

túrinde jazıladı degen sóz.

Bazı bir juwmaqlar:

1. Tezlik vektorınıń baǵıtı barlıq waqıtta traektoriya sızıǵına túsirilgen urınbanıń baǵıtı boyınsha baǵıtlanǵan.

2. Tezleniw menen tezlik vektorlarınıń arasındaǵı múyeshtiń qálegen mániske iye bolıwı múmkin. Basqa sóz benen aytqanda tezleniw menen traektoriya arasındaǵı múyesh qálegen mániske iye bolıwı múmkin.

3. Tezleniwdiń normal qurawshısı tezliktiń absolyut mánisin ózgertpeydi, al tek onıń baǵıtın ózgertedi.

4. Tezliktiń absolyut mánisiniń ózgerisi tezleniwdiń tek tangensiallıq (urınba) qurawshısı menen baylanıslı.

Sorawlar:

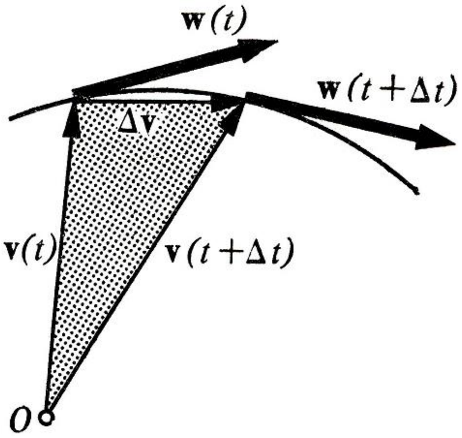
1. "Mexanikalıq qozǵalıs", "esaplaw sisteması", "esaplaw denesi" hám "materiallıq noqat túsinikleriniń anıqlamaların berińiz.
2. "Traektoriya", "jol" hám "orın almastırıw túsinikleriniń ayırması nelerden ibarat?
3. Deneniń ilgerilemeli qozǵalısı degenimiz ne?
4. Deneniń yamasa bóleksheniń teń ólshewli tuwrı sızıqlı qozǵalısı dep nelerge aytadı?
5. Teń ólshewli qozǵalıstıń tezligi degenimiz ne?
6. "Teń ólshewli qozǵalıstıń ortasha tezligi", "teń ólshewli bolmaǵan qozǵalıstıń ortasha tezligi" túsiniklerine anıqlamalar berińiz. Usı eki túsiniktiń ayırmasın sáwlelendiretuǵın mısallar keltirińiz.
7. Qanday qozǵalıstı teń ólshewli tezleniwshi qozǵalıs dep ataydı?
8. Tezleniw degenimiz ne hám onıń mánisi neni ańlatadı? Tezlik penen tezleniwdiń birlikleri.
9. Ótilgen joldıń teń ólshewli hám teń ólshewli tezleniwshi qozǵalıslardaǵı waqıttan ǵárezliginiń grafigin keltirińiz?
10. Tezliktiń teń ólshewli hám teń ólshewli tezleniwshi qozǵalıslardaǵı waqıttan ǵárezliginiń grafigin keltirińiz?
11. Denelerdiń erkin túsiwi degenimiz ne? Onıń Jerdiń betindegi san mánisi qanday?
12. Tezliklerdi qosıw nızamı. Mısallar keltirińiz.
13. Tezlik godografı degenimiz ne hám onıń mexanikadaǵı áhmiyeti nelerden ibarat.

3-sanlı lekciya. Iymek sızıqlı qozǵalıs. Aylanbalı qozǵalıs. Vertikal, gorizont hám gorizontqa qıya baǵıtta ılaqtırılǵan deneniń qozǵalısı. Qattı denelerdiń qozǵalısı

Endi tezleniwdiń tezlikke hám qozǵalıs traektoriyasına salıstırǵandaǵı baǵıtın anıqlawımız kerek. Biz tezleniwdiń tezlik godografına urınba baǵıtta ekenligin, biraq onıń menen qálegen múyesh jasap baǵıtlanatuǵınlıǵın da bilemiz. Usı máseleni ayqınlastırıw ushın **v**=**τ**v formulasınan paydalanamız [(2.9)-formulaǵa qarańız]:

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\boldsymbol{\tau}\mathbf{v}) = \frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{dt}}v + \tau\frac{dv}{dt}. \qquad (3.1)$$

Bul ańlatpada jerde τ=τ(s) ótilgen joldıń funkciyası bolıp tabıladı. Óz gezeginde s shaması waqıt t nıń funkciyası. Sonlıqtan $\frac{d\tau}{dt} = \left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{ds}}\right)\left(\frac{\mathrm{ds}}{\mathrm{dt}}\right)$ τ vektorı absolyut mánisi boyınsha ózgergen. Bunnan $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{ds}}$ vektorınıń **τ** vektorına perpendikulyar ekenligi kórinip tur. **τ** vektorı traektoriyaǵa urınba baǵıtında. Demek $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{ds}}$ vektorı traektoriyaǵa perpendikulyar, yaǵnıy bas normal dep atalıwshı normal boyınsha baǵıtlanǵan. Usı normal baǵıtındaǵı birlik vektor **n** arqalı belgilenedi. $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{ds}}$ vektorınıń mánisi $\frac{1}{r}$ ge teń. Keltirilgen ańlatpalardaǵı r bolsa traektoriyanıń iymeklik radiusı dep ataladı.



3-1 súwret. Tezlikler godografı. Belgilenip alınǵan dáslepki noqattan (O noqatı) baslap tezlik vektorınıń aqırǵı noqatı basıp ótken noqatlardıń geometriyalıq ornı bolıp tabıladı.

Traektoriyadan **n** bas normalınıń baǵıtında r qashıqlıqta turǵan O noqatı traektoriyanıń iymeklik radiusı dep ataladı. Sonlıqtan

$$\frac{d\tau}{ds} = \frac{n}{r} \qquad (3.2)$$

ańlatpasın jazıw múmkin.

$\frac{ds}{dt} = v$ ekenligin esapqa alıp (3.1)-formulanı bılay kóshirip jazamız:

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{n}\frac{v^2}{r} + \boldsymbol{\tau}\frac{dv}{dt}. \qquad (3.3)$$

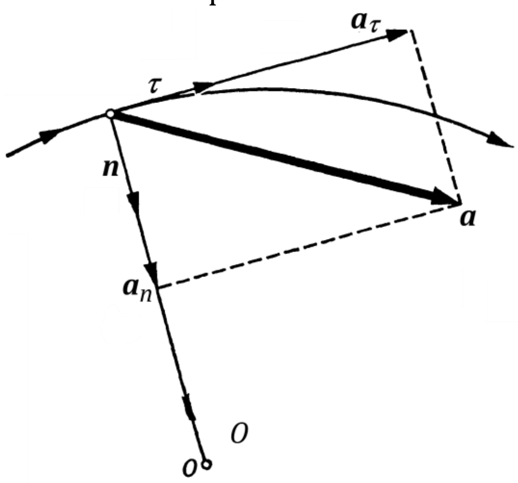
Demek tolıq tezleniw óz-ara perpendikulyar bolǵan eki vektordan turadı: traektoriya boylap baǵıtlanǵan

$$\boldsymbol{\tau}\frac{dv}{dt} = \boldsymbol{a}_\tau$$

tezleniwi tangensiallıq (urınba) tezleniw dep ataladı, al ekinshisi traektoriyaǵa perpendikulyar jáne bas normal boyınsha baǵıtlanǵan tezleniw

$$\boldsymbol{a}_n = \boldsymbol{n}\frac{v^2}{r}$$

normal tezleniw dep ataladı.



3-2 súwret.
Tolıq tezleniwdi $(\boldsymbol{a})$ qurawshıları bolǵan tangensial $(\boldsymbol{a}_\tau)$ hám normal $(\boldsymbol{a}_n)$ qurawshılarǵa jiklew.

Tolıq tezleniwdiń absolyut mánisi

$$a = \sqrt{\boldsymbol{a}^2} = \sqrt{\left(\frac{v^2}{r}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2}. \qquad (3.4)$$

Endi qozǵalıstıń eń ápiwayı túrleriniń biri bolǵan tuwrı sızıqlı tezleniwshi qozǵalıs haqqında gáp etemiz. Bunday jaǵdayda tezleniwdi bılay jazamız

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}.$$

Bul ańlatpada v_0 arqalı dáslepki tezlik, t_0 arqalı dáslepki waqıt (waqıttıń dáslepki momenti), v arqalı t waqıt momentindegi tezliktiń mánisi belgilengen. Bul formuladan

$$v = v_0 + a(t - t_0)$$

ańlatpasına iye bolamız. Eger $t_0 = 0$ teńligi orınlanatuǵın bolsa, onda kópshilikke belgili $v = v_0 + at$ formulasın alamız.

Tezliktiń ósimi Δv nıń belgisi qanday bolsa tezleniwdiń belgisi de sonday boladı.

Endi teń ólshewli tezleniwshi qozǵalıstaǵı júrip ótilgen joldıń mánisin esaplayıq.

Ápiwayılıq ushın $v_0 = 0$ dep esaplayıq. Tezliktiń ósiwi OA tuwrısı menen sáwlelendiriledi. Sonlıqtan júrip ótilgen jol OVA úsh múyeshliginiń maydanına teń boladı:

$$OA\frac{AB}{2} = \frac{vt}{2} = \frac{at^2}{2}.$$

Eger dáslepki tezlik nolge teń bolmasa

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

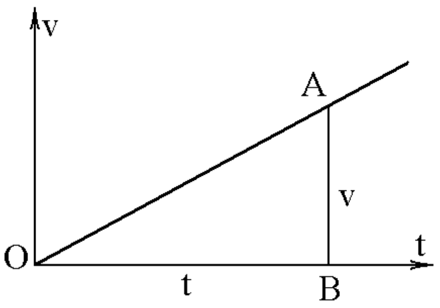
formulasın alamız.

Noqattıń sheńber boyınsha qozǵalıwı. Múyeshlik tezlik. Noqattıń sheńber boyınsha qozǵalısın cilindrlik koordinatalar sistemasında qaraǵan ańsat. Bul jaǵdayda koordinata basın sheńberdiń orayına, al x penen $^{\mathrm{y}}$ kósherlerin usı sheńber tegisligine jaylastıramız. (x,y) tegisliginde bul polyar koordinatalar sisteması boladı. SHeńberdiń radiusın r arqalı belgileymiz. Traektoriya boyınan A noqatın alıp $s = r\varphi$ teńligin jaza alamız. Tezliktiń absolyut mánisi

$$v = \frac{ds}{dt} = r\frac{d\varphi}{dt}$$

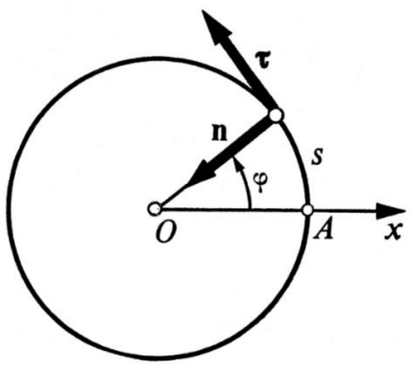
shamasına teń boladı. Múyeshtiń ózgeriw tezligi $\frac{d\varphi}{dt}$ **múyeshlik tezlik** dep ataladı hám ω háripi menen belgilenedi. Eger bul tezliktiń shaması turaqlı bolsa, onda múyeshlik jiyilikti **cikllıq jiyilik** dep ataydı. Múyeshlik tezliktiń mánisi aylanıw dáwiri T menen bılay baylanısqan:

$$\Omega = \frac{2\pi}{T}. \tag{3.5}$$



3-3 súwret.
Teń ólshewli tezleniwshi qozǵalısta júrip ótilgen jol OAB úsh múyeshliginiń maydanına teń.

Orayǵa umtılıwshı tezleniw. Ádette normal tezleniwdi **orayǵa umtılıwshı tezleniw** dep ataladı. SHeńberdiń barlıq noqatlarınıń iymeklik orayları sheńberdiń orayı bolıp tabıladı. Iymeklik radiusı sheńberdiń radiusına teń. Orayǵa umtılıwshı tezleniw $a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$. Bul ańlatpada $v = R\omega$ teńligHiniń bar ekenligi esapqa alınǵan.



3-4 súwret.
SHeńber boyınsha qozǵalıstıń parametrleri.

Múyeshlik tezleniw. $v = R\frac{d\varphi}{dt}$ formulasınan tangensial (urınba) tezleniwdiń

$$a_t = \frac{dv}{dt} = R\frac{d\varphi}{dt} = \frac{R}{\frac{d\omega}{dt}} = \frac{R}{\frac{d^2\varphi}{dt^2}}$$

ańlatpasınıń járdeminde beriletuǵınlıǵı kelip shıǵadı.

$$\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt}$$

shamasın noqattıń **múyeshlik tezleniwi** dep ataladı. Usınıń nátiyjesinde tolıq tezleniwdi bılayınsha jazamız:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = R\sqrt{\omega^4 + \dot{\omega}^2}. \qquad (4.19)$$

Múyeshlik tezlik hám múyeshlik tezleniw vektorları. SHeńber boyınsha qozǵalıs tek ǵana sheńberdiń radiusı hám múyeshlik tezlik penen táriyiplenip qoymay, sheńber jatqan tegisliktiń baǵıtı menen de táriyiplenedi. Tegisliktiń baǵıtı usı tegislikke túsirilgen normaldıń baǵıtı menen anıqlanadı. Sonlıqtan sheńber boyınsha qozǵalıs sheńberdiń orayı boyınsha ótiwshi hám sheńber tegisligine perpendikulyar sızıq penen táriyiplenedi. Bul sızıq aylanıw kósheri bolıp tabıladı.

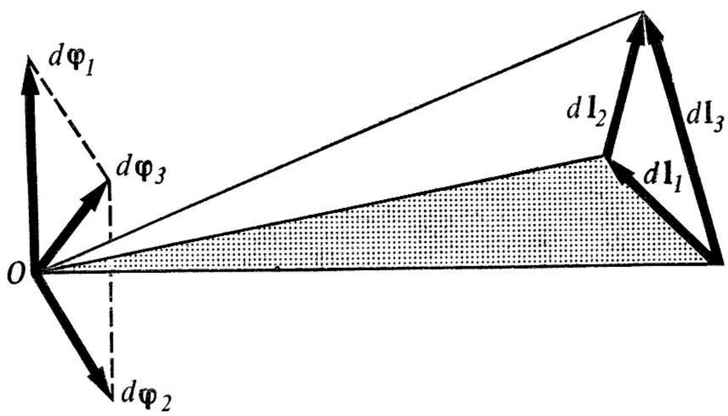
dφ shaması elementar múyeshlik awısıw dep ataladı. v menen ds qalay baylanısqan bolsa ($\boldsymbol{v} = \frac{ds}{dt}$ formulası názerde tutılmaqta) ω menen dφ de sonday bolıp baylanısqan, yaǵnıy $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ túrine iye. Biraq tezliktiń táriyiplemesi ushın tek onıń tek shaması emes, al baǵıtı da kerek. Eger awısıw vektorı ds arqalı belgilengen bolsa, onda tezlik vektorı ushın ańlatpa $\frac{ds}{dt}$ túrine iye boladı.

Elementar múyeshlik awısıw dφ tek óziniń mánisi menen ǵana emes, al sol ózgeris júz beretuǵın tegislik penen de táriyiplenedi. Usı tegislikti belgilep alıw ushın d**φ** di usı tegislikke perpendikulyar bolǵan vektor dep qarawımız kerek. Onıń baǵıtı oń burǵı qádesi járdeminde anıqlanadı; eger burǵını φ diń úlkeyiw baǵıtında aylandırsaq, onda burǵınıń (tesiwdegi) qozǵalıs baǵıtı d**φ** vektorınıń baǵıtına sáykes keliwi kerek. Biraq d**φ** di vektor dep esaplaytuǵın bolsa, onda onıń haqıyqatında da vektor ekenligin dálillewimiz kerek.

Meyli $d\boldsymbol{\varphi}_1$ hám $d\boldsymbol{\varphi}_2$ ler arqalı eki múyeshlik awısıw belgilengen bolsın. Usı shamalardıń vektorlarday bolıp qosılatuǵınlıǵın dálilleymiz. Eger O noqatınan (orayı O noqatı) radiusı bir birlikke teń bolǵan sfera payda etetuǵın bolsaq usı múyeshlerge sferanıń betinde sheksiz kishi $d\boldsymbol{l}_1$ hám $d\boldsymbol{l}_2$ kishi doǵaları sáykes keledi (4-6 súwrette sáwlelengen). $d\boldsymbol{l}_3$ doǵası bolsa úsh múyeshliktiń úshinshi tárepin payda etedi. SHeksiz kishi bolǵan bul úsh múyeshlikti tegis úsh múyeshlik dep esaplawǵa boladı. $d\boldsymbol{\varphi}_1, d\boldsymbol{\varphi}_2$ hám $d\boldsymbol{\varphi}_3$ vektorları usı úsh múyeshliktiń táreplerine perpendikulyar bolıp jaylasqan hám onıń tegisliginde jatadı. Olar ushın tómendegidey vektorlıq teńliktiń orın alatuǵınlıǵına kóz jetkeriw qıyın emes:

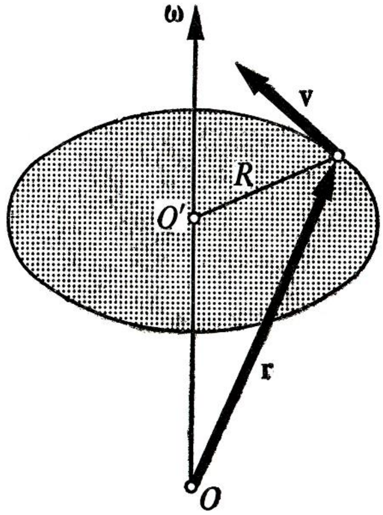
$$d\boldsymbol{\varphi}_3 = d\boldsymbol{\varphi}_1 + d\boldsymbol{\varphi}_2.$$

Demek $d\boldsymbol{\varphi}_1$ hám $d\boldsymbol{\varphi}_2$ shamaları vektorlar bolıp tabıladı eken. Usını dálillewimiz kerek edi.



3-3 súwret. Elementar múyeshlik awısıwlardıń ($d\boldsymbol{\varphi}_1$ hám $d\boldsymbol{\varphi}_1$ eki múyeshlik awısıwlarınıń) vektorlıq shama ekenligin dálilewdi túsindiretuǵın súwret.

Bul vektorlardı koordinata kósherleri boyınsha qurawshılarǵa jiklewimiz kerek. $d\boldsymbol{\varphi}_3 = d\boldsymbol{\varphi}_1 + d\boldsymbol{\varphi}_2$ qosındısına baylanıslı bul qurawshılar vektordıń qurawshılarınday boladı. Sonlıqtan **elementar múyeshlik awısıw vektor bolıp tabıladı dep esaplaymız**.



3-6 súwret. Radiusı R bolǵan sheńber boyınsha qozǵalıwshı noqattıń múyeshlik tezliginiń vektorı qozǵalıs tegisligine perpendikulyar baǵıtta baǵıtlanǵan.

Vektor bolıw qásiyetine tek ǵana elementar (sheksiz kishi) múyeshlik awısıwdıń iye bolatuǵınlıǵın seziwimiz kerek. SHekli múyeshke awısıw vektor bolıp tabılmaydı. Sebebi olardı awısıw ámelge asatuǵın tegislikke perpendikulyar bolǵan tuwrılardıń kesindisi dep qarasaq, bul kesindiler parallelogramm qádesi boyınsha qosılmay qaladı.

Materiallıq noqattıń sheksiz kishi awısıwı dφ sheksiz kishi dt waqıt aralıǵında júzege keledi. Sonlıqtan múyeshlik tezlik

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{d\boldsymbol{\varphi}}{dt}$$

vektor bolıp tabıladı. Sebebi $d\boldsymbol{\varphi}$ vektor, al dt skalyar shama. $\boldsymbol{\omega}$ menen $d\boldsymbol{\varphi}$ lardıń baǵıtları birdey hám oń burǵı qaǵıydası (qádesi) tiykarında anıqlanadı.

Eger esaplaw basın aylanıw kósheriniń ıqtıyarlı noqatına ornalastırsaq, onda materiallıq noqattıń tezligin múyeshlik tezlik vektorı formulası arqalı ańlatıwımız múmkin:

$$\mathbf{v}=[\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}].$$

Múyeshlik tezleniw dep $\frac{d\omega}{dt}$ vektorına ataymız. SHeńber boyınsha qozǵalısta **ω** vektorınıń tek mánisi ózgeredi, al baǵıtı boyınsha ózgermeytuǵın aylanıw kósherine parallel bolıp qaladı. **r**=**r**(t) formulasın qollanıp noqattıń tolıq tezleniwin alamız:

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \left[\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}, \boldsymbol{r}\right] + \left[\boldsymbol{\omega}, \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\right] = \left[\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}, \boldsymbol{r}\right] + [\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{v}].$$

Bul ańlatpada $\frac{dr}{dt} = \boldsymbol{v}$ ekenligi esapqa alınǵan. Biz qarap atırǵan jaǵdayda múyeshlik tezleniw vektorı $\frac{d\omega}{dt}$ aylanıw kósherine parallel bolǵanlıqtan joqarıdaǵı formuladaǵı $[\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{v}]$ vektorı traektoriyaǵa urınba baǵıtında baǵıtlanǵan. Demek:

Tangensiallıq tezleniw	Normal tezleniw	Tolıq tezleniw
$\boldsymbol{a}_\tau = \left[\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}, \boldsymbol{r}\right].$	$\boldsymbol{a}_n = [\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{v}].$	$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_n + \boldsymbol{a}_\tau.$

Bul formulalar aylanıw kósheri keńislikte baǵıtın ózgertpeytuǵın bolǵan jaǵdaylarda durıs nátiyje beredi.

Bir qansha mısallar keltiremiz.

Dáslep teń ólshewli tezleniwshi qozǵalıstı qaraymız. Biyikligi 20 m bolǵan jaydıń basınan tas túsirilgen, onıń dáslepki tezligi nolge teń. Hawanıń qarsılıǵın esapqa almay tastıń Jer betine qansha waqıtta kelip jetetuǵınlıǵın hám Jer betine qanday tezlik penen túsetuǵınlıǵın esaplaymız.

Bul jaǵdayda tastıń túsiwi erkin túsiw bolıp tabıladı. Dáslepki tezligi nolge teń bolǵan deneniń teń ólshewli tezleniwshi qozǵalısta ótilgen jol $h = \frac{at^2}{2}$ shamasına teń (eger dáslepki tezlik v_0 nolge teń bolmasa $h = v_0 t + \frac{at^2}{2}$). Erkin túsiwshi dene ushın tezleniw $a = g = 9{,}81$ m/s^2 shamasın **erkin túsiw tezleniwi** dep ataydı. Bul formuladan tastıń túsiw waqtı

$$t = \sqrt{\frac{h}{g}}$$

shamasına teń bolıp shıǵadı. Sonlıqtan t ≈ 2 s aralıǵındaǵı erkin túsiw ushın aqırǵı tezlik v_t=gt=19.6 m/s shamasına iye bolamız.

Endi vertikal baǵıtta ılaqtırılǵan deneniń qozǵalısın qaraymız. Meyli vertikal baǵıtta ılaqtırılǵan dene 30 m biyiklikke kóterilsin. Usı biyiklikke tastıń qansha waqıtta jetetuǵınlıǵın hám Jer betine qansha waqıttan keyin qaytıp keletuǵınlıǵın esaplayıq.

Bul jaǵdayda

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

formulasın alamız. 30 m biyiklikke kóterilgen waqıttaǵı tastıń aqırǵı tezligi nolge teń, yaǵnıy

$$v_t = v_0 - gt = 0.$$

Bunnan $v_0 = gt$ teńligin alamız. Demek $h = gt \cdot t - \frac{gt^2}{2} = \frac{gt^2}{2}$ ańlatpası kelip shıǵadı. Sonlıqtan $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ shamasına teń. Bul nátiyjeni joqarıdaǵı keltirilgen mısaldaǵı alınǵan nátiyje menen salıstırsaq joqarǵı erkin kóterilgendegi waqıt penen tómenge erkin túskendegi waqıt penen teń ekenligin kóremiz. t nıń mánisin anıqlaǵannan keyin $v_0 = gt = \sqrt{2gh}$ formulası kelip shıǵadı. Sonlıqtan v_0 ≈ 24.2 m/s, t ≈ 2.48 s shamaların alamız.

Endi iymek sızıqlı qozǵalıslardı qarayıq.

Bir dene gorizontqa α múyeshin jasap v_0 dáslepki tezligi menen ılaqtırılǵan. Usı deneniń traektoriyasınıń túrin, deneniń eń joqarıǵa kóteriliw múyeshin hám qansha aralıqqa barıp Jer betine túsetuǵınlıǵın anıqlayıq.

Máseleni bılayınsha sheshemiz:

Súwretten

$$v_x = v_0 \cos\alpha,$$
$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt$$

teńlikleriniń orınlı ekenligi kórinip tur. x hám u koordinataları waqıttıń funkciyaları túrinde bılay jazıladı:

$$x = v_0 \cos\alpha\, t,$$
$$y = v_0 \sin\alpha \cdot t = \frac{gt^2}{2}.$$

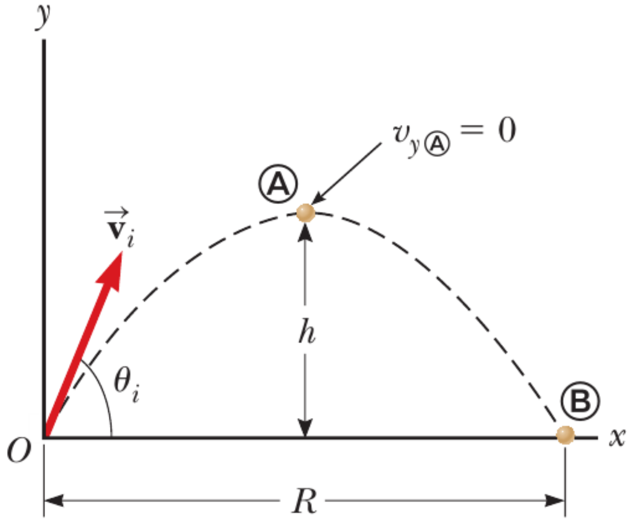
Bul teńlemeler sistemasınan waqıt t nı alıp taslasaq traektoriyanıń teńlemesin alamız:

$$y = tg\ \alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2\ cos^2\alpha}x^2.$$

Alınǵan ańlatpalardaǵı x penen x^2 lar aldında turǵan shamalar turaqlı shamalar bolıp tabıladı. Olardı a hám b arqalı belgilesek

$$y = ax - bx^2$$

funkciyasın alamız. Bul parabolanıń formulası. Demek Jer betine múyesh jasap ılaqtırılǵan deneniń parabola boyınsha qozǵalatuǵınlıǵın kóremiz.

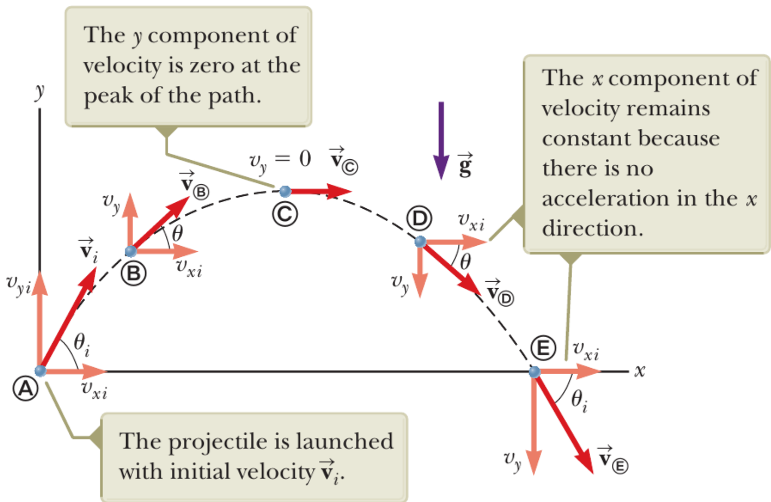


3-7 súwret. Gorizontqa múyesh jasap ılaqtırılǵan deneniń qozǵalısı. h arqalı maksimallıq biyiklik, al R arqalı ushıw jolınıń uzınlıǵı belgilengen.

Traektoriyasınıń eń joqarǵı noqatında $v_y = 0$. Demek $v_0 \sin\alpha - gt = 0$. Olay bolsa ılaqtırılǵan deneniń kóteriliw waqtı ushın

$$t' = v_0 \frac{\sin\alpha}{g}$$

formulasın alamız.



Gorizontqa múyesh jasap ılaqtırılǵan deneniń traektoriyası, tezliginiń qurawshılarınıń ózgerislerin sáwlelendiretuǵın súwret.

Eń joqarı kóteriliw biyikligi ushın

$$y_{max} = v_0 \sin\alpha \frac{v_0 \sin\alpha}{g} - \frac{g}{2}\left(\frac{v_0 \sin\alpha}{g}\right)^2 = v_0^2 \frac{sin^2\alpha}{2g}$$

formulasına iye bolamız.

Dene Jerdiń betine $t = 2t'$ waqtı ishinde kelip túsedi. Olay bolsa ushıw waqtı ushın

$$t = v_0 \frac{\sin\alpha}{g}$$

ańlatpasın alamız. Demek

$$x_{max} = v_0 \cos\alpha \cdot t = \frac{v_0 \cos\alpha \;\; v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2}{2} \sin 2\alpha$$

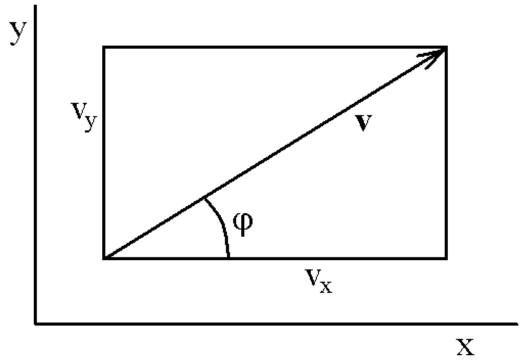
formulası orınlı degen sóz. sin 2α nıń eń úlken mánisi 1 ge teń. Bul jaǵdayda 2α=90⁰. Demek α=45⁰ ta dene eń úlken qashıqlıqqa ushıp baradı eken.

Tap sonday-aq 2α nıń hár qıylı mánislerinde x tıń birdey mánisleriniń bolıwı múmkin. Mısalı $\alpha=63^0$ penen $\alpha=27^0$ larda birdey x alınadı (usı jaǵday berilgen súwretlerde ayqın túrde kórsetilgen).

Másele: Gorizontqa α múyeshin jasap ılaqtırılǵan deneniń traektoriyasınıń eki noqatınıń járdeminde deneniń dáslepki tezligi v menen sol múyesh α nıń mánisin tabıw.

Berilgenleri: Koordinata x_1 bolǵanda u koordinata u_1 mániske, al koordinata x_2 bolǵanda u tiń mánisi u_2 bolǵan.

y_{max} penen x_{max}, v_0 hám α nıń mánislerin tabıw kerek.



3-8 súwret. Gorizontqa múyesh jasap ılaqtırılǵan deneniń traektoriyasın esaplaw ushın dúzilgen sxema.

Sızılmadan

$$v_x = v\cos\varphi,\ v_y = v_0 t\sin\varphi - \frac{gt^2}{2}.$$

Bunnan

$$\begin{cases} x = v_0\ t\cos\varphi, \\ y = v_0\ t\sin\varphi - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases}$$

teńlemeler sistemasın alamız. Bul teńlemeler sistemasındaǵı birinshi teńlemeden

$$t = \frac{x}{v_0\cos\varphi}$$

formulasın alamız. Bul formulanı ekinshi teńlemege qoysaq

$$y = \frac{v_0\sin\varphi}{v_0\cos\ \varphi}x - \frac{g}{2}\frac{x^2}{v_0^2\ cos^2\varphi}$$

teńlemesin alamız hám bul teńlemeni bılayınsha jazamız:

$$y = ax - \beta x^2.$$

Bul ańlatpanı dáslepki ańlatpa menen salıstırsaq

$$\alpha = tg\ \varphi \text{ hám } \beta = \frac{g}{2}\frac{1}{v_0^2\ cos^2\varphi}$$

ańlatpalarına iye bolamız.

Endi máseleniń shártleri boyınsha tómendegidey teńlemeler sistemasın dúzemiz:

$$\begin{cases} y_1 = \alpha\ x_1 - \beta\ x_1^2, \\ y_2 = \alpha\ x_2 - \beta\ x_2^2. \end{cases}$$

Bul teńlemelerdiń birinshisin x_1 ge, al ekinshisin x_2 ge kóbeytemiz hám birinshisin ekinshisinen alamız. Sonda:

$$y_1x_2 - y_2x_1 = \beta x_1^2x_2 - \beta x_2^2x_1 = \beta(x_1^2x_2 - x_2^2x_1)$$

hám

$$\beta = \frac{y_1x_2 - y_2x_1}{x_1^2x_2 - x_2^2x_1}$$

ańlatpalarına iye bolamız. Demek α ushın

$$\alpha = \frac{y_1 + \beta x_1^2}{x_1}$$

ańlatpasınıń orınlı ekenligin ańǵaramız.

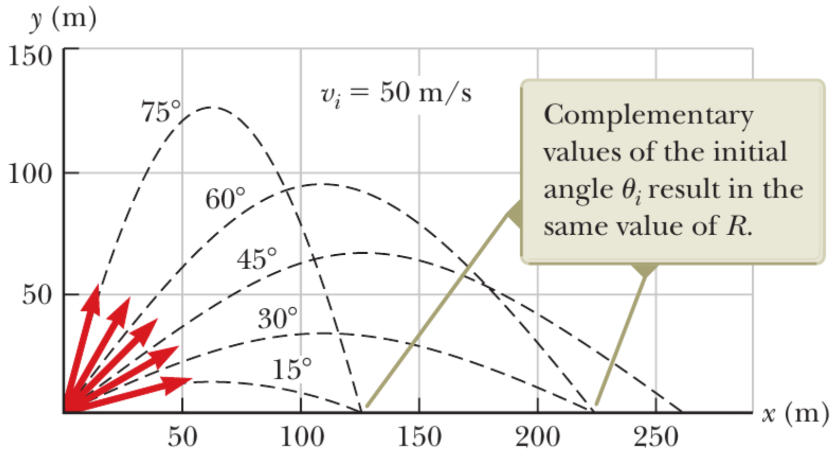
Jáne φ=arctgα hám $v_0 = \sqrt{\frac{g}{2}\frac{1}{cos^2\varphi}\frac{1}{\beta}}$ ekenligin esapqa alamız.

y_{max} noqatında $\frac{dy}{dx} = 0$. Sonlıqtan α - 2βx=0. Demek y_{max} ǵa sáykes keliwshi x tıń mánisi bılayınsha anıqlanadı:

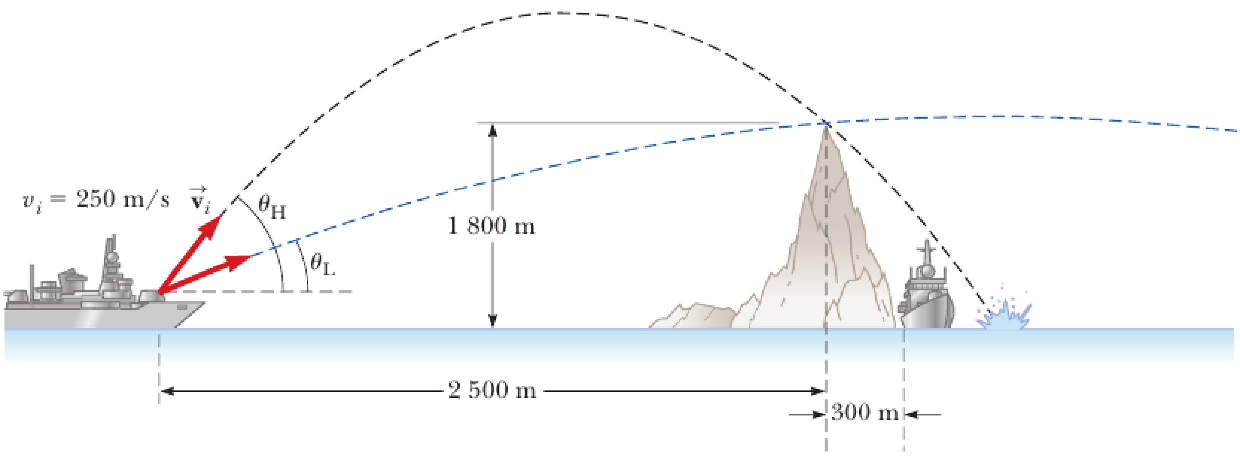
$$x = \frac{\alpha}{2\beta}.$$

Demek $y_{max} = \alpha x - \beta x^2 = \alpha\frac{\alpha}{2\beta} - \beta\frac{\alpha^2}{4\beta^2}$. Al $x_{max} = 2\frac{\alpha}{2\beta}$.

Solay etip traektoriyanıń eki noqatı boyınsha dáslepki tezlik v_0 di, múyesh φ di, y_{max} menen x_{max} shamaların anıqlay aladı ekenbiz.



Gorizontqa múyesh jasap ılaqtırılǵan deneniń ushın traektoriyalarınıń α múyeshinen ǵárezligi. α=45^0 bolǵanda deneniń jer betine tiyetuǵın noqatınıń koordinatası x eń úlken mániske iye boladı.



Tasanıń arǵı tárepinde kórinbey turǵan korabldi atıp túsiriw ushın dáslepki tezlik hám gorizont penen dáslepki tezlik arasındaǵı múyeshtiń mánislerin esapqa alıwdıń talap etiletuǵının sáwlelendiriwshi súwret.

Bazı bir juwmaqlar:

1. Tezlik barlıq waqıtta traektoriyaǵa urınba baǵıtında baǵıtlanǵan.

2. Tezleniw menen tezlik arasındaǵı múyesh qálegen mániske iye bolıwı múmkin. YAǵnıy tezleniw traektoriyaǵa salıstırǵanda qálegen baǵıtqa iye boladı.

3. Tezleniwdiń normal qurawshısı tezliktiń absolyut mánisin ózgertpeydi, al tek onıń baǵıtın ózgertedi.

4. Tezliktiń absolyut mánisiniń ózgerisi tezleniwdiń tangensial qurawshısınıń tásirinde boladı.

5. Tek sheksiz kishi múyeshlik awısıw vektor bolıp tabıladı. SHekli múyeshke aylanıw vektor emes.

6. Múyeshlik tezlik vektor bolıp tabıladı. Sebebi ol vektor bolıp tabılatuǵın elementar múyeshlik awısıw járdeminde anıqlanadı. SHekli múyeshke burılǵandaǵı ortasha múyeshlik tezlik absolyut mánisine hám baǵıtına iye bolsa da vektor emes.

Sorawlar:

1. Qozǵalıstı táriyiplewdiń qanday usılların bilesiz?
2. Qozǵalıstı vektorlar arqalı belgilewdiń hám vektorlıq jazıwdıń qanday artıqmashları bar?
3. Elementar múyeshlik awısıw menen shekli múyeshlik awısıwlardıń ayırması nelerden ibarat?
4. Orayǵa umtılıwshı tezleniwdiń shaması qanday formulanıń járdeminde anıqlanadı hám fizikalıq mánisi neden ibarat?
5. Qanday sebeplerge baylanıslı ortasha múyeshlik tezlik vektor bolıp tabılmaydı?
6. Materiallıq noqattıń sheńber tárizli orbita boyınsha qozǵalıwı. Aylanıw dáwiri menen jiyiligi. Cikllıq jiyilik degenimiz ne?

4-sanlı lekciya. Dinamika. Denelerdiń bir biri menen tásirlesiwi. Kúsh. Kúshlerdi ólshew. Kúshlerdi qosıw. Noqatqa tásir etiwshi kúshlerdiń teń salmaqlıq shárti

Eń dáslepki eskertiwler. Kúsh penen massa. Kinematika ushın "tezlik" hám "tezleniw" túsinikleri tán. Dinamikada bolsa sol túsiniklerge "kúsh" hám "massa" túsinikleri qosıladı. Ádettegi sóylesiwlerde bul sózler hár qıylı mánislerge iye boladı. Al fizikalıq terminlerge qatań túrdegi anıqlama beriledi.

Dinamika (grek sózi δύναμις — kúsh) mexanikalıq qozǵalıstıń payda bolıw sebeplerin izertleytuǵın fizikanıń bólimi bolıp tabıladı. Dinamika tiykarınan massa, kúsh, impuls, impuls momenti, energiya túsiniklerine súyenedi.

Nyuton nızamlarına tiykarlanatuǵın dinamikanı **klassikalıq dinamika** dep ataydı. Klassikalıq dinamika tezlikleri jaqtılıqtıń vakuumdaǵı tezliginen ádewir kishi bolǵan obektlerdiń qozǵalısların táriyipleydi.

Dinamikanıń usınday usılları júdá kishi bolǵan obektlerdiń (mısalı elementar bóleksheler) hám jaqtılıqtıń tezligine jaqın tezliklerdegi qálegen deneniń qozǵalısların klassikalıq dinamika táriyipley almaydı. Sonday denelerdiń qozǵalısları basqa nızamlarǵa baǵınadı.

Dinamikanıń nızamlarınıń járdeminde tutas denelerdiń (yaǵnıy serpimli hám serpimli emes deformaciyalanatuǵın denelerdiń), suyıqlıqlardıń hám gazlerdiń qozǵalısları da úyreniledi.

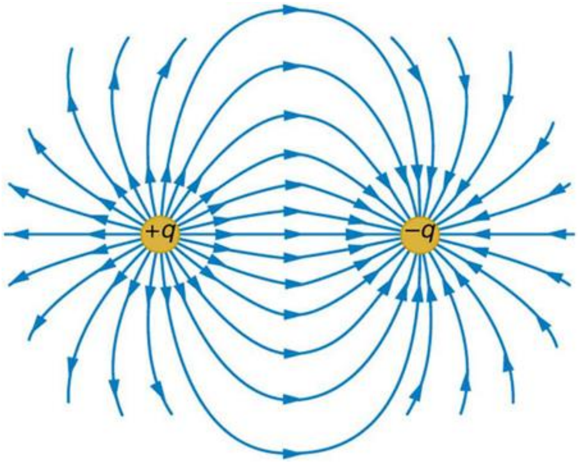
Ayqın obektlerdiń qozǵalısların úyreniwde dinamikanıń nızamların paydalanıw bir qatar arnawlı pánlerdiń payda bolıwına alıp keldi. Usınday pánler sıpatında aspan mexanikasın, ballastikanı, korabl dinamikasın, samolet dinamikasın hám basqa da pánlerdi kórsetiw múmkin.

Ullı alım Ernst Max dinamikanıń tiykarın Galileo Galiley dóretti dep esapladı.

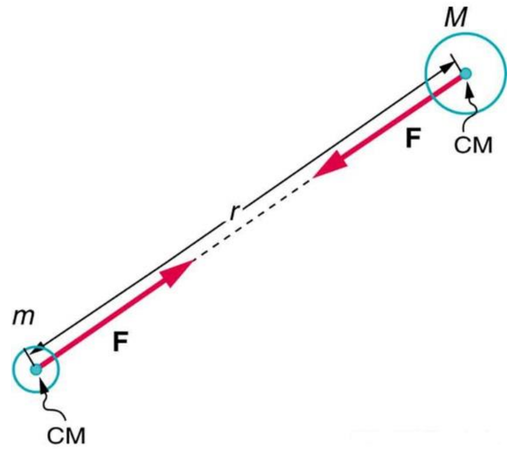
Tariyxıy jaqtan "dinamikanıń tuwrı máselesi" hám "dinamikanıń keri máselesi" dep atalatuǵın túsiniklerdiń payda bolıwı tómendegilerden ibarat:

1) Dinamikanıń tuwrı máselesi: qozǵalıstıń berilgen xarakteri boyınsha denege tásir etiwshi kúshlerdiń qosındısın tabıw.

2) Dinamikanıń keri máselesi: denege tásir etetuǵın kúshlerdi esapqa alıp deneniń qozǵalısınıń xarakterin anıqlaw.

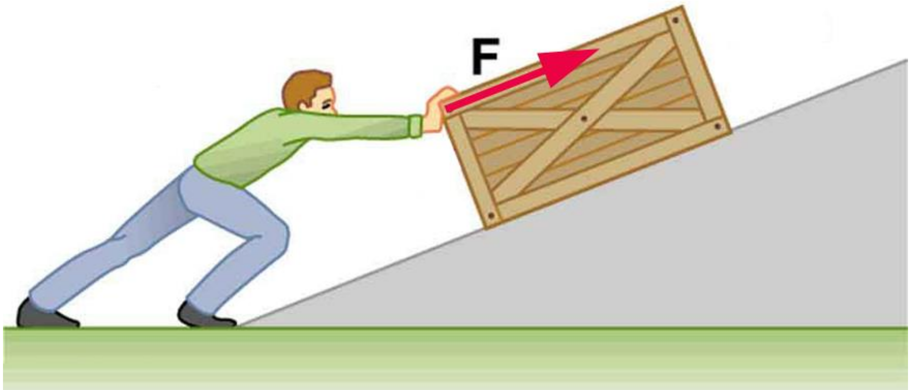


Hár qıylı belgige iye zaryadlar menen zaryadlanǵan bóleksheler bir biri menen elektr maydanı arqalı tartısadı.

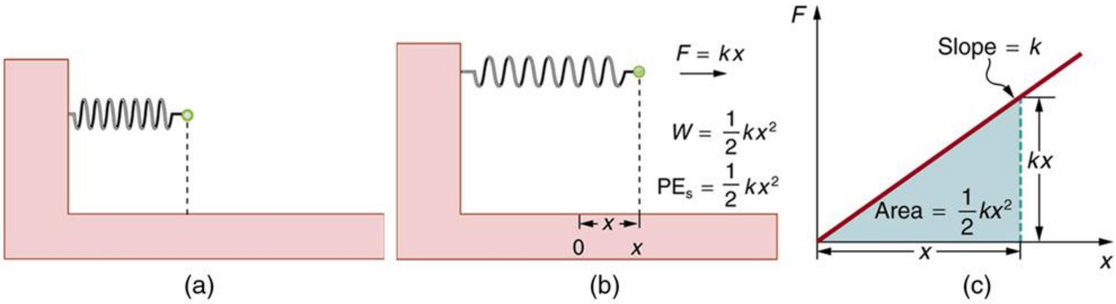


Massaları m hám M shamalarına teń deneler bir biri menen tartısadı. Tartısıw gravitaciya maydanı arqalı jetkerilip beriledi.

Kúsh túsinigi bulshıq etler tárepinen beriletuǵın sezimlerden kelip shıǵadı. Sanlıq jaqtan kúsh eki belgisi boyınsha anıqlanadı: kúsh tınıshlıqta turǵan deneni deformaciyalaydı hám tınıshlıqta turǵan denege tezleniw beredi.

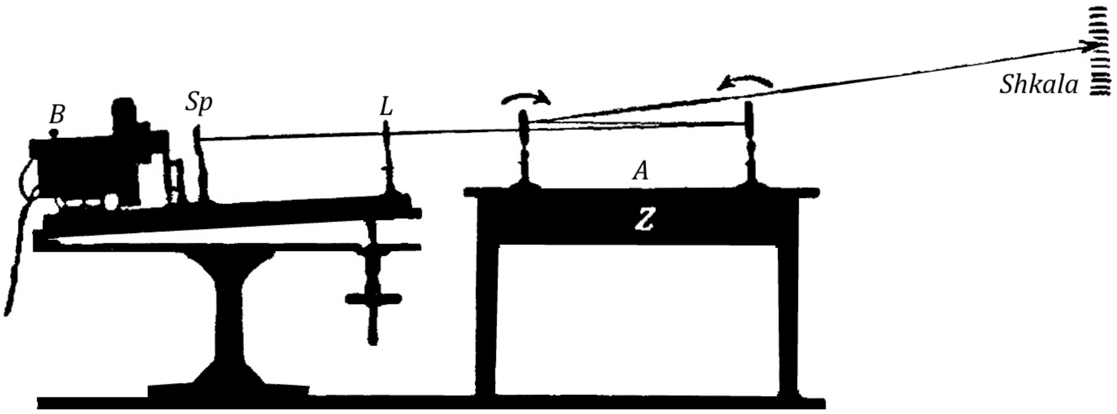


Aǵashtan soǵılǵan qutını **F** kúshi menen iyterip jokarıǵa shıgarıw múmkin.

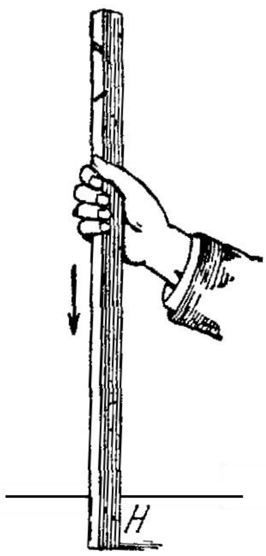


Prujinanı x shamasına sozıw ushın talep etiletuǵın kúshtiń shaması usı x tıń mánisine tuwrı proporcional hám F=kx, al sozıw ushın islengen jumıstıń mánisi (1/2) kx^2 shamasına teń.

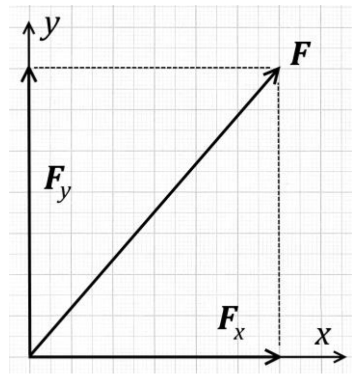
Deformaciya ushın tómendegi súwrette kórsetilgendey ápiwayı mısaldı keltiremiz. Ústingi beti qalıń (Z arqalı belgilengen) stoldıń ústine eki ayna ornalastırılǵan. Jaqtılıq dástesi súwrette kórsetilgendey jollardı ótedi. Sp sańlaǵınan ótken jaqtılıq dástesi shkalası bar ekranda jaqtılıq dereginiń súwretin beredi. Stoldıń ústiniń qálegen shamadaǵı iymeyiwi aynalardı kishkene strelkalardıń baǵıtında eńkeyiwin boldıradı. "Jaqtılıq rıchagınıń" uzınlıǵı úlke bolǵanlıqtan dúzilistiń sezgirligi júdá joqarı. Stoldıń A betine metall júkti (mısalı massası 1 kg bolǵan metaldı) qoyamız. Stoldıń beti deformaciyalanadı. Fizikler menen texnikler "júkke onıń salmaǵı dep atalatuǵın kúsh tásir etedi" dep aytadı. Deformaciyalanǵan stol júktiń tezleniwine qarsılıq jasaydı. Bunnan keyin júktiń ústin qol menen basamız. Stoldıń betiniń iymeyiwi úlkeyedi. Bunday jaǵdayda júkke qosımsha kúsh bolǵan bulshıq ettiń kúshi dep atalatuǵın kúsh tásir etedi.



Biz endi júkti stoldıń betine perpendikulyar baǵıtta qoyılǵan aǵash predmet penen almastıramız hám alaqanımızdı sol predmetti qısıp tómenge qaray jılıstıramız (tómendegi súwrette kórsetilgen). Bunday jaǵdayda stol jáne de deformaciyalanadı. Bul jaǵdayda stoldıń betine alaqannıń aǵashtıń beti boyınsha qozǵalıwınıń saldarınan payda bolǵan sırtqı súykelis kúshi tásir etti deymiz. Bul kúsh aǵash predmetti alaqan menen qısıp tómenge karay jılıstırıwdıń saldarınan payda boldı.

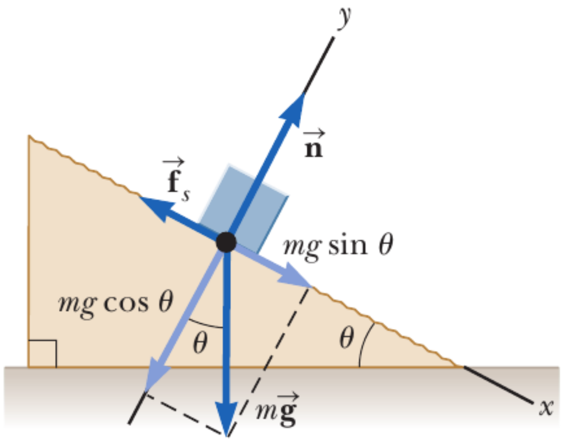


Súyklis kúshin payda etiw arqalı stoldıń betin deformaciyalawdı sáwlelendiretuǵın súwret.

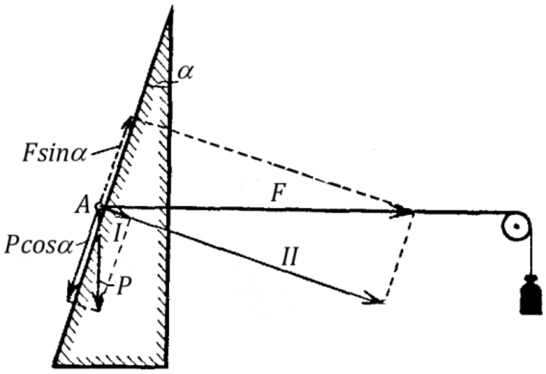


Bul súwrette **F** kúshi $\mathbf{F}_x$ hám $\mathbf{F}_y$ qurawshılarına jiklengen.

Kúsh vektorlıq shama. Sonlıqtan onı qurawshılarǵa jiklewge boladı. Joqarıda keltirilgen súwrette $\mathbf{F}=\mathbf{F}_x + \mathbf{F}_y$ teńligi orınlanadı.



Qıya tegisliktiń betindegi massası m bolǵan júktiń salmaǵı bolǵan m**g** kúshin hár qıylı qurawshılarǵa jiklewdi sáwlelendiretuǵın súwret.



Kúsh vektorların qurawshılarǵa jiklew. A roligin qıya tegislikte gorizont baǵıtındaǵı F kúshiniń tásirinde uslap turıw kerek. P strelkası roliktiń salmaǵın ańlatadı. Biz onı qıya tegisliktiń betine parallel hám perpendikulyar qurawshılarǵa jikleymiz. I hám II sanları menen belgilengen sol qurawshılar qıya tegisliktiń sezilerliktey emes serpimli deformaciya kúshin teńgerip turadı.

F·sinα hám P·cosα kúshleri rolikti joqarı hám tómen qaray tartadı. Teń salmaqlıq halda F=P/tgα. Qıya tegislik tik bolsa, onda α múyeshi menen tgα shamaları nolge umtıladı. Bunday jaǵdayda júdá úlken F kúshi kerek boladı.

Kúshler barlıq waqıtta da jubı menen payda boladı: eki kúshtiń shamaları bir birine teń, bir birine qarama-qarsı baǵıtlanǵan hám eki hár qıylı denege tásir etedi.

Nyuton boyınsha bul jaǵdaydı bılayınsha aytamız: tásir qarsı tásirge teń (al házirgi zaman tilinde tásir etiwshi kúsh qarsı tásir etiwshi kúshke teń).

Deneniń salmaǵı hám massa. Jerdiń betinde qálegen fizikalıq dene salmaqqa iye boladı hám $\boldsymbol{p}$ salmaqtıń

$$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{g}$$

formulasınıń járdeminde anıqlanatuǵınlıǵı belgili. Bul formulada $\boldsymbol{g}$ arqalı deneniń massası belgilengen. Joqarıdaǵı formuladan deneniń salmaǵınıń onıń massasına tuwrı proporcional ekenligi kórinip tur.

Jerdiń betinde $g = 9{,}81$ m/s^2. Sonlıqtan massası 1 kg ǵa teń zattıń salmaǵı

$$p = mg = 1\ kg\ 9{,}81\frac{m}{s^2} = 9{,}81\ N.$$

Salmaq ushın ámelde kG (kilogramm) birligi qabıl etilgen bolıp, 1 kG=9,81 N bolıp tabıladı. Usı jaǵdayǵa baylanıslı massası 1 kg (1 kilogramm) bolǵan zattıń Jerdiń betindegi salmaǵı 1 kG bolıp tabıladı.

Kúndelikli turmısta massa sózi salmaq sózine qaraǵanda ádewir jiyi qollanıladı. Mısallar keltiremiz:

a) asxanadaǵı qamır massa bolıp tabıladı, onı iylewge boladı;

b) ǵalaba xabar quralları xalıqtıń keń massasınıń turmısın hár tárepleme sáwlelendiredi h.t.b.

Biraq joqarıda keltirilgen mısallardıń fizika ilimindegi massaǵa derlik qatnası joq hám lekciyalardıń barısında fizikalıq massaǵa keńnen túsinik beriledi. Eń dáslep deneniń massasınıń onıń inertliginiń ólshemi ekenligin umıtpawımız kerek.

Kúshlerdi ólshew. Mexanika is alıp baratuǵın kúshlerdiń barlıǵın eki tiykarǵı klassqa bóliw múmkin:

1. Deneler bir biri menen tikkeley tiyiskende payda bolatuǵın kúshler;
2. Deneler arasında tikkeley kontakt bolmaǵanda da tásir etetuǵın kúshler.

Birinshi klassqa serpimli kúshler menen súykelis kúshleri kiredi.

Ekinshi klassqa pútkil dúnyalıq tartılıs kúshleri (bunday kúshlerdi gravitaciyalıq kúshler dep te ataydı) hám Kulon menen Amper tárepinen ashılǵan elektr zaryadları arasındaǵı tásirlesiw kúshleri (bunday kúshlerdi elektromagnitlik kúshler dep ataydı) kiredi.

Serpimli kúshler deneler bir biri menen tikkeley tiyiskende olardıń deformaciyasınıń (mısal retinde prujinanıń sozılıwın, qısılıwın yamasa iymeyiwin kúrsetiw múmkin) nátiyjesinde payda boladı. Kúshlerdiń usınday kategoriyasına shiyshenińústinde turǵan sharikke shiyshe tárepinen tásir etetuǵın hám sharik tárepinenshiysheniń betine tásir etetuǵın kúshlerdi kirgiziwge boladı. usınday kúshlerge jipke ildirilgen dene tárepinen jipke tásir etetuǵın hám jip tárepinen denege tásiretetuǵın kúshlerdi de kirgiziw múmkin. Serpimli kúshlerdiń payda bolıwına alıp keletuǵın deformaciyalardıń shamaları júdá kishi bolıwı múmkin. Sonlıqtan usınday deformaciyalardıń shamasın anıqlaw ushın arnawlı ásbaplardı paydalanıw talap etiledi. Deformaciyalardıń qanday túrleriniń bar ekenligi haqqında arnawlı lekciyalarda aytıladı.

Deneler bir biri menen tikkeley tiyiskende deformaciyanıń xarakterinen emes, al denelerdiń bir birine salıstırǵanda qanday tezlik penen qozǵalatuǵınlıǵına baylanıslı bolǵan kúshler de payda boladı (súykelis kúshleri haqqında lekciyalarda keyinirek tolıq aytıladı). Bul kúshlerdiń shaması salıstırmalı tezlikke, bir biri menen tiyisetuǵın betlerdiń ózgesheliklerine hám basqa da faktorlardan ǵárezli.

Denelerdiń bir biri menen tikkeley tiyisiwi talap etilmeytuǵın ekinshi klass kúshler bir biri menen tásirlesetuǵın deneler payda etetuǵın maydanlardıń bar bolıwınıń nátiyjesinde júzege keledi. Mısalı qálegen dene óziniń átirapında tartılıs maydanın (yaǵnıy gravitaciyalıq maydandı) payda etedi. Al elektr zaryadı menen zaryadlanǵan deneler ózleriniń átiraplarında elektr maydanı dep atalatuǵın fizikalıq maydandı payda etedi hám usınıń nátiyjesinde sol dene basqa zaryadlanǵan deneler menen tásir etisedi (tartısadı yamasa iyterisedi). Elektr meydanınan basqa magnit maydanı da bar. Toq ótip turǵan ótkizgishler payda etken magnit maydanları arqalı tásirlesedi. Demek bir biri menen tiyispey tásir etesetuǵın deneler (uzaqtın yamasa aralıqtan tásir etetuǵın deneler) ózleri payda etken maydanlar arqalı tásirlesedi eken. Al payda bolǵan kúshlerdiń tábiyatı mexanikada emes, al fizikanıń basqa bólimlerinde úyretiledi. Mexanikada bolsa anaw yamasa mınaw ayqın jaǵdayda qanday kúshlerdiń payda bolatuǵınlıǵı izertleniledi.

Deneler bir biri menen tikkeley tiyiskende yamasa aralıqtan tásir etetuǵın kúshler arasında principiallıq ayırma joq. Haqıyqatında deneler bir biri menen tikkeley tiyiskende payda bolatuǵın kúshlerdiń ózi de deneniń atomları yamasa molekulaları tárepinen payda etilgen anaw yamasa mınaw maydanlardıń bar bolıwı menen baylanıslı. Biraq sol maydanlardıń ózgesheligi sonnan ibarat, olar (maydanlar) molekulalar yamasa atomlar arasındaǵı qashıqlıqlardıń ózgeriwi menen tez hálsireydi. Sonlıqtan usınday maydanlardıń bar ekenliginiń nátiyjeleri júdá kishi qashıqlıqlarda ǵana seziledi (yaǵnıy deneniń ishinde yamasa deneler bir biri menen tikkeley tiyiskende). Demek, deneler hám sol denelerdiń ayırım bólimleri arasındaǵı tásirlesiw kúshleri maydanlardıń bar solıwınıń sebebinen júzege keledi eken.

Biraq kúshlerdiń tábiyatı haqqındaǵı másele (jokarıda atap ótildi) mexanikada emes, al fizikanıń basqa bólimlerinde (elektrodinamikada, qattı deneler fizikasında hám basqa da bólimlerde) izertleniledi. Mexanikada bolsa ayqın jaǵdayda qanday kúshtiń payda bolıwın izetlew menen sheklenedi.

Joqarıda kórsetilgen kúshlerdiń tipi haqqındaǵı sorawǵa juwaptıń ózi hár qıylı boladı. Deneniń deformaciyasınıń nátiyjesinde payda bolatuǵın serpimli kúshtiń shaması menen baǵıtı tek deneniń qaysı baǵıtta deformaciyalanǵanına ǵárezli. Biraq usı kúsh tásir etetuǵın deneniń deformaciyasınan ǵárezli emes. Al súykelis kúshlerin karaǵanda másele biraz quramalasadı: bul kúshlerdiń shamasa kúsh tásir etken baǵıttaǵı kúshi tásir etetuǵın deneniń betiniń halınan da, kúsh tásir etken deneniń betiniń halınan da ǵárezli. Usınıń menen birge kúshtiń baǵıtı da, shaması da bir biri menen tiyisip turǵan betlerdiń salıstırmalı tezliginen de ǵárezli. Maydanlardıń tásirinde payda bolatuǵın kúshlerde (yaǵnıy uzaqtan yamasa aralıqtan tásir etetuǵın kúshler jaǵdayında) kúshlerdiń baǵıtı menen shaması tásir etisetuǵın denelerdiń barlıǵınan da ǵárezli boladı.

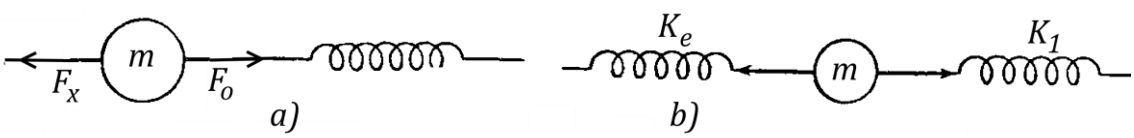
Joqarıda aytılǵan jaǵdaylarǵa baylanıslı kúshlerdi ólshew máselesi eki máselege ayrıladı:

1) ana yamasa mına ayqın jaǵdayda payda bolatuǵın maydanlardı ólshew;

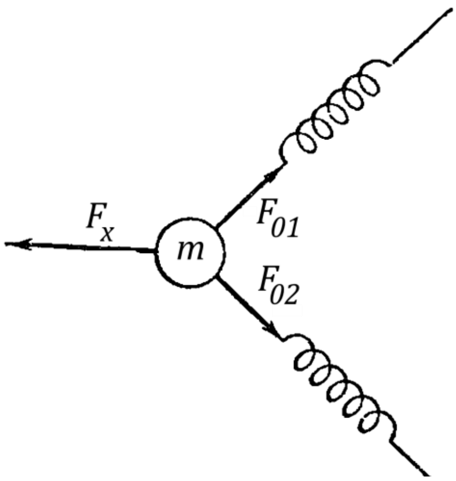
2) berilgen denege berilgen maydan tárepinen tásir etetuǵın kúshtiń shamasın ólshew.

Kúshlerdiń shamasın ólshew ushın birinshiden kúshtiń etalonınıń bolıwı, ekinshiden basqa kúshlerdi usı etalon menen salıstırıwdıń usılı bolıwı kerek.

Belgili bir uzınlıqqa shekem sozılǵan qanday da bir prujinanı alamız (mısalı cilindr tárizli formaǵa iye polattan soǵılǵan prujina). Bul jaǵdayda kúshtiń etalonı sıpatında belgili bir uzınlıqqa sozılǵan prujinanıń bekitilip qoyılǵan qálegen ushına tásir etetuǵın F_0 kúshiniń mánisin alıw múmkin. Etalon menen basqa kúshlerdi salıstırıw usılı mınadan ibarat: ólshep atırǵan kushtiń mánisi etanon kúshtiń mánisine teń, al baǵıtı qarama-qarsı (súwrette keltirilgen). Usı jaǵdayda kúsh túsip atırǵan deneniń tınıshlıqta turǵanlıǵı yamasa tuwrı sızıqlı teń ólshewli qozǵalıp baratırǵanlıǵı itibarǵa alınıwı kerek. Súwrette F_0 arqalı etalon-kúshtiń shaması, al F_x arqalı ólshenetuǵın kúshtiń shaması belgilengen.



Joqarıda keltirigner usıldıń járdeminde biz F_x kwshi menen F_o kúshiniń bir birine teń ekenligin ólshey alamız. Biraq qálegen shamadaǵı kúshti ólshey almaymız. Onıń ushın etanol-kúshti júdá kóp ekzemplyarda tayarlawımız kerek. Bunday jaǵdayda basqa da tap usınday prujinanı alıw jetkilikli. Tek ǵana usı eki prujina da (K_e arqalı etalon prujina, al K_1 arqalı basqa prujina belgilengen) m denesine bir waqıtta tásir etkende sol m denesiniń tınıshlıqta kalıwı shárt (b súwret). Usınday eksperimentti ótkergende eki prujinanıń kósherleriniń bir tuwrınıń boyınsha jatıwı shárt. K_1 prujinasın tap usınday jollar menen saylap alıp onı kúshtiń etalonı sıpatında paydalana alamız.



Bir denege bir neshe prujina tárepinen kúsh tásir etetuǵın jaǵday.
Bunday jaǵdayda deneg tásir etetuǵın kúshtiń shaması barlıq kúshlerdiń geometriyalıq summasına teń boladı.

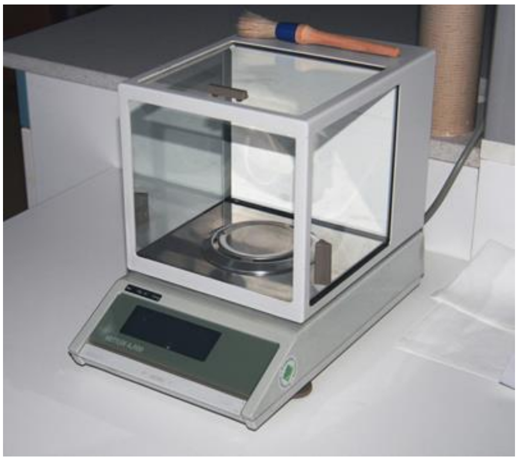
Endi biz qanday da bir denegi bir neshe kúsh (prujina) tásir etedi dep boljayıq. Bunday jaǵdayda denege tásir etetuǵın kúshtiń shaması bardıq prujinalar tárepinen tásir etetuǵın kúshlerdiń geometriyalıq summasına teń boladı. Kúshti bir neshe etalonına iye bolıp sol kúsh etalonına teń emes kúshtiń de shamasın ólshewimiz múmkin. Ólshenetuǵın F_x kúshi tásir etetuǵın m denesine eki prujina-etalondı bekitemiz hám olar arasındaǵı múyeshti m denesi tezleniw almaytuǵınday shamada qoyamız (joqarıdaǵı súwrette kórsetilgen). Bunday jaǵdayda ólshenip atırǵan kúshtiń mánisi F_x etalonlar tárepinen tásir etip atırǵan kúshlerdiń keri belgisi menen alınǵan geometriyalıq summasına teń boladı, yaǵnıy:

$$\boldsymbol{F}_x = -(\boldsymbol{F}_{01} + \boldsymbol{F}_{02}).$$

Bunday jaǵdayda biz tek $2F_0$ shamasınan kishi kúshtiń shamasın ólshey alamız (F_0 arqalı etalon kúshtiń mánisi belgilengen). Biraq prujinalardı bir birine parallel qoyıp $2F_0$, bunnan keyin $4F_0$ shamasına shekem, yaǵnıy qálegen mániske iye kúshtiń shamasın ólshew múmkinshiligine iye bolamız. Álbette hár bir jaǵdayda usınday ólshewdi ótkeriwdiń keregi joq. Biz basqa qálegen jaramlı bolǵan prujinanı alıwımız hám joqarıda keltirilgen usıldıń járdeminde hár qıylı sozıwlardaǵı prujina tárepinen tásir etetuǵnı kúshtiń ólshewimiz múmkin. Tap usınday etip kalibrovkalanǵan prujina-dinamometrdiń járdeminde ámelde kúshtiń mánisin ólsheydi.

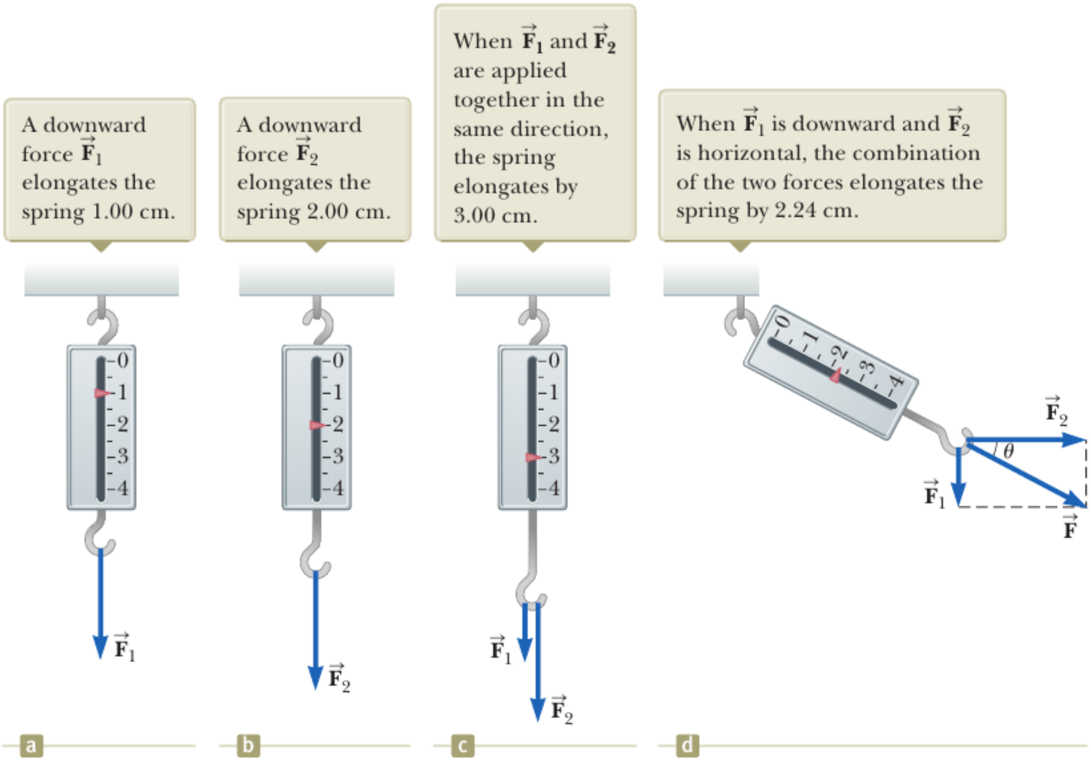
400 kN ǵa shekemgi kúshlerdi ólshew ushın arnalǵan dinamometr.

1950-jılları usaqlap satıwdı keń túrde qollanılǵan tárezi.



Kishi massalardı ólshewge múmkinshilik beretuǵın laboratoriyalıq tárezi.

Elektronlıq tárezi.



Kúshlerdi dinamometrdiń járdeminde ólshewge mısallar.

Bazı bir juwmaqlar:

1. Dinamika mexanikalıq qozǵalıstıń payda bolıw sebeplerin izertleytuǵın fizikanıń bólimi bolıp tabıladı.

2. Dinamika tiykarınan massa, kúsh, impuls, impuls momenti, energiya túsiniklerine súyenedi.

3. Deneniń massası dep sol deneniń inertliginiń ólshemin aytamız. Massa skalyar shama bolıp tabıladı.

4. Kúsh vektorlıq shama bolıp tabıladı. Ol deneniń qozǵalıs halın (dara jaǵdayda tınıshlıq halın) ózgertetuǵın sebep bolıp tabıladı. Sol sebeptiń tábiyatınıń hár qıylı bolıwı múmkin (denelerdiń soqlıǵısıwı, súykelistiń saldarınan payda bolatuǵın kúshler, gravitaciyalıq, elektromagnitlik hám taǵı basqa da kúshler). Kúshtiń tásir etiwi denelerdiń tezleniwin boldıradı.

5. Kúsh barlıq waqıtta da óziniń jubı menen payda boladı.

6. Kúshti dinamometrlerdiń (prujina-dinamometrlerdiń) yamasa tárezilerdiń járdeminde ólsheydi. Kúshti ólshew ushın kúshtiń etalonınıń bolıwı shárt.

Sorawlar:

1. Dinamika ilimi neni izertleydi?
2. Kúsh degenimiz ne hám onıń tábiyatı haqqında nelerdi ayta alasız?
3. Kúndelikli turmısta qanday kúshlerdiń tásir etiwin sezesiz?
4. Denelerdiń massası menen salmaǵı arasında qanday baylanıstıń bolıwı múmkin?
5. Massa degenimiz ne hám ol fizika iliminde kanday orınlı iyeleydi?
6. Táreziler menen dinamometrlerdiń islew principleri qanday fizikalıq qubılıslarǵa tiykarlanǵan?
7. Házirgi waqıtları paydalanıp atırǵan tárezilerdiń qanday túrlerin bilesiz?
8. Táreziniń yamasa dinamometrdiń ólshewiniń dálligi qanday faktorlarǵa baylanıslı?
9. Deneniń tıǵızlıǵı degenimiz ne? Tıǵızlıqtıń birlikleri qanday?
10. Mexanikada qanday kúshler bar?
11. Kúshlerdi ólshewdiń qanday usılları bar? Laboratoriyalıq hám kúndelikli turısta qollanılatuǵın táreziler haqqında nelerdi bilesiz?

5-sanlı lekciya. Nyuton nızamları

Dinamikanıń tiykarǵı nızamları ushın Nyuton tárepinen onıń baslamalarında tómendegidey anıqlamalar usınıldı:

1-anıqlama. Materiyanıń muǵdarı (massa) onıń tıǵızlıǵı menen kólemine proporcional túrde anıqlanatuǵın ólshem.

Nyutonnıń hesh bir anıqlaması usı anıqlamaday dárejede sınǵa alınbadı. Bul jerde "materiya muǵdarı" hám "massa" sózleri birdey mániske iye. Nyuton tárepinen usınılǵan "Materiya muǵdarı" termini ilimde kóp waqıt saqlanbadı hám házirgi ilimde "massa" termini menen tolıq almastırılǵan (bul haqqında joqarıda gáp etildi).

Sonıń menen birge Nyuton zamanında qanday da bir shamanıń ólshemin anıqlaǵanda usı shamanıń qanday shamalarǵa proporcional ekenligine tiykarǵı kewil bólingen. Mısalı házirgi waqıtları biz "úsh múyeshliktiń maydanı onıń ultanı menen biyikliginiń yarım kóbeymesine teń" dep aytamız. Al Nyuton zamanında "úsh múyeshliktiń maydanı onıń ultanı menen biyikligine proporcional" dep aytılǵan.

2-anıqlama. Qozǵalıs muǵdarı tezlik penen massaǵa proporcional etip alınǵan shamanıń ólshemi.

Nyuton tárepinen birinshi bolıp qabıl etilgen "Qozǵalıs muǵdarı" túsinigi de "Materiya muǵdarı" túsinigine sáykes keledi. Biraq bul túsinik házirgi waqıtlarǵa shekem saqlanıp keldi.

3-anıqlama. Materiyanıń ózine tán kúshi onıń qarsılıq etiw qábiletligi boladı. Sonlıqtan ayırıp alınǵan qálegen dene óziniń tınıshlıq halın yamasa teń ólshewli qozǵalısın saqlaydı.

4-anıqlama. Sırttan túsirilgen kúsh deneniń tınıshlıq halın yamasa teń ólshewli tuwrı sızıqlı qozǵalısın ózgertetuǵın tásir bolıp tabıladı.

Qozǵalıstıń birinshi nızamı retinde Nyuton XVII ásirdiń baslarında Galiley tárepinen ashılǵan inerciya nızamın qabıl etti.

1-nızam. Qálegen dene eger de sırttan kúshler tásir etpese óziniń tınıshlıq yamasa teń ólshewli tuwrı sızıqlı qozǵalıs halın saqlaydı.

Bunday qozǵalıs ádette erkin qozǵalıs yamasa inerciya boyınsha qozǵalıs dep ataladı. Erkin qozǵalatuǵın deneni erkin dene dep ataymız.

Erkin denelerdi tábiyatta tabıw múmkin emes. Sonlıqtan bunday túsinikti qabıl etiw abstrakciya bolıp tabıladı.

Nyutonnıń ekinshi nızamı bılayınsha jazıladı:

$$m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \boldsymbol{F}. \tag{5.1a}$$

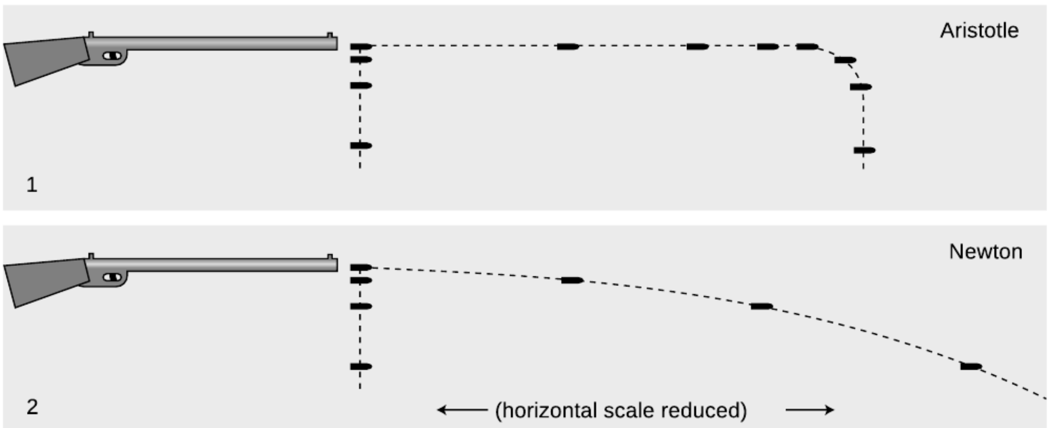
Bul formuladağı m arqalı deneniń massası, $\frac{dv}{dt}$ arqalı tezleniwi, al $\boldsymbol{F}$ arqalı denege tásir etiwshi kúshtiń shaması belgilengen.

Bul nızam boyınsha biz tómendegi jağdaylardıń orın alatuğınlığın kóremiz:

1. Tezleniw qaysı tárepke qaray bağıtlanğan bolsa, kúsh te sol tárepke qaray bağıtlanğan.

2. Eger $\boldsymbol{F} = 0$ teńligi orın alatuğın bolsa, onda $\frac{dv}{dt} = 0$ hám $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{const}$ tezliktiń turaqlı bolatuğınlığın kóremiz.

Usı jağdaydan Nyutonnıń birinshi nızamı kelip shıqpay ma degen soraw kelip tuwadı. Bir qatar fizika ilimin úyreniwshilerde usınday pikirdiń payda bolıwı múmkin. Biraq Nyutonnıń birinshi nızamınıń ózinshe ǵárezsiz nızam ekenligin hár qanday inercial esaplaw sistemaların saylap alıw arqalı ayqın kórsetiwge boladı. Sonıń nátiyjesinde bul nızamnıń ǵárezsiz ekenligin, qozğalıslardı dinamikalıq hám kinematikalıq mániste qaraw ushın qabıl etilgen esaplaw sistemasınıń paydalanıwğa bolatuğınlığın yamasa bolmaytuğınlığın bildiretuğın kriteriyi bolıp sanaladı.



Aristoteldiń hám Nyutonnıń tálimatları boyınsha mıltıqtan atılğan oqtıń traektoriyaları.

Massa. Impulstiń saqlanıw nızamı. Qálegen dene qozğalısqa keltirilse yamasa onıń tezligin shamasın yaki bağıtın ózgertetuğın bolsaq ol dárhál qarsılıq kórsetedi. Denelerdiń bunday qásiyetin **inertlilik** dep ataymız. Hár qanday denelerde inertlilik hár qanday bolıp kórinedi. Úlken tasqa tezleniw beriw, kishi topqa tap sonday tezleniw beriwden ádewir qıyın. **Inertliliktiń ólshemi massa dep ataladı**.

Deneniń massasın $\frac{F}{m} = m$ ańlatpasınıń járdeminde anıqlaymız. Massa relyativistlik invariant (turaqlı) shama bolıp tabıladı.

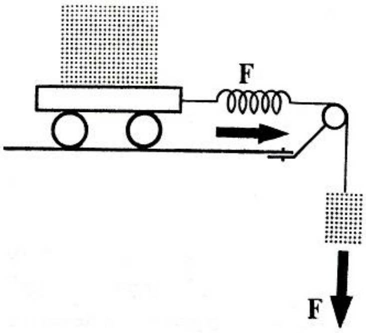
Massa **deneniń inertlilik qásiyetiniń táriyiplemesinen basqa mániske iye emes**. Usığan baylanıslı bunday massanı geyde **inert massa** dep te ataydı.

XIX ásirdiń aqırına kele fizika menen shuğıllanıwshılar deneniń massası menen sol deneniń inertliliginiń bir túsinik ekenligin ayqın moyınladı. Bul haqqında O.D.Xvalsonnıń "Fizika kursı" kitabınıń I tomınıń sáykes paragrafın oqıp iseniwge boladı.

Massanı dál anıqlaw ushın **izolyaciyalanğan** yamasa **jabıq sistema** dep atalıwshı túsiniklerdi kirgizemiz. Basqa denelerde jetkilikli dárejede alıslatılğan, basqa denelerdiń tásiri joq etilgen deneler sistemasın usınday sistema dep qaraymız. Sistemağa kiriwshi deneler bir biri menen tásirlese aladı. Eki materiallıq noqattan turatuğın sistemanı qarayıq. Bul noqatlardıń tezlikleri jaqtılıq tezliginen kishi dep esaplaymız. Usı materiallıq noqatlar bir biri menen tásir etiskende olardıń tezlikleri ózgeredi. YAğnıy

$$m_1 \Delta \boldsymbol{v}_1 = m_2 \Delta \boldsymbol{v}_2. \tag{5.1}$$

Bul ańlatpadaǵı m_1 hám m_2 shamaları turaqlı bolıp qaladı. Usı shamalar 1- hám 2-materiallıq noqatlardıń óz-ara tásir etisiw ózgesheliklerine pútkilley baylanıslı emes. Tásir etisiw waqtı Δt nı qálegenimizshe ózgertiw múmkin. Usınıń menen birge $\Delta \boldsymbol{v}_1$ hám $\Delta \boldsymbol{v}_2$ vektorları da ózgeredi. Biraq m_1 hám m_2 koefficientleri (dáliregi olar arasındaǵı qatnas) turaqlı bolıp qaladı. Bul nátiyjeni tájiriybeniń juwmaǵı dep qaraw kerek. m_1 hám m_2 koefficientleri tek ǵana usı 1- hám 2-denelerdiń ózlerine baylanıslı boladı. Olardı massa dep, anıǵıraǵı 1- jáne 2-denelerdiń inertlik massaları dep ataymız.



5-1 súwret. Tezleniwdiń kúshten ǵárezli ekenligin demonstraciyalaw.

Solay etip eki materiallıq deneniń massalarınıń qatnası olar bir biri menen tásir etiskende tezlikleri alatuǵın ósimlerdiń minus belgisi menen alınǵan qatnaslarınday boladı eken.

Massalar qatnasınan massanıń ózine ótiw ushın **massanıń etalonı** kerek boladı. Bunday jaǵdayda barlıq deneler massaları bir mániste anıqlanadı. Sonday-aq etalon oń belgige iye bolsa barlıq massalar da oń belgige iye boladı. Fizika iliminde tiykarǵı birlik retinde **kilogramm** qabıl etilgen. Ol Franciyadaǵı Sevre qalasındaǵı Xalıq aralıq salmaqlar hám ólshemler byurosında saqlanıp turǵan iridiydiń platina menen quymasınan islengen etalonnıń massasına teń. Kilogrammnıń mıńnan bir úlesine gramm dep aytamız.

Tájiriybeniń nátiyjesi bolǵan jáne de bir jaǵdayǵa dıqqat qoyamız. m_2/m_1 qatnasın usı eki deneniń massalarınıń qatnasları túrinde esaplanıp qoymay, úshinshi deneni de qollanıw múmkin. Bunday jaǵdayda usı massalardıń úshinshi deneniń massasına qatnasın tabamız. Bul qatnaslardı bir birine bólsek m_2/m_1 qatnası kelip shıǵadı. Eger (5.1) qatnastıń eki tárepin de tásir etisiw waqtı Δt ǵa bólsek

$$m_1 a_{1\,ort} = -m_2 a_{2\,ort} \tag{5.2}$$

ańlatpasın alamız. Al shektegi jaǵdayǵa (yaǵnıy waqıttıń sheksiz kishi kesindisine) ótsek

$$m_1 a_1 = -m_2 a_2 \tag{5.3}$$

formulasına iye bolamız.

Bul formula menen massalardıń qatnasın anıqlaw, usı denelerdiń **ortasha** yamasa **haqıyqıy tezleniwleriniń** qatnasların anıqlawǵa alıp kelinedi.

(5.1)-ańlatpaǵa basqa túr beremiz. $\Delta v_1 = v_1' - v_1$ hám $\Delta v_2 = v_2' - v_2$ dep belgileyik. Bunday jaǵdayda

$$m_1 a_1 + m_2 a_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'. \tag{5.4}$$

$m\boldsymbol{v} = \boldsymbol{p}$ bolǵan massa menen tezliktiń kóbeymesinen turatuǵın vektordı materiallıq noqattıń **impulsı** yamasa **qozǵalıs muǵdarı** dep atayıq. Materiallıq noqatlar sistemasınıń

impulsı yamasa **qozǵalıs muǵdarı** dep hár bir materiallıq noqattıń impulslarınıń vektorlıq qosındısına teń shamanı, yaǵnıy

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 = m_1\boldsymbol{v}_1 + m_2\boldsymbol{v}_2 \tag{5.5}$$

shamasına aytamız.

(5.4)-ańlatpadan

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}' \tag{5.6}$$

ekenligi kelip shıǵadı. Bul jerde $p = p_1 + p_2$ hám $p' = p_1' + p_2'$ lar arqalı sistemanıń impulsiniń óz-ara tásirlesiwden burıńǵı hám keyingi impulsleri belgilengen.

Demek jabıq sistemadaǵı eki materiallıq noqattıń impulslarınıń qosındısı turaqlı bolıp qaladı eken. Bul awhal **impulstiń saqlanıw nızamı** dep ataladı. Bul nızam relyativistlik emes hám relyativistlik jaǵdaylar ushın da durıs keledi.

Eger materiallıq noqatqa sırttan tásirler túsetuǵın bolsa, onda onıń impulsı saqlanbaydı. Usıǵan baylanıslı óz-ara tásir etisiwdiń intensivliligi sıpatında impulsten waqıt boyınsha alınǵan tuwındını alamız $\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \dot{\boldsymbol{p}}$. Fizikada $\dot{\boldsymbol{p}}$ ańlatpasınıń járdeminde materiallıq noqattıń basqa denelerge salıstırǵanda ornı ǵana emes, al onıń tezliginiń de anıqlanatuǵınlıǵı fundamentallıq mániske iye. Bul tuwındı materiallıq noqattıń radius-vektorı $\mathbf{r}$ diń, tezlik v nıń funkciyası bolıp tabıladı hám sonıń menen birge qorshap turǵan materiallıq noqatlardıń koordinataları menen tezliklerine baylanıslı boladı. Bul funkciyanı $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{v})$ túrinde belgileymiz. Onda

$$\dot{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{F}. \tag{5.7}$$

túrindegi ańlatpanı alamız.

Materiallıq noqattıń koordinataları menen tezlikleriniń funkciyası bolǵan, impulstiń waqıt boyınsha alınǵan tuwındısına teń $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{v})$ **kúsh** dep ataladı. **Kúsh vektor bolıp tabıladı hám vektor p dan skalyar waqıt t boyınsha alınǵan tuwındıǵa teń**.

Solay etip **materiallıq noqattıń impulsınan waqıt boyınsha alınǵan tuwındı oǵan tásir etiwshi kúshke teń** eken.

Bul jaǵday Nyutonnıń ekinshi nızamı dep, al bul nızamnıń matematikalıq ańlatpası bolǵan $\dot{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{F}$ teńlemesi **materiallıq noqattıń qozǵalıs teńlemesi** dep ataladı. Relyativistlik emes tezliklerde Nyutonnıń ekinshi nızamınıń (relyativistlik tezlikler ushın Nyutonnıń ekinshi nızamı haqqında gáp etiw múmkin emes)

$$m\dot{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{F} \tag{5.8}$$

yamasa

$$m\ddot{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{F} \tag{5.8a}$$

túrinde jazılıwı múmkin.

Demek massa menen tezleniwdiń kóbeymesi tásir etiwshi kúshke teń eken.

Nyutonnıń úshinshi nızamı. Eki materiallıq bóleksheden turatuǵın jabıq sistemanı qaraymız. Bul jaǵdayda impulstiń saqlanıw nızamı orınlanadı:

$$\boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 = const. \tag{5.9}$$

Bul ańlatpanı waqıt boyınsha differenciallasaq

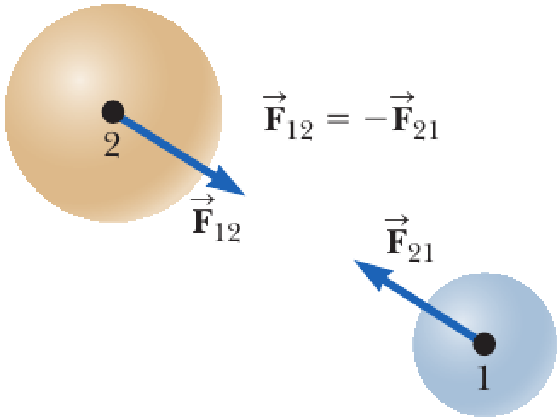
$$\dot{\boldsymbol{p}}_1 + \dot{\boldsymbol{p}}_2 = 0 \tag{5.10}$$

ańlatpasına iye bolamız. Nyutonnıń ekinshi nızamı tiykarında

$$\boldsymbol{F}_1 = -\boldsymbol{F}_2 \tag{5.11}$$

formulasın jaza alamız. Bul formuladaǵı $\boldsymbol{F}_1$ hám $\boldsymbol{F}_2$ arqalı materiallıq noqatlar tárepinen bir birine tásir etetuǵın kúshler belgilengen. Bul teńlikke tájiriybede tastıyıqlanǵan faktti qosamız: $\boldsymbol{F}_1$ hám $\boldsymbol{F}_2$ kúshleri materiallıq noqatlardı baylanıstıratuǵın sızıq boyınsha baǵdarlanǵan. Usı aytılǵanlar tiykarında Nyutonnıń úshinshi nızamına kelemiz:

Eki materiallıq noqatlar arasındaǵı óz-ara tásirlesiw kúshleri óz ara teń, baǵıtları boyınsha qarama-qarsı hám usı materiallıq noqatlardı baylanıstıratuǵın sızıqtıń boyı menen baǵdarlanǵan.



Nyutonnıń úshinshi nızamın sáwlelendiriwshi súwret.
1-dene $\vec{F}_{12}$ kúshi menen 2-deneni ózine qaray tartadı, al 2-dene bolsa $\vec{F}_{21}$ kúshi menen 1-deneni ózine qaray tartadı. Nyutonnıń úshinshi nızamı boyınsha
$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$
teńliginiń orınlanıwı shárt.

$\boldsymbol{F}_1$ hám $\boldsymbol{F}_2$ kúshleriniń birin tásir, al ekinshisin qarsı tásir dep ataydı. Bunday jaǵdayda úshinshi nızam bılayınsha aytıladı: hár bir tásirge shaması jaǵınan teń, al baǵıtı boyınsha qarama qarsı tásir etedi. Hár bir "tásirdiń" fizikalıq tábiyatı jaǵınan "qarsı qarap baǵıtlanǵan tásirden" parıqınıń joqlıǵına ayrıqsha itibar beriw kerek.

Materiallıq noqatlarǵa tásir etiwshi kúshlerdi **ishki** hám **sırtqı kúshler** dep bóliw kerek. Ishki kúshler - bul sistema ishindegi materiallıq noqatlar arasındaǵı tásir etisiw kúshleri. Bunday kúshlerdi $\boldsymbol{F}_{ij}$ dep belgileymiz. Sırtqı kúshler - bul sistemanı qurawshı materiallıq noqatlarǵa sırttan tásir etiwshi kúshler.

Nyutonnıń úshinshi nızamı boyınsha

$$\boldsymbol{F}_{ij} = \boldsymbol{F}_{ki}, \tag{5.11a}$$

yaǵnıy $\boldsymbol{F}_{ij} + \boldsymbol{F}_{ki} = 0$ ańlatpasına iye bolamız.

Bunnan sistemadaǵı ishki kúshlerdiń geometriyalıq qosındısı nolge teń ekenligi kelip shıǵadı. Bul jaǵdaydı bılay jazamız:

$$\boldsymbol{F}_1^{(i)} + \boldsymbol{F}_2^{(i)} + \boldsymbol{F}_3^{(i)} + \cdots + \boldsymbol{F}_n^{(i)} = 0. \tag{5.12}$$

Bul ańlatpadaǵı tómengi indeks materiallıq noqattıń qatar sanın beredi. (i) indeksi arqalı kúshlerdiń ishki kúshler ekenligi belgilengen. Sonlıqtan

$$\frac{d}{dt}(\boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 + \boldsymbol{p}_3 + \cdots + \boldsymbol{p}_n) = \boldsymbol{F}_1^{(e)} + \boldsymbol{F}_2^{(e)} + \boldsymbol{F}_3^{(e)} + \cdots + \boldsymbol{F}_n^{(e)} \tag{5.13}$$

yamasa

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \boldsymbol{F}^{(e)} \tag{5.14}$$

formulaların jaza alamız. Bul ańlatpada $\boldsymbol{p}$ arqalı barlıq sistemanıń impulsi, $\boldsymbol{F}^{(e)}$ arqalı barlıq sırtqı kúshlerdiń teń tásir etiwshisi belgilengen. Solay etip **materiallıq noqatlar sistemasınıń impulsınan waqıt boyınsha alınǵan tuwındı sistemaǵa tásir etiwshi barlıq sırtqı kúshlerdiń geometriyalıq qosındısına teń**.

Eger barlıq sırtqı kúshlerdiń geometriyalıq qosındısı nolge teń bolsa (bunday jaǵday jabıq sistemalarda orın aladı) $\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = 0$ hám $\boldsymbol{p} = const$ teńlikleri orınlanadı. Demek sırtqı kúshlerdiń geometriyalıq qosındısı nolge teń bolsa impuls waqıtqa baylanıslı ózgermey qaladı eken.

Bazı bir juwmaqlar:

1. Nyutonnıń nızamları klassikalıq mexanikanıń tiykarında jatatuǵın úsh nızm bolıp tabıladı. Bul nazamlardıń tiykarında sistemanı quraytuǵın barlıq denelerge tásir etetuǵın kúshler belgili bolǵan jaǵdayda qálegen mexanikalıq sistemanıń qozǵalıs teńlemesin jazıwǵa múmkinshilik beredi. Nızamlar birinshi ret 1687-jılı jarıq kórgen "Natural filosofiyanıń matematikalıq baslamaları" atlı kitapta tolıq túrde keltirip shıǵarılǵan.

2. Inerciallıq esaplaw sistemalar dep atalatuǵın esaplaw sistemaları bar bolıp, usınday sistemalarda hesh kanday kúsh tásir etpeytuǵın (yamasa tásir etiwshi kúshler bir birin teńlestiretuǵın) materiallıq noqatlar tınıshlıq halında yamasa tuwrı sızıqlı teń ólshewli qozǵalıs halında jasaydı.

3. Kúshler tezleniwden ǵáresiz tábiyatta bar bolıp tabıladı. Onıń mánisin tezleniw arqalı ólshewge bolatuǵın bolsa da kúsh túsinigin tezleniwge baylanıssız kirgiziw kerek. Biraq usı kóz-qarasqa qarama-qarsı kóz qaras ta orın alǵan.

4. Elektromagnit tásirlesiw jaǵdaylarında Nyutonnıń úshinshi nızamı orınlanbaydı. Bul nızamdı tuyıq sistemadaǵı impulstiń saqlanıw nızamı sıpatında kórsetiwdiń nátiyjesinde ǵana onıń durıslıǵına kóz jetkeriw múmkin.

5. Ápiwayı formada Nyutonnıń úshinshi nızamınıń orınlanbawı keńislik penen waqıttıń relyativistlik qásiyetleri menen baylanıslı.

Sorawlar:

1. Tásirlesiw kúshi haqqında gáp etkende qanday kúshler názerde tutıladı?
2. Galileydiń salıstırmalıq principiniń fizikalıq mánisi nelerden ibarat?
3. Matematikalıq jollar menen Nyutonnıń ekinshi nızamınan birinshi nızamdı keltirip shıǵarıwǵa boladı. Biraq Nyutonnıń birinshi nızamı (inerciya nızamı) ǵárezsiz nızam sıpatında qatıl etilgen. Mánisin túsindirińiz.
4. Fizikada kúsh dep qanday fizikalıq shamaǵa aytadı?
5. Tásir hám qarsı tásir hám olardıń teńligi haqqında gáp etkende qanday fizikalıq qubılıslar názerde tutıladı.
6. Nyutonnıń úshinshi nızamınıń fizikalıq mánisi nelerden ibarat?
7. Impulstiń saqlanıw nızamı menen Nyutonnıń úshinshi nızamı arasında qanday qatnas bar?
8. Nyutonnıń nızamlarına Nyutonnıń ózi bergen anıqlamaları jáne házirgi zamanları qollanılatuǵın anıqlamalar arasında qanday ayırmalar bar?
9. Massa materiyanıń qanday qásiyetin táriyipleydi?

Tásirlesiwde fizikalıq maydannıń tutqan ornı nelerden ibarat?

6-sanlı lekciya. Denelerdiń erkin túsiwi. Salmaqsızlıq. Deneniń erkin bolmaǵan qozǵalısı. Impuls. Kúsh hám deneniń impulsi. Impulstiń saqlanıw nızamı. Ózgeriwshi massaǵa iye deneniń qozǵalısı. Mesherskiy teńlemesin keltirip shıǵarıw

Erkin túsiw barısındaǵı calmaqsızlıq halınıń ornawı áhmiyetli fizikalıq faktor bolıp tabıladı. Bul deneniń inert hám gravitaciyalıq massalarınıń bir ekenliginen derek beredi. Inert massa deneniń inertlilik qásiyetin sıpatlaydı. Gravitaciyalıq massa bolsa usı deneniń Nyutonnıń nızamı boyınsha basqa deneler menen tartısıw kúshin táriyipleydi. Gravitaciyalıq massa elektr zaryadı sıyaqlı mániske iye. Ulıwma aytqanda deneniń inert massası menen gravitaciyalıq massası bir yamasa bir birine proporcional boladı degen sóz hesh qaydan kelip shıqpaydı (eki fizikalıq shama bir birine proporcional bolǵan jaǵdayda ólshem birliklerin proporcionallıq koefficienttiń mánisi 1 ge teń bolatuǵınday etip saylap alıw arqalı teńlestiriwge boladı). **Inert hám gravitaciyalıq massalardıń bir birine proporcional ekenligin dálilleymiz.** Jerdiń gravitaciyalıq massasın M_g arqalı belgileyik. Bunday jaǵdayda Jer betindegi gravitaciyalıq massası m_g bolǵan dene menen tásirlesiw kúshi

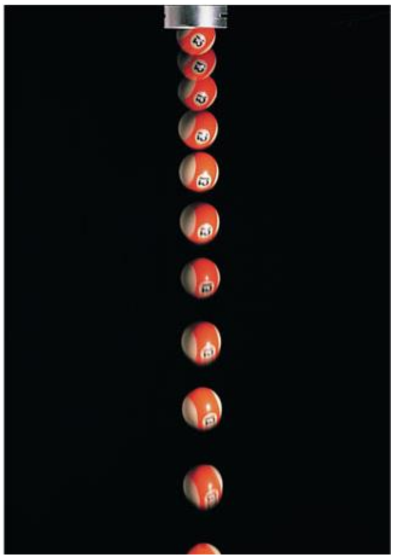
$$F = G\frac{M_g m_g}{R^2} \tag{6.1}$$

shamasına teń boladı. Bul formulada R arqalı Jerdiń radiusı belgilengen.

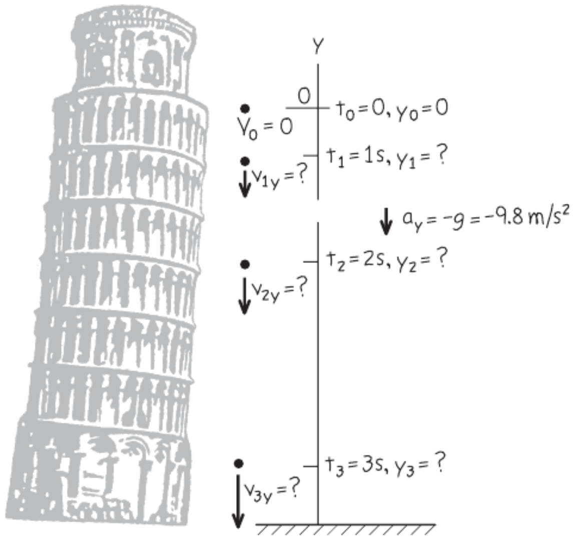
Inert massası m bolǵan dene Jerge qaray g tezleniwi menen qozǵaladı

$$g = \frac{F}{m} = G\frac{M_g}{R^2}\frac{m_g}{m} = const\,\frac{m_g}{m}. \tag{6.2}$$

Tezleniw g Jer betindegi barlıq deneler ushın birdey bolǵanlıqtan $\frac{m_g}{m}$ qatnası da barlıq deneler ushın birdey boladı. Sonlıqtan inert hám gravitaciyalıq massalar bir birine proporcional dep juwmaq shıǵaramız. Al proporcionallıq koefficientin birge teń dep alıp eki massanı bir birine teńlestiriwimiz múmkin.



Teńdey waqıt aralıqlarında túsirilgen shardıń erkin túsiwi. Ótilgen joldıń shaması waqıttıń kvadartına proporcional.



Geypara tariyxshılar Piza qalasındaǵı qıysayǵan minarda Galiley erkin túsiwdi izertlegen dep esaplaydı. Súwrette berilgen maǵlıwmatlar boyınsha esaplawlar júrgiziwdi oqıwshınıń ózine usınamız.

Inert hám gravitaciyalıq massalardıń óz-ara teńligi eksperimentte tereń izertlengen. Házirgi waqıtlardaǵı olar arasındaǵı teńlik 10^{-12} ge teń dállikte dálillendi (Moskva mámleketlik universitetiniń fizika fakultetinde professor V.Braginskiy basqarǵan topar alǵan nátiyje). YAǵnıy

$$\frac{m_g - m}{m_g} \le 10^{-12}$$

teńsizligi orınlı.

Inert hám gravitaciyalıq massalardıń teńligi basqa nátiyjege alıp keledi: eger esaplaw sisteması inercial esaplaw sistemasına salıstırǵanda tuwrı sızıqlı teń ólshewli tezleniwshi qozǵalatuǵın bolsa bunday sistemadaǵı mexanikalıq qubılıslar gravitaciya maydanındaǵıday bolıp ótedi. Bul tastıyıqlawdı barlıq fizikalıq qubılıslarǵa ulıwmalastırıw **ekvivalentlik principi** dep ataladı.

Ekvivalentlilik principi dep bazı bir esaplaw sistemasındaǵı **tezleniwdiń bolıwı sáykes tartılıs maydanı bar bolıwı** menen birdey dep tastıyıqlawdı aytamız. Biz bul haqqında tolıǵıraq gáp etemiz.

Tartılıs kúshiniń usı kúsh tásir etetuǵın bóleksheniń massasına proporcionallıǵı ($\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{g}$) oǵada tereń fizikalıq mániske iye.

Bólekshe tárepinen alınatuǵın tezleniw usı bólekshege tásir etiwshi kúshti bóleksheniń massasına bólgenge teń bolǵanlıqtan gravitaciyalıq maydandaǵı bóleksheniń tezleniwi w usı maydannıń kernewliligi menen sáykes keledi:

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{g}$$

yaǵnıy bóleksheniń massasınan ǵárezli emes. Basqa sóz benen aytqanda gravitaciyalıq maydan oǵada áhmiyetli qásiyetke iye boladı: bunday maydanda barlıq deneler massalarınan ǵárezsiz birdey tezleniw aladı (bul qásiyet birinshi ret Galiley tárepinen Jerdiń salmaq maydanındaǵı denelerdiń qulap túsiwin izertlewdiń nátiyjesinde anıqlandı).

Denelerdiń tap sol sıyaqlı qásiyetin eger olardıń qozǵalısların inercial emes esaplaw sisteması kóz-qarasında qaraǵanda sırtqı kúshler tásir etpeytuǵın keńislikte de baqlaǵan bolar edik. Juldızlar aralıq keńislikte erkin qozǵalatuǵın raketanı kóz aldımızǵa keltireyik. Bunday jaǵdaylarda raketaǵa tásir etetuǵın tartısıw kúshlerin esapqa almawǵa boladı. Usınday raketanıń ishindegi barlıq deneler raketanıń ózine salıstırǵanda qozǵalmay tınıshlıqta turǵan bolar edi (raketanıń ortasında hesh nársege tiymey-aq tınıshlıqta turǵan bolar edi). Eger raketa a tezleniwi menen qozǵala baslasa barlıq deneler raketanıń artına qaray $-a$ tezleniwi menen "qulap" túser edi. Raketanıń ishindegi deneler raketanıń tezleniwsiz-aq, biraq kernewliligi $-a$ ǵa teń bolǵan gravitaciyalıq maydanda qozǵalǵanda da $-a$ tezleniwi menen tap joqarıdaǵıday taqlette "qulaǵan" bolar edi. Hesh bir eksperiment biziń tezleniwshi raketada yamasa turaqlı gravitaciyalıq maydanda turǵanımızdı ayıra almaǵan bolar edi.

Denelerdiń gravitaciyalıq maydan menen inercial emes esaplaw sistemasındaǵı qásiyetleri arasındaǵı uqsaslıq **ekvivalentlik principi** dep atalatuǵın principtiń mazmunın quraydı (bul uqsaslıqtıń fundamentallıq mánisi salıstırmalıq teoriyasına tiykarlanǵan tartılıs teoriyasında túsindiriledi).

Joqarıdaǵı bayanlawdıń barısında tartılıs maydanınan erkin bolǵan keńislikte qozǵalatuǵın raketa haqqında gáp ettik. Bul talqılawlardı, mısalı, Jerdiń gravitaciyalıq maydanında qozǵalıwshı raketanı qaraw arqalı dawam ettiriwimiz múmkin. Usınday maydanda "erkin" (yaǵnıy dvigatelsiz) qozǵalatuǵın raketa maydannıń kernewliligi $\boldsymbol{g}$ ǵa teń bolǵan tezleniw aladı. Bunday jaǵdayda raketa inercial emes esaplaw sisteması bolıp tabıladı. Bul jaǵdayda raketaǵa salıstırǵandaǵı qozǵalısqa inercial emesliktiń tásirin tartılıs maydanınıń tásiri kompensaciyalaydı. Nátiyjede "salmaqsızlıq" halı júzege keledi, yaǵnıy raketadaǵı predmetler tartılıs maydanı joq jaǵdaydaǵı inercial esaplaw sistemasında qozǵalǵanday bolıp qozǵaladı. Solay etip saylap alınǵan inercial emes esaplaw sistemasın saylap alıw arqalı (biz qaraǵan jaǵdayda tezleniw menen qozǵalıwshı raketaǵa salıstırǵanda) gravitaciyalıq maydandı "joq" qılıw múmkin. Bul jaǵday sol ekvivalentlik principiniń basqa aspekti bolıp tabıladı.

Tezleniwshi qozǵalıstaǵı raketanıń ishindegi tartılıs maydanı bir tekli, yaǵnıy raketanıń ishindegi barlıq orınlarda kernewlilik $\boldsymbol{a}$ birdey mániske iye. Biraq usıǵan qaramastan haqıyqıy gravitaciya maydanı barlıq waqıtta bir tekli emes. Sonlıqtan inercial emes esaplaw sistemalarına ótiw arqalı gravitaciyalıq maydandı joq etiw maydan júdá kishi ózgeriske ushıraytuǵın keńisliktiń úlken emes bólimlerinde ámelge asırıladı. Bunday mániste gravitaciyalıq maydan menen inercial emes esaplaw sistemasınıń ekvivalentliligi "jergilikli" ("lokallıq") xarakterge iye.

Impuls momenti. O noqatına salıstırǵandaǵı materiallıq noqattıń impuls momenti dep

$$\boldsymbol{L} = [\boldsymbol{R}, \boldsymbol{p}] \tag{6.3}$$

vektorlıq kóbeymesine aytadı.

Bul anıqlama barlıq (relyativistlik hám relyativistlik emes) jaǵdaylar ushın durıs boladı. Eki jaǵdayda da $\boldsymbol{p}$ impulsı baǵıtı boyınsha materiallıq noqattıń tezligi baǵıtı menen sáykes keledi.

Kúsh momenti. O noqatına salıstırǵandaǵı materiallıq noqatqa tásir etiwshi kúsh momenti dep

$$\boldsymbol{M} = [\boldsymbol{R}, \boldsymbol{F}] \tag{6.4}$$

vektorına aytamız.

Momentler teńlemesi. Impuls momenti (6.3) di waqıt boyınsha differenciallaymız:

$$\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \left[\frac{d\boldsymbol{R}}{dt}, \boldsymbol{p}\right] + \left[\boldsymbol{R}, \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}\right] \tag{6.5}$$

Usınıń nátiyjesinde

$$\dot{\boldsymbol{L}} = [\dot{\boldsymbol{r}}, \boldsymbol{p}] + [\boldsymbol{r}, \dot{\boldsymbol{p}}]$$

ańlatpasına iye bolamız.

$\frac{d\boldsymbol{R}}{dt} = \boldsymbol{v}$ tezliktiń baǵıtı $\boldsymbol{p}$ impulsı menen sáykes keletuǵın tezlik ekenligin esapqa alamız. Óz-ara kolliniar eki vektordıń vektorlıq kóbeymesi nolge teń. Sonlıqtan (9.3) tiń oń jaǵındaǵı birinshi aǵza $[\dot{\boldsymbol{r}}, \boldsymbol{p}]$ nolge teń, al ekinshi aǵza kúsh momentin beredi. Nátiyjede (9.3) momentler teńlemesine aylanadı:

$$[\boldsymbol{r}, \dot{\boldsymbol{p}}] = \dot{\boldsymbol{L}} = \boldsymbol{M}.$$

Bul teńleme materiallıq noqatlar menen denelerdiń qozǵalısları qaralǵanda úlken áhmiyetke iye boladı.

Materiallıq noqatlar sisteması. Materiallıq noqatlar sisteması dep shekli sandaǵı materiallıq noqatlardıń jıynaǵına aytamız. Sonlıqtan da bul materiallıq noqatlardı nomerlew múmkin. Bul noqatlardı $i, j, \ldots$ hám basqa da háripler menen belgilewimiz múmkin. Bul sanlar $1, 2, 3, \ldots, n$ mánislerin qabıl etedi (n sistemanı qurawshı bóleksheler sanı). Bunday jaǵdayda, mısalı, $\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{p}_i, \boldsymbol{v}_i$ shamaları sáykes i arqalı bóleksheniń radius-vektorın, impulsın hám tezligin beredi. Bunday sistemalarǵa mısal retinde gazdi, Quyash sistemasın yamasa qattı deneni kórsetiwge boladı. Waqıttıń ótiwi menen sistemanı qurawshı materiallıq noqatlardıń orınları ózgeredi.

Sistemanı qurawshı noqatlardıń hár birine tábiyatı hám kelip shıǵıwı jaqınan hár qıylı bolǵan kúshlerdiń tásir etiwi múmkin. Sol kúshler sırttan tásir etiwshi (sırtqı kúshler) yamasa sistemanı qurawshı bóleksheler arasındaǵı óz-ara tásir etisiw bolıwı múmkin. Bunday kúshlerdi ishki kúshler dep ataymız. Ishki kúshler ushın Nyutonnıń úshinshi nızamı orınlanadı dep esaplaw qabıl etilgen.

Sistemanıń impulsı: Sistemanıń impulsı dep usı sistemanı qurawshı materiallıq noqatlardıń impulslarınıń qosındasına aytamız, yaǵnıy

$$\boldsymbol{p} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{p}_i = \boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 + \boldsymbol{p}_3 + \cdots + \boldsymbol{p}_n \tag{6.6}$$

teńligi orınlı boladı.

Cistemanıń impuls momenti: Baslanǵısh dep qabıl etilgen O noqatına salıstırǵandaǵı sistemanıń impuls momenti dep sol O noqatına salıstırǵandaǵı materiallıq noqatlardıń impuls momentleriniń qosındısına aytamız, yaǵnıy

$$\boldsymbol{L} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{L}_i = \sum_{i=1}^{n} [\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{p}_i] \tag{6.7}$$

Sistemaǵa tásir etiwshi kúsh momenti: O noqatına salıstırǵandaǵı sistemaǵa tásir etiwshi kúshtiń momenti dep sol O noqatına salıstırǵandaǵı noqatlarǵa tásir etiwshi momentlerdiń qosındısına teń, yaǵnıy

$$\boldsymbol{M} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{M}_i = \sum_{i=1}^{n} [\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{F}_i] \tag{6.8}$$

formulası orınlı boladı.

Nyutonnıń úshinshi nızamına sáykes ishki kúshler momentleri birin biri joq etedi. Sonlıqtan keyingi teńlemeniń oń tárepi birqansha ápiwayılasadı. Usı jaǵdaydı dálillew ushın sistemanıń i-noqatına tásir etiwshi kúshti $\boldsymbol{F}_i$ arqalı, al usı kúsh sırttan tásir etiwshi kúsh bolǵan $\boldsymbol{F}_{i(sırtqı)}$ dan hám qalǵan barlıq bóleksheler tárepinen túsetuǵın kúshten turadı dep esaplayıq. i-noqattan j-noqatqa tásir etiwshi ishki kúshti $\boldsymbol{f}_{ij}$ arqalı belgileyik. Sonday jaǵdayda tolıq kúsh ushın ańlatpanı

$$\boldsymbol{F}_i = \boldsymbol{F}_{i(sırtqı)} + \sum_{j \neq i} \boldsymbol{f}_{ij} \tag{6.9}$$

túrinde jazamız.

Summadaǵı $j \neq i$ teńsizligi $j = i$ bolmaǵan barlıq jaǵdaylar ushın qosındınıń alınatuǵınlıǵın bildiredi. Sebebi noqat ózi ózine tásir ete almaydı. Keyingi ańlatpanı aldıńǵı ańlatpaǵa qoyıp kúsh momentiniń eki qosılıwshıdan turatuǵınlıǵın kóremiz:

$$\boldsymbol{M} = \sum_{i} [\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{F}_{i(sırtqı)}] + \sum_{i,j} [\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{f}_{ij}]. \tag{6.10}$$

Alınǵan ańlatpadaǵı ekinshi summanıń nolge teń ekenligin kórsetiw múmkin. Nyutonnıń úshinshi nızamına muwapıq $\boldsymbol{f}_{ij} + \boldsymbol{f}_{ji} = 0$. Súwrette kórsetilgen sızılmaǵa muwapıq i hám j noqatlarına tásir etiwshi kúshlerdiń O noqatlarına salıstırǵandaǵı momentlerin esaplaymız. Bul noqatlardı tutastıratuǵın $\boldsymbol{r}_{ij}$ vektorı i noqatınan j noqatına qarap baǵıtlanǵan. O noqatına salıstırǵandaǵı $\boldsymbol{f}_{ij}$ hám $\boldsymbol{f}_{ji}$ momentleri

$$\boldsymbol{M}' = [\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{f}_{ji}] + [\boldsymbol{r}_j, \boldsymbol{f}_{ij}] \tag{6.11}$$

shamasına teń. $\boldsymbol{f}_{ij} = -\boldsymbol{f}_{ji}$, $\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j = \boldsymbol{r}_{ij}$ ekenligin jáne $\boldsymbol{f}_{ij}$ hám $\boldsymbol{f}_{ji}$ vektorlarınıń óz-ara parallelligin esapqa alıp

$$\boldsymbol{M}' = [\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{f}_{ij}] - [\boldsymbol{r}_j, \boldsymbol{f}_{ji}] = [\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j, \boldsymbol{f}_{ji}] = [\boldsymbol{r}_{ji}, \boldsymbol{f}_{ji}] = 0$$

ekenligine iye bolamız. Solay etip (6.10) ańlatpasınıń oń tárepindegi ekinshi qosındıda ishki tásirlesiw kúshleriniń barlıǵınıń qosındısınıń óz-ara qıskaratuǵınlıǵın hám qosındınıń barlıǵınıń nolge teń bolatuǵınlıǵına iye bolamız. Tek sistemanıń ayırım noqatlarına túsirilgen sırtqı kúshlerdiń momentleriniń qosındısına teń birinshi aǵza ǵana qaladı. Sonlıqtan materiallıq noqatlar sistemasına tásir etiwshi kúshlerdiń momentleri haqqında aytqanımızda $\boldsymbol{F}_i$ kúshleri dep tek sırtqı kúshlerdi túsinip, (6.8) anıqlamasın názerde tutıw kerek.

Materiallıq noqatlar sistemasınıń qozǵalıs teńlemesi. (6.6)-ańlatpada keltirilgen $\boldsymbol{p} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{p}_i = \boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 + \boldsymbol{p}_3 + \cdots + \boldsymbol{p}_n$ túrindegi formuladan waqıt boyınsha tuwındı alamız hám i-noqattıń qozǵalıs teńlemesiniń $\frac{d\boldsymbol{p}_i}{dt} = \boldsymbol{F}_i$ ekenligin esapqa alǵan halda

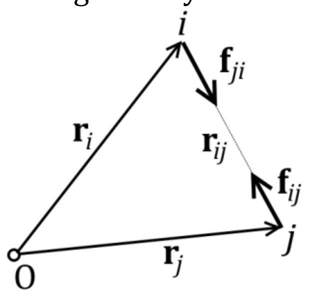
$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \sum \frac{d\boldsymbol{p}_i}{dt} = \sum \boldsymbol{F}_i, \sum \frac{d\boldsymbol{p}_i}{dt} = \boldsymbol{F} \tag{6.12}$$

ekenligine iye bolamız. Bul ańlatpada

$$\boldsymbol{F} = \sum \boldsymbol{F}_i.$$

Demek sistemaǵa tásir etiwshi kúshlerdiń momenti haqqında aytılǵanda tek ǵana sırtqı kúshlerdiń momentlerin túsiniwimiz kerek boladı.

Alınǵan aǵlatpadaǵı $\boldsymbol{F}$ sistema noqatlarına sırttan túsirilgen kúshlerdiń qosındısı. Bul kúshti ádette sırtqı kúsh dep ataydı. Alınǵan $\frac{dp}{dt} = \boldsymbol{F}$ teńlemesi sırtqı kórinisi boyınsha bir materiallıq noqat ushın qozǵalıs teńlemesine $\left\{\frac{dp}{dt} = \boldsymbol{F}, \boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}\right\}$ uqsas. Biraq sistema ushın impuls **p** nı alıp júriwshiler keńislik boyınsha tarqalǵan, $\boldsymbol{F}$ ti qurawshı kúshler de keńislik boyınsha tarqalǵan. Sonlıqtan noqat ushın alınǵan teńleme menen sistema ushın alınǵan teńlemelerdi tek ǵana relyativistlik emes jaǵdaylar ushın salıstırıw múmkin.



6-1 súwret. i-hám j noqatlarına túsirilgen ishki kúshlerdiń momenti. Nyutonnıń úshinshi nızamına sáykes bul moment nolge teń.

Massalar orayı. Relyativistlik emes jaǵdaylarda massa orayı túsiniginen paydalanıwǵa boladı. Dáslep impuls ushın relyativistlik emes jaǵdaylar ushın jazılǵan impulstan paydalanayıq.

$$\boldsymbol{p} = \sum m_{0i}\boldsymbol{v}_i = \sum m_{0i}\frac{d\boldsymbol{r}_i}{dt} = \frac{d}{dt}\sum m_{0i}\boldsymbol{r}_i = m\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{m}\right]\sum m_{0i}\boldsymbol{r}_i \tag{6.13}$$

ańlatpalarınıń orınlı ekenligin bilemiz. Bul ańlatpadaǵı massa

$$m = \sum m_{0i}$$

shamasına teń.

$$\boldsymbol{R} = \frac{1}{m}\sum m_{0i}\boldsymbol{r}_i$$

radius-vektorı sistemanıń massalar orayı dep atalatuǵın noqattı beredi. Usı noqattıń (massalar orayıń) qozǵalıs tezligi

$$\boldsymbol{V} = \frac{d\boldsymbol{R}}{dt}$$

shamasına teń. Demek sistemanıń impulsı keyingi ańlatpanı esapqa alǵanda bılay jazıladı

$$\boldsymbol{p} = m\frac{d\boldsymbol{R}}{dt} = m\boldsymbol{V} \tag{6.14}$$

hám sistemanıń massası menen onıń massalar orayınıń qozǵalıs tezliginiń kóbeymesine teń. Sonlıqtan da massalar orayınıń qozǵalısı materiallıq noqattıń qozǵalısına sáykes keledi.

Joqarıdağılardı esapqa alǵan halda sistemanıń qozǵalıs teńlemesin ulıwma túrde bılayınsha jazamız:

$$m\frac{d\boldsymbol{V}}{dt}=\boldsymbol{F}. \qquad (6.15)$$

Alınǵan ańlatpa materiallıq noqat ushın alınǵan qozǵalıs teńlemesine ekvivalent. Ayırma sonnan ibarat, bul jaǵdayda massalar massa orayına toplanǵan, al sırtqı kúshlerdiń qosındısı bolsa sol massa orayına túsedi dep esaplanadı.

Materiallıq noqatlar sisteması ushın momentler teńlemesi. (6.7)-ańlatpada berilgen $\boldsymbol{L}=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{L}_i=\sum_{i=1}^{n}[\boldsymbol{r}_i,\boldsymbol{p}_i]$ ańlatpasın waqıt boyınsha differenciallasaq materiallıq noqatlar sisteması ushın momentler teńlemesin alamız:

$$\frac{d\boldsymbol{L}}{dt}=\sum\left[\frac{d\boldsymbol{r}_i}{dt},\boldsymbol{r}_i\right]+\sum\left[\boldsymbol{r}_i,\frac{d\boldsymbol{p}_i}{dt}\right]=\sum[\boldsymbol{v}_i,\boldsymbol{p}_i]+\sum[\boldsymbol{v}_i,\boldsymbol{F}_i]\,0+\sum\boldsymbol{M}_i=\boldsymbol{M}. \qquad (6.16)$$

Demek

$$\frac{d\boldsymbol{L}}{dt}=\boldsymbol{M}$$

teńlemesine iye bolamız. $\boldsymbol{M}$ niń sistemaǵa tásir etiwshi sırtqı kúshler momenti ekenligin umıtpaymız.

Materiallıq noqattıń impuls momenti menen **sektorlıq tezlik arasındaǵı baylanıs. Maydanlar teoreması**. Materiallıq noqattıń impuls momentin qaraymız. t waqıt momentinde bul materiallıq noqattıń awhalı $\boldsymbol{r}$ radius-vektorı menen anıqlanatuǵın bolsın. SHeksiz kishi dt waqıtı ishinde radius-vektor **v**dt ósimin aladı. Sonıń menen birge radius-vektor sheksiz kishi úsh múyeshlikti basıp ótedi. Usı úsh múyeshliktiń maydanı $dS=\frac{1}{2}[\boldsymbol{Rv}]dt$. Sonlıqtan

$$\dot{\boldsymbol{S}}=d\boldsymbol{S}/dt$$

Bul shama waqıt birligindegi radius-vektordıń basıp ótetuǵın maydanına teń hám **sektorlıq tezlik** dep ataladı. Anıqlama boyınsha $\boldsymbol{L}=m[\boldsymbol{r},\boldsymbol{v}]$ bolǵanlıqtan $\boldsymbol{L}=2m\dot{\boldsymbol{S}}$. Relyativistlik tezliklerde m turaqlı, sonlıqtan da impuls momenti sektorlıq tezlik $\dot{\boldsymbol{S}}$ ke proporcional.

Eger materiallıq noqatqa tásir etiwshi kúsh oraylıq hám onıń baǵıtı O polyusı arqalı ótetuǵın bolsa $\boldsymbol{L}$ vektorı waqıt boyınsha ózgermeydi. Soǵan sáykes relyativistlik emes tezliklerde sektorlıq tezlik $\dot{\boldsymbol{S}}$ te ózgermeydi. Bul jaǵdayda impuls momentiniń saqlanıw nızamı maydanlar nızamına ótedi:

$$\dot{\boldsymbol{S}}=const. \qquad (6.17)$$

Bul nızamnan eki juwmaq kelip shıǵadı.

Birinshiden $\boldsymbol{r}$ hám $\boldsymbol{v}$ vektorları jatatuǵın tegislik $\dot{\boldsymbol{S}}$ vektorına perpendikulyar. Bul vektorlardıń baǵıtı ózgermeytuǵın bolǵanlıqtan sol tegisliktiń ózi de ózgermeydi. Demek **oraylıq kúshler maydanında qozǵalatuǵın materiallıq noqattıń traektoriyası tegis iymeklik** bolıp tabıladı.

Ekinshiden $\dot{\boldsymbol{S}}$ vektorı uzınlıǵınıń turaqlılıǵınan **birdey waqıt aralıqlarında radius-vektor birdey maydanlardı basıp ótetuǵınlıǵı kelip** shıǵadı. Bul jaǵdaydı ádette **maydanlar nızamı** dep ataydı. Maydan tek ǵana shaması menen emes al keńisliktegi orientaciyası menen de táriyiplenedi. Sonlıqtan da maydanlar nızamına keńirek mazmun beriw kerek.

Qozǵalmaytuǵın kósherge salıstırǵandaǵı impuls momenti menen kúsh momenti. $\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \boldsymbol{M}$ teńlemesi tómendegidey úsh skalyar teńlemelerge ekvivalent:

$$\frac{dL_x}{dt} = M_x^{sırt}, \qquad \frac{dL_y}{dt} = M_y^{sırt}, \qquad \frac{dL_z}{dt} = M_z^{sırt}. \tag{6.18}$$

Bul teńlemeler $\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \boldsymbol{M}$ teńlemesinen Dekart koordinatalar sistemasınıń kósherlerine proekciyalar túsiriw jolı menen alınadı. "Sırt" indeksi kúsh momentin esaplaǵanda ishki kúshler momentleriniń dıqqatqa alınbaytuǵınlıǵın ańgartadı. Sonlıqtan da momentler teńlemesindegi $\boldsymbol{M}$ sırtqı kúshlerdiń momentin beredi. L_x hám M_x shamaları x kúsherine salıstırǵandaǵı impuls momenti hám kúsh momenti dep ataladı.

Ulıwma bazı bir x kósherine salıstırǵandaǵı L_x hám M_x impuls hám kúsh momenti dep $\boldsymbol{L}$ menen $\boldsymbol{M}$ niń usı kósherge túsirilgen proekciyasın aytamız. Sonıń menen birge O koordinata bası usı kósherdiń boyında jatadı dep esaplanadı.

$$\frac{d\boldsymbol{L}_x}{dt} = \boldsymbol{M}_x$$

teńlemesi qozǵalmaytuǵın x kósherine salıstırǵandaǵı momentler teńlemesi dep ataladı. Qanday da bir qozǵalmaytuǵın kósherge salıstırǵandaǵı kúsh momenti nolge teń bolǵan jaǵdayda sol kósherge salıstırǵandaǵı impuls momenti turaqlı bolıp qaladı. Bul **qozǵalmaytuǵın kósherge salıstırǵandaǵı impuls momentiniń saqlanıw nızamı** bolıp tabıladı (keńisliktiń izotroplılıǵınıń nátiyjesi).

Qozǵalmaytuǵın kósher dógeregindegi aylanıw ushın impuls momenti teńlemesi. Inerciya momenti. Kósherge salıstırǵandaǵı momentler teńlemesin aylanbalı qozǵalıstı qarap shıǵıwǵa qollanamız. Qozǵalmaytuǵın kósher retinde aylanıw kósherin saylap alıw múmkin. Eger materiallıq bólekshe radiusı $\boldsymbol{r}$ bolǵan sheńber boyınsha qozǵalsa, onıń O aylanıw kósherine salıstırǵandaǵı impuls momenti $L = mvr$. Meyli ω arqalı aylanıwshıń múyeshlik tezligi belgilengen bolsın. Onda $L = mr^2\omega$ ańlatpasına iye bolamız. Eger O kósheriniń dógereginde materiallıq noqatlar sisteması birdey múyeshlik tezlik penen aylanatuǵın bolsa, onda $L = \sum mr^2\,\omega$. Summa belgisinen barlıq noqatlar ushın birdey bolǵan ω nı sırtqa shıǵarıw múmkin. Bunday jaǵdayda

$$L = I\omega \tag{6.19}$$

hám

$$I = \sum m\,r^2$$

ańlatpasına iye bolamız.

***I* shaması kósherge salıstırǵandaǵı sistemanıń inerciya momenti dep ataladı**. Keyingi teńleme sistema aylanǵanda kósherge salıstırǵandaǵı impuls momenti inerciya momenti menen múyeshlik tezliginiń kóbeymesine teń.

Óz gezeginde $\frac{d}{dt}(I\omega) = M$. **Qozǵalmaytuǵın kósher dógereginde aylanbalı qozǵalıs dinamikasınıń bul tiykarǵı teńlemesindegi** M shaması aylanıw kósherine salıstırǵandaǵı sırtqı kúshler momenti. Bul teńleme materiallıq noqattıń qozǵalısı ushın Nyuton teńlemesin eske túsiredi. Massanıń ornında inerciya momenti I, tezliktiń ornına múyeshlik tezlik, al kúshtiń ornında kúsh momenti tur. Impuls momenti L di **kópshilik jaǵdaylarda sistemanıń aylanıw impulsı** dep ataydı.

Eger aylanıw kósherine salıstırǵandaǵı kúshler momenti $M = 0$ teńligi orınlanatuǵın **bolsa aylanıw impulsı $I\Omega$ kóbeymesiniń mánisi ózgerissiz saqlanadı**.

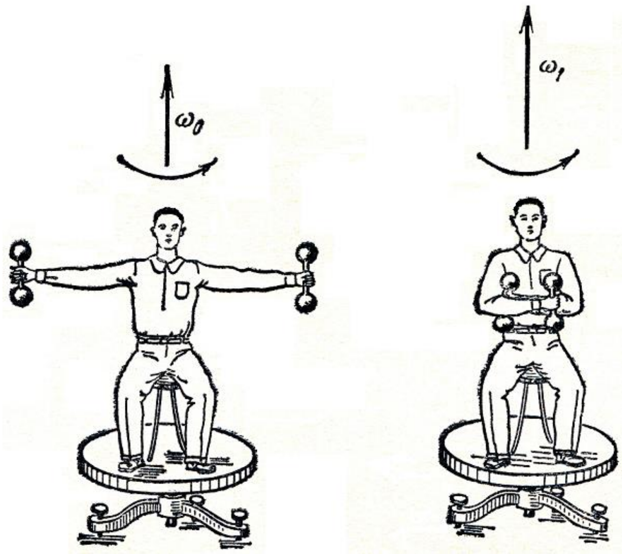
Ádette qattı deneler ushın I turaqlı shama (sebebi qattı denelerdiń forması ózgerissiz qaladı dep esaplanadı). Sonlıqtan bunday sistemalar ushın

$$I\frac{d\omega}{dt}=M \qquad (6.20)$$

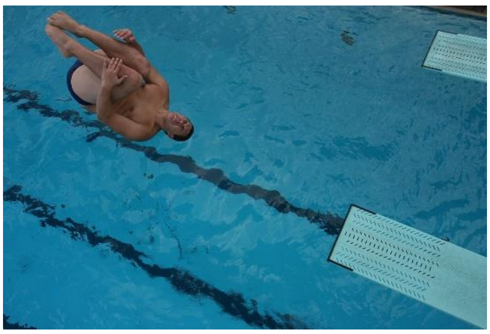
teńligi orınlanadı. Demek qattı deneniń qozǵalmaytuǵın kósherge salıstırǵandaǵı inerciya momenti menen múyeshlik tezleniw $\frac{d\omega}{dt}$ diń kóbeymesi sol kósherge salıstırǵandaǵı sırtqı kúshlerdiń momentine teń.

Aylanıw impulsınıń saqlanıw nızamına mısallar.

Figurashınıń hám balerinanıń pirueti.



9-2 súwret.
Jukovskiy (1847-1921) otırǵıshı (9-2 súwret).



Gimnastikashı hám suwǵa sekiriwshi tárepinen ornılanatuǵın salto.

Ózgermeli massalı denelerdiń qozǵalısı. Reaktiv qozǵalıs. Reaktiv dvigatelde janar maydıń janıp atlıǵıp shıǵıwınıń nátiyjesinde tartıw kúshi payda boladı. Bul kúsh reakciya kúshi sıpatında Nyuton nızamı boyınsha payda boladı. Sonlıqtan payda bolǵan kúshti reaktiv kúsh, al dvigateldi reaktiv dvigatel dep ataymız. Sonı atap ótiw kerek, *tartıw payda etetuǵın qálegen dvigatel mánisi boyınsha reaktiv dvigatel bolıp tabıladı*. Mısalı ápiwayı párrigi bar samolettıń tartıw kúshi de reaktiv kúsh. Bunday samolettıń tartıw kúshi párrikler tárepinen artqı tárepke hawa massasın iyterilgende payda bolatuǵın kúshke teń.

Biraq raketanıń reaktiv qozǵalısı menen basqa denelerdiń qozǵalısı arasında úlken ayırma bar. Raketa janıw produktlarınıń atılıp shıǵıwınan alǵa qaray iyteriledi. Sonıń menen birge janbastan burın bul produktlardıń massası raketanıń ulıwmalıq massasına kiretuǵın edi. Basqa mısallarda bunday jaǵday bolmaydı. Párrik tárepinen artqa iyterilgen hawa massası samolettıń massasına kirmeydi. Sonlıqtan da reaktiv qozǵalıs haqqında gáp bolǵanda reaktiv dvigatelde bolatuǵın jaǵday názerde tutıladı. Bul ózgermeli massaǵa iye deneniń qozǵalısınıń dıqqatqa alınatuǵınlıǵın, sonıń menen birge tartıw kúshi raketanıń ózine tiyisli bolǵan zatlardıń janıwınan payda bolatuǵınlıǵınan derek beredi.

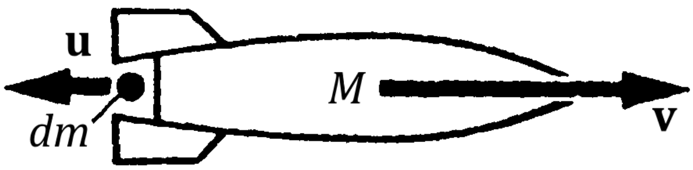
Mesherskiy teńlemesi. Nyutonnıń úshinshi nızamınıń eń ulıwma túrdegi ańlatpası impulstıń saqlanıw nızamı bolıp tabıladı.

Meyli t=0 waqıt momentinde M(t) massasına iye hám v tezligi menen qozǵalatuǵın raketa tezligi **u** bolǵan dM' massasın shıǵarǵan bolsın. M hám dM' massaları relyativistlik massalar bolıp tabıladı, al tezlikler v hám u inercial esaplaw sistemasına qarata alınadı.

Massanıń saqlanıw nızamı tómendegidey túrge iye:

$$dM + dM' = 0. \qquad (6.21)$$

$dM < 0$ ekenligi anıq, sebebi raketanıń massası kemeyedi. t waqıt momentinde sistemanıń tolıq impulsı M**v** ǵa teń, al (t + dt) waqıt momentinde impuls (M + dM)(v + dv) + u dM' shamasına teń. Sonlıqtan berilgen jabıq sistema ushın impulstıń saqlanıw nızamı



6-3 súwret. Raketadaǵı reaktivlik kúshlerdiń payda bolıwın túsindiretuǵın súwret.

$$(M + dM)(v + dv) + udM' = Mv. \qquad (6.22)$$

túrinde jazıladı. Bul jerden $dvdM$ kóbeymesin kishi shama dep esaplap (sheksiz kishi ósimniń sheksiz kishi ósimge kóbeymesi sheksiz kishi shama boladı)

$$Mdv + vdM + udM' = 0 \qquad (6.23)$$

teńligin shıǵarıw múmkin.

$dM + dM' = 0$ ekenligin esapqa alıp qozǵalıs teńlemesin shıǵaramız:

$$\frac{d}{dt}(Mv) = u\frac{dM}{dt}. \qquad (6.24)$$

Bul teńleme relyativistlik jaǵdaylar ushın da, relyativistlik emes jaǵdaylar ushın da durıs boladı.

Kishi tezlikler jaǵdayında klassikalıq mexanikanıń tezliklerdi qosıw formulasınan paydalanamız

$$u = u' + v. \tag{6.25}$$

Bul ańlatpada u' arqalı raketaǵa salıstırǵandaǵı atılıp shıqqan massanıń tezligi belgilengen. (6.25)-ańlatpanı paydalanamız hám (6.24)-ańlatpanıń shep tárepin waqıt boyınsha differenciallap

$$M\frac{dv}{dt} = \frac{(u - v)dM}{dt} = \frac{u'dM}{dt}. \tag{6.26}$$

Bul teńleme sırttan kúshler tásir etpegen hám relyativistlik emes jaǵdaylar ushın Mesherskiy teńlemesi dep ataladı.

Eger raketaǵa sırttan kúsh túsetuǵın bolsa (6-26) teńleme tómendegidey túrge iye boladı:

$$M\frac{dv}{dt} = F + \frac{u'dM}{dt}. \tag{6.27}$$

Hár sekund sayın sarıplanatuǵın janılǵınıń massasın μ arqalı belgileymiz. Anıqlaması boyınsha $\mu = -\frac{dM}{dt}$. Sonlıqtan Mesherskiy teńlemesin bılay kóshirip jazıwǵa boladı:

$$M\frac{dv}{dt} = F - \mu u'. \tag{6.28}$$

Bul qatnastaǵı μu' shaması reaktiv kúshke sáykes keledi. Eger u' shaması v ǵa qarama-qarsı bolsa, onda raketa tezlenedi.

Ciolkovskiy formulası. Tuwrı sızıqlı qozǵalıstaǵı raketanıń tezleniwin qaraymız. Raketa tárepinen atıp shıǵarılatuǵın gazlerdiń tezligi turaqlı dep esaplaymız. (6.26)-teńleme bılay jazıladı:

$$M\frac{dv}{dt} = -\frac{u'dM}{dt}. \tag{6.29}$$

Bul formuladaǵı minus belgisi v menen u' tezlikleriniń qarama-qarsı ekenliginen kelip shıqqan. v_0 hám M_0 arqalı tezleniw almastan burıngı raketanıń tezligi menen massası belgilengen bolsın. Bul jaǵdayda (6.29)-formulanı bılay jazıp

$$\frac{dM}{M} = -\frac{dv}{u'} \tag{6.30}$$

hám integrallap

$$\ln M - \ln M_0 = -\frac{v - v_0}{u'} \tag{6.31}$$

teńligin alamız. Bul **Ciolkovskiy formulası** bolıp tabıladı hám kóbinese tómendegidey túrlerde jazadı:

$$v - v_0 = u' \ln\frac{M_0}{M}, \tag{6.32a}$$

$$M = M_0 \exp\left(-\frac{v - v_0}{u'}\right). \tag{6.32b}$$

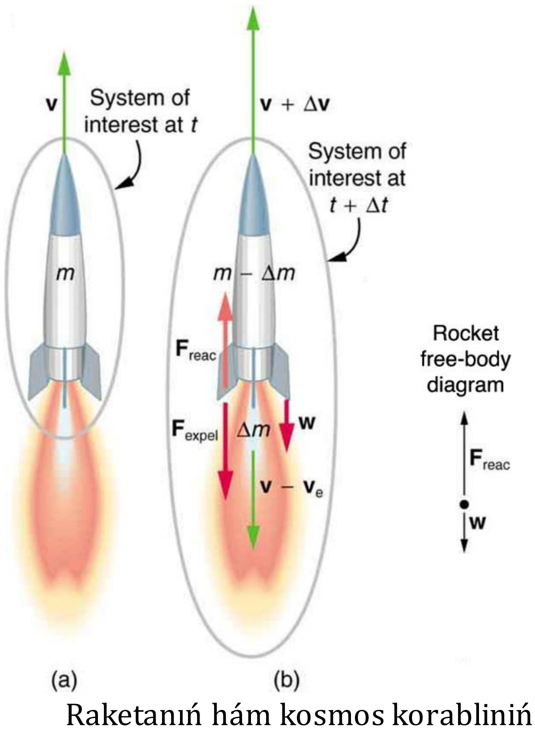
(6.32a) raketanıń massası M_0 den M ge shekem azayǵanda tezliginiń qansha ósim alatuǵınlıǵın kórsetedi. Al (6.32b) tezligi v_0 den v ǵa shekem kóterilgende raketanıń massasınıń qansha bolatuǵınlıǵın beredi.

Qanday jaǵdayda eń kishi janılǵı járdeminde úlken tezlik alıw mashqalası áhmiyetli másele bolıp tabıladı. (6.32a) dan *bunıń ushın gazlerdiń raketadan atılıp shıǵıw tezligin* (u') *kóbeytiw arqalı ámelge asırıwǵa bolatuǵınlıǵın kórsetedi*.

Xarakteristikalıq tezlik. Raketanıń Jerdi taslap ketiwi ushın 11.5 km/s tezlik beriw kerek (ekinshi kosmoslıq yamasa parabolalıq tezlik). Keyingi formulalardaǵı raketanıń massasınıń qansha bóleginiń kosmos keńligine ushıp ketetuǵınlıǵın esaplaw múmkin. u' ≈ 4 km/s bolǵan jaǵdayda $M \approx M_0$ exr (-3) ≈ $M_0/22$. Demek ekinshi kosmoslıq tezlik alaman degenshe raketanıń dáslepki massasınıń shama menen 4 procenti ǵana qaladı eken. Al haqıyqatında da raketa biz esaplaǵan jaǵdaydan ásterek tezlenedi. Bul situaciyanı quramalastıradı, sebebi janılǵınıń sarıplanıwı artadı. Sonlıqtan janılǵı janatuǵın waqıttı múmkin bolǵanınsha kishireytedi. Bul óz gezeginde raketaǵa túsetuǵın salmaqtıń artıwına alıp keledi. Nátiyjede hár bir raketa ushın tezleniw ózgeshelikleri saylap alınadı.

Kosmos keńisliginen Jerge qaytıp kelgende tezlikti 11.5 km/s tan nolge shekem kemeytiwge tuwrı keledi. Usı maqsette dvigateller iske túsiriledi. Bul Jerge qaytıp keliw ushın xarakteristikalıq tezlik bolıp tabıladı. Sonlıqtan Jerden sırtqa shıǵıp ketiw, keyninen qaytıp keliw ushın xarakteristikalıq tezlik shama menen 23 km/s ke teń. Bul jaǵdayda (6.32b) ańlatpasınan $M \approx M_0$ exr (-6) ≈ $M_0/500$ (demek dáslepki massanıń 1/500 bólegi qaytıp keledi).

Ay ushın xarakteristikalıq tezlik 5 km/s. Al Ayǵa ushın hám Jerge qaytıp keliw ushın 28 km/s. Bunday jaǵdayda raketanıń tek 1/1500 ǵana massası qaytıp keledi.



Raketanıń hám kosmos korabliniń ushıwın illyustraciyalaytuǵın súwretler.

Bazı bir juwmaqlar:

1. Denelerdiń erkin túsiwi teń ólshewli tezleniwshi qozǵalısqa mısal boladı.

2. Bir gravitaciya maydanında erkin túsiwde barlıq deneler birdey tezleniw aladı.

3. Óziniń fizikalıq mánisi boyınsha Galileydiń ulıwmalastırılǵan nızamı inert hám gravitaciyalıq massalardıń teńligi principine tolıq ekvivalent.

4. Ekvivalentlilik principi dep bazı bir esaplaw sistemasındaǵı tezleniwdiń bolıwı sáykes tartılıs maydanı bar bolıwı menen birdey dep tastıyıqlawdı aytamız.

5. Denelerdiń gravitaciyalıq maydan menen inercial emes esaplaw sistemasındaǵı qásiyetleri arasındaǵı uqsaslıq ekvivalentlik principi dep atalatuǵın principtiń mazmunın quraydı.

6. Oraylıq kúshler maydanında qozǵalatuǵın materiallıq noqattıń yamasa materiallıq noqatlar sistemasınıń traektoriyaları tegis iymeklik bolıp tabıladı. Sonıń menen birge bunday maydanda qozǵalatuǵın denelerdiń sektorlıq tezlikleri turaqlı boladı.

7. Sistemanıń inerciya momenti menen múyeshlik tezleniwiniń kóbeymesi sistemaǵa tásir etetuǵın kúsh momentine teń boladı.

8. Sırttan kúshler tásir etpese aylanıwshı sistemanıń inerciya momenti menen onıń múyeshlik tezliginiń kóbeymesi turaqlı shamaǵa teń boladı.

Sorawlar:

1. Impuls momenti menen kúsh impulsi belgili bir noqatqa salıstırǵan halda esaplanadı. Usı noqattıń qozǵalıs halı ıqtıyarlı túrde alına ma?

2. Momentler teńlemesin qanday sharayatlarda paydalanıw múmkin?

3. Kúsh penen impuls momentleriniń mánisleri usı momentler esaplanǵan noqattıń ornınan ǵárezli me?

4. Eger ishinde suwı bar shelektiń tómeninen tesik tessek usı shelekten tómen qaray suw aǵa baslaydı. Suwı bar ıdısqa aǵıp atırǵan suw tárepinen reaktiv kúsh túseme? Kúsh túsedi dep tastıyıqlawdıń qáte ekenligin túsindirińiz.

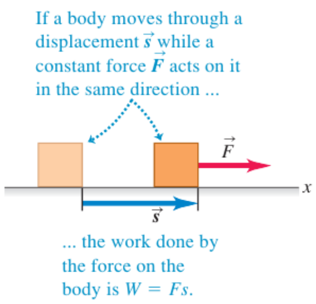
5. Reaktiv dvigateldiń tartıw kúshi qanday faktorlarǵa baylanıslı boladı?

6. Kosmoslıq ushıwdıń xarakteristikalıq tezligi degenimiz ne?

7-sanlı lekciya. Jumıs hám energiya. Deformaciyanıń potencial energiyası. Kinetikalıq energiya. Deneniń potencial energiyası. Energiyanıń saqlanıw nızamı


a)


b)



Mexanikalıq jumıs ushın keltirilgen mısallar hám mexanikalıq jumıstıń shamasına sáykes keliwshi formulanı túsindiretuǵın sxema.

$\boldsymbol{F}$ kúshiniń $\boldsymbol{ds}$ orın almastırıwında islegen jumısı dep kúshtiń orın almastırıw baǵıtındaǵı proekciyası $\boldsymbol{F}_s$ tiń orın almastırwdıń ózine kóbeymesine teń shamanı aytamız:

$$dA = \boldsymbol{F}_s ds = F\ ds \cos\alpha. \tag{7.1}$$

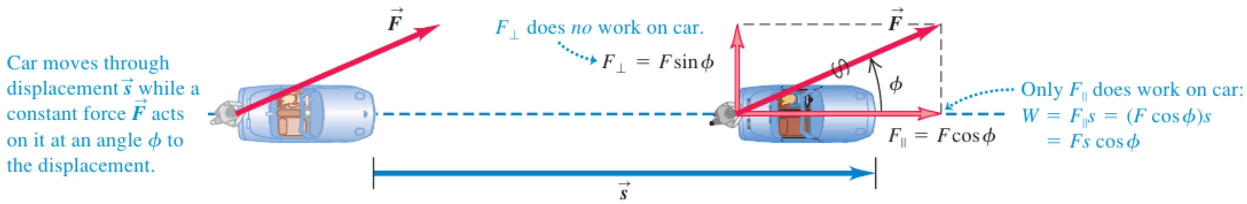
α arqalı $\boldsymbol{F}$ penen $d\boldsymbol{s}$ vektorları arasındağı múyesh belgilengen. $d\boldsymbol{s}$ kishi mániske iye bolǵanlıqtan dA shaması **elementar jumıs** dep te ataladı. Skalyar kóbeyme túsiniginen paydalanatuǵın bolsaq, onda elementar jumıs kúsh $\boldsymbol{F}$ penen orın almastırıw $d\boldsymbol{s}$ tiń skalyar kóbeymesine teń:

$$dA = (\boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{s}). \qquad (7.2)$$

Orın almastırıw shekli uzınlıqqa iye bolǵan jaǵdayda bul joldı sheksiz kishi $d\boldsymbol{s}$ orın almastırıwlarına bólip sáykes jumıslardıń mánislerin esaplawǵa boladı. Soń ulıwma jumıs esaplanǵanda barlıq elementar jumıslar qosıladı. YAǵnıy:

$$A = \int_L (\boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{s}). \qquad (7.3)$$

Bul integral $\boldsymbol{F}$ kúshiniń L traektoriyası boyınsha iymek sızıqlı integralı dep ataladı. Anıqlama boyınsha bul integral $\boldsymbol{F}$ kúshiniń L iymekligi boyınsha islegen jumısına teń.



Avtomobildiń qozǵalıwı menen baylanıslı bolǵan jumıstıń shamasın esaplawdı túsindiretuǵın súwret.

Eger $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F_1} + \boldsymbol{F_2}$ (kúsh eki kúshtiń qosındısınan turatuǵın jaǵday) bolsa, onda

$$dA = dA_1 + dA_2 \qquad (7.4)$$

teńligine iye bolamız. Demek eki yamasa birneshe kúshlerdiń islegen elementar jumısları sol kúshler islegen elementar jumıslardıń qosındısına teń. Bunday tastıyıqlaw jumıslardıń ózleri ushın da orınlanadı:

$$A = A_1 + A_2. \qquad (7.5)$$

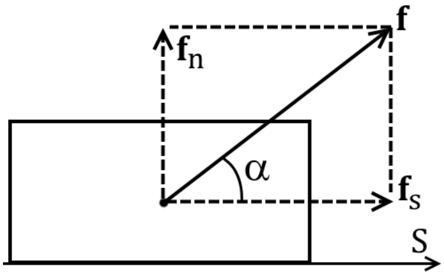
Jumıstıń ólshem birligi SI birlikler sistemasında 1 Dj (Djoul). 1 Dj jumıs 1 nyuton kúshtiń tásirinde 1 m ge orın almastırǵanda islenedi.

1) SGS birlikler sistemasında jumıstıń ólshem birligi erg (1 dina kúshtiń 1 sm aralıǵında islegen jumısı).

1 Dj=l0^7 erg.

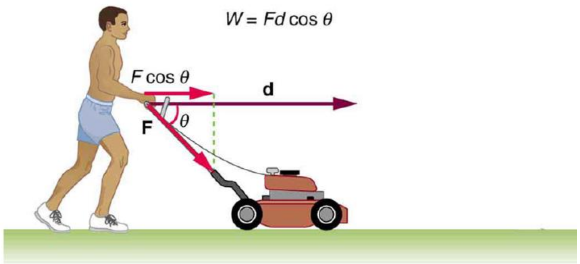
2) MKS sistemasında jumıs birligi etip 1 nyuton kúshtiń 1 m jol boyında islegen jumısı alınadı. 1 nyuton=10^5 dina. 1 m=100 sm. Sonlıqtan jumıstıń usı birligi 10^7 ergke, yaǵnıy l djoulǵa teń.

3) Praktikalıq texnikalıq sistemada jumıs birligi etip 1 kG kúshtiń 1 m jol boyında islegen jumısı alınadı. Jumıstıń bul birligi kilogrammometr (qısqasha kGm) dep ataladı.



7-1 súwret. Jumıstı kúshtiń tek S orın almastırıw boyı menen bağıtlanğan $\mathbf{f}_s$ qurawshısı ğana isleydi.

Jumıstıń shaması kúsh penen usı kúshtiń tásirinde ótilgen joldıń kóbeymesine teń. Súwrette jumıstıń shaması W arqalı belgilengen.



1 kG=981000 dina, 1 m=100 sm, sonlıqtan 1 kGm=9810009100 erg=9.81·10^7 erg=9.81 djoul boladı.

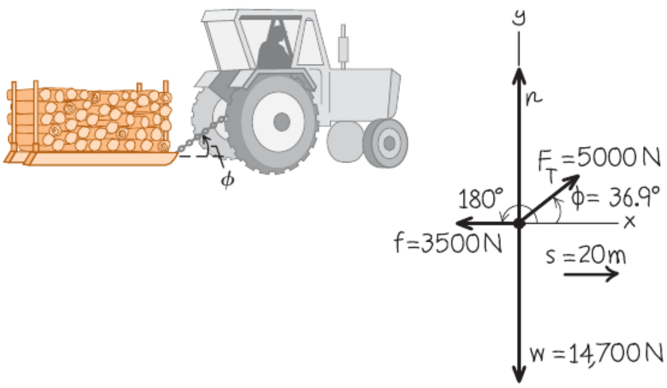
1 djoul=(1/9.81) kGm=0.102 kGm.

Bir birlik waqıt ishinde islengen jumıs

$$p = \frac{dA}{dt} \tag{7.6}$$

quwatlılıq (**quwat**) dep ataladı.

SGS sistemasındağı quwatlılıq birligi etip l erg jumıstı l s waqıt aralığında isleytuğın mexanizmniń quwatlılığı alınadı. Quwatlılıqtıń usı birligi erg/s dep belgilenedi.



7-1 súwretke qosımsha.

Quwatlılıqtıń erg/s birligi menen qatar vatt dep atalatuğın irilew quwatlılıq birligi de qollanıladı:

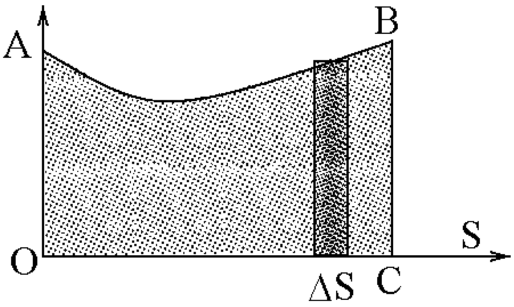
1 vatt=10^7 erg/s=1 djoul/s.

Sonıń menen birge 1 dj jumıstı 1 s ishinde orınlaytuğın mexanizmniń quwatlılığı 1 vt boladı.

100 vatt=1 gektovatt (qısqasha 1 gvt).

1000 vatt=1 kilovatt (qısqasha 1 kvt).

MKS sistemasında quwatlılıq birligi etip 1 djoul jumıstı 1 s waqtı ishinde isleytuğın mexanizmniń quwatlılığı, yağnıy 1 vatt alınadı.



7-2 súwret. Grafik járdeminde kórsetkende jumıs OAVS figurası maydanı menen súwretlenedi.

Texnikalıq sistemada quwatlılıq birligi etip 1 kGm jumıstı 1 s ishinde isleytuǵın mexanizmniń quwatlılıǵı alınadı. Quwatlılıqtıń bul birligi qısqasha kGm/s dep belgilenedi.

Solay etip

1 kGm/s=9.81 vatt.

1 vatt=(1/9.81) kGm/s=0.102 kGm/s.

Bunnan basqa "at kúshi" (a.k.) dep atalatuǵın quwatlılıqtıń eski birligi de bar. 1 at kúshi 75 kGm/s qa teń. Sonıń menen birge

1 a.k.=75 kGm/s=736 vatt=0.736 kilovatt.

At uzaq waqıt jumıs islegende ortasha 75 kGm/s shamasında quwatlılıq kórsetedi. Biraq az waqıt ishinde at bir neshe "at kúshine" teń quwatlılıq kórsete aladı.

Biziń kúnlerimizde jumıstıń tómendegidey eki birligi jiyi qollanıladı:

a) jumıs birligi etip quwatı 1 gektovatqa teń mexanizmniń 1 saatta isleytuǵın jumısı alınadı. Jumıstıń bul birligi gektovatt-saat dep ataladı.

1 gektovatt-saat=100 vatt·3600 s=$3,6\cdot 10^5$ djoul.

b) jumıs birligi retinde quwatlılıǵı 1 kilovatqa teń mexanizmniń 1 saatta isleytuǵın jumısı alınadı. Jumıstıń bul birligi kilovatt-saat dep ataladı.

1 kilovatt-saat=1000 vatt·3600 s=$3,6\cdot 10^6$ djoul.

(7.3)-ańlatpaǵa $F = \frac{dp}{dt}$ formulasın qoysaq

$$A = \int (\boldsymbol{v}\, d\boldsymbol{p}) \tag{7.7}$$

integralına iye bolamız. Bul integraldı esaplaw ushın materiallıq bóleksheniń tezligi $\boldsymbol{v}$ menen impulsı $\boldsymbol{p}$ arasındaǵı baylanıstı biliw kerek. Anıqlama boyınsha $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$.

Bul jerde $d\boldsymbol{v}$ vektorı $\boldsymbol{v}$ vektorınıń elementar ósimine teń. Bul ósim baǵıtı boyınsha tezlik vektorı menen sáykes kelmewi de múmkin. Eger v arqalı $\boldsymbol{v}$ vektorınıń uzınlıǵın túsinetuǵın bolsaq $v^2 = \boldsymbol{v}^2$ teńligini̇ń orınlanıwı kerek. Súwretten $d\boldsymbol{v} = \boldsymbol{AB}$ (vektor), $dv = AC$. Sonday-aq $vdv = \boldsymbol{v}d\boldsymbol{v}$.

$$\boldsymbol{v}d\boldsymbol{v} = v \cdot AB \cdot \cos\alpha = v \cdot AC = v\, dv.$$

Bul $vdv = \boldsymbol{v}d\boldsymbol{v}$ teńliginiń orınlı ekenligin jáne bir ret dálilleydi.

$$A_{12} = m\int vdv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \tag{7.8}$$

Bul ańlatpada $v_1$menen v_2 arqalı dáslepki aqırǵı tezlikler belgilengen. Usı ańlatpadaǵı

$$E_k = K = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m} \tag{7.9}$$

ańlatpasın materiallıq noqattıń kinetikalıq energiyası dep ataydı. Bul túsiniktiń járdeminde alınǵan nátiyje bılay jazıladı:

$$A_{12} = K_2 - K_1. \tag{7.10}$$

Solay etip orın almastırıwda kúshtiń islegen jumısı kinetikalıq energiyanıń ósimine teń.

Materiallıq noqatlar sistemasınıń kinetikalıq energiyası dep usı sistemanı qurawshı hár bir materiallıq noqattıń kinetikalıq energiyasınıń qosındısına aytamız. Sonlıqtan eger usı sistemaústinen kúsh (kúshler) jumıs islese hám bul jumıs sistemanıń tezligin ózgertiw ushın jumsalatuǵın bolsa islengen jumıstıń muǵdarı kinetikalıq energiyanıń ósimine teń boladı.

Kënig teoreması: materiallıq noqatlar sistemasınıń kinetikalıq energiyası sistemanıń massa orayında jaylasqan hám sistema menen birge birge salıstırmalı qozǵalısqa qatnasatuǵın, massası sistemanıń massasına teń materiallıq noqattıń kinetikalıq energiyasın teń.

Eger sistema bir biri menen $\boldsymbol{F}_1$ hám $\boldsymbol{F}_2$ kúshleri menen tartısatuǵın eki materiallıq noqattan turatuǵın bolsa, onda bul kúshlerdiń hár biri oń jumıs isleydi (iyterisiw bar jaǵdayındaǵı jumıslardıń mánisi teris boladı). Bul jumıslar da kinetikalıq energiyanıń ósimine kiredi. Sonlıqtan qarap atırılǵan jaǵdaylarda kinetikalıq energiyanıń ósimi sırtqı hám ishki kúshlerdiń islegen jumıslardıń esabınan boladı.

Atom fizikasında energiyanıń qolaylı birligi **elektronvolt** (eV) bolıp esaplanadı. 1 eV energiya elektron potencialları ayırması 1 volt bolǵan elektr maydanında qozǵalǵanda alǵan energiyasınıń ósimine teń:

$$1\ \text{eV}=1.6021766208(98)\cdot 10^{-12}\ \text{erg}=1.6021766208(98)\cdot 10^{-19}\ \text{Dj}.$$

Sonıń menen birge úlken birlikler de qollanıladı:

1 kiloelektronvolt (keV)=1000 eV.

1 megaelektronvolt (MeV)=1 000 000 eV=10^6 eV.

1 gigaelektronvolt (GeV)=1 000 000 000 eV=10^9 eV.

1 tetraelektronvolt (TeV)=10^{12} eV.

Elektron hám proton ushın tınıshlıqtaǵı energiya (yaǵnıy tınısh turǵan elektron menen protonnıń energiyaları)

$$\text{elektron ushın } m_e s^2=0.511\ \text{Mev},$$
$$\text{proton ushın } m_r s^2=938\ \text{MeV}$$

shamalarına teń.

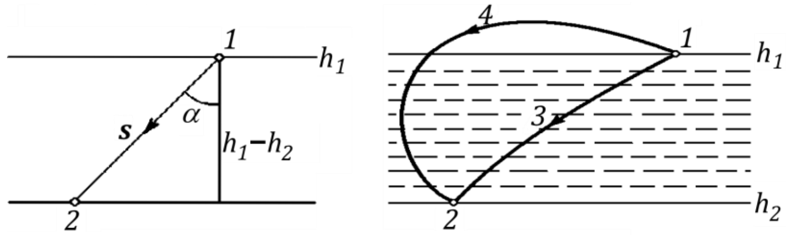
Konservativlik hám konservativlik emes kúshler. Makroskopiyalıq mexanikadaǵı barlıq kúshler **konservativlik** hám **konservativlik emes** dep ekige bólinedi. Bir qansha mısallar kóremiz.

Materiallıq noqat 1-awhaldan 2-awhalǵa (7-3 súwret) 12 tuwrı sızıǵı boylap aparılǵanda kúshtiń islegen jumısın esaplaymız. Bunday jumısqa qıya tegislik boyınsha súykelissiz qozǵalǵanda islengen jumıstı kórsetiwge boladı. Jumıs $A_{12}=mgs\cos\alpha$ shamasına teń yamasa

$$A_{12}=mg(h_1+h_2)=mgh_1+mgh_2. \qquad (7.22)$$

Bul ańlatpada h_1 menen h_2 arqalı materiallıq noqat dáslep hám aqırında iyelegen biyiklikler belgilengen.

7-3 a) hám b) súwretlerde kórsetilgen jaǵdaylardı talqılap salmaq kúshiniń islegen jumısınıń ótilgen joldan ǵárezsiz ekenligin, al bul jumıstıń tek ǵana dáslepki hám aqırǵı orınlarǵa baylanıslı ekenligin kóriwge boladı.



7-3 súwret. Salmaq kúshiniń jumısınıń júrip ótken joldıń uzınlıǵınan ǵárezsiz ekenligin kórsetetuǵın súwret.

Ekinshi mısal retinde **oraylıq kúshler maydanında** islengen jumıstı esaplaymız. **Oraylıq kúsh** dep barlıq waqıtta oray dep atalıwshı bir noqatqa qaray baǵdarlanǵan, al shaması sol orayǵa deyingi aralıqqa baylanıslı bolǵan kúshti aytamız. Bul oraydı **kúshler orayı** yamasa **kúshlik oray** dep ataydı. Mısal retinde Quyash penen planeta, noqatlıq zaryadlar arasındaǵı tásirlesiw kúshlerin aytıwǵa boladı. Anıqlama boyınsha elementar jumıs $dA = F\,ds\cos(\widehat{\boldsymbol{F}\,d\boldsymbol{s}})$ formulasınıń járdeminde esaplanadı. Bul jerde $ds\cos(\widehat{\boldsymbol{F}\,d\boldsymbol{s}})$ elementar orın almasıw ds vektorınıń ınıń kúshtiń baǵıtındaǵı (radius-vektordıń baǵıtı menen birdey) proekciyası. Sonlıqtan $dA = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})d\boldsymbol{r}$ jumısı tek ǵana r qashıqlıǵına ǵárezli boladı. Sonlıqtan jumıs A_{12} bılay anıqlanadı:

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} F(r)dr. \tag{7.23}$$

Bul integraldıń mánisi tek 1- hám 2-noqatlar arasındaǵı qashıqlıqlar r_1 hám r_1 ge baylanıslı.

Joqarıda keltirilgen mısallardaǵı kúshler konservativ kúshler dep ataladı. Bunday kúshler jaǵdayında islengen jumıs jolǵa ǵárezli bolmay, tek ǵana dáslepki hám aqırǵı noqatlar arasındaǵı qashıqlıqqa baylanıslı boladı. Joqarıda keltirilgen awırlıq kúshleri menen oraylıq kúshler konservativ kúshler bolıp tabıladı.

Konservativ bolmaǵan barlıq kúshler **konvervativ emes** kúshler dep ataladı.

Tek konservativlik kúshler bar bolǵan sistemada tolıq energiya ózgerissiz qaladı. Kinetikalıq energiyanıń potencial energiyaǵa hám qeri ótiwiniń orın alıwı múmkin. Biraq sistemanıń energiyasınıń mánisi turaqlı boladı. Bul jaǵday energiyanıń saqlanıw nızamı dep ataladı.

Bir tekli awırlıq maydanındaǵı potencial energiya. Materiallıq noqat h biyikliginen Jer betine qulap tússe awırlıq kúshleri $A = mgh$ jumısın isleydi. Biz Jerdiń betindegi biyiklikti $h = 0$ dep belgiledik. Demek h biyikliginde m massalı materiallıq noqat $U = mgh + C$ potencial energiyasına iye boladı. S turaqlısınıń mánisi nollik qáddige sáykes keletuǵın orınlardaǵı potencial energiya. Ádette $C = 0$ dep alınadı. Sonlıqtan potencial energiya

$$U = mgh \tag{7.25}$$

formulası menen anıqlanıladı.

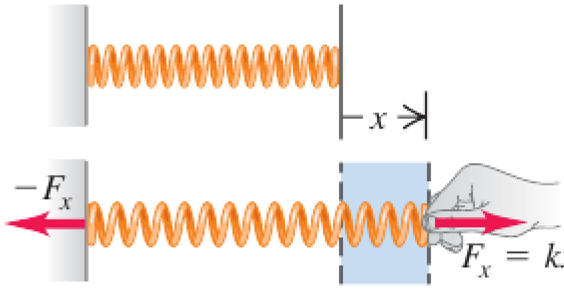
Sozılǵan prujinanıń potencial energiyası. Prujinanıń sozılmastan (qısılmastan) burınǵı uzınlıǵın l_0 arqalı belgileymiz. Sozılǵannan (qısılǵannan) keyingi uzınlıǵı l shamasına teń bolsın. $x = l - l_0$ arqalı prujinanıń sozılıwın (qısılıwın) belgileymiz. Serpimli kúsh deformaciyanıń shaması úlken bolmaǵanda serpimli kúsh $\boldsymbol{F}$ tek ǵana sozılıw (qısılıw) x qa baylanıslı boladı, yaǵnıy $\boldsymbol{F} = k\boldsymbol{x}$ (Guk nızamı). Al islengen jumıs

$$A = \int_0^x Fdx = k\int_0^x xdx = \frac{1}{2}kx^2 \tag{7.26}$$

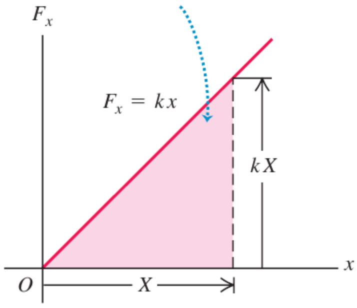
shamasına teń boladı. Eger deformaciyalanbaǵan prujinanıń serpimli energiyasın nolge teń dep esaplasaq potencial energiya

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \tag{7.27}$$

formulasınıń járdeminde esaplanadı.



Qısılǵan (yamasa sozlıǵan) prujinanıń potencial energiyasın esaplawǵa arnalǵan súwret.



Prujinanı sozǵanda islengen jumıstıń (yamasa prujani tárepinen islengen jumıstıń) shaması grafiktegi úsh múyeshliktiń maydanına, yaǵnıy $A = \frac{1}{2}kX^2$ shamasına teń.

Ishki energiya. Joqarıda quramalı sistemanıń qozǵalısı ushın onıń tutası menen alǵandaǵı tezligi túsiniginiń kirgiziletuǵınlıǵı túsindirilgen edi. Bunday jaǵdayda usınday tezlik ushın sistemanıń inerciya orayınıń tezligi alınadı. Bul sistemanıń qozǵalısınıń eki túrli qozǵalıstan turatuǵınlıǵın bildiredi: sistemanıń tutası menen alǵandaǵı qozǵalısı hám sistemanıń inerciya orayına salıstırǵandaǵı sistemanı qurawshı bólekshelerdiń "ishki" qozǵalısı. Usıǵan sáykes sistemanıń energiyası E tutası menen alınǵan sistema ushın kinetikalıq energiya $\frac{MV^2}{2}$ (bul formulada M arqalı sistemanıń massası, al V arqalı onıń inerciya orayınıń tezligi belgilengen) menen sistemanıń ishki energiyası E_{ishki} nıń qosındısınan turadı. Ishki energiya óz ishine bólekshelerdiń ishki qozǵalısına sáykes keliwshi kinetikalıq energiyanı hám olardıń tásirlesiwine sáykes keliwshi potencial energiyanı aladı.

$$E = \frac{MV^2}{2} + E_{ishki}.$$

Bul formulanıń kelip shıǵıwı óz-ózinen túsinikli, biraq bir usı formulanı tuwrıdan tuwrı keltirip shıǵarıwda da kórsetemiz.

Qozǵalmaytuǵın esaplaw sistemadaǵı qanday da bir bóleksheniń tezligin (i-bóleksheniń tezligin) $v_i + V$ qosındısın jaza alamız (V arqalı sistemanıń inerciya orayınıń qozǵalıs tezligi, v_i arqalı bóleksheniń inerciya orayına salıstırǵandaǵı tezligi). Bóleksheniń kinetikalıq energiyası mınaǵan teń

$$\frac{m_i}{2}(v_i + V)^2 = \frac{m_i V^2}{2} + \frac{m_i v_i^2}{2} + m_i(\boldsymbol{V}\,\boldsymbol{v}_i).$$

Barlıq bóleksheler boyınsha qosındı alǵanda bul ańlatpanıń birinshi aǵzaları $\frac{MV^2}{2}$ ni beredi (bul jerde $M = m_1 + m_2 + m_3 + \cdots$). Ekinshi aǵzalardıń qosındısı sistemadaǵı ishki qozǵalıslardıń tolıq kinetikalıq energiyasına sáykes keledi. Al úshinshi aǵzalardıń qosındısı nolge teń boladı. Haqıyqatında da

$$m_1(\boldsymbol{V}\,\boldsymbol{v}_1) + m_2(\boldsymbol{V}\,\boldsymbol{v}_2) + \cdots = V(m_1\boldsymbol{v}_1 + m_2\boldsymbol{v}_2 + \cdots).$$

Sońǵı qawsırma ishindegi qosındı bólekshelerdiń sistemanıń inerciya orayına salıstırǵanlaǵı anıqlama boyınsha nolge teń tolıq impulsi bolıp tabıladı. Eń aqırında kinetikalıq energiyanı bólekshelerdiń tásirlesiwiniń potencial energiyası menen qosıp izlep atırǵan formulamızdı alamız.

Energiyanıń saqlanıw nızamın qollanıp quramalı deneniń stabilligin (turaqlılıǵın) qarap shıǵa alamız. Bul másele quramalı deneniń ózinen ózi quramlıq bólimlerge ajıralıp ketiwiniń shártlerin anıqlawdan ibarat. Mısal retinde quramalı deneniń eki bólekke ıdırawın kóreyik. Bul bóleklerdiń massaların m_1 hám m_2 arqalı belgileyik. Jáne dáslepki quramalı deneniń inerciya orayı sistemasındaǵı sol bóleklerdiń tezlikleri $\boldsymbol{v}_1$ hám $\boldsymbol{v}_2$ bolsın. Bunday jaǵdayda usı esaplaw sistemasındaǵı energiyanıń saqlanıw nızamı mına túrge iye boladı:

$$E_{ishki} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + E_{1ishki} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + E_{2ishki}.$$

Bul jerde E_{ishki} dáslepki deneniń ishki energiyası, al E_{1ishki} hám E_{2ishki} deneniń eki bóleginiń ishki energiyaları. Kinetikalıq energiya barqulla oń mániske iye, sonlıqtan jazılǵan ańlatpadan

$$E_{ishki} > E_{1ishki} + E_{2ishki}$$

teńsizliginiń orınlanatuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Bir deneniń eki denege ıdırawınıń shárti usınnan ibarat. Eger dáslepki deneniń ishki energiyası onıń quramlıq bólimleriniń ishki energiyalarınıń qosındısınan kishi bolsa dene ıdıramaydı.

Bazı bir juwmaqlar:

1. Fizika iliminde jumıs dep kúsh penen usı kúshtiń tásirinde ótilgen joldıń kóbeymesine aytadı.

2. Makroskopiyalıq mexanikadaǵı kúshler konservativlik hám konservativlik emes bolıp ekige bólinedi.

3. Absolyut qattı denelerdegi (yaǵnıy deformaciyalanbaytuǵın denelerdegi) ishui kúshlerdiń jumısı nolge teń.

4. Bir ólshem bar bolǵan jaǵdayda koordinatadan ǵárezli bolǵan qálegen kúsh potenciallıq bolıp tabıladı.

5. Eger maydandaǵı qálegen tuyıq kontur boyınsha esaplanǵan maydan kúshleriniń tolıq jumısı nolge teń bolsa maydandı potenciallıq maydan dep esaplaymız.

Maydannıń potenciallıǵı qálegen tuyıq kontur boyınsha alınǵan integraldıń nolge teń bolıwı boyınsha anıqlanadı. Bul anıqlama kórgizbeli túrge iye. Biraq júdá effektivli emes.

Anıqlama tómendegidey situaciyanı eske túsiredi: Adamnıń berilgen qalada jasaytuǵınlıǵın anıqlaw ushın onıń basqa hesh bir qalada jasamaytuǵınlıǵın dálillew kerek boladı. Maydannıń potencial maydan ekenligin anıqlawdıń eń effektivlisi differenciallıq anıqlama bolıp tabıladı. Bunday anıqlama fizikanıń basqa bólimlerinde beriledi.

6. Salmaq kúshi hám barlıq oraylıq kúshler konservativlik kúshler bolıp tabıladı.

7. Sistemanıń potencial energiyası tek onıń koordanatalarınıń funkciyası bolıp tabıladı.

8. Tek konservativlik kúshler bar bolǵan sistemada tolıq energiya ózgerissiz qaladı. Kinetikalıq energiyanıń potencial energiyaǵa hám qeri ótiwiniń orın alıwı múmkin. Biraq sistemanıń energiyasınıń mánisi turaqlı boladı. Bul jaǵday energiyanıń saqlanıw nızamı dep ataladı.

Sorawlar:

1. Jumıs hám energiya arasındaǵı baylanıs neden ibarat?
2. Kishi tezliklerdegi energiya menen relyativistlik energiya arasındaǵı parıq nelerden ibarat?
3. Konservativlik hám konvservativlik emes kúshlerge mısallar keltire alasız ba?
4. Awırlıq maydanındaǵı deneniń potencial energiyasın esaplaǵanda h=0 bolǵan noqattı saylap alıw máselesi payda boladı. Bul másele qalay sheshiledi?
5. Sozılǵan prujinanıń potencial energiyası menen tutas deneni sozǵandaǵı potencial energiya arasındaǵı baylanıs (yamasa ayırma) nelerden ibarat?
6. Potenciallıq kúshler degenimiz ne?
7. Kúshlerdiń potenciallıǵınıń qanday kriteriylerin bilesiz?
8. Kúshler menen potencial energiya arasında qanday baylanıs bar?
9. Salmaq kúshi potenciallıq kúsh bolıp tabıladı. Usı tastıyılqlawdıń durıs ekenligin dálillewge boladı?
10. Energiyanıń mexanikalıq emes formaları bar ma? Mısallar keltirińiz.
11. Potencial energiyanıń normirovkası degen ne?
12. Tásirlesiw energiyası degenimiz ne hám sol energiyanıń potencial energiyaǵa qanday qatnası bar?
13. Potencial energiyanıń alıp júriwshisi haqqında nelerdi ayta alasız?
14. Kënig teoremasınıń mánisi nelerden ibarat?
15. Oraylıq maydan degenimiz ne?
16. Konservativ kúshler menen konservativ kúshler arasında qanday ayırma bar?

8-sanlı lekciya. Soqlıǵısıwlar

Soqlıǵısıw (Collision) processleriniń táriyiplemesi. **Fizikadaǵı soqlıǵısıw túsiniginiń anıqlaması**. Tábiyatta baqlanatuǵın eń ulıwmalıq qubılıslardıń biri materiallıq denelerdiń bir biri menen tásirlesiwi bolıp tabıladı. Bilyard sharları bir birine jaqınlasıp tiyiskende bir biri menen tásirlesedi. Usınıń nátiyjesinde sharlardıń tezligi, olardıń kinetikalıq energiyaları hám ulıwma jaǵdayda olardıń ishki halı (mısalı temperaturası) ózgeredi. SHarlardıń usınday tásirlesiwi haqqında aytqanda olardıń soqlıǵısıwı dep aytadı.

Biraq soqlıǵısıw túsinigi tek materiallıq denelerdiń tikkeley tiyisiwi menen júzege keletuǵın tásirlesiwine ǵana tiyisli emes. Álemniń túpkirlerinen ushıp kelgen (Quyash sistemasınıń sırtınan) hám Quyashqa jaqın aralıqlardan ótken kometa óziniń tezligin ózgertedi hám basqa baǵıtta qaytadan Álemniń alıs túpkirlerine ushıwın dawam etedi. Bul processte tásirlesiwdiń tiykarında tartılıs kúshleri jatadı hám Quyash penen kometanıń bir birine tikkeley tiyisiwi orın almasa da soqlıǵısıw bolıp tabıladı. Biz usı jaǵdaydı da soqlıǵısıw dep qaray alıwımızdıń tiykarında Quyash penen kometanıń tásirlesiwiniń ózine tán ózgesheligi sonnan ibarat, usı tásirlesiw orın alǵan keńislik oblastı salıstırmalı túrde kishi. Kometanıń tezligi Quyash sisteması oblastı ishinde sezilerliktey ózgeriske ushıraydı. Bul oblast Jerdegi masshtablarǵa salıstırǵanda júdá úlken, biraq astronomiyalıq masshtablarǵa salıstırǵanda (mısalı jurdızlar arasındaǵı oblastlarǵa salıstırǵanda) júdá kishi. Sonlıqtan kometanıń Quyash penen soqlıǵısıw processi mına túrge iye boladı: Kometa dáslep oǵada úlken aralıqlardı Quyash penen tásir etispey tuwrı sızıq boyınsha ótken, bunnan keyin

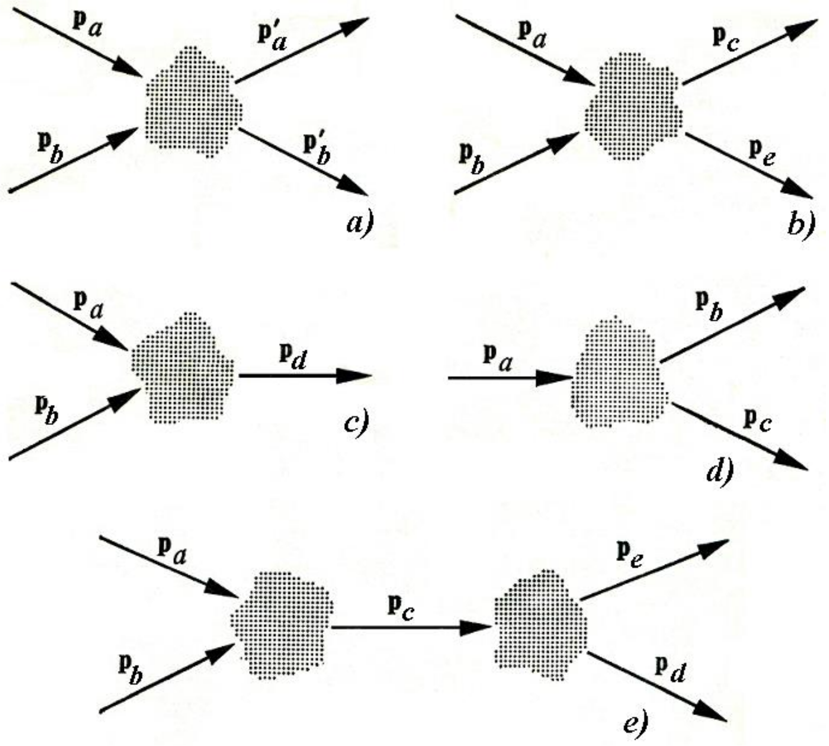
Quyashtıń átirapındaǵı júzlegen million kilometrler menen ólshenetuǵın salıstırmalı kishi oblastta kometa menen Quyashtıń óz-ara tásirlesiwi orın aladı. Usınıń nátiyjesinde kometanıń tezligi hám basqa da xarakteristikaları ózgeredi hám bunnan keyin kometa Álemniń túpikirlerine Quyash penen sezilerliktey tásirlespey derlik tuwrı sızıqlı orbita boyınsha qaytadan jol aladı.

Ekinshi bir mısal retinde protonnıń atom yadrosı menen soqlıǵısıwın qarap ótiwge boladı. Olar arasındaǵı qashıqlıq úlken bolǵanda proton da, yadro da bir biri menen tásirlespey (álbette bir birine sezilerliktey tásir etpey degen sóz) teń ólshewi hám tuwrı sızıqlı traektoriyalar boyınsha qozǵaladı. Jetkilikli dárejede kishi qashıqlıqlarda Kulon kúshleri sezilerliktey mániske jetedi hám iyterisiwdiń saldarınan proton menen yadronıń tezlikleri ózgeredi. Nátiyjede elektromagnit maydanı kvantlarınıń payda bolıwı yamasa olardıń energiyaları jetkilikli muǵdarda úlken bolǵan jaǵdaylarda basqa bólekshelerdiń (mısalı mezonlardıń) payda bolıwı yamasa yadronıń bóliniwi múmkin. Sonlıqtan keńisliktiń salıstırmalı kishi bolǵan oblastında orın alatuǵın usınday tásirlesiwdiń saldarınan eń ápiwayı jaǵdayda proton menen yadro soqlıǵısıwdan burıngı tezliklerine salıstırǵanda basqa tezlikler menen qozǵalatuǵın boladı, basqa jaǵdaylarda elektromagnit nurlanıwdıń bir neshe kvantları payda boladı, ulıwmalastırıp aytqanda bazı bir basqa bóleksheler payda boladı.

Joqarıda keltirilgen mısallar tómendegidey anıqlamanı keltirip shıǵarıwǵa múmkinshilik beredi:

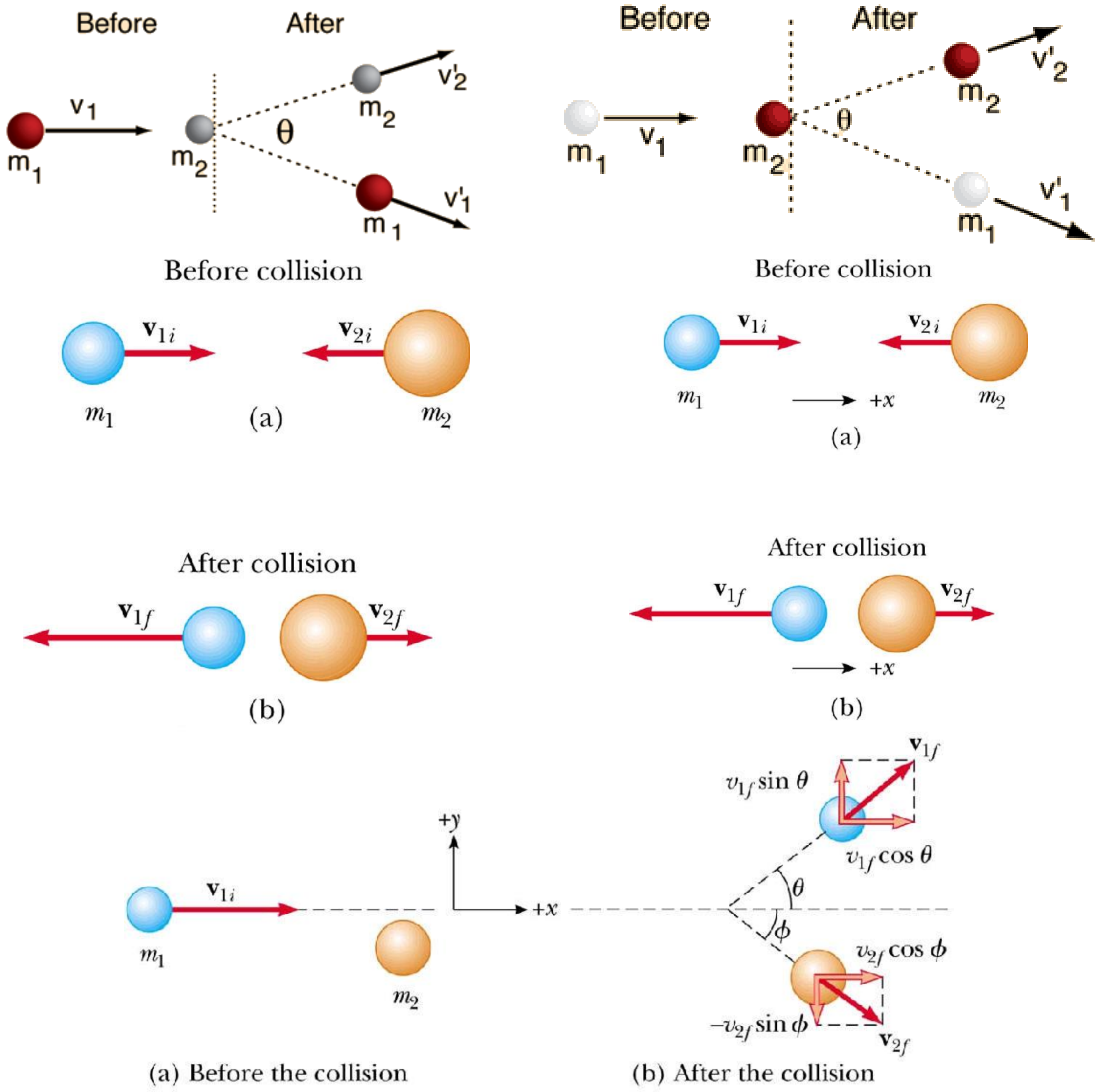
Soqlıǵısıw dep eki yamasa onnan da kóp materiallıq bólekshelerdiń, basqa da denelerdiń óz-ara tásirlesiwlerine aytamız. Bul tásirlesiwler keńisliktiń salıstırmalı kishi oblastında hám salıstırmalı kishi waqıt aralıǵında bolıp ótip, keńisliktiń bul oblastı menen waqıttıń usı aralıǵınıń sırtında sol deneler menen bólekshelerdiń dáslepki halları hám tásirlesiwden keyingi tásirlesiw orın almaytuǵın jaǵdaylardaǵı halları haqqında aytıwǵa boladı.

Mexanikada soqlıǵısıwǵa qatnasatuǵın deneler, bóleksheler impulske, impuls momentine hám energiyaǵa iye boladı hám processtiń ózi usı shamalardıń ózgeriwine alıp keledi. Bóleksheler energiya hám impuls almasadı dep aytıwǵa boladı. Eger soqlıǵısıwdıń aqıbetinde jańa bóleksheler payda bolsa yamasa soqlıǵısıwǵa shekem bar bolǵan bólekshelerdiń bazı birewleri joǵalsa, onda energiya menen impulstı alıp júriwshiler almastı dep esaplaymız.



8-1 súwret. Hár qıylı soqlığısıw processleriniń diagrammaları.

Soqlığısıw processlerin diagrammalar járdeminde súwretlew. Házirgi waqıtları soqlığısıw processlerin diagrammalar túrinde kórsetiw keńnen qabıl etilgen (solardıń biri 8-1 súwrette keltirilgen). Soqlığısıwğa qatnasatuğın bóleksheler menen deneler olardıń impulslarınıń vektorları menen sáwlelendiriledi. Bul diagrammalarda soqlığısıwlar bolıp ótetuğın oblast qanday da bir simvollıq súwretke iye boladı (8-1 súwrette bul oblast túrinde belgilengen). Bólekshelerdiń soqlığısıwğa shekemgi impulsleri usı oblastqa qaray, al soqlığısıwdan keyingi impulsleri usı oblasttan sırtqa qaray bağıtlanadı. Álbette soqlığısıw processleriniń oğada kóp sanlı bolğan túrleri bar. 8-1 súwrette solardıń ishinde eń kóp ushırasatuğınları kórsetilgen. 8-1a súwret impulsları $\boldsymbol{p}_a$ hám $\boldsymbol{p}_b$ bolğan a hám b bóleksheleriniń soqlığısıwına sáykes keledi. Soqlığısıwdan keyin sol bólekshelerdiń ózleri qalğan, biraq olardıń impulsleri soqlığısıwdıń nátiyjesinde $\boldsymbol{p}'_a$ hám $\boldsymbol{p}'_b$ shamalarına teń bolğan. Biraq soqlığısıwdıń nátiyjesinde a hám b bóleksheleriniń ornına eki c hám e bóleksheleriniń (8-1 b súwret) yamasa bir d bólekshesiniń payda bolğan bolıwı múmkin (8-1 c súwret). Sonıń menen birge qanday da bir processtiń nátiyjesinde bóleksheniń ishinde ol basqa eki b hám c bólekshelerine bóline aladı (8-1 d súwret). Barlıq aqılğa muwapıq keletuğın soqlığısıw diagrammaların kórsetip otırıwdıń zárúrligi joq. Sonlıqtan endi tek bir diagrammanı kórsetemiz. Bul diagrammada aralıqlıq xal payda boladı (8-1 e súwret). Bul jağdayda soqlığısıw processi eki basqıshtan turadı: Soqlığısıwdıń nátiyjesinde dáslep a hám b bólekshelerinen aralıqlıq bólekshe dep atalatuğın c bólekshesi payda boladı. Bunnan keyin bul c bólekshesi a hám d bólekshelerine bólinedi. Ulıwma jağdayda sol a hám d bóleksheleri dáslepki a hám b bóleksheleri menen birdey bolıwı da, sonıń menen birge pútkilley basqa bóleksheler de bolıwı múmkin. Solay etip bul processtiń eń keyingi nátiyjesi 8-1 a hám 8-1 b súwretlerde kórsetilgen jağdaylarğa ekvivalent. Biraq aralıqlıq hallardıń bar bolıwı processtiń júriwine ádewir tásir jasaydı.



Soqlığısıw processlerine mısallar

Soqlığısıwlardağı saqlanıw nızamları. Soqlığısıw processleri kópshilik jağdaylarda júdá quramalı processler bolıp tabıladı. Mısal retinde eki bilyard sharınıń soqlığısıwın qaraymız (8-1 a súwret). SHarlar bir birine tiyiskende deformaciya payda boladı. Usınıń nátiyjesinde kinetikalıq energiyanıń bir bólimi deformaciyanıń potencial energiyasına ótedi. Bunnan keyin serpimli deformaciya energiyası qaytadan kinetikalıq energiyağa ótedi. Biraq bul ótiw tolığı menen ámelge aspaydı. Qalğan energiya sharlardıń ishki energiyasına ótip, nátiyjede sharlar qızadı. Usınıń menen sharlardıń betiniń absolyut tegis emes ekenligin umıtpawımız kerek hám usınıń saldarınan sharlar tiyiskende súykelis kúshleri payda boladı. Bul súykelis kúshleri birinshiden energiyanıń bir bóliminiń ishki energiyağa aylanıwına (sharlardıń temperaturalarınıń joqarılawına) alıp keledi, ekinshiden sharlardıń aylanıwına belgili bir tásir etedi. Solay etip hátte eń ápiwayı jağdayda da soqlığısıw processi júdá quramalı process bolıp tabıladı dep juwmaq shığaramız.

Biraq **soqlığısıw processinde bizdi soqlığısıw processiniń ózi emes, al soqlığısıwdıń nátiyjesi qızıqtıradı**. Soqlığısıwğa shekemgi jağday (hal) **baslanğısh**, al soqlığısıwdan keyingi jağday **aqırğı** jağday dep ataladı. Baslangısh hám aqırğı hallardı táriyipleytuğın shamalar arasında tásirlesiwdiń dál xarakterinen ğárezli bolmağan belgili bir qatnaslar orın aladı. Bul qatnaslardıń bar bolıwı soqlığısıwğa qatnasıwshı bólekshelerdiń izolyaciyalanǵan sistemanı payda etetuǵınlıǵınan hám usıǵan baylanıslı olar ushın energiyanıń, impulstiń hám impuls momentiniń saqlanıw nızamınıń orınlı bolatuǵınlıǵına baylanıslı. Demek bóleksheniń baslanǵısh hám aqırǵı halların táriyipleytuǵın shamalar arasındaǵı qatnaslar soqlıǵısıwda energiyanıń, impulstiń hám impuls momentiniń saqlanıw nızamları arqalı ańlatıladı eken.

Saqlanıw nızamları ózinshe soqlıǵısıwdıń nátiyjesinde qanday processlerdiń júretuǵınlıǵın kórsete almaydı. Biraq soqlıǵısıwdıń nátiyjesinde neniń bolıp ótetuǵınlıǵı belgili bolsa, onda neniń bolatuǵınlıǵın talqılawdı saqlanıw nızamları ádewir ańsatlastıradı.

Bóleksheler soqlıǵısatuǵın oblastta qanday qubılıslardıń bolıp ótetuǵınlıǵı bizdi qızıqtırmaydı. Biz ushın tek bólekshelerdiń soqlıǵısıwǵa shekemgi hám soqlıǵısıwdan keyingi xarakteristikaları arasındaǵı qanday baylanıstıń bar ekenligin biliw máselesi ǵana áhmiyetli.

Impulstiń saqlanıw nızamı. Hár qıylı bólekshelerdiń soqlıǵısıwǵa shekemgi impulslerin $\boldsymbol{p}_i$ arqalı belgileymiz ($i = 1, 2, 3, \dots, n$). Soqlıǵısıwdan keyingi olardıń impulsin $\boldsymbol{p}'_j$ arqalı belgileyik ($j = 1, 2, 3, \dots, n$). Jabıq sistemanıń impulsi saqlanatuǵın bolǵanlıqtan biz

$$\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{p}_i = \sum_{j=1}^{k} \boldsymbol{p}'_i \tag{8.1}$$

ańlatpasın jaza alamız.

Soqlıǵısıwdan aldıńǵı hám soqlıǵısıwdan keyingi bólekshelerdiń sanınıń da, sortınıń da hár qıylı bolatuǵınlıǵı óz-ózinen túsinikli dep esaplaymız.

Energiyanıń saqlanıw nızamı. Soqlıǵısıwlar processlerine energiyanıń saqlanıw nızamın qollanıw impulstiń saqlanıw nızamın qollanǵanǵa qaraǵanda ádewir quramalı. Sebebi ádette saqlanıw nızamları haqqında gáp etilgende olar tek mexanikalıq sistemalar ushın qollanıldı. Sonlıqtan relyativistlik emes jaǵdaylarda kinetikalıq hám potencial energiyalar esapqa alındı, al relyativistlik bóleksheler dinamikasın qaraǵanımızda denelerdiń tınıshlıq energiyası bolǵan $E = mc^2$ shamasınıń esapqa alınıwınıń kerekligi atap ótildi. Biraq energiyanıń basqa da túrleriniń bar ekenligin itibarǵa alıw kerek boladı. Mısalı joqarıda aytılǵanday bilyard sharları soqlıǵısqanda olardıń azmaz da bolsa qızıwı orın aladı. Sonlıqtan soqlıǵısqannan burınǵı kinetikalıq energiyalardıń qosındısı soqlıǵısqannan keyingi kinetikalıq energiyalardıń qosındısına teń bolmaydı, yaǵnıy kinetikalıq energiya saqlanbaydı. Onıń bir bólimi jıllılıq penen baylanısqan deneniń ishki energiyasına ótedi. Ishki energiyanıń basqa da túrleri bar. SHardı qurawshı bólekshelerdiń óz-ara potencial energiyaları da ishki energiyaǵa kiredi. Sonlıqtan soqlıǵısıw processine energiyanıń saqlanıw nızamın qollanıw ushın sol soqlıǵısıwǵa qatnasatuǵın bólekshelerdiń ishki energiyaların da esapqa alıw kerek boladı. Biraq soqlıǵısıwshı bóleksheler arasındaǵı potencial energiyanı esapqa alıwdıń keregi bolmaydı, sebebi baslanǵısh hám aqırǵı hallarda sol bóleksheler óz-ara tásir etispeydi dep esaplanadı. Bólekshelerdiń ishki energiyasın E_{ishki} hám deneniń ilgerilemeli qozǵalısınıń kinetikalıq energiyasın E_{kin} arqalı belgilesek soqlıǵısıwdaǵı energiyanıń saqlanıw nızamın bılayınsha jazamız

$$\sum_{i=1}^{n} \left(E_{i,ishki} + E_{j,kin}\right) = \sum_{j=1}^{k} \left(E_{j,ishki} + E_{j,kin}\right). \tag{8.2}$$

Aylanbalı qozǵalıstıń kinetikalıq energiyasın ishki energiyaǵa kirigiziwge bolatuǵınlıǵın atap ótemiz.

Relyativistlik jaǵdayda (8.2)-teńlemeniń túri ádewir ápiwayı. Sebebi bunday jaǵdaydaǵı ***tolıq energiya***

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

óz ishine kinetikalıq energiyanı da, ishki energiyanıń barlıq formaları kiretuǵın tınıshlıqtıǵı energiyanı da aladı. Sonlıqtan relyativistlik jaǵdayda (8.2) bılayınsha jazıladı:

$$\sum_{i=l}^{n} E_i = \sum_{j=1}^{k} E'_j. \qquad (8.3)$$

Bul ańlatpada

$$E_i = \frac{m_i c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \qquad (8.3a)$$

Solay etip (8.3a) nı esapqa alıp (8.3)-ańlatpanı bılayınsha kóshirip jazamız:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{m_i}{\sqrt{1-v_i^2/c^2}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{m'_j}{\sqrt{1-v_j'^2/c^2}}. \qquad (8.4)$$

Impuls momentiniń saqlanıw nızamı. Impuls momentiniń saqlanıw nızamın qollanǵanda barlıq denelerdiń hám bolekshelerdiń ishki impuls momentine iye bola alatuǵınlıǵın eske alıw kerek. Denelerde impuls momenti aylanıw menen baylanıslı. Al mikrobóleksheler bolsa (elektronlar, protonlar, neytronlar, basqa elementar bóleksheler, atom yadroları hám taǵı basqalar) **spin (spin)** dep atalatuǵın ishki impuls momentine iye boladı. Soqlıǵısıwlarda bóleksheniń ishki impuls momenti sıpanıda spinniń esapqa alınıwı kerek. Eger biz $\boldsymbol{M}_i$ arqalı soqlıǵısıwǵa qatnasatuǵın bólekshelerdiń impuls momentin, al $\boldsymbol{M}_{ishki,i}$ arqalı olardıń ishki momentlerin belgilesek, onda soqlıǵısıwdaǵı impuls momentiniń saqlanıw nızamın

$$\sum_{i=1}^{n} \left(\boldsymbol{M}_i + \boldsymbol{M}_{ishki,i}\right) = \sum_{j=1}^{k} \left(\boldsymbol{M}'_j + \boldsymbol{M}'_{ishki,i}\right) \qquad (8.5)$$

túrinde jaza alamız.

Serpimli hám serpimli emes soqlıǵısıwlar. Tásirlesiwdiń nátiyjesinde bólekshelerdiń ishki energiyalarınıń ózgeriwlerie baylanıslı soqlıǵısıwlar **serpimli** hám **serpimli emes** bolıp ekige bólinedi.

Eger soqlıǵısıwǵa qatnasatuǵın bólekshelerdiń ishki energiyaları ózgermeytuǵın bolsa soqlıǵısıw serpimli, al ishki energiyaları ózgerse soqlıǵısıw serpimli emes dep ataladı.

Mısalı eger bilyard sharları soqlıǵısıwdıń nátiyjesinde azmaz qızatuǵın bolsa onda soqlıǵısıw serpimli emes soqlıǵısıw bolıp tabıladı. Al eger bilyard sharları jetkilikli dárejede jaqsı serpimli materialdan islengen bolsa (mısalı pil súyeginen), onda sharlardıń kızıwın esapqa almawǵa boladı hám bul jaǵdayda soqlıgısıwdı jetkilikli dállikte serpimli dep esaplaymız. Geypara jaǵdaylarda absolyut serpimli soqlıǵısıwlar haqqında aytadı. Bul jaǵdayda soqlıǵısatuǵın bólekshelerdiń ishki energiyaları absolyut dál ózgerissiz kaladı. Sonday-aq absolyut serpimli emes soqlıǵısıwlar haqqında da gáp etiledi. Bul jaǵdayda bolsa barlıq energiya bólekshelerdiń yamasa denelerdiń ishki energiyalarına tolıǵı menen aylanadı. Mısalı jumsaq materialdın islengen massaları hám tezlikleriniń absolyut mánisleri birdey bolǵan eki dene tuwrıdan tuwrı soqlıǵıssa (bunday soqlıǵısıwdı **mańlay soqlıǵısıwı** dep ataymız) tınısh turǵan bir denege aylanadı. Usınday soqlıǵısıw absolyut serpimli emes soqlıǵısıw bolıp tabıladı.

Massalar orayı sisteması. Eger soqlıǵısıwlardı massalar orayı sistemasında júzege keltirsek máseleni sheshiw ádewir ańsatlasadı. Bunday sistemada energiyanıń saqlanıw nızamı (8.3)-formula túrinde, al impuls momentiniń saqlanıw nızamı (8.5)-formula túrinde jazıladı. Al anıqlama boyınsha massalar orayı sistemasında bólekshelerdiń impulsleriniń qosındısı nolge teń bolatuǵınlıǵına baylanıslı impulstıń saqlanıw nızamı ádewir ápiwayı túrde bılayınsha

$$\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{p}_i = \sum_{j=1}^{k} \boldsymbol{p}'_j = 0 \tag{8.6}$$

jazıladı.

Serpimli soqlıǵısıwlar (elastic collision). Eki bóleksheniń reliyatvistlik emes jaǵdaydaǵı soqlıǵısıwı. Soqlıǵısıwǵa shekem bólekshelerdiń birewi (mısalı ekinshisi, yaǵnıy $\boldsymbol{p}_2 = 0$) tınıshlıqta turatuǵın koordinatalar sistemasın tańlap alamız. Bunday jaǵdayda energiya menen impulstıń saqlanıw nızamları bılayınsha jazıladı:

$$\frac{p_1^2}{2m_1} = \frac{p_2'^2}{2m_1'} + \frac{p_2'^2}{2m_2'}, \tag{8.7}$$

$$\boldsymbol{p}_1 = \boldsymbol{p}'_1 + \boldsymbol{p}'_2. \tag{8.8}$$

Bul ańlatpalarda kinetikalıq energiya impuls arqalı jazılǵan$\left(\frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}\right)$ hám soqlıǵısıwda ishki energiyanıń ózgermeytuǵınlıǵı esapqa alınǵan. (8.8) teńlemesin $\boldsymbol{p}'_1 = \boldsymbol{p}_1 - \boldsymbol{p}'_2$ túrinde (2) ge kóshirip jazıp

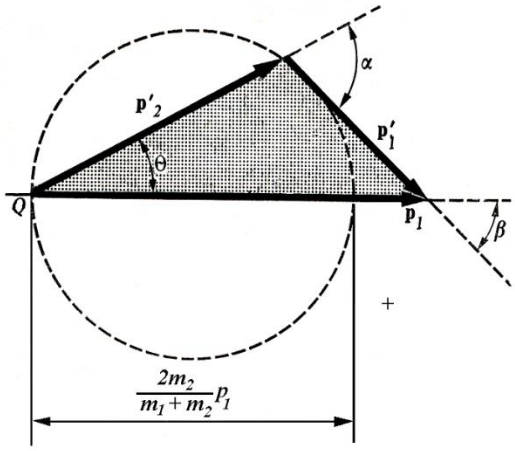
$$(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}'_2) = \boldsymbol{p}_1'^2 \frac{m_1 + m_2}{2m_2} \tag{8.9}$$

ekenligin tabamız. $\boldsymbol{p}_1$ menen $\boldsymbol{p}'_2$ arasındaǵı múyeshti θ arqalı belgileymiz. Sonlıqtan $(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}'_2) = p_1 p'_2 \cos\theta$. Endi (8.9) dan $\boldsymbol{p}'_2$ ushın máseleni tolıq sheshiwge múmkinshilik beretuǵın mınaday ańlatpa alamız

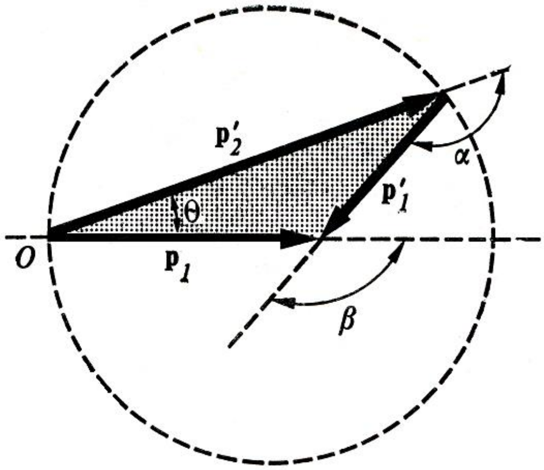
$$\boldsymbol{p}'_2 = 2\frac{m_2}{m_1 + m_2} p_1 \cos\theta. \tag{8.10}$$

Endi nátiyjeni táriyiplew múmkin bolǵan ápiwayı geometriyalıq Dúzilis dúzemiz. Bazı bir O noqatınan ushıp keliwshi bóleksheniń impulsın súwretleytuǵın $\boldsymbol{p}_1$ vektorın júrgizemiz (22-2 súwret). Bunnan keyin radiusı $2\frac{m_2}{m_1+m_2}p_1$ shamasına teń hám O noqatınan ótiwshi, orayı $\boldsymbol{p}_1$ vektorı baǵıtında ornalasqan sheńber júrgizemiz. SHeńberdiń diametri bir tárepi hám sheńberdiń ishinde bolǵan úsh múyeshliktiń bir múyeshi π/2 ge teń bolǵanlıqtan O noqatınan baslanatuǵın hám shańberdiń boyında pitetuǵın barlıq kesindiler (8.10) dı qanaatlandıradı. Demek bul kesindiler soqlıǵısqanǵa shekem tınıshlıqta turǵan bólekshenıń soqlıǵısqannan keyingi impulsiniń mánisin beredi. Impulstıń saqlanıw nızamı bolǵan (8.8)-teńlemeden kelip túsiwshi (tınısh turǵan bólekshege kelip soqlıǵısatuǵın) bólekshenıń impulsiniń 22-2 súwrette kórsetilgen kurılmanıń járdeminde beriletuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Soqlıǵısıwdan keyin eki bólekshenıń impulsleri arasındaǵı múyesh α ǵa teń. β múyeshi bolsa soqlıǵısıwshı bólekshenıń soqlıǵısqannan keyingi baǵıtı menen soqlıǵısqanǵa shekemgi baǵıtı arasındaǵı múyesh. Tek geometriyalıq jol menen $\boldsymbol{p}'_1$ shamasın tabıw da qıyın emes.

Solay etip soqlıǵısıwdı táriyiplewshi barlıq shamalar anıqlandı. 22-2 súwrette $2\frac{m_2}{m_1+m_2} < 1$ bolǵan jaǵday (yaǵnıy $m_1 > m_2$ bolǵan jaǵday, ushıp keliwshi bólekshenıń massası tınısh turǵan bólekshenıń massasınan úlken, tınısh turǵan bóleksheni endigiden bılay **nıshana** dep ataymız) súwretlengen. 22-2 súwrette **soqlıǵısıwdan keyingi eki bólekshenıń impulsleri arasındaǵı múyesh α shamasınıń mánisiniń π/2 den 0 ge shekem ózgeretuǵınlıǵı kórinip tur. $\boldsymbol{p}_1'$ impulsiniń maksimallıq mánisi nıshana soqlıǵısıwdan keyin ushıp keliwshi bólekshenıń baǵıtına derlik perpendikulyar baǵıtta qozǵalǵanda jetisiledi. Sonıń menen birge ushıp keliwshi bólekshenıń baǵıtın qálegen baǵıtqa ózgerte almaytuǵınlıǵın atap ótemiz**. Maksimallıq mániske iye β_{max} múyeshi bar boladı. Bóleksheler usı múyeshten úlken múyeshke baǵıtın ózgerte almaydı. Bul múyeshtiń shaması 8-2 súwretten tek $\boldsymbol{p}_1'$ vektorı sheńberge tiyetuǵın jaǵdayda ǵana alınatuǵınlıǵı kórinip tur.



8-2 súwret. Massaları $m_1 > m_2$ bolǵan eki bólekshenıń soqlıǵısıw máselesin sheshiwge arnalǵan sxema.



8-3 súwret. Massaları $m_1 < m_2$ bolǵan eki bólekshenıń soqlıǵısıw máselesin sheshiwge arnalǵan sxema.

8-3 súwrette nıshananıń massası ushıp keliwshi bólekshenıń massasınan úlken bolǵan jaǵday ($m_1 < m_2$) sáwlelengen. Súwrette kórinip turǵanınday **soqlıǵısqannan keyingi bólekshelerdiń bir birine salıstırǵandaǵı ushıp ketiw baǵıtları arasındaǵı múyesh π/2 < α < π sheklerinde ózgeredi. Kelip soqlıǵısıwshı bólekshenıń baǵıtın ózgertiw múyeshi β nolden π ge shekem, yaǵnıy bólekshe kóp múyeshke awıtqıw almaydı, al óziniń qozǵalıs baǵıtın qarama-qarsı baǵıtqa ózgerte aladı**.

Biz joqarıda qarap ótken eki jaǵdayda da soqlıǵısıwdıń xarakteristikası θ múyeshi boyınsha anıqlanadı eken. Biraq bazı bir ayqın jaǵdayda onıń mánisi qanday shamaǵa teń? Bul sorawǵa saqlanıw nızamları juwap bere almaydı. Soqlıǵısıw processinde orın alatuǵın barlıq jaǵdaydar soqlıǵısıw shártlerine hám tásirlesiwdiń ózgesheliklerine baylanıslı boladı. Sonlıqtan **saqlanıw nızamları soqlıǵısıw haqqadaǵı máseleni tolıq sheshiwge múmkinshilik bere almaydı, biraq soqlıǵısıwdıń tiykargı ózgesheliklerin tallawǵa járdem beredi**.

Mańlay soqlıǵısıwı. 8-2 hám 8-3 súwretlerden θ=0 bolǵanda **tınısh turǵan bólekshenıń eń úlken bolǵan impuls alatuǵınlıǵı kórinip tur**. Bunday jaǵdaydaǵı soqlıǵısıwdı **mańlay soqlıǵısıwı** yamasa **oraylıq soqqı** dep ataymız. Bunday soqlıǵısıwǵa mısal retinde bilyard sharları bir birine qaray olardıń oraylarıń tutastırıwshı tuwrı boyınsha qozǵalǵandaǵı soqlıǵısıwdı kórsetiwge boladı (inercial esaplaw sistemasındaǵı keńislikte bul sızıq óziniń baǵıtın ózgertpewi kerek).

Bul jaǵdayda (8.10) ańlatpasınan

$$p_2' = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} p_1 \tag{8.11}$$

ekenligi dárhál kelip shıǵadı. Ekinshi bóleksheniń soqqıdan keyingi kinetikalıq energiyası $E'_{kin,2} = \frac{p_2'^2}{2m_2}$ birinshi bóleksheniń soqlıǵısıwdan burıńǵı kinetikalıq energiyası $E'_{kin,1} = \frac{p_1'^2}{2m_1}$ arqalı bılayınsha anıqlanadı

$$E'_{kin,2} = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} E'_{kin,1}. \tag{8.12}$$

Bul ańlatpa (8.11)-ańlatpadan tikkeley kelip shıǵadı. Bul ańlatpadan **energiyanıń bir bóleksheden ekinshi bólekshege maksimallıq ótiwi bólekshelerdiń massaları óz-ara teń bolǵanda ($m_1 = m_2$) orın alatuǵınlıǵı kelip shıǵadı**. Bul jaǵdayda

$$E'_{kin,2} = E'_{kin,1}, \tag{8.13}$$

yaǵnıy birinshi bóleksheniń energiyasınıń barlıǵı da tolıǵı menen ekinshi bólekshege beriledi. Soqlıǵısıwdıń nátiyjesinde birinshi bólekshe toqtaydı. Bul jaǵday energiyanıń saqlanıw nızamı bolǵan (8.13) ańlatpasında da, $\boldsymbol{p}_2' = \boldsymbol{p}_1$ túrine iye bolatuǵın (8.11)-ańlatpadan da, $\boldsymbol{p}_1' = 0$ teńligine alıp keletuǵın impulstıń saqlanıw nızamı menen kombinaciyada da kórinip tur.

Soqlıǵısıwshı bólekshelerdiń massaları bir birinen úlken ayırmaǵa iye bolǵanda bólekshelerdiń birinen ekinshisie ótetuǵın energiyanıń muǵdarı júdá kishi boladı. (8.12)-ańlatpadan mına teńliklerdiń orınlı ekenligi kelip shıǵadı:

$$m_1 \gg m_2 \text{ bolǵanda } E'_{kin,2} \approx 4\frac{m_2}{m_1} E_{kin,1}, \tag{8.14a}$$

$$m_1 \ll m_2 \text{ bolǵanda } E'_{kin,2} \approx 4\frac{m_1}{m_2} E_{kin,1}. \tag{8.14b}$$

Bul ańlatpalarǵa itibar berip qarasaq olardıń ekewinde de $E'_{kin,2} \ll E_{kin,1}$ ekenligi kórinip tur. Biraq impulstıń beriliwin kishi shama dep ayta almaymız. (8.11) den $m_1 \gg m_2$ bolǵan jaǵdayda (ushıp keliwshi bóleksheniń massası soqlıǵısıwǵa shekem tınısh turǵan bóleksheniń massasınan salıstırmas dárejede úlken) soqlıǵısıwdan keyin tınısh turǵan bóleksheniń impulsi ushıp kelgen bóleksheniń impulsinen ádewir kishi boladı. Haqıyqatında da (8.11) ańlatpasınan $m_1 \gg m_2$ shárti orınlanǵanda

$$\boldsymbol{p}_2' \approx 2\frac{m_2}{m_1}\boldsymbol{p}_1$$

ańlatpasın alamız. Biraq bul jaǵdayda eki bóleksheniń tezlikleri bir birinen úlken shamaǵa parıq qılmaydı. Sebebi $\boldsymbol{p}_2' = m_2\boldsymbol{v}_2'$ hám $\boldsymbol{p}_1 = m_1\boldsymbol{v}_1$ ekenligin esapqa alsaq, onda

$$\boldsymbol{v}_2' = 2\boldsymbol{v}_1$$

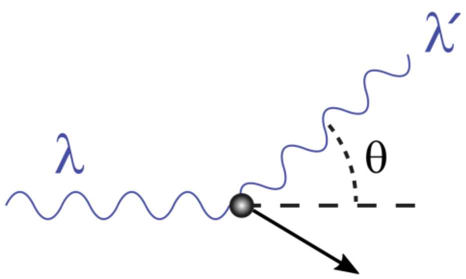
teńliginiń orınlanatuǵınlıǵına iye bolamız.

$m_1 \ll m_2$ shárti orınlanǵnada birinshi bóleksheden ekinshi bólekshege impulstiń beriliwi ádewir úlken boladı ($\boldsymbol{p}_2' \approx 2\boldsymbol{p}_1$). Ekinshi bóleksheniń impulsi birinshi bóleksheniń impulsinen eki ese úlken bolsa da, onıń tezligi birinshi bóleksheniń tezligine salıstırǵanda oǵada kishi hám bılayınsha juwıq túrde anıqlanadı:

$$\boldsymbol{v}_2' \approx 2\frac{m_1}{m_2}\boldsymbol{v}_1. \tag{8.15}$$

Birinshi bóleksheniń tezliginiń baǵıtı soqlıǵısıwdıń nátiyjesinde 180 gradusqa ózgeredi, al absolyut mánisi boyınsha sezilerliktey ózgeriske ushıramaydı.

Neytronlardıń ásteleniwi (neytronlardıń tezliginiń kishireyiwi). Serpimli soqlıǵısıwdıń ózgeshelikleri ilim menen texnikada keńnen qollanıladı. Mısal retinde neytronlardıń ásteleniwin qaraymız. Uran yadroları shama menen óz-ara birdey bolǵan eki bólekke bólingende bóliniwdiń sınıqlarınıń (bóleklerdiń) kinetikalıq energiyası túrinde úlken energiya bólinip shıǵadı. Bóliniw processiniń aqıbetinde bir yamasa bir neshe neytron payda boladı. Uran yadrosınıń bóliniwiniń ózi neytronlardıń tásirinde júzege keledi. Uran yadrosı neytron menen soqlıǵısqanda kópshilik jaǵdayda serpimli soqlıǵısıw orın aladı. Biraq ayırım jaǵdaylarda neytron yadro tárepinen tutıp alınadı hám usınıń saldarınan yadro bólinedi. Neytronnıń uran yadrosı tárepinen tutıp alınıwınıń itimallılıǵı oǵada kishi. Biraq neytronnıń energiyasınıń kemeyiwi menen itimallıqtıń shaması úlkeyedi. Sonlıqtan jetkilikli dárejede intensivli bolǵan shınjırlı reakciyanı támiyinlew ushın, yaǵnıy uran yadroları bólingende payda bolatuǵın neytronlar basqa yadrolardıń intensivli túrdegi bóliniwin támiyinlew ushın neytronlardıń kinetikalıq energiyaların kemeytiw zárúr. Neytronlardıń uran yadroları menen hár bir mańlay soqlıǵısıwında (8.14)-formulaǵa sáykes neytronnan yadroǵa energiyasınıń tek kishi bólimi (shama menen 2/238 bólimi) ǵana beriledi. Energiyanıń bunday muǵdarda beriliwin kishi beriliw dep esaplaymız. Sonıń menen birge bunday soqlıǵısıwda neytronlar jádá kishi shamaǵa ástelenedi. Ásteleniwdi kúsheytiw ushın yadrolardıń bóliniwi orın alatuǵın atomlıq reaktordıń zonasına **ásteletiwshi** dep atalatuǵın arnawlı zat salınadı. Álbette ásteletiwshiniń yadroları jetkilikli dárejede jeńil bolıwı kerek. Sonlıqtan ásteletiwshi sıpatında grafit kóbirek qollanıladı. Grafittiń quramına kiretuǵın uglerodtıń yadrosı neytronnıń massasınan shama menen 12 ese úlken. Sonlıqtan neytron menen yadronıń hár bir mańlay soqlıǵısıwında grafittiń yadrosına neytronnıń energiyasınıń shama menen $\frac{4}{2} = \frac{1}{3}$ bólegi ótedi hám usınıń saldarınan ásteleniw processi úlken tezlik penen júredi.



Kompton effektin illyustarcialaw ushın arnalǵan súwret. Tolqın uzınlıǵı λ ge teń bolǵan elektromagnitlik nur shep tárepten oń tárepke qaray baǵıtlanǵan. Elektron menen tásir etiskende nurdıń tolqın uzınlıǵı λ' shamasına teń boladı. Nurdıń baǵıtı dáslepki baǵıtına salıstırǵanda θ múyeshine burıladı. Foton menen tásir etisken elektronnıń qozǵalıs baǵıtı strelkanıń járdeminde kórsetilgen.

Kompton-effekt. Joqarıdaǵı neytronlar menen yadrolardıń serpimli soqlıǵısqanınday soqlıǵısıwdı kóremiz. Bul jaǵdayda biz qarayın dep atırǵan bóleksheler relyativistlik tezliklerge iye. Eger soqlıǵısıwshı bólekshelerdiń birin soqlıǵısıwǵa shekem tınıshlıqta turdı, al ekinshisin relyativistlik tezlikler menen kelip soqlıǵıstı dep esaplasaq impulstiń saqlanıw nızamı bolǵan (8.1)-ańlatpanıń túri ózgermeydi. Biraq energiyanıń saqlanıw nızamı bolǵan (8.2) –ańlatpanıń ornına

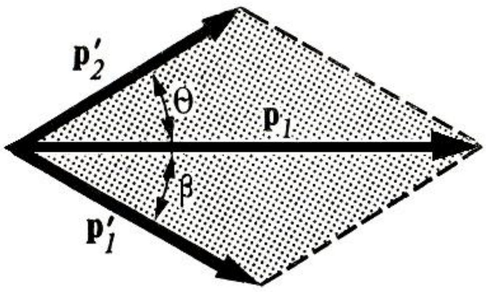
$$\frac{m_1c^2}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}} + m_2c^2 = \frac{m_1c^2}{\sqrt{1-\frac{{v'_1}^2}{c^2}}} + \frac{m_2c^2}{\sqrt{1-\frac{{v'_2}^2}{c^2}}} \tag{8.16}$$

ańlatpasın jazıw kerek boladı. Biz házir bul teńlemelerdiń ulıwmalıq jaǵdaylar ushın sheshimin tabıw menen shuǵıllanbaymız. Sebebi bunday sheshimlerdi izlew júdá quramalı. Biraq biz házir fizika iliminde úlken orın iyelegen bir ayqın processti qaraymız. **Bul processti fizikada Kompton effekti dep ataydı**.

Biz barlıq materiallıq bólekshelerdiń korpuskulalıq (bólekshelerge tán bolǵan) qásiyet penen tolqınlıq qásiyetke iye bolatuǵınlıǵın bilemiz (bul haqqında kirisiw bóliminde gáp etildi). Bir obekttiń bunday ekilik qásiyetke iye bolıwın tolqınlıq-korpuskulalıq (tolqınlıq-bólekshelik) dualizm dep ataymız. Usınıń nátiyjesinde bólekshe bir jaǵdaylarda haqıyqatında da bólekshe sıpatında, al basqa bir jaǵdaylarda onı tolqın túrinde kórinedi. Jaqtılıq tap usınday qásiyetlerge iye. Jaqtılıqtıń difrakciyaǵa ushırawı jaqtılıqtıń tolqın ekenligin dálilleydi. Biraq fotoeffektte jaqtılıq ózin bólekshelerdiń aǵımı túrinde kórsetedi. Bul bólekshelerdi fotonlar dep ataydı. Foton bólekshege tán bolǵan ε energiyasına hám $\boldsymbol{p}$ impulsine iye boladı. Bul shamalar jaqtılıqtıń jiyiligi ω hám tolqın uzınlıǵı λ menen

$$\boldsymbol{p} = \hbar\boldsymbol{k}, \qquad \varepsilon = \hbar\omega \tag{8.17}$$

ańlatpaları arqalı baylanısqan. $|\boldsymbol{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$, al ħ arqalı Plank turaqlısı belgilengen (ħ=1,054 571 800(13)$\cdot10^{-34}$ Dj·s=1,054 571 800(13)$\cdot10^{-27}$ erg·s=6,582 119 514$\cdot10^{-16}$ eV·s). Fotonnıń tolqın uzınlıǵı qansha kishi bolsa korpuskulyarlıq qásiyet anıq kórinedi. Tolqın uzınlıǵı 1 angstremge (1 Å) sáykes keletuǵın fotonlardı rentgen kvantları (rentgen nurlarınıń uzınlıǵı shama menen 1 angstremniń átirapında boladı), al tolqın uzınlıǵı 0,001 Å bolǵan fotonlardı γ kvantları dep ataydı. Rentgen hám γ kvantlarınıń korpuskulyarlıq qásiyetleri ayqın kórinedi. Elektronlar menen soqlıǵısqanda olar energiyası menen impulsi (8.17)-formulalar menen anıqlanatuǵın bóleksheler sıpatında kórinedi.



8-4 súwret.
Kompton effektin túsindiriwge arnalǵan súwret.

Tınısh turǵan elektron menen rentgen kvantınıń (endigiden bılay tek kvant dep ataymız) soqlıǵısıwın qaraymız (8-4 súwret). Kelip soqlıǵısıwshı kvant soqlıǵısıwǵa shekem $\boldsymbol{p}_1 = \hbar\boldsymbol{k}$ impulsine hám $\varepsilon_1 = \hbar\omega$ energiyasına iye dep esaplaymız. Elektron menen soqlıǵısıwdıń nátiyjesinde β múyeshine baǵıtın ózgertip $\boldsymbol{p}_1' = \hbar\boldsymbol{k}'$ impulsine hám $\varepsilon_2' = \hbar\omega'$ energiyalarına iye boladı. Soqlıǵısıwdan keyingi elektronnıń energiyası menen impulsı

$$E_2' = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \text{ hám } \boldsymbol{p}_2' = \frac{m\boldsymbol{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

shamalarına teń boladı. Soqlıǵısıwǵa shekem onıń energiyası $E_2 = mc^2$ tınıshlıq energiyasına, al impulsi nolge teń ($\boldsymbol{p}_2 = 0$) edi. Joqarıdaǵı ańlatpalarda m arqalı elektronnıń massası belgilengen. **Biz massanıń relyativistlik invariant hám sonıń ushın tezlikten ǵárezli emes ekenligin inabatqa alamız.** Sonıń menen birge kóplegen kitaplarda orın alǵan "massanıń tezlikten ǵárezligi" haqqındaǵı gáplerdiń durıs emes ekenligin atap ótemiz.

Energiyanıń saqlanıw nızamı (8.16) nı, impulstiń saqlanıw nızamı (8.1) di bılayınsha jazamız:

$$mc^2 + \hbar\omega = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + \hbar\omega', \tag{8.18}$$

$$\hbar\boldsymbol{k} = \hbar\boldsymbol{k}' + \frac{m\boldsymbol{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Bul ańlatpalardı bılayınsha kóshirip jazamız

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \hbar(\omega-\omega') + mc^2,$$

$$\frac{m\boldsymbol{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \hbar(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}').$$

hám kvadratqa kóteremiz

$$\frac{m^2c^4}{1-\frac{v^2}{c^2}} = \hbar^2(\omega^2 - 2\omega\omega' + \omega'^2) + m^2c^4 + 2\hbar mc^2(\omega-\omega'),$$

$$\frac{m^2v^2c^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} = \hbar^2(\omega^2 + \omega'^2 - 2\omega\omega'\cos\beta).$$

Alınǵan teńliklerdiń shep tárepinen shep tárepin, ońtárepinen oń tárepin alamız:

$$\frac{m^2c^4}{1-\frac{v^2}{c^2}} - \frac{m^2v^2c^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} = \hbar^2\left(\omega^2 - 2\omega\omega' + {\omega'}^2\right) + m^2c^4 + 2\hbar mc^2(\omega-\omega') - \\ -\hbar^2\left(\omega^2 + {\omega'}^2 - 2\omega\omega'\cos\beta\right). \tag{8.19}$$

Endi anıqlama boyınsha $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{cT} = \frac{\omega}{c}$ hám $k' = \frac{2\pi}{\lambda\prime} = \frac{2\pi}{cT\prime} = \frac{\omega\prime}{c}$ teńlikleriniń orın alatuǵınlıǵı esapqa alamız [bul ańlatpalarda T arqalı jaqtılıq (rentgen yamasa gamma] tolqınınıń terbelis dáwiri belgilengen.

Biraz ápiwayılastırıwdın keyin (8.19) mına túrge enedi:

$$\frac{m^2c^4 - m^2v^2c^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} = 2\hbar^2\omega\omega'(\cos\beta - 1) + m^2c^2 + 2\hbar mc^2(\omega-\omega').$$

Demek

$$\hbar\omega\omega'(\cos\beta - 1) + mc^2(\omega-\omega') = 0$$

teńlemesine iye bolamız jáne matematikanıń mektep kursınan $1-\cos\beta = 2\,sin^2\frac{\beta}{2}$ teńliginiń orın alatuǵınlıǵın esapqa alamız. Solay etip

$$\frac{c}{\omega'} - \frac{c}{\omega} = \frac{2\hbar}{mc}sin^2\frac{\beta}{2} \tag{8.20}$$

formulasın alamız. Tolqın uzınlıǵı jiyilik penen $\frac{c}{\omega} = \frac{\lambda}{2\pi}$ ańlatpası arqalı baylanısqan. Sonlıqtan biz izlegen formulanı mına túrde alamız

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\Lambda sin^2\frac{\beta}{2}. \tag{8.21}$$

Bul formulanı

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_k(1-\cos\theta)$$

túrinde de jazıw múmkin. Bul formulada λ_k arqalı elektronnıń Komptonlıq tolqın uzınlıǵı belgilengen.

Bul ańlatpadaǵı $\Lambda = \frac{2\pi\hbar}{mc} = 0{,}0242$ Å $= 2{,}4263102367(11) \cdot 10^{-12}$ m shamasına teń (elektron ushın!). Bul shama elektronnıń Komptonlıq tolqın uzınlıǵı bolıp tabıladı. Eger (8.21)-formuladaǵı m niń ornına protonnıń yamasa basqa elementar bóleksheniń massasın qoysaq, onda protonnıń yamasa basqa elementar bóleksheniń Kompton tolqın uzınlıǵın alamız. Solay etip **eger foton erkin elektron menen soqlıǵısatuǵın bolsa, onda onıń qozǵalıs baǵıtı β múyeshine burıladı, al onıń impulsi serpimli soqlıǵıs nızamı boyınsha ózgeredi, al impulstiń ózgerisi (8.21)-formulaǵa sáykes tolqın uzınlıǵınıń kishireyiwine alıp keledi** eken. Rentgen hám gamma kvantlarınıń tolqın uzınlıǵınıń elektronlar menen tásir etiskendegi ózgerisin eksperimentte ólshewge boladı. Komptonnıń baqlawları (8.21)-formulanıń durıs ekenligin tolıq dálilledi. Solay etip fotonlardın erkin elektronlar menen soqlıǵısıwınıń serpimli soqlıǵısıw ekenligi tolıq tastıyıqlanadı.

Serpimli emes soqlıǵısıwlar (inelastic collision). Serpimli emes soqlıǵısıwlarda soqlıǵısıwǵa qatnasatuǵın denelerdiń yamasa bólekshelerdiń ishki energiyası ózgeredi. Bul soqlıǵısıwdıń nátiyjesinde denelerdiń yamasa bólekshelerdiń kinetikalıq energiyasınıń ishki energiyaǵa yamasa ishki energiyalıń kinetikalıq energiyaǵa aylanatuǵınlıǵın bildiredi. Ishki energiyası, usıǵan sáykes ishki halı ózgergen dene yamasa bólekshe basqa dene yamasa basqa bólekshege aylanadı, yaki basqa energiyalıq haldaǵı sol dene yamasa sol bólekshe bolıp tabıladı. Sonlıqtan serpimli emes soqlıǵısıwlarda bólekshelerdiń óz-ara aylanısları (bir bólekshenıń ekinshi bólekshege aylanıwı) orın aladı. Mısalı eger foton atom tárepinen jutılatuǵın bolsa, onda foton joǵaladı hám atom basqa energiyalıq halǵa ótedi. Kóp sanlı yadrolıq reakciyalar serpimli emes soqlıǵısıwlarǵa mısal bola aladı.

Eki bólekshenıń serpimli emes soqlıǵısıwı. Bunday soqlıǵısıwlardı bólekshelerdiń kinetikalıq energiyaları ishki energiyaǵa aylanıwı yamasa ishki energiyalarınıń kinetikalıq energiyaǵa aylanıwı kerek. Bul jaǵdayda da energiyanıń saqlanıw nızamı menen impulstıń saqlanıw nızamı orın aladı. Biraq bul nızamlar kinetikalıq energiyanıń qanday bóliminiń ishki energiyaǵa ótetuǵınlıǵı yamasa qansha ishki energiyanıń kinetikalıq energiyaǵa aylanatuǵınlıǵı haqqında maǵlıwmatlardı bere almaydı. Bul soqlıǵısıwdıń ayqın ózgeshelikleri menen baylanıslı. Soqlıǵısıwdıń derlik serpimli bolıwı múmkin. Bul jaǵdayda sol aylanısqa energiyanıń tek kishi bólimi ǵana qatnasadı. Sonıń menen birge soqlıǵısıwdıń absolyut serpimli bolıwı múmkin. Bunday jaǵdayda derlik barlıq kinetikalıq energiya ishui energiyaǵa aylanadı.

Endi biz tınıshlıqta turǵan bólekshenıń serpimli qásiyetin absolyut serpimli haldan absolyut serpimli emes halǵa shekem ózgerte alamız dep kóz aldımızǵa keltireyik. Absolyut serpimli emes halda ushıp keliwshi bólekshe tınısh turǵan bólekshege jabısıp qaladı dep qabıl etemiz. Bunday jaǵdayda soqlıǵısıwdı barlıq "serpimli emes" dárejelerinde izertley alamız. Absolyut serpimli emes soqqını qaraymız. Bunday jaǵdayda slqlıǵısıwdıń nátiyjesinde soqlıǵısıwshı deneler bir denege birigedi hám bir dene sıpatında qozǵaladı. Massası m_2 ge teń bolǵan ekinshi dene soqlıǵısıwǵa shekem tınıshlıqta turdı dep esaplap tómendegidey saqlanıw nızamların jazıwǵa boladı:

$$E_{ishki,1} + E_{ishki,2} + E_{kin,1} = E_{ishki,(1+2)} + E'_{kin,(1+2)}, \tag{8.22}$$

$$\boldsymbol{p}_1 = \boldsymbol{p}'_{(1+2)}. \tag{8.23}$$

Bul ańlatpalarda $E_{ishki,1}$ hám $E_{ishki,2}$ arqalı soqlıǵısıwǵa shekemgi birinshi hám ekinshi denelerdiń ishki energiyaları $E_{kin,1}$ arqalı qozǵalıwshı deneniń kinetikalıq energiyası, $\boldsymbol{p}_1$

arqalı onıń impulsi belgilengen. Al $E_{ishki,(1+2)}$, $E'_{kin,(1+2)}$ hám $\boldsymbol{p}'_{(1+2)}$ arqalı soqlıǵısıwdıń nátiyjesindegi bir denege aylanǵan deneniń sáykes ishki energiyası, kinetikalıq energiyası hám impulsi belgilengen.

Eger energiya menen tezlik arasındaǵı relyativistlik baylanıstı esapqa almasaq, onda (8.23)-teńleme soqlıǵısqanda eki deneniń qosılıwınan payda bolǵan deneniń tezligin anıqlawǵa múmkinilik beredi:

$$m\boldsymbol{v}_1 = (m_1 + m_2)\boldsymbol{v}_2. \tag{8.24}$$

Bunnan

$$\boldsymbol{v}_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\boldsymbol{v}_{1.} \tag{8.25}$$

Bu formulalardan ishki energiyaǵa aylanǵan kinetikalıq energiyanıń (bul shamanı ΔE_{kin} arqalı belgileymiz) mánisin esaplaw múmkin:

$$\Delta E_{kin} = \frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)v_2^2}{2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} E_{kin,1}. \tag{8.26}$$

Eger tınısh turǵan deneniń (bólekesheniń) massası júdá úlken bolsa ($m_1 \ll m_2$), onda $E_{kin} \approx E_{kin,1}$, yaǵnıy kinetikalıq energiyanıń derlik barlıǵı ishkin energiyaǵa ótedi. Usınıń menen birge soqlıǵısıwda eki deneniń qosılıwınan (eki deneniń bir birine jabısıwınan) payda bolǵan deneniń tezligi derlik nolge teń boladı. Al tınısh turǵan deneniń massası kelip soqlıǵısıwshı deneniń massasınan júdá kishi bolsa ($m_1 \gg m_2$), onda $E_{kin} \approx 0$, yaǵnıy kinetikalıq energiyanıń ishki energiyaǵa sezilerliktey ótiwi ornı almaydı. Birinshi dene soqlıǵısıwǵa shekem qanday tezlik penen qozǵalǵan bolsa eki deneniń bir birine qosılıwınan payda bolǵan dene de derlik sonday tezlik penen qozǵaladı.

Fotonnıń jutılıwı. Serpimli emes jutılıwǵa ádette fotonnıń jutılıwın mısal retinde keltiriwge boladı. Fotonnıń jutılıwı eń kóp tarqalǵan serpimli emes soqlıǵısıwlardıń biri bolıp esaplanadı. Bul soqlıǵısıw 21-1 c súwrette keltirilgen. Jutılıwǵa (soqlıǵısıwǵa) shekem atom menen foton bar edi, soqlıǵısıwdan keyin tek atom qaladı. Jutılıwǵa shekem massası m bolǵan atomdı tınıshlıqta tırdı dep esaplaymız. Usı jaǵdayǵa energiya menen impulstiń saqlanıw nızamın qollanamız.

$$mc^2 + \hbar\omega = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \tag{8.27}$$
$$\frac{\hbar\omega}{c} = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Fotonnıń energiyası tınısh turǵan atomnıń energiyasınan kishi dep esaplaymız, yaǵnıy $mc^2 >> \hbar\omega$. Bunday jaǵdayda ekinshi teńlikten fotondı jutqan atomnıń tezligi v ushın mına ańlatpanı alamız:

$$v \approx c\frac{\hbar\omega}{mc^2}. \tag{8.28}$$

Solay etip fotondı jutqannan keyin atom $\frac{mv^2}{2}$ kinetikalıq energiyasına iye boladı. Al bul ańlatpaǵa (8.28) di qoyǵannan keyin kinetikalıq energiya ushın

$$\Delta E_{kin} = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{\hbar^2\omega^2}{mc^2} \tag{8.29}$$

ańlatpasına iye bolamız. Demek **atomda jutılıwınıń nátiyjesinde fotonnıń energiyası tolıǵı menen atomnıń ishki energiyasına aylanbaydı. Foton energiyası** $\hbar\omega$ **shamasınıń** $\frac{1}{2}\frac{\hbar^2\omega^2}{mc^2}$ **bólimi atomnıń kinetikalıq energiyasına, al** $\hbar\omega - \frac{1}{2}\frac{\hbar^2\omega^2}{mc^2}$ **bólimi atomnıń ishki energiyasına aylanadı eken**.

Fotonnıń shıǵarılıwı. Fotonnıń shıǵarılıwı da diagramması 21-1 d súwrette keltirilgen soqlıǵısıw procesi bolıp tabıladı (bul processte bárshege úyrenshikli bolǵan soqlıǵısıw orın almaydı, biraq process tolıǵı menen soqlıǵısıw nızamları járdeminde táriyiplenedi). Bunday processti fizikada ádette **ıdıraw** dep ataydı. Foton shıǵarılǵanda atomnıń ishki energiyası ózgeredi, energiyanıń bir bólimi foton energiyasına, energiyanıń ekinshi bólimi atomnıń kinetikalıq energiyasına aylanadı. Atomnıń usı kinetikalıq energiyasın fizikada **beriliw energiyası** dep ataydı. Demek fotonnıń energiyası atomnıń ishki energiyasınıń ózgerisi bolǵan ΔE_{ishki} shamasınan kishi boladı eken. Bul shamanı energiya menen impulstiń saqlanıw nızamlarınan tabıwǵa boladı:

$$\begin{gathered} mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + \hbar\omega, \\ 0 = \frac{\hbar\omega}{c} + \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \end{gathered} \tag{8.30}$$

Bul jaǵdayda da fotonnıń energiyası ħω tınısh turǵan atomnıń energiyası mc^2 shamasınan kishi dep esaplaymız. Demek $v \approx c\frac{\hbar\omega}{mc^2}$. Bul tezlikke sáykes keliwshi atomnıń kinetikalıq energiyası bul jaǵdayda da (8.29)-ańlatpa járdeminde anıqlanadı eken.

Solay etip **foton shıǵarılǵanda oǵan atomnıń barlıq ishki energiyası berilmeydi, tap sol sıyaqlı foton jutılǵanda onıń energiyasınıń barlıǵı atomnıń ishki energiyasına ótpeydi eken**.

Eger biz gáp etip atırǵan atom bekitilgen bolsa (qattı denelerdiń quramındaǵı atomlardı bekitilgen atomlar dep atay alamız, sebebi bul jaǵdayda foton jutılǵanda yamasa shıǵarılǵanda beriliw energiyası tolıǵı menen qattı denege beriledi. Al qattı deneniń massası ayırım atomnıń massasınan salıstırmas dárejede úlken bolǵanlıqtan beriliw energiyasınıń mánisi ámelde nolge teń boladı. Bul jaǵday eksperimentte XX ásirdiń ortalarında Mëssbauer tárepinen ashıldı hám onıń húrmetine Mësbauer effekti dep ataladı).

Elementar bóleksheler arasındaǵı reakciyalar. Joqarıda bólekshelerdiń bir birine kóp sanlı aylanıwlarınıń serpimli emes soqlıǵısıwlarǵa jatatuǵınlıǵın atap ótken edik. Fotonlar qatnasatuǵın tap usınday geypara aylanıslardı biz fotonlardıń jutılıwı hám shıǵarılıwı mısallarında házir ǵana kórdik. Soqlıǵısıw processleri menen baylanıslı bolǵan sonday aylanıslarǵa tiyisli bolǵan ayırım túsiniklerge toqtap ótemiz.

Tabaldırıq energiya. Meyli a hám b bóleksheleri soqlıǵısıwdıń aqıbetinde c hám d bólekshelerine aylanatuǵın bolsın. Soqlıǵısıwlardı massalar orayı sistemasında talqılaw qabıl etilgen. Bul sistemada impulstiń saqlanıw nızamı bólekshelerdiń soqlıǵısıwdan burınǵı hám soqlıǵısıwdan keyingi impulsleriniń qosındısınıń nolge teń bolatuǵınlıǵına alıp keledi. Sonlıqtan bul nızam házir bizdi qızıqtırmaydı. Al energiyanıń saqlanıw nızamı

$$E_{ishki,a} + E_{ishki,b} + E_{kin,a} + E_{kin,b} = E'_{ishki,c} + E'_{ishki,d} + E'_{kin,c} + E'_{kin,d} \tag{8.31}$$

túrinde jazılıp, bul ańlatpada E_{ishki} arqalı indekste kórsetilgen bólekshelerdiń ishki energiyası, al E_{kin} arqalı onıń kinetikalıq energiyası belgilengen.

$$Q = E_{ishki,a} + E_{ishki,b} - E'_{ishki,c} - E'_{ishki,d} - E_{kin,a} - E_{kin,b} \quad (8.32)$$

shaması **reakciya energiyası** (**reakciyanıń energiyası**) dep ataladı. Bul shama bólekshelerdiń reakciyanıń nátiyjesinde ózgeriske ushıraytuǵın kinetikalıq energiyasınıń qosındısınıń ósimine yamasa ishki energiyalarınıń ósiminiń keri belgisi menen alınǵan ósimine teń. Eger reakciyanıń nátiyjesinde payda bolǵan c hám d bólekshelerdiń kinetikalıq energiyalarınıń qosındısı dáslepki a hám b bólekshelerdiń kinetikalıq energiyalarınıń qosındısınan úlken bolsa bolsa, onda Q > 0. Eger Q < 0 bolsa reakciyanıń nátiyjesinde payda bolǵan c hám d bólekshelerdiń ishki energiyalarınıń qosındısı reakciyaǵa shekemgi a hám b bólekshelerdiń kinetikalıq energiyalarınıń qosındısınan úlken. Solay etip Q > 0 shárti orınlanǵanda ishki energiyanıń kinetikalıq energiyaǵa aylanısı, al Q < 0 shárti ornı alsa kinetikalıq energiya jutıladı hám ishki energiyaǵa aylaladı.

Meyli Q > 0. Bunday jaǵdayda qálegen muǵdardaǵı, sonıń ishinde júdá kishi bolǵan kinetikalıq energiyada reakciya júredi. Q=0 bolǵanda da reakciyanıń júriwi múmkin.

Biraq Q < 0 shárti orın alǵanda basqasha jaǵday júzege keledi. Bul jaǵdayda reakciyanıń júriwi ushın kinetikalıq energiyanıń qosındısınıń belgili bir minimumı zárúrli boladı. Eger usı minimum bar bolmasa reakciya júrmeydi. Kinetikalıq energiyanıń bul minimumı absolyut mánisi boyınsha |Q| shamasına teń. Bul shama **reakciyanıń tabıldırıq energiyası** dep atladı.

Reakciyanıń tabıldırıq energiyası dep reakciyanıń júre alıwı ushın zárúrli bolǵan reakciyaǵa kirisetuǵın bólekshelerdiń kinetikalıq energiyasınıń minimallıq mánisine aytamız.

Aktivaciya energiyası. Q > 0 shárti orınlanǵanda reakciya qálegen kinetikalıq energiyanıń mánisinde júre alatuǵınlıǵın biz joqarıda kórdik. Biraq bul sózler reakciya haqıyqatında sózsiz júredi degendi ańlatpaydı. Mısalı eki protondı bir birine jetkilikli dárejede jaqınlstırsaq, onda olar tásirlese baslaydı. Usınıń nátiyjesinde deytron, pozitron, netrino payda boladı hám shaması 1,19 MeV bolǵan energiya bólinip shıǵadı. Bul reakciyada Q > 0. Biraq bul reakciyanıń baslanıwı ushın oń zaryadqa iye protonlar bir birine jaqındasqanda payda bolatuǵın Kulon iyterilis kúshin jeńiw kerek boladı. **Bul jaǵdayda reakciyanıń júriwi ushın protonlar belgili bir muǵdardaǵı kinetikalıq energiyaǵa iye bolıwı shárt. Bul kinetikalıq energiya reakciya júrgennen keyin de saqlanadı hám tek reakciyanıń júriwin ǵana támiyinleydi. Sonlıqtan bul energiyanı aktivaciya energiyası dep ataydı**.

Laboratoriyalıq sistemaǵa ótiw. Aktivaciya energiyası hám tabıldırıq energiya massalar orayı sistemasında anıqlanǵan. Soraw beriledi: eger tabıldırıq energiya massalar orayı sistemasında berilgen bolsa, onda onıń laboratoriyalıq sistemadaǵı mánisin qalay alıqlaymız? Bul sorawǵa álbette "massalar orayı sistemasınan laboratoriyalıq sistemaǵa ótiw kerek" dep juwap beriw kerek.

Usınday ótiwdi eki bólekSheniń soqlıǵısıw mısalında qaraymız. Ulıwma jaǵdayda relyativistlik formulalardı qollanıwdıń kerek ekenligi túsinikli. Massalar orayı sistemasına tiyisli bolǵan shamalardı "O" háripi menen, al laboratoriyalıq sistemaǵa tiyisli bolǵan shamalardı "L" háripi menen belgileymiz. Meyli laboratoriyalıq sistemada 2-bólekshe tınısh tursın, al 1-bólekshe oǵan kelip urılatuǵın bolsın. Massalar orayı sistemasında bóleksheler bir birine qaray qozǵaladı. Soqlıǵısıwdıń saldarınan jańa bólekshelerdiń payda bolıwı menen júretuǵın reakciyanıń bolıp ótiwi múmkin. Bul payda bolǵan bólekshelerdiń massalar orayı sistemasındaǵı energiyası $E_i'^{(0)}$. Bul reakciyanıń tabıldırıq energiyası Q ǵa, al massalar orayı sistemasında soqlıǵısıwshı bólekshelerdiń energiyası $E_1^{(O)}$ hám $E_2^{(O)}$ shamalarına teń.

Bunday jaǵdayda massalar orayı sistemasında reakciyanıń júzege keliw shárti (23.32) niń tiykarında

$$E^{(L)} = E_1^{(O)} + E_2^{(O)} + Q \geq \sum_i E_i'^{O} \tag{8.33}$$

túrine iye boladı. Q tabıldırıq energiyasına iye bolǵan massalar orayı sistemasındaǵı eki bólekshenі (8.33)-teńlik járdeminde anıqlanǵan $E^{(O)}$ ishki energiyasına iye bir bólekshe sıpatında qarawǵa boladı. Laboratoriyalıq sistemaǵa ótkende bul "bólekshe" bul sistemadaǵı birinshi bólekshenіń impulsine teń p_1 impulsine hám $E^{(O)}$ ishki energiyasına iye boladı. Demek laboratoriyalıq sistemaǵa ótkende (8.33)-teńliktegi $E^{(O)}$

$$E^{(L)} = \sqrt{c^2 p_1^2 + (E^{(O)})^2} \tag{8.34}$$

energiyasına túrlenedi. Ekinshi tárepten usı eki bólekshenіń óz aldına alınǵan energiyalarınıń qosındısı

$$E^{(L)} = \sqrt{c^2 p_1^2 + (E^{(O)})^2} + E_2^{(O)} \tag{8.35}$$

túrinde beriliwi múmkin. (8.34)- hám (8.35)- teńliklerden

$$\left(E^{(O)}\right)^2 = \left(E_1^{(O)}\right)^2 + \left(E_2^{(O)}\right)^2 + 2E_2^{(O)}\sqrt{c^2 p_1^2 + \left(E_1^{(O)}\right)^2} \tag{8.36}$$

ekenligi kelip shıǵadı. Laboratoriyalıq sistemada birinshi bólekshenіń kinetikalıq energiyası

$$E_{kin,1}^{(L)} = \sqrt{c^2 p_1^2 + \left(E_1^{(O)}\right)^2} - E_1^{(O)} \tag{8.37}$$

shamasına teń. (8.36)-teńlemeden $\sqrt{c^2 p_1^2 + \left(E_1^{(O)}\right)^2}$ shamasın tawıp hám onı (8.37)-teńlemege qoysaq

$$E_{kin,1}^{(L)} = \frac{\left(E^{(O)}\right)^2 - \left(E_1^{(O)}\right)^2 - \left(E_2^{(O)}\right)^2}{2E_2^{(O)}} - E_1^{(O)} = \frac{\left(E^{(O)}\right)^2 - \left(E_1^{(O)} - E_2^{(O)}\right)^2}{2E_2^{(O)}}. \tag{8.38}$$

(8.38) di paydalanıp (8.34) –ańlatpanı

$$E_{kin,1}^{(L)} \geq \frac{\left(E_i'^{(O)}\right)^2 - \left(E_1^{(O)} - E_2^{(O)}\right)^2}{2E_2^{(O)}} \tag{8.39}$$

túrinde kórsetiw múmkin. Bul tabıldırıq energiyanı laboratoriyalıq sistemada esaplaw ushın izlenip atırǵan teńsizlik bolıp tabıladı. Bul teńsizlikti eki proton qatnasatuǵın eń belgili bolǵan reakciyalardıń tabıldırıq energiyasın tabıw ushın qollanamız.

π^0 mezonlardıń tuwılıwınıń tabıldırıq energiyası. Eki proton soqlıǵısqanda

$$p + p = p' + p' + \pi^0 \tag{8.40}$$

sxeması boyınsha π^0 mezonlarınıń payda bolıwı múmkin. Bul ańlatpada p' arqalı basqa impuls penen energiyaǵa iye sol proton belgilengen. Protonnıń menshikli energiyası (tınıshlıqtaǵı energiyası) $E_p = m_p c^2 = 980$ MeV, al π^0 mezonnıń menshikli energiyası $E_{\pi^0} = 135$ MeV. Sonlıqtan (8.39)-teńsizlik tiykarında reakciya energiyasınıń tómendegidey tabıldırıq energiyasın tabamız:

$$E_{kin,1}^{(L)} \geq \frac{\left(2E_p + E_{\pi^0}\right)^2 - \left(2E_p\right)^2}{2E_p} = 280\ MeV. \tag{8.41}$$

Proton-antiproton jubınıń tuwılıwınıń tabıldırıq energiyası. Eki proton soqlıǵısqanda

$$p + p = p + p + p + \tilde{p} \tag{8.42}$$

sxeması boyınsha proton-antiproton jubı payda boladı. Bul ańlatpada $\tilde{p}$ arqalı antiprotonnıń belgisi belgilengen. Antiprotonnıń tınıshlıqtaǵı energiyası da protonnıń tınıshlıqtaǵı energiyasınday (sebebi olardıń massaları birdey). Sonlıqtan reakciyanıń tabıldırıq energiyası ushın (8.41)-teńsizligi

$$E_{kin,1}^{(L)} \geq \frac{\left(4E_p\right)^2 - \left(2E_p\right)^2}{2E_p} = 6E_p \approx 6\ GeV. \tag{8.43}$$

Soqlıǵısıwdı úyrengendegi eń baslı másele soqlıǵısıw processiniń ózinde emes, al onıń nátiyjesinde. Teoriyanıń aldında turǵan másele bólekshelerindiń soqlıǵısıwǵa shekemgi hám soqlıǵısıwdan keyingi xarakteristikaları arasındaǵı baylanıstı ornatıw máselesi bolıp tabıladı. Usınday baylanıs qalayınsha júzege keledi degen másele qarap shıǵılmaydı. Saqlanıw nızamları soqlıǵısıw processlerdin basqarmaydı. Bunday nızamlar soqlıǵısıwlar júzege kelgende ǵana basshılıqqa alınadı.

Bazı bir jumaqlar:

1. Soqlıǵısıw dep eki yamasa onnan da kóp materiallıq bólekshelerdiń, basqa da denelerdiń óz-ara tásirlesiwlerine aytamız. Bul tásirlesiwler keńisliktiń salıstırmalı kishi oblastında hám salıstırmalı kishi waqıt aralıǵında bolıp ótip, keńisliktiń bul oblastı menen waqıttıń usı aralıǵınıń sırtında sol deneler menen bólekshelerdiń dáslepki halları hám tásirlesiwden keyingi tásirlesiw orın almaytuǵın jaǵdaylardaǵı halları haqqında aytıwǵa boladı.

2. Soqlıǵısıwlar proceslerin izertlewde saqlanıw nızamları basshılıqqa alınadı (energiyanıń, impulstiń, impuls momentiniń saqnalıw nazamları).

3. Hár bir saqlanıw nızamı keńislik penen waqıttıń simmetriyası menen baylanıslı. Waqıttıń bir tekliligi energiyanıń, keńisliktiń bir tekliligi impulstiń, al keńisliktiń izotroplıǵı impuls momentiniń saqlanıwına alıp keledi.

4. Bóleksheler soqlıǵısqan oblasttaǵı bolıp ótken kubılıslar bizdi qızıqtırmaydı. Bizdi soqlıǵısıwshı bólekshelerdiń soqlıǵısıwǵa shekemgi hám soqlıǵısıwdan keyingi xarakteristikaları qızıqtıradı.

5. γ-kvant tınıshlıqta turǵan erkin elektron menen soqlıǵısqanda usı γ-kvanttıń energiyası menen impulsiniń tek bir bólegi ǵana elektronǵa beriledi. Usınıń nátiyjesinde γ-kvanttıń qozǵalıw baǵıtı ózgeredi hám ol óziniń energiyasınıń bir bólimin joǵaltadı.

6. Kompton effektinde jaqtılıqtıń energiyası ħω hám impulsi ħk bolǵan fotonlar dep atalatuǵın bólekshelerden turatuǵınlıǵı dálillenedi.

Sorawlar:

1. Soqlıǵısıwlardıń ulıwmalıq anıqlamasınıń fizikalıq mazmunı nelerden ibarat? Elementar bólekshelerdiń, bilyard sharlarınıń soqlıǵısıwında jáne Quyashtıń átirapınan kometa ótkendegi eń ulıwmalıq qubılıs nelerden ibarat?
2. Soqlıǵısıwǵa shekemgi hám soqlıǵısıwdan keyingi hallar degende neni túsiniw kerek?
3. Energiyanıń, impulstiń, impuls momentiniń saqlanıw nızamları haqqında nelerdi bilesiz?
4. Hár bir saqlanıw nızamı haqqında gáp etilgende keńislik penen waqıtqa baylanıslı bolǵan bazı bir simmetriyalardıń orın alıwı názerde tutıladı. Hár bir saqlanıw nızamı menen qanday simmetriya baylanısqan?
5. Massaları birdey bolǵan eki bólekshe soqlıǵısqan. Olardıń biri soqlıǵısıwǵa shekem tınıshlıqta turǵan. Soqlıǵısqannan keyin bóleksheler qanday múyesh penen tarqasadı.

9-sanlı lekciya. Súykelis kúshleri. Súykelistiń túrleri. Jabıskaq súykelis. Stoks formulası. Qurǵaq súykelis. Sırǵanawdaǵı súykelis. Dumalanıwdaǵı súykelis

Qurǵaq súykelis (dry friction). Eger eki dene óz betleri menen bazı bir basım astında tiyisip turatuǵın bolsa, onda usı tiyisetuǵın betke urınba baǵıtında kishi kúsh túskeni menen bul deneler bir birine salıstırǵanda qozǵalısqa kelmeydi (9-1 súwret). Jıljıwdıń baslanıwı ushın kúshtiń mánisi belgili bir minimal shamadan asıwı kerek. **Deneler bir biri menen belgili basım menen tiyisip turatuǵın bolsa, onda olardı bir birine salıstırǵanda jıljıtıw ushın usı jıljıwǵa qarsı qartılǵan kúshten úlken kúsh túsiriw kerek. Bul kúshler tınıshlıqtaǵı súykelik kúshleri dep ataladı**. Jıljıwdıń baslanıwı ushın sırtqı tangensial baǵıtlanǵan kúshtiń mánisi belgili shamadan artıwı kerek. Solay etip tanashlıqtaǵı súykelis kúshi $f_{tınısh}^{max}$ nolden baslap bazı bir maksimum shaması $f_{tınısh}^{max}$ mánisine shekem ózgeredi. Bul kúsh sırttan túsirilgen kúshtiń mánisine teń. Baǵıtı boyınsha qarama-qalsı bolıp, sırtqı kúshti teńlestiredi. Súykelis kúshi basımǵa, deneniń materialına, bir birine tiyisip turǵan betlerdiń tegisligine baylanıslı.

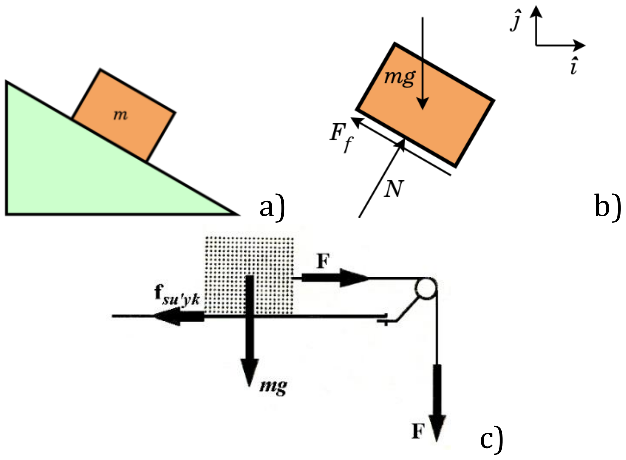
	μ_s	μ_k
Rubber on concrete	1.0	0.8
Steel on steel	0.74	0.57
Aluminum on steel	0.61	0.47
Glass on glass	0.94	0.4
Copper on steel	0.53	0.36
Wood on wood	0.25–0.5	0.2
Waxed wood on wet snow	0.14	0.1
Waxed wood on dry snow	—	0.04
Metal on metal (lubricated)	0.15	0.06
Teflon on Teflon	0.04	0.04
Ice on ice	0.1	0.03
Synovial joints in humans	0.01	0.003

Note: All values are approximate. In some cases, the coefficient of friction can exceed 1.0.

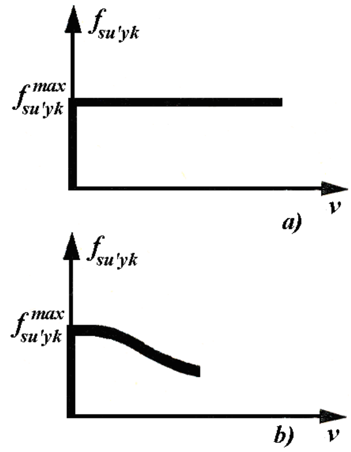
Hár qanday materiallar ushın súykelis koefficientleriniń mánisleri.

Sırtqı tangensial kúsh $f_{tınısh}^{max}$ ten úlken mániske iye bolsa tiyip turǵan betler boyınsha jıljıw baslanadı. **Bul jaǵdayda súykelis kúshi tezlikke qarsı baǵıtlanǵan**. Kúshtiń san shaması tegislengen betler jaǵdayında kishi tezliklerde tezlikke baylanıslı bolmaydı hám $f_{tınısh}^{max}$ shamasına teń. Súykelis kúshiniń tezlikke ǵárezliligi 9-2 a súwrette kórsetilgen. $v \neq 0$ bolǵan barlıq tezliklerde súykelis kúshi anıq mániske hám baǵıtqa iye. v=0 de onıń shaması bir mánisli anıqlanbaydı hám sırttan túsirilgen kúshke baylanıslı boladı.

Biraq súykelis kúshleriniń tezlikten ǵárezsizligi úlken emes tezliklerde baqlanadı. 9-2 b súwrette kórsetilgendey tezlik belgili bir shamaǵa shekem óskende súykelis kúshleri tınıshlıqtaǵı súykelis kúshiniń shamasına salıstırǵanda kemeyedi, al keyin artadı.



9-1 súwret. Qurǵaq súykeliske mısallar.

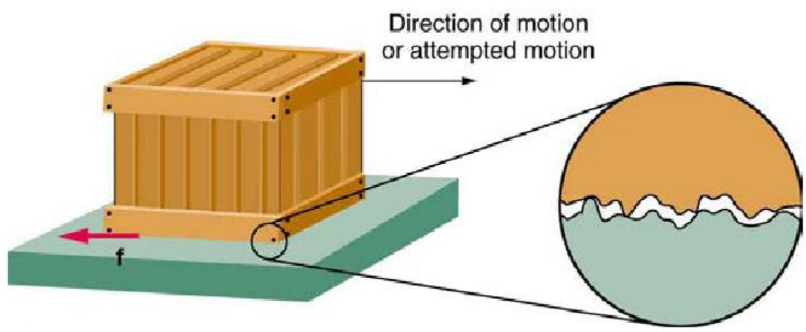


9-2 súwret. Qurǵaq súykelis kúshiniń tezlikke baylanıslılıǵı. Ordinata kósherlerine tezlikke qarsı baǵıtlanǵan kúsh qoyılǵan.

Qarap atırǵan súykelis kúshleriniń ózine tán ayırmashılıǵı sol kúshlerdiń bir birine tiyisip turǵan betlerdiń bir birine salıstırǵandaǵı tezligi nolge teń bolǵanda da joǵalmaytuǵınlıǵı bolıp tabıladı. Usınday súykelis qurǵaq súykelis dep ataladı. Joqarıdaǵı 9-1 súwrette jaǵdaydaǵı súykelis kúshi

$$f_s = k'mg$$

formulası menen beriledi (yaǵnıy ***súykelis kúshiniń shaması deneniń salmaǵına tuwrı proporcional***). Bul ańlatpada k' arqalı súykelis koefficienti dep atalatuǵın koefficient belgilengen. Bul koefficient $\frac{f_s}{mg}$ nıń mánisi ádette eksperimentte anıqlanadı.



Súykelis kúshiniń payda bolıw sebebin túsindiretuǵın súwret.

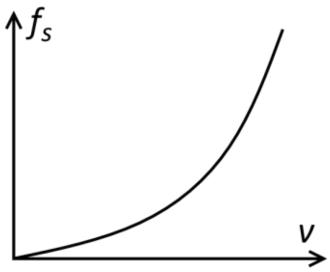
Qurǵaq súykelistiń bolıwı bir birine tiyisip turǵan betlerdegi atomlar menen molekulalardıń óz-ara tásirlesiw menen baylanıslı. Al atomlar menen molekulalar bir biri menen tábiyatı elektromagnit kúshler menen tásirlesedi. Sonlıqtan qurǵaq súykelis elektromagnit tásirlesiwdiń nátiyjesinde payda boladı dep juwmaq shıǵaramız.

Suyıq súykelis (fluid friction). Eger biri birine tiyip turǵan betlerdi maylasaq, onda jıljıw derlik nolge teń kúshlerdiń tásirinde-aq ámelge asa baslaydı. Bul jaǵdayda, mısalı metaldıń qattı betleri bir biri menen tásirlespey, betlerge maylaǵında jaǵılǵan may plenkası tásirlesedi. **Tınıshlıqtaǵı súykelis kúshi bolmaytuǵın bunday súykelis suyıq súykelis kúshi dep ataladı**. Gazde yamasa suyıqlıqta metal sharik júdá kishi kúshlerdiń tásirinde qozǵala aladı.

Suyıq súykelis kúshiniń tezlikke ǵárezliligi 9-3 súwrette kórsetilgen. Kúshtiń kishi mánislerinde súykelis kúshiniń mánisi tezlikke tuwrı proporcional, yaǵnıy

$$f_s = -kv.$$

Bul formulada k arqalı proporcionallıq koefficienti belgilengen. Onıń mánisi suyıqlıq yamasa gazdiń qásiyetlerine, deneniń geometriyalıq táriyiplemelerine, deneniń betiniń qásiyetlerine baylanıslı. v arqalı deneniń tezligi belgilengen.



9-3 súwret.
f_s suyıq súykelis kúshiniń v tezlikke baylanıslılıǵı. Ordinata kósherine tezlikke qarama-qarsı baǵıtlanǵan kúshler qoyılǵan.

Qattı deneler gazde yamasa suyıqlıqta qozǵalǵanda súykelis kúshlerinen basqa denelerdiń tezligine qarama-qarsı baǵıtlanǵan **qarsılıq kúshleri** de orın aladı. Bul kúshler tutas deneler mexanikasında úyreniledi.

Súykelis kúshleriniń jumısı. Tınıshlıqtaǵı súykelis kúshleriniń jumısı nolge teń. Qattı betlerdiń sırǵanawında súykelis kúshleri orın almastırıwǵa qarsı baǵıtlanǵan. Onıń jumısı teris belgige iye. Bul jaǵdayda kinetikalıq energiya bir biri menen súykelisetuǵın betlerdiń ishki energiyasına aylanadı - onday betler qızadı. Suyıq súykeliste de kinetikalıq energiya jallılıq energiyasına aylanadı. Sonlıqtan **súykelis bar bolǵandaǵı qozǵalıslarda energiyanıń saqlanıw nızamı kinetikalıq hám potencial energiyalardıń qosındısınıń turaqlı bolıp qalatuǵınlıǵınan turmaydı**. Súykelis barda usı eki energiyanıń qosındısı kemeyedi. Energiyanıń ishki energiyaǵa aylanıwı ámelge asadı.

Suyıq súykelis bar jaǵdaydaǵı qozǵalıs. Qurǵaq súykeliste tezleniw menen qozǵalıs súykelis kúshinniń maksimal mánisinen artıq bolǵanda ámelge asadı. Bunday jaǵdaylarda turaqlı sırtqı kúshtiń tásirinde dene tárepinen alınatuǵın tezlik sheklenbegen. **Suyıq súykelis bolǵanda jaǵday basqasha**. Bunday jaǵdayda turaqlı kúsh penen dene tek ǵana **sheklik dep atalatuǵın tezlikke** shekem tezletedi. Usınday tezlikke jetkende $f_s = kv$ súykelis kúshi sırttan túsirilgen kúshti teńlestiredi hám dene teń ólshewli qozǵala baslaydı. Sonlıqtan sheklik tezlik ushın $v_{shek} = \frac{f_s}{k}$ formulasın qollanıw múmkin.

Stoks formulası. Suyıq súykelis kúshin esaplaw quramalı másele bolıp tabıladı. Súykelis kúshi suyıqlıqta qozǵalıwshı deneniń formasına hám **suyıqlıqtıń jabısqaqlıǵına** baylanıslı. Úlken emes shar tárizli deneler ushın bul kúsh **Stoks formulası** járdeminde anıqlanıwı múmkin:

$$f_s = 6\pi\mu r_0 v. \qquad (9.1)$$

Bul ańlatpada r_0 arqalı shardıń radiusı, μ arqalı jabısqaqlıq koefficienti (yamasa dinamikalıq jabısqaqlıq) beliglengen. Hár bir suyıqlıq ushın jabısqaqlıq koefficientiniń mánisi fizikalıq kestelerden alınadı.

Stoks formulası kóp jaǵdaylar ushın qollanıladı. Mısalı, eger kúsh berilgen, al shekli tezlik tájiriybede anıqlanǵan bolsa, onda shardıń radiusın anıqlaw múmkin. Eger shardıń radiusı belgili bolsa, shekli tezlikli anıqlap kúshti tabadı.

SHekli tezlikke jaqınlaw. Bir ólshemli keńislikte súykelis kúshleri bar jaǵdaylarda deneniń qozǵalısı

$$m\frac{dv}{dt} = f_0 - kv \tag{9.2}$$

teńlemesi menen táriyiplenedi. f_0 kúshin turaqlı dep esaplaymız. Meyli t=0 waqıt momentinde tezlik $v = 0$ bolsın. Teńlemeniń sheshimin integrallaw arqalı tabamız:

$$\int_0^v \frac{dv}{1 - \frac{k}{f}v} = \frac{f_0}{m}\int_0^t dt. \tag{9.3}$$

Bul ańlatpadan

$$\frac{f_0}{m}\ln\left(1 - \frac{k}{f}v\right) = \frac{f_0}{m}t$$

qatnasına iye bolamız.

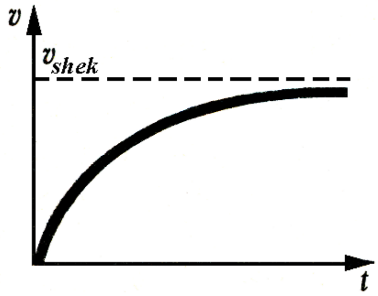
Bul ańlatpanı potenciallaǵannan (logarifmdi joǵaltqannan) keyin

$$v(t) = \frac{f_0}{m}\left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right) \tag{9.4}$$

formulasın alamız. Bul baylanıs grafigi 9-4 súwrette kórsetilgen. $v(t)$ tezligi 0 den $v_{shek} = \frac{f_0}{k}$ shamasına shekem eksponencial nızam boyınsha ósedi. Eksponenta óziniń kórsetkishine kúshli ǵárezlilikke iye. Kórsetkishtiń shaması -1 ge jetkende nolge umtılıw orın aladı. Sonlıqtan kórsetkish -1 ge teń bolaman degenshe ótken τ waqıtı ishinde tezlik belgili bir shekli mánisine iye boladı dep esaplawǵa boladı. Bul shamanıń mánisin $\frac{k\tau}{m}$ shártinen anıqlanıw múmkin. Bunnan $\tau = \frac{m}{k}$. SHar tárizli deneler ushın Stoks formulası boyınsha $k = 6\pi\mu r_0$. SHardıń kólemi $\frac{4}{3}\pi r_0^3$ bolǵanlıqtan shekli tezlikke shekem jetiw waqıtı mınaǵan teń boladı:

$$\tau = \frac{m}{6\pi\mu r_0} = \frac{2}{9}\rho_0\frac{r_0^2}{\mu}. \tag{9.5}$$

Bul ańlatpada ρ_0 arqalı deneniń tıǵızlıǵı belgilengen. Glicerin ushın $\mu \approx 14\frac{g}{sm \cdot s}$. Sonlıqtan tıǵızlıǵı $\rho_0 \approx 8$ g/sm^3, radiusı $r_0 \approx 1$ sm bolǵan polat shar $\tau \approx 0{,}13$ s ishinde shekli tezligine jetedi. Eger $r_0 \approx 1$ mm bolǵanda waqıt shama menen 100 ese kishireyedi.



9-4 súwret.
Suyıq súykelis orın alǵan jaǵdaydaǵı tezliktiń shekli mánisine jaqınlasıwı.

Denelerdiń hawada qulap túsiwi. Deneler hawada ádewir úlken bolǵan tezliklerde qulap túskende jabısqaqlıq súykelis kúshleri menen bir qatar aerodinamikalıq sebeplerge baylanıslı kelip shıǵatuǵın kúshler de orın aladı. Bunday kúshlerdiń tábiyatı tutas deneler mexanikasında tolıǵıraq úyreniledi. Biz bul jerde hawanıń denelerdiń qozǵalısına qarsılıq jasaw kúshiniń tezlikke proporcional ekenligin ańǵaramız. Deneler hawada erkin túsiw barısında salmaq kúshiniń shaması menen hawanıń qarsılıq kúshiniń shaması óz-ara teńleskende tezliktiń sheklik mánisi ornaydı. Mısal retinde aerostattan sekirgen parashyutshınıń parashyut ashılaman degenshe erkin túsiwin qarayıq (biz házir tınısh turǵan aerostattan sekirgen adam haqqında gáp qılıp atırmız, eger adam ushıp baratırǵan samolettan sekirgende basqa jaǵdaylar orın alǵan bolar edi). Tájiriybeler hawada qulap túsip baratırǵan adam ushın tezliktiń sheklik mánisiniń shama menen 50 m/s ekenligin kórsetedi. Tezliktiń sheklik mánisi bolǵan $v_{shek} \approx 50$ m/s shamasın qabıl etemiz (álbette bul mánis parashyutshınıń massasına, adamnıń ólshemlerine de, adam denesiniń qulap túsiw baǵıtına salıstırǵandaǵı jaylasıwına da, atmosferalıq sharayatlarǵa, basqa da sebeplerge baylanıslı ekenligin ańsat ańǵaramız). X kósherin joqarı vertikal baǵıtına qaray baǵıtlaymız, al koordinata bası bolǵan $x = 0$ noqatın Jer betiniń qáddinde alamız. Biz qarap atırǵan jaǵdaylarda (biz qarap atırǵan tezliklerdiń mánislerinde) hawanıń qarsılıǵı tezlikke proporcional bolǵanlıqtan qozǵalıs teńlemesin bılayınsha jaza alamız:

$$m\dot{v} = m\ddot{x} = -mg + \kappa v^2. \qquad (9.6)$$

Bul ańlatpada κ arqalı súykelis koefficienti ańlatılǵan (álbette $\kappa > 0$). Tezliktiń sheklik mánisi v_{shek} shaması belgili dep esaplap, usı mánis arqalı súykelik koefficienti κ nı ańlatamız. SHekli tezlik penen júriwshi teń ólshewli qozǵalıs ushın mınaǵan iye bolamız:

$$m\ddot{x} = 0 = -mg + \kappa v_{shek}^2.$$

Bunnan $\kappa = \frac{mg}{v_{shek}^2}$ shamasın alamız. Bul ańlatpanı esapqa alıp (9.6) nı bılayınsha qaytadan jazamız:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{g}{v_{shek}^2}(v_{shek}^2 - v^2).$$

Alınǵan ańlatpanı integrallap

$$\int_0^v \frac{dv}{v_{shek}^2 - v^2} = -\frac{g}{v_{shek}^2}\int_0^t dt$$

hám

$$\frac{1}{2v_{shek}} \ln\frac{v_{shek}^2 + v^2}{v_{shek}^2 - v^2} = -\frac{g}{v_{shek}^2} t$$

ańlatpaların alamız. Eger usı ańlatpalardı potenciallasaq tezlik ushın

$$v = -v_{shek}\frac{1 - \exp\left(-\frac{2gt}{v_{shek}}\right)}{1 + \exp\left(-\frac{2gt}{v_{shek}}\right)} \qquad (9.7)$$

ańlatpasına iye bolamız. Qulap túsiwdiń dáslepki dáwiri ushın (bul dáwirde $\frac{2gt}{v_{shek}} << 1$) eksponentanı qatarǵa jayıw hám qatardıń t boyınsha sızıqlı aǵzası menen shekleniw múmkin. Bunday jaǵdayda

$$\exp\left(-\frac{2gt}{v_{shek}}\right) \approx 1 - \frac{2gt}{v_{shek}}. \qquad (9.8)$$

Demek (9.7)-formuladan

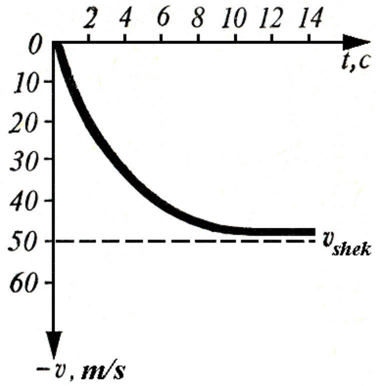
$$v = -gt$$

baylanısın alamız hám qulawdıń dáslepki dáwirlerinde ádettegi erkin túsiwdiń orın alatuǵınlıǵın kóremiz. Demek bunday jaǵdayda hawanıń qarsılıǵı hesh qanday áhmiyetke iye bolmaydı eken.

Tezliktiń artıwı menen hawanıń qarsılıq kúshiniń mánisi ósedi hám tezliktiń sheklek mánislerine jaqın tezliklerde bul kúsh anıqlawshı kúshke aylanadı. Bunday jaǵdaylarda $\frac{2gt}{v_{shek}} >> 1$ hám sonlıqtan (9.7)-formulanıń bólimindegi eksponentanı esapqa almawǵa boladı. Sonlıqtan (9.7)-formula mına túske enedi:

$$\frac{v_{shek} - v}{v_{shek}} = \exp\left(-\frac{2gt}{v_{shek}}\right). \qquad (9.9)$$

Solay etip t= 10 sekundta tezlik tezliktiń sheklik mánisinen shama menen $e^{-4} \approx \frac{1}{50}$ shamasına, yaǵnıy 1 m/s qa parıq qıladı eken. Sonlıqtan parashyutshı sekirgen momentten 10 sekund ótkennen keyin sheklik tezlikke jetedi dep esaplawǵa boladı. Parashyutshınıń tezliginiń waqıttan ǵárezliligi 9-5 súwrette keltirilgen.



9-5 súwret.
Parashyutshınıń erkin túsiwindegi tezliktiń waqıttan ǵárezliligi.

(9.7)-ańlatpanıń eki bólimin de waqıt boyınsha integrallap parashyutshınıń qulap túsiwdiń barısında ótken jolın tabamız:

$$\int_0^i v\,dt = -v_{shek}\int_0^t \frac{1-\exp\left(-\frac{2gt}{v_{shek}}\right)}{1+\exp\left(-\frac{2gt}{v_{shek}}\right)}dt = \tag{9.10}$$

$$= -v_{shek}\int_0^t 1-\frac{2\exp\left(-\frac{2gt}{v_{shek}}\right)}{1+\exp\left(-\frac{2gt}{v_{shek}}\right)}dt.$$

Endi

$$-\frac{2\exp\left(-\frac{2gt}{v_{shek}}\right)}{1+\exp\left(-\frac{2gt}{v_{shek}}\right)} = \frac{v_{shek}}{2g}d\ln\left[1-\exp\frac{2gt}{v_{shek}}\right]$$

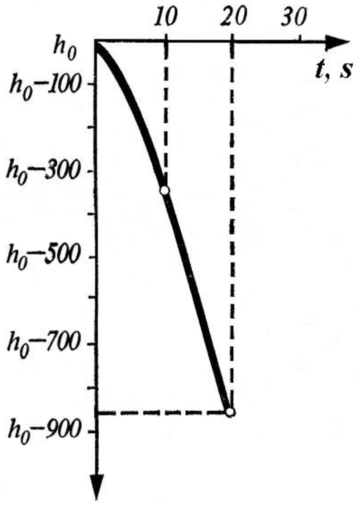
hám

$$vdt = dx$$

ekenligin esapqa alıp (9.10) ańlatpasınan

$$h_0 - x = v_{shek}\left[t-\frac{v_{shek}}{g}\ln\frac{2}{1+\exp\left(-\frac{2gt}{v_{shek}}\right)}\right] \tag{9.11}$$

formulasın alamız. Bul formulada h_0 arqalı parashyutshı qulap túse baslaytuǵın biyiklik belgilengen. (9.11) den 10 s waqıt ishinde parashyutshınıń shama menen 300 mektr joldı ótetuǵınlıǵına iye bolamız. Bunnan keyin parashyut ashılaman degenshe parashyutshı tezliktiń sheklik mánisindey turaqlı tezlik penen teń ólshewli qozǵaladı (9-6 súwret).



9-6 súwret.
Parashyutshınıń erkin túsiwindegi ótken joldıń waqıttan ǵárezliligi.

Ashıq parashyut penen erkin túsiwshi parashyutshınıń tezliginiń sheklik mánisi 10 m/s shamasınan ádewir kishi. Sonlıqtan parashyut ashılǵanda parashyutshınıń tezligi tezden 50 m/s shamasınan 10 m/s shamasına shekem kishireyedi. Bul qubılıs (parashyutshınıń tezliginiń kishireyiwi) úlken tezleniwdiń payda bolıwı hám usıǵan sáykes parashyutshıǵa úlken kúshtiń tásir etiwi menen júzege keledi. Bul kúshlerdiń tásir etiwin **dinamikalıq soqqı** dep ataydı.

Ádette úlken tezlikler menen ushıwshı samolettıń tezligi sekundına bir neshe júzlegen metrlerge jetedi. Sonlıqtan tınısh turǵın aerostattan sekirgen parashyutshı haqqında aytılǵanlar bul jaǵdayda bir qansha basqasha boladı.

Bazı bir juwmaqlar:

1. Deneler bir biri menen belgili basım menen tiyisip turatuǵın bolsa, onda olardı bir birine salıstırǵanda jıljıtıw ushın usı jıljıwǵa qarsı qartılǵan kúshten úlken kúsh túsiriw kerek. Bul kúshler tınıshlıqtaǵı súykelik kúshleri dep ataladı

2. Tınıshlıqtaǵı súykelis kúshi bolǵan $f_{tınısh}$shamasınıń mánisi nolden bazı bir $f_{tınısh}^{max}$ shamasına shekem ózgeredi hám ol denege túsiken sırtqı kúshtiń mánisine teń. Onıń baǵıtı sırtkı kúshtiń baǵıtına qarama-qarsı hám onı teńlestirip turadı. Usınıń saldarınan deneler qozgalısqa kelmeydi hám bir tegisliktiń ekinshi tegisliktiń beti menen jıljıwı júzege kelmeydi.

3. Súykelis kúshiniń tezliktiń mánisinen ǵárezsizligi júdá úlken bolmaǵan tezliklerde, barlıq denelerde emes hám bettiń tegisleniwiniń tek belgili bir sapasında ǵana orın aladı.

4. Bir biri menen tiyisip turǵan betlerdiń salıstırmalıq tezligi nolge teń bolǵanda da súykelis kúshi nolge aylanbaydı. Bunday súykelisti qurǵaq súykelis dep ataydı.

5. Tınıshlıqtaǵı súykelis orın almaytuǵın súykelisti suyıq súykelis kúshi dep ataydı.

6. Suyıq súykelistiń ózine tán ózgesheligi qozgalıs nolge teń bolganda súykelis kúshleriniń pútkilley joǵalıwınan ibarat.

7. Súykelis kúshleri qatnasatuǵın qozǵalıslarda energiyanıń saqlanıw nızamı kinetikalıq energiya menen potencial energiyalardıń qosındısı turaqlı bolıp qalıwınan ibarat emes. Súykelis orın alǵanda bul qosındınıń (summanıń) mánisi kishereyedi, energiyalarınıń bir bólimi súykelisetuǵın denelerdiń ishki energiyaǵa aylanadı.

8. Suyıq súykelis bar bolǵan jaǵdaylardaǵa qozǵalıstıń ózine tán ózgesheligi túsken kúshtiń mánisine baylanıslı bolǵan tezliktiń shekli mánisiniń bar bolıwınan ibarat. Qurǵaq súykeliste tezliktiń sheklik mánisi bolmaydı.

Sorawlar:

Dene qozǵalmay turǵanda qurǵaq súykelis kúshi nege teń hám qalay qarap baǵıtlanǵan?
Deneniń tezligi nolge teń bolǵanda suyıq súykelis kúshi nege teń?
Qurǵaq súykelis kúshi tezlikke qalay baylanıslı?
Suyıq súykelis kúshi tezlikke qalay baylanıslı?
Hawada qulap túskende adamnıń shama menen alınǵan shekli tezligi nege teń?

10-sanlı lekciya. Inerciallıq emes sistemalardaǵı denelerdiń qozǵalısı. Múyeshlik tezlik hám sızıqlı tezlik vektorları arasındaǵı baylanıs. Aylanbalı qozǵalıstaǵı sistemada denege tásir etiwshi inerciya kúshleri

Qarap shıǵılatuǵın tiykarǵı máseleler:

Inercial emes esaplaw sistemalarınıń anıqlaması. Inercial emes esaplaw sistemalarındaǵı keńislik penen waqıt. Inerciya kúshleri. Tuwrı sızıqlı qozǵalıwshı inercial emes esaplaw sisteması. Arba ústindegi mayatnik. Lyubimov mayatnigi. Salmaqsızlıq.

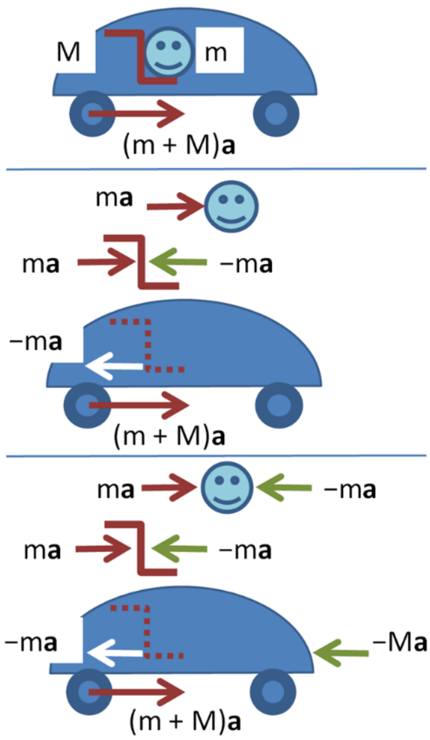
Inercial emes esaplaw sistemalarınıń anıqlaması. Esaplawdıń inercial emes sisteması dep inercial esaplaw sistemasına salıstırǵanda tezleniwshi qozǵalatuǵın esaplaw sistemasına aytamız. Esaplaw sisteması absolyut qattı dep qabıl etilgen dene menen baylanıstırıladı. Qattı deneniń tezleniwshi qozǵalısı ilgerilemeli hám aylanbalı qozǵalıslardı óz ishine qamtıydı. Sonlıqtan eń ápiwayı inercial emes esaplaw sistemaları bolıp tuwrı sızıqlı tezleniwshi hám aylanbalı qozǵalıs jasaytuǵın sistemalar bolıp tabıladı.

Inercial emes esaplaw sistemalarındaǵı keńislik penen waqıt. Inercial esaplaw sistemasında hámme baqlawshı ushın ulıwmalıq bolǵan waqıt túsinigi joq. Sonlıqtan da bir noqatta baslanıp ekinshi noqatta tamam bolatuǵın waqıyalardıń qansha waqıt dawam etkenligin aytıw anıq emes. Hár qanday noqatlardaǵı ornatılǵan saatlardıń júriw tezligi hár qıylı bolǵanlıqtan usınday processlerdiń ótiw waqtınıń uzınlıǵı da mániske iye bolmay shıǵadı. Sonıń menen birge denelerdiń uzınlıqların ólshew mashqalası da quramalasadı. Mısalı eger hár qıylı noqatlardaǵı bir waqıtlıq máselesi ele tolıq sheshilmegen bolsa, onda qozǵalıwshı deneniń uzınlıǵın anıqlaw ogada qıyın boladı.

Eger menshikli waqıttıń intervalınıń tezleniwdiń mánisinen ǵárezsiz ekenligin basshılıqqa alatuǵın bolsaq bul qıyınshılıqtı belgili bir dárejede aylanıp ótiwge boladı. Biraq bul haqqında biz bul jerde gáp etpeymiz. Sebebi biz kishi tezliklerdi qaraw menen sheklenemiz hám sonlıqtan Galiley túrlendiriwlerin paydalanamız. Bunday jaǵdaylarda inercial emes sistemalardaǵı keńislik-waqıtlıq qatnaslar inercial esaplaw sistemasındaǵı keńislik-waqıtlıq qatnaslarday dep juwıq túrde esaplawǵa boladı.

Inerciya kúshleri. Inercial esaplaw sistemasındaǵı denelerdi tezleniw menen qozǵalıwga alıp keletuǵın birden bir sebep basqa deneler tárepinen tásir etetuǵın kúshler bolıp tabıladı. Kúsh barlıq waqıtta materiallıq deneler tárepinen óz-ara tásir etisiwdiń nátiyjesi bolıp tabıladı.

Inercial emes sistemalarda jaǵday basqasha. Bul jaǵdayda esaplaw sistemasınıń qozǵalıs halın ápiwayı túrde ózgertiw arqalı deneni tezlendiriw múmkin. Mısal retinde tezleniwshi avtomobilge baylanıslı bolǵan inercial emes esaplaw sistemasın alıwǵa boladı. Avtomobildiń tezligi Jerdiń betine salıstırǵanda ózgergende bul esaplaw sistemasında barlıq aspan deneleri sáykes tezleniw aladı. Álbette bul tezleniw barlıq aspan denelerine basqa deneler tárepinen qanday da bir kúshtiń tásir etiwiniń aqıbeti emes. Solay etip inercial emes esaplaw sistemalarında inercial esaplaw sistemalarındaǵı belgili bolǵan kúshler menen baylanıslı bolmaǵan tezleniwler orın aladı. Nátiyjede inercial emes esaplaw sistemalarında Nyutonnıń birinshi nızamı haqqında gáp etiw mániske iye bolmaydı. Materiallıq denelerdiń bir birine tásiri boyınsha Nyutonnıń úshinshi nızamı orınlanadı. Biraq inercial emes esaplaw sistemalarında denelerdiń tezleniwleri materiallıq denelerdiń tásirlesiwiniń "ádettegidey" kúshlerdiń tásirinde bolmaytuǵın bolǵanlıqtan Nyutonnıń úshinshi nızamı anıq fizikalıq mánisin joǵaltadı.



Joqarǵı súwret: Massası M bolǵan avtomobildiń ishinde massası m ge teń passajir otır. Kósherge túsetuǵın kúshtiń shaması $(M+m)\boldsymbol{a}$ shamasına teń boladı.
Inerciallıq esaplaw sistemasında bul kúsh avtomobil menen passajirge tásir etetuǵın birden bir kúsh bolıp tabıladı.
Ortadaǵı súwret: Avtomobil menen passajir ayırıp kórsetilgen. Passajirge ma kúshi tásir etedi. Al otırǵısh bolsa (onıń massasın júdá kishi dep esaplayıq) ma kúshiniń tásirinde qısıladı. Avtomobilge tezleniw menen baylanıslı bolǵan $M\boldsymbol{a}$ kúshi tásir etedi. Tómengi súwret: Avtomobildiń tezleniwi nolge teń bolǵan inerciallıq emes sistemada. Bul jaǵdayda sistemaǵa salıstırǵanda avtomobil tezleniw almaydı. Biraq bunday sistemada avtomobilge hám passajirge $(M+m)\boldsymbol{a}$ kúshi, al otırǵısh passajirge $m\boldsymbol{a}$ kúshi menen tásir etedi. Al passajir bolsa óz gezeginde otırǵıshqa $-m\boldsymbol{a}$ kúshi menen tasir etedi.

Inercial emes sistemalardaǵı qozǵalıs teoriyasın dúzgende inercial esaplaw sistemalar ushın payda bolǵan kóz-qaraslardı pútkilley ózgertiw jolı menen jumıs alıp barıwǵa bolar edi. Mısalı denelerdiń tezleniwi tek kúshlerdiń tásir etiwiniń nátiyjesinde payda boladı dep esaplamay, al kúshlerge hesh qanday qatnası joq basqa bir faktorlardıń nátiyjesinde payda boladı dep esaplaw múmkin. Biraq fizikanıń rawajlanıw tariyxında basqa jol saylap alınǵan: tezleniw menen ádettegi kúshler arasındaǵı qatnas qanday bolatuǵın bolsa házir ǵana aytılǵan basqa bir faktorlardıń ózi de tezleniw menen tap sonday qatnastaǵı kúsh sıpatında qabıl etilgen. Usınday kóz-qarasta **inercial emes esaplaw sistemalarında da inercial esaplaw sistemalarındaǵıday tezleniwler tek kúshlerdiń tásirinde júzege keledi dep esaplanadı. Biraq bul kóz-qaras boyınsha tásirlesiwdiń "ádettegi" kúshleri menen bir qatar inerciya kúshleri dep atalatuǵın ayrıqsha tábiyatqa iye kúshler bar dep esaplanadı**. Bunday jaǵdayda Nyutonnıń ekinshi nızamı ózgerissiz qollanılıp, tek tásirlesiw kúshleri menen bir qatarda inerciya kúshlerin esapqa alıw kerek boladı. Inerciya kúshleriniń bar bolıwı inercial emes esaplaw sistemalarınıń inercial esaplaw sistemalarına salıstırǵandaǵı tezleniw menen qozǵalısınıń saldarı bolıp tabıladı. Inercial emes esaplaw sistemalarındaǵı bar haqıyqıy tezleniwlerdi ádettegi tásirlesiw kúshleri menen tolıq túsindiriw múmkin bolmaǵan jaǵdylarda sol tezleniwlerdi támiyinlew ushın inerciya kúshleri paydalanıladı. Sonlıqtan inercial emes sistemalar ushın Nyutonnıń ekinshi nızamı bılayınsha jazıladı:

$$m\boldsymbol{a}' = \boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_{in}.$$

Bul ańlatpada $\boldsymbol{a}'$ arqalı inercial emes esaplaw sistemasındaǵı tezleniw, $\boldsymbol{F}$ arqalı "ádettegi" kúshler, al $\boldsymbol{F}_{in}$ arqalı inerciya kúshi belgilengen.

Inerciya kúshleriniń haqıyqatında da bar ekenligi. Inercial emes esaplaw sistemalarındaǵı tezlinewlar qanday dárejede haqıyqıy bolsa inerciya kúshleriniń bar ekenligi de tap sonday mániste haqıyqat. Bul kúshler tereńirek mániste de haqıyqat: inercial emes esaplaw sistemalarındaǵı fizikalıq qubılıslardı úyrengende inerciya kúshleriniń ayqın fizikalıq tásirlerin kórsetiw múmkin. Mısalı poezddıń vagonında inerciya kúshleri passajirlerdin jaraqatlanıwına alıp kele aladı. Bunday mısallardı kóplep keltiriw múmkin hám bul haqıyqıy nátiyje bolıp tabıladı.

Inercial esaplaw sistemasına salıstırǵandaǵı $\boldsymbol{a}$ tezleniwdi **absolyut tezleniw** dep ataydı. Al inercial emes esaplaw sistemalarına salıstırǵandaǵı $\boldsymbol{a}'$ tezleniwdi **salıstırmalı tezleniw** dep ataymız.

Inerciya kúshleri tek inercial emes esaplaw sistemalarında ǵana bar boladı. Inercial emes esaplaw sistemalardaǵı bunday kúshlerdi qozǵalıs teńlemelerine kirgiziw, olardı fizikalıq qubılıslardı túsindiriw ushın paydalanıw durıs hám zárúrli bolıp tabıladı. Biraq inercial esaplaw sistemalarındaǵı qozǵalıslardı tallawda inerciya kúshleri túsinigin paydalanıw qátelik bolıp tabıladı. Sebebi bunday sistemalarda inerciya kúshleri pútkilley joq.

Tuwrı sızıqlı qozǵalıwshı inercial emes esaplaw sistemaları. Meyli inercial emes sistema inercial sistemanıń x kósheri baǵıtında tuwrı sızıqlı qozǵalsın (1 súwret). Bul jaǵdayda koordinatalar arasındaǵı baylanıstıń

$$x = x_0 + x', \qquad y = y', \qquad z = z', \qquad t = t'. \tag{10.1}$$

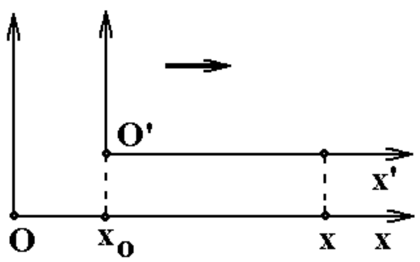
formulaları menen beriletugınlıǵı óz-ózinen túsinikli. Bunnan

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx_0}{dt} + \frac{ax'}{dt}, \qquad v = v_0 + v', \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt} = \frac{dz}{dz'}. \tag{10.2}$$

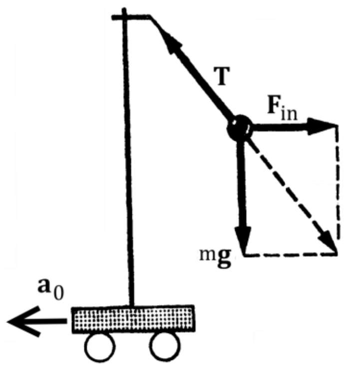
Bul formulalarda

$$v = \frac{dx}{dt}, \qquad v_0 = \frac{dx_0}{dt}, \qquad v' = \frac{dx'}{dt}.$$

Bul tezlikler sáykes absolyut, kóshirmeli hám salıstırmalı tezlikler dep ataladı.



1 súwret. Tuwrı sızıqlı qozǵalatuǵın inercial emes sistema.



2 súwret. Inercial emes esaplaw sistemasındaǵı mayatniktiń teń salmaqlıqta turıwı.

(17.2) de tezleniwlerge ótsek mınalardı tabamız:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv_0}{dt} + \frac{dv'}{dt}, \qquad a = a_0 + a'. \tag{10.3}$$

Bul formulalardaǵı $a = \frac{dv}{dt}, a_0 = \frac{dv_0}{dt}, a' = \frac{dv'}{dt}$ tezleniwleri sáykes **absolyut, kóshirmeli hám salıstırmalı** tezleniwler dep ataladı.

$$F_{in} = m(a' - a) = -ma_0 \tag{10.4}$$

yamasa vektorlıq túrde

$$\boldsymbol{F}_{in} = -m\boldsymbol{a}_0. \tag{10.5}$$

Demek inerciya kúshi inercial emes sistemanıń kóshirmeli tezleniwine qarama-qarsı baǵıtlanǵan.

Arba ústindegi mayatnik. Gorizont baǵıtındaǵı ilgerilemeli tezleniwi $\boldsymbol{a}_0$ menen qozǵalatuǵın inercial emes esaplaw sistemasındaǵı mayatniktiń teń salmaqlıq halın karaymız (gorizont baǵıtında tezleniwshi qozǵalatuǵın arba ústindegi mayatnik, 2 súwret). Mayatnikke tásir etetuǵın kúshler súwrette keltirilgen. Arba ústindegi mayatniktiń qozǵalıs teńlemesi

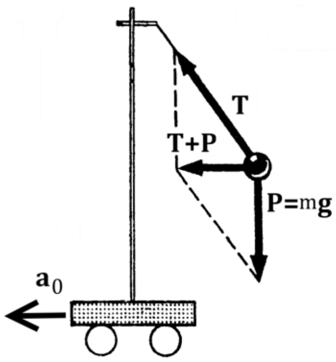
$$m\boldsymbol{a}' = \boldsymbol{T} + \boldsymbol{P} + \boldsymbol{F}_{in} + \boldsymbol{T} + \boldsymbol{P} - m\boldsymbol{a}_0 = 0, \qquad (10.6)$$

yaǵnıy $\boldsymbol{a}'$. Jáne $tg\alpha = a_0/g$ ekenligi sızılmadan túsinikli. Bul jerde α arqalı mayatnik ilinip turǵan jip penen vertikal arasındaǵı múyesh belgilengen.

Inercial koordinatalar sistemasında tásir etiwshi kúshler hám qozǵalıs teńlemesi ózgeredi (3 súwret). Inerciya kúshi bul jaǵdayda bolmaydı. Bul jaǵdayda keriw kúshi $\boldsymbol{T}$ menen salmaq kúshi $\boldsymbol{P}$ ǵana bar boladı. Teń salmaqlıq shárti

$$m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{T} + \boldsymbol{P} = m\boldsymbol{a}_0 \qquad (10.7)$$

teńliginiń orınlanıwın talap etedi. Tap sol sıyaqlı (joqarıda aytıp ótilgenindey) $tg\beta = a_0/g$ ekenligi anıq.



3 súwret. Inercial esaplaw sistemasında $\boldsymbol{a}_0$ tezleniwi menen qozǵalatuǵın mayatniktiń teń salmaqlıǵı.

Lyubimov mayatnigi. Tuwrı sızıqlı qozǵalıwshı inercial emes sistemalardaǵı qubılıslardı Lyubimov mayatnigi járdeminde kórgizbeli túrde kórsetiw júdá qolaylı. Mayatnik úlken massalı ramkaǵa ildirilgen. Al bul ramka bolsa vertikal baǵıtlawshı tros járdeminde erkin túsedi. Ramka qozǵalmay turǵanda mayatnik óziniń menshikli jiyiligi menen terbeledi (4 a súwret). Ramka terbelistiń qálegen fazasında erkin túsirilip jiberiliwi múmkin. Mayatniktiń qozǵalısı terbelistiń qanday fazasında erkin túsiwdiń baslanǵanlıǵına baylanıslı. Eger erkin túsiwdiń baslanǵısh momentinde mayatnik maksimal awısıw noqatında jaylasqan bolsa, ol túsiw barısında ramkaǵa salıstırǵandaǵı óziniń orın ózgertpeydi. Al túsiwdiń baslanıw momentinde mayatnik óziniń maksimal awısıw noqatında jaylaspaǵan bolsa, ramkaǵa salıstırǵanda bazı bir tezlikke iye boladı. Ramkanıń túsiw barısında tezliktiń ramkaǵa salıstırǵandaǵı absolyut mánisi ózgermey qaladı da, onıń ramkaǵa salıstırǵandaǵı qozǵalıs baǵıtı ózgerip baradı. Nátiyjede túsiw barısında mayatnik asıw noqatı dógereginde teń ólshewli aylanbalı qozǵalıs jasaydı.

Lyubimov mayatniginiń qozǵalısın inercial emes hám inercial koordinatalar sistemasında tallaymız.

Usı qubılıstı ramkaǵa baylanslı bolǵan inercial emes esaplaw sistemasında qaraymız (4 b súwret). Qozǵalıs teńlemesi tómendegidey túrge iye boladı:

$$m\boldsymbol{a}' = \boldsymbol{T} + \boldsymbol{P} + \boldsymbol{F}_{in} = \boldsymbol{T} + m\boldsymbol{g} - m\boldsymbol{g} = \boldsymbol{T}. \qquad (10.8)$$

Solay etip bul materiallıq noqattıń jiptiń keriw kúshi tásirindegi usı jip bekitilgen noqattıń átirapındaǵı qozǵalısı bolıp tabıladı. Qozǵalıs sheńber boyınsha dáslepki sızıqlı tezliktey tezlik penen boladı. Jiptiń keriw kúshi mayatniktiń sheńber boyınsha qozǵalısın támiyinlewshi orayǵa umtılıwshı kúsh bolıp tabıladı. Bul kúshtiń shaması mv'^2/l ge teń (l arqalı mayatnik ildirilgen jiptiń uzınlıǵı, $\boldsymbol{v}'$ arqalı ramkaǵa salıstırǵandaǵı myatniktiń qozǵalıs tezligi belgilengen).

Inercial koordinatalar sistemasında inerciya kúshleri bolmaydı. 4 s súwrette kórsetilgen mayatnikke tásir etiwshi kúshler jiptiń keriw kúshi menen salmaq kúshi bolıp tabıladı. Qozǵalıs teńlemesi bılay jazıladı

$$m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{P} + \boldsymbol{T} + m\boldsymbol{g} + \boldsymbol{T}. \qquad (10.9)$$

Bul teńlemeniń sheshimin tabıw ushın mayatniktiń tolıq tezleniwin eki tezleniwdiń qosındısı túrinde kóz aldıǵa keltiremiz: $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_1 + \boldsymbol{a}_2$. Bunday jaǵdayda (10.9) eki teńlemeniń jıynaǵı sıpatında bılayınsha jazıladı

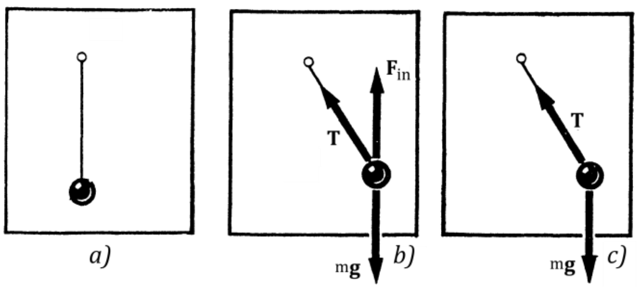
$$m\boldsymbol{a}_1 = \boldsymbol{T}, \qquad m\boldsymbol{a}_2 = m\boldsymbol{g}. \qquad (10.10)$$

Bul teńlemelerdiń ekinshisi $\boldsymbol{a}_2 = \boldsymbol{g}$ sheshimine iye (yaǵnıy mayatniktiń erkin túsiwin táriyipleydi), al birinshisi bolsa (10.8) teńlemesine tolıq sáykes keledi hám asıw noqatı dógeregindegi aylanıwdı táriyipleydi.

Keltirilgen mısallarda qozǵalıstı tallaw inercial emes koordinatalar sistemasında da, inercial koordinatalar sistemasında da ápiwayı hám kórgizbeli. Sebebi mısallar inercial emes hám inercial koordinatalar sistemaları arasındaǵı baylanıstı kórsetiw ushın keltirilgen edi. Biraq kópshilik jaǵdaylarda máselelerdi inercial emes esaplaw sistemasında sheshiw inercial esaplaw sistemasında sheshiwge qaraǵanda ádewir jeńil boladı.

Salmaqsızlıq. Lyubimov mayatnigi mısalında erkin túsiwshi inercial emes esaplaw sistemasında inerciya kúshleri salmaq kúshin tolıǵı menen kompensaciyalaytuǵınlıǵı anıq kórindi. Sonlıqtan qarap ótilgen jaǵdayda qozǵalıs inerciya menen salmaq kúshleri bolmaytuǵın jaǵdaylardaǵıday bolıp júredi. Nátiyjede salmaqsızlıq halı júzege keledi. Bul mısal Jer betinde kóplep qollanıladı (mısalı kosmonavtlardıń trenirovkasında).

Eger lift kabinası erkin túrde tómenge qozǵalsa ishinde turǵan adam salmaqsızlıqta boladı. Bunday jaǵdaydı samolet ishindegi adamlar ushın da ornatıwǵa boladı.



4 súwret. Lyubimov mayatnigine tásir etiwshi kúshler sxeması:a) teń salmaqlıq halında turǵan mayatnik, b) mayatnik penen baylanısqan inercial emes esaplaw sistemasındaǵı Lyubimov mayatnigine tásir etetuǵın kúshler, c) inercial esaplaw sistemasında, bul sistemada mayatnik erkin túsiw tezleniwi menen tomenge qaray qulaydı.

Kelesi lekciyada salmaqsızlıq qubılısınıń gravitaciyalıq hám inert massalardıń birdey ekenliginiń (ekvivalentlik principiniń) nátiyjesinde kelip shıǵatuǵınlıǵı túsindiriledi.

Bazı bir juwmaqlar:

1. Inerciya kúshleri tek inercial emes esaplaw sistemalarında ǵana orın aladı. Inercial esaplaw sistemalarında hesh qanday inerciya kúshleri bolmaydı.

2. Inerciya kúshi (sonıń menen birge inerciyalıq kúsh, fictitious force) — mexanikada hár qıylı bolǵan úsh fizikalıq shamanı belgilew ushın qollanılatuǵın kóp mániske iye túsinik. Olardıń biri "Dalamberlik inerciya kúshi". Bunday inerciya kúshi inerciallıq esaplaw sistemalarında dinamikanıń teńlemelerin statikanıń ápiwayı teńlemeleri túrinde formal túrde jazıw ushın paydalanıladı. Ekinshisin "Eylerlik inerciya kúshi" dep ataydı. Bunday kúsh denelerdiń inerciallıq emes esaplaw sistemalarındaǵı qozǵalısın úyrengende paydalanıladı. Úshinshi ienciya kúshin "Nyutonlıq inerciya kúshi" dep ataydı. Bunday kúsh Nyutonnıń úshinshi nızamına sáykes qarsı tásir kúshi sıpatında qaraladı.

3. Kúshtiń vektorlıq shama ekenligi hám birliginiń birdey ekenligi úsh inerciya kúshi ushın ulıwmalıq jaǵday bolıp tabıladı.

4. Inerciyallıq emes koordinatalar sistemalarında inerciya kúshlerin qozǵalıs teńlemelerine kirgiziw, olardı fizikalıq qubılıslardı túsindiriw ushın qollanıw durıs hám zárúrli is bolıp tabıladı. Biraq inerciallıq esaplaw sistemasında inerciya kúshlerin paydalanıw durıs emes. Sebebi inerciallıq esaplaw sistemasında bunday kúshler pútkilley bolmaydı.

5. Inert hám gravitaciyalıq massalar bir birine teń bolǵanda salmaqsızlıq qubılısı orın aladı. Házirgi waqıtları sol teńlik eksperimentlerde júdá úlken dállikte anıqlanǵan.

6. Inert hám gravitaciyalıq massalar bir birine teń bolǵanlıqtan erkin túsiwde inerciya kúshi menen salmaq kúshi bir birin kompensaciyalaydı hám sonlıqtan erkin túsiwshi denelerdiń qozǵalısın úyrengende olar dıqqatqa alınbaydı.

Sorawlar:

Qanday jaǵdaylarda hám qanday sebeplerge baylanıslı inerciya kúshlerin qaraw kerek?

Inerciya kúshin anıqlawdıń ulıwmalıq usıl nelerden ibarat?

Ilgerilemeli qozǵalatuǵın inerciallıq emes koordinatalar sistemalarında qanday inerciya kúshleri bar?

Erkin túsiwde salmaqsızlıqtıń júzege keliwi qanday fizikalıq faktor menen baylanıslı?

Gravitaciyalıq massa degenimiz ne? Inert hám gravitaciyalıq massalardıń bir birine proporcional ekenligin qanday tájiriybeler tastıyıqlaydı?

Ekvivalentlik principiniń mánisi nelerden ibarat?

11-sanlı lekciya. Koriolis tezleniwi hám kúshi. Fuko mayatnigi

Endi aylanbalı qozǵalatuǵın inerciallıq emes esaplaw sistemalarındaǵı denelerdiń qozǵalısların izertleymiz. Bunday esaplaw sistemalarınıń qatarına Jer kiredi. Jerdiń óz kósheri dógeregindegi sutkalıq aylanıwı denelerdiń qozǵalıslarına tásir etedi hám Kariolis kúshi sıyaqlı inerciya kúshleriniń payda bolıwına, terbelip turǵan mayatniktiń terbelis tegisliginiń baǵıtınıń ózgeriwine alıp keledi.

Koriolis tezleniwi. Tuwrı sızıq boyınsha qozǵalatuǵın inercial emes sistemalardı qaraǵanımızda absolyut, kóshirmeli hám salıstırmalı tezlikler arasındaǵı qatnaslar jáne solarǵa sáykes tezleniwler arasındaǵı qatnaslar birdey boladı [(10.1)-, (10.2)- ańlatpalardı qarańız]. Al aylanıwshı inercial emes koordinatalar sistemasında awhallar ádewir quramalı túske enedi. Ayırma sonnan ibarat, aylanıwshı sistemalardıń hár noqatındaǵı kóshirmeli tezlik hár qıylı mániske iye bolıp, absolyut tezlik burınǵıday kóshirmeli hám salıstırmalı tezliklerdiń qosındısınan turadı:

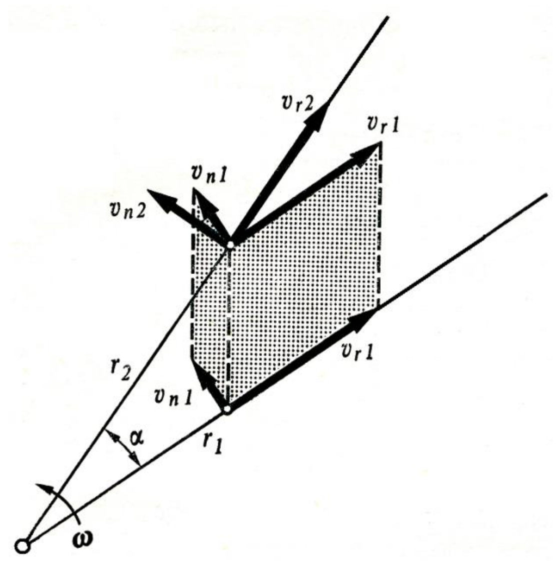
$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{v}'. \qquad (11.1)$$

Absolyut tezleniw bolsa bunday ápiwayı túrge iye bolmaydı.

Aylanıwshı sistemanıń bir noqatınan ekinshi noqatına kóshkende noqattıń kóshirmeli tezligi ózgeredi. Sonlıqtan hátte eger qozǵalıs barısında noqattıń salıstırmalı tezligi ózgermey qalǵan jaǵdayda da noqat kóshirmeli tezleniwden ózgeshe tezleniw aladı. Usınıń nátiyjesinde **aylanıwshı koordinatalar sistemalarındaǵı absolyut tezleniw ushın jazılǵan ańlatpada kóshirmeli hám salıstırmalı tezleniwden basqa Koriolis tezleniwi dep atalıwshı tezleniw boladı**:

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_0 + \boldsymbol{a}' + \boldsymbol{a}_K. \qquad (11.2)$$

Bul qosındıda $\boldsymbol{a}_K$ arqalı Koriolis tezleniwi belgilengen.



11-1 súwret. Koriolis tezleniwi inercial emes sistemanıń hár qıylı noqatlarındaǵı kóshirmeli tezleniwdiń hár qıylı bolǵanlıǵınan payda boladı.

Koriolis tezleniwi ushın ańlatpa. Koriolis tezleniwiniń fizikalıq mánisin túsiniw ushın aylanıw tegisligindegi qozǵalıstı qaraymız. Birinshi gezekte bizdi noqattıń radius boylap turaqlı salıstırmalı tezlik penen qozǵalıwı qızıqtıradı. 11-1 súwrette noqattıń eki waqıt momentindegi awhalı kórsetilgen (waqıt momentleri arasındaǵı ayırmanı Δt arqalı belgileymiz). Δt waqıtı ishinde radius Δα=ωΔt múyeshine burıladı. Radius boyınsha tezlik v_r usı waqıt ishinde tek baǵıtı boyınsha ózgeredi, al radiusqa perpendikulyar bolǵan v_n tezligi baǵıtı boyınsha da, absolyut mánisi boyınsha da ózgeriske ushıraydı. Radiusqa perpendikulyar bolǵan tezliktiń qurawshısınıń tolıq ózgerisi

$$\Delta v_n = v_{n2} - v_{n1}\cos\alpha + v_r\Delta\alpha = \omega r_1 - \omega r_2\cos\alpha + v_r\Delta\alpha \approx$$
$$\approx (r_1 - r_2) + v_r\omega\,\Delta t = \omega\Delta r + v_r\omega\,\Delta t. \qquad (11.3)$$

Bul ańlatpada $\cos\alpha = 1$ ekenligi esapqa alınǵan (álbette, α múyeshiniń kishi mánislerinde). Demek, Koriolis tezleniwi

$$a_K = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \omega\frac{dr}{dt} + v_r\omega = 2v_r\omega \qquad (11.4)$$

túrine iye boladı. Bul ańlatpa vektorlıq túrde bılayınsha jazıladı:

$$\boldsymbol{a}_K = 2[\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{v}']. \qquad (11.5)$$

Bul ańlatpada $\boldsymbol{v}'$ arqalı radius baǵıtındaǵı salıstırmalı tezlik belgilengen.

Noqat radiusqa perpendikulyar baǵıtta qozǵalǵanda, yaǵnıy qozǵalıs sheńber tárizli bolǵanda salıstırmalı tezlik $v' = \omega r$, al qozǵalmaytuǵın koordinatalar sistemasındaǵı noqattıń aylanıwınıń múyeshlik tezligi $\omega + \omega'$, bul qosındıda ω arqalı aylanıwshı koordinatalar sistemasınıń múyeshlik tezligi belgilengen. Absolyut tezleniw ushın mınaday ańlatpa alamız:

$$\omega = (\omega + \omega')^2 r = \omega^2 r + \omega'^2 r + 2\omega\omega' r. \quad (11.6)$$

Ońtáreptegi birinshi aǵza kóshirmeli tezleniwge, ekinshi aǵza salıstırmalı tezleniwge sáykes keledi. Keyingi aǵza $2\omega\omega' r$ Koriolis tezleniwi bolıp tabıladı. (11.6) daǵı barlıq tezleniwler radius boyı menen aylanıw orayına qaray baǵıtlanǵan. (11.6) daǵı Koriolis tezleniwi baǵıttı esapqa alǵanda bılayınsha jazıladı:

$$\boldsymbol{a}_K = 2[\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{v}']. \quad (11.7)$$

Bul ańlatpada $\boldsymbol{v}'$ arqalı usı jaǵdayda radiusqa perpendikulyar baǵıtlanǵan salıstırmalı tezlik belgilengen.

Iqtıyarlı túrde alınǵan qálegen tezlik radius boyınsha hám radiusqa perpendikulyar baǵıtlanǵan tezliklerdiń qosındısı túrinde kórsetiledi. Sol eki qurawshı ushın da (11.7) túrindegi bir formula durıs boladı. Demek (11.7) túrindegi bir formula salıstırmalı tezliktiń ıqtıyarlı baǵıtındaǵı Koriolis tezleniwi ushın da durıs bolatuǵınlıǵı kelip shıǵadı.

Tezlik aylanıw kósheri baǵıtında bolǵan jaǵdayda hesh kanday Koriolis tezleniwi payda bolmaydı. Sebebi bul jaǵdayda traektoriyanıń qońısılas noqatları birdey kóshirmeli tezlikke iye boladı.

Koriolis tezleniwi ushın ańlatpanı absolyut tezleniwdi tuwrıdan tuwrı esaplaw arqalı alıwǵa da boladı. Qozǵalıwshı noqattıń radius-vektorı ushın jazılǵan ańlatpanı

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{i}'x' + \boldsymbol{j}'y' + \boldsymbol{k}'z' \quad (11.8)$$

túrinde jazıp onı t boyınsha differenciallaymız hám kelesi paragrafta keltiriletuǵın $\boldsymbol{i}', \boldsymbol{j}', \boldsymbol{k}'$ lardıń waqıttan ǵárezliligin esapqa alamız, nátiyjede absolyut tezlik ushın mına ańlatpaǵa iye bolamız:

$$\boldsymbol{v} = [\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{r}] + \boldsymbol{v}' = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{v}'.. \quad (11.9)$$

Bul ańlatpadaǵı $[\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{r}] = \boldsymbol{v}_0$ kóshirmeli tezlik, al

$$\boldsymbol{v}' = v'_x \boldsymbol{i}' + v'_y \boldsymbol{j}' + v'_z \boldsymbol{k}' \quad (11.10)$$

tezligi bolsa salıstırmalı tezlik bolap tabıladı. Bunnan absolyut tezleniwdi tabamız:

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \left[\boldsymbol{\omega}, \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\right] + \frac{d\boldsymbol{v}'}{dt} = [\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{v} + \boldsymbol{v}'] + \boldsymbol{a}' + [\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{v}']. \quad (11.11)$$

Bul ańlatpanı keltirip shıǵarǵanımızda biz aylanıwdıń múyeshlik tezligin turaqlı dep aldıq hám

$$\frac{d\boldsymbol{v}'}{dt} = \frac{dv'_x}{dt}\boldsymbol{i}' + \frac{dv'_y}{dt}\boldsymbol{j}' + \frac{dv'_k}{dt}\boldsymbol{k}' = \boldsymbol{a}' + [\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{v}'] \quad (11.12)$$

ekenligin esapqa aldıq. Sonlıqtan absolyut tezleniw ushın (11.2) bolǵan

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_0 + \boldsymbol{a}' + \boldsymbol{a}_K \tag{11.2}$$

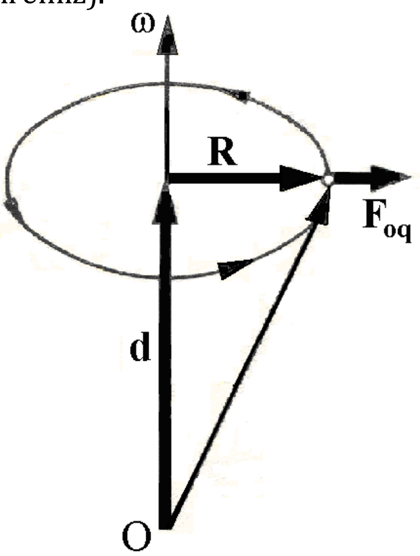
ańlatpasına jáne iye boldıq. Bul ańlatpadağı belgilewler:

$\boldsymbol{a}_0 = [\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{v}_0] = \big[\boldsymbol{\omega}, [\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{r}]\big]$ - kóshirmeli tezleniw,
$\boldsymbol{a}' = \frac{dv'_x}{dt}\boldsymbol{i}' + \frac{dv'_y}{dt}\boldsymbol{j}' + \frac{dv'_k}{dt}\boldsymbol{k}'$ - salıstırmalı tezleniw,
$\boldsymbol{a}_K = \boldsymbol{a}' + [\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{v}']$ - Koriolis tezleniwi.

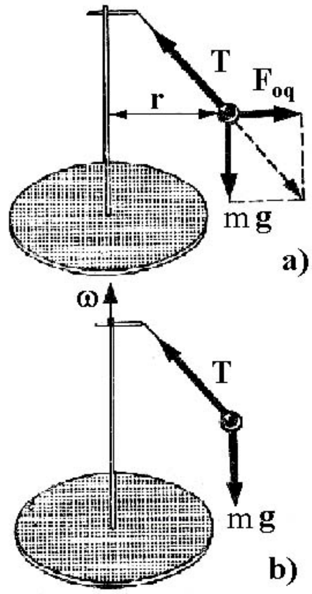
Kóshirmeli tezleniwdi

$$\boldsymbol{a}_0 = [\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{v}_0] = \big[\boldsymbol{\omega}, [\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{r}]\big] = \boldsymbol{\omega}, (\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{r}) - \boldsymbol{r}\omega^2 = \omega^2(\boldsymbol{d} - \boldsymbol{r}) = \omega^2\boldsymbol{R} \tag{11.13}$$

túrinde kórsetken maqsetke muwapıq keledi. Bul ańlatpadağı $\boldsymbol{R}$ aylanıw kósherine perpendikulyar vektor (11-2 súwret). Solay etip **kóshirmeli tezleniw orayğa umtılıwshı tezleniw bolıp tabıladı eken** (aylanıwdıń múyeshlik tezligin turaqlı dep esaplağanımızdı eske tusiremiz).



11-2 súwret. Inerciyanıń oraydan qashıwshı kúshi.



11-3 súwret. Aylanıwshı esaplaw sistemasındağı mayatniktiń teń salmaqlığı.

Aylanıwshı koordinatalar sistemasındağı inerciya kúshleri. Biz inerciya kúshi ushın

$$m\boldsymbol{a}' = \boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_{in}$$

ulıwmalıq formulasın alğan edik. Endi usı formula járdeminde absolyut tezleniw ushın jazılgan (11.2) ni esapka alıw arqalı aylanıwshı sistemadağı inerciya kúshleri bolğan

$$\boldsymbol{F}_{in} = m(\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{a}) = m(-\boldsymbol{a}_0 - \boldsymbol{a}_K) = m\omega^2\boldsymbol{R} - 2m[\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{v}'] = \boldsymbol{F}_{oq} + \boldsymbol{F}_K \tag{11.14}$$

inerciya kúshin tabıw múmkin. **Aylanıwshı koordinatalar sistemasındağı kóshirmeli tezlik penen baylanıslı bolğan kúsh**

$$\boldsymbol{F}_{oq} = m\omega^2\boldsymbol{R} \tag{11.15}$$

shamasına teń hám bul kúsh aylanıw kósherinen radius bağıtı boyınsha bağıtlanğan.

Koriolis tezleniwi menen baylanıslı bolǵan inerciya kúshi

$$\boldsymbol{F}_K = -2m[\omega, \boldsymbol{v}'] \tag{11.16}$$

Koriolis kúshi dep ataladı.

Aylanıwshı disktegi mayatniktiń teń selmaqlıǵı. Mısal retinde aylanıwshı disktegi mayatniktiń teń salmaqlıq awhalın qarap shıǵamız (11-3 súwret). Inercial emes esaplaw sistemasında mayatnikke inerciyanıń oraydan qashıwshı kúshi tasir etedi. Teń salmaqlıq awhalda Koriolis kúshi bolmaydı hám soǵan sáykes salıstırmalı tezlik nolge teń ($v' = 0$). Qozǵalıs teńlemesi

$$m\boldsymbol{a}' = \boldsymbol{T} + \boldsymbol{m}g + \boldsymbol{F}_{oq} = 0 \tag{11.17}$$

túrinde jazıladı. Al inercial esaplaw sistemasında teń salmaqlıqta turǵan mayatniktiń qozǵalıs teńlemesi mınaday:

$$m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{T} - m\boldsymbol{g}. \tag{11.18}$$

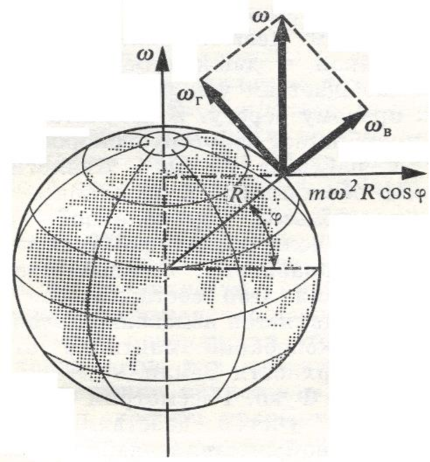
11-3 súwretten tgα=$\omega^2 r/g$, a=$\omega^2 r$ ekenligi tikkeley kórinip tur (α arqalı vertikal baǵıt penen mayatniktiń jibi arasındaǵı múyesh belgilengen).

Jerdiń beti menen baylanısqan inercial emes koordinatalar sisteması. Jer óz kósheri dógereginde aylanatuǵın bolǵanlıqtan onıń beti menen baylanısqan koordinata sisteması inercial emes koordinatalar sisteması bolıp tabıladı.

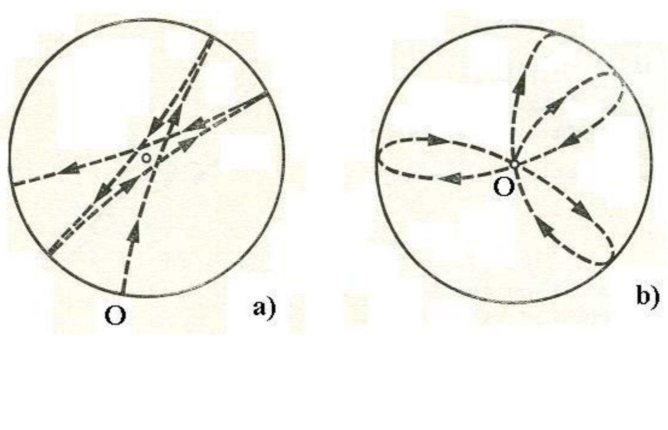
Jer betiniń qálegen noqatındaǵı múyeshlik tezlikti gorizont hám vertikal baǵıtlardaǵı qurawshılarǵa jiklew múmkin (11-4 súwret): $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_v + \boldsymbol{\omega}_g$. Jer betiniń φ keńliginde bul qurawshılar sáykes teń:

$$\omega_v = \omega\cos\varphi,$$
$$\omega_g = \omega\sin\varphi.$$

mω^2Rcosφ ge teń bolǵan (R arqalı Jerdiń radiusı belgilengen) oraydan qashıwshı kúsh meridian tegisliginde jatadı. Arqa yarım sharda bul oraydan qashıwshı kúsh vertikaldan túslik tárepke qaray, al túslik yarım sharda bolsa arqaǵa qaray tap sonday múyeshke eńkeygen. Solay etip bul kúshtiń vertikal qurawshısı salmaq kúshin ózgertedi, al onıń gorizont baǵıtındaǵı qurawshısı bolsa jerdiń betine túsirilgen urınba boyınsha meridian baǵıtında ekvatorǵa qaray baǵıtlanǵan.



11-4 súwret. Jerdiń beti menen baylanısqan koordinatalar sisteması.



11-5 súwret. Fuko mayatniginiń ushı tárepinen qaldırılǵan izler (túsinikler tekstte beriledi).

Koriolis kúshi deneniń salıstırmalıq tezliginen ǵárezli. Bul tezlikti vertikal hám gorizont baǵıtındaǵı qurawshılarǵa jiklew qolaylı: $\boldsymbol{v}' = \boldsymbol{v}'_v + \boldsymbol{v}'_g$. Bunday jaǵdayda Koriolis kúshi

$$\boldsymbol{F}_K = -2m\left[\boldsymbol{\omega}_v - \boldsymbol{\omega}_g, \boldsymbol{v}'_v + \boldsymbol{v}'_g\right] = -2m\left[\boldsymbol{\omega}_v, \boldsymbol{v}'_g\right] - 2m\left[\boldsymbol{\omega}_g, \boldsymbol{v}'_v\right] - 2m\left[\boldsymbol{\omega}_g, \boldsymbol{v}'_g\right] \quad (11.19)$$

túrinde jazıladı. Bul ańlatpada$[\boldsymbol{\omega}_v, \boldsymbol{v}'_v] = 0$ ekenligi esapqa alınǵan.

Tezliktiń vertikal baǵıttaǵı qurawshısı $\boldsymbol{v}'$ Koriolis kúshiniń meridian tegisligine perpendikulyar bolǵan gorizont baǵıtındaǵı tegisliktegi $-2m\left[\boldsymbol{\omega}_g, \boldsymbol{v}'_v\right]$ qurawshısınıń payda bolıwına alıp keledi. Eger dene joqarıǵa qaray qozǵalsa, onda kúsh batıs tárepke, al denen tómenge qaray qozǵalsa shıǵıs tárepke qaray baǵıtlanǵan. Sonlıqtan jetkilikli dárejedegi biyiklikten qulap túsken deneler Jerdiń orayına qarap baǵıtlanǵan vertikal baǵıttan shıǵıs tárepke qarap jıljıydı (awısadı). Deneni usınday etip jıljıtatuǵın kúsh 2mωcos φ v'_v shamasına teń.

Tezliktiń gorizont baǵıtındaǵı qurawshısı $\boldsymbol{v}'_g$ Koriolis kúshiniń eki qurawshısınıń payda bolıwına alıp keledi. $-2m\left[\boldsymbol{\omega}_g, \boldsymbol{v}'_g\right]$ shamasına teń qurawshı Jerdiń aylanıwınıń múyeshlik tezliginiń gorizont baǵıtındaǵı qurawshısınan ǵárezli hám vertikalǵa qaray baǵıtlanǵan. Bul kúsh $\boldsymbol{\omega}_g$ hám $\boldsymbol{v}'_g$ vektorlarınıń baǵıtlarına baylanıslı deneni Jerge qaray qısadı yamasa Jerdiń betinen qashıqlatıwǵa qaray baǵdarlanǵan. Deneler jetkilikli dárejede úlken qashıqlıqlarǵa ushqanda (mısalı ballastikalıq raketalardıń traektoriyaların esaplaǵanda) bul kúshti dıqqatqa alıw zárúr.

Tezliktiń gorizont baǵıtındaǵı qurawshısı $\boldsymbol{v}'_g$ menen baylanıslı bolǵan Koriolis kúshiniń ekinshi qurawshısı $-2m\left[\boldsymbol{\omega}_v, \boldsymbol{v}'_g\right]$ shamasına teń. Bul tezlikke perpendikulyar bolǵan gorizont baǵıtındıǵı kúsh bolıp tabıladı. Eger arqa yarım sharda tezlik baǵıtında qarasaq, bul kúsh barlıq waqıtta oń tárepke qaray baǵıtlanǵan. Usınıń nátiyjesinde arqa yarım shardaǵı dáryalardıń oń jaǵası shep táreptegi jaǵasına salıstarǵanda kóbirek degish aladı. Suwdıń qozǵalıwshı molekulalarına túsetuǵın Koriolis kúshi oń jaǵısqa qaray baǵıtlanǵan tezleniw beredi. Usınıń nátiyjesinde suw jaǵaǵa qaray bazı bir tezlik aladı hám dáryanıń oń jaǵasına basım túsiredi.

Waqıttıń ótiwi menen (kóp jıllar dawamında) Ámiwdáryanıń shıǵıs tárepke qaray jıljıwınıń, shıǵıs tárepte jaylasqan kóp orınlardıń suw alıwınıń sebebi Koriolis kúshiniń ekinshi qurawshısı bolǵan $-2m\left[\boldsymbol{\omega}_v, \boldsymbol{v}'_g\right]$ shamasınıń tásiri bolıp tabıladı.

Koriolis kúshiniń ekinshi qurawshısı $-2m\left[\boldsymbol{\omega}_v, \boldsymbol{v}'_g\right]$ niń tásiriniń eń áhmiyetli kóriniwleriniń biri mayatniktiń terbelis tegisliginiń Jerge salıstırǵandaǵı burılıwı bolıp tabıladı.

Fuko mayatnigi. Koriolis kúshiniń gorizont boyınsha baǵdarlanǵan qurawshısı tásir etetuǵın mayatnikti qarayıq. Mayatniktiń gorizont baǵıtındaǵı tegisliktegi proekciyaları 11-5 súwrette keltirilgen. Alınǵan iymekliklerdiń hár qıylı bolıw sebepleri btómendegidey bolıp túsindiriledi:

Eger mayatnik teń salmaqlıq awhalınan awıstırılǵan bolsa hám Jer menen birge qozǵalatuǵın baqlawshıǵa salıstırǵanda nollik dáslepki tezlik penen jiberilse, onda ol (mayatnik) teń salmaqlıq orayına qaray qozǵala baslaydı. Biraq Koriolis kúshi onı oń tárepke qaray awıstıradı hám sonlıqtan mayatnik oraylıq noqat arqalı ótpeydi. Nátiyjede mayatniktiń materiallıq noqatınıń proekciyası 11-5 a súwrette kórsetilgendey iymeklikler boyınsha qozǵaladı.

Biraq mayatnikti basqa usıl menen qozǵalısqa keltiriw múmkin. Bul usılda mayatnikke teń salmaqlıq halında turǵanda tezlik beriledi. Onıń qozǵalısınıń barısı ózgeredi. Oraydan qashıqlaǵanda Koriolis kúshi mayatnikke oń tárepke baǵıtlanǵan kúsh penen tásir etedi. Al keyinge qaytarda kúshtiń baǵıtı qarama-qarsı baǵıtqa ózgeredi hám usınıń saldarınan mayatnik teń salmaqlıq noqatı arqalı ótedi. Nátiyjede mayatniktiń materiallıq noqatınıń proekciyası 11-5 b súwrette kórsetilgendey iymeklikler boyınsha qozǵaladı.

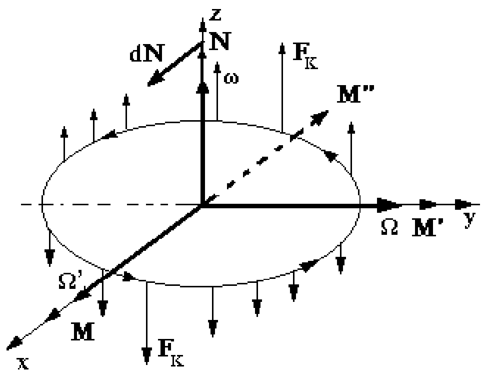
Bir terbelis dawamında mayatniktiń alatuǵın awısıwınıń kóp emes ekenligi tábiyiy. Sonlıqtan úlken awıtqıwdı mayatniktiń kóp sandaǵı terbelisleri barısında alıw múmkin.

Fuko mayatniginiń terbelislerin qozǵalmaytuǵın juldızlarǵa salıstırgandaǵı inercial koordinatalar sistemasında da qarap shıǵıwǵa boladı. Qozǵalmaytuǵın juldızlarǵa salıstırǵanda mayatniktiń terbelis tegisligi óziniń awhalın ózgertpeydi. Jerdiń óz kósheri dógereginde aylanıwınan mayatniktiń terbeliw tegisliginiń awhalı Jerdiń betine salıstırǵanda ózgeredi. Bul ózgeris Fuko mayatnigi járdeminde anıqlanadı. Jerdiń polyuslerinde bul ózgeristi kóz aldıǵa keltiriw ańsat. Jer betindegi ıqtıyarlı alınǵan orınlarda bunday tájiriybelerdi islew biraz qıyınıraq.

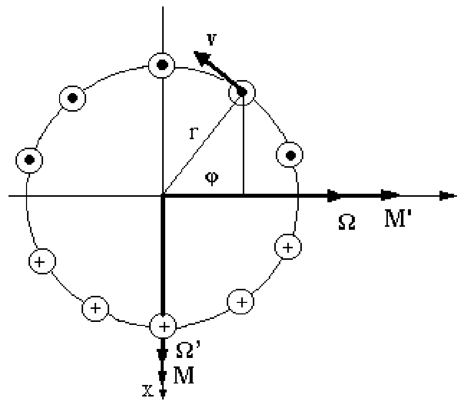
Mayatniktiń terbelis tegisliginiń múyeshlik tezligi $\boldsymbol{\omega}_v$. Sonlıqtan Jer sharı polyusında tolıq bir aylanıw bir sutkada, al φ keńliginde 1/sinφ sutkada tolıq bir aylanadı. Al ekvatorda Fuko mayatniginiń terbelis tegisligi aylanbaydı.

Giroskoplıq kúshler. Biz endi giroskoplıq kúshler tábiyatın talqılaymız. Bul kúshler tábiyatı jaǵınan Koriolis kúshleri bolıp tabıladı.

Meyli 11-6 súwrette kórsetilgendey múyeshlik tezligi z kósheri menen baǵıtlas bolǵan aylanıwshı disk berilgen bolsın. Disk massası m bolǵan materiallıq noqatlardan tursın. Diskke x kósheriniń oń mánisleri tárepine qaray baǵıtlanǵan **M** kúsh momenti túsirilsin. Usı momenttiń tásirinde disk x kósheri dógereginde bazı bir **Ω**' múyeshlik tezligi menen aylana baslaydı. Nátiyjede qozǵalıwshı noqatlarǵa $\mathbf{F}_K = -2m[\boldsymbol{\Omega}', \boldsymbol{v}']$ shamasına teń Koriolis kúshi tásir ete baslaydı. Bul kúshler u kósheri baǵıtında kúsh momentin payda etedi. Óz gezeginde bul kúsh momenti bul kósher dógereginde diskti múyeshlik tezligi **Ω** bolǵan tezlik penen aylandıra baslaydı. Usınıń nátiyjesinde **N** impuls momenti vektorı **M** vektorı baǵıtında qozǵaladı, yaǵnıy sırttan túsirilgen momenttiń tásirinde giroskoptıń kósherindey bolıp precessiyalıq qozǵalıs jasaydı. Sonlıqtan da **giroskoplıq kúshler Koriolis kúshleri bolıp tabıladı** dep juwmaq shıǵaramız.



11-6 súwret. Giroskoplıq kúshler Koriolis kúshleriniń bar bolıwınıń saldarınan payda boladı.



11-7 súwret. Koriolis kúshi momentin esaplawǵa arnalǵan sxema.

Giroskoplıq kúshlerdiń payda bolıwın tolıǵıraq talqılaw ushın Koriolis kúshin esaplaymız. 11-7 súwrette qozǵalıwshı disktiń noqatlarınıń z kósheriniń oń tárepindegi tezlikleriniń tarqalıwı kórsetilgen. y kósheriniń joqarısında disktiń hár qıylı noqatlarında Koriolis kúshleri sızılmaǵa perpendikulyar hám bizge qaray baǵıtlanǵan. Al y kósherinen tómende bizden qarama-qarsı tárepke qaray baǵıtlanǵan. Bunnan keyin $\mathbf{F}_K = -2m[\boldsymbol{\Omega}', \boldsymbol{v}']$ hám $v' = \omega r$ ekenligi esapqa alǵan halda (r, φ) noqatındaǵı Koriolis kúshi ushın tómendegi ańlatpanı jazamız:

$$\mathrm{F}_K = 2m\,\Omega' v' \sin\varphi = 2m\,\Omega' \omega\, r \sin\varphi. \qquad (11.20)$$

Sonlıqtan Koriolis kúshiniń y kósherine salıstırǵandaǵı momenti ushın usınday formulanı alamız:

$$M'_y = 2m\,\Omega'\omega\, r^2\, sin^2\varphi. \tag{11.21}$$

Tolıq bir aylanıw barısındağı $sin^2\varphi$ funkciyasınıń ortasha mánisiniń 1/2 ge teń ekenligin esapqa alıp $\left(\langle sin^2\varphi\rangle = \frac{1}{2}\right)$

$$\langle M'_y\rangle = mr^2\ \Omega'\omega = T\Omega' \tag{11.22}$$

ekenligine iye bolamız. Bul ańlatpada $mr^2 = I$ ekenligi esapqa alıngan (I arqalı aylanıw kósherine salıstırǵandaǵı materiallıq noqattıń inerciya momenti belgilengen). Al $N = I\omega$ sol kósherge salıstırǵandaǵı aylanıwshı noqattıń impuls momenti. Eger disktiń barlıq noqatları boyınsha summalasaq, onda (11.22)-formula ózgermeydi, al $\langle M'_y\rangle$ degenimizde diskke tásir etetuǵın y kósherine salıstırǵandaǵı Koriolis kúshiniń tolıq momentin túsiniw kerek boladı. Bul jaǵdayda N shaması disktiń impuls momentin bildiredi. 11-6 súwretten kórinip turganınday Koriolis kúshleri x kósherine salıstırǵandaǵı kúshlerdiń momentin payda etedi. Biraq bul momentlerdiń qosındısı nolge teń hám sonlıqtan olardı esapqa almawǵa boladı.

$\langle M'_y\rangle$ kúshler momentiniń tásirinde disk y kósheriniń dógereginde aylana baslaydı. Joqarıdaǵıday bul aylanıs x kósherine salıstırǵandaǵı baǵıtı dáslep túsirilgen kúshler momentine qarama qarsı bolǵan Koriolis kúshleriniń momentiniń payda bolıwına alıp keledi. x kósherine salıstırǵanda payda bolǵan Koriolis kúshleriniń momenti sırttan túsirilgen momentke teń bolǵansha aylanıwdıń múyeshlik tezligi ósedi. Bunıń ushın (11.22) ge sáykes

$$M = N\Omega \tag{11.23}$$

teńligininiń orınlanıwı shárt. Bul ańlatpada M arqalı x kósherine salıstırǵandaǵı sırtqı kúshlerdiń momenti, Ω arqalı disktiń y kósheri dógeregindegi aylanıwınıń múyeshlik tezligi belgilengen. Solay etip x kósherine salıstırǵandaǵı kúshler momenti usı kósher dógereginde disktiń aylanıwına alıp kelmeydi, al y kósheri bógeregindegi aylanıwdı boldıradı. 11-7 súwrette kórinip turǵanınday **N** vektorınıń ushı **M** vektorınıń baǵıtında qozǵaladı. $\Omega = \frac{d\alpha}{dt}$, N=N dα ekenligin esapqa alıp (11-6 súwrette qarańız) (11.23)-ańlatpanı $\mathrm{M} = \frac{\mathrm{dN}}{\mathrm{dt}}$ túrinde yamasa 11-6 súwrette kórsetilgen vektorlardıń keńisliktegi baǵıtların esapqa alıp vektorlıq formada bılayınsha kóshirip jazıw múmkin:

$$\frac{d\mathbf{N}}{dt} = \mathbf{M}. \tag{11.24}$$

Bul **momentler teńlemesi** bolıp tabıladı. Usı teńleme járdeminde giroskoplardıń qozǵalısları tolıq talqılanadı.

Solay etip tómendegidey juwmaqlardı shıǵarıw aytıw múmkin:

1. Giroskoplıq kúshler Kariolis kúshleri bolıp tabıladı.

2. Giroskoptıń kósheriniń precessiyalıq qozǵalısı Koriolis kúshleriniń tásirinde júzege keledi. Precessiya tolıq ornaǵanda giroskoptıń kósheriniń qozǵalısınıń múyeshlik tezligi Koriolis kúshleriniń momentiniń payda bolıwına alıp keledi. Bul momenttiń shaması giroskopqa tásir etetuǵın sırtqı kúshlerdiń momentine teń, biraq qarama-qarsı baǵıtlanıp teńlikti saqlap turadı.

3. Koriolis kúshi inerciya kúshi sıyaqlı Koriolis tezleniwine qarama-qarsı baǵıtlanǵan hám denege tásir etedi.

4. Múyeshlik tezleniwdi qurawshılarǵa jiklew sol múyeshlik tezliktiń vektorlıq tábiyatı menen baylanıslı.

Sorawlar:

1. Aylanıwshı inercial emes koordinatalar sistemasında qanday inerciya kúshleri payda boladı?
2. Koriolis kúshiniń payda bolıwına qanday faktorlar alıp keledi?
3. Koriolis kúshleri jumıs isleyme?
4. Oraydan qashıwshı kúshler jumıs isleyme?
5. Kariolis kúshiniń tábiyatı qanday?
6. Giroskoptıń precessiyasında sırtqı kúshlerdiń momenti ne menen teńlestiriledi?
7. Giroskoptıń processiyalıq qozǵalısı inercialıq emes, yaǵnıy precessiyaǵa alıp keletuǵın sırtqı kúshlerdiń momenti tásir etiwi toqtatsa precessiya dárhál (bir zamatta) toqtaydı. Nelikten?

12-sanlı lekciya. Qattı denelerdiń ilgerilemeli hám aylanbalı qozǵalısları. Ózgermeytuǵın kósherge iye bolǵan deneniń teń salmaqlıqta turıw shárti. Deneniń qozǵalmaytuǵın kósheri átirapındaǵı aylanbalı qozǵalıs nızamı hám onıń teńlemesi

Mexanikadaǵı qattı dene. Qattı deneniń qozǵalıs teńlemesi hám qattı deneniń teń salmaqlıqta turıwı. Biz joqarıda qattı deneniń qozǵalısınıń nızamları, bul nızamlardı ápiwayı jaǵdaylarda qollanıw xaqqında gáp ettik. Bul paragrafta qattı deneler mexanikasınıń saylap alınǵan máseleleri sóz etiledi.

Mexanikada qattı dene dep materiallıq noqatlardıń ózgermeytuǵın sistemasına aytadı. Bunday sistema ideallastırılǵan sistema bolıp tabıladı. Sebebi bunday denede forma hám soǵan sáykes materiallıq noqatlar arasındaǵı qashıqlıqlardıń ózgermey qalıwı kerek. Mexanikada materiallıq noqat degende atomlar yamasa molekulalardı názerde tutpaydı, al sol qattı deneni oyımızda jetkilikli dárejede kishi bolǵansha bóligen makroskopiyalıq bólekti túsinedi.

Qattı denelerdi atomlardan turadı dep esaplaytuǵın kóz-qaraslardan qattı denelerdiń materiallıq noqatları arasındaǵı tásirlesiw kúshleri **elektr kúshleri** ekenligi bárshege málim. Biraq zatlar atomlardan turadı degen kóz-qaraslar fenomenologiyalıq mexanika ushın jat kóz-qaras bolıp tabıladı. Mexanika qattı deneni atomlardan yamasa molekulalardan turatuǵın diskret ortalıq dep qaramaydı, al tutas ortalıq dep qaraydı. Mexanikanıń kóz-qarasları boyınsha bul ortalıqtıń hár qıylı bólimleri arasında noramal hám urınba kernewler túrindegi ishki kúshler tásir etedi. Fenomenologiyalıq mexanika olardıń sebebin denelerdiń deformaciyasında dep esaplaydı. Eger deformaciyalar denede pútkilley bolmaytuǵın bolsa, onda ishki kernewler de bolmaydı. Biraq sırtkı kúshlerdiń tásirinde payda bolatuǵın deformaciyalar júdá kishi bolsa, onda bunday deformaciyalar bizdi qızıqtırmaydı yamasa olardı esapqa almawǵa boladı. Solay etip sırtqı kúshlerdiń tasirinde ishki kernewler hám basımlar payda bola alsa da, deformaciyalanıwǵa qábiletliligi joq deneniń ideallastırılǵan modeline kelemiz. Bunday etip qattı deneni ideallastırıwǵa bola ma yamasa joq pa degen sorawǵa juwap haqıyqıy denelerdiń qásiyetlerin biliw járdeminde hám juwap beriw kerek bolǵan sorawlardıń mazmunını qarap beriledi.

Qattı dene altı erkinlik dárejesine iye mexanikalıq sistema bolıp tabıladı. Onıń qozǵalısın táriyiplew ushın bir birinen ǵárezsiz altı sanlıq teńleme kerek boladı. Olardıń ornına eki vektorlıq teńlemeni alıw múmkin. Olar mınalar:

Massa orayınıń qozǵalıs teńlemesi

$$m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \boldsymbol{F}_{sırtqı}. \tag{12.1}$$

hám momentler teńlemesi

$$\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \boldsymbol{M}_{sırtqı}. \tag{12.2}$$

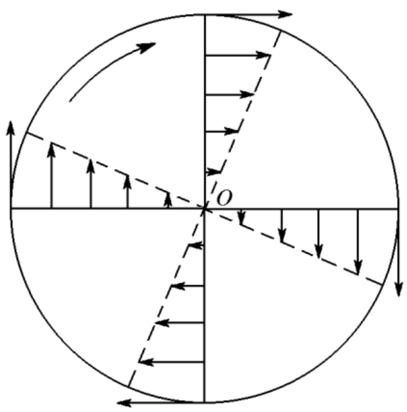
Momentler teńlemesin qattı deneniń massa orayına salıstırıp yamasa ıqtıyarlı túrde alınǵan qozǵalmaytuǵın noqatqa salıstırǵanda alıwǵa boladı. Biraq qanday jaǵdaylar saylap alınbasın, teńlemeler sanı barlıq waqıtta da erkinlik dárejeleri sanına teń bolıwı shárt. (12.1) hám (12.2) teńlemelerge tek sırtqı kúshler kiredi. Ishki kúshler bolsa massalar orayınıń qozǵalısına tásir ete almaydı hám deneniń impuls momentin ózgerte almaydı. Bul ishki kúshler tek deneniń materiallıq noqatlardıń bir birine salıstırǵandaǵı ornın yamasa olardıń tezliklerin ózgertiwi múmkin. Biraq absolyut qattı dene ushın bunday ózgerislerdiń orın alıwı múmkin emes. Solay etip ishki kúshler qattı deneniń qozǵalısına tásir ete almaydı.

Eger qattı dene tınıshlıqta turǵan bolsa, onda (12.1) hám (12.2) teńlemeler mına túrge ótedi:

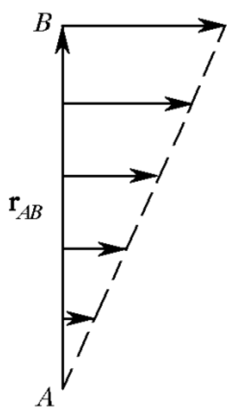
$$\boldsymbol{F}_{sırtqı} = 0, \qquad \boldsymbol{M}_{sırtqı} = 0. \tag{12.3}$$

Bul teńlikler qattı deneniń teń salmaqlıqta turıwınıń zárúrli bolǵan shártleri bolıp tabıladı. Biraq olar qattı deneniń teń salmaqlıqta turıwınıń jetkilikli shárti bola almaydı. (12.3) shártleri orınlanǵanda qattı deneniń massa orayı tuwrı sızıq boylap ıqtıyarlı turaqlı tezlik penen qozǵala aladı. Sonıń menen birge dene óznińi aylanıw impulsin saqlap aylana aladı. Teń salmaqlıq ornaǵanda sırtqı kúshlerdiń qosındısı $\boldsymbol{F}_{sırtqı}$ nolge teń boladı, al bul kúshlerdiń momenti $\boldsymbol{M}_{sırtqı}$ teń salmaqlıq ornaǵanda qozǵalmaytuǵın koordinata bası O nıń qaysı orında turǵanlıǵınan ǵárezsiz. Sonlıqtan teń salmaqlıqqa baylanıslı qálegen máseleni sheshkende koordina bası O nı ıqtıyarlı túrde saylap alıw múmkin. Bul usıl sheshiw zárúr bolǵan máselelerdi ańsatlastırıw ushın kerek boladı.

Aylanıwdıń bir zamatlıq kósheri. Meyli qattı dene qozǵalmayluǵın kósher dógereginde aylanatuǵın bolsın (12-1 súwret). Usı denedegi tezliklerdiń noqatlar boyınsha tarqalıwın izertlew ushın aylanıw kósherine perpendikulyar bolǵan tegisliktegi tezliklerdi kórip shıqqan maqul boladı. Bul jaǵday qattı deneni tegis dep qarawǵa múmkinshilik beredi. Tezliklerdiń tarqalıwı 19-1 súwrette kórsetilgen. Aylanıw kósheri ótetuǵın O noqatı qozǵalmaydı. Basqa noqatlardıń barlıǵı da O orayı átirapında aylanadı. Olardıń tezlikleri sáykes sheńberlerdiń radiuslarına tuwrı proporcional. Tezliklerdiń mánisleri waqıttıń ótiwi menen ózgeriwi múmkin, biraq aylanıw kósheri ózgermey kaladı.



12-1 súwret. Qattı denedegi tezliklerdiń noqatlar boyınsha tarqalıwın izertlew ushın arnalǵan sxema.



12-2 súwret. Denedegi tezliklerdiń tarqalıwı A noqatı arqalı ótiwshi

qozǵalmaytuǵın kósher dógereginde
aylanǵandaǵı jaǵdaydaǵıday boladı.

Endi tegis qattı deneniń ulıwmalıraq qozǵalısın qaraymız. Aylanıw tegisligi deneniń óziniń tegisligine sáykes keledi. Qozǵalmaytuǵın aylanıw kósheri bar dep boljaw qabıl etilmeydi. Meyli A hám V qattı deneniń eki ıqtıyarlı túrde alınǵan noqatı bolsın (12-2 súwret). Olar arasındaǵı qashıqlıq turaqlı bolıp qaladı. Sonlıqtan $(\boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_B) = const$. Bul ańlatpanı waqıt boyınsha differenciallap

$$(\dot{\boldsymbol{r}}_B - \dot{\boldsymbol{r}}_B) = 0 \; yamasa \; \boldsymbol{r}_{AB}(\boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_B) = 0 \qquad (12.4)$$

teńlemelerin alamız. Bul ańlatpada $\boldsymbol{r}_{AB} \equiv \boldsymbol{AB}$.

Meyli biz qarap atırǵan waqıt momentinde tezligi nolge teń noqat bolsın. Usı noqattı A noqatı dep qabıl eteyik. Onda usı waqıt momenti ushın B noqatınıń qay orında bolıwına qaramastan

$$\boldsymbol{r}_{AB}\boldsymbol{r}_B = 0 \qquad (18.5)$$

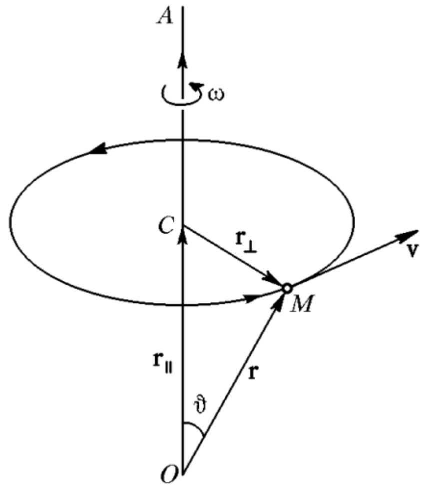
teńligin alamız. Eki vektordıń skalyar kóbeymesi nolge teń degen sóz olardıń óz-ara perpendikulyar ekenliginen derek beredi. Demek $\boldsymbol{r}_B$ vektorı orayı A bolǵan sheńberge urınba baǵıtında baǵıtlanǵan. Bunday jaǵday A hám B noqatların tutastırıwshı barlıq noqatlar ushın da durıs. Biz qarap atırǵan momentte A noqatı qozǵalmay turadı, al $\boldsymbol{r}_B$ tezliginiń shaması AB aralıǵına proporcional. Usı tiykarda bılay juwmaq shıǵaramız: **qarap atırǵan momentte denedegi tezliklerdiń tarqalıwı A noqatı arqalı ótiwshi qozǵalmaytuǵın kósher dógereginde aylanǵandaǵı jaǵdaydaǵıday boladı**. Deneniń usınday qozǵalısı **bir zamatlıq aylanıs** dep ataladı. Biz qaraǵan jaǵdayda bir zamatlıq kósher A noqatı arqalı ótedi. "**Bir zamatlıq**" sózi berilgen "**waqıt momentinde**" ekenligin bildiredi.

Bir zamatlıq kósher tek tezliklerdiń bir zamatlıq tarqalıwın úyreniw ushın ǵana qollanıladı. Bunday kósherdi tezleniwlerdiń yamasa tezliklerdiń waqıt boyınsha alınǵan joqarı tártipli tuwındıların táriyiplew ushın qollanıwǵa bolmaydı.

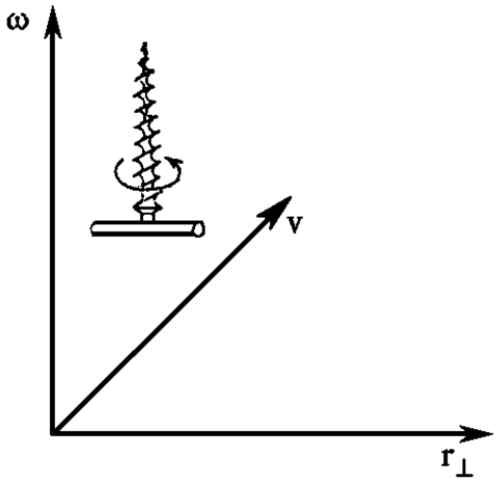
Múyeshlik tezlik vektor sıpatında. Aylanbalı qozǵalıslardı (aylanıslardı) qosıw. Meyli qattı dene qozǵalmaytuǵın kósher dógereginde yamasa OA bir zamatlıq kósher dógereginde $\boldsymbol{\omega}$ múyeshlik tezligi menen aylanatuǵın bolsın (12-3 súwret). Usı deneniń kósherden $\boldsymbol{r}_\perp$ qashıqlıqta turǵan ıqtıyarlı bir M noqatın alamız. Bul noqattıń sızıqlı hám múyeshlik tezlikleri

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\omega}\, \boldsymbol{r}_\perp \qquad (19\text{-}6)$$

qatnası menen baylanısqan.



12-3 súwret. $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{\omega}$ hám $\boldsymbol{r}_\perp$ vektorları arasındaǵı baylanıstı anıqlawǵa arnalǵan sxema.



12-4 súwret. Múyeshlik tezlik $\boldsymbol{\omega}$ nıń baǵıtı ońı burǵı qaǵıydası menen anıqlanadı.

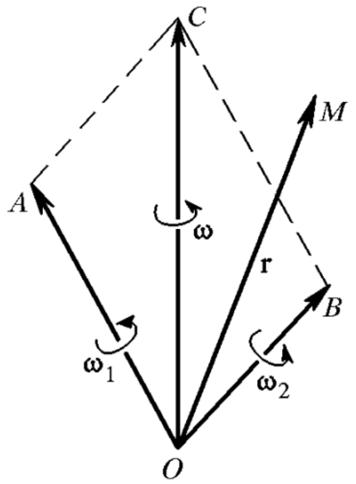
Endi tómendegidey $\boldsymbol{\omega}$ aksial vektorın kirgizemiz:

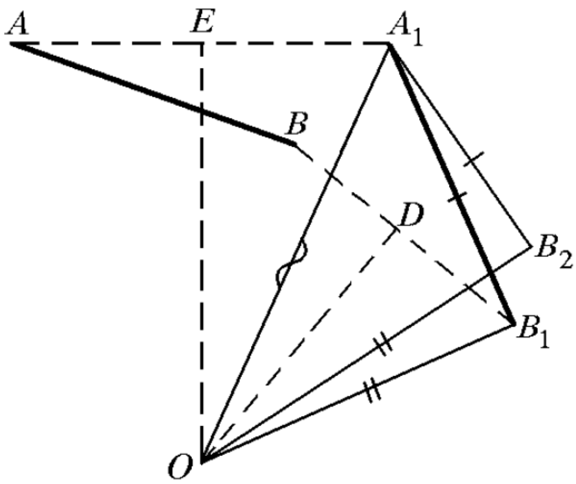
$$\omega = \frac{[\boldsymbol{r}_\perp, \boldsymbol{v}]}{(r_\perp)^2}. \tag{12.7}$$

Bul ańlatpada $\boldsymbol{r}_\perp$ arqalı aylanıw kósherinen $\boldsymbol{M}$ moqatına júrgizilgen vektor belgilengen. (12.7) den $\boldsymbol{\omega}$ aksial vektorınıń uzınlıǵınıń aylanıwdıń múyeshlik tezligine teń ekenligi kelip shıǵadı. Al baǵıtı aylanıw kósheriniń baǵıtı menen sáykes keledi. $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{\omega}$ hám $\boldsymbol{r}_\perp$ vektorlarınıń óz-ara jaylasıwların olardı ulıwmalıq bir noqattan baslap qoyatuǵın bolsaq ańsat kóz aldıǵa keltiremiz (12-4 súwret). Bul úsh vektor óz-ara perpendikulyar. Súwretten

$$\boldsymbol{v} = [\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{r}_\perp] \tag{12.8}$$

ekenligi kórinip tur. Bul formula tezlik $\boldsymbol{v}$ nıń shamasın gana eses, al onıń baǵıtın da anıqlaytuǵın bolǵanlıqtan (12.6) formulanıń ulıwmalastırılıwı bolıp tabıladı. $\boldsymbol{\omega}$ vektorı **múyeshlik tezlik vektorı** yamasa ápiwayı túrde **aylanıwdıń múyeshlik tezligi** dep ataladı. Sonlıqtan múyeshlik tezlikti vektor sıpatında qaraw kerek. Onıń baǵıtı oń burǵı qaǵıydası járdeminde anıqlanadı (12-4) súwret). Eger oń burǵını aylanıw kósherine parallel etip jaylastırıp, onı dene aylanǵan tárepke aylandırsaq, onda burǵınıń tesiw baǵıtı $\boldsymbol{\omega}$ vektorınıń baǵıtın beredi.





12-5 súwret. Aylanıslardı qosıw. 12-6. Qattı deneniń tegis qozǵalısı.

(12.8)-formulaǵa ulıwmaraq hám qolaylıraq túr beriw múmkin. Aylanıw kósheri boyında kooridanata bası sıpatında O noqatın alamız (12-3 súwret). Bunday jaǵdayda usı koordinatalar basınan M noqatına ótkerilgen radius vektor $\boldsymbol{r}$ di eki vektordıń qosındısı $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_{\perp} + \boldsymbol{r}_{||}$ túrinde kórsetiw múmkin. $\boldsymbol{r}_{||}$ bolsa $\boldsymbol{r}$ diń aylanıw kósheri baǵıtındaǵı kurawshısı. $[\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{r}_{||}] = 0$. Sonlıqtan

$$\boldsymbol{v} = [\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{r}] \qquad (12.9)$$

ekenligi alınadı. Bul ańlatapadan $v = \omega r \sin\vartheta$ ekenligine iye bolamız. Bul (12.6) ǵa sáykes keledi. Sebebi $r \sin\vartheta = r_{\perp}$.

ω nıń eki vektordıń vektorlıq kóbeymesi túrinde anıqlanǵanlıǵına baylanıslı vektor ekenligin arnawlı túrde dálillewdiń keregi joq. ω nıń vektorlıq xarakterde ekenligi koordinatalar sistemasın burǵanda onıń kósherlerge túsirilgen proekciyaları baǵıtlanǵan geometriyalıq kesindiniń usınıń koordinatalarınıń ayırmasınday bolıp túrlenedi. Qálegen vektordıń ustinde islengen matematikalıq operaciyalarday operaciyalardı múyeshlik tezlikler vektorlarınıń ústinde de islew múmkin. Mısalı (dara jaǵdayda) $\boldsymbol{\omega}_1$ hám $\boldsymbol{\omega}_2$ vektorların parallelogram qaǵıydası boyınsha qosıw múmkin. Al eger qosıwdı anaw yamasa mınaw fizikalıq operaciyalardıń járdeminde anıqlaw kerek bolsa múyeshlik tezlikler qalay qosıladı? degen soraw berilse jaǵdaydan qalay shıǵamız degen soraw tuwıladı. Biz **aylanıwlardı qosıw** túsinigin kirgizemiz hám oǵan tómendegidey mánis beremiz: meyli dene bazı bir OA kósheri dógereginde $\boldsymbol{\omega}_1$ múyeshlik tezligi menen aylanatuǵın bolsın (12-5 súwret). Al OA kósheriniń ózi basqa OB kósheri dógereginde $\boldsymbol{\omega}_2$ múyeshlik tezligi menen aylanatuǵın bolsın. Álbette bul jerde **gáp relyativistlik emes tezliklerdegi bir zamatlıq aylanıslar haqqında bolıp atırǵanlıǵın** atap ótemiz. Birinshi aylanıs (biz qarap atırǵan momentte) OA kósheri qozǵalmaytuǵın esaplaw sistemasında, al ekinshi aylanıs OB kósheri qozǵalmaytuǵın (bunda da biz qarap atırǵan momentte) basqa esaplaw sistemasında qaraladı. Aylanbalı qozǵalıslardı qosıw eki aylanıstı qosıw kanday qozǵalısqa alıp keledi? degen sorawǵa juwap beredi. Bul máselege juwap beriw ushın sol OA hám OB kósherleri bir biri menen kesilisetuǵın jaǵdaydı qaraw menen sheklenemiz.

Bul sorawǵa juwap beriw sáykes fizikalıq mániste sızıqlı tezliklerdi qosıwǵa alıp kelinedi. Qattı deneniń radius-vektorı $\boldsymbol{r}$ bolǵan ıqtıyarlı M noqatı birinshi aylanıwdıń nátiyjesinde $\boldsymbol{v}_1 = [\boldsymbol{\omega}_1, \boldsymbol{r}]$ tezligine, al ekinshi aylanıwdıń (OB kósheri dógereginde) nátiyjesinde $\boldsymbol{v}_2 = [\boldsymbol{\omega}_2, \boldsymbol{r}]$ tezligine iye boladı. Nátiyjede qosındı sızıqlı tezlik

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{v}_2 = [(\boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}_2)\boldsymbol{r}]$$

shamasına teń boladı. Eger

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}_2 \qquad (12.10)$$

vektorlıq qosındısın matematikalıq mániste jazatuǵın bolsaq, onda nátiyje

$$\boldsymbol{v} = [\boldsymbol{\omega}\ \boldsymbol{r}] \qquad (12\text{-}11)$$

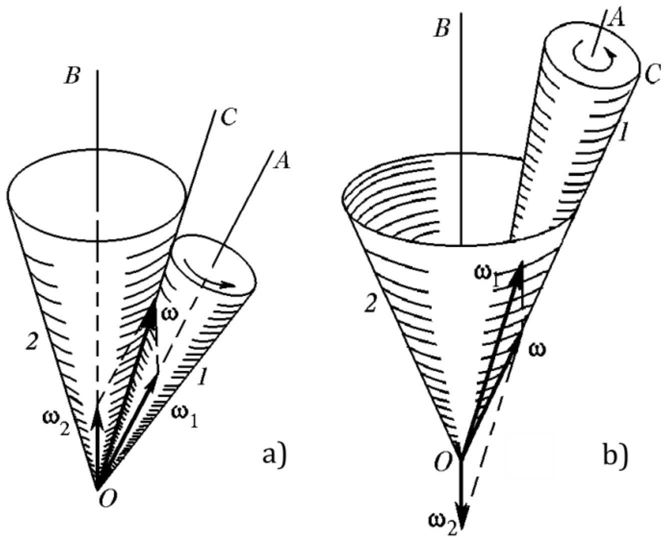
túrinde jazıladı.

Meyli M noqatı $\boldsymbol{\omega}$ vektorı kósherinde, yaǵnıy $\boldsymbol{\omega}_1$ hám $\boldsymbol{\omega}_2$ vektorlarınan jasalǵan parallelogrammnıń diagonalında jatqan bolsın. Bunday jaǵdayda $\boldsymbol{v} = 0$ Bul kósherdiń barlıq noqatları biz qarap atırǵan momentte tınıshlıqta turadı. Bul bılayınsha túsindiriledi: usı noqatlardıń barlıǵı da birinshi aylanıwda bir baǵıtta, al ekinshi aylanıwda qarama-qarsı baǵıtta qozǵaladı. Qosındı sızıqlı tezlik nolge teń bolıp shıǵadı. Deneniń barlıq basqa noqatları $\boldsymbol{\omega}$ vektorınıń kósheri dógereginde ω múyeshlik tezligi menen qozǵaladı. Deneniń qálegen noqatınıń bir zamatlıq sızıqlı tezligin (12.6)-formula menen esaplaw múmkin. Bul

qattı deneniń bir zamatlıq qosındı qozǵalısınıń OC bir zamatlıq kósheri dógeregindegi aylanıs ekenligin ańlatadı. Ulıwma aytkanda bul kósher qattı deneniń ózine salıstırǵanda da, qozǵalıs qarap atırılǵan esaplaw sistemasına qarata da úzliksiz orın almastıradı.

Solay etip **biz $\boldsymbol{\omega_1}$ hám $\boldsymbol{\omega_2}$ múyeshlik tezliklerine iye eki aylanıwdıń bir zamatlıq aylanıw kósheri dógeregindegi $\boldsymbol{\omega = \omega_1 + \omega_2}$ múyeshlik tezligi menen aylanıwǵa qosılatuǵınlıǵın kórdik. Waqıttıń hár bir momentinde bir zamatlıq kósher $\boldsymbol{\omega_1}$ hám $\boldsymbol{\omega_2}$ vektorlarınan dúzilgen parallelogrammnıń diagonalı boyınsha baǵıtlanǵan. Aylınwlardı qosıw parallelogramm kaǵıydasına baǵınadı**. Usınday mánistegi aylanbalı qozǵalıslardı fizikalıq qosıw matematikalıq qosıw menen birdey eken.

Joqarıda aytılǵan jaǵdaydı kórgizbeli túrde túsindiremiz. Meyli qozǵalmaytuǵın 2-konustıń beti boyınsha basqa 1-konus jıljıytuǵın bolsın (12-7 a hám b súwretler). Eki konustıń tóbeleri birlıq waqıtta da bir O noqatında jaylasqan bolsın. Bul qozǵalıstı 1-konus óziniń menshikli kósheri OA dógereginde bazı bir $\boldsymbol{\omega}_1$ múyeshlik tezligi menen aylanadı. OA kósheriniń ózi basqa OV kósheriniń dógereginde $\boldsymbol{\omega}_2$ múyeshlik tezligi menen aylanıp konuslıq betti sızadı. Gáp usı eki aylanıstı qosıw haqqında aytılıp atır. Sırǵanaw joq bolǵanlıqtan OC tuwrısında jatqan barlaq noqatlar (usı tuwrınıń baǵıtında konuslar bir birine tiyedi) qozǵalmaydı. Sonlıqtan OC urınbası 1-konustıń bir zamatlıq aylanıw kósheri bolıp tabıladı. Aylanıwdıń bir zamatlıq kósheri denede (yaǵnıy 1-konusta) onıń betinde qozǵalıp orın almastıradı. Sonıń menen birge kósher keńislikte de qozǵaladı (yaǵnıy 2-konustıń beti boyınsha qozǵaladı).



12-7 súwret.

Aylanıslardı qosıw procedurasın kórgizbeli túrde túsindiriwge arnalǵan súwretler.

Bazı bir juwmaqlar:

Mexanikada qattı dene dep materiallıq noqatlardıń ózgermeytuǵın ideallastırılǵan **sistemasına aytadı**. Mexanikada materiallıq noqat haqqında gáp etkende atomlar yamasa molekulalardı názerde tutpaydı, al sol qattı deneni oyımızda jetkilikli dárejede kishi bolǵansha bóligen makroskopiyalıq bólekti túsinedi.

Sırtqı kúshlerdiń qosındısı menen sırtqı kúshlerdiń momentleriniń qosındısınıń nolge teń bolıwı qattı denelerdiń teń salmaqlıqta turıw shárti bolıp tabıladı. Biraq bul eki shárt jetkilikli shártler bolıp tabılmaydı. Sol shártler orınlanǵanda massalar orayı tuwrı sızıqlı hám teń ólshewli qozǵalıwı al deneniń ózi aylanıs impulsin saqlap aylanıwı múmkin.

Sorawlar:
Mexanikalıq sistemanıń erkinlik dárejesin qalay anıqlaydı?
Hár qıylı qozǵalıslardaǵı qattı deneniń erkinlik dárejelkeri qanday boladı?
Eyler múyeshleriniń geometriyalıq anıqlaması nelerden ibarat?

Qattı deneniń tegis qozǵalısınıń tezligin ilgerilemeli hám aylanbalı qozǵalıslardıń qosındısı túrinde kórsetiwdiń múmkinshiliginiń bar ekenligin qalay dálillewge boladı?

Bir zamatlıq aylanıw kósheri degenimiz ne? Qozǵalıstıń ápiwayı túrleri ushın bir zamatlıq aylanıw kósherlerge mısallar keltire alasızba?

13-sanlı lekciya. Impuls momenti. Salmaq hám inerciya orayları, olardı anıqlaw usılları. Qattı deneniń inerciya orayınıń qozǵalıs nızamı. Gyuygens-Shteyner teoreması. Aylanıwshı deneniń kinetikalıq energiyası. Inerciya momentlerin esaplaw

Eyler teoreması. Qattı denelerdiń ulıwmalıq qozǵalısı. Joqarıda biz qattı deneniń tegis qozǵalısın qaradıq. Bunday qozǵalıs ushın Eyler teoremasınıń dara jaǵdayın qarawdı hám onı dálillewdi úyrendik. Qattı deneniń ulıwmalıq qozǵalısı ushın da Eyler teoremasın keltirip shıǵarıw hám onı dálillew tegis qozǵalıstaǵıday jollar menen ámelge asırıladı. Biz onı bılayınsha jazamız.

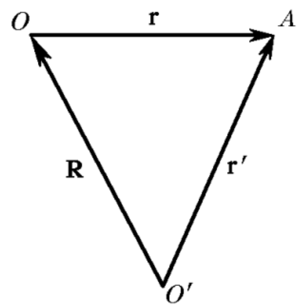
Eyler teoreması: ***Tegis qozǵalısta qattı dene qálegen awhaldan basqa awhalǵa bazı bir kósher dógeregindegi bir burıwdıń nátiyjesinde alıp kelinedi***.

Bul teoremanı talqılap ***bir qozǵalmaytuǵın noqatqa iye qattı deneniń qálegen qozǵalısın usı noqat arqalı ótetuǵın bir zamatlıq kósher dógeregindegi aylanıs dep qarawǵa bolatuǵınlıǵı kóremiz. Waqıttıń ótiwi menen bul bir zamatlıq kósher denede de, keńislikte de orın almastıradı*** degen juwmaqqa kelemiz.

Endi qattı deneniń qozǵalısınıń eń ulıwmalıq jaǵdayın qaraymız. Denede ıqtıyarlı O ńoqatın saylap alamız. Qattı deneniń qozǵalısın O noqatınıń tezligine teń $\boldsymbol{v}_0$ ilgerilemeli qozǵalısqa hám usı noqat arqalı ótetuǵın bir zamatlıq kósher dógeregindegi aylanbalı qozǵalısqa jiklew múmkin. Bir zamatlıq aylanıwdıń múyeshlik tezligi vektorın $\boldsymbol{\omega}$ arqalı belgilep qattı deneniń basqa bir ıqtıyarlı A noqatınıń tezligin bılayınsha jazamız:

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_0 + [\boldsymbol{\omega}\, \boldsymbol{r}]. \qquad (13.1)$$

Bul ańlatpada $\boldsymbol{r}$ arqalı O noqatınan A noqatına ótkerilgen radius-vektor belgilengen (13-1 súwret). Ilgerilemeli qozǵalıstıń tezligi $\boldsymbol{v}_0$ álbette O noqatınıń saylap alınǵan ornına ǵárezli. Biraq ***múyeshlik tezlik ω qattı denedegi*** O ***noqatınıń qaysı orında saylap alınǵanlıǵınan ǵárezli emes***. Solay etip ***bul noqattı qanday orında jaylasqanlıǵın kórsetpey-aq qattı deneniń aylanıwınıń múyeshlik tezligi haqqında aytıwǵa boladı***. Usı jaǵdaydı dálillewimiz kerek.



13-1 súwret.

Basqa bir O’ noqatın ıqtıyarlı túrde saylap alamız hám qattı deneniń aylanısın usı noqatqa tiyisli etemiz. Sáykes múyeshlik tezlikti $\boldsymbol{\omega}'$ arqalı belgileymiz. Onda dáslepki A noqatınıń tezligi $\boldsymbol{v}$ endi basqasha jazıladı:

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_{0'} + [\boldsymbol{\omega}'\, \boldsymbol{r}'].$$

Bul ańlatpada $\boldsymbol{r'}$ arqalı O' noqatınan A noqatına ótkerilgen radius-vektor belgilengen. Gáp tek bir noqattıń tezligi haqqında bolıp atırǵanlıqtan bul ańlatpa (13.1)-ańlatpa menen sáykes keliwi kerek. Bul

$$\boldsymbol{v}_0 + [\boldsymbol{\omega}\,\boldsymbol{r}] = \boldsymbol{v}_{0'} + [\boldsymbol{\omega}'\,\boldsymbol{r}']$$

ańlatpasın beredi. Bul ańlatpaǵa $\boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r} + \boldsymbol{R}$ qosındısın qoyamız ($\boldsymbol{R}$ arqalı $\overrightarrow{O'O}$ vektorı belgilengen). Usınıń menen bir qatarda O noqatınıń tezligin O' noqatınıń tezligi menen onıń átirapındaǵı $\boldsymbol{\omega}'$ tezligi menen aylanıw tezligin vektorlıq qosıw arqalı alıw múmkin ekenligin dıqqatqa alamız, yaǵnıy

$$\boldsymbol{v}_0 = \boldsymbol{v}_{0'} + [\boldsymbol{\omega}'\boldsymbol{R}].$$

Usı ańlatpanı esapqa alıp

$$\boldsymbol{v}_{0'} + [\boldsymbol{\omega}'\,\boldsymbol{R}] + [\boldsymbol{\omega}\,\boldsymbol{r}] = \boldsymbol{v}_{0'} + [\boldsymbol{\omega}'(\boldsymbol{R} + \boldsymbol{r})]$$

ańlatpasın yamasa

$$[\boldsymbol{\omega}\,\boldsymbol{r}] = [\boldsymbol{\omega}'\boldsymbol{r}]$$

teńligin alamız.

$\boldsymbol{r}$ di saylap alıwdıń ıqtıyarlı ekenligine baylanıslı

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}'$$

teńligininiń orın alatuǵınlıǵı kelip shıǵadı hám biz joqarıda aytqan jaǵday usınıń menen dálillenedi.

Endi qattı deneni qozǵalmaytuǵın noqattıń dóguereginde aylanadı dep esaplayıq. Usı noqattı koordinata bası O dep qabıl eteyik. Usı deneniń kinetikalıq energiyası

$$E_{kin} = \frac{1}{2}\int v^2 dm$$

formulasınıń járdeminde esaplanadı. Bul ańlatpadaǵı integrallaw deneniń barlıq massası boyınsha alınadı. $\boldsymbol{v} = [\boldsymbol{\omega}\,\boldsymbol{r}]$ formulasınan paydalanıp

$$\boldsymbol{v}^2 = (\boldsymbol{v}\boldsymbol{v}) = ([\boldsymbol{\omega}\,\boldsymbol{r}]\boldsymbol{v})$$

ańlatpasın jaza alamız yamasa kóbeytiwshiniń dárejesin qaytadan qoyıw arqalı

$$\boldsymbol{v}^2 = (\boldsymbol{\omega}[\boldsymbol{r}\,\boldsymbol{v}])$$

ańlatpasın alamız. $\boldsymbol{\omega}$ múyeshlik tezliginiń shaması deneniń barlıq noqatları ushın birdey bolǵanlıqtan

$$E_{kin} = \frac{1}{2}\omega\int [\boldsymbol{r}\,\boldsymbol{v}]dm$$

yamasa

$$E_{kin} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{L}\,\boldsymbol{\omega}) \qquad (13.2)$$

Bul ańlatpada $\boldsymbol{L}$ arqalı deneniń O noqatına salıstırǵandaǵı impuls momenti belgilengen.

Ulıwma jaǵdaylarda $\boldsymbol{L}$ hám $\boldsymbol{\omega}$ vektorları arasında belgili bir múyesh boladı. Bunıń durıslıǵına iseniw ushın qozǵalmaytuǵın yamasa bir zamatlıq kósher dógereginde aylanatuǵın bir M materiallıq noqattıń mısalında iseniwge boladı. O basın usı kósher boyında alamız. Bunday jaǵdayda

$$\boldsymbol{L} = m[\boldsymbol{r}\,\boldsymbol{v}] = m\big[\boldsymbol{r}[\boldsymbol{\omega}\,\boldsymbol{r}]\big] = mr^2\boldsymbol{\omega} = m(\boldsymbol{r}\,\boldsymbol{\omega})\boldsymbol{r}$$

Ulıwma aytqanda sońǵı qosılıwshı nolge aylanbaydı. Sonlıqtan sol ulıwmalıq jaǵdaylarda $\boldsymbol{L}$ hám $\boldsymbol{\omega}$ vektorları kollinear (baǵıtlas) emes. Eger O sıpatında M nen aylanıw kósherine túsirilgen perpendikulyardıń tiykarı alınatuǵın bolǵanda ǵana $\boldsymbol{L}$ hám $\boldsymbol{\omega}$ vektorları kolliniar bolǵan bolar edi. Bul jaǵdayda O noqatına salıstırǵandaǵı moment $\boldsymbol{L}$ aylanıs kósherine salıstırǵandaǵı momentke alıp kelinedi. Bul keyingi momentti L_x arqalı belgilep $L = L_x = I\omega$ teńliklerin jaza alamız. Bul ańlatpada I arqalı aylanıw kósherine salıstırǵandaǵı noqattıń inerciya momenti belgilengen. Solay etip keyingi (13.2)-formula

$$E_{kin} = \frac{1}{2}L_x\omega = \frac{1}{2}L\omega^2$$

formulasına ótedi. Bul sońǵı formula tek ǵana bir materiallıq noqat ushın durıs bolıp qoymay, tutas dene ushın da durıs boladı. Sebebi tutas deneni biz bir kósherdiń dógereginde aylanatuǵın materiallıq noqatlar siteması dep qaray alamız. Solay etip (13.2)-formula burın basqa usıl menen alınǵan

$$E_{kin} = \frac{1}{2}L\omega^2 = \frac{L^2}{2I}$$

formulasına ekvivalent.

Gyuygens-SHteyner teoreması. Endi deneniń bir birine parallel bolǵan hár qıylı eki kósherge salıstırǵandaǵı inerciya momentleri arasındaǵı baylanıstı tabamız. Bul kósherler súwret tegisligine perpendikulyar hám onı deneni) O hám A noqatlarında kesip ótedi dep boljaymız. Qısqalıq ushın sol O hám A kósherleriniń ózin kósherlder dep esaplaymız. Bul deneni qıyalımızda dm elementar massalarına bólemiz. O hám A kósherlerinen súwrettiń tegisligine parallel etip sol kósherlerdiń birine ótkerilgen radius-vektorlardı $\boldsymbol{r}$ hám $\boldsymbol{r}'$ arqalı belgileymiz (13-2 súwret). Bul súwrette dm elementar massası da súwrettiń tegisliginde jaylasqan. Bunday jaǵdayda $\boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{a}$ qatnasına iye bolmız. Bul ańlatpada $\boldsymbol{a}$ vektorı $\overrightarrow{OA}$ radius-vektorın ańgartadı. Demek

$$r'^2 = r^2 + a^2 - 2(\boldsymbol{a}\boldsymbol{r})$$

hám

$$\int r'^2 dm = \int r dm + a^2 \int dm - 2\left(\boldsymbol{a}\int \boldsymbol{r} dm\right)$$

ańlatpalarına iye bolamız. SHep táreptegi integral A kósherine qarata I_a, al oń táreptegi birinshi integral O kósherine qarata (O kósherine salıstırǵandaǵı) inerciya momenti bolıp tabıladı. Sońǵı ingeraldı $\int \boldsymbol{r} dm = m\boldsymbol{R}_C$ túrinde jazıwǵa boladı. Bul ańlatpada $\boldsymbol{R}_C$ arqalı massalar orayı C nıń O kósherine salıstırǵandaǵı radius-vektorı (dáliregi $\boldsymbol{R}_C$ vektorı massalar radius-vektorınıń sızılmanıń tegisligine parallel bolǵan qurawshısı bolıp tabıladı). Demek

$$I_A = I_O + ma^2 - 2m(\boldsymbol{a}\boldsymbol{R}_C)$$

ańlatpası orınlı boladı eken.

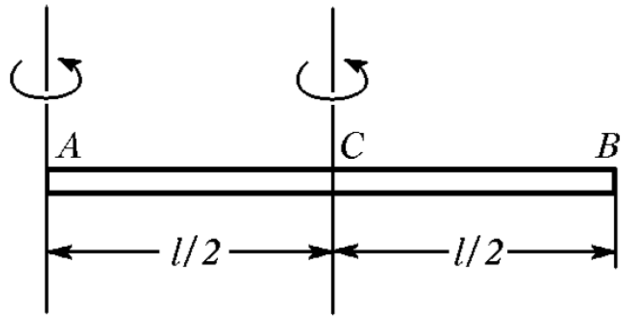
Endi O kósheri deneniń massa orayı C arqalı ótedi dep boljayıq. Bunday jaǵdayda $\boldsymbol{R}_C = 0$ hám házir ǵana jazǵan formulamızdı

$$I_A = I_C + ma^2$$

túrinde jaza alamız. Bul áhmiyetli bolǵan geometriyalıq qatnastı Gyuygens-SHteyner teoreması (YAkob SHteyner 1796-jılı tuwılǵan hám 1863-jılı qaytıs bolǵan shveycariya geometri bolıp tabıladı) dep ataydı. Bul teorema boyınsha **qanday da bir kósherge salıstırǵandaǵı deneniń inerciya momenti usı deneniń massa orayı arqalı ótiwshi parallel kósherge salıstırǵandaǵı inerciya momentine ma^2 shamasın qosqanǵa teń** (a arqalı kósherler arasındaǵı aralıq belgilengen).

Hár qanday denelerdiń inerciya momentlerin esaplaw.

1. *Jińishke (juqa) bir tekli sterjenniń perpendikulyar kósherge salıstırǵandaǵı inerciya momenti*.



13-2 súwret.
Jińishke bir tekli sterjenniń perpendikulyar kósherge salıstırǵandaǵı inerciya momentin esaplawǵa arnalǵan súwret.

Meyli kósher sterjenniń shetinde jaylasqan A arqalı ótsin (13-2 súwret). Inerciya momenti $I = kml^2$. Bul ańlatpada l arqalı sterjenniń uzınlıǵı belgilengen. Sterjenniń orayı S massa orayı da bolıp tabıladı. Gyuygens-SHteyner teoreması boyınsha $I_A = I_C + m\left(\frac{l}{2}\right)^2$. Bul ańlatpada I_C inerciya momentin uzınlıqları $\frac{l}{2}$ hám hár qaysısınıń massası $\frac{m}{2}$ bolǵan eki sterjenniń inerciya momentleriniń qosındısı sıpatında qaraw múmkin. Demek inerciya momenti $k\frac{m}{2}\left(\frac{l}{2}\right)^2$ shamasına teń. Sonlıqtan $I_C = km\left(\frac{l}{2}\right)^2$ shamasına teń. Bul ańlatpanı aldıńǵı ańlatpaǵa qoysaq

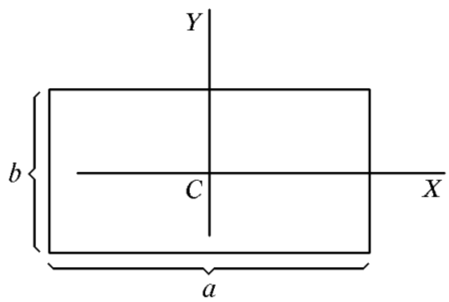
$$kml^2 = km\left(\frac{l}{2}\right)^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2$$

qatnasın alamız. Bul ańlatpadan $k = \frac{1}{3}$ teńliginiń orınlanatuǵınlıǵın ańǵaramız. Nátiyjede

$$I_A = \frac{1}{3}ml^2, \qquad I_C = \frac{1}{12}ml^2$$

ańlatpalarına iye bolamız.

2. Tuwrı múyeshli plastinka hám tuwrı múyeshli parallelepiped ushın inerciya momenti (13-3 súwret).



13-3 súwret.
Tuwrı múyeshli plastinka hám tuwrı múyeshli parallelepiped ushın inerciya momentin esaplaw ushın arnalǵan súwret.

Meyli X hám Y koordinatalar kósherleri C plastinkanıń ortası arqalı ótetuǵın hám táreplerine parallel bolsın. Bul jaǵdayda da joqarıdaǵı kórsetilgen jaǵday sıyaqlı $\left[I_C = \frac{1}{12}ml^2\right]$

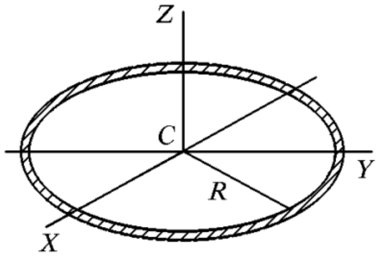
$$I_x = \frac{1}{12}b^2, \qquad I_y = \frac{1}{12}a^2$$

formulaların alamız. Z kósherine salıstırǵandaǵı plastinkanıń inerciya momenti

$$I_z = \frac{m}{12}(a^2 + b^2)$$

formulasınıń járdeminde esaplanadı.

3. SHeksiz juqa dóńgelek saqıyna (sheńber) ushın inerciya momenti (13-4 súwret).



13-4 súwret.
SHeksiz juqa dóńgelek saqıyna (sheńber) ushın inerciya momentin esaplawǵa arnalǵan súwret.

Z kósherine qarata inerciya momenti

$$I_z = mR^2$$

shamasına teń bolıwı kerek (R arqalı saqıynanıń radiusı belgilengen). Biz qarap atırǵan jaǵdaydaǵı orın alǵan simmetriyaǵa baylanıslı $I_x = I_y$. Sonlıqtan

$$I_x = I_y = \frac{1}{2} mR^2$$

formulasına iye bolamız.

4. *SHeksiz juqa diywalı bar shardıń inerciya momenti*. Dáslep massası m, koordinataları x, y, z bolǵan materiallıq noqattıń tuwrı múyeshli koordinatalar sisteması kósherlerine salıstırǵandaǵı inerciya momentin esaplayıq (13-5 súwrette kórsetilgen).

Bul noqattıń X, U, Z kósherlerine shekemgi qashıqlıqlarınıń kvadratları sáykes $y^2 + z^2$, $z^2 + x^2$ hám $x^2 + y^2$ qosındılarına teń. Usı kósherlerge salıstırǵandaǵı inerciya momentleri

$$I_x = m(y^2 + z^2),$$
$$I_y = m(z^2 + x^2),$$
$$I_z = m(x^2 + y^2)$$

shamalarına teń. Bul úsh teńlikti qosıp

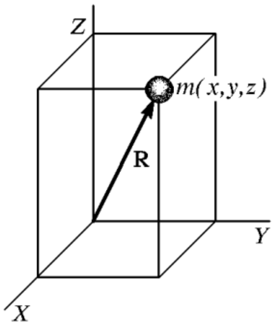
$$I_x + I_y + I_z = 2m(x^2 + y^2 + z^2)$$

teńligin alamız. $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ ekenligin esapqa alsaq $I_x + I_y + I_z = 2\Theta$ teńligine iye bolamız. Bul ańlatpada Θ arqalı massası m bolǵan materiallıq noqattıń noqatqa salıstırǵandaǵı inerciya momenti belgilengen.

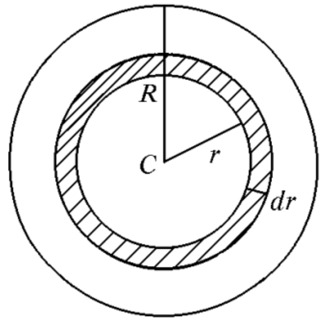
Endi dáslep shardıń orayına salıstırǵandaǵı inerciya momenti Θ nı tabamız. Onıń mánisiniń $\Theta = mR^2$ shamasına teń ekenligi túsinikli. Endi shar tárizli dene ushın $I_x = I_y = I_z$ teńlikleriniń orın alatuǵınlıǵınan paydalanamız hám $I_x = I_y = I_z = I$ belgilewin kabıl etemiz. Nátiyjede juqa shardıń orayınan ótetuǵın kósherine salıstırǵandaǵı inerciya momenti ushın

$$I = \frac{2}{3} mR^2$$

formulasın alamız.



13-5 súwret. SHeksiz juqa diywalǵa iye shardıń inerciya momentin esaplawǵa arnalǵan súwret.



13-6 súwret. Tutas bir tekli shardıń inerciya momentin esaplawǵa arnalǵan súwret.

5. *Tutas bir tekli shardıń inerciya momenti*. Tutas bir tekli shardı hár qaysısınıń massası dm bolǵan sheksiz juqa qatlamlardıń jıynaǵı dep qarawǵa boladı (13-6 súwrette kórsetilgen). Bir tekli bolǵanlıqtan $dm = m\frac{dV}{V}$, al $dV = 4\pi r^2 dr$ sferalıq qatlamnıń kólemi, $V = \frac{3}{4}\pi r^3$. Joqarıda keltirilip shıǵarılǵan $I = \frac{2}{3}mR^2$ formulasın paydalanamız. Bunday jaǵdayda $dI = \frac{2}{3}dmr^2 = 2mr^4\frac{dr}{R^3}$ ańlatpası orın aladı. Bul ańlatpanı integrallap bir tekli tutas shardıń inerciya momenti ushın tómendegidey formula alamız:

$$I = \frac{2}{5}mR^2.$$

Tutas cilindrdiń kóldeneń kósherge salıstırǵanlaǵı inerciya momenti. Meyli kósher cilindrdiń ultanı arǵalı onıń kóldeneń geometriyalıq kósheri arkalı ótetuǵın bolsın (13-7 súwret). Aylanıw kósherinen x qashıqlıǵında massası dm bolǵan sheksiz kelte cilindrdi kesip alamız. Onıń inerciya momenti ushın Gyuygens-SHteyner teoremasına sáykes

$$dI_A = dm \cdot x^2 + \frac{1}{4}dm \cdot R^2,$$

al barlıq cilindrdiń inerciya momenti ushın

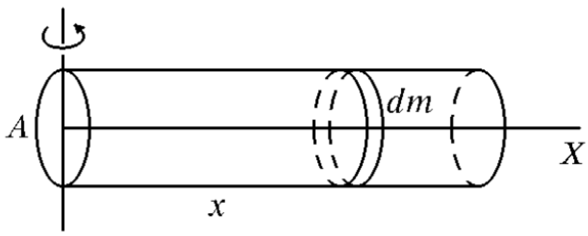
$$I_A = \int x^2 dm + \frac{1}{4}R^2 \int dm$$

ańlatpaların jaza alamız. Oń táreptegi birinshi qosılıwshı formallıq jaqtan bir tekli sheksiz juqa cilindr ushın alınǵan ańlatpaǵa sáykes keledi. Sonlıqtan bul qosılıwshınıń mánisi $\frac{1}{3}ml^2$ shamasına teń. Ekinshi qosılıwshı $\frac{1}{4}mR^2$ shamasına teń. Demek

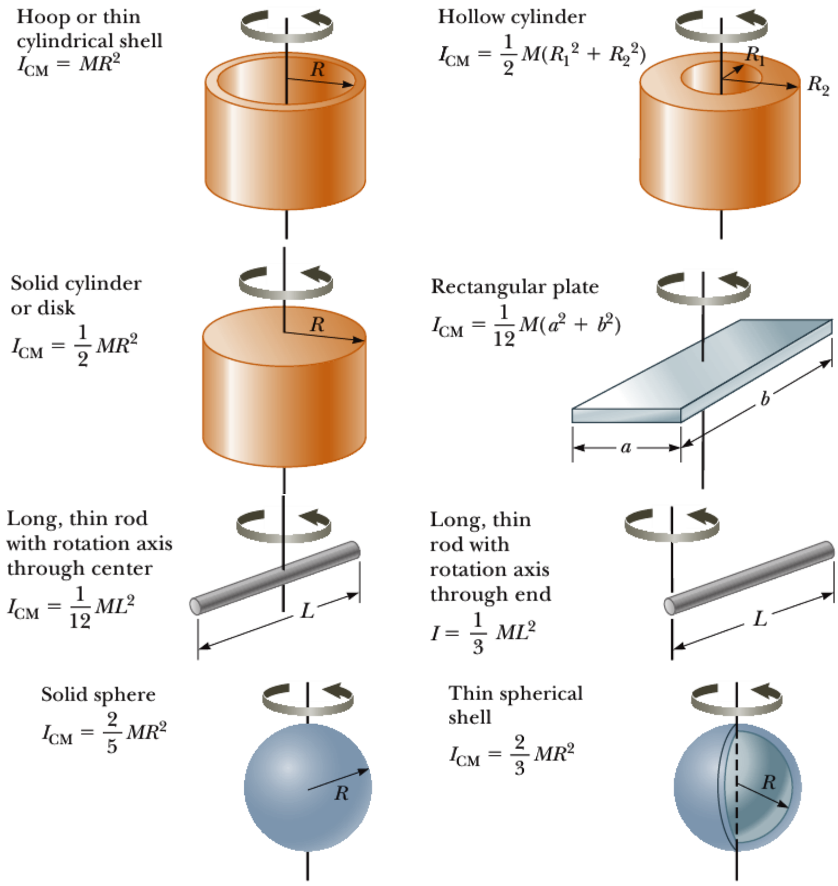
$$I_A = \frac{1}{3}ml^2 + \frac{1}{4}mR^2$$

formulasın alamız. $R \to 0$ sheginde alınǵan formulalar sheksiz kishi sterjen ushın alınǵan formulalarǵa ótedi.

13-7 súwret. Tutas cilindrdiń kóldeneń kósherge salıstırǵandaǵı inerciya momentin esaplaw ushın arnalǵan súwret.



Tómende hár qıylı formalarǵa iye deneler ushın inerciya momentleriniń shamaları ingliz tilinde berilgen:



Aylanıwshı qattı denelerdiń kinetikalıq energiyası. Materiallıq noqattıń qozǵalısı menen qattı deneniń qozǵalmaytuǵın qozǵalısı arasındaǵı uqsaslıqtıń bar ekenligin basqa da máselelerdi sheshkenlde aykın túrde kórinedi. Eger materiallıq noqat sheńber boyınsha qozǵalatuǵın bolsa, onda dφ múyeshine burılǵanda orınlanatuǵın elementar jumıstıń mánisi

$$dA = F\ ds = Fr\ d\varphi = M\ d\varphi$$

shamasına teń boladı. Eger biz qattı deneni ω múyeshlik tezligi menen aylanatuǵın materiallıq noqatlardıń sisteması dep karaytuǵın bolsaq, tap usınday ańlatpa alınadı. Ishki kúshler esapqa alınbaydı, sebebi bul jaǵdayda olar jumıs islemeydi. Demek qozǵalmaytuǵın kósherdiń dógereginde aylanatuǵın qattı deneler ushın

$$dA = M\ d\varphi$$

formulasına iye bolamız. Kúsh momentiniń momentiniń ornın sırtqı kúshlerdiń momenti, al sızıqlı orın almastırıwdıń ornın múyeshlik orın almastırıw iyeleydi.

Aylanıwshı kattı deneniń kinetikalıq energiyası

$$K = \frac{1}{2}\sum mv^2 = \frac{1}{2}\sum m(\omega r)^2 = \frac{\omega^2}{2}\sum mr^2 = \frac{1}{2}I\omega^2 = L^2/2I$$

ańlatpası túrinde beriledi. Bul ańlatpa materiallıq nokat ushın jazılǵan kinetikalıq energiyanıń ańlatpasın eske túsiredi.

Joqarıda keltirilgen ańlatpadan aylanıwshı materiallıq noqattıń kinetikalıq energiyası ushın jazılǵan ańlatpanı alıw ushın

$$m \to I, \qquad v \to \omega, \qquad p \to L$$

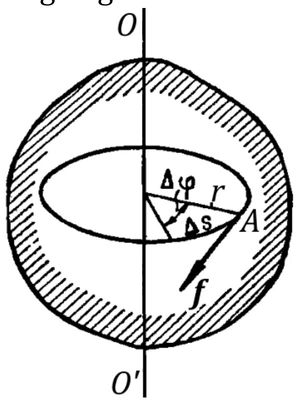
almastırıwların orınlawımız kerek.

Biz joqarıda alğan nátiyjelerimizdi qaytadan, aylanıwğa alıp keletuğın kúshtiń jumısı sıpatında qarap shığamız. Qattı dene jıljımaytuğın OO' kósheriniń dógereginde aylanıp φ múyeshine burılğandağı kúshler momenti M niń islegen jumısın anıqlayıq (13-2 súwrette kórsetilgen). Qattı denege **f** kúshi túsirilsin. Bul kúsh ózi túsirilgen traektoriyağa urınba bağıtında bağıtlanğan, al OO' kósherine salıstırğandağı momenti $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{fr}$ bolsın.

Dene Δφ múyeshine burılğanda kúsh túsirilgen A noqatı Δs doğası uzınlığına jıljıydı. Sonda $\boldsymbol{f}$ kúshiniń islegen jumısı $\Delta A = f \cdot \Delta s$ shamasına teń boladı. $\Delta s = r \cdot \Delta\varphi$. Demek

$$\Delta A = \boldsymbol{f}\ \boldsymbol{r}\ \Delta\varphi$$

formulasın alamız. Óz gezeginde $\boldsymbol{fr} = \boldsymbol{M}$ bolğanlıqtan $\Delta A = M \cdot \Delta\varphi$. Solay etip dene Δφ múyeshine burılğanda islengen jumıs san jağınan kúsh momenti menen buralıw múyeshiniń kóbeymesine teń bolatuğınlığın kóremiz.



13-8 súwret. Aylanıwğa alıp keletuğın kúshtiń jumısı.

Eger $\boldsymbol{M}$ turaqlı shama bolatuğın bolsa dene shekli φ múyeshine burılğanda islenetuğın jumıs

$$A = \mu \cdot \varphi$$

shamasına teń boladı.

Endi berilgen ω múyeshlik tezligi menen qozğalmaytuğın kósher dógereginde aylanatuğın qattı deneni qarayıq. Onıń i −elementiniń kinetikalıq energiyası

$$\Delta E_{kin} = \frac{\Delta m_i\, v_i^2}{2}$$

shamasına teń boladı. Bul ańlatpada Δm_i arqalı deneniń i −elementiniń massası, v_i arqalı sızıqlıq tezligi belgilengen. $v_i = r_i\omega$ bolğanlıqtan

$$\Delta E_{kin} = \frac{\Delta m_i\, r_i^2\, \omega^2}{2}$$

formulasın alamız. Al qattı deneniń aylanbalı qozğalısınıń kinetikalıq energiyası onıń jeke elementleriniń kinetikalıq energiyalarınıń qosındısına teń:

$$\Delta E_{kin} = \sum \frac{\Delta m_i\, r_i^2\, \omega^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum \Delta m_i r_i^2.$$

Óz gezeshinde $\sum \Delta m_i r_i^2 = I$ bolğanlıqtan kinetikalıq energiya ushın eń aqırında

$$\Delta E_{kin} = \frac{I\omega^2}{2}$$

formulasına iye bolamız.

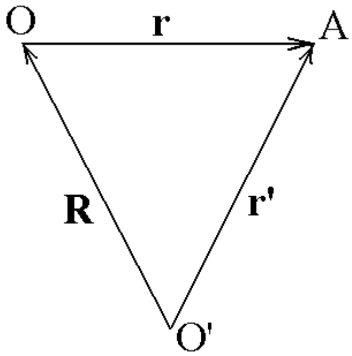
Demek qozǵalmaytuǵın kósher dógereginde aylanıwshı qattı deneniń kinetikalıq energiyasınıń formulası materiallıq noqattıń ilgerilemeli qozǵalısınıń kinetikalıq energiyasınıń formulasına uqsas eken. Ilgerilemeli qozǵalıstaǵı massa m niń ornın aylanbalı qozǵalısta inerciya momenti I diń mánisi keledi.

Giroskop. Erkin giroskoptıń qozǵalısı. Aylanıp turǵan qattı deneniń aylanıw kósheriniń baǵıtın saqlaw qásiyeti, sonday-aq sırttan tásir túsirilgende deneniń kósheri tárepinen tirewge tásir etiwshi kúshlerdiń ózgeriwi hár qıylı texnikalıq maqsetler ushın keńnen paydalanıladı. ***Texnikada qollanılatuǵın joqarı tezlik penen aylanatuǵın simmetriyalı denelerdi ádette giroskop (zırıldawıq) dep ataydı*** (13-8 súwret). Kópshilik jaǵdaylarda giroskop dep aylanıw kósheri keńislikte baǵıtın ózgertetuǵın aylanıp turıwshı qattı denege aytamız (giroskop sózi aylanbalı qozǵalıstı anıqlawshı ásbap mánisin beredi). Giroskoplardıń tez aylanıwına baylanıslı bolǵan barlıq fizikalıq qubılıslar ***giroskoplıq qubılıslar*** dep ataladı.

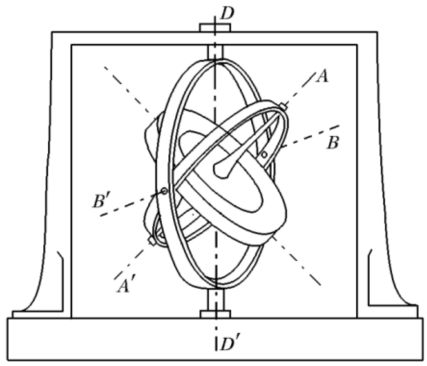
Geometriyalıq kósherge salıstırǵanda simmetriyaǵa iye giroskoplar simmetriyalıq giroskoplar dep ataladı. Bul kósherdi ***geometriyalıq kósher*** yamasa ***giroskop figurasınıń kósheri*** dep ataydı. Fizika iliminde simmetriyalıq hám simmetriyalıq emes giroskoplar teoriyası bar. Solardıń ishinde simmetriyalıq giroskoplar teoriyası ápiwayı mazmunǵa iye.

Ádette giroskoptıń keminde bir noqatı bekitilgen boladı. Bul noqattı giroskoptıń ***súyeniw noqatı*** (tirew nokatı) dep ataymız. Ulıwma jaǵdayda súyeniw noqatı dep atalıwı ushın qozǵalıs usı noqatqa salıstırǵanda qaralıwı kerek.

Giroskop keńislikte erkin túrde qozǵalıwı ushın ***kardan asıwı*** kerek (13-9 súwret).



13-8 súwret. Qattı deneniń ulıwmalıq qozǵalısın izertlewge arnalǵan sxema.



13-9 súwret. Kardan asıwındaǵı giroskop.

Eyler teoremasına muwapıq qozǵalmaytuǵın O súyewi (tirewi) bolǵandaǵı qozǵalıstı usı noqat arqalı ótiwshi bir zamatlıq kósher dógeregidegi qozǵalıs dep qarawǵa boladı. $\boldsymbol{\omega}$ arqalı giroskoptıń bir zamatlıq aylanıw tezligin belgileymiz. O noqatına salıstırǵandaǵı impuls momenti $\boldsymbol{L}$ arqalı belgilensin. Simmetriyalı giroskop ushın $\boldsymbol{\omega}$ hám $\boldsymbol{L}$ vektorları arasındaǵı baylanıstı tabamız. Eger $\boldsymbol{\omega}$ giroskop figurası kósheri baǵıtında yamasa oǵan perpendikulyar bolsa bul eki vektor ($\boldsymbol{L}$ hám $\boldsymbol{\omega}$) óz-ara parallel. Bul jaǵdaydıń durıs ekenligine ańsat túrde kóz jetkeriwge boladı. Giroskop denesin oyımızda birdey bolǵan hám giroskop figurası kósherine salıstırǵanda simmetriyalı jaylasqan materiallıq noqatlar juplarına bólemiz. Usınday jup noqatlardıń O noqatına salıstırǵandaǵı impuls momenti (13-10 súwret)

$$d\boldsymbol{L} = dm[\boldsymbol{r}_1\, \boldsymbol{v}_1] + dm[\boldsymbol{r}_2\, \boldsymbol{v}_2].$$

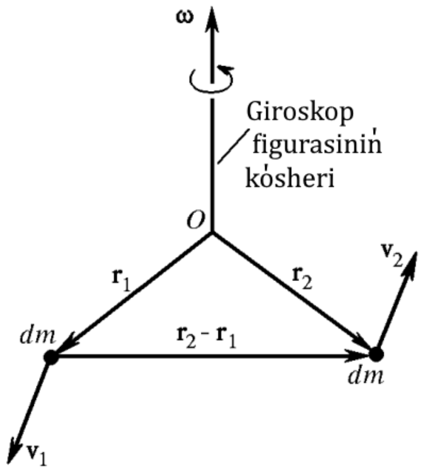
Bul ańlatpada dm arqalı hár bir noqattıń massası belgilengen. Eger giroskop óz figurasınıń kósheriniń dógereginde aylanatuǵın bolsa, ogda $\boldsymbol{v}_1$ hám $\boldsymbol{v}_1$ tezlikleri óz ara teń hám baǵıtları boyınsha qarama-qarsı boladı. Bul jaǵdayda

$$d\boldsymbol{L} = dm[\boldsymbol{v}_2(\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1)].$$

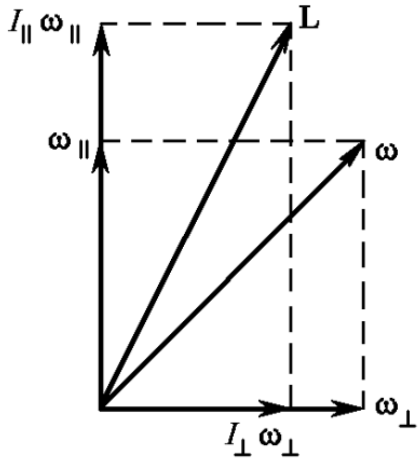
$\boldsymbol{v}_2$ hám $\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1$ vektorları aylanıw kósherine perpendikulyar. Sonlıqtan $d\boldsymbol{L}$ vektorı hám sonıń menen birge giroskoptıń óziniń impuls momenti $\boldsymbol{L}$ aylanıw kósheriniń baǵıtı menen baǵıtlas. SHaması boyınsha $\boldsymbol{L}$ aylanıw kósherine salıstırǵandaǵı impuls momentine teń. Sonlıqtan $\boldsymbol{L} = I_{||}\boldsymbol{\omega}$. Bul ańlatpada $I_{||}$ arqalı giroskoptıń figurasınıń kósherine salıstırǵandaǵı inerciya momenti belgilengen. Eger giroskop óz figurasınıń kósherine perpendikulyar kósher dógereginde aylanatuǵın bolsa $\boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{v}_1$ teńligi orınlanadı. Sonlıqtan

$$d\boldsymbol{L} = dm[\boldsymbol{v}_2(\boldsymbol{r}_2 + \boldsymbol{r}_1)]$$

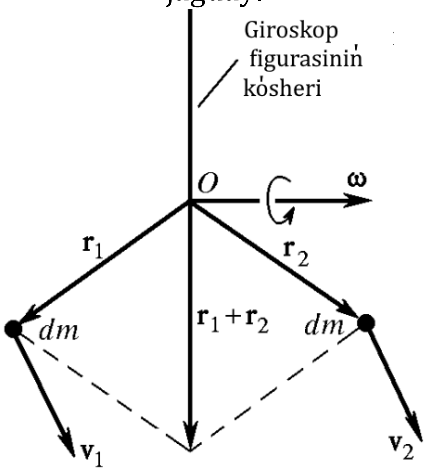
teńligine iye bolamız. Bul ańlatpada $d\boldsymbol{L}$ menen $\boldsymbol{L}$ vektorlarınıń aylanıw kósheriniń baǵıtında baǵıtlanǵanlıǵı kórinip tur. Qala berse $\boldsymbol{L} = I_{\perp}\boldsymbol{\omega}$. bul ańlatpada $I_{\perp}$ arqalı giroskoptıń figurasına perpendikulyar kósherge salıstırǵandaǵı inerciya momenti belgilengen.



13-10 súwret. Giroskoptıń kósheri menen aylanıw kósheri óz-ara parallel bolǵan jaǵday.



13-11 súwret.



13-12 súwret. Giroskoptıń kósheri menen aylanıw kósheri óz-ara perpendikulyar bolǵan jaǵday.

Al giroskoptıń figurası ıqtıyarlı kósher dógereginde aylanatuǵın bolsa $\boldsymbol{\omega}$ vektorın giroskop kósherine parallel bolǵan $\boldsymbol{\omega}_{||}$ hám perpendikulyar $\boldsymbol{\omega}_{\perp}$ bolǵan eki qurawshıǵa jikleymiz (13-11 súwrette kórsetilgen). Anıqlama boyınsha impuls momenti giroskoptı qurawshı materiallıq noqatlardıń sızıqlı tezlikleri arqalı ańlatıladı. Óz gezeginde bul tezlikler giroskoptıń hámme noqatlarında birdey mániske iye bolǵan múyeshlik tezlik vektorı $\boldsymbol{\omega}$ arqalı esaplanadı. Demek $\boldsymbol{L}$ vektorı $\boldsymbol{\omega}$ vektorınıń járdeminde anıqlanadı eken. Olay bolsa

$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{L}(\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{L}(\boldsymbol{\omega}_{||} + \boldsymbol{\omega}_{\perp})$ ańlatpasın jazamız yamasa joqarıda aytılǵan sızıqlılıqtı basshılıqqa alsaq

$$\boldsymbol{L}(\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{L}(\boldsymbol{\omega}_{\parallel}) + \boldsymbol{L}(\boldsymbol{\omega}_{\perp})$$

formulasına iye bolamız. Eger giroskop óz figurasınıń átirapında $\boldsymbol{\omega}_{\parallel}$ jiyiligi menen aylansa $\boldsymbol{L}(\boldsymbol{\omega}_{\parallel})$ funkciyası giroskoptıń impuls momentine teń bolǵan bolar edi. Demek $\boldsymbol{L}(\boldsymbol{\omega}_{\parallel}) = \boldsymbol{I}_{\parallel}\boldsymbol{\omega}_{\parallel}$. Tap sol sıyaqlı $\boldsymbol{L}(\boldsymbol{\omega}_{\perp}) = I_{\perp}\boldsymbol{\omega}_{\perp}$. Nátiyjede

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{I}_{\parallel}\boldsymbol{\omega}_{\parallel} + I_{\perp}\boldsymbol{\omega}_{\perp}$$

teńligine iye bolamız. Bul formulanı paydalanıp eger $\boldsymbol{\omega}$ vektorı belgili bolsa $\boldsymbol{L}$ vektorınıń shamasın 13-11 súwrette berilgen sxemadan ańsat tabıwǵa boladı. Sol Sxemada $\boldsymbol{L}$, $\boldsymbol{\omega}$ vektorlarınıń hám giroskoptıń kósheriniń bir tegislikte jatatuǵınlıǵı kórinip tur. Biraq ulıwma jaǵdaylarda $\boldsymbol{L}$ hám $\boldsymbol{\omega}$ vektorlarınıń baǵıtları bir birine sáykes kelmeydi.

Eger joqarıda keltirigen $K = E_{kin} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{L\omega})$ formulasınan paydalanatuǵın bolsaq, onda $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{I}_{\parallel}\boldsymbol{\omega}_{\parallel} + I_{\perp}\boldsymbol{\omega}_{\perp}$ formulasınan aylanıp turǵan giroskoptıń kinetikalıq energiyası ushın tómendegidey eki ańlatpa alamız:

$$E_{kin} = \frac{1}{2}\left(I_{\perp}\boldsymbol{\omega}_{\perp}^{2} + I_{\parallel}\boldsymbol{\omega}_{\parallel}^{2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{L_{\perp}^{2}}{I_{\perp}} + \frac{L_{\parallel}^{2}}{I_{\parallel}}\right).$$

Demek **simmetriyalıq giroskoptıń kinetikalıq energiyası eki aylanıwshı qozǵalıstıń kinetikalıq energiyalarınıń qosındısınan turadı eken: birinshi aylanıwshı qozǵalıs figura kósheri dógeregindegi, al ekinshisi oǵan perpendikulyar kósher dógeregindegi qozǵalıs bolıp tabıladı**.

Ámelde (ádette) giroskoplar barlıq waqıtta ózleriniń figurasınıń kósheri dógereginde tez aylandırıladı. Bul tez aylanısqa salıstırǵanda anıw yamasa mınaw sebeptiń saldarınan payda bolatuǵın perpendikulyar kósherdiń átirapındaǵı aylanıs barlıq waqıtta áste aqırınlıq penen boladı. Bunday jaǵdayda $\boldsymbol{L}$ hám $\boldsymbol{\omega}$ vektorlarınıń baǵıtları arasındaǵı ayırma júdá kishi boladı. Usı baǵıttıń ekewi de giroskoptıń kósheriniń baǵıtına derlik sáykes keledi.

Giroskoptıń figurasınıń kósheriniń ońbaǵıtı retinde múyeshlik tezlik $\boldsymbol{\omega}$ vektorınıń baǵıtı menen sáykes keletuǵın yamasa (durısıraǵı) onıń menen súyir múyesh jasaytuǵın baǵıttı aladı. Eger tirew noqatı O dan giroskoptıń oń baǵıtına qaray baǵıtlanǵan bir birlik uzınlıqtaǵı OS kesindisin júrgizetuǵın bolsaq, onda bul kesindiniń aqırı bolǵan S noqatı ***giroskoptıń tóbesi*** dep ataladı. Eger giroskoptıń tóbesiniń qozǵalısı hám figura kósheri dógeregindegi aylanısınıń múyeshlik tezligi belgili bolsa, onda giroskoptıń qozǵalısı tolıq anıqlanǵan dep esaplanadı. Sonlıqtan ***giroskoplar teoriyasınıń tiykarǵı máselesi giroskoptıń tóbesiniń qozǵalısın hám figuranıń kósheri átirapındaǵı onıń aylanıwshı qozǵalısınıń múyeshlik tezligin tabıwdan ibarat boladı***.

Giroskoptıń teoriyası joqarıda gáp etilgen tolıǵı menen momentler teńlemesine tiykarlanǵan:

$$\dot{\boldsymbol{L}} = \boldsymbol{M}.$$

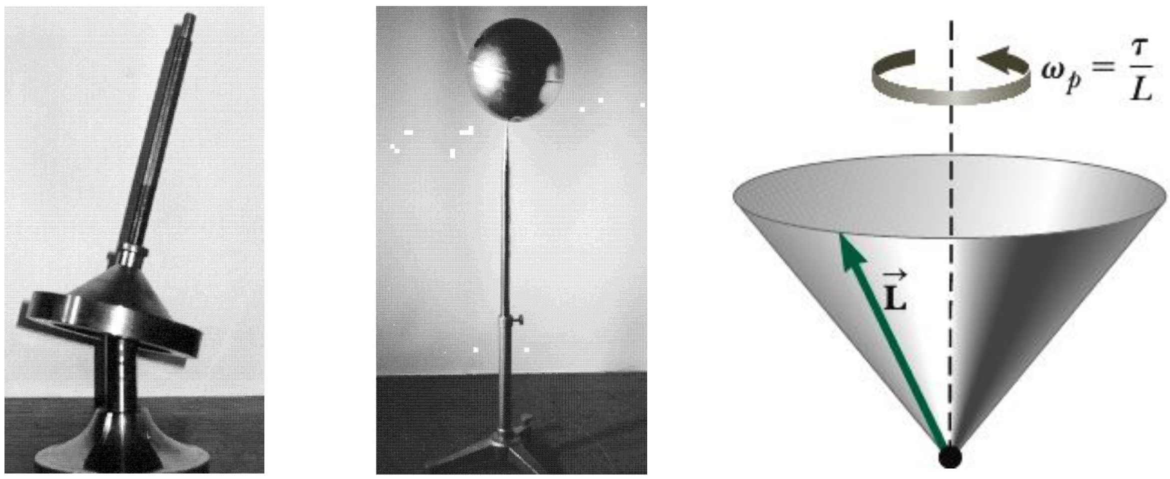
$\boldsymbol{L}$ hám $\boldsymbol{M}$ momentleri giroskoptıń tirew noqatı O ǵa salıstırǵanda alınadı. Eger sırtqı kúshler momenti $\boldsymbol{M}$ nolge teń bolsa giroskop ***erkin giroskop*** dep ataladı. Erkin giroskop ushın $\dot{\boldsymbol{L}} = 0$ hám usıǵan sáykes

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{L}_{\parallel}\boldsymbol{\omega}_{\parallel} + \boldsymbol{L}_{\perp}\boldsymbol{\omega}_{\perp} = const$$

teńlemesiniń orınlı bolatuǵınlıǵın kóremiz. Bul teńleme giroskoptıń impuls momentiniń saqlanatuǵınlıǵın ańlatadı. Endi alınǵan teńlemege energiyanıń saqlanıw nızamı bolǵan $E_{kin} \equiv \frac{1}{2}(\boldsymbol{L\omega}) = \frac{1}{2}\left(I_{\perp}\boldsymbol{\omega}_{\perp}^{2} + I_{\parallel}\boldsymbol{\omega}_{\parallel}^{2}\right) = const$ ańlatpasın biriktiriw kerek. Bul ańlatpa da momentler teńlemesi $\dot{\boldsymbol{L}} = \boldsymbol{M}$ formulasınıń nátiyjesi bolıp tabıladı. Eger $\boldsymbol{L}$ ushın házir ǵana alınǵan teńlemeni kvadratqa kótersek, onda

$$I_{\parallel}^{2}\omega_{\parallel}^{2} + I_{\perp}^{2}\omega_{\perp}^{2} = const$$

ańlatpasın alamız. Usı teńlemeden hám usı teńlemeniń aldındaǵı teńlemeden mınaday juwmaq shıǵaramız: ***erkin giroskop qozǵalǵanda $\omega_{\parallel}$ hám $\omega_{\perp}$ vektorlarınıń uzınlıqları turaqlı bolıp qaladı.*** Usınıń menen birge ***impuls momentiniń eki qurawshısı bolǵan $L_{\parallel} = I_{\parallel}\omega_{\parallel}$ hám $I_{\perp} = L_{\perp}\omega_{\perp}$ shamaları da turaqlı bolıp kaladı. Demek L hám ω vektorları arasındaǵı múyesh te turaqlı mániske iye boladı.*** $\boldsymbol{L}_{\parallel}$ hám $\boldsymbol{I}_{\perp}$ shamalarınıń turaqlı bolıp qalatuǵınlıǵınan ***L vektorınıń baǵıtı menen giroskoptıń figurasınıń kósheri arasındaǵı múyeshtiń de turaqlı bolatuǵınlıǵı kelip shıǵadı***. Waqıttıń hár bir momentinde giroskop figurasınıń kósheri bir zamatlıq kósher dógereginde ω múyeshlik tezligi menen aylanadı. Al joqarıda kórgenimizdey **ω** hám $\boldsymbol{L}$ vektorları giroskop figurasınıń kósheri menen bir tegislikte jatadı. $\boldsymbol{L}$ vektorı keńislikte óziniń baǵıtın ózgerissiz saqlaǵınlıqtan bir zamatlıq kósher usı ózgermeytuǵın baǵıt dógereginde sol **ω** múyeshlik tezligi menen aylanadı. Bul aytılǵanlardıń barlıǵı erkin giroskoptıń aylanıwshı qozǵalısınıń 13-11 hám 13-13 súwretlerde kórsetilgendey kartinalarına alıp keledi:

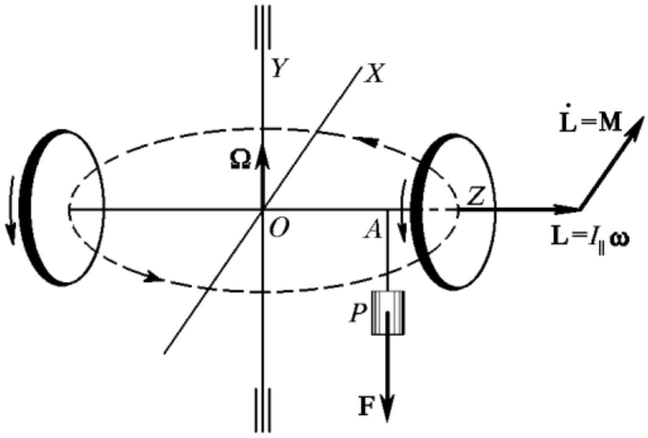


13-13 súwret. Giroskoptıń precessiyası.

Hár bir waqıt momentindegi erkin giroskoptıń aylanıwı súyeniw noqatı arqalı ótiwshi bir zamatlıq kósher dógereginde aylanıw bolıp tabıladı. Waqıttıń ótiwi menen bir zamatlıq kósher hám L vektorı denedegi ornın ózgertedi jáne giroskop figurası kósheri dógereginde ω múyeshlik tezligi menen konuslıq bet sızadı. Keńisliktegi L vektorınıń baǵıtı turaqlı bolıp qaladı. Giroskoptıń figurasınıń kósheri hám bir zamatlıq kósher usı baǵıt dógereginde sol múyeshlik tezlik penen teń ólshemli qozǵaladı. Usınday qozǵalıs giroskoptıń precessiyası (giroskoptıń erkin precessiyası) ***dep ataydı*** (13-13 súwret).

Sırtqı kúshlerdiń tasirindegi giroskop. Juwıq teoriya. Giroskoptıń qozǵalısınıń eń qızıqtı túri ***májbúriy precessiya*** bolıp tabıladı. Bunday májbúriy precessiya sırtqı kúshlerdiń tásirinde júzege keledi. Onı ańsat baqlaw múmkin bolǵan qurılıstıń sxeması 13-14 súwrette keltirilgen. Bul giroskop ulıwmalıq kósherge erkin túrde otırǵızılǵan eki maxovikten turadı. Giroskop tek óz figurasınıń kósheri OZ átirapında ǵana emes, al vertikal hám gorizont baǵıtındaǵı OY hám OX kósherleri dógereginde de aylanatuǵın qılıp soǵılǵan.

Bunday giroskop haqqında gáp etkende ol ***úsh erkinlik dárejesine*** iye dep aytadı. Giroskop figurasınıń kósheriniń qanday da bir A noqatına turaqlı $\boldsymbol{F}$ kúshin túsiremiz (mısalı bul noqatqa salmaǵı P bolǵan júk ildiremiz). Maxovikler aylanbay turǵan waqıtta ádettegi qubılıs orın aladı: júktiń salmaǵınıń tásirinde oń maxovik tómenge qaray túse baslaydı, al shep tárepteki maxovik kóteriledi.



13-14 súwret. Ulıwmalıq kósherge otırǵızılǵan eki maxovikke iye giroskop.

Eger maxovikler bir tárepke qaray aldın ala aylandırılǵan bolsa, onda qozǵalıs pútkilley basqasha kóriniske iye boladı. Bul jaǵdayda oń tárepteki maxovik tómenge qaray qozǵalmaydı, al OY vertikal kósheri dógereginde turaqlı tezlik penen áste aqırın aylana baslaydı. Bunday aylanıstı ***májbúriy precessiya*** dep ataymız. Bunday májbúriy precessiya ***giroskoptıń juwıq teoriyası*** tiykarında ańsat túsindiriledi.

Ádette tájiriybeler qoyıwshılar yamasa izertlewshiler giroskoplardı olardıń figuraları kósherleriniń dógereginde tez aylandırıwǵa tırısadı. Biraq basqa da sebeplerdiń nátiyjesinde giroskop perpendikulyar kósher dógereginde de aylana baslaydı. Tek giroskoplıq effektlerge tiyisli bolǵan effektler usınday qosımsha aylanıslar giroskop figurası kósheri dógeregindegi aylanısqa salıstırǵanda júdá ástelik penen bolǵanda jaqsı baqlanadı. Juwıq teoriyada sol qosımsha aylanıslar esapqa alınbaydı. Joqarıda alınǵan $\boldsymbol{L}=\boldsymbol{L}_{\parallel}\boldsymbol{\omega}_{\parallel}+\boldsymbol{L}_{\perp}\boldsymbol{\omega}_{\perp}=const$ formulasınan ekinshi qosılıwshını taslap, nátiyjede

$$\boldsymbol{L}\approx\boldsymbol{L}_{\parallel}\boldsymbol{\omega}_{\parallel}\approx\boldsymbol{L}_{\perp}\boldsymbol{\omega}_{\perp}$$

ańlatpasına iye bolamız. Bunday juwıqlawda $\boldsymbol{\omega}$ hám $\boldsymbol{L}$ vektorları bir birinen baǵıtları boyınsha ayrılmaydı, olardıń ekewi de giroskoptıń figurası kósheri baǵıtında baǵıtlanǵan. Sonlıqtan onıń figurası kosheriniń qozǵalısı menen baylanıslı $\dot{\boldsymbol{L}}=\boldsymbol{M}$ túrindegi teńleme menen táriyiplengen $\boldsymbol{L}$ vektorınıń baǵıtınıń ózgerisi boyınsha gáp etiw múmkin. Eger $\boldsymbol{L}$ di radius-vektor dep qarasaq, onda $\dot{\boldsymbol{L}}$ tuwındısı geometriyalıq jaqtan $\boldsymbol{L}$ vektorınıń ushınıń qozǵalıs tezligine teń boladı. Sırtqı kúsh $\boldsymbol{F}$ ti giroskoptıń figurasınıń kósherine túsirilgen dep esaplaymız. Bul kúshtiń momenti $\boldsymbol{M}=[\boldsymbol{a}\,\boldsymbol{F}]$ shamasına teń ($\boldsymbol{a}$ arqalı giroskoptıń tirew noqatınan $\boldsymbol{F}$ kúshi túsirilgen noqatqa shekemgi aralıq belgilengen). $\dot{\boldsymbol{L}}=\boldsymbol{M}$ teńlemesine sáykes "tezlik" vektorı $\dot{\boldsymbol{L}}$ giroskoptıń figurasınıń kósheri Z ke perpendikulyar. Usınday kúsh momenti tek $\boldsymbol{L}$ vektorınıń baǵıtın ǵana ózgertip, onıń uzınlıǵın ózgerte almaydı. Demek eger sırtqı kúshtiń shaması $\boldsymbol{F}$ turaqlı bolsa, onda $\boldsymbol{L}$ vektorı hám sonıń menen birge giroskoptıń kósheri OY kósheri dógereginde teń ólshewli aylanıwı kerek. Bul aylanıw ***májbúriy precessiya*** bolıp tabıladı. Bul mısaldaǵı precesiyanıń múyeshlik tezligi vektorı (onı $\boldsymbol{\Omega}$ arqalı belnileymiz) OY kósherine parallel.

Eger 13-14 súwrettegi maxoviklerdiń birewin bir tárepke, al ekinshisin tap sonday tezlik penen qarma-qarsı tárepke qaray aylandırsaq, onda hesh qanday precessiya júzege kelmeydi. Bul jaǵdayda $\boldsymbol{L}=0$ hám júktiń salmaǵı P nıń tásirinde giroskop gorizont bağıtındağı OX kósheriniń dógereginde maxovikler aylanbay turǵan waqıttağıday bolıp bağıtın buradı.

Endi $\boldsymbol{\Omega}$ vektorınıń uzınlığın tabamız. $\boldsymbol{L}$ vektorı tek precessiyanıń múyeshlik tezligi $\boldsymbol{\Omega}$ shaması menen aylanıwdıń saldarınan ózgeredi. Onıń ushınıń sızıqlı tezligi ushın, yağnıy $\dot{\boldsymbol{L}}$ tuwındısı ushın $\dot{\boldsymbol{L}} = [\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{L}]$ ańlatpasın jazıwǵa boladı. Sonlıqtan $\dot{\boldsymbol{L}} = \boldsymbol{M}$ qatnası mınanı beredi:

$$[\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{L}] = \boldsymbol{M}.$$

Bul teńleme járdeminde precessiyanıń múyeshlik tezligi $\boldsymbol{\Omega}$ nı tabıwǵa boladı. Biz qaraǵan mısalda $\boldsymbol{\Omega}$ vektorı giroskoptıń figurasınıń kósherine perpendikulyar. Sonlıqtan:

$$\Omega = \frac{M}{L} = \frac{M}{L_{\parallel}\omega}$$

Giroskoptıń figurasınıń kósheri precessiya orın alatuǵın kósherge qaray eńkeygen jaǵdayda da (bunıń ulıwmalıq jaǵday ekenligin ańǵaramız) $\boldsymbol{\Omega}$ vektorın ańsat tabıwǵa boladı. Bunıń ushın $[\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{L}] = \boldsymbol{M}$ túrindegi teńlemege $\boldsymbol{M} = [\boldsymbol{a}\boldsymbol{F}] = a[\boldsymbol{s}\boldsymbol{F}]$ ańlatpasın qoyamız ($\boldsymbol{s}$ arqalı giroskoptıń kósheriniń boyındağı birlik vektor belgilengen). Juwıq teoriya $\boldsymbol{L}$ vektorınıń hám giroskoptıń kósheriniń bağıtlarındağı ayırmalardı esapqa almaytuǵın bolǵanlıqtan $\boldsymbol{L} = L\boldsymbol{s}$ ańlatpasın jaza alamız. Usınıń nátiyjesinde biz izlep atırǵan ańlatpa

$$L[\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{s}] = a[\boldsymbol{s}\boldsymbol{F}]$$

túrine túrlenedi. Bunnan

$$\boldsymbol{\Omega} = -\frac{a}{L}\boldsymbol{F} = -\frac{a}{I_{\parallel}\omega_{\parallel}}\boldsymbol{F}$$

ańlatpasına iye bolamız.

Joqarıda aytılǵan gáplerdiń barlıǵı $\Omega \ll \omega$ bolǵan jaǵday, yaǵnıy tez aylanatuǵın giroskop ushın durıs boladı. ***Eger giroskoptıń figurası átirapındağı aylanıw tezligi ω oǵan perpendikulyar bolǵan kósher dógeregindegi aylanıw tezligi $\omega_{\perp}$ shamasınan júdá úlken bolsa, onda giroskoptıń aylanıwı tez dep esaplanadı***. Dara jaǵdayda giroskoptıń óziniń figurası kósheri dógeregindegi aylanıw tezligi precessiya tezligi Ω dan júdá úlken bolıwı kerek. Texnikada qollanılatuǵın giroskoplar ushın Ω nıń mánisi ω nıń mánisinen millionlaǵan ese kishi boladı.

Qosımshalar: Giroskoplar haqqında "Fizikalıq enciklopediyalıq sózlik" ten:

Úsh erkinlik dárejesine iye tınısh aylanıp turǵan giroskoplardıń ***birinshi qásiyeti***: giroskoptıń figurasınıń kósheri dúnyalıq keńislikte óziniń dáslepki berilgen baǵıtın turaqlı etip uslap turıwǵa tırısadı. Eger usı kósher dáslep qanday da bir juldızǵa qarap baǵıtlanǵan bolsa, onda giroskoptı qálegen orınǵa kóshirgende de Jer menen baylanıslı kósherlerge salıstırǵandaǵı baǵıtın ozgertip sol juldızǵa qarap baǵıtlanǵan halın saqlaydı.

Giroskoptıń ***ekinshi qásiyeti*** onıń kósherine giroskoptı qozǵalısqa keltiriwge baǵıtlanǵan kúsh (yamasa qos kúsh) tásir etkende baqlanadı. Usı kúshtiń tásirinde figurası kósheriniń dógereginde aylanıp turǵan giroskop kúshtiń baǵıtında emes, al usı kúshtiń baǵıtına perpendikulyar baǵıtta awısadı (bul qásiyet joqarıda aytılǵan precessiya bolıp tabıladı).

14-sanlı lekciya. Galileydiń salıstırmalıq principi hám Galiley túrlendiriwleri

Qarap shıǵılatuǵın máseleler: Galileydiń salıstırmalıq principi. Koordinatalardı geometriyalıq jaqtan almastırıw. Hár qanday esaplaw sistemaları arasındaǵı fizikalıq ótiwler. Inercial esaplaw sistemaları.

Koordinatalardı túrlendiriw máselesi ádette geometriyalıq másele bolıp tabıladı. Mısalı Dekart, polyar, cilindrlik, sferalıq hám basqa da koordinatalar sistemaları arasında óz-ara ótiw ápiwayı matematikalıq túrlendiriw járdeminde ámelge asırıladı.

Koordinatalardı fizikalıq túrlendiriw. Hár qıylı esaplaw sistemaları baylanısqan hár qıylı materiallıq deneler bir birine salıstırǵanda qozǵalısta bolıwı múmkin. Hár bir esaplaw sistemasında óz koordinata kósherleri júrgizilgen, al sol sistemalardıń hár qıylı noqatlarındaǵı waqıt sol noqat penen baylanısqan saatlardıń járdeminde ólshenetuǵın bolsın. Bir birine salıstırǵanda qozǵalısta bolatuǵın esaplaw sistemalarındaǵı koordinatalar menen waqıt qalayınsha baylanısqan degen soraw kelip tuwadı. **Qoyılǵan sorawǵa juwaptıń tek geometriyalıq kóz-qarastıń járdeminde beriliwi múmkin emes. Bul fizikalıq másele**. Bul másele hár qıylı sistemalar arasındaǵı salıstırmalı tezlik nolge teń bolǵanda hám sol esaplaw sistemaları arasındaǵı fizikalıq ayırma joǵalǵanda (yaǵnıy bir neshe sistemalar bir sistemaǵa aylanǵanda) ǵana geometriyalıq máselege aylanadı.

Inercial esaplaw sistemaları hám salıstırmalıq principi. Qattı deneniń eń ápiwayı bolǵan qozǵalısı onıń ilgerilemeli teń ólshewli tuwrı sızıqlı qozǵalısı bolıp tabıladı. Usı jaǵdayǵa sáykes esaplaw sistemasınıń eń ápiwayı salıstırmalı qozǵalısı ilgerilemeli, teń ólshewli hám tuwrı sızıqlı qozǵalısı bolıp tabıladı. SHártli túrde sol sistemalardıń birewin qozǵalmaytuǵın, al ekinshisin qozǵalıwshı sistema dep qabıl etemiz. Hár bir sistemada dekart koordinatalar sistemasın júrgizemiz. K qozǵalmaytuǵın esaplaw sistemasındaǵı koordinatalardı (x, y, z) dep, al qozǵalıwshı K' sistemasındaǵı koordinatalardı (x', y', z') háripleri járdeminde belgileymiz. Qozǵalıwshı sistemadaǵı shamalardı qozǵalmaytuǵın sistemadaǵı shamalar belgilengen háriplerdiń járdeminde shtrix belgisin qosıp belgileymiz dep kelisip alamız. Endi bir birine salıstırǵanda qozǵalıwshı hár bir esaplaw sistemasında fizikalıq qubılıslar qalay júredi degen áhmiyetli sorawǵa juwap beriwimiz kerek.

Bul sorawǵa juwap beriwimiz ushın sol esaplaw sistemalarındaǵı fizikalıq qubılıslardıń ótiwin úyreniiwimiz kerek. Kóp waqıtlardan beri Jerdiń betine salıstırǵanda teń ólshewli tuwrı sızıqlı qozǵalatuǵın koordinatalarǵa salıstırǵandaǵı mexanikalıq qubılıslardıń ótiw izbe-izligi boyınsha sol qozǵalıs haqqında hesh nárseni aytıwǵa bolmaytuǵınlıǵı málim boldı. Jaǵaǵa salıstırǵanda tınısh qozǵalatuǵın korabldiń kabinaları ishinde mexanikalıq processler jaǵadaǵıday bolıp ótedi. Al, eger Jer betinde anıǵıraq tájiriybeler ótkerilse Jer betiniń juldızlarǵa salıstırǵandaǵı qozǵalısınıń bar ekenligi júzege keledi (mısalı Fuko mayatnigi menen ótkerilgen tájiriybe). Biraq bul jaǵdayda Jer betiniń juldızlarǵa salıstırǵandaǵı tezligi emes, al tezleniwi anıqlanadı. Al **kóp sandaǵı tájiriybeler qozǵalmaytuǵın juldızlarǵa salıstırǵanda, yaǵnıy bir birine salıstırǵanda teń ólshewli tuwrı sızıq boyınsha qozǵalatuǵın barlıq esaplaw sistemalarında barlıq mexanikalıq qubılıslardıń birdey bolıp ótetuǵınlıǵın ayqın túrde kórsetti. Usınıń menen birge tartılıs maydanın (gravitaciya maydanın) esapqa almaytuǵınday dárejede kishi (ázzi) dep esaplanadı. Bunday esaplaw sistemalarında Nyutonnıń inerciya nızamı orınlanatuǵın bolǵanlıqtan olardı inerciyalıq esaplaw sistemaları dep ataladı**.

Galiley tárepinen birinshi ret usınılǵan barlıq inerciyalıq esaplaw sistemalarında mexanikalıq qubılıslar birdey bolıp ótedi (barlıq mexanikalıq nızamlar birdey túrge iye boladı) degen tastıyıqlaw **Galileydiń salıstırmalıq principi** dep ataladı.

Erterek waqıtları kópshilik avtorlar usı máseleni túsindirgende "Galileydiń salıstırmalıq principi" túsiniginiń ornına "Nyuton mexanikasındaǵı salıstırmalıq principi" degen túsinikten paydalandı (mısalı O.D.Xvolson).

Keyinirek basqa da kópshilik, sonıń ishinde elektromagnitlik qubılıslar úyrenilgennen keyin bul principtiń qálegen qubılıs ushın orın alatuǵınlıǵı moyınlana basladı. Sonlıqtan barlıq inercial esaplaw sistemalarında barlıq fizikalıq qubılıslar birdey bolıp ótedi (barlıq fizikalıq nızamlar birdey túrge iye boladı) dep tastıyıqlaytuǵın salıstırmalıq princip arnawlı salıstırmalıq teoriyasınıń salıstırmalıq principi yamasa ápiwayı túrde salıstırmalıq principi dep atala basladı. Házirgi waqıtları bul principtiń mexanikalıq hám elektromagnit qubılısları ushın dál orınlanatuǵınlıǵı kóp eksperimentler járdeminde dálillendi. Soǵan qaramastan **salıstırmalıq principi postulat bolıp tabıladı**. Sebebi ele ashılmaǵan fizikalıq nızamlar, qubılıslar kóp. Sonıń menen birge fizika ilimi qanshama rawajlanǵan sayın ele ashılmaǵan jańa mashqalalardıń payda bola beriwi sózsiz. Sonlıqtan salıstırmalıq principi barqulla postulat túrinde qala beredi.

Salıstırmalıq principi geometriyası Evklidlik bolǵan, birden-bir waqıtqa iye sheksiz kóp sanlı esaplawlar sistemaları bar degen boljawǵa tiykarlanǵan. Keńislik-waqıt boyınsha qatnaslar hár bir esaplaw sistemasında birdey, bul belgisi boyınsha koordinatalar sistemalarınıń bir birinen parqı joq. Usınday boljawdıń durıslıǵı kóp sanlı eksperimentlerde tastıyıqlanǵan. Tájiriybe bunday sistemalarda Nyutonnıń birinshi nızamınıń orınlanatuǵınlıǵın kórsetedi. **Sonlıqtan bunday sistemalar inerciallıq sistemalar dep ataladı. Bunday sistemalar bir birine salıstırǵanda teń ólshewli tuwrı sızıq boyınsha qozǵaladı**.

Biz házir anıqlıq ushın arnawlı salıstırmalıq teoriyasınıń salıstırmalıq principi haqqında onıń avtorı A.Eynshteynniń 1905-jılı jarıq kórgen "Qozǵalıwshı deneler elektrodinamikasına" atlı maqalasınan úzindi keltiremiz:

"Usıǵan usaǵan mısallar hám Jerdiń "jaqtılıq ortalıǵına" salıstırǵandaǵı tezligin anıqlawǵa qaratılǵan sátsiz tırısıwlar tek mexanikada emes, al elektrodinamikada da qubılıslardıń hesh bir qásiyeti absolyut tınıshlıq túsinigine sáykes kelmeydi dep boljawǵa alıp keledi. Qala berse (birinshi dárejeli shamalar ushın dálillengenligindey) mexanikanıń teńlemeleri durıs bolatuǵın barlıq koordinatalar sistemaları ushın elektrodinamikalıq hám optikalıq nızamlar da durıs boladı. Bul boljawdı (onıń mazmunın biz bunnan bılay "salıstırmalıq principi" dep ataymız) biz tiykarǵa aylandırmaqshımız hám bunnan basqa usıǵan qosımsha birinshi qaraǵanda qarama-qarsılıqqa iye bolıp kórinetuǵın jáne bir boljaw, atap aytqanda jaqtılıq boslıqta onı nurlandıratuǵın deneniń qozǵalıs halınan ǵárezsiz barlıq waqıtta da belgili bir V tezligi menen tarqaladı dep boljaymız".

Galiley túrlendiriwleri. Qozǵalıwshı koordinatalar sisteması qozǵalmaytuǵın koordinatalar sistemasına salıstırǵanda hár bir waqıt momentinde belgili bir awhalda boladı (Eskertiw: Birinshiden awhalda boladı dep aytılǵanda qozǵalıwshı koordinatalar sistemasınıń keńisliktegi belgili bir orındı iyeleytuǵınlıǵı inabatqa alınadı. Ekinshiden "koordinatalar sisteması" hám "esaplaw sisteması" túsinikleri bir mániste qollanılıp atır). Eger koordinatalar sistemalarınıń basları $t = 0$ waqıt momentinde bir noqatta jaylasatuǵın bolsa, t waqıttan keyin qozǵalıwshı sistemanıń bası $x = vt$ noqatında jaylasadı. Sonlıqtan da, eger qozǵalıs tek x kósheriniń baǵıtında bolǵanda

$$x' = x - vt,\ y' = y,\ z' = z,\ t' = t. \qquad (1)$$

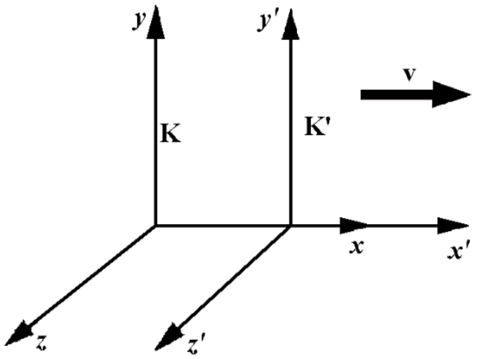
Bul formulalar Galiley túrlendiriwleri dep ataladı.

Eger shtrixları bar koordinatalar sistemasınan shtrixları joq sistemaǵa ótetuǵın bolsaq tezliktiń belgisin ózgeritwimiz kerek. Sonda

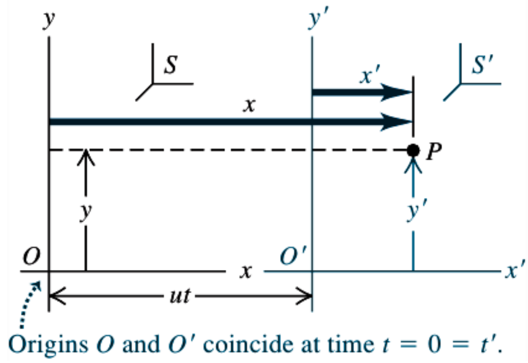
$$x = x' + vt,\ y = y',\ z = z',\ t = t'. \qquad (2)$$

formulaların alamız.

(2)-ańlatpa (1)-ańlatpadan teńlemelerdi sheshiw jolı menen emes, al (1)-ańlatpaǵa salıstırmalıq principin qollanıw arqalı alınǵanlıǵına itibar beriw kerek.



1-a súwret. SHtrixlanǵan hám shtrixlanbaǵan koordinatalar sistemalarınıń bir birine salıstırǵandaǵı qozǵalısı. x hám x' kósherlerin óz-ara parallel etip alıw eń ápiwayı jaǵday bolıp tabıladı.



1-a súwret eki ólshemli jaǵday ushın kórsetilgen. Bul súwrette esaplaw sistemaları S hám S' arqalı, al tezlik u arqalı belgilengen. t=0 waqıt momentinde O hám O' noqatları bir noqatta jaylasqan.

Koordinatalar sistemasın burıw yamasa esaplaw basın ózgertiw arqalı koordinatalar sistemasınıń júdá ápiwayı túrdegi óz-ara jayǵasıwların payda etiwge boladı.

Túrlendiriw invariantları. Koordinatalardı túrlendirgende kópshilik fizikalıq shamalar ózleriniń san mánislerin ózgertiwi kerek. Máselen noqattıń keńisliktegi awhalı (x, y, z) úsh sanınıń járdeminde anıqlanadı. Álbette ekinshi sistemaǵa ótkende bul sanlardıń mánisleri ózgeredi.

Eger fizikalıq shama koordinatalardı túrlendirgende óz mánisin ózgertpese, onday shamalar saylap alınǵan koordinatalar sistemalarına ǵárezsiz bolǵan obektiv áhmiyetke iye boladı. Bunday shamalar túrlendiriw invariantları dep ataladı.

Invariant shamalar tómendegiler jollar menen tabıladı tabıladı:

Uzınlıq l eki esaplaw sistemasında da birdey, yaǵnıy

$$l = \sqrt{(x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_1')^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \qquad (3)$$

teńligi orınlanadı. Bulday jaǵdayda l shamasın Galiley túrlendiriwine qarata invariant shama dep ataydı. **Bunday jaǵdaydı keńisliktiń absolyutligi dep ataymız**.

Bir waqıtlıq túsiniginiń absolyutligi. Galileydiń salıstırmalıq principi boyınsha barlıq inercial esaplaw sistemasında waqıt birdey tezlikte ótedi (yaǵnıy saatlar birdey tezlikte júredi). Demek bir sistemada belgili bir waqıt momentinde júz beretuǵın waqıyalar ekinshi sistemada da tap sol waqıt momentlerinde júz beredi. **Bunday jaǵdaydı waqıttıń absolyutligi dep ataydı**. Sonlıqtan saylap alınǵan sistemadan ǵárezsiz eki waqıyanıń bir waqıtta júz bergenligin tastıyıqlaw absolyut xarakterge iye boladı.

Waqıt intervalınıń invariantlılıǵı. $t = t'$ túrlendiw formulasınıń járdeminde waqıt intervalın túrlendiriw múmkin. Meyli qozǵalıwshı sistemada t_1' hám t_2' waqıt momentlerinde eki waqıya júz bersin. Usı eki waqıya arasındaǵı interval

$$\Delta t = t_2 - t_1. \qquad (4)$$

Qozǵalmaytuǵın esaplaw sistemasında bul waqıyalar $t_1 = t_1'$ hám $t_2 = t_2'$. waqıt momentlerinde bolıp ótti. Sonlıqtan

$$\Delta t = t_2 - t_1 = t_2' - t_1' \qquad (5)$$

teńliklerine iye bolamız. Demek waqıt intervalı Galiley túrlendiriwleriniń invariantı bolıp tabıladı.

Nyuton teńlemeleriniń Galiley túrlendiriwlerine qarata invariantlılıǵı. Tezliklerdi qosıw hám tezleniwdiń invariantlılıǵı. SHtrixları bar esaplaw sisteması qozǵalmaytuǵın shtrixlanǵan esaplaw sistemasına salıstırǵanda V tezligi menen qozǵalatuǵın bolsın hám biz qarap atırǵan materiallıq noqat qozǵalatuǵın, al koordinatalar waqıtqa ǵárezliligi

$$x' = x'(t'),\ y' = y'(t'),\ z' = z'(t') \tag{6}$$

formulalarınıń járdeminde berilgen bolsın. Bunday jaǵdayda tezliktiń qurawshıları

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'},\qquad v'_y = \frac{dy'}{dt'},\qquad v'_z = \frac{dz'}{dt'} \tag{7}$$

túrinde jazıladı. Qozǵalmaytuǵın esaplaw sistemasına kelsek

$$x(t) = x'(t') + vt',\ \ y(t) = y'(t'),\ \ z(t) = z'(t'),\ \ t = t' \tag{8}$$

al tezliktiń qurawshıları tómendegidey teńliklerdiń járdeminde beriledi:

$$\begin{gathered} v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + V\frac{dt'}{dt} = \frac{dx'}{dt'} + V\frac{dt'}{dt'} = v'_x + V, \\ v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt} = \frac{dy'}{dt'}, \\ v_z = \frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt} = \frac{dz'}{dt'}, \end{gathered} \tag{9}$$

formulalarınıń járdeminde anıqlanadı.

Bul formulalar klassikalıq relyativistlik emes mexanikanıń tezliklerdi qosıw formulaları bolıp tabıladı.

Sońǵı formulalar [(9)-formulalar] járdeminde biz tezleniw ushın ańlatpalar alıwımız múmkin. Olardı differenciallaw arqalı hám $dt = dt'$ teńligi orınlanadı dep esaplasaq

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x'}{dt'^2},\qquad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2y'}{dt'^2},\qquad \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d^2z'}{dt'^2} \tag{10}$$

teńlikleriniń orın alatuǵınlıǵına iye bolamız. **Bul formulalar tezleniwdiń Galiley túrlendiriwlerine qarata invariant ekenligi kórsetedi.**

Demek Nyuton nızamları Galiley túrlendiriwlerine qarata invariant eken.

Túrlendiriw invariantları koordinatalar sistemaların saylap alıwǵa baylanıslı emes, al úyrenilip atırǵan obektlerdegi eń áhmiyetli haqıyqıy qásiyetlerin táriyipleydi.

Jaqtılıq tezliginiń shekli ekenligi. Biz endi Jaqtılıq haqqındaǵı kóz-qaraslardıń rawajlanıwı, jaqtılıqtıń tezligin Rëmer tárepinen ólshew, dúnyalıq efir túsinigi, Maykelson-Morli hám Fizo tájiriybeleri, Galiley túrlendiriwleriniń sheklengenligi haqqında gáp etemiz.

Galiley túrlendiriwleriniń durıs-nadurıslıǵı eksperimentte tekserilip kóriliwi múmkin. Galiley túrlendiriwleri boyınsha alınǵan tezliklerdi qosıw formulasınıń juwıq ekenligi kórsetildi. Qáteliktiń tezlik joqarı bolǵan jaǵdaylarda kóp bolatuǵınlıǵı málim boldı. Bul jaǵdaylardıń barlıǵı da jaqtılıqtıń tezligin ólshew barısında anıqlandı.

Jaqtılıqtıń tezligi haqqındağı kóz-qaraslardıń rawajlanıwın tómendegidey faktlerdiń járdeminde sáwlelendiriw múmkin:

Áyemgi dáwirlerdegi oyshıllardıń pikirleri boyınsha:

Platon (b.e.sh. 427-347) kóriw nurları teoriyasın qolladı. Bul teoriya boyınsha kózden nurlar shıǵıp, predmetlerdi barıp "barlastırıp kórip" kózge qaytıp keledi hám usınıń nátiyjesinde biz kóremiz.

Demokrit (b.e.sh. 460-370) atomistlik teoriya tárepinde bolıp, onıń tálimatı boyınsha kózge bólekshelerden turatuǵın jaqtılıq nurları kelip túsedi hám sonıń saldarınan kóriw sezimleri payda boladı.

Aristotel (b.e.sh. 384-322) Demokritke sáykes pikirde boldı.

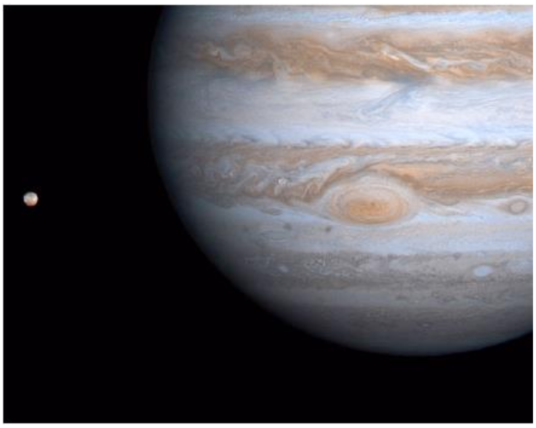
Bul eki túrli kóz qaraslar Evklid (b.e.sh. 300-jıllar) tárepinen biri birine ekvivalent etildi. Ol jaqtılıqtıń tuwrı sızıqlı tarqalıw hám shaǵılısıw nızamların ashtı.

Jańa fizikanıń tiykarın salıwshı Galiley (1564-1642) jaqtılıqtıń tezligi shekli dep esapladı. Tezlikti ólshew boyınsha ol qollanǵan ápiwayı usıllar durıs nátiyje bere almadı. R.Dekart (1596-1650) bolsa pútkilley basqasha kóz-qarasta boldı. Onıń pikirinshe jaqtılıq sheksiz úlken tezlik penen taralatuǵın basım.

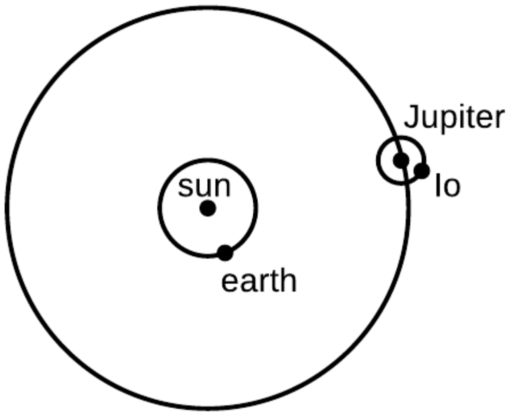
Grimaldi (1618-1660) hám Guk (1625-1695) jaqtılıqqa tolqınlıq kóz-qarasta qaradı. Olardıń pikirinshe jaqtılıq bir tekli ortalıqtağı tolqınlıq qozǵalıs.

Jaqtılıqtıń tolqınlıq teoriyasınıń tiykarın salıwshı Xristian Gyuygens (1629-1695) bolıp tabıladı.

I.Nyuton (1643-1727) "áytewir oylardan gipoteza payda etpew" maqsetinde jaqtılıqtıń tábiyatı haqqında shın kewli menen pikir aytpadı. Biraq ol jaqtılıqtıń korpuskulalıq teoriyasın ashıq túrde qabıl etti.



2-súwret. YUpiter hám shep tárepte onıń joldaslarınıń biri Kassini.



3-súwret. Quyash, Jer, YUpiter hám onıń joldası Ionıń bir birine salıstırǵandağı jaylasıwları.

Jaqtılıqtıń tezligin Rëmer tárepinen ólshew. Jaqtılıqtı tezligi birinshi ret 1676-jılı Olaf Rëmer (Roemer) tárepinen ólshendi. Sol waqıtlarǵa shekem tájiriybeler YUpiter planetasınıń joldaslarınıń aylanıw dáwiriniń Jer YUpiterge jaqınlasqanda kishireyetuǵının, al Jer YUpiterden alıslaǵanda úlkeyetuǵınlıǵın anıq kórsetti. 4-súwrette YUpiterdiń bir joldasınıń tutılıwdın keyingi momenti kórsetilgen. YUpiterdiń Quyash dógeregin aylanıp shıǵıw dáwiri Jerdiń Quyash dógeregin aylanıp shıǵıw dáwirinen ádewir úlken bolǵanlıǵına baylanıslı YUpiterdi qozǵalmaydı dep esaplaymız. Meyli bazı bir t_1 momentinde YUpiterdiń joldası sayadan shıqsın hám Jerdegi baǵlawshı tárepinen $T_1 = t_1 + \frac{s_1}{c}$ waqıt momentinde belgilensin. Bul jerde s_1 arqalı baqlaw waqtındağı Jer menen joldastıń sayadan shqqan jerine shekemgi aralıq belgilengen. YUpiterdiń joldası ekinshi ret sayadan shıqqan waqıttı Jerdegi baqlawshı $T_2 = t_2 + \frac{s_2}{c}$ waqıt momentinde baqladım dep belgilep qoyadı. Sonlıqtan Jerdegi baqlawshı YUpiterdiń joldası ushın aylanıw dáwirine

$$T_{baql} = T_2 - T_1 = T_{haqıyqıy} + \frac{s_2 - s_1}{c}$$

shamasın aladı. Bul jerde $T_{haqıyqıy} = t_2 - t_1$. Demek hár qanday $s_2 - s_1$ shamalarınıń bar bolıwınıń nátiyjesinde joldastıń YUpiterdi aylanıw dáwiri ushın hár qıylı mánisler alınadı. Biraq kóp sanlı ólshewlerdiń nátiyjesinde (Jer YUpiterge jaqınlap kiyatırǵanda alınǵan mánisler "-" belgisi menen alınadı hám barlıq s ler bir birin joq etedi) usı hár qıylılıqtı joq etiw múmkin.

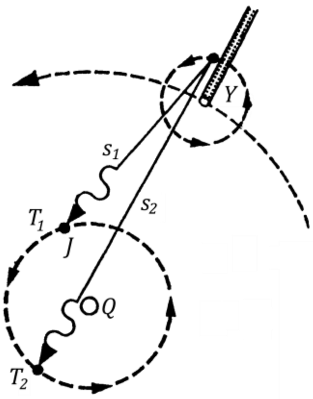
$T_{haqıyqıy}$ shamasınıń mánisin bile otırıp tómendegi formula járdeminde jaqtılıqtıń tezligin anıqlaw múmkin:

$$c = \frac{(s_2 - s_1)}{\left(T_{baql} - T_{haqıyqıy}\right)}. \tag{11}$$

s_2 hám s_1 shamaları astronomiyalıq baqlawlardan belgili.

Nátiyjede Rëmer $c = 214\ 300$ km/s nátiyjesin aldı.

1727-jılı Bradley jaqtılıqtıń aberraciyası qubılısın paydalanıw jolı menen alınǵan nátiyjeniń dálligin joqarılattı.



4-súwret. Jaqtılıqtıń tezligin Rëmer boyınsha anıqlawdıń sxeması.

Nyutonnıń jeke abırayı jaqtılıqtıń korpuskulalardıń aǵımı degen pikirdi kúsheytti. Gyuygenstiń jaqtılıqtıń tolqın ekenligi haqqındaǵı kóz-qarası tárepdarlarınıń bar bolıwına qaramastan júz jıllar dawamında jaqtılıqtıń tolqın ekenligi dıqqattan sırtta qaldı. 1801-jılı YUng interferenciya principin keltirip shıǵardı. Al 1818-jılı Frenel korpuskulalıq teoriyaǵa kúshli soqqı berdi. Ol jaqtılıqtıń tolqınlıq qásiyeti haqqındaǵı kóz-qarastan difrakciya máselesin sheshti. Korpuskulalıq teoriya kóz-qarasınan bul máselelerdi sheshiw múmkin emes bolıp shıqtı. Sonlıqtan 1819-jıldan keyin jaqtılıq belgili bir ortalıqta tarqalatuǵın tolqın sıpatında qarala basladı. Korpuskulalıq teoriya fizikadan waqıtsha tolıq qısıp shıǵarıldı.

Bárshege málim, tolqınnıń payda bolıwı hám tarqalıwı ushın belgili bir tutas serpimli ortalıq kerek. Mısalı ses tolqınlarınıń tarqalıwı ushın hawa yamasa tutas qattı dene, suwdıń betinde payda bolǵan tolqınlardıń tarqalıwı ushın suwdıń ózi kerek. Sonlıqtan jaqtılıqtıń keńislikte tarqalıwı ushın sáykes ortalıq talap etiledi. Sol dáwirlerde dúnyanı tolıq qamtıp turatıǵın sonday ortalıq bar dep boljandı hám onı "**Dúnyalıq efir**" dep atadı. Usınıń nátiyjesinde derlik júz jıl dawamında sol efirdi tabıw, usı efirge salıtırǵanda basqa denelerdiń tezligin anıqlaw (dúnyanı toltırıp tınıshlıqta turǵan efirge salıstırǵandaǵı tezlikti absolyut tezlik dep atadı) fizika iliminde baslı máselelerdiń biri dep esaplandı. Al usınday efir teoriyasın dóretiwge, efir hám onıń fizikalıq qásiyetleri haqqında gipotezalar usınıwda XIX ásirdiń kóp sandaǵı belgili ilimpazları qatnastı.

Mısallar keltiremiz.

1. Gerc gipotezası: efir ózinde qozǵalıwshı deneler tárepinen tolıǵı menen alıp júriledi, sońlıqtan qozǵalıwshı dene ishindegi efirdiń tezligi usı deneniń tezligine teń.

2. Lorenc (H.A.Lorentz) gipotezası: efir qozǵalmaydı, qozǵalıwshı deneniń ishki bólimindegi efir bul qozǵalısqa qatnaspaydı.

3. Frenel hám Fizo gipotezası: efirdiń bir bólimi qozǵalıwshı materiya tárepinen alıp júriledi.

4. Eynshteyn gipotezası (O.D.Xvolson boyınsha Eynshteyn hám Plank gipotezası) boyınsha hesh qanday efir joq.

Eynshteyn gipotezası keyinirek payda bolǵanlıqtan (XIX ásirdiń bası) dáslepki waqıtları turǵan efirge salıstırǵandaǵı jaqtılıqtıń tezligin anıqlaw mashqalası pisip jetti. Tınısh turǵan "Dúnyalıq efir" ge salıstırǵandaǵı qozǵalıs absolyut qozǵalıs bolıp tabıladı. Sonlıqtan ótken ásirdiń (XIX ásir) 70-80 jıllarına kele "Absolyut qozǵalıstı", "Absolyut tezliklerdi" anıqlaw fizika ilimindegi eń áhmiyetli mashqalalarǵa aylandı.

Payda bolǵan pikirler tómendegidey:

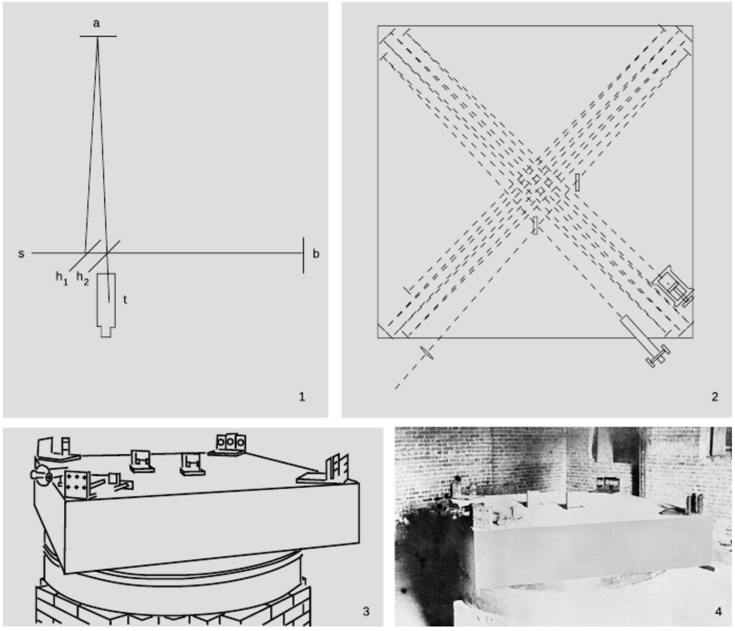
1. Jer, basqa planetalar qozǵalmay turǵan dúnyalıq efirge salıstırǵanda qozǵaladı. Bul qozǵalıslarǵa efir tásir jasamaydı (Lorenctiń pikirin qollawshılar).

2. Qozǵalıwshı deneniń átirapındaǵı efir usı dene menen birge alıp júriledi. (Frenel tálimatın qollawshılar).

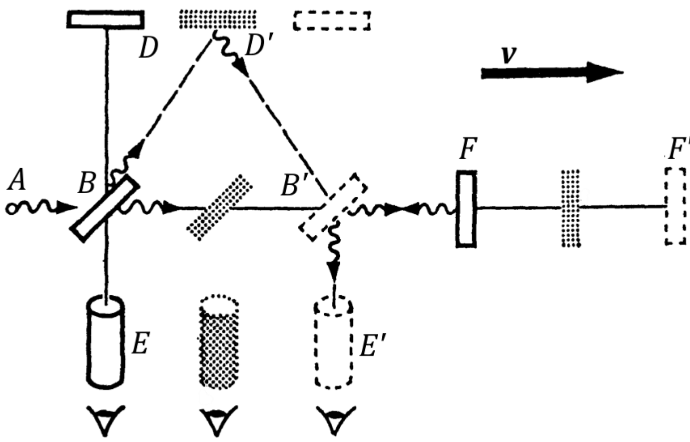
Bul máselelerdi sheshiw ushın 1881-jılı Maykelson (Michelson), 1887-jılı Maykelson Morli (Morley) menen birlikte, 1904-jılı Morli hám Miller (Miller) interferenciya qubılısın baqlawǵa tiykarlanǵan Jerdiń absolyut tezligin anıqlaw boyınsha tariyxıy tájiriybeler júrgizdi. Maykelson, Morli hám Millerler Lorenc gipotezası (efirdiń qozǵalmaslıǵı) tiykarında Jerdiń absolyut tezligin anıqlawdı másele etip qoydı. Bul tájiriybeni ámelge asırıwdıń ideyası interferometr járdeminde biri qozǵalıs baǵıtındaǵı, ekinshisi qozǵalıs baǵıtına perpendikulyar baǵıttaǵı eki joldı salıstırıw bolıp tabıladı. Interferometrdiń islew principi, sonıń ishinde Maykelson-Morli interferometri ulıwma fizika kursınıń "Optika" bóliminde tolıq talqılanadı (5-hám 6-súwretler).

Biraq bul tariyxıy tájiriybeler kútilgen nátiyjelerdi bermedi: Orınlanǵan eksperimentten Jerdiń absolyut tezligi haqqında hesh qanday nátiyjeler alınbadı. Jıldıń barlıq máwsiminde de (barlıq baǵıtlarda da) Jerdiń "efirge" salıstırǵandaǵı tezligi birdey bolıp shıqtı.

Tájiriybeler basqa da izertlewshiler tárepinen jaqın waqıtlarǵa shekem qaytalanıp ótkerilip keldi. Lazerlardiń payda bolıwı menen tájiriybelerdiń dálligi joqarılatıldı. Házirgi waqıtları "efir samalı" nıń tezliginiń (eger ol bar bolsa) $10\frac{m}{s}$ shamasınan kem ekenligi dálillendi.



5-súwret. Maykelson-Morli tájiriybesiniń sxeması hám tájiriybe ótkerilgen dúzilistiń súwreti.



6-súwret. Efirge baylanıslı bolǵan koordinatalar sistemasındaǵı Maykelskon-Morli tájiriybesiniń sxeması. Súwrette interferometrdiń efirge salıstırǵandaǵı awhallarınıń izbe-izligi kórsetilgen.

Maykelson-Morli hám "efir samalı" nıń tezligin anıqlaw maqsetinde ótkerilgen keyingi tájiriybelerden tómendegidey nátiyjelerdi shıǵarıw múmkin:

1. Ylken massaǵa iye deneler óz átirapındaǵı efirdi tolıǵı menen birge qosıp alıp júredi (demek Gerc gipotezası durıs degen sóz). Sonlıqtan usınday deneler átirapında "efir samalı" nıń baqlanbawı tábiyiy nárse.

2. Efirde qozǵalıwshı denelerdiń ólshemleri turaqlı bolıp qalmaydı. Bul jaǵdayda Gerc gipotezasın durıs dep esaplay almaymız.

Al efirdiń bir bólimi (bir bólimi, al tolıǵı menen emes) Jer menen birge alıp júrile me? degen sorawǵa juwap beriw ushın 1860-jılı Fizo tárepinen tájiriybeler júrgizildi.

Fizo tájiriybesiniń ideyası qozǵalıwshı materiallıq denedegi (mısalı suwdaǵı) jaqtılıqtıń tezligin ólshewden ibarat (7-súwret). Meyli usı ortalıqtaǵı jaqtılıqtıń tezligi $v' = \frac{c}{n}$ (n arqalı ortalıqtıń sınıw kórsetkishi belgilengen) bolsın. Eger jaqtılıq tarqalatuǵın ortalıqtıń ózi v tezligi menen qozǵalatuǵın bolsa qozǵalmaytuǵın baqlawshıǵa salıstırǵandaǵı jaqtılıqtıń tezligi $v' \pm V$ shamasına teń bolıwı tiyis. Bul ańlatpada + belgisi ortalıq penen jaqtılıq bir bağıtta qozǵalatuǵın jaǵdayǵa tiyisli. Óziniń tájiriybesinde Fizo ortalıqtıń qozǵalıw bağıtındaǵı hám bul baǵıtqa qarama-qarsı bolǵan baǵıttaǵı jaqtılıqtıń tezliklerin salıstırdı.

Ortalıqtıń qozǵalıw baǵıtındaǵı $\left(v^{(+)}\right)$ hám bul baǵıtqa qarama-qarsı baǵıttaǵı (v') jaqtılıqtıń tezlikleri bılay esaplanadı:

$$v^{(+)} = v' + kV, \qquad v^{(-)} = kV.$$

Bul ańlatpalardaǵı k arqalı eksperimentte anıqlanıwı kerek bolǵan koefficient. Eger $k = 1$ teńligi orınlansa tezliklerdi qosıwdıń klassikalıq formulası orınlı boladı. Eger $k \neq 1$ bolıp shıqsa bul klassikalıq formula durıs nátiyje bermeydi.

l arqalı suyıqlıqtaǵı jaqtılıq júrip ótetuǵın uzınlıqtı, al t_0 arqalı suyıqlıq arqalı ótken waqıttı esaplamaǵanda jaqtılıqtıń eksperimentallıq dúzilis arqalı ótetuǵın waqtın belgileymiz. Bunday jaǵdayda eki nurdıń (birewi suyıqlıqtıń qozǵalıw baǵıtında, ekinshisi oǵan qarama-qarsı) eksperimentallıq dúzilis arqalı ótiw waqtı tómendegidey ańlatpalar járdeminde esaplanadı:

$$t_1 = t_0 + \frac{1}{v' + kV}, \qquad t_2 = t_0 + \frac{1}{v' - kV}.$$

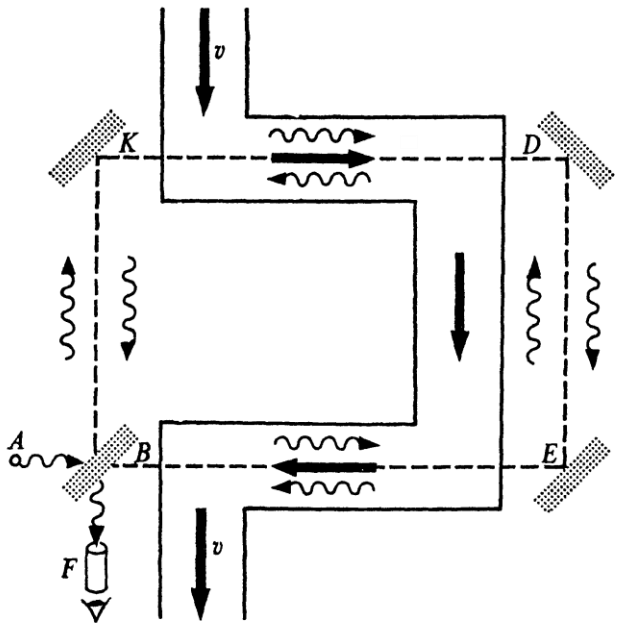
Bul ańlatpalardan eki nurdıń júrisleri arasındaǵı ayırma waqıt boyınsha tómendegi formulalar boyınsha esaplanatuǵınlıǵı kelip shıǵadı:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2lkV}{v'^2 - k^2V^2}.$$

Interferenciyalıq jolaqlar boyınsha júrisler ayırmasın ólshep, l, v, v' shamalarınıń mánislerin qoyıp eń aqırǵı formuladan k nı anıqlaw múmkin. Fizo tájiriybesinde

$$k = q/n^2$$

teńliginiń orın alatuǵınlıǵın kórsetken. Suw ushın sınıw kórsetkishi $n = 1{,}3$ shamasına teń. Demek $k = 0{,}4$ ekenligi kelip shıǵadı. Sonlıqtan $v^{(+)} = v' + kV$ hám $v^{(-)} = v' - kV$ formulalarınan $v = v' \pm 0{,}4v$ ańlatpası kelip shıǵadı (klassikalıq fizika boyınsha $v = v' \pm v$ bolıp shıǵıwı kerek edi). Nátiyjede Fizo tájiriybesinde tezliklerdi qosıw ushın tezliklerdi qosıwdıń klassikalıq formulasınan paydalanıwǵa bolmaytuǵınlıǵı dálillenedi. Sonıń menen birge bul tájiriybeden qozǵalıwshı dene tárepinen efir jarım-jartı alıp júriledi degen juwmaq shıǵarıwǵa boladı hám deneler tárepinen átirapındaǵı efir tolıq alıp júriledi degen gipoteza (Gerc gipotezası) tolıǵı menen biykarlanadı.



7-súwret. Fizo tájiriybesiniń sxeması.

Fizo tájiriybesiniń juwmaqları baspadan shıqqannan keyin eki túrli pikir qaldı:

1. Efir qozǵalmaydı, yaǵnıy ol materiyanıń qozǵalısına pútkilley qatnaspaydı.

2. Efir qozǵalıwshı materiya tárepinen alıp júriledi, biraq onıń tezligi qozǵalıwshı materiyanıń tezligine teń emes.

Álbette, ekinshi gipotezanı rawajlandırıw ushın efir menen qozǵalıwshı materiyanı baylanıstıratuǵın qanday da bir jaǵdaydı qáliplestiriw kerek boladı.

Fizo jasaǵan dáwirde bunday nátiyje tańlanıw payda etpedi. Sebebi joqarıda gáp etilgenindey, Fizo tájiriybesi ótkerilmesten ádewir burın Frenel qozǵalıwshı materiya tárepinen efir tolıq alıp júrilmeytuǵınlıǵı haqqında boljaw aytqan edi. Álbette Frenel qozǵalıwshı materiya efirdi qanshama alıp júredi degen sorawǵa juwap bergen joq. Usınıń nátiyjesinde joqarıda aytıp ótilgen Frenel hám Fizo gipotezası payda boldı.

Albert Eynshteyn óziniń 1920-jılı jarıq kórgen "Efir hám salıstırmalıq teoriyası" maqalasında bılay dep jazadı:

"Jaqtılıqtıq qásiyetleri menen materiallıq denelerde tarqalatuǵın serpimli tolqınlar qásiyetleri arasındaǵı uqsaslıqtıń bar ekenligi anıq kóringenlikten XIX ásirdiń birinshi yarımında efir gipotezası qaytadan kúshli túrde qollap-quwatlana basladı. Jaqtılıqtı inert massaǵa iye hám Álemdi tolıǵı menen toltırıp turatuǵın serpimli ortalıqtaǵı terbelmeli process dep qarawdıń durıslıǵı gúman payda etpedi. Oǵan qosımsha jaqtılıqtıń polyarizaciyası usı ortalıqtıń qattı denelerdiń qásiyetlerine uqsaslıǵın keltirip shıǵardı. Sebebi suyıqlıqta emes, al qattı denelerde ǵana kóldeneń tolqınlar tarqala aladı. Solay etip bóleksheleri jaqtılıq tolqınlarına sáykes kishi deformaciyalıq qozǵalıs penen qozǵala alatuǵın "kvaziserpimli" jaqtılıq efiri haqqındaǵı teoriyaǵa kelip jetti.

Qozǵalmaytuǵın efir teoriyası dep te atalǵan bul teoriya keyinirek Fizo tájiriybesinde tirek taptı. Bul tájiriybeden efirdiń qozǵalısqa qatnaspaydı dep juwmaq shıǵarıwǵa boladı. Fizo tájiriybesi arnawlı salıstırmalıq teoriyası ushın da fundamentallıq áhmiyetke iye. Jaqtılıqtıń aberraciyası qubılısı da tap sonday bolıp kvaziqattı efir teoriyasınıń paydası ushın xızmet etti".

A.Eynshteyn 1910-jılı jarıq kórgen "Salıstırmalıq principi hám onıń saldarları" miynetinde Fizo tájiriybesiniń jıldıń hár qıylı máwsimlerinde qaytalanǵanlıǵın, biraq barlıq waqıtları da birdey nátiyjelerge alıp kelgenligin atap ótedi. Sonıń menen birge Fizo tájiriybesinen qozǵalıwshı materiya tárepinen Gerc gipotezası jarım-jartı alıp júriletuǵını kelip shıǵatuǵınlıǵı, al basqa barlıq tájiriybelerdiń bul gipotezanı biykarlaytuǵınlıǵı aytılǵan.

Tek salıstırmalıq teoriyası payda bolǵannan keyin ǵana **Fizo tájiriybesiniń tezliklerdi qosıwdıń klassikalıq formulasınıń hám Galiley túrlendiriwleriniń durıs emes ekenliginiń dálilleytuǵın tájiriybe ekenligi anıqlandı**.

Solay etip jaqtılıqtıń tezligi haqqındaǵı kóz-qaraslar 200-300 jıllar dawamında úlken ózgerislerge ushıradı hám ótken ásirdiń aqırında onıń turaqlılıǵı haqqında pikirler payda bola basladı.

Jaqtılıqtıń vakuumdegi tezliginiń turaqlılıǵı (jaqtılıq tezliginiń derektiń yamasa jaqtılıqtı qabıl etiwshiniń tezligine baylanıssızlıǵı) kóp sanlı eksperimentallıq jumıslardıń tábiyiy juwmaǵı bolıp tabıladı. Maykelson-Morli hám Fizo tájiriybeleri tariyxıy jaqtan birinshi tájiriybeler boldı. Keyin ala bul tájiriybeler basqa da tájiriybeler menen tolıqtırıldı. Biraq soǵan qaramastan jaqtılıq tezligin turaqlı dep tastıyıqlaw tuwrıdan-tuwrı eksperimentallıq tekseriwler múmkinshilikleri sheklerinen shıǵıp ketetuǵın postulat bolıp tabılatuǵınlıǵın umıtpawımız kerek.

Bazı bir juwmaqlar:

1. Galileydiń salıstırmalıq principi denelerdiń tezlikleriniń mánisi jaqtılıqtıń tezliginen ádewir kishi bolǵna jaǵdaylarda durıs nátiyjelerdi beredi.

2. Maykelson-Morli hám Fizo tájiriybeleri gipotezalıq "dúnyalıq efir" túsinigin tolıq biykarladı.

3. Eynshteynniń salıstırmalıq principi eki postulattan turadı:

a) fizikanıń barlıq nızamları barlıq inerciallıq esaplaw sistemalarına qarata invariant;

b) jaqtılıqtıń tezligi barlıq inerciallıq esaplaw sistemalarında birdey.

4. Eynshteynniń salıstırmalıq principi onıń arnawlı salıstırmalıq teoriyasınıń tiykarında turadı.

5. Arnawlı salıstırmalıq teoriyası "absolyut keńislik" hám "absolyut waqıt" túsiniklerin biykarladı hám keńisliktiń de, waqıttıń da salıstırmalı ekenligin tastıyıqladı.

6. Eger júrip baratırǵan poezdda hár bir sekundta bir retten mıltıq atılıp tursa (poezddaǵı mıltıq atıwdıń jiyiligi 1 atıw/s), poezd jaqınlap kiyatırǵan platformada turǵan baqlawshıǵa mıltıq dawıslarınıń jiyiligi kóbirek bolıp qabıl etiledi ($\omega>1$ atıw/s). Al poezd alıslap baratırǵan jaǵdayda platformada turǵan baqlawshıǵa mıltıq dawısları siyreksiydi ($\omega<1$ atıw/s).

7. Maykelson-Morli tájiriybesinde birdey uzınlıqtaǵı "iyinlerdi" alıw múmkinshiligi bolǵan joq. Sebebi "iyinlerdi" birdey etip alıw uzınlıqtı metrdiń millionnan bir úlesindey dállikte ólshewdi talap etedi. Bunday dállik Maykelson-Morli zamanında bolǵan joq.

8. Jaqtılıqtıń tezligi onıń deregi menen jaqtılıqtı qabıllawshınıń tezliginen ǵárezli emes.

9. Barlıq eksperimentallıq maǵlıwmatlar tiykarında biz mınaday juwmaqqa kelemiz: Eger qanday da bir inerciallıq esaplaw sistemasında noqatlıq derekten shıqqan jaqtılıq tolqınınıń frontı sferalıq bolsa, onda sol tolqın frontı qálegen inercial esaplaw sistemasında turǵan baqlawshı ushın da sferalıq boladı.

Sorawlar:

1. Keńislik hám waqıttıń qásiyetleri haqqında Orta ásirlerdegi SHıǵıs alımları qanday pikirde boldı?

2. Salıstırmalıq principin fizika iliminiń eń tiykarǵı principleri qatarına jatqaradı. Nelikten?

3. Qanday sebeplerge baylanıslı Nyuton mexanikasınıń (dinamikanıń) teńlemeleri Galiley túrlendiriwlerine karata invariant?

4. Maykelson-Morli hám Fizo tájiriybeleriniń nátiyjeleriniń salıstırmalıq teoriyasınıń dóretiliwine qanday ornı bar?

5. Qanday baqlawshılardıń kóz-qarası boyınsha fizikalıq denelerdiń ólshemleri qozǵalıs baǵıtında qısqaradı?

6. Menshikli waqıt degenimiz ne?

7. Eynshteynniń salıstırmalıq principiniń tiyukarında kanday postulatlar jatadı?

15-sanlı lekciya. Lorenc túrlendiriwleri hám olardan kelip shıǵatuǵın nátiyjeler

Biz qarap shıǵayın dep atırǵan máseleler mınalardan ibarat: Tiykarǵı principler, koordinatalardı túrlendiriwdiń sızıqlılıǵı, y hám z ushın túrlendiriwler. x penen t lar ushın túrlendiriwler, bir waqıtlıqtıń, intervaldıń invariantlılıǵı, keńislikke hám waqıtqa megzes intervallar, qozǵalıstaǵı saatlardıń júriw tempi, menshikli waqıt, tezliklerdi qosıw, tezleniwlerdidi túrlendiriw.

Tiykarǵı principler. Galiley túrlendiriwleri úlken tezliklerde durıs nátiyjelerdi bermeydi. Bul túrlendiriwlerden jaqtılıq tezliginiń turaqlılıǵı kelip shıqpaydı, inercial koordinatalar sistemasındaǵı koordinatalar menen waqıt arasındaǵı baylanıslardı durıs sáwlelendirmeydi. Sonlıqtan eksperimentattıq faktlerdi durıs sáwlelendiretuǵın, jaqtılıqtıń tezlilginiń turaqlılıǵına alıp keletuǵın túrlendiriwlerdi tabıw kerek. Bul túrlendiriwler Lorenc túrlendiriwleri dep ataladı. Bul túrlendiriwlerdi **salıstırmalıq principi** hám **jaqtılıqtıń tezliginiń turaqlılıq principi** tiykarında keltirilip shıǵıw múmkin.

Koordinatalardı túrlendiriwdiń sızıqlılıǵı. Keńisliktegi burıwlar hám koordinatalar basın jılıstırıw jolları menen júrgiziletuǵın geometriyalıq túrlendiriwler járdeminde kozǵalıwshı koordinatalar sistemasınıń baǵıtların 1-súwrette kórsetilgendey jaǵdayǵa alıp keliw múmkin. Tezlikler klassikalıq (9)-formula boyınsha qosılmaytuǵın bolǵanlıqtan bir koordinatalar sistemasındaǵı waqıt tek ekinshi koordinata sistemasındaǵı waqıt penen anıqlanbastan, koordinatalardan da ǵárezli boladı. Sonlıqtan ulıwmalıq jaǵdaylarda túrlendiriwler tómendegidey túrge iye boladı:

$$x' = \Phi_1(x,y,z,t), \qquad y' = \Phi_2(x,y,z,t), \quad z' = \Phi_3(x,y,z,t), \qquad (1)$$
$$t' = \Phi_4(x,y,z,t).$$

Bul ańlatpalardıń oń tárepinde túrin anıqlaw zárúr bolǵan geypara Φ_i funkciyaları tur.

Bul funkciyalardıń ulıwma túri keńislik penen waqıttıń qásiyetleri menen anıqlanadı. Biz saylap alǵan esaplaw sistemasındaǵı noqatlar bir birinen ayırılmaydı dep esaplaymız. Demek koordinata basın keńisliktiń qálegen noqatına kóshiriwge boladı. Usınday jaǵdayda qálegen geometriyalıq obektler arasındaǵı barıq geometriyalıq qatnaslar ózgerissiz qalıwı kerek. Bul qásiyet **keńisliktiń bir tekliligi** dep ataladı (keńisliktiń qásietiniń bir noqattan ekinshi noqatqa ótkende ózgermey qalıwı). Sonıń menen birge hár bir noqatta koordinata kósherlerin ıqtıyarlı túrde baǵıtlaw múmkin. Bul jaǵdayda da qálegen geometriyalıq obektler arasındaǵı barıq geometriyalıq qatnaslar ózgerissiz qaladı. **Bul keńisliktiń qásiyetiniń barlıq baǵıtlar boyınsha birdey ekenligi bildiredi. Bunday qásiyetti keńisliktiń izotroplılıǵı dep ataymız**.

Inercial esaplaw sistemalarındaǵı bir tekliligi menen izotroplılıǵı keńisliktiń eń baslı qásiyetleriniń biri bolıp tabıladı.

Waqıt ta bir teklilik qásiyetke iye. Fizikalıq jaqtan ol tómendegidey mániske iye:

Meyli belgili bir fizikalıq situaciya bazı bir waqıt momentinde payda bolsın. Waqıttıń bunnan keyingi momentlerinde situaciya rawajlana baslaydı. Meyli usınday situaciya basqa bir waqıt momentinde payda bolsın. Bul jaǵdayda da tap birinshi jaǵdaydaǵıday bolıp situaciya rawajlanatuǵın bolsa waqıt bir tekli dep esaplanadı. Solay etip **waqıttıń bir**

tekliligi dep fizikalıq situaciyanıń qaysı waqıt momentinde payda bolǵanlıǵına ǵárezsiz birdey bolıp rawajlanıwına hám ózgeriwine aytamız.

Keńislik penen waqıttıń bir tekliliginen (1)-ańlatpalardıń sızıqlı bolıwınıń kerek ekenligi kelip shıǵadı. Dálillew ushın x' tıń sheksiz kishi ósimi dx' tı qaraymız. Bul ózgeriske shtrixı joq sistemada sheksiz kishi dx, dy, dz hám dt ósimleri sáykes keledi. Matematikada keńnen belgili bolǵan tolıq differencial formulası járdeminde x, y, z, t shamalarınıń ózgeriwlerine baylanıslı bolǵan dx' tı esaplaymız:

$$dx' = \frac{\partial \Phi_1}{\partial x}dx + \frac{\partial \Phi_1}{\partial y}dy + \frac{\partial \Phi_1}{\partial z}dz + \frac{\partial \Phi_1}{\partial t}dt \quad (2)$$

ańlatpasın alamız. Keńislik penen waqıttıń bir tekliliginen bul matematikalıq qatnaslar keńisliktiń barlıq noqatlarında hám barlıq waqıt momentlerinde birdey bolıwı kerek. Sonlıqtan $\frac{\partial \Phi_1}{\partial x}, \frac{\partial \Phi_1}{\partial y}, \frac{\partial \Phi_1}{\partial z}, \frac{\partial \Phi_1}{\partial t}$ shamaları waqıttan da, koordinatalardan da ǵárezsiz, yaǵnıy turaqlı sanlar bolıwı shárt. Sonlıqtan Φ_1 funkciyası

$$\Phi_1(x, y, z, t) = A_1x + A_2y + A_3z + A_4t + A_5 \quad (3)$$

túrinde jazılıwı kerek. Bul formuladaǵı A_1, A_2, $A_3, \ldots$ shamaları turaqlılar. Solay etip $\Phi_1(x, y, z, t)$ funkciyası óziniń argumentleriniń sızıqlı funkciyası bolıp tabıladı. Tap usınday jollar menen keńislik penen waqıttıń bir tekliliginen Φ_2, Φ_3 hám Φ_4 shamalarınıń da (1) túrlendiriwlerinde x, y, z, t ózgeriwshilerdiń sızıqlı funkciyaları bolatuǵınlıǵın dálillewge boladı.

***y* hám *z* ushın túrlendiriwler**. Hár bir koordinatalar sistemasında noqatlar $x = y = z = 0$, $x' = y' = z' = 0$ teńlikleri menen berilgen bolsın. $t = 0$ waqıt momentinde koordinatalar basları bir noqatta turadı dep esaplayıq. Bunday jaǵdayda (3) túrindegi sızıqlı túrlendiriwlerde $A_5 = 0$ bolıwı kerek hám y jáne z kósherleri ushın túrlendiriwler tómendegishe jazıladı:

$$y' = a_1x + a_2y + a_3z + a_4t,$$
$$z' = b_1x + b_2y + b_3z + b_4t. \quad (4)$$

1-súwrette kórsetilgendey y hám y', z hám z' kósherleri óz-ara parallel bolsın. x' kósheri barlıq waqıtta x kósheri menen betlesetuǵın bolǵanlıqtan $y = 0$ teńliginen $y' = 0$ teńligi, $z = 0$ teńliginen $z' = 0$ teńligi kelip shıǵadı. YAǵnıy qálegen x, y, z hám t ushın mına teńlikler orınlanadı:

$$0 = a_1x + a_3z + a_4t,$$
$$0 = b_1x + b_2y + b_4t. \quad (5)$$

Bul teńlikler tek

$$a_1 = a_3 = a_4 = 0 \ \ \textit{hám}\ b_1 = b_2 = b_4 = 0 \quad (6)$$

teńlikleri orınlanǵanda ǵana qanaatlandırıladı. Sonlıqtan y hám z ler ushın túrlendiriwler mına túrge enedi:

$$y' = ay, \ \ z' = az. \quad (7)$$

Bul ańlatpalarda qozǵalısqa qatnası boyınsha y hám z kósherleri teńdey huqıqqa iye bolǵanlıqtan túrlendiriwdegi koefficientlerdiń de birdey bolatuǵınlıǵı, yaǵnıy $a_3 = b_3 = a$ teńlikleriniń orınlanatuǵınlıǵını esapqa alınǵan. (7)-ańlatpalardaǵı a koefficienti bazı bir masshtabtıń uzınlığınıń shtrixlanbaǵan sistemadaǵıǵa qaraǵanda shtrixlanǵan sistemada neshe ese úlken ekenliginen derek beredi. (7)-ańlatpalardı mına túrde kóshirip jazamız

$$y = \frac{1}{a}y', \qquad z = \frac{1}{a}z'. \tag{8}$$

$\frac{1}{a}$ shaması bazı bir masshtabtıń shtrixlanǵan sistemadaǵıǵa qaraǵanda shtrixlanbaǵan sistemada neshe ese úlken ekenliginen kórsetedi. Salıstırmalıq principi boyınsha eki esaplaw sisteması da teńdey huqıqlı. Sonlıqtan birinshisinen ekinshisine ótkende de, keri ótkende de masshtab uzınlığı birdey bolıp ózgeriwi kerek. Sonlıqtan (7) hám (8) formulalarında $\frac{1}{a} = a$ teńliginiń saqlanıwı shárt ($a = -1$ bolǵan matematikalıq sheshim bul jerde qollanılmaydı, sebebi y, z hám y', z kósherleriniń oń baǵıtları bir biri menen sáykes keledi. Demek y, z koordinataları ushın túrlendiriwler mınaday túrge iye:

$$y' = y, \qquad z' = z. \tag{9}$$

***x* penen *t* ushın túrlendiriwler**. y hám z ózgeriwshileri óz aldına túrlenetuǵın bolǵanlıqtan x hám t lar sızıqlı túrlendiriwlerde tek bir biri menen baylanısqan bolıwı kerek. Onday jaǵdayda qozǵalmaytuǵı sistemaǵa qaraǵanda qozǵalıwshı sistemanıq koordinata bası $x = vt$ koordinatasına, al qozǵalıwshı sistemada $x' = 0$ koordinatasına iye bolıwı kerek. Túrlendiriwdiń sızıqlılıǵına baylanıslı

$$x' = \alpha(x - vt) \tag{10}$$

ańlatpasın jaza alamız. Bul ańlatpada α arqalı anıqlanıwı kerek bolǵan proporcionallıq koefficient belgilengen.

Qozǵalıwshı esaplaw sistemısında turıp hám bul sistemanı qozǵalmaydı dep esaplap joqarıdaǵıday talqılawdı dawam ettiriwimiz múmkin. Bunday jaǵdayda shtrixlanbaǵan koordinata sistemasınıń koordinata bası $x' = vt$ ańlatpası járdeminde anıqlanadı. Sebebi shtrixlanǵan sistemada shtrixlanbaǵan sistema x kósheriniń teris mánisleri baǵıtında qozǵaladı. SHtrixlanbaǵan sistemada shtrixlanbaǵan sistemanıń koordinata bası $x = 0$ teńligi járdeminde táriyiplenedi. Demek shtrixlanǵan sistemadan bul sistemanı qozǵalmaydı dep esaplap (10) nıń ornına

$$x = \alpha'(x' + vt) \tag{11}$$

túrlendiriwine kelemiz. Bul ańlatpada da α' arqalı proporcionallıq koefficienti belgilengen. Salıstırmalıq principi boyınsha $\alpha = \alpha'$ ekenligin dálilleymiz.

Meyli uzınlığı l bolǵan sterjen shtrixlanǵan koordinata sistemasında tınıshlıqta turǵan bolsın. Demek sterjenniń bası menen aqırınıń koordinataları l shamasına ayırmaǵa iye boladı degen sóz:

$$x_2' - x_1' = l. \tag{12}$$

SHtrixlanbaǵan sistemada bul sterjen v tezligi menen qozǵaladı. Sterjenniń uzınlığı dep qozǵalmaytuǵın sistemadaǵı eki noqat arasındaǵı qashıqlıq esaplanadı. Usı eki noqatqa bir waqıt momentinde qozǵalıwshı sterjenniń bası menen aqırı sáykes keledi. t_0 waqıt momentindegi sterjenniń bası menen aqırın (ushın) belgilep alamız. (10) nıń tiykarında sol x_1' hám x_2' noqatları ushın mına ańlatpalardı alamız:

$$x_1' = \alpha(x_1 - vt_0), \qquad x_2' = \alpha(x_2 - vt_0). \tag{13}$$

Demek qozǵalıwshı sterjenniń uzınlıǵı qozǵalmaytuǵın shtrixlanbaǵan sistemada mınaǵan teń:

$$x_2 - x_1 = \frac{x_2' - x_1'}{\alpha} = \frac{l}{\alpha}. \qquad (14)$$

Endi meyli sol sterjen shtrixlanbaǵan sistemada tınıshlıqta turǵan bolsın hám bul sistemada l uzınlıǵına iye bolsın. Demek sterjenniń bası menen ushı arasındaǵı koordinatalar l shamasına parıq qıladı degen sóz, yaǵnıy

$$x_2 - x_1 = l. \qquad (15)$$

Qozǵalmaytuǵın shtrixlanbaǵan sistemada sterjen $-v$ tezligi menen qozǵaladı. SHtrixlanǵan sistemada turıp (yaǵnıy usı sistemaǵa salıstırǵandaǵı) sterjenniń uzınlıǵın ólshew ushın usı sistemadaǵı qanday da bir t_1' waqıt momentinde sterjenniń bası menen ushın belgilep alıw kerek. (11)-formula tiykarında mınaǵan iye bolamız:

$$x_1 = \alpha'(x_1' - vt_0'), \qquad x_2 = \alpha'(x_2' - vt_0'). \qquad (16)$$

Demek qozǵalmaydı dep qabıl etilgen shtrixlanǵan koordinatalar sistemasındaǵı sterjenniń uzınlıǵı mınaǵan teń:

$$x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{\alpha'} = \frac{l}{\alpha'}. \qquad (17)$$

Salıstırmalıq principi boyınsha eki sistema da teń huqıqlı hám bul sistemalardıń ekewinde de birdey tezlik penen qozǵalatuǵın bir sterjenniń uzınlıǵı birdey boladı. Sonlıqtan (14) hám (17) formulalarda $\frac{l}{\alpha'} = \frac{l}{\alpha}$, yaǵnıy $\alpha' = \alpha$ teńliginiń orın alıwı kerek. Biz usı jaǵdaydı dálillewimiz kerek edi.

Endi jaqtılıqtıń tezliginiń turaqlılıǵı postulatına kelemiz. Meyli koordinata basları bir noqatta turǵan jaǵdayda hám saatlar $t = t' = 0$ waqıtın kórsetken momentte sol koordinata baslarınan jaqtılıq signalı jiberilgen bolsın. Eki koordinatalar sistemasında da (shtrixlanǵan hám shtrixlanbaǵan) jaqtılıqtıń taralıwı

$$x' = ct', \qquad x = ct \qquad (18)$$

teńlikleriniń járdeminde beriledi. Bul jerde eki sistemada da jaqtılıqtıń birdey tezlikke iye bolatuǵınlıǵı esapqa alınǵan. Bul ańlatpadaǵı mánislerdi (8)- hám (9)- ańlatpalarǵa qoysaq hám α = α' ekenligin esapqa alsaq

$$ct' = \alpha t(c - v), \;\; ct = \alpha t'(c + v) \qquad (19)$$

ańlatpaların alamız. Bul ańlatpalardıń shet tárepin shep tárepi menen, ońtárepin oń tárepi menen kóbeytip $t't$ shamasına qısqartsaq

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad (20)$$

formulasın alamız. (11)-ańlatpadan (10)-ańlatpanı paydalanıw arqalı mınaǵan iye bolamız

$$vt' = \frac{x}{a} - x' = \frac{x}{a} - \alpha(x - vt) = \alpha vt + x\left(\frac{1}{\alpha} - \alpha\right). \qquad (21)$$

Bunnan (20)-ańlatpanı esapqa alıp

$$t' = \alpha\left\{t + \frac{x}{v}\left(\frac{1}{\alpha^2} - 1\right)\right\} = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad (22)$$

teńliginiń orınlanatuǵınlıǵına isenemiz.

Endi Lorenc túrlendiriwlerin ańsat keltirip shıǵaramız. (9), (10) hám (22) túrlendiriwleri bir birine salıstırǵanda v tezligi menen qozǵalatuǵın sistemalardıń koordinataların baylanıstıradı. Olar Lorenc túrlendiriwleri dep ataladı. Túrlendiriw formulaların jáne bir ret kóshirip jazamız:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, y' = y, z' = z, t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \qquad (23)$$

Calıstırmalıq principi boyınsha keri ótiw de tap usınday túrge iye boladı, tek ǵana tezliktiń belgisi ózgeredi:

$$x = \frac{x' + vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \qquad y = y', \qquad z = z', \qquad t = \frac{t' - \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \qquad (24)$$

Galiley túrlendiriwleri Lorenc túrlendiriwleriniń dara jaǵdayı bolıp tabıladı. Haqıyqatında da $\frac{v}{c} \ll 1$ bolǵanda (kishi tezliklerde) Lorenc túrlendiriwleri tolıǵı menen Galiley túrlendiriwlerine ótedi. Kishi tezliklerde Galiley túrlendiriwleri menen Lorenc túrlendiriwleri arasındaǵı ayırma sezilerliktey bolmaydı. Sonlıqtan Galiley túrlendiriwleriniń dál emes ekenligi kóp waqıtlarǵa shakem fiziklerdiń itibarınan sırtta qalıp ketti.

Lorenc túrlendiriwlerinen kelip shıǵatuǵın nátiyjeler hám interval. Bir waqıtlıqtıń salıstırmalılıǵı. Koordinata sistemasınıń **hár qanday x_1 hám x_2 noqatlarında waqıyalar usı sistemanıń saatı boyınsha bir waqıt momentinde júz berse bir waqıtta bolatuǵın waqıyalar dep ataladı.** Hár bir noqatta júz beretuǵın waqıya sol noqatta turǵan saat járdeminde belgilenedi. Eki waqıya qozǵalmaytuǵın koordinatalar sistemasında bir t_0 waqıt momentinde baslandı dep esaplaymız.

Qozǵalıwshı koordinatalar sistemasında bul waqıyalar x_1' hám x_2' noqatlarında t_1' hám t_2' waqıt momentlerinde baslanadı dep qabıl eteyik. t_1' hám t_2' waqıtları qozǵalıwshı sistemadaǵı x_1' hám x_2' noqatlarında turǵan saatlardıń kórsetiwi boladı. SHtrixlanǵan hám shtrixlanbaǵan koordinatalar arasındaǵı baylanıs (23) Lorenc túrlendiriwleri járdeminde beriledi:

$$\begin{aligned} x_1' &= \frac{x_1 - vt_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, & x_2' &= \frac{x_2 - vt_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ t_1' &= \frac{t_0 - \frac{v}{c^2}x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, & t_2' &= \frac{t_0 - \frac{v}{c^2}x_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \end{aligned} \qquad (25)$$

Waqıyalar x kósheriniń boyında jaylasqan noqatlarda júz bergenlikten y hám z koordinataları eki koordinata sistemalarında da birdey boladı. (25)- ańlatpalar qozǵalıwshı sistemada bul waqıyalardıń bir waqıt momentinde bolmaytuǵınlıǵın kórsetip tur ($t_1' \neq t_2'$). Haqıyqatında da olar

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{\frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad (26)$$

waqıt intervalına ayrılǵan. Demek bir koordinatalar sistemasında bir waqıtta júz beretuǵın waqıyalar ekinshi sistemada bir waqıtta júz bermeydi eken.

Bir waqıtlıq túsinigi koordinatalar sistemasınan ǵárezsiz absolyut mániske iye bolmaydı. Qanday da bir waqıyalardıń bir waqıtta bolǵanlıǵın aytıw ushın usı waqıyalardıń qaysı koordinatalar sistemasında bolıp ótkenligin aytıw shárt.

Bir waqıtlıqtıń salıstırmalılıǵı hám sebeplilik. (26)-formuladan eger $x_1 > x_2$ bolsa, onda x tıń oń baǵıtına qaray qozǵalatuǵın koordinatalar sistemasında $t_2' > t_1'$ teńsizliginiń orın alatuǵınlıǵı kórinip tur. Al qarama-qarsı baǵıtta qozǵalatuǵın koordinatalar sistemasında bolsa ($v < 0$) $t_2' < t_1'$ teńsizligi ornı aladı. Solay etip eki waqıyanıń júzege keliw izbe-izligi hár qıylı koordinatalar sistemasında hár qıylı boladı eken. Usıǵan baylanıslı mınaday tábiyiy soraw tuwıladı: bir koordinatalar sistemasında sebeptiń nátiyjeden burın júzege keliwi, al ekinshi bir koordinatalar sistemasında nátiyjeniń sebepten keyin júzege keliwi múmkin be? Álbette bunday jaǵday waqıyalar sebep-nátiyjelik boyınsha baylanısqan (waqıyanıń bolıp ótiwi ushın belgili bir sebeptiń orın alıwı kerek) bolıwı kerek dep esaplaytuǵın teoriyalarda bolmaydı: wakıyaǵa kóz-qaraslar ózgergende de sebep penen nátiyje arasındaǵı orın almasıwdıń bolıwı múmkin emes.

Sebep-nátiyjelik arasındaǵı baylanıstıń obektiv xarakterge iye bolıwı hám bul baylanıs karap atırılǵan koordinatalar sistemasınan ǵárezsiz bolıwı ushın hár qıylı noqatlarda júz beretuǵın waqıyalar arasındaǵı fizikalıq baylanıstı támiyinleytuǵın materiallıq tásirlesiwlerdiń hámmesi de jaqtılıqtıń tezliginen úlken tezlik penen tarqala almaydı. Basqa sóz benen aytqanda bir noqattan ekinshi noqatqa fizikalıq tásir jaqtılıqtıń tezliginen úlken tezliklerde jetkerilip berile almaydı. Usınıń saldarınan waqıyalardıń sebeplilik penen baylanıslı ekenligi obektiv xarakterge iye boladı: sebep penen nátiyje orın almasatuǵın koordinatatar sisteması bolmaydı.

Intervaldıń invariantlılıǵı. Meyli waqıyalar t_1 waqıt momentinde x_1, y_1, z_1 noqatında, al t_2 waqıt momentinde x_2, y_2, z_2 noqatnda júz bersin. Usı waqıyalar arasındaǵı interval dep

$$s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2 \qquad (27)$$

shamasına aytamız (bul shamanı x_1, y_1, z_1, t_1 hám x_2, y_2, z_2, t_2 noqatları arasındaǵı interval dep te ataladı). Barlıq koordinatalar sistemasında bul shama birdey mániske iye boladı hám sonlıqtan onı Lorenc túrlendiriwiniń invariantı dep ataymız. Usı jaǵdaydı dálilleymiz hám formulanı shtrixlanǵan sistema ushın jazamız.

$$x_2 - x_1 = \frac{(x_2' - x_1') + v(t_2' - t_1')}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

$$y_2 - y_1 = y_2' - y_1',$$

$$z_2 - z_1 = z_2' - z_1',$$

$$t_2 - t_1 = \frac{(t_2' - t_1') + \frac{v}{c^2}(x_2' - x_1')}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Bul ańlatpalardan intervaldıń

$$s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2 = \\ = (x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_1')^2 - c^2(t_2' - t_1')^2 = s'^2 \quad (28)$$

invariant ekenligi, yaǵnıy $s^2 = s'^2$ teńligininiń orın alatuǵınlıǵı dálillenedi. Bunday jazıwdı ádette $s^2 = s'^2 = inv$ dep jazadı.

(28)-ańlatpadan qızıqlı nátiyje shıǵaramız. Sırttan qaraǵanda bul formula tórt ólshemli keńisliktegi koordinataları x_1, y_1, z_1, t_1 hám x_2, y_2, z_2, t_2 bolǵan eki waqıya (eki noqat) arasındaǵı qashıqlıqqa usaydı. Eger $c^2(t_2 - t_1)^2$ yamasa $c^2(t_2' - t_1')^2$ shamaları aldındaǵı belgi "+" belgisi bolǵanda (28)-ańlatpa haqıyqatında da tórt ólshemli Evklid geometriyasındaǵı waqıya (eki noqat) arasındaǵı qashıqlıq bolǵan bolar edi. Usı jaǵdayǵa baylanıslı tórtinshi koordinata aldındaǵı belgi minus bolǵan tórt ólshemli keńislik bar dep esaplaymız hám bul keńislikti kópshilik fiziklerdiń **psevdoevklid keńisligi** dep ataytuǵınlıǵın atap ótemiz.

Eger qarap atırılǵan waqıyalar bir birine sheksiz jaqın jaylassa, onda (28)- teńlik intervaldıń differencialınıń kvadratınıń invariantlılıǵın dálilleydi:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2 = inv. \quad (29)$$

Keńislikke megzes hám waqıtqa megzes intervallar. Waqıyalar arasındaǵı keńisliklik qashıqlıqtı l arqalı, al olar arasındaǵı waqıt aralıǵın t arqalı belgileymiz. Usı eki waqıya arasındaǵı intervaldıń kvadratı $s^2 = l^2 - c^2t^2$ invariant bolıp tabıladı.

Meyli bazı bir koordinatalar sistemasında waqıyalar sebep penen baylanıspaǵan bolsın. Bunday jaǵdayda sol waqıyalar ushın $l > ct$ hám sáykes $s^2 > 0$ teńsizlikleri orın aladı. Intervaldıń invariantlılıǵınan basqa barlıq koordinatalar sistemalarında da bul waqıyalardıń sebeplilik baylanısı menen baylanıspaǵanlıǵı kelip shıǵadı. Álbette qarama-qarsı mániske iye tastıyıqlaw da haqıyqatlıqqa sáykes keledi: eger bazı bir koordinatalar sistemasında waqıyalar bir biri menen sebeplilik penen baylanısqan bolsa ($l < ct, s^2 < 0$), onda ol waqıyalar principinde basqa barlıq koordinatalar sistemalarında da belgili bir sebepler menen baylanısqan boladı.

Kvadratı nolden úlken, yaǵnıy

$$s^2 > 0 \quad (30)$$

bolǵan interval keńislikke megzes interval dep ataladı.

Kvadratı nolden kishi, yaǵnıy

$$s^2 < 0 \quad (31)$$

bolǵan interval **waqıtqa megzes interval** dep ataladı.

Eger interval keńislikke megzes bolsa, onda eki waqıya bir waqıt momentinde keńesliktiń eki noqatında júz beretuǵın koordinatalar sistemasın saylap alıwǵa boladı ($s^2 = l^2 > 0, t = 0$). Sonıń menen birge usı shárt orınlanǵanda eki waqıya bir noqatta júz beretuǵın koordinatalar sistemasın saylap alıw múmkin emes (Bunday jaǵdayda $l = 0$, yaǵnıy $s^2 = -c^2t^2$ teńligi orın alǵan bolar edi, bul $s^2 > 0$ shártine qayshı keledi).

Eger interval waqıtqa megzes bolsa, onda eki waqıya keńisliktiń bir noqatında, biraq hár qıylı waqıt momentlerinde júz beretuǵın koordinatalar sistemasın saylap alıw múmkin ($l = 0, s^2 = -c^2t^2 < 0$). Biraq bul jaǵdayda usı eki waqıya bir waqıtta júzege keletǵuın koordinatalar sistemasın saylap alıw múmkin emes (bunday jaǵdayda $t = 0$, yaǵnıy $s^2 = l^2 > 0$ shárti orınlanıp, ol $s^2 < 0$ shártine qayshı kelgen bolar edi. Solay etip principinde sebeplilik baylanısta tura alatuǵın eki waqıya ushın usı eki waqıya keńisliktiń bir noqatında waqıt boyınsha birinen soń biri júzege keletuǵın koordinatalar sistemasın saylap alıw múmkin.

Eki waqıya jaqtılıq signalı menen baylanısatuǵın dara jaǵdaydıń da orın alıwı múmkin. Bunday jaǵdayda mınanı alamız:

$$s^2 = 0.$$

Bunday interval jaqtılıqqa megzes interval dep ataladı.

Waqıyalar arasındaǵı intervaldıń waqıtqa megzesligi yamasa keńislikke megzesligi saylap alınǵan koordinatalar sistemasına baylanıslı emes. Bul waqıyalardıń ózleriniń invariantlıq qásiyeti bolıp tabıladı.

Intervallar boyınsha endi tómendegidey keste keltiremiz:

Eki waqıya ushın koordinatalar hám waqıt arasındaǵı baylanıs	Intervaldıń tipi	Waqıyalar arasındaǵı baylanıstıń xarakteri
$c\lvert\Delta t\rvert < \lvert\Delta x\rvert$; $\Delta s^2 < 0$	Keńislikke megzes.	Sebep penen baylanıs joq (sebeplilik joq).
$c\lvert\Delta t\rvert > \lvert\Delta x\rvert$; $\Delta s^2 > 0$	Waqıtqa megzes.	Sebep penen baylanıstıń orın alıwı múmkin.
$c\lvert\Delta t\rvert = \lvert\Delta x\rvert$; $\Delta s^2 = 0$	Jaqtılıqqa megzes.	Waqıyalardıń jaqtılıq signalı menen baylanısqan bolıwı múmkin.

Qozǵalıwshı deneniń uzınlıǵı. Qozǵalıstaǵı sterjenniń uzınlıǵı dep usı sterjenniń eki ushına sáykes keliwshi qozǵalmaytuǵın sistemadaǵı usı sistemanıń saatı boyınsha bir waqıt momentinde alınǵan eki noqat arasındaǵı qashıqlıqtı aytamız. Solay etip qozǵalıwshı sterjenniń ushları qozǵalmaytuǵın sistemada usı sistemanıń saatlarınıń járdeminde waqıttıń bir momentinde belgilenip alınadı eken. Al qozǵalıwshı sistemanıń saatları boyınsha belgilenip alıw momentleri basqasha boladı. Qozǵalmaytugın sistemada bir waqıt momentinde belgilenip alınǵan eki noqat arasındaǵı qashıqlıq basqa mániske iye boladı. Demek, sterjenniń uzınlıǵı Lorenc túrlendiriwiniń invariantı bolıp tabılmaydı hám hár qıylı esaplaw sistemalarında hár qıylı mániske iye boladı.

Meyli uzınlıǵı l ge teń bolǵan sterjen shtrixlanǵan koordinatalar sistemasında tınıshlıqta turǵan bolsın hám onıń boyı x' baǵıtına parallel bolsın. Biz bul jerde deneniń uzınlıǵı haqqında aytkanda usı deneniń tınıshlıqta turǵan koordinatalar sistemasındaǵı uzınlıǵın aytatuǵınımızdı sezemiz. Sterjenniń ushlarınıń koordinataların x_1' hám x_2' dep belgileymiz, qala berse $x_2' - x_1' = l$. Bul jerde l shtrixsız jazılǵan. Sebebi l sterjenniń usı sterjen qozǵalmay turǵan koordinatalar sistemasındaǵı, basqa sóz benen aytqanda tınısh turǵan sterjenniń uzınlıǵı bolıp tabıladı.

t_0 waqıt momentinde v tezligi menen qozǵalatuǵın sterjenniń ushlarındaǵı noqatlardı shtrixlanbaǵan koordinatalar sistemasında belgilep alamız. Lorenc túrlendiriwleri formulaları tiykarında

$$x_1' = \frac{x_1 - vt_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \qquad x_2' = \frac{x_2 - vt_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \tag{32}$$

ańlatpaların jaza alamız. Bunnan

$$l = x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{l'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{33}$$

formulasın alamız. Bul formulada $l' = x_2 - x_1$ arqalı qozǵalıwshı sterjenniń uzınlıǵı belgilengen. Demek (33)-ańlatpanı

$$l' = \frac{l}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{34}$$

túrinde kóshirip jazıp qozǵalıwshı sterjenniń uzınlıǵınıń qozǵalıs baǵıtındaǵı uzınlıǵınıń qozǵalmay turǵan sterjenniń uzınlıǵınan kishi bolatuǵınlıǵın sezemiz. Álbette, eger biz usı talqılawlardı tınıshlıqta tur dep qabıl etilgen shtrixlanǵan koordinatalar sisteması kóz-qarasında turıp islesekte qozǵalıwshı sterjenniń uzınlıǵınıń (34)-formula menen anıqlanatuǵınlıǵına kelemiz. Bunday jaǵdaydıń orın alıwı salıstırmalıq principi tárepinen talap etiledi.

Eger sterjendi qozǵalıs baǵıtına perpendikulyar etip y' yaki z' kósherleri baǵıtında ornalastırsaq, onda (25)-formuladan sterjenniń uzınlıǵınıń ózgerissiz kalatuǵınlıǵın kóriwge boladı. Solay etip deneniń ólshemleri salıstırmalı tezliktiń baǵıtına perpendikulyar baǵıtlardı ózgerissiz kaladı.

Mısal retinde Jer sharınıń qozǵalıs baǵıtındaǵı diametrin alıp qaraymız. Onıń uzınlıǵı 12 mıń kilometrdey, orbita boyınsha tezligi 30 km/s. Bunday tezlikte Jer sharınıń diametri 6 sm ge qasqaradı.

Qozǵalıwshı deneniń ólshemleriniń qozǵalıs baǵıtında ózgeretuǵınlıǵı haqqındaǵı batıl usınıs birinshi ret bir birinen ǵárezsiz Fitjerald (Fitzgerald) hám Lorentc (Lorentz) tárepinen berildi. Olar qálegen deneniń qozǵalıs baǵıtındaǵı sızıqlı ólshemleri tek usı qozǵalısqa baylanıslı ózgeredi dep boljadı. Bul boljaw durıs bolıp shıqtı hám Maykelson tájiriybesiniń kútilgen nátiyjelerdi bermewiniń sebebin tolıq túsindirdi.

Qozǵalıstaǵı saatlardıń júriw tempi. Meyli qozǵalıwshı koordinatalar sistemasınıń x_0' noqatında t_1' hám t_2' waqıt momentlerinde eki waqıya júz bergen bolsın. Usı eki waqıyalar arasındaǵı waqıt intervalları qozǵalıwshı sistemada $\Delta t' = t_2' - t_1'$, al tınıshlıqta turǵan sistemada $\Delta t = t_2 - t_1$ bolsın. Lorenc túrlendiriwleri tiykarında

$$t_1 = \frac{t_1' + \frac{v}{c^2} x_0'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \qquad t_2 = \frac{t_2' + \frac{v}{c^2} x_0'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{35}$$

teńliklerine iye bolamız. Bunnan mına formula kelip shıǵadı:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \tag{36}$$

Solay etip qozǵalıwshı saatlar menen ólshengen waqıyalar arasındaǵı waqıt intervalı

$$\Delta t' = \Delta t\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \tag{37}$$

tınıshlıqta turǵan saatlar menen ólshengen waqıtqa qaraǵanda kem bolıp shıǵadı. Demek **tınıshlıqta turǵan saatlardıń júriwine qaraǵanda qozǵalıstaǵı saatlardıń júriwiniń tempi kem boladı**.

Menshikli waqıt. Qozǵalıwshı noqat penen baylanıslı saat penen (noqat penen birge qozǵalatuǵın) ólshengen waqıt bul noqattıń menshikli waqıtı dep ataladı. (37)-formulada sheksiz kishi waqıt intervalına ótiw hám onı bılayınsha jazıw múmkin:

$$d\tau = dt\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}. \tag{38}$$

Bul ańlatpada $d\tau$ arqalı kozǵalıwshı noqattıń menshikli waqıtınıń differencialı, dt arqalı qarap atırılǵan noqat berilgen waqıt momentinde V tezligine iye bolatuǵın inerciallıq koordinatalar sistemasındaǵı waqıttıń differencialı belgilengen. $d\tau$ dıń qozǵalıwshı noqat penen baylanısqan hár qıylı saattlardıń kórsetiwleriniń ózgerisi, al dt bolsa qońısılas keńislik noqatta jaylasqan qozǵalmaytuǵın koordinatalar sistemasınıń hár qıylı saatlarınıń kórsetiwleri ekenligin sezemiz.

Biz joqarıda intervaldıń kvadratınıń, intervaldıń differencialınıń invariant ekenligin kórdik [(29)-formula]. Usıǵan baylanıslı $dx^2+dy^2+dz^2=dr^2$ shamasınıń da qońısılas eki noqat arasındaǵı keńislik qashıqlıqtıń differencialınıń da invariant ekenligin sezemiz. Sonlıqtan házir ǵana eske alınǵan invarianttıń differencialı ushın jazılǵan (29)-formulanıń

$$\frac{ds}{i} = c\,dt\sqrt{1-\frac{1}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2} = c\,dt\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \tag{39}$$

ańlatpasında keltirilgendey etip túrlendiriliwiniń múmkin ekenligin kóremiz. Bul formulada intervalı esaplanıp atırǵan waqıyalar sıpatında qozǵalıwshı noqattıń birinen soń biri izbe-iz keletuǵın eki awhalı alınǵan hám onıń tezliginiń kvadratınıń

$$v^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2$$

ekenligi esapqa alınǵan. Eger

$$ds^2 = dr^2 - c^2t^2 = (-1)(c^2t^2 - dr^2)$$

ekenligin inabatqa alatuǵın bolsaq, onda jormal san $i=\sqrt{-1}$ dıń qalay payda bolǵanlıǵın ańǵarıw múmkin.

(38)-hám (39)-ańlatpalardı salıstırıw menshikli waqıttıń differencialı $d\tau$ dıń intervaldıń differencialı arqalı bılayınsha ańlatılatuǵınlıǵın kórsetedi:

$$d\tau = \frac{ds}{ic}. \tag{40}$$

(29)-formuladan kórinip turǵanınday, intervaldıń differencialı invariant bolıp tabıladı. Jaqtılıqtıń tezligi turaqlı shama bolǵanlıqtan (16)-ańlatpadan **menshikli waqıt Lorenc túrlendiriwlerine qarata invariant** dep juwmaq shıǵarıwǵa boladı.

Bul pútkilley tábiyiy nárse. Sebebi menshikli waqıt qozǵalıwshı noqat penen baylanısqan koordinatalar sistemasında anıqlanadı hám qaysı koordinatalar sistemasında menshikli waqıttıń anıqlanǵanlıǵı áhmiyetke iye bolmaydı.

Tezliklerdi qosıw. Biz klassikalıq mexanikadaǵı tezliklerdi qosıwdı uyrendik. Endi retyativistlik mexanikada tezliklerdi qalay qosatuǵını menen tanısamız.

Meyli qozǵalıwshı koordinatalar sistemasında materiallıq noqattıń qozǵalısı

$$x' = x'(t'),\ y' = y'(t'),\ z' = z'(t'), \tag{41}$$

al tınıshlıqta turǵan sistemada bolsa

$$x = x(t),\ y = y(t),\ z = z(t) \tag{42}$$

parametrlik funkciyalarınıń járdeminde berilgen bolsın. Qozǵalıwshı hám qozǵalmaytuǵın sistemalardaǵı materiallıq noqattıń tezliginiń tómende keltirilgen qurawshıları arasında baylanıstı tabıwımız kerek:

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'},\qquad v'_y = \frac{dy'}{dt'},\qquad v'_z = \frac{dz'}{dt'}. \tag{43}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt},\qquad v_y = \frac{dy}{dt},\qquad v_z = \frac{dz}{dt}. \tag{44}$$

Bizge belgili bolǵan formulalardan

$$dx = \frac{dx' + V\ dt'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}},\qquad dy = dy',\qquad dz = dz', \tag{45}$$

$$dt = \frac{dt' + \frac{V}{c^2}dx'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \frac{dt'\left(1+\frac{V\,v'_x}{c^2}\right)}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

formulalarına iye bolamız. Differenciallardıń bul mánislerin (45)-ańlatpadan (44)-qatnasqa qoysaq hám (43)-qatnastı esapqa alsaq, onda tómendegilerdi tabamız:

$$\begin{gathered} v_x = \frac{v'_x + V}{1 + V\frac{v'_x}{c^2}}, \\ v_y = \frac{v'_y\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{1 + V\frac{v'_x}{c^2}}, \\ v_z = \frac{v'_z\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{1 + V\frac{v'_x}{c^2}}. \end{gathered} \tag{46}$$

Bul formulalar salıstırmalıq teoriyasınıń tezliklerdi qosıw formulaları bolıp tabıladı. SHtrixlanǵan sistema koordinatalarınan shtrixlanbaǵan sistema koordinatalarına da ótiw múmkin. Bunday jaǵdayda V tezligin $-V$ menen, shtrixlanǵan shamalar shtrixlanbaǵan shamalar, shtrixlanǵanları shtrixlanbaǵanları menen almastırıladı. Bul formulalardan, mısalı, jaqtılıq tezliginiń turaqlılıǵı kelip shıǵadı. Usı jaǵdaydı dálilleymiz. Meyli (46)-ańlatpalarda $v'_y = v'_z = 0,\ v'_x = c$ bolsın. Onda

$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + V\frac{v'_x}{c^2}} = \frac{c+V}{1+\frac{cV}{c^2}} = c, \qquad v_y = 0, \qquad v_z = 0 \tag{47}$$

ańlatpalarına iye bolamız. Demek jaqtılıqtıń tezliginen úlken tezlik alınbaydı eken.

Aberraciya. Meyli shtrixlanǵan koordinatalar sistemasında y' kósheri baǵıtında jaqtılıq nurı tarqalatuǵın bolsın. Bunday jaǵdayda

$$v'_x = 0, \qquad v'_y = c, \qquad v'_z = 0.$$

Qozǵalmaytuǵın esaplaw sisteması ushın tómendegini alamız:

$$v_x = V,\ v_y = c\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}},\ v_z = 0.$$

Demek qozǵalmaytuǵın koordinatalar sistemasında jaqtılıq nurınıń baǵıtı menen y kósheri baǵıtı óz-ara parallel bolmay, olar bir birine salıstırǵanda qanday da bir β múyeshine burılǵan bolıp shıǵadı. Bul múyeshtiń mánisi

$$tg\ \beta = \frac{v_x}{v_y} = V/c\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} \tag{48}$$

shamasına teń boladı. Eger $\frac{V}{c} \ll 1$ teńsizligi orın alatuǵın bolsa, onda (48)-ańlatpa klassikalıq fizika beretuǵın $tg\beta = \frac{v_\perp}{c}$ formula menen birdey túrge enedi. Biraq (48)-ańlatpanıń mánisi pútkilley basqasha. Klassikalıq fizikada mınaday jaǵdaylardı bir birinen ayırıw kerek:

qozǵalıwshı derek – qozǵalmaytuǵın baqlawshı,

qozǵalmaytuǵın derek – qozǵalıwshı baqlawshı.

Al salıstırmalıq teoriyasında bolsa tek derek penen baqlawshınıń bir birine salıstırǵandaǵı qozǵalısı ǵana áhmiyetke iye boladı.

Tezleniwdi túrlendiriw. Meyli shtrixlanǵan sistemada materiallıq noqat, qurawshıları a'_x, a'_y, a'_z bolǵan tezleniw menen qozǵalısın. biraq materiallıq noqattıń tezligi usı waqıt momentinde nolge teń bolsın. Sonlıqtan shtrixlanǵan koordinatalar sistemasında noqattıń qozǵalısı tómendegidey formulalar járdeminde táriyiplenedi:

$$\frac{dv'_x}{dt'} = a'_x, \qquad \frac{dv'_y}{dt'} = a'_y, \qquad \frac{dv'_z}{dt'} = a'_z, \qquad v'_x = v'_y = v'_z = 0. \tag{49}$$

SHtrixlanbaǵan koordinitalar sistemasındaǵı noqattıń qozǵalısın izertleymiz. Tezlikti (46)-ańlatpadan tabamız:

$$v_x = V,\ v_y = 0,\ v_z = 0. \tag{50}$$

SHtrixlanbaǵan koordinatalar sistemasındaǵı tezleniwler:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}, \qquad a_y = \frac{dv_y}{dt}, \qquad a_z = \frac{dv_z}{dt} \tag{51}$$

formulalarınıń járdeminde anıqlanadı.

dt, dv_x, dv_y, dv_z shamaları (45)-(46) formulalardıń járdeminde anıqlanadı. Differenciallardı esaplap bolǵannan keyin ǵana tezlikler $v'_x = v'_y = v'_z = 0$ dep esaplaw múmkin. Mısalı dv_x ushın

$$dv_x = \frac{dv'_x}{1 + \frac{Vv'_x}{c^2}} - \frac{(v'_x - V)\frac{V}{c^2}v'_x}{\left(1 + V\frac{v'_x}{c^2}\right)^2} = \tag{52}$$

$$= \frac{dv'_x}{\left(1 + V\frac{v'_x}{c^2}\right)^2}\left(1 + \frac{Vv'_x}{c^2} - \frac{Vv'_x}{c^2} - \frac{V^2}{c^2}\right) = \frac{1 - V^2/c^2}{\left(1 + V\frac{v'_x}{c^2}\right)^2} dv'_x$$

ańlatpasına iye bolamız. Bunnan (45)-qatnastı esapqa alıw jolı menen

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{dv'_x}{dt'} = \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}} a'_x \tag{53}$$

túrlendiriw formulasına iye bolamız. Bul formulada (49)-ańlatpaǵa sáykes $v'_x = 0$ dep esaplanǵan.

Usınday jollar menen dv_y hám dv_z differencialları esaplanadı. Solay etip tezleniwdi túrlendiriwdiń tómendegidey formulaların alamız:

$$a_x = \sqrt[3]{1 - \frac{V^2}{c^2}}\, a'_x, \tag{54}$$

(30)

$$a_y = \sqrt[3]{1 - \frac{V^2}{c^2}}\, a'_y,$$

$$a_z = \sqrt[3]{1 - \frac{V^2}{c^2}}\, a'_z.$$

SHtrixlanbaǵan sistemada noqat V tezligi menen qozǵaladı. Sonlıqtan sońǵı formulalar tómendegi mánisti ańǵartadı:

Qozǵalıwshı materiallıq noqat penen usı noqat tınıshlıqta turatuǵın inercial koordinatalar sistemasın baylanıstırıw múmkin. Usınday koordinatalar sisteması alıp júriwshi koordinatalar sisteması dep ataladı. Eger usı koordinatalar sistemasında noqat tezleniw menen qozǵalsa, onda bul noqat basqa da qálegen koordinatalar sistemasında tezleniw menen qozǵaladı. Biraq tezleniwdiń mánisi basqa sistemada basqa mániske, biraq barlıq waqıtta da kishi mániske iye boladı. Qozǵalıs baǵıtında tezleniw qurawshısı $\sqrt[3]{1 - \frac{V^2}{c^2}}$ kóbeytiwshisine proporcional kishireyedi (V arqalı tezleniw qarap atırılǵan sistemadaǵı tezlik belgilengen). Tezlikke perpendikulyar baǵıttaǵı tezleniwdiń kóldeneń qurawshısı $\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$ kóbeytiwshisine proporcional bolǵan kemirek ózgeriske ushıraydı. Bul xaqqında basqa lekciyalarda da gáp etiledi.

Bir qatar juwmaqlar:

1. Keńisliktiń bir tekliligi menen izotroplıǵı onıń inercial koordinatalar sistemasındaǵı eń baslı qásiyeti bolıp tabıladı.

2. Waqıttıń bir tekliligi berilgen fizikalıq waqıyanıń waqıttıń qaysı momentinen baslanǵanınan ǵárezsiz birdey bolıp rawajlanıwı hám ózgerisi bolıp tabıladı. Mısalı qanday da bir biyiklikten tas waqıttıń kaysı momentinen taslanǵanlıǵınan ǵárezsiz Jerdiń betine birdey waqıt ishinde birdey tezlik penen qulap túsedi.

3. Salıstırmalıq teoriyası sebeplilik principin dálillemeydi. Bul teoriya sebeplilik principi barlıq koordinatalar sistemasında orın aladı dep esaplaydı. Usı jaǵday tiykarında fizikalıq tásirlerdiń tarqalıw tezligine shek qoyıladı.

4. Lorenc túrlendiriwleri tek inercial esaplaw sistemalarında durıs nátiyje beredi. Sonlıqtan Jer sharın batıstan shıǵısqa hám shıǵıstan batısqa qarap qozǵalǵan jaǵdaylardaǵı saatlardıń júriw tempin salıstırǵanda Jerdiń beti menen baylanısqan qoordinatalar sistemasın paydalanıwǵa bolmaydı.

5. Qozǵalıwshı sistemalarda waqıt qozǵalmaytuǵın sistemalarǵa salıstırǵanda ástelik penen ótedi.

6. Menshikli waqıt Lorenc túrlendiriwlerine qarata invariant shama bolıp tabıladı.

7. Absolyut qattı denelerdiń bolıwı múmkin emes.

Sorawlar:

1. Qozǵalıwshı denelerdiń uzınlıǵın anıqlaw klassikalıq mexanikada hám salıstırmalıq teoriyasında ayırmaǵa iye me?
2. Qozǵalıwshı denelerdiń uzınlıǵınıń qısqaratuǵınlıǵın tastıyıqlawdıń fizikalıq mánisi nelerden ibarat?
3. Jer sharın batıstan shıǵısqa hám shıǵıstan batısqa qarap qozǵalǵan jaǵdaylardaǵı saatlardıń júriw tempin salıstırǵanda Jerdiń beti menen baylanısqan qoordinatalar sistemasın paydalanıwǵa bolmaytuǵınlıǵın qalay dálillewge boladı?
4. Egizekler paradoksınıń mánisi neden ibarat hám bul paradoks qalay sheshiledi?

16-sanlı lekciya. Saqlanıw nızamları

Eger fizikalıq nızamlar bazı bir túrlendiriwlerde ózleriniń formaların ózgertpeytuǵın bolsa, onda bunday nızamlar sol túrlendiriwlerge qarata invariant dep ataladı.

Mısalı klassikalıq mexanikanıń nızamları Galiley túrlendiriwlerine qarata invariant: $t' = t, \boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r} + \boldsymbol{v}_0 t$.

Qálegen inercial esaplaw sistemasına ótkende Nyuton nızamları, lagranjian L hám tásir S ózgermey kaladı.

1918-jılı nemis matematigi Emmi Nëter keyinirek Nëter teoreması dep atala baslaǵan fizikanıń fundamentallıq teoremasınıń bar ekenligin taptı hám onıń mazmunı mınalardan ibarat (Emmi Nëter ashqan teoreması menen óziniń atın tariyxta qaldırǵan eń ullı hayal-qızlar qatarına kirdi):

Teoriyanıń yamasa tásir S tiń hár bir invariantlıǵına bazı bir saqlanatuǵın fizikalıq shama sáykes keledi (hám kerisinshe, eger bazı bir fizikalıq shama saqlanatuǵın bolsa, onda fizikalıq nızamlar qanday da bir túrlendiriwlerde ózgermey qaladı). Ózgerissiz saqlanatuǵın shamalardıń sanı túrlendiriw parametrleriniń sanına teń.

Nëter teoremasın bazı bir mısallarda kórsetemiz.

1. Keńisliktiń bir tekliligi – **koordinata bası keńislikte ózgertilip qoyılǵanda fizikanıń nızamları ózgermeydi**. Fizikalıq shamanı ólsheytuǵın ásbaptı keńisliktiń bir noqatınan ekinshi noqatına kóshirip qoyǵanda ólshewdiń nátiyjeleri ózgerissiz qaladı (eger barlıq fizikalıq sharayatlar usı noqatlarda birdey bolatuǵın bolsa).

Barlıq noqatlardıń radius-vektorların birdey qılıp sheksiz kishi turaqlı $\delta\boldsymbol{r} = \delta\boldsymbol{\varepsilon}$ shamasına jılıstırsaq, onda $\boldsymbol{r}_i' = \boldsymbol{r}_i + \delta\boldsymbol{\varepsilon}$ boladı (16-1 súwret). Bul koordinata basın O noqatın O' noqatına kóshirgenge teń. Bunday ózgerislerde bólekshelerdiń tezlikleriniń ózgermey qalatuǵınlıǵı óz-ózinen túsinikli.

Tásir S tiń invariantlılıǵınan lagranjian 1 diń de ózgerissiz qalıwı kerek. Bul jaǵdayda $q_i = x_i, y_i, z_i$ bolǵanlıqtan Lagranj funkciyasınıń ósimin

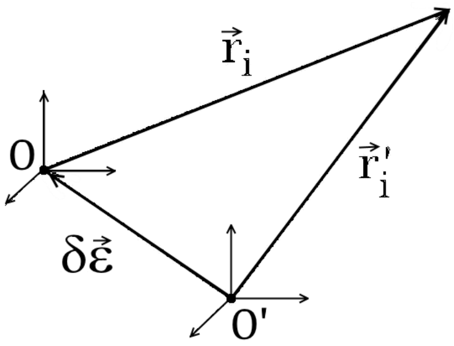
$$\delta L = \sum_i \left(\frac{\partial L}{\partial x_i}\delta x_i + \frac{\partial L}{\partial y_i}\delta y_i + \frac{\partial L}{\partial z_i}\delta z_i\right) \equiv \sum_i \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{r}_i}\delta \boldsymbol{r}_i$$

túrinde jazamız. Bul ańlatpada $\boldsymbol{r}_i$ vektorı boyınsha alınǵan dara tuwındı arqalı mına gradient belgilengen:

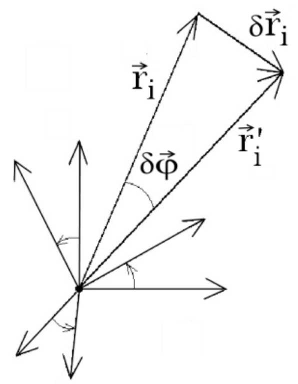
$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{r}} = \frac{\partial L}{\partial x}\boldsymbol{i} + \frac{\partial L}{\partial y}\boldsymbol{j} + \frac{\partial L}{\partial z}\boldsymbol{k}.$$

Tap sol sıyaqlı

$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}} = \frac{\partial L}{\partial v_x}\boldsymbol{i} + \frac{\partial L}{\partial v_y}\boldsymbol{j} + \frac{\partial L}{\partial v_x}\boldsymbol{k}.$$



16-1 súwret. Esaplaw sistemasın $\delta\boldsymbol{r} = \delta\boldsymbol{\varepsilon}$ shamasına jılıstırıw.



16-2 súwret. Esaplaw sistemasın δφ múyeshine burıw.

Lagranj-Eyler teńlemesin

$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{r}_i} - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i} = 0 \qquad (16.1)$$

túrinde jazıp (bul jerde $i = 1, 2, 3, \dots, N$)

$$\delta L = \sum_i \left(\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}\right)\delta\boldsymbol{\varepsilon} = 0$$

ekenligine iye bolamız. $\delta\boldsymbol{\varepsilon}$ shaması ıqtıyarlı bolǵanlıqtan

$$\frac{d}{dt}\left(\sum_i \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}\right) = 0.$$

Sonlıqtan

$$\sum_i \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i} = const.$$

Biraq

$$L = \sum_i \frac{mv_i^2}{2} - U(\boldsymbol{r}_i)$$

ańlatpasınan

$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i} = m_i \boldsymbol{v}_i$$

ekenligi kelip shıǵadı hám soǵan baylanıslı

$$\sum_i m_i \boldsymbol{v}_i = const$$

teńligin alamız.

Juwmaq: **keńisliktiń bir tekliliginen impulstiń saqlanıw nızamı bar boladı.** Biraq bir áhmiyetli eskertiwdi esten shıǵarmaw kerek. Joqarıda paydalanılgan túrlendiriwler bir birinen ǵárezsiz úsh $\delta\varepsilon_x, \delta\varepsilon_y, \delta\varepsilon_z$ parametrlerin óz ishine qamtıydı. Usıǵan sáykes impulstiń saqlanatuǵın p_x, p_y, p_z úsh proekciyası bar boladı.

2. **Keńisliktiń izotroplıǵı**: ***fizikanıń nızamları esaplaw sistemasın turaqlı múyesh δφ ge burǵanda ózgerissiz kaladı*** (ólsheytuǵın ásbaptı ólshew nátiyjelerin ózgertpey burıwǵa boladı, usı jaǵdayda basqa fizikalıq sharayatlardıń ózgermey qalıwı kerek, 16-2 súwret).

Esaplaw sistemasın δφ shamasına burıp qoysaq i −bóleksheniń radius-vektorı $\delta\boldsymbol{r}_i = [\delta\varphi, \boldsymbol{r}_i]$ shamasına, al onıń tezligi

$$\delta\boldsymbol{v}_i = [\delta\varphi, \boldsymbol{v}_i] = \frac{d}{dt}\delta\boldsymbol{r}_i$$

shamasına ózgeredi. Sonlıqtan (16.1)-formuladan mınanı alamız:

$$\delta L = \sum_i \left(\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{r}_i}\delta\boldsymbol{r}_i + \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}\delta\boldsymbol{v}_i\right) = \sum_i \left(\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{r}_i}\delta\boldsymbol{r}_i + \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}\frac{\partial}{\partial t}\delta\boldsymbol{r}_i\right) =$$
$$= \sum_i \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}\delta\boldsymbol{r}_i\right) = \frac{\partial}{\partial t}\sum_i \left(\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}[\delta\varphi, \boldsymbol{r}_i]\right) = 0$$

hám usıǵan sáykes

$$\sum_i \left(\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}[\delta\varphi, \boldsymbol{r}_i]\right) = const$$

ekenligine iye bolamız. Bul ańlatpaǵa $\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i} = m_i\boldsymbol{v}_i$ teńligin qoyıp hám vektorlardı cikllik qayta qoyıw arqalı

$$\sum_i \delta\varphi[\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{v}_i] = const$$

teńliginiń orınlanatuǵnılıǵın anıqlaymız. Bunnan aqırında

$$\sum_i [\boldsymbol{r}_i, m_i\boldsymbol{v}_i] = const$$

formulasın alamız hám mınıday juwmaq shıǵaramız: **keńisliktiń izotroplıǵınan impuls momentiniń saqlanıw nızamı kelip shıǵadı**.

Jáne bir eskertiwdi qollanamız: usı jaǵdayda paydalanılǵan túrlendiriw de $\delta\varphi_x, \delta\varphi_y, \delta\varphi_z$ ǵárezsiz úsh parametrine iye boladı. Usıǵan úsh saqlanatuǵın proekciyalar L_x, L_y, L_z sáykes keledi.

3. **Waqıttıń bir tekliligi – eger waqıttıń baslanǵısh momentin ózgertse fizikanıń nızamları ózgermeydi** (birdey basqa sharayatlar ózgermey qalatuǵın bolsa keshte ótkerilgen ólshewler qanday shamalardı bergen bolsa, azanda ótkerilgen ólshewler de sonday shamalardı beredi).

Sáykes túrlendiriw $t' = t + \delta t$ túrinde jazıladı. Kinetikalıq energiya E_{kin} ge de, potencial energiya U ǵa da waqıt anıq túrde kirmeydi. Sonlıqtan usı invariantlıqqa sáykes keletuǵın saqlanıw nızamın tabıw ushın taǵı da (16.1) teńlemesin paydalanıp lagranjiannan tolıq tuwındı alamız:

$$\frac{dL}{dt} = \sum_i \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{r}_i}\frac{d\boldsymbol{r}_i}{dt} + \sum_i \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}\frac{d\boldsymbol{v}_i}{dt} =$$
$$= \sum_i \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}\boldsymbol{v}_i + \sum_i \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}\frac{d\boldsymbol{v}_i}{dt} = \sum_i \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}\boldsymbol{v}_i\right).$$

$\frac{dL}{dt}$ nı keyingi teńliktiń oń tárepine ótkeremiz. Nátiyjede

$$\frac{d}{dt}\left(\sum_i \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}\boldsymbol{v}_i - L\right) = 0$$

teńligin alamız. YAǵnıy

$$\sum_i m_i \boldsymbol{v}_i \cdot \boldsymbol{v}_i - L \equiv \sum_i m_i v_i^2 - E_{kin} + U = const$$

yamasa

$$E_{kin} + U = const$$

ańlatpasına iye bolmız.

Juwmaq: waqıttıń bir tekliliginen tolıq mexanikalıq energiyanıń saqlanıw nızamı kelip shıǵadı eken.

Kelesi eskertiw: paydalanılgan túrlendiriw tek bir t parametrine iye, sonlıqtan ogan tek bir saqlanatuǵın shama – sistemanıń energiyası sáykes keledi.

Solay etip saqlanıw nızamları hám biz jasap atırǵan dúnyanıń dinamikası keńislik penen waqıttıń qásiyetleri menen anıqlanadı eken.

Biz keńislik penen waqıttıń tiykarǵı qásiyetleriniń biri sıpatında olardıń simmetriyasın atap ótemiz hám saqlanıw nızamlarınıń hár biri keńislik penen waqıttıń belgili bir simmetriyası menen baylanıslı degen juwmaq shıǵaramız.

Tómende saqlanıw nızamları haqqında ayqın mısallarda gáp etiledi.

Saqlanıw nızamlarınıń mazmunı. Joqarıda úyrenilgen qozǵlıs nızamları principinde materiallıq bóleksheler menen denelerdiń qozǵalısı boyınsha qoyılǵan barlıq sorawlarǵa juwap bere aladı. Qozǵalıs teńlemelerin sheshiw arqalı materiallıq bólekshениń qálegen waqıt momentinde keńisliktiń qaysı noqatında bolatuǵınlıǵın, usı noqattaǵı onıń impulsın dál anıqlaw múmkin (qozǵalıs teńlemelerin sheshiwdiń kóp jaǵdaylarda qıyın ekenligin hám sawat penen taqattı talap etetuǵınlıǵın eske alıp ótemiz). Elektron-esaplaw mashinalarınıń rawajlanıwı menen bunday máselelerdi sheshiwdiń múmkinshilikleri joqarıladı.

Biraq barlıq jaǵdaylarda qozǵalıs teńlemelerin sheshiw arqalı qoyılǵan máselelerdi sheshiw múmkinshiligine iye bolmaymız. Meyli bizge sheshiw múmkinshiligi joq qozǵalıs teńlemesi berilgen bolsın. Máselen qozǵalıs barısında berilgen dene Jerde qala ma yamasa kosmos keńisligine jerdi taslap kete alama? degen soraw qoyılsın. Eger usınday jaǵdayda biz qozǵalıs teńlemesin sheshpey-aq deneniń Jer betinen (mısalı) 10 km den joqarı biyiklikke kóterile almaytuǵınlıǵın anıqlay alsaq, bul ádewir alǵa ilgerilegenlik bolıp tabıladı. Al eger 10 km biyiklikte deneniń tezliginiń nolge teń bolatuǵınlıǵı anıqlansa, sonıń menen birge deneniń 10 km biyiklikke kóteriliwi ushın qanday baslanǵısh tezlikke iye bolǵanlıǵı da belgili bolsa onda belgili bir maqsetler ushın bul qozǵalıs haqqında tolıq málim boladı hám qozǵalıs teńlemesin sheshiwdiń zárúrligi qalmaydı.

Saqlanıw nızamları qozǵalıs teńlemelerin sheshiwsiz, processlerdiń waqıt boyınsha dál rawajlanıwın talap etpey qozǵalıstıń ulıwmalıq qásiyetlerin qarap shıǵıwǵa múmkinshilik beredi. Qozǵalıstıń ulıwmalıq qásiyetlerin izertlew qozǵalıs teńlemelerin sheshiw sheklerinde júrgiziledi hám qozǵalıs teńlemesine kirgizilgen informaciyalardan artıq informaciyalardı bermeydi. Sonlıqtan saqlanıw nızamlarında qozǵalıs teńlemelerine qaraǵanda kóp informaciya bolmaydı. Biraq saqlanıw nızamlarında birden kórinbeytuǵın jasırın túrdegi kerekli bolǵan informaciyalardıń bolıwı múmkin. Sonıń menen birge birqansha jaǵdaylarda saqlanıw nızamlarınıń járdeminde bunday informaciyalar paydalanıw ushın ańsat túrde kórinedi. Usı informaciyanıń áhmiyetli tárepi tómendegilerden turadı: ol ayqın ayırmashılıqlarınan ǵárezsiz qálegen ayqın qozǵalıs ushın qollanıladı.

Saqlanıw nızamlarınıń ulıwmalıq xarakteri bul nızamlardı qozǵalıs teńlemeleri bar bolǵan jaǵdayda da, joq bolǵan jaǵdayda da qollanıwǵa múmkinshilik beredi. Saqlanıw nızamların qollanıw ushın kópshilik jaǵdaylarda tek ǵana kúshlerdiń tásir etiw simmetriyasın biliw jetkilikli, al sol kúshlerdiń tásir etiw nızamların biliw shárt emes. Usınıń saldarınan qozǵalıstıń júdá áhmiyetli bolǵan ózgesheliklerin kúshlerdiń tásir etiw nızamların bilmey-aq anıqlawǵa boladı.

Hár bir fizikalıq shamanıń saqlanıwı keńislik penen waqıttıń qásiyetleriniń tikkeley nátiyjesi bolıp tabılatuǵınlıǵın biz joqarıda kórdik. Anıqlıq ushın tómendegi kesteni keltiremiz:

Saqlanıw nızamı	Nızamnıń orın alıwına alıp keletuǵın sebep
Energiyanıń saqlanıw nızamı	Waqıttıń bir tekliligi
Impulstiń saqlanıw nızamı	Keńisliktiń bir tekliligi
Impuls momentiniń saqlanıw nızamı	Keńisliktiń izotroplılıǵı

Biraq, mısalı, keńisliktiń bir tekliliginen energiyanıń saqlanıw nızamı, al keńisliktiń izotroplılıǵınan impuls momentiniń saqlanıw nızamı kelip shıqpaydı. Keltirilgen eki nızam da tásir etiwshi kúshler haqqında qosımshalar kiritilgendegi Nyutonnıń ekinshi nızamınıń nátiyjesi bolıp tabıladı. Impuls penen impuls momentiniń saqlanıw nızamların keltirip shıǵarǵanda **kúshler tásir menen qarsı tásirdiń teńligi nızamın paydalanıw jetkilikli. Demek Nyutonnıń ekinshi nızamına keńislik penen waqıttıń simmetriyası qásiyetin qossaq (atap aytqanda keńislik penen waqıttıń bir tekliligi, keńisliktiń izotroplılıǵı) joqarıda keltirilgen saqlanıw nızamların keltirip shıǵarıwǵa boladı.**

Waqıttıń bir tekliligi haqqında aytqanımızda barlıq waqıt momentleriniń birdey huqıqqa iye ekenligi názerde tutıladı. Keńisliktiń bir tekliligi keńislikte ayrıqsha awhallardıń joqlıǵın bildiredi, keńisliktiń barlıq noqatları teńdey huqıqqa iye. Al keńisliktiń izotroplılıǵı keńislikte ózgeshe qásiyetke iye baǵıtlardıń joqlıǵın bildiredi. Keńisliktegi barlıq baǵıtlar da birdey huqıqqa iye.

Solay etip saqlanıw nızamları teńlemeler sheshiw arqalı emes, sonıń menen birge processlerdiń waqıt boyınsha rawajlanıwın tereń tallawsız qozǵalıslardań ulıwmalıq qásiyetlerin qarap shıǵıwǵa múmkinshilik beredi. Qozǵalıs teńlemeleri fizikalıq shamalardıń waqıt boyınsha hám keńisliktegi ózgeriwin beriwshi teńlemeler bolıp tabıladı. Biziń oyımızda sheksiz kóp sandaǵı fizikalıq situaciyalar ótedi. Sonıń menen birge bizdi ayqın waqıt momentinde júz beretuǵın situaciyalardıń birewi emes, al sol qozǵalıstıń júriwine alıp keletuǵın situaciyalardıń izbe-izligi kóbirek qızıqtıradı. Situaciyalardıń izbe-izligin qaraǵanımızda bizdi sol situaciyalar bir birinen nesi menen ayrılatuǵınlıǵı ǵana emes, al qanday fizikalıq shamalardıń saqlanatuǵınlıǵı qızıqtıradı. **Saqlanıw nızamları bolsa qozǵalıw teńlemeleri menen táriyiplenetuǵın fizikalıq situaciyalardıń barısında nelerdiń ózgermey turaqlı bolıp qalatuǵınlıǵına juwap beredi.**

Biz fizika iliminde basqa da saqlanıw nızamlarınıń orın alatuǵınlıǵın atap ótemiz. Olardıń qatarına elektr zaryadınıń saqlanıw nızamı, yadrolıq fizikadaǵı barionlıq zaryadtıń, leptonlıq zaryadtıń, tolqın funkciyasınıń juplıǵınıń, izotoplıq spinniń saqlanıw nızamları kiredi. Olardıń da hár kaysısına belgili simmetriyanıń sáykes keletuǵınlıǵı atap ótemiz.

Qozǵalıs teńlemeleri hám saqlanıw nızamları. Qozǵalıs teńlemeleri fizikalıq shamalardıń waqıt boyınsha hám keńisliktegi ózgeriwiniń teńlemeleri bolıp tabıladı. Biziń kóz aldımızda fizikalıq situaciyalardıń sheksiz izbe-izligi ótedi. SHın mánisinde qanday da bir waqıt momentindegi qozǵalıstı óz ishine almaytuǵın ayqın fizikalıq situaciya bizdi qızıqtırmaydı. Bizdi (fiziklerdi) sol qozǵalısqa alıp keletuǵın situaciyalardıń izbe-izligi qızıqtıradı. Al situaciyalar izbe-izliklerin qaraǵanda olardıń ne menen bir birinen ayrılatuǵınlıǵın biliw menen qatar, olar arasındaǵı ulıwmalıqtı, olarda nelerdiń saqlanatuǵınlıǵın biliw áhmiyetke iye. **Saqlanıw nızamları qozǵalıs teńlemeleri tárepinen táriyiplenetuǵın fizikalıq situaciyalardıń júzege keliw izbe-izliginde nelerdiń ózgerissiz, turaqlı bolıp qalatuǵınlıǵı haqqındaǵı sorawǵa juwap beredi**.

Saqlanıw nızamlarınıń matematikalıq mánisi. Nyutonnıń tómendegi bir ólshemli teńlemelerin mısal retinde kóremiz:

a) $$m\frac{dv_x}{dt} = F_x,$$

b) $$\frac{dx}{dt} = v_x.$$

Materiallıq noqattıń keńislikte iyelegen ornı qálegen waqıt momentinde belgili bolsa másele sheshiledi dep esaplanadı. Al máseleni sheshiw ushın a) teńlemeni integrallap v_x tı tabıw kerek, al onnan keyin v_x tıń sol mánisin b) ǵa qoyıp $x(t)$ nı anıqlaymız.

Kópshilik jaǵdaylarda birinshi integrallaw ulıwma túrde islenedi hám fizikalıq shamalardıń belgili bir kombinaciyalarınıń sanlıq mánisiniń turaqlı bolıp qalatuǵınlıǵı túrinde beriledi. Sonlıqtan da **mexanikada matematikalıq mániste saqlanıw nızamları qozǵalıs teńlemeleriniń birinshi integralına alıp kelinedi**.

Ádette turaqlı bolıp saqlanatuǵın bir qansha fizikalıq shamalar mexanikadan sırtqa shıǵıp ketedi; olar mexanikanıń sırtında da áhmiyetli orın iyeleydi. saqlanatuǵın fizikalıq shamalar fundamentallıq fizikalıq shamalar, al saqlanıw nızamları fizikanıń fundamentallıq nızamları bolıp esaplanadı.

Impulstiń saqlanıw nızamı. Izolyaciyalanǵan sistemanı qaraymız. Sırttan kúshler tásir etpese materiallıq noqat yamasa materiallıq noqatlar sisteması izolyaciyalanǵan dep ataydı.

Sırttan kúshler tásir etpegenlikten

$$\boldsymbol{F} = 0, \qquad \frac{dp}{dt} = 0.$$

Bul teńlemeni integrallap

$$\boldsymbol{p} = const, p_x = const,\ p_y = const,\ p_z = const$$

ekenligine iye bolamız. Bul teńlikler impulstiń saqlanıw nızamın ańǵartadı: **izolyaciyalanǵan sistemanıń impulsı usı sistemanıń ishinde júretuǵın qálegen processte ózgermey qaladı.** Materiallıq noqat ushın bul nızam **sırttan kúshler tásir etpegende materiallıq noqattıń tuwrı sızıqlı, teń ólshewli qozǵalatuǵınlıǵın** bildiredi. Relyativistlik emes jaǵdaylarda materiallıq noqatlar sisteması ushın bul nızam sistemanıń massa orayınıń tuwrı sızıqlı teń ólshewli qozǵalatuǵınlıǵın ańlatadı.

Impulstiń saqlanıw nızamı relyativistlik emes hám relyativistlik jaǵdaylar ushın da orınlanadı.

Impuls qurawshıları ushın da saqlanıw nızamı bar.

Impuls momentiniń saqlanıw nızamı. Izolyaciyalanǵan sistemanı qarawdı dawam etemiz. Bunday sistema ushın sırtqı kúshlerdiń momenti $\boldsymbol{M}$ nolge teń hám momentler teńlemesi

$$\frac{d\boldsymbol{M}}{dt} = 0$$

túrinde jazıladı. Bul teńlemeni integrallasaq

$$\boldsymbol{L} = const, \qquad L_x = const, \qquad L_y = const, \qquad L_z = const \tag{16.2}$$

teńlemeler sistemasın alamız.

Bul teńlikler impuls momentiniń saqlanıw nızamın ańlatadı: **Izolyaciyalanǵan sistema ishindegi qálegen processte sistemanıń impuls momenti ózgerissiz qaladı**.

Impuls momentiniń ayırım qurawshıları ushın da saqlanıw nızamı orın aladı.

Energiyanıń saqlanıw nızamı. Kúshtiń jumısı. Eger kúshtiń tásirinde tezliktiń absolyut shaması ózgerse kúsh jumıs isledi dep esaplaydı. Eger tezlik artsa kúshtiń jumısı oń, al tezlik kemeyse kúshtiń jumısı teris dep qabıl etilgen.

Jumıs penen tezliktiń ózgeriwi arasındaǵı baylanıstı anıqlaymız. Bir ólshemli qozǵalıstı qaraymız. Noqattıń qozǵalıs teńlemesi

$$m\frac{dv_x}{dt} = F_x. \tag{16.3}$$

Teńlemeniń eki jaǵın da v_x qa kóbeytip hám

$$v_x\frac{dv_x}{dt} = \frac{1}{2}\frac{dv^2}{dt}$$

teńliginiń orınlı ekenligin esapqa alıp

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{mv_x^2}{2}\right) = F_x v_x \tag{16.4}$$

teńligine iye bolamız. Bul teńliktiń oń jaǵınıń $v_x = \frac{dx}{dt}$ ekenligin esapqa alamız hám teńliktiń eki tárepine de dt ǵa kóbeytemiz

$$d\left(\frac{mv_x^2}{2}\right) = F_x dx. \tag{16.5}$$

(16.5)-teńlemede anıq mánis bar. Noqat dx aralıǵına kóshirilgende kúsh $F_x dx$ jumısın isleydi. Nátiyjede qozǵalıstı táriyipleytuǵın kinetikalıq energiya $\frac{mv_x^2}{2}$ hám soǵan sáykes tezliktiń absolyut mánisi ózgeredi. $\frac{mv_x^2}{2}$ shaması joqarıda gáp etilgendey **deneniń kinetikalıq energiyası** dep atalatuǵınlıǵın eske túsiremiz. Dene x_1 noqatınan x_2 noqatına kóshedi, nátiyjede onıń tezligi v_{x_1} shamasınan v_{x_2} shamasına shekem ózgeredi.

Joqarıda alınǵan teńlemeni integrallaw arqalı

$$\int_{v_x=v_{x_1}}^{v_x=v_2} d\left(\frac{mv_x^2}{2}\right) = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx \tag{16.6}$$

teńlemesin alamız.

$$\int_{v_x=v_{x_1}}^{v_x=v_2} d\left(\frac{mv_x^2}{2}\right) = \frac{mv_{x_2}^2}{2} - \frac{mv_{x_1}^2}{2} \tag{16.7}$$

ekenligin esapqa alıp

$$\frac{mv_{x_2}^2}{2} - \frac{mv_{x_1}^2}{2} = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx \tag{15.8}$$

ańlatpasına iye bolamız. Demek materiallıq noqat bir awhaldan ekinshi awhalǵa ótkende kinetikalıq energiyasınıń ósimi kúshtiń islegen jumısına teń.

Kúsh bar waqıtta kinetikalıq energiyanıń mánisi ózgeredi. Kinetikalıq energiya $F_x = 0$ bolǵanda saqlanadı. Haqıyqatında da joqarıda keltirilgen keyingi teńlemeden

$$\frac{mv_{x_2}^2}{2} - \frac{mv_{x_1}^2}{2} = const \tag{15.9}$$

ekenligine iye bolamız. Bul ańlatpa kinetikalıq energiyanıń saqlanıw nızamınıń matematikalıq ańlatpası bolıp tabıladı.

Eger materiallıq noqattıń qozǵalıw baǵıtı menen kúsh óz-ara parallel bolmasa islengen jumıstıń

$$dA = F \cdot dl \cdot \cos\alpha \tag{16.10}$$

shamasına teń ekenligin bilemiz. Bul ańlatpada α arqalı $\boldsymbol{F}$ penen $d\boldsymbol{L}$ vektorları arasındaǵı múyesh belgilengen. Islengen tolıq jumıstı esaplaw ushın

$$A = \lim_{\Delta l_i \to 0} \sum_i (\boldsymbol{F}_i, d\boldsymbol{l}_i) = \int_{(x_1)}^{(x_2)} (\boldsymbol{F}, d\boldsymbol{l}) \tag{15.11}$$

formulasına iye bolamız. Ulıwmalıq jaǵdaydı qaraǵanımızda $m\frac{dv_x}{dt} = F_x$ teńlemesiniń ornına

$$m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \boldsymbol{F} \tag{16.12}$$

teńlemesinen paydalanıwımız kerek. Bunday jaǵdayda

$$d\left(\frac{mv_0^2}{2}\right) = (\boldsymbol{F}, d\boldsymbol{r}) \tag{16.13}$$

formulasın jaza alamız.

Tezlik kúshtiń tásirinde v_1 den v_2 shamasına shekem ózgeretuǵın bolsa, onda

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \int_{(1)}^{(2)} (\boldsymbol{F}, d\boldsymbol{l}) \tag{16.14}$$

formulasın alamız.

Bul teńleme energiyanıń saqlanıw nızamın ańlatadı.

Potencial kúshler. Islegen jumısı tek ǵana traektoriyanıń baslanǵısh hám aqırǵı noqatlarına baylanıslı bolǵan kúshler potencial kúshler dep ataladı. Bunday kúshlerge, mısalı, tartılıs kúshleri kiredi. "Potencial maydan" hám "potencial kúshler" túsinikleri bir mániste qollanıladı.

Matematikalıq jaqtan

$$\int_{(1)}^{(2)} (\boldsymbol{F}, d\boldsymbol{l})$$

integralı tek ǵana 1- hám 2 noqatlarǵa baylanıslı bolǵan maydanǵa aytıladı.

Ulıwma jaǵdayda potencial maydan ushın

$$\oint (\boldsymbol{F}, d\boldsymbol{l}) = 0$$

shárti orınlanadı.

Usı teńlemeden kelip shıǵatuǵın tastıyıqlaw tómendegidey anıqlama túrinde beriliwi múmkin: **qálegen tuyıq kontur boyınsha maydan kúshi jumısı nolge teń bolatuǵın maydan potencial maydan dep ataladı**. Maydannıń potenciallıǵı kriteriyi bılayınsha beriledi:

2) **maydannıń potenciallıq bolıwı ushın tuyıq kontur boyınsha usı maydan kúshiniń jumısınıń nolge teń bolıwı zárúr hám jetkilikli**.

Potencial maydanda islengen jumıs

$$\int_{(1)}^{(2)} (\boldsymbol{F}, d\boldsymbol{l}) = -(U_2 - U_1)$$

yamasa

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = -(U_2 - U_1).$$

Bul teńlemeni bılayınsha qaytadan kóshirip jazıw múmkin:

$$\frac{mv_2^2}{2} + U_2 = \frac{mv_1^2}{2} + U_1.$$

Demek ulıwma jaǵday ushın

$$\frac{mv^2}{2} + U = const$$

ekenligi kelip shıǵadı. Bul teńlik energiyanıń saqlanıw nızamı dep ataladı. U potencial energiya bolıp tabıladı. Sonıń menen birge bul teńleme energiyanıń bir túrden ekinshi túrge ótiw nızamın da beredi.

Bazı bir juwmaqlar

1. Fizika ilimindegi saqlanıw nızamlarınıń barlıǵı da keńislik penen waqıttıń simmetriyaları hám basqa da simmetriyalar menen tikkeley baylanıslı. Hár bir simmetriya menen bir saqlanıw nızamı baylanıslı.

2. Waqıttıń bir tekliligi energiyanıń saqlanıw nızamına alıp keledi.

3. Keńisliktiń bir tekliligi impulstiń saqlanıw nızamınıń orın alıwın támiyinleydi.

4. Keńisliktiń izotroplılıǵı impuls momentiniń saklanıw nızmınıń bar ekenligine alıp keledi.

5. Jabıq (izolyaciyalanǵan) sistmadaǵı bólekshelerdiń kinetikalıq energiyaları menen potencial energiyalarınıń qosındısı turaqlı shama bolıp tabıladı.

6. Qálegen tuyıq kontur boyınsha maydan kúshi jumısı nolge teń bolatuǵın maydan potencial maydan dep ataladı.

7. Maydannıń potenciallıq bolıwı ushın tuyıq kontur boyınsha usı maydan kúshiniń jumısınıń nolge teń bolıwı zárúr hám jetkilikli.

17-sanlı lekciya. Deformaciya. Deformaciyanıń túrleri. Serpimli hám elastik deformaciyalar. Guk nızamı

Bul lekciyada tiykarınan tómnedegidey máseleler qarap shıǵıladı:

1. Serpimli hám elastik deformaciyalar.
2. Izotrop hám anizotrop deneler.
3. Serpimli kernewler.
4. Sterjenlerdi sozıw hám qısıw.
5. Deformaciyanıń basqa da túrleri (jıljıw hám buralıw deformaciyaları).
6. Serpimli deformaciyalardı tenzor járdeminde táriyiplew.

Tábiyatta bar barlıq deneler sırttan kúshler tásir etkende deformaciyalanadı. Usınıń nátiyjesinde olardıń formaları hám kólemleri ózgeredi. Bunday ózgerislerdi deformaciyalar dep ataymız. Ádette eki túrli deformaciyanı ayırıp aytadı: **serpimli deformaciya hám elastik deformaciya**. Serpimli deformaciya dep tásir etiwshi kúshler joǵalǵannan keyin joq bolıp ketetuǵın deormaciyaǵa aytıladı. Plastik yamasa qaldıq deformaciya dep tásir etiwshi kúshler joǵalǵannan keyin qanday da bir dárejede saqlanıp qalatuǵın deformaciyaǵa aytamız. deformaciyanıń serpimli yamasa plastik bolıwı tek ǵana deformaciyalanatuǵın denelerdiń materialına baylanıslı bolıp qalmastan, deformaciyalawshı kúshlerdiń shamasına da baylanıslı. Eger túsken kúshtiń shaması **serpimlilik shegi** dep atalatuǵın shekten artıq bolmasa serpimli deformaciya orın aladı. Eger kúshtiń shaması bul shekten artıq bolsa plastik deformaciya júz beredi. Serpimlik shegi júdá anıq bolmaǵan shama bolıp hár qıylı materiallar ushın hár qıylı mániske iye.

Qattı deneler **izotrop hám anizotrop** bolıp ekige bólinedi. **Izotrop** denelerdiń qásiyetleri barlıq baǵıtlar boyınsha birdey boladı. Al anizotrop denelerde hár qanday baǵıtlar boyınsha qásiyetler hár qıylı. Anizotrop denelerdiń eń ayqın wákilleri **kristallar** bolıp tabıladı. Sonıń menen birge deneler ayırım qásiyetlerge qarata anizotrop, al ayırım qásiyetlerge qarata anizotrop bolıwı múmkin.

Ápiwayı mısallardı kóremiz. Sterjenniń deformaciyalanbastan burıngı uzınlıgı l_0 bolsın, al deformaciya nátiyjesinde onıń uzınlıgı l ge jetsin. demek uzınlıq ósimi $\Delta l = l - l_0$. Bunday jaǵdayda

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \tag{17.1}$$

shaması salıstırmalı uzayıw dep ataladı. Al sterjenniń kese-kesiminiń bir birligine tásir etiwshi F kúshtiń shamasın

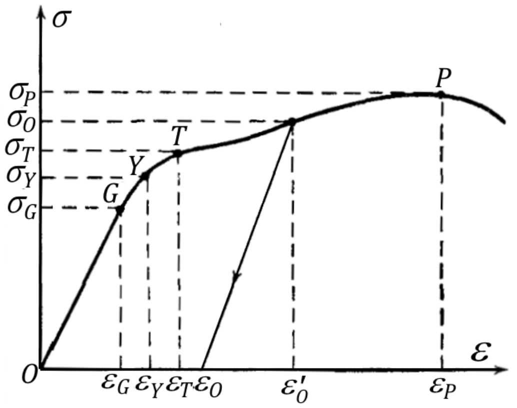
$$\sigma = \frac{F}{S} \tag{17.2}$$

kernew dep ataymız.

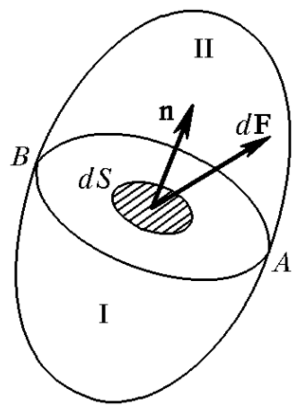
Ulıwma jaǵdayda kernew menen deformaciya arasındaǵı baylanıs 1-súwrette kórsetilgen. Úlken emes kúshlerde kernew σ menen deformaciya ε óz-ara proporcional. Usınday baylanıs G noqatına shekem dawam etedi. Bunnan keyin deformaciya tezirek ósedi. T noqatınan baslap derlik turaqlı kernewde deformaciya júredi. Usı noqattan baslanatuǵın deformaciyalar oblastı **aǵıw oblastı** yamasa **elastik deformaciyalar oblastı** dep ataladı. Bunnan keyin P noqatına shekem deformaciyanıń ósiwi menen kernew de ósedi. Aqırǵı oblastta kernewdiń mánisi kishireyip sterjenniń úziliwi orın aladı.

Kernewdiń σ_y mánisinen keyin deformaciya qaytımlı bolmaydı. bunday jaǵdayda sterjende **qaldıq deformaciyalar** saqlanadı. $\sigma(\varepsilon)$ baylanısındaǵı $0 - \sigma_y$ oblastı berilgen materialdıń ***serpimli deformaciyalar oblastı*** dep ataladı. σ_p menen σ_t shamaları arasındaǵı noqat ***serpimlilik shegine*** sáykes keledi. Dene ózine sáykes serpimlilik shegine shekemgi kernewdiń mánislerinde serpimlilik qásiyet kórsetedi.

Serpimli kernewler. Deformaciyaǵa ushıraǵan denelerdiń hár qıylı bólimleri bir biri menen tásirlesedi. Iqtıyarlı túrde deformaciyalanǵan deneni yamasa ortalıqtı qaryıq. Oyımızda onı I hám II bólimlerge bólemiz. Eki bólim arasındaǵı shegara tegislik AB arqalı belgilengen. I dene deformaciyalanǵan bolǵanlıqtan II denege belgili bir kúsh penen tásir etedi. Sol sebepli óz gezeginde II dene de I denege baǵıtı boyınsha qarama-qarsı baǵıtta tásir etedi. Biraq payda bolǵan deformaciyanı anıqlaw ushın AB kese-kesimine tásir etiwshi qosındı kúshti bilip qoyıw jetkiliksiz. Usı kese-kesim boyınsha qanday kúshlerdiń tarqalǵanlıǵın biliw shárt. Kese kesimnen dS kishi maydanın saylap alamız. II bólimlen I bólimge tásir etiwshi kúshti $d\boldsymbol{F}$ arqalı balgileymiz. *Maydan birligine tásir etiwshi kúsh* $\frac{d\boldsymbol{F}}{dS}$ *AB shegarasında I bólimge tásir etiwshi kernew dep ataladı.* Usı noqatta II denege tásir etiwshi kernew de tap sonday mániske, al baǵıtı jaǵınan qarama-qarsı baǵıtlanǵan boladı.



1 súwret. Deformaciyanıń kernewge ǵárezliligin kórsetiwshi diagramma.



2 súwret. Iqtıyarlı túrde deformaciyalanǵan deneniń sxeması.

Ulıwma jaǵdayda $\boldsymbol{dS}$ maydanınıń baǵıtın bul maydanǵa túsirilgen normal $\boldsymbol{n}$ arqalı beriw múmkin. Bunday jaǵdayda kernew $\boldsymbol{dS}$ hám $\boldsymbol{n}$ vektorları arasındaǵı baylanıstı beredi. Eki vektor arasındaǵı baylanıstı toǵız shama menen beriw múmkin. Bul

$$\begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} \tag{17.3}$$

shamaları bolıp, bul toǵız shamanıń jıynaǵı serpimli kernew tenzorı dep ataladı.

Bul shamalardıń mánisi ulıwma jaǵdaylarda noqattan noqatqa ótkende ózgeredi, yaǵnıy koordinatalardıń funkciyası bolıp tabıladı.

(17.3) Serpimli kernew tenzorı simmetriyalıq tenzor bolıp tabıladı, yaǵnıy

$$\omega_{ij} = \omega_{ji} \qquad (i, j = x, y, z) \tag{17.4}$$

Demek (17.3)-tenzordıń simmetriyalı tenzor ekenliginen toǵız qurawshınıń altawı bir birinen ǵárezsiz bolıp shıǵadı.

X, U, Z koordinatalarınıń baǵıtların saylap alıw arqalı (17.3) degi barlıq diagonallıq emes aǵzalardı nolge teń bolatuǵın etip alıwǵa boladı. Bunday jaǵdayda serpimli kernew tenzorı

$$\begin{vmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{vmatrix} \tag{17.5}$$

túrine keledi. Bul túrdegi tenzordı bas kósherlerge keltirilgen tenzor dep ataymız. Sáykes koordinatalar kósherleri kernewdiń bas kósherleri dep ataladı.

Bir ólshemli kernew (sızıqlı-kernewli jaǵday) bılay jazıladı:

$$\begin{vmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Eki kósherli kernew (tegis kernewli jaǵday) bılayınsha kórsetiledi:

$$\begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Gidrostatikalıq basım

$$\begin{vmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{vmatrix}$$

túrinde jazıladı.

Sterjenlerdi sozıw hám qısıw. 3-súwrette kórsetigendey sterjen alıp onıń ultanlarına sozıwshı hám qısıwshı kúshler túsiremiz.

Eger sterjen sozılatuǵın bolsa ádette **kernew kerim** dep atalıp

$$T = F/S \tag{17.7}$$

formulası menen anıqlanadı. Eger sterjen qısılatuǵın bolsa kernew basım dep ataladı hám

$$P = F/S \tag{17.8}$$

formulası menen anıqlanadı.

Basımdı keri kerim yamasa kerimdi keri basım dep ataw múmkin, yaǵnıy

$$P = -T. \tag{17.9}$$

Sterjenniń salıstırmalı uzayıwı dep

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \tag{17.10}$$

shamasına aytamız. Sozıwshı kúshler tásir etkende ε>0, al qısıwshı kúshler tásir etkende $\varepsilon <$ 0.

Tájiriybeler

$$T = E\frac{\Delta l}{l_0}, \qquad R = -E\frac{\Delta l}{l_0} \tag{17.11}$$

teńlikleriniń orınlanatuǵınlıǵın kórsetedi. Sterjenniń materialına baylanıslı bolǵan E shaması YUng (1773-1829) moduli dep ataladı. (17.11)-formulalar Robert Guk (1635-1703) nızamın ańlatadı (bul nızam 1660-jılı ashılǵan). Bıl nızam tájiriybede dál orınlanbaydı. Guk nızamı orınlanatuǵın deformaciyalar kishi deformaciyalar dep ataladı. (17.11) te $\Delta l = l_0$ bolǵanda $T = E$ teńligi orınlanadı. Sonlıqtan YUng moduli strejenniń uzınlıǵın eki ese arttırıw ushın kerek bolatuǵın kerim sıpatında anıqlaydı. Bunday deformaciyalar ushın Guk nızamı durıs nátiyje bermeydi: bunshama deformaciya nátiyjesinde dene yaki qıyraydı, yaki túsirilgen kernew menen deformaciya arasındaǵı baylanıs buzıladı.

Házirgi waqıtları Guk nızamınıń bılayınsha aytılatuǵınlıǵın atap ótemiz:

a) qálegen kishi deformaciyada serpimlilik kúshiniń shaması deformaciyanıń shamasına tuwrı proporcional;

b) denelerdiń kishi deformaciyalarınıń shaması tásir etiwshi kúshlerdiń shamasına tuwrı proporcional.

Kóldeneń qısılıw koefficienti. Tájiriybeler denelerdi sozǵanda olardıń kóldeneń ólshemleriniń kishireyetuǵınlıǵın kórsetedi. Al denelerdi qıssaq, onda olardıń kóldeneń ólshemleri úlkeyedi. Bunday qubılıstı rezinkadan islengen tutas buyımlardı qısqanda yamasa sozǵanda anıq kóriw múmkin. Qısqanda yamasa sozǵanda denelerdiń kese-kesimleriniń ózgerisi **salıstırmalı kóldeneń qısıwdıń** (yamasa kóldeneń sozılıwdıń) járdeminde táriyipleydi. Bul shamanı ε_p arqalı belgileydi hám onıń mánisin

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta d}{d}$$

formulasınıń járdeminde esaplaydı. Bul formulada d arqalı deneniń deformaciyaǵa shekemgi kóldeneń ólshemi, al Δd arqalı deneniń kóldeneń ólsheminiń absolyut ózgerisi belgilengen.

Tájiriybeler birdey materialdan islengen hár qıylı deneler ushın $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ boylıq deformaciyada kóldeneń qısılıw koefficienti ε_p nıń mánisiniń turaqlı ekenligin kórsetedi. Sonıń menen birge ólshem biriligine iye emes

$$\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon} = \frac{\left(\frac{\Delta d}{d}\right)}{\left(\frac{\Delta l}{l}\right)} = \mu$$

koefficientin Puasson koefficienti yamasa kóldeneń kısılıw moduli dep ataydı.

Bir qatar materiallar ushın YUng hám basqa da modullerdiń mánisleri menen Puasson koefficientleri tómendegi kestede keltirilgen:

Zatlar	YUng moduli		Jıljıw moduli		Puasson koefficienti	Serpim-lilik shegi		Bekkemlik shegi	
	Gpa	$\times 10^3$ kGs/mm^2	Gpa	$\times 10^3$ kGs.mm^2		$\times 10^7$ Pa	kGs/mm^2	$\times 10^7$ Pa	kGs/mm^2
Polat	200	20	76	7,7	0,27	32,4	33	73,5	75
Temir	190	19	76	7,7	0,27	4,9	5	34,2	35
Mıs	98	10	44	4,5	0,37	2,94	3	21,6	22
Alyuminiy	69	7	24	2,5	0,34	5,88	6	31,4	32
Qorǵasın	10	1	-	-	-	0,392	0,4	1,76	1,8
SHiyshe	5,5	0,56	21	22	-	-	-	-	-
Aǵash	12	1,2	-	-	0,2	2,45	2,5	7,85	8

Endi serpimli deformaciyalardıń ápiwayı túrlerin qarap shıǵamız.

Dáslepki uzınlıǵı L_0 bolǵan sterjendi qısqanda yamasa sozǵandaǵı deformaciya bılay esaplanadı:

$$L = L_0 + \Delta L.$$

Óz gezeginde $L = \alpha L_0 \sigma$. Sonlıqtan

$$L = L_0(l + \alpha\sigma).$$

Bul formuladan serpimli deformaciya sheklerinde sterjenniń uzınlıǵınınń túsken kernew σ ǵa tuwrı proporcional ózgeretuǵınlıǵın kóremiz.

Endi **jıljıw deformaciyasın** qaraymız (4-súwret) Bunday deformaciya urınba baǵıtındaǵı f_t kúshiniń (soǵan sáykes urınba kernewdiń) tásirinde júzege keledi.

Jıljıw múyeshi ψ kishi mániske iye bolǵan jaǵdayda bılay jaza alamız:

$$\psi = \frac{bb'}{d}.$$

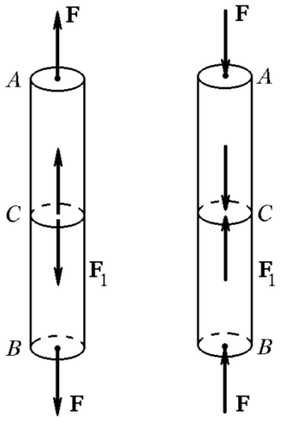
Bul ańlatpadaǵı d deneniń qalıńlıǵı, bb' joqarǵı qabattıń tómengi qabatqa salıstırǵandaǵı jıljıwınıń absolyut shaması. Bul ańlatpada jıljıw múyeshi ψ nıń salıstırmalı jıljıwdı sıpatlaytuǵınlıǵı kórinip tur. Sonlıqtan bılay jaza alamız:

$$\psi = n\frac{f_t}{S}.$$

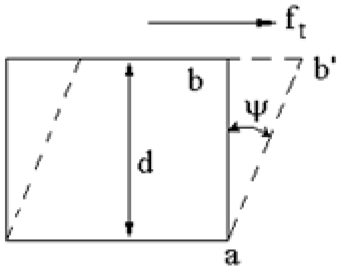
Bul ańlatpadaǵı n jıljıw koefficienti dep ataladı. Bul koefficienttiń mánisi deformaciyalanıwshı deneniń materialına baylanıslı. S bettiń maydanı, f_t sol betke túsirilgen kúsh. $\sigma_\tau = \frac{f_t}{S}$ kernewin engizip keyingi formulanı bılayınsha kóshirip jazamız:

$$\psi = n\,\sigma_\tau\,.$$

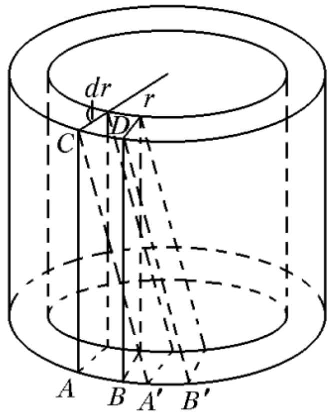
n ge keri shama bolǵan $N = 1/n$ shamasın jıljıw moduli dep ataymız.



3 súwret. Sozılıw hám qısqarıw deformaciyaları.



4 súwret. Jıljıw deformaciyası



5 súwret. Buralıw deformaciyası

Bir tekli izotroplıq denelerde jıljıw moduli N niń san mánisi shama menen YUng moduli E niń san mánisiniń 0.4 bólegine teń boladı.

Endi jıljıw deformaciyasınıń bir túri bolǵan ***buralıw deformaciyasın*** qaraymız (5-súwret).

Uzınlıǵı L, radiusı r bolǵan cilindr tárizli sterjen alayıq (joqarıda súwrette kórsetilgen). Sterjenniń joqarǵı ultanı bekitilgen, al tómengi ultanına onı buraytuǵın kúsh momenti ***M*** túsirilgen. Tómengi ultanda radius baǵıtında uzınlıǵı $OA = \rho$ bolǵan kesindi alayıq. Buraytuǵın momenttiń tásirinde OA kesindisi φ múyeshke burıladı hám OA' awhalına keledi. Sterjen uzınlıǵınıń bir birligine sáykes keliwshi buralıw múyeshi bolǵan $\frac{\varphi}{L}$ shaması salıstırmalı deformaciya bolıp tabıladı. Serpimli deformaciya sheklerinde bul shama buralıw momenti ***M*** ge proporcional boladı, yaǵnıy

$$\frac{\varphi}{L} = cM.$$

Bul ańlatpada c proporcionallıq koefficienti qarap atırǵan sterjen ushın turaqlı shama. Bul shamanıń mánisi sterjenniń materialına, ólshemlerine (uzınlıǵı menen radiusı) baylanıslı boladı. c shamasın anıqlaw ushın buralıw deformaciyasın jıljıw deformaciyası menen baylanıstırayıq.

Sterjendi burǵanda onıń tómengi kese-kesimi joqarǵı kese-kesimine salıstırǵanda jıljıydı. BA tuwrısı buralıp Ba' tuwrısına aylanadı. ψ múyeshi jıljıw múyeshi bolıp tabıladı. $\psi = n\sigma_\tau = \frac{l}{N}\sigma_\tau$ formulası boyınsha jıljıw múyeshi mınaǵan teń:

$$\psi = \frac{l}{N}\sigma_\tau.$$

Bul ańlatpadaǵı σ_τ shaması dS bettiń A' noqatındaǵı elementine túsirilgen urınba kernew, N jılısıw moduli bolıp tabıladı.

Joqarıdaǵı 5-súwretten $\psi = Aa'$, $L = \frac{\varphi\rho}{L}$ ekenligi kórinip tur. Demek

$$\sigma_\tau = N\psi = \frac{N\varphi\rho}{L}$$

qatnasınıń orın alatuǵınlıǵın kóremiz. Bettiń dS elementine túsirilgen kúsh $\sigma_\tau dS$, al onıń momenti $dM = \rho\sigma_\tau dS$ shamasına teń. φ hám ρ polyar koordinatalardı engizsek, onda bet elementiniń $dS = \rho d\rho d\varphi$ ekenligin tabamız. Demek

$$dM = \sigma_\tau \rho^2 d\rho\, d\varphi = \frac{N\varphi}{L}\rho^3 d\rho\, d\varphi$$

ańlatpası orınlı boladı eken. Radiusı ρ bolǵan dóńgelektiń tutas maydanı boyınsha dM ósimin integrallap, sterjenniń tómengi betiniń barlıq jerine túsetuǵın M tolıq momentti tabamız:

$$M = \frac{N\varphi}{L}\int_0^{2\pi}\int_{\rho=0}^{r}\rho^3 d\rho d\varphi = \frac{\pi N r^4}{2}\frac{\varphi}{L}.$$

Demek

$$\varphi = \frac{2}{\pi N}\frac{LM}{r^4}$$

formulası orınlı boladı eken. Bul formulanı $\frac{\varphi}{L} = cM$ formulası menen salıstırıp

$$c = \frac{2}{\pi N}\frac{l}{r^4}$$

qatnasınıń orınlı bolatuǵınlıǵın tabamız.

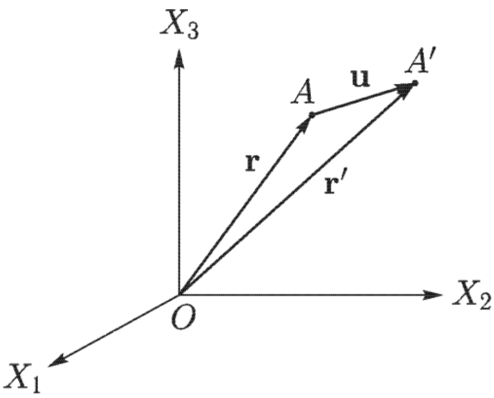
$\varphi = \frac{2}{\pi N}\frac{LM}{r^4}$ formulasınan

$$M = \frac{\pi N}{2}\frac{\varphi}{L}r^4$$

ekenligi kelip shıǵadı (biz bul formulada momenttiń raliustıń 4-dárejesine proporcional ekenligin kórip turmız). Sonlıqtan sımdı φ múyeshine burıw ushın r diń tórtinshi dárejesine tuwrı proporcional, al sımnıń uzınlıǵı L ge keri proporcional moment túsiriw kerek dep juwmaq shıǵaramız.

Ulıwma túrde deformaciya bılay táriyiplenedi. Deformaciyalanbastan burın denede alınǵan bazı bir vektorı $\boldsymbol{b}$ deformaciyalanǵannan keyin $\boldsymbol{b}'$ vektorına, $x(x, y, z)$ noqatı $x'(x', y', z')$ noqatına aylanadı. Δu kesindisin x noqatınıń awısıwı dep ataladı.

Deformaciyanıń shamasın anıqlawdıń usılın túsindiretuǵın súwret.
Deformaciyanı anıqlaw ushın **r** hám **r'** vektorlarınıń arasındaǵı qatnastı tabıw kerek boladı.
Bul súwrette koordinata kósherlerin X, Y, Z arqalı emes, al kristallofizikada qabıl etilgen X_1, X_2, X_3 arqalı belgilengen.



Úsh ólshemli keńislikte

$$x_i' = x_i' + \Delta u_i \quad (i = 1, 2, 3) \tag{17.12}$$

ekenligi anıq.

Ulıwma jaǵdaylarda (úsh ólshemli keńislik, anizotrop ortalıq) noqattıń dáslepki awhalı menen awısıwdıń qurawshıları bılayınsha baylanısqan:

$$\Delta u_x = e_{xx}x_x + e_{xy}x_y + e_{xz}x_z,$$
$$\Delta u_y = e_{yx}x_x + e_{yy}x_y + e_{yz}x_z,$$

$$\Delta u_z = e_{zx}x_x + e_{zy}x_y + e_{zz}x_z$$

yamasa qısqasha túrde

$$\Delta u_i = e_{ij}x_j \tag{17.13}$$

ańlatpasın jazamız. Bul ańlatpada summalawdıń Eynshteyn qaǵıydası paydalanılǵan (teńliktiń ońtárepinde eki ret qaytalanatuǵın indeks boyınsha summalaw)

Toǵız e_{ij} koefficientleri **deformaciya tenzorı** dep atalatuǵın ekinshi rangalı tenzordı payda etedi. Bul tenzor simmetriyalı tenzor bolıp tabıladı, yaǵnıy onıń koefficientleri ushın

$$e_{ij} = e_{ji}$$

teńligi orınlanadı. Sonlıqtan toǵız koefficienttiń ishinde tek altawı ǵana bir birinen ǵárezsiz boladı. Sonlıqtan qattı denelerdegi deformaciyanı tolıq táriyiplew ushın ulıwma jaǵdayda bir birinen ǵárezsiz altı teńleme kerek boladı.

$\overrightarrow{OX'}$ vektorı da x noqatınıń dáslepki halınıń funkciyası bolıp tabıladı:

$$x_i' = x_i + e_{ij}x_j \tag{17.14}$$

yamasa

$$x_x' = (1 + e_{xx})x_x + e_{xy}x_y + e_{xz}x_z,$$
$$x_y' = e_{yx}x_x + (1 + e_{yy})x_y + e_{yz}x_z,$$
$$x_z' = e_{zx}x_x + e_{zy}x_y + (1 + e_{zz})x_z$$

teńliklerin alamız hám e_{ij} tenzorınıń fizikalıq mánisin túsindiremiz.

$$x_1' = (1 + e_{xx})x_1. \tag{17.15}$$

Bunnan

$$e_{xx} = \frac{x_1' - x_1}{x_1} \tag{17.16}$$

formulasın alamız hám e_{xx} qurawshısınıń X kósheri baǵıtındaǵı salıstırmalı uayıwdı (uzarıwdı) beretuǵınlıǵın kóremiz. Sáykes mániske e_{yy} hám e_{zz}koefficientleri de iye (Y hám Z kósherleri boyınsha).

Endi usı noqattıń Y kósheri baǵıtındaǵı awısıwın (jılısıwın) qarayıq.

$$\Delta u_y = e_{yx}x_x. \tag{17.17}$$

Bunnan

$$e_{yx} = \frac{\Delta u_y}{x_x} = tg\theta, \tag{17.18}$$

yaǵnıy e_{yx} qurawshısı X kósherine parallel bolǵan sızıqlı elementtiń Y kósheri dógeregindegi aylanıwına sáykes keledi.

Deneniń haqıyqıy deformaciyasın anıqlaw ushın deneniń tutası menen aylanıwın alıp taslawımız kerek. Sonıń ushın e_{ij} tenzorın simmetriyalıq hám antisimmetriyalıq bóleklerge bólemiz. YAmasa

$$e_{ij} = R_{ij} + \varepsilon_{ij}. \tag{17.19}$$

Tenzordıń antisimmetriyalıq bólimi

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2}(e_{ij} - e_{ji}) \tag{17.20}$$

deneniń tutası menen burılıwın (aylanıwın) beredi.

Tenzordıń simmetriyalıq bólimi

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(e_{ij} - e_{ji}) \tag{17.21}$$

deformaciya tenzorınıń ózi bolıp tabıladı. Bul tenzor bılay jazıladı:

$$\begin{vmatrix} e_{xx} & \frac{1}{2}(e_{xy} - e_{yx}) & \frac{1}{2}(e_{xz} - e_{zx}) \\ \frac{1}{2}(e_{yx} - e_{xy}) & e_{yy} & \frac{1}{2}(e_{yz} - e_{zy}) \\ \frac{1}{2}(e_{xz} - e_{zx}) & \frac{1}{2}(e_{yz} - e_{zy}) & e_{zz} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{vmatrix}. \tag{17.22}$$

Tenzordıń diagonallıq qurawshıları uzarıw menen qısqarıwǵa sáykes keledi. Qalǵan qurawshıları jıljıwǵa sáykes keledi.

Deformaciya tenzorın da tómendegi sxema boyınsha bas kósherlerge keltiriw múmkin:

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{vmatrix} \to \begin{vmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{vmatrix} \to \begin{vmatrix} \varepsilon_{x} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{y} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{z} \end{vmatrix}. \tag{17.23}$$

Endi izotrop deneler ushın Guk nızamın bılayınsha jaza alamız:

$$\varepsilon = s\omega \quad yamasa \quad \omega = s\varepsilon. \tag{17.24}$$

σ arqalı kernew, ε arqalı deformaciya, s arqalı berilgishlik, s arkalı qattılıq belgilengen.

1839-jılı ingliz fizigi Djordj Grin Guk nızamın anizotrop kristallar ushın ulıwmalarstırdı.

Anizotrop deneler ushın (yaǵnıy kristallar ushın) Guk nızamın

$$\varepsilon_{ij} = s_{ijkl}\sigma_{kl}, \qquad \omega_{ij} = c_{ijkl}\varepsilon_{kl} \tag{17.25}$$

ańlatpaları túrinde jaza alamız. Bul ańlatpada s_{ijkl} arqalı serpimli berilgishlik tenzorı, c_{ijkl} arqalı serpimli qattılıq tenzorı belgilengen. Bul tenzorlar tórtinshi rangalı simmetriyalı tenzorlar bolıp tabıladı.

Demek ulıwma jaǵdayda s_{ijkl} hám c_{ijkl} shamaları tórtinshi rangalı tenzorlar bolıp tabıladı. Bul tenzorlardıń simmetriyalılıǵına baylanıslı 81 koefficienttiń ornına bir birinen ǵárezsiz 36 koefficient qaladı.

Bazı bir juwmaqlar:

1. Mexanikalıq tásirlerdiń astında qattı deneler deformaciyalanadı.

2. Sırttan túsirilgen tásirler joq etilgennen keyin deformaciyalardıń tolıq joǵalıwı yamasa kaldıń deformaciyalardıń saqlanıwı múmkin. Birinshi jaǵdayda serpimli, al ekinshi jaǵdayda elastik deformaciyalarǵa iye bolamız.

3. Serpimli deformaciyanıń shaması sırttan túsken tásirdiń (kúshtiń) shamasına tuwrı proporcional.

4. Ulıwma jaǵdayda deformaciyanı esaplaw ushın denede deformaciyalanbastan burın ıqtıyarlı vektor alınadı hám deformaciyanıń saldarınan usı vektordıń qanday ózgerislerge ushıraǵanlıǵı anıqlanadı hám sol eki vektordıń qurawshıları arasındaǵı qatnaslar tiykarında deformaciyanıń shaması esaplanadı. Anizotrop denelerdegi deformaciya ekinshi rangalı tenzor bolıp tabıladı.

5. Ekinshi rangalı tenzordıń qurawshıları qattı denelerdegi deformaciyanıń barlıq qurawshıların anıqlay aladı.

6. Qattı denelerdegi deformaciyalanǵan haldı táriyiplew ushın ulıwma jaǵdayda bir birinen ǵárezsiz bolǵan altı teńleme kerek boladı.

7. Qattı denedegi kernew dep sol denedegi bet penen usı betke tásir etetuǵın kúshti baylanıstıratuǵın ekinshi rangalı tenzorǵa aytadı.

Sorawlar:

Deformaciyanı qattı deneniń sırttan túsirilgen mexanikalıq tásirge juwabı sıpatında táriyipleydi. Nelikten?

Mexanikalıq kernew degenimiz ne?

Qattı denelerdegi deformaciyalardıń qanday túrlerin bilesiz?

Hár qıylı deformaciyalarda deformaciyanıń shamasın anıqlaw ushın qanday shamalar qollanıladı?

Qaldıq deformaciyanıń saqlanıwı qattı denedegi kanday processler menen baylanıslı?

Bekkemlik shegi degenimiz ne?

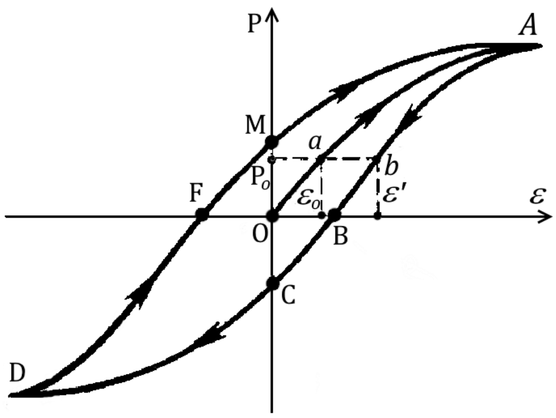
Deformaciya da, qattı denelerge túsirilgen mexanikalıq kernew de tenzorlıq shamalar bolıp tabıladı. Nelikten?

Simmetriyalı hám antisimmetriyalı tenzorlar haqqında nelerdi bilesiz?

18-sanlı lekciya. Qattı denelerdiń deformaciyalanıwınıń bazı bir ózgeshelikleri. Serpimli gisterezis. Deformaciyanıń energiyası hám energiyanıń tıǵızlıǵı

Tájiriybeler qattı denelerdiń deformaciyasınıń shamasınıń tek sırttan túsken kúshlerden (kernewden) ǵárezli emes ekenligin kórsetedi. Deformaciyanıń shaması waqıttan da ǵárezli boladı. Bunday ǵárezlik Guk nızamında esapka alınbaǵan.

Sırtqı kúshler tasir etkende deformaciyanıń eń aqırǵı mánisi dárhál payda bolmaydı. Tek belgili bir waqıt aralıǵı ótkennen keyin ǵana deformaciyalanıw processi toqtaydı. Tap sol sıyaqlı sırttan tásir etetuǵın kúshlerdi alıp ketkennen keyin deformaciya birden joǵalmaydı: dáslep deformaciya úlken tezlik penen, al keyin ástelik penen joǵaladı. Deneler ózleriniń dáslepki formasına ástelik penen qaytıp keledi. Bul qubılıstı ádette **keyingi serpimli tásir** dep ataydı. Bunday keyingi serpimli tásirdi jaqsı sapaǵa iye bolmaǵan rezina nayda baqlawǵa boladı. Eger usınday naydı kúshlirek sozsaq hám onnan keyin sozıwdı toqtatsaq, onda naydıń dáslepki uzınlıǵınan uzınıraq bolıp nayǵa aylanǵanlıǵın ańsat seziwge boladı. Biraq waqıttıń ótiwi menen rezina nay ástelik penen óziniń dáslepki uzınlıǵına qaytıp keledi.



1-súwret.
Serpimli gisterezis gúrmegi.

Eger burın deformaciyanbaǵan úlgini alsaq hám onı sozsaq, onda úlgide waqıttıń ótiwi menen ózgeretuǵın p kernewi payda boladı (1-súwret). Kernewdiń shaması ε shamasınıń ósiwi menen OA iymekligi boyınsha ósedi. A halına jetkennen keyin ε ni ástelik penen kemeytemiz. Bunday jaǵdayda p shamasınıń ε den ǵárezligin sáwlelendiretuǵın grafik OA iymekliginen tómennen ótedi hám úlgi B halına keledi (bul halda $p=0$). B halındaǵı úlgi deformaciyanı tolıǵı menen joǵaltpaydı. OB uchatkası qaldıq deformaciyanı sáwlelendiredi. Qaldıń deformaciyanı joq qılıw ushın úlgini qısıp (yaǵnıy úlgige teris mánisli sırqı tásirdi túsiremiz) C noqatına saykes keliwshi halǵa alıp keliwimiz kerek. Bul halda úlgi dáslepki formasın tolıq tikleydi, biraq ol ishki kernewge iye boladı. Ishki kernewdiń shaması OC kesindisi menen táriyiplenedi. Eger úlgini qısıwdı dawam etsek, onda p nıń ε den ǵárezligi CD iymekligi boyınsha júredi. Úlgi bazı bir D halına kelgennen keyin sırttan túsirilgen kernewdiń mánisin nolge shekem kishireytemiz. Bunday jaǵdayda p nıń ε shamasınan ǵárezligi DF iymekligi boyınsha júredi. F arqalı belgilengen noqatta dene OF qaldıq deformaciyasına (qısılıwǵa) iye boladı Usı qaldıq deformaciyanı saplastırıw ushın (joq etiw ushın) úlgini OM shamasına sozıw kerek. Bunnan keyin úlgini bunnan bılay sozıp MA iymekligi menen júrin qaytadan A halına jetemiz. Sırtqı tásirdi ózgertiw arqalı p menen ε arasındaǵı ǵárezlik ABCDFMA tuyıq sızıǵınıń (gúrmeginiń) járdeminde ańlatıladı. Bul tuıq sızıqtı **serpimli gisterezis gúrmegi** dep ataydı. Grek tilindegi **"gisterezis"** sózi qaraqalpaq tiline "keyinde qalıw" túrinde awdarıladı. Serpimli gisterezis qubılısı deformaciyanıń kernewdiń ózgerisinen keyinlde qalıwın ańlatadı. p nıń hár bir mánisindegi keyinde qalıw OA iymekligin ABC iymekligin tutastıratuǵın gorizont baǵıtındaǵı kesindiniń uzınlıǵına teń. Mısalı, $p=p_0$ ushın keyinde qalıw ab kesindisiniń uzınlıǵı menen ólshenedi.

Gisterezis gúrmeginiń maydanı dáiwirli ózgeretuǵın deformaciyanıń hár bir ciklındaǵı úlgi tárepinen bólip shıǵarılatuǵın energiyasına tuwrı proporcional. Gúrmektiń maydanı qanshama úlken bolsa sonshama úlken energiya bólinip shıǵadı. Usınıń nátiyjesinde dene kúshlirek qızadı.

Qızıwdı kishireytiw ushın mashinalardıń juwapkerli detalların gisteresiz gúrmegi kishi bolǵan materiallardan soǵadı.

Waqıttıń ótiwi menen ózgermeytuǵın deformaciyalardı **stacionar deformaciyalar** dep ataydı. Sonlay deformaciyalardıń eki túri bar. Olardı **statikalıq hám dinamikalıq deformaciyalar** dep ataydı. Tınıshlıqta turǵan yamasa teń ólshewli qozǵalatuǵın denelerdiń deformaciyaların statikalıq deformaciyalar bolıp tabıladı. Al tezleniw menen qozǵalatuǵın denelerdiń deformaciyaları dinamikalıq deformaciyalar bolıp tabıladı.

Endi deformaciyalanǵan denelerdiń serpimli energiyasın ańsat esaplawǵa boladı. Sterjenniń bir ushına $f(x)$ sozıwshı kúshin túsiremiz hám onıń mánisin $f=0$ den $f=F$ mánisine shekem jetkeremiz. Nátiyjede sterjen $x=0$ den aqırǵı $x=\Delta x$ shamasına shekem uzaradı. Guk nızamı boyınsha $f(x)=kx, k$ YUng moduliniń járdeminde ańsat esaplanatuǵın proporcionlallıq koefficienti. Sterjendi sozıw barısında islengen jumıs serpimli energiya U dıń ósimi ushın jumsaladı.

$$U = \int_0^{\Delta l} f(x)dx = k\int_0^{\Delta l} xdx = \frac{1}{2}(\Delta l)^2. \tag{18.1}$$

Aqırǵı halda $x = \Delta l, F = F(\Delta l) = k\Delta l$ bolǵanlıqtan

$$U = \frac{1}{2}F\Delta l. \tag{18.2}$$

Endi serpimli energiyanıń kólemlik tıǵızlıǵın anıqlaymız (qısılǵan yamasa sozılǵan deneniń kólem birligindegi serpimli energiyası). Bul shama $U = \frac{1}{2}F\Delta l$ shamasın sterjenniń kólemi $V = S \cdot l$ ge bólgenge teń. Demek

$$u = \frac{1}{2}F\frac{\Delta l}{S \cdot l} = \frac{1}{2}T\varepsilon. \tag{18.3}$$

Bul ańlatpada $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$. Guk nızamınan paydalanatuǵın bolsaq, onda keyingi formulanı bılayınsha ózgertiw qıyın emes:

$$u = \frac{l}{2}E\varepsilon^2 = \frac{T^2}{2E} = \frac{P^2}{2E}. \tag{18.4}$$

Kóp sandaǵı tájiriybeler sozıwlar yamasa qısıwlar nátiyjesinde sterjenniń tek ǵana uzınlıqları emes, al kese-kesimleri de ózgeretuǵınlıǵın kórsetedi. Eger dene sozılsa onıń kese-kesimi kishireyedi. Kerisinshe, eger dene qısılsa onıń kese-kesimi artadı. Meyli a_0 arqalı sterjenniń deformaciyaǵa shekemgi qalıńlıǵı, al a arqalı deformaciyadan keyingi qalıńlıǵı belgilengen bolsa, onda $\frac{\Delta a}{a} \approx \frac{\Delta a_0}{a}$ shaması sterjenniń salıstırmalı kóldeneń qısılıwı ($\Delta a = a - a_0$), al.

$$\left(\frac{\Delta a}{a}\right) / \left(\frac{\Delta l}{l}\right) = -\left(\frac{\Delta a}{\Delta l}\right)\left(\frac{l}{a}\right) = \mu$$

shaması bolsa Puasson koefficienti dep ataladı.

YUng moduli E hám Puasson koefficienti μ izotrop materialdıń serpimli qásiyetlerin tolıǵı menen táriyipleydi.

Tómende keltirilgen kestede hár qıylı materiallardıń mexanikalıq xarakteristikaları keltirilgen:

Approximate Elastic Moduli

Material	Young's Modulus, Y (Pa)	Bulk Modulus, B (Pa)	Shear Modulus, S (Pa)
Aluminum	7.0×10^{10}	7.5×10^{10}	2.5×10^{10}
Brass	9.0×10^{10}	6.0×10^{10}	3.5×10^{10}
Copper	11×10^{10}	14×10^{10}	4.4×10^{10}
Crown glass	6.0×10^{10}	5.0×10^{10}	2.5×10^{10}
Iron	21×10^{10}	16×10^{10}	7.7×10^{10}
Lead	1.6×10^{10}	4.1×10^{10}	0.6×10^{10}
Nickel	21×10^{10}	17×10^{10}	7.8×10^{10}
Steel	20×10^{10}	16×10^{10}	7.5×10^{10}

Bazı bir juwmaqlar:

1. Deformaciyanıń shaması tek tásir etiwshi kúshten (kernewden) ǵárezli emes, al waqıttan da ǵárezli.

2. Tásir etiwshi kúsh (kernew) hám deformaciyanıń shaması arasındaǵı ǵárezlilikte serpimli gisterezis gúrmegi orın aladı.

3. Qısıw-sozıw deformaciyalarınıń hár bir ciklinde bólinip shıqqan energiyanıń shaması serpimli gisterezis gúrmeginiń maydanına tuwrı proporcional. Sonlıqtan mexanizmlerdiń jumıs islewiniń barısında cikllı túrde deformaciyalanatuǵın bólimlerin serpimli gisterezis gúrmeginiń maydanı kishi bolǵan materiallardan soǵadı.

Sorawlar hám máseleler:

1. Serpimli kernewdiń deformaciyanıń shamasınan ǵárezliginiń grafigin dúzińiz. Usı grafiktegi Guk nızamı orınlanatuǵın oblasttı kórsetińiz. Elastik deformaciyalar oblastın kórsetińiz. Grafiktiń járdeminde kaldıq deformaciyanıń shamasın qalay anıqlaysız? Grafikti paydalanıp dene ushın sızıqlı ǵárezlilik oblastınıń tap usınday shamada burın deformaciyalanbaǵan dene ushın usınday oblasttan úlken ekenligin kórsetińiz.

2. Qaldıq deformaciya deneni (úlgini) "bekkemleydi" dep aytadı. Grafikti paydalanıp usı tastıyıqlawdıń durıs ekenligin kórsetińiz. Ámelge kaldıq deformaciyadan qalay kutılıw múmkin?

3. Serpimli gisterezis gúrmegi degenimiz ne? Serpimli gisterezis gúrmeginiń súwretin salıńız. Gúrmektiń maydanı neni anıqlaydı?

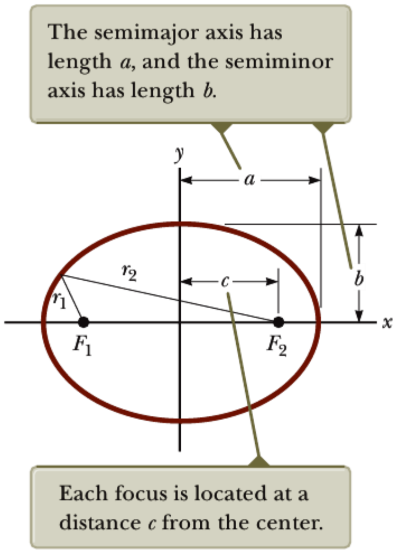
4. Dinamikalıq deformaciyalar menen statikalıq deformaciyalar arasındaǵı ayırma nelerden ibarat?

5. Deformaciyalenǵan denelerdiń energiyası qanday shamalarǵa baylanıslı? Deformaciyanıń shamasın anıqlaw ushın hár qıylı deformaciyalarda (sozıw, qısıw, jıljıw, buralıw, hár tárepleme qısılıw yamasa sozılıw) qanday formulalardan paydalanadı?

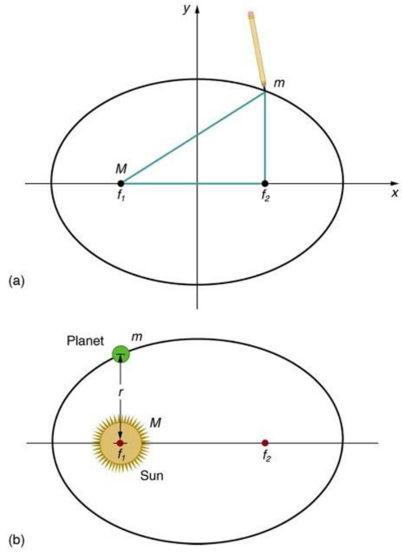
19-sanlı lekciya. Pútkil dúnyalıq tartılıs nızamı. Aspan mexanikasınıń tiykarǵı nızamları

Daniya astronomı Tixo Brageniń (1546-1601) kóp jıllıq baqlawlarınıń nátiyjelerin talqılaw nátiyjesinde Iogann Kepler (1571-1630) planetalar qozǵalısınıń emperikalıq úsh nızamın ashtı. Bul nızamlar tómendegidey mazmunǵa iye:

1) ***hár bir planeta ellips boyınsha qozǵaladı, ellipstiń bir fokusında Quyash jaylasadı;***



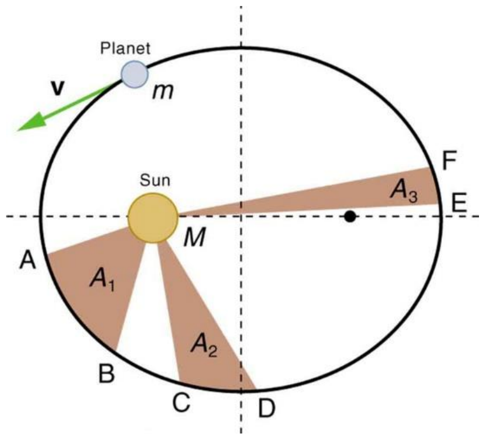
Ellips hám
onıń parametrleri.
Anıqlama:
Ellips dep fokusları dep atalatuǵın eki noqattan teńdey qashıqlıqta jaylasqan (tuyıqlastırılǵan) noqatlardıń geometriyalıq ornına aytadı.



2) ***planeta radius-vektorı teńdey waqıtlar aralıǵında birdey maydanlardı basıp ótedi;***

Keplerdiń ekinshi nızamın túsindiriwge arnalǵan súwret.

Planeta AB, CD hám EF traektoriyaların birdey waqıttıń ishinde ótedi. Sonlıqtan A_1, A_2, A_3 maydanları birdey.



Keplerdiń birinshi hám ekinshi nızamlarınan planetanıń yamasa kometanıń tezleniwi onıń Quyashtan qashıqlıǵınıń kvadratına keri proporcional ekenligi kelip shıǵadı.

3) ***planetalardıń Quyash dógeregin aylanıp shıǵıw dáwirleriniń kvadratlarınıń qatnasları ellips tárizli orbitalardıń úlken yarım kósherleriniń kublarınıń qatnaslarınday boladı.***

Bul súwrette Jerde turıp baqlaǵanda Mars planetasınıń Pleiades star (Pleyadalar) juldızlar toplamınıń territoriyasındaǵı qozǵalısınıń izbe-izligi keltirilgen. Planetanıń alǵa hám keyin qaray qozǵalısı Jerdiń Quyashtıń dógeregindegi aylanıwı menen baylanıslı.

Birinshi eki nızam Kepler tárepinen 1609-jılı, úshinshisi 1619-jılı járiyalandı. Bul nızamlar Nyuton tárepinen pútkil dúnyalıq tartılıs nazımınıń ashılıwına alıp keldi.

Biz tómende Quyash sistemasındaǵı planetalar ushın Kepler nızamlarınıń orınlanatuǵınlıǵın dálilleytuǵın kesteni keltiremiz.

Table 13.2 Useful Planetary Data

Body	Mass (kg)	Mean Radius (m)	Period of Revolution (s)	Mean Distance from the Sun (m)	$\frac{T^2}{r^3}$ (s^2/m^3)
Mercury	3.30×10^{23}	2.44×10^{6}	7.60×10^{6}	5.79×10^{10}	2.98×10^{-19}
Venus	4.87×10^{24}	6.05×10^{6}	1.94×10^{7}	1.08×10^{11}	2.99×10^{-19}
Earth	5.97×10^{24}	6.37×10^{6}	3.156×10^{7}	1.496×10^{11}	2.97×10^{-19}
Mars	6.42×10^{23}	3.39×10^{6}	5.94×10^{7}	2.28×10^{11}	2.98×10^{-19}
Jupiter	1.90×10^{27}	6.99×10^{7}	3.74×10^{8}	7.78×10^{11}	2.97×10^{-19}
Saturn	5.68×10^{26}	5.82×10^{7}	9.29×10^{8}	1.43×10^{12}	2.95×10^{-19}
Uranus	8.68×10^{25}	2.54×10^{7}	2.65×10^{9}	2.87×10^{12}	2.97×10^{-19}
Neptune	1.02×10^{26}	2.46×10^{7}	5.18×10^{9}	4.50×10^{12}	2.94×10^{-19}
Pluto[a]	1.25×10^{22}	1.20×10^{6}	7.82×10^{9}	5.91×10^{12}	2.96×10^{-19}
Moon	7.35×10^{22}	1.74×10^{6}	—	—	—
Sun	1.989×10^{30}	6.96×10^{8}	—	—	—

[a] In August 2006, the International Astronomical Union adopted a definition of a planet that separates Pluto from the other eight planets. Pluto is now defined as a "dwarf planet" like the asteroid Ceres.

Keplerdiń birinshi nızamınan planeta traektoriyasınıń tegis iymeklik ekenligi kelip shıǵadı. Materiallıq noqattıń impuls momenti menen sektorlıq tezligi arasındaǵı baylanıstan planetanı tuyıq orbita boyınsha qozǵalıwǵa májbúrleytuǵın kúshtiń Quyashqa qarap baǵıtlanǵanlıǵı belgili boladı. Endi usı kúshtiń Quyash penen planeta arasındaǵı qashıqlıqqa baylanıslı qalay ózgeretuǵınlıǵın hám planetanıń massasınan qanday ǵárezli ekenligi anıqlawımız kerek. Ápiwayılıq ushın planeta ellips boyınsha emes, al orayında Quyash jaylasqan sheńber boyınsha qozǵaladı dep esaplayıq. Quyash sistemasındaǵı planetalar ushın bunday etip ápiwayılastırıw úlken qáteliklerge alıp kelmeydi. Planetalardıń ellips tárizli orbitalarınıń sheńberden ayırması júdá kem. Usınday r radiusqa iye sheńber tárizli orbita boyınsha teń ólshewli qozǵalǵandaǵı planetanıń tezleniwi

$$a_r = -\omega^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} \qquad (19.1)$$

formulasınıń járdeminde anıqlanadı. SHeńber tárizli orbitalar boyınsha qozǵalıwshı planetalar ushın Keplerdiń úshinshi nızamı bılay jazıladı

$$T_1^2 : T_2^2 : T_3^2 : \ldots = r_1^3 : r_2^3 : r_3^3 : \ldots \qquad (19.2)$$

Bul formulanı Quyash sistemasındaǵı barlıq planetalar ushın birdey bolǵan turaqlı san t K nı paydalanıp

$$\frac{r^3}{T^2} = K$$

túrinde jazıwımız múmkin. Bul turaqlı shamanı ádette **Kepler turaqlısı** dep ataydı. Ellips tárizli orbitalar parametrleri arqalı bul turaqlınıń shaması bılay esaplanadı:

$$K = \frac{a^3}{T^2}. \qquad (19.3)$$

bul ańlatpada a arqalı úlken yarım kósheriniń mánisi belgilengen.

T nı K hám r ler arqalı ańlatıp sheńber tárizli orbita boyınsha qozǵalıwǵa sáykes tezleniwdi bılay tabamız:

$$a_r = -\frac{4\pi^2}{r^2}K. \tag{19.4}$$

Olay bolsa planetaǵa tásir etiwshi kúsh

$$F = -\frac{4\pi^2}{r^2}Km \tag{19.5}$$

shamasına teń. Bul ańlatpada m arqalı planetanıń massası belgilengen.

Biz Quyash dógereginde sheńber tárizli orbita boyınsha aylanıwshı eki planetanıń tezleniwiniń Quyashqa shekemgi aralıqqa keri proporcional ózgeretuǵınlıǵın dálilledik. Biraq Quyash dógereginde ellips tárizli orbita boyınsha qozǵalatuǵın bir planeta ushın bul jaǵdaydı dálillegenimiz joq. Bul jaǵdaydı dálillew ushın sheńber tárizli orbitalardan ellips tárizli orbitalardı izertlewge ótiw kerek hám sol máseleni keyinirek sheshemiz.

Joqarıdaǵı formuladaǵı $4\pi^2K$ proporcionallıq koefficienti barlıq planetalar ushın birdey, sonlıqtan da ol planetalardıń massasına baylanıslı bolıwı múmkin emes. Bul koefficient planetalardı orbitalar boyınsha qozǵalıwǵa májbúrleytuǵın Quyashtı táriyipleytuǵın fizikalıq parametrlerge baylanıslı bolıwı múmkin. Biraq óz-ara tásir etisiwde ***Quyash hám planeta birdey huqıqqa iye deneler*** sıpatında orın iyelewi shárt. Olar arasındaǵı ayırmashılıq tek ***sanlıq jaqtan*** bolıwı múmkin. Al Quyash penen planetalar tek massaları menen parıqlanadı. Tásirlesiw kúshi planetanıń massası m ge proporcional bolǵanlıǵı ushın bul kúsh Quyashtıń massası M ge de proporcional bolıwı lazım. Sonlıqtan da kúsh ushın

$$F = G\frac{Mm}{r^2} \tag{19.6}$$

formulasın jaza alamız. Bul formuladaǵı G shaması Quyashtıń massasına da, planetalardıń massasına da ǵárezsiz bolǵan jańa turaqlı. Bul turaqlı shama **fizika iliminiń fundamentallıq turaqlılarınıń** qatarınan orın alǵan.

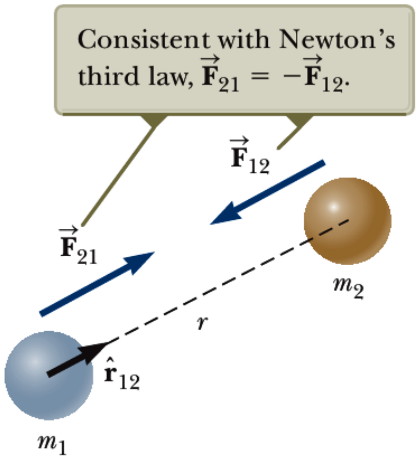
Alınǵan formulalardı óz-ara salıstırıw arqalı Kepler turaqlısı ushın

$$K \equiv \frac{a^3}{T^2} = G\frac{M}{4\pi^2} \tag{19.7}$$

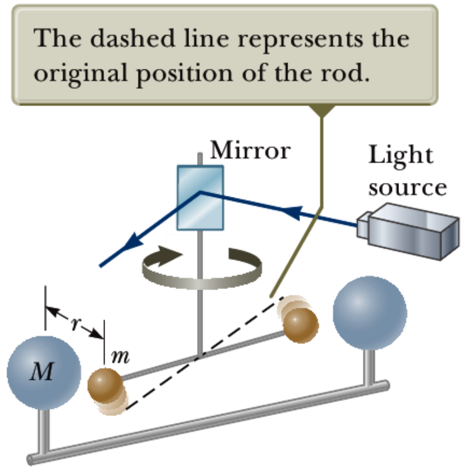
ańlatpasın alamız.

Tartılıstıń payda bolıwında Quyash hám planetalar bir birinen tek sanlıq jaqtan - massaları boyınsha ǵana parıqlanadı. Sonlıqtan planetalar, basqa da deneler arasında da óz-ara tartısıw orın aladı dep boljaw tábiyiy nárse. Bunday boljawdı birinshi ret Nyuton usındı hám keyinirek tájiriybede dálillendi. Nyuton mazmunı tómendegidey bolǵan pútkil dúnyalıq tartılıs nızamın usındı: ***qálegen eki dene (materiallıq noqatlar) bir birine massalarınıń kóbeymesine tuwrı proporcional, aralıqlarınıń kvadratına keri proporcional kúsh penen tartısadı***. Bunday kúshler ***gravitaciyalıq kúshler*** yamasa ***pútkil dúnyalıq tartılıs kúshleri*** dep ataladı. Joqarıdaǵı formulaǵa kiriwshi G proporcionlallıq koefficienti barlıq deneler ushın birdey mániske iye. Bunday mániste bul koefficient universal turaqlı bolıp tabıladı. Haqıyqatında da joqarıda aytalap ótilgenindey ***gravitaciya turaqlısı*** dep atalatuǵın dúnyalıq turaqlılır qatarına kiredi.

Joqarıda keltirilip shıǵarılǵan pútkil dúnyalıq tartılıs nızamında óz-ara tásirlesiwshi deneler noqatlıq dep qaraladı. Fizikalıq jaqtan bul denelerdiń ólshemlerine salıstırǵanda olar arasındaǵı qashıqlıq ádewir úlken degendi ańlatadı. Usı jerde "**ádewir úlken**" sózi fizikanıń barlıq bólimlerindegidey salıstırmalı túrde qollanılǵan. Usınday salıstırıw Quyash penen planetalardıń ólshemleri menen ara qashıqlıqları ushın durıs keledi. Biraq, mısalı, ólshemleri 10 sm, ara qashıqlıǵı 20 sm bolǵan deneler ushın bunday salıstırıw kelispeydi. Onday denelerdi noqatlıq dep qaray almaymız. Bul jaǵdayda oyımızda sol denelerdiń hár birin kólemi sheksiz kishi bolǵan bóleklerge bólip, sol bólekler arasındaǵı gravitaciyalıq tásir etisiw kúshlerin esaplap, keyin bul kúshlerdi geometriyalıq qosıw (integrallaw) kerek. Materiallıq deneniń sheksiz kishi bólimi materiallıq noqat sıpatında qaralıwı múmkin. Bunday esaplawlardıń tiykarında ***gravitaciyalıq maydanlardı superpoziciyalaw principi*** turadı. Bul princip boyınsha qanday da bir massa tárepinen qozdırılǵan gravitaciya maydanı basqa da massalardıń bolıw-bolmawına ǵárezli emes. Bunnan basqa ***bir neshe deneler tárepinen payda etilgen gravitaciyalıq maydan olardıń hár biri tárepinen payda etilgen maydanlardıń geometriyalıq qosındısına teń***. Bul princip tájiriybeniń juwmaqların ulıwmalastırıwıń nátiyjesinen kelip shıqqan.



19-1 súwret. Eki dene arasındaǵı tartılıs kúshleriniń baǵıtın kórsetetuǵın súwret.



19-2 súwret. Kevendish tájiriybesiniń sxeması.

Superpoziciya principin paydalanıw arqalı ***eki shar shar tárizli deneler bir biri menen tartısqanda olardıń massaları sol sharlardıń oraylarında toplanǵan eki noqattay bolıp tásir etisetuǵınlıǵın*** ańsat dálillewge boladı. Basqa sóz benen aytqanda sferalıq dene materiallıq noqat penen tartısqanda massasınıń barlıǵı sol sferanıń orayında jaylasqan materiallıq noqat túrinde tartısadı.

Biz fizikalıq jaqtan júdá áhmiyetli bolǵan jaǵdaydı atap ótemiz:

Nyuton tárepinen ashılǵan $F = G\frac{Mm}{r^2}$ nızamında (pútkil dúnyalıq tartılıs nızamında) gravitaciyalıq tásirlesiwdiń tarqalıw tezligi haqqında hesh qanday maǵlıwmat joq. Sonlıqtan bul nızam Eynshteynniń salıstırmalıq principine sáykes kelmeydi. Bul jaǵday gravitaciya teoriyasın jetilistiriw zárúrligin payda etti hám bul máseleni sheshiw ústinde 1907-1915 jılları Albert Eyshteyn shuǵıllandı. Máseleni ol 1915-jıldıń aqırında (noyabr ayında) tolıq sheshti.

Derlik 100 jıl dawamında A.Eynshteynniń gravitaciya teoriyasın (tartılıs teoriyasın) kóbinese ulıwmalıq salıstırmalıq teoriyası dep atap keldi. Házirgi waqıtların teoriyanı Eynshteynniń gravitaciya teoriyası dep ataw qabıl etilgen. Bul teoriyada gravitaciyalıq maydan ushın superpoziciya principi orınlanbaydı.

Joqarıda keltirilgen maǵlıwmatlar Nyutonnıń Pútkil dúnyalıq tartılıs nızamınıń bir qatar kemshilikleriniń bar ekenligin kórsetedi. Bul kemshilikler tiykarınan Nyuton teoriyasındaǵı gravitaciyalıq tásirlesiwdiń sheksiz úlken tezlik penen tarqalatuǵınlıǵı menen baylanıslı.

Usı jaǵdayǵa baylanıslı Nyutonnıń pútkil dúnyalıq tartılıs nızamınıń qanday jaǵdaylarda orınlanatuǵınlıǵın atap ótemiz:

1. Tásirlesetuǵın denelerdiń bir birine salıstırǵandaǵı tezlikleri jaqtılıqtıń vakuumdaǵı tezliginen ádewir kishi bolıwı kerek (yaǵnıy $v \ll c$ shártiniń orınlanıwı kerek).

2. Nyutonnıń pútkil dúnyalıq tartılıs nızamı kúshli gravitaciyalıq maydanda durıs nátiyjelerdi bermeydi.

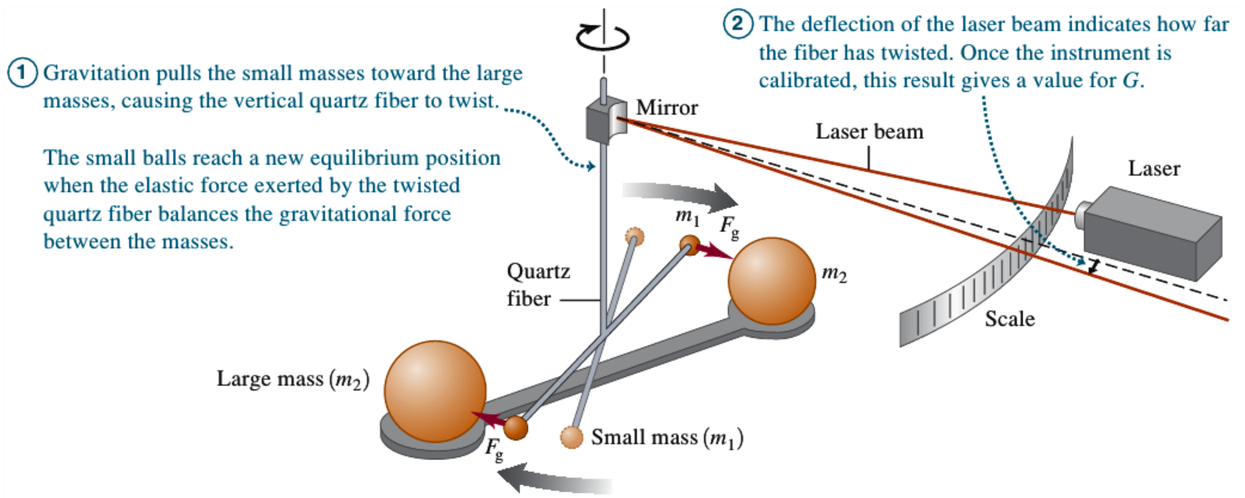
Eskertiw: dene payda etken kúshli gravitaciyalıq maydan haqqında gáp etkende payda etken gravitaciyalıq maydannınıń energiyasınıń shaması sol deneniń tınıshlıqtaǵı energiyası bolǵan mc^2 shamasına barabar bolǵan maydan názerde tutıladı. Al Quyash sistemasındaǵı yamasa bizge belgili bolǵan kópshilik juldızlar sistemalarıńǵı aspan deneleri ushın Nyutonnıń Pútkil dúnyalıq tartılıs nızamı úlken dállikte orınlanadı. Sonlıqtan bul nızamnıń áhmiyetiniń fizika ilimindegi oǵada ullı ekenligin atap ótemiz.

Kúshli gravitaciyalıq maydan payda etetuǵın obektlerdiń biri bolǵan qara qurdımlar haqqında keyinirek gáp etiledi.

Gravitaciya maydanları ushın superpoziciya principinen áhmiyetli juwmaqtı shıǵaramız. Jer menen qálegen dene arasındaǵı tartılıs kúshiniń shamasın sol deneniń salmaǵı dep ataymız hám onıń mánisi mg shamasına teń (m arqalı denińiń massası, al g arqalı Jerdiń betindegi erkin túsiw tezleniwi belgilengen). Bul kúshtiń shaması $G\frac{Mm}{r^2}$ kúshine teń boladı (bul ańlatpada r shaması Jerdiń massasınıń orayı menen biz qarap atırǵan denińiń massasınıń orayı arasındaǵı qashıqlıq belgilengen). Bul jaǵdaydan eki juwmaqtı keltirip shıǵarıw múmkin:

a) erkin túsiw tezleniwiniń mánisin deneniń massasınan ǵárezli emes;

b) $F = G\frac{Mm}{r^2}$ formulasın paydalanǵanda tartılıs kúshiniń shamasınıń tartısıwshı denelerdiń massalarınıń oraylarınıń arasındaǵı qashıqlıqtan ǵárezli, al denelerdiń geometriyalıq formasınan ǵárezli emes ekenligin este tutıw kerek.



Házirgi waqıtları Kevendish tájiriybesin ótkeriw ushın qollanılatuǵın sxema. Jaqtılıq deregi retinde lazer nurı paydalanıladı.

Nyuton dáwirinde pútkil dúnyalıq tartısıw nızamı tek ǵana astronomiyalıq baqlawlar járdeminde tastıyıqlandı. Bul nızamnıń Jer betindegi deneler ushın da durıs ekenligi, sonday-aq gravitaciya turaqlısınıń mánisi juwıq túrde 1798-jılı G.Kavendish (1731-1810) tárepinen dálillendi hám anıqlandı.

Kevendish tájiriybesiniń sxeması 19-2 súwrette kórsetilgen.

Gorozont baǵıtında qoyılǵan A sterjeniniń ushlarına hár qaysısınıń massası 158 kg bolǵan M qorǵasın sharları ildirilgen. B noqatında jińishke hám serpimli C sımına uzınlıǵı l bolǵan sterjen bekitilgen. Sterjenniń ushlarına massaları m bolǵan qorǵasın sharları ildirilgen. Kevendish tájiriybesinde $m = 730$ gramnan bolǵan. A sterjenin burıw arqalı úlken sharlardı kishi sharlarǵa jaqınlastırǵanda massaları M jáne m bolǵan sharları tartısıp uzınlıǵı l bolǵan sterjen burıladı. Bunday jaǵdayda C sımınıń serpimlilik qásiyetlerin bile otırıp tartılıs kúshlerin ólshewge boladı hám gravitaciya turaqlısı G nıń mánisin esaplawǵa boladı. Nátiyjede Kevendish

$$G = 6.685 \cdot 10^{-8}\ \text{sm}^3/(\text{g} \cdot \text{s}^2)$$

shamasın alǵan. Bul shama házirgi waqıtları qabıl etilgen mánisinen az parıqlanadı.

Gravitaciya turaqlısınıń mánisin ólshewdiń basqa usılı 1878-jılı Jolli (1809-1880) tárepinen usınıldı.

Gravitaciya turaqlısınıń házirgi waqıtları alınǵan mánisi (2000-jıl, Physics News Update, Number 478, Internettegi adresi http://www.hep.net/ documents/ newsletters/pnu/):

$$G = 6.67390 \cdot 10^{-8} \frac{sm^3}{g \cdot s^2} \quad \text{(0.0014 procent qátelik penen anıqlanǵan)}$$

2010-jılǵı maǵlıwmatlar boyınsha

$$G = 6.67384(80) \cdot 10^{-8} \frac{sm^3}{g \cdot s^2}$$

shamasına iye bolamız.

Bul maǵlıwmatlar graviticiya turaqlısınıń mánisin anıqlawdaǵı dálliktiń joqarılap baratırǵanlıǵın bildiredi (sonı aytıp ótiw kerek, eksperimentallıq texnikanıń rawajlanıwı menen fundamentallıq fizikalıq turaqlılardıń dálligi de jıldan-jılǵa joqarılamaqta).

Bul ańlatpadan gravitaciya turaqlısınıń mánisiniń oǵada kishi ekenligi kórinip tur. Hár qaysısınıń massası 1 kg bolǵan bir birinen 1 m qashıqlıqta turǵan eki dene F=6.6739·10^{-11} N=6.6739·10^{-6} dina kúsh penen tartısadı.

Gravitaciyalıq tartısıw kúshin elektr maydanındaǵı tásirlesiw menen salıstırayıq. Mısal ushın eki elektrondı alıp qaraymız. Massası m=9.1·10^{-28} g=9.1·10^{-31} kg. Zaryadı e=- 4.803·10^{-10} SGSE birl.=-1.6·10^{-19} K. Bunday jaǵdayda $F_{\text{grav}}/F_{\text{e.}} \approx 2.4 \cdot 10^{-43}$ shamasına teń boladı.

Eki proton ushın (m_{proton}=1.6739·10^{-24} g, yaǵnıy elektronnıń massasınan shama menen 1836 ese úlken) $F_{\text{grav}}/F_{\text{e.}} \approx 8 \cdot 10^{-37}$.

Demek zaryadlanǵan bóleksheler arasındaǵı elektrlik tásir etisiw gravitaciyalıq tásir etisiwge salıstırǵanda oǵada úlken eken. Sonlıqtan atomlıq ólshemlerden úlken (atomlıq ólshemler dep 10^{-8} sm den úlken emes ólshemlerdi aytamız), al astronomiyalıq ólshemlerden kishi bolǵan kólemlerde tiykarǵı orındı elektromagnitlik tásirlesiw iyeleydi. Usınıń nátiyjesinde qattı deneler fizikası, yarım ótkizgishler fizikası, ximiyalıq fizika sıyaqlı ilimlerde gravitaciyalıq tásirlesiw hesh kanday áhmiyetke iye bolmaydı.

Gravitaciya turaqlısı G nıń mánisin anıqlaǵannan keyin Jerdiń massası menen tıǵızlıǵın, basqa da planetalardıń massaların esaplaw múmkin. Haqıyqatında da Jer betindegi berilgen zattıń salmaǵı

$$mg = \frac{GmM_J}{R^2}$$

formulasınıń járdeminde esaplanadı. Bul formulada m arqalı zattıń massası, g arqalı erkin túsiw tezleniwi, M_J arqalı Jerdiń massası belgilengen.

Demek $g = GM/R^2$ hám $M = gR^2/G \approx 5.98 \cdot 10^{27}$ g=5.98·10^{24} kg shaması alınadı.

Jerdiń kólemin anıqlaw ushın $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ formulasın paydalanamız (sferanıń kólemi). Bunday jaǵdayda $\rho = \frac{M}{V} = 5.5\ g/\text{sm}^3$ shamasına iye bolamız. Bul shama Jerdiń ortasha tıǵızlıǵına teń.

Quyash penen Jer arasındaǵı qashıqlıqtı R arqalı belgileyik. Bunday jaǵdayda Quyash penen Jer arasındaǵı gravitaciyalıq tartılıs kúshi

$$F_G = G\frac{M_Q M_J}{R^2}$$

shamasına teń boladı.

Jerge tásir etiwshi orayǵa umtılıwshı kúshtiń shaması

$$F_o = \frac{M_J v^2}{R}$$

formulasınıń járdeminde esaplanadı. Bul ańlatpada v arqalı Jerdiń orbita boyınsha qozǵalıs tezligi belgilengen. Jerdiń Quyash dógereginde aylanıp shıǵıw dáwirin T arqalı belgilesek, onda $v = \frac{2\pi R}{T}$ formulasına iye bolamız. Sonlıqtan

$$F_o = \frac{2\pi R M_J}{T}$$

formulasın alamız. $F_G = F_o$ shártinen Quyashtıń massası ushın

$$M_Q = \frac{4\pi^2 R^3}{GT^2} \approx 2 \cdot 10^{30}\ kg$$

shamasına iye bolamız. Tap sol sıyaqlı Aydıń da massasın esaplawımız múmkin.

Biz salmaq kúshiniń F_G shamasına teń bolatuǵınlıǵın ańǵaramız. Al $F_G = mg$ (yaǵnıy kúsh degenimiz massa menen tezleniwdiń kóbeymesine teń). Eger salmaq kúshin F_S arqalı belgileytuǵın bolsaq, onda

$$F_S = mg = F_G = G\frac{mM_J}{(R+h)^2}$$

formulasına iye bolıwımız kerek. Bul formulada m arqalı salmaǵı gáp etilip atırǵan deneniń massası, R arqalı Jerdiń radiusı, al h arqalı zattıń Jer betinen biyikligi belgilengen. Joqarıdaǵı formuladan $g = GM_J/(R+h)^2$ formulasına iye bolamız. Usıǵan beylanıslı erkin túsiw tezleniwi g nıń Jer betinen biyiklikke baylanıslı qalay ózgeretuǵınlıǵın kórsetetuǵın tómendegidey kesteni dúze alamız (oń táreptegi keste Motion Mountain. The Adventure of Physics. Volume I. Fall, Flow and Heat kitabınan alındı):

Biyiklik, kilometrlerde	g, m/s^2
0	9.83
5	9.81
10	9.80
50	9.68
100	9.53
400[1)]	8.70
35 700[2)]	0.225
380 000[3)]	0.0027
∞	0

Some measured values of the acceleration due to gravity.

Place	Value
Poles	9.83 m/s^2
Trondheim	9.8215243 m/s^2
Hamburg	9.8139443 m/s^2
Munich	9.8072914 m/s^2
Rome	9.8034755 m/s^2
Equator	9.78 m/s^2
Moon	1.6 m/s^2
Sun	273 m/s^2

1) Jerdiń jasalma joldasları orbitalarınıń biyikligi.
2) Jerdiń stacionar jasalma joldasınıń biyikligi.
3) Jer menen Ay arasındaǵı qashıqlıq.

Endi joqarıda keltirilgen formulalar tiykarında Jerdiń betindegi gravitaciyalıq maydanınıń kernewliligi H_0 menen Jer payda etken gravitaciyalıq maydannıń potencialı φ_0

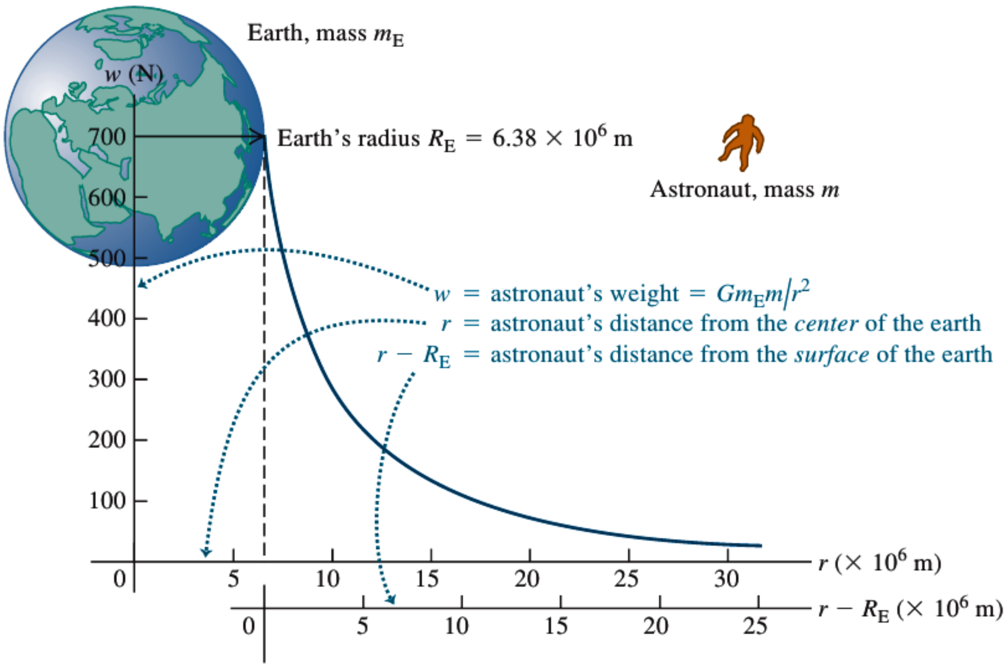
di tabamız. Massası m bolǵan deneniń payda etken gravitaciyalıq maydanınıń usı deneden r qashıqlıqtaǵı kernewliliginiń $H_0 = \frac{Gm}{r^2}$ (demek gravitaciya maydanınıń kernewliligi erkin túsiw tezleniwi bolıp tabıladı), al potencialınıń $\varphi_0 = -\frac{Gm}{r}$ shamasına teń ekenligin ańsat keltirip shıǵara alamız. Al anıqlama boyınsha gravitaciyalıq maydanınıń kernewliligi dep

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{F}/m'$$

vektorlıq shamasına aytamız (yaǵnıy bir birlik massaǵa tásir etetuǵın kúsh, al elektr maydanınıń kernewliligi dep bir birlik zaryadqa tásir etetuǵın kúshke aytadı). Bul jerde $\boldsymbol{F}$ arqalı maydannıń berilgen noqatına ornalastırılǵan massası m' bolǵan denege tásir etiwshi kúsh belgilengen. Demek Nyutonnıń ekinshi nızamı boyınsha $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{a} = \boldsymbol{g}$ eken. Jerdiń betinde bul tezleniw erkin túsiw tezleniwine teń ($a = g$). Solay etip $H_0 = g \approx 9.81$ m/s². Al anıqlaması boyınsha gravitaciya maydanınıń Jer betindegi potencialı

$$\varphi_0 = H_0 R = -9.8 \cdot 6.4 \cdot 10^6 \frac{Dj}{kg} = -6.2 \cdot 10^7 \; Dj/kg$$

shamasına teń boladı.

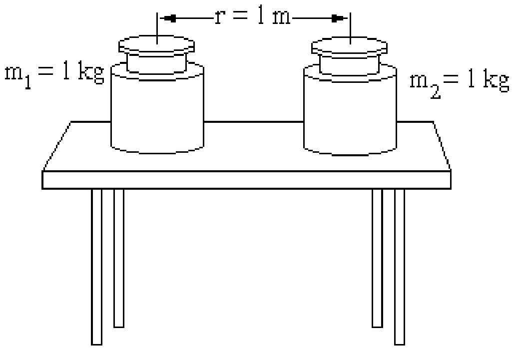


Jerdiń gravitaciyalıq maydanınıń potencial energiyasınıń biyiklikten ǵárezligi.

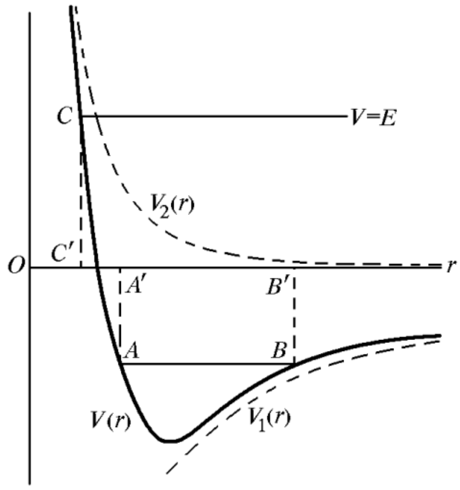
Massaları m hám M hám ara qashıqlıǵı r shamasına teń bolǵan eki deneniń bir biri menen tartısıwına sáykes keliwshi potencial energiya

$$U = -G\frac{Mm}{r}$$

formulasınıń járdeminde esaplanadı. Bul formulada da r arqalı sol eki deneniń massalarınıń orayları arasındaǵı qashıqlıq belgilengen hám biz sferalıq denelerdiń bir biri menen massaları oraylarında toplanǵan materiallıq noqatlarday bolıp tásirlesetuǵınlıǵın kóremiz.



19-3 súwret. Gravitaciya turaqlısınıń fizikalıq mánisin túsindiriwge arnalǵan súwret.



19-4 súwret. Potencial energiyanıń qashıqlıq *r* den ǵárezliligin kórsetetuǵın grafikler.

Bazı bir juwmaqlar:

1. Quyash sistemasındaǵı planetalardıń qozǵalıs nızamlarınıń ashılıwı (bunday nızamlardı Kepler nızamları dep atadıq) aralan 50-60 jıl ótkennen keyin Nyuton tárepinen Pútkil dúnyalıq tartılıs nızamınıń ashılıwına alıp keldi.

2. Nyuton tárepinen ashılǵan pútkil dúnyalıq tartılıs nızamı fizika iliminiń fundamentallıq nızamlarınıń biri bolıp tabıladı hám ol kishi tezlikler menen qozǵalatuǵın hám massası júdá úlken bolmaǵan deneler ushın joqarı dállikte orınlanadı.

3. Gravitaciya turaqlısı jaqtılıqtıń vakuumdegi tezligi hám Plank turaqlısı menen bir qatarda fizika iliminiń eń fundamentallıq turaqlılarınıń qatarına kiredi.

4. Deneler bir biri menen ózleri payda etken gravitaciya maydanları arqalı tartısadı.

5. Qálegen materiallıq dene óziniń átirapında gravitaciya maydanın payda etedi. Payda bolǵan gravitaciya maydanı energiyaǵa iye boladı. Nyutonnıń tartılıs nızamında gravitaciya maydanın tek massa payda etedi. Sonlıqtan Pútkil dúnyalıq tartılıs nızamında gravitaciya maydanı ushın superpoziciya principi orınlanadı.

Eynshteynniń gravitaciya teoriyasında gravitaciya maydanın massa da, energiya da, basım da payda etedi. Demek deneniń massasınıń shamasına baylanıslı gravitaciya maydanı payda boladı hám bul maydan energiyaǵa iye boladı. Al bul energiya óz gezeginde jańa gravitaciya maydanın payda etedi. Bunday effektler kúshli gravitaciya maydanlarında anıq túrde baqlanadı. Usınday sebeplerge baylanıslı kúshli gravitaciya maydanlarında superpoziciya principi orınlanbaydı.

6. Sfera tárizli deneler (yaǵnıy sferalıq simmetriyaǵa iye deneler) bir biri menen massaları sol sferalardıń oraylarında toplanǵan materiallıq noqatlarday bolıp tartısadı.

7. Sferalıq deneniń payda etken gravitaciyalıq maydannıń potencialın esaplaǵanda usı deneniń massasın sferanıń orayında toplanǵan dep esaplaw kerek.

Sorawlar:

1. Qattı deneler fizikası sıyaqlı fizikanıń bólimlerinde gravitaciya maydanı pútkilley esapqa alınbaydı. Nelikten?

2. Iogann Kepler óziniń úsh nızamın ashqanda Daniya astronomı Tixo Brageniń astronomiyalıq maǵlıwmatlarınan paydalanǵan hám sol maǵlıwmatlardıń járdeminde fizika

menen astronomiya ushın oǵada ullı bolǵan nızamlardı ashqan. Bul jaǵdaydıń sebepleri nelerden ibarat?

3. Planetanıń orbita boyınsha qozǵalısında sektorlıq tezliktiń turaqlı bolıwı mexanikanıń qanday nızamları menen baylanıslı?

4. Gidroelektrostanciyalarda elektr energiyasın joqarıdan tómenge aqqan suwdıń energiyasınıń esabınan elektr energiyası óndiriledi. Bul elektr energiyasınıń gravitaciya energiyasına qanday qatnası bar?

5. Sferalıq simmetriyaǵa iye emes deneler bir biri menen tartısqanda tartılıs kúshleriniń mánislerin qalay esaplawǵa tuwrı keledi?

20-lekciya. Jerdiń jasalma joldaslarınıń hám kosmoslıq apparatlardıń qozǵalısı. Kosmoslıq tezlikler. Tasıwlar hám qaytıwlar. Gravitaciyalıq energiya. Gravitaciyalıq radius. Álemniń ólshemleri. Qara qurdımlar

Orbitaları ellips, parabola hám giperbola tárizli bolǵan qozǵalıslar shártleri. Traektoriyası ellips tárizli bolǵan planetanıń (Jerdiń jasalma joldasınıń) qozǵalısı (yaǵnıy tuyıq orbita boyınsha qozǵalıs) **finitlik qozǵalıs** dep ataladı. Bunday jaǵdayda planeta keńisliktiń sheklengen bóleginde qozǵaladı. Kerisinshe, parabolalıq hám giperbolalıq orbitalar boyınsha planetalar **infinitli qozǵaladı** (yaǵnıy orbita tuyıq emes). Bul jaǵdayda planetalar keńislikte sheksiz úlken aralıqlarǵa qashıqlasadı. Sonlıqtan planetalar qozǵalıslarınıń finitlik yamasa infinitlik bolıw shártlerin anıqlaw zárúrligi kelip shıǵadı.

M arqalı Quyashtıń, m arqalı planetanıń, al r arqalı olardıń orayları arasındaǵı qashıqlıqtı belgileyik. Eger E arqalı planetanıń tolıq energiyası (yaǵnıy kinetikalıq hám potencial energiyalarınıń qúosındısı) belgilengen bolsa, onda

$$\frac{mv^2}{2} - G\frac{Mm}{r} = E = const \qquad (20.1)$$

teńligin jaza alamız.

Biz Quyashtıń kinetikalıq energiyasın esapqa almaymız (yaǵnıy Quyash qozǵalmaydı dep esaplaymız). Quyashqa salıstırǵanda planetanıń impuls momentin L arqalı belgilesek, onda

$$L = mr^2\dot{\varphi} = const \qquad (20.2)$$

ańlatpasın jaza alamız. Eger $\dot{\varphi}$ arqalı belgilengen múyeshlik tezlikti joǵalta alsaq (bunıń ushın tolıq tezlik v nı radial v_r hám azimutal $r\dot{\varphi}$ qurawshılarǵa jiklewimiz kerek), onda

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}v_r^2 + \frac{m}{2}r^2\dot{\varphi}^2 = \frac{m}{2}v_r^2 + \frac{L^2}{2mr^2} \qquad (20.3)$$

ańlatpasına iye bolamız.

Endi (20.1)-teńleme

$$\frac{m}{2}v_r^2 - G\frac{Mm}{r} + \frac{L^2}{2mr^2} = E = const \qquad (20.4)$$

yamasa

$$\frac{m}{2}v_r^2 + V(r) = E = const$$

túrine enedi.

Bul formuladaǵı

$$V(r) = -G\frac{Mm}{r} + \frac{L^2}{2mr^2} \tag{20.5}$$

shaması potencial energiya bolıp tabıladı. Kinetikalıq energiya $\frac{m}{2}v_r^2 > 0$. Sonlıqtan baylanısqan haldıń júzege keliwi ushın barlıq waqıtta $V(r) \leq E$ teńsizliginiń orınlanıwı shárt.

Joqarıda alınǵan teńlemede radial tezlik bolǵan v_r shamasınıń mánisi belgisiz bolıp tabıladı. Formal túrde bul keyingi teńlemeni noqattıń bir ólshemli bolǵan radial baǵıttaǵı qozǵalısınıń teńlemesi sıpatında qarawǵa boladı.

Endigi másele $V(r)$ potencial energiyasına iye bir ólshemli qozǵalıstıń finitlik yamasa infinitlik shártlerin tabıwdan ibarat. Sol maqsette

$$V(r) = -G\frac{Mm}{r} + \frac{L^2}{2mr^2}, \qquad V_1(r) = -G\frac{Mm}{r}, \;\; V_2(r) = \frac{L^2}{2mr^2} \tag{20.6}$$

funkciyalarınıń grafiklerin qaraymız. L di nolge teń emes dep esaplaymız. $r \to 0$ sheginde $V_2(r)$ funkciyası $V_1(r)$ funkciyasına salıstırǵanda sheksizlikke tezirek umtıladı. Kishi r lerde $V(r)$ funkciyası óń mániske iye boladı hám $r \to 0$ sheginde sheksizlikke asimptotalıq tárizde umtıladı. Kerisinshe, $r \to \infty$ sheginde eki funkciyanıń qosındısı (súwrette tutas sızıq) asimptotalıq tárizde nolge umtıladı.

Nátiyjede $E > 0$ bolǵan jaǵdaylarda giperbolalıq, $E = 0$ bolǵanda parabolalıq hám $E < 0$ bolǵanda ellips tárizli orbita menen qozǵalıstıń orın alatuǵınlıǵın dálillewge boladı.

Demek oraylıq maydanda qozǵalıwshı denelerdeń traektoriyaları olardıń energiyasına baylanıslı boladı eken.

Baylanısqan hal tek ǵana baylanıs energiyasınıń (potencial energiyanıń) mánisi nolden kishi bolǵanda orın aladı. Al baylanıs energiyasınıń nolden úlken mánislerine iyterilis kúshleri sáykes keledi.

$r \to \infty$ sheginde $V(r) = 0$, sonlıqtan

$$E = -G\frac{Mm}{r} + \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_\infty^2}{2}$$

Demek giperbolalıq qozǵalısta materiallıq dene sheksizlikke shekli qanday da bir v_∞ tezligi menen jetip keledi eken. Al parabolalıq qozǵalısta bolsa sheksizlikke dál nollik tezlik penen jetedi (sebebi $E = 0$ bolǵan jaǵdayda $v_\infty = 0$). Parabolalıq qozǵalıw ushın materiallıq noqatqa beriliwi kerek bolǵan dáslepki tezlik parabolalıq tezlik dep ataladı hám onıń mánisin esaplaw ushın

$$\frac{mv_p^2}{2} = G\frac{Mm}{r_0} = E = 0 \tag{20.7}$$

teńlemesin parabolalıq tezlik v_p ǵa qarata sheshiwimiz kerek. Nátiyjede

$$v_p = \sqrt{2G\frac{M}{r_0}} \tag{20.8}$$

formulasına iye bolamız.

Parabolalıq tezlik "sheńber" tárizli orbitaǵa sáykes keliwshi tezlik v_{sh} menen ápiwayı baylanısqa iye. Quyashtıń dógereginde sheńber tárizli orbita boyınsha qozǵalatuǵın planeta usınday tezlikke iye boladı. Bunday tezliktiń shaması orayǵa umtılıwshı kúsh bolǵan $\frac{mv_{sh}^2}{r_0}$

kúshi menen $G\frac{Mm}{r_0^2}$ gravitaciyalıq tartılıs kúshiniń shaması teń bolǵan jaǵdayda (yaǵnıy $\frac{mv_{sh}^2}{r_0} = G\frac{Mm}{r_0^2}$ teńligi orınlanǵanda) alınadı hám ol

$$v_{sh} = \sqrt{G\frac{M}{r_0}} \tag{20.9}$$

shamasına teń bolıp shıǵadı. Demek

$$v_p = v_{sh}\sqrt{2} \tag{20.10}$$

qatnasına iye boladı ekenbiz.

Jer ushın $M_\oplus = 5{,}976 \cdot 10^{24}$ kg, $r_0 = 6371030$ m, al $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m²kg⁻². Sonlıqtan

$$v_{sh} = \sqrt{G\frac{M}{r_0}} \approx 7910\frac{m}{s}.$$

hám

$$v_p = v_{sh}\sqrt{2} \approx 1186\frac{m}{s}$$

shamalarına iye bolamız.

SHeńber tárizli orbitaǵa saykes keletuǵın tezlikti keyinirek bunday tezlikti biz birinshi kosmoslıq tezlik dep ataymız.

Kosmoslıq tezlikler haqqında keyinirek tolıq gáp etiledi.

Orbitalardıń parametrlerin esaplaw. Planetanıń ellips tárizli orbitasınıń uzın hám kishi kósherlerin energiyanıń hám impuls momentiniń saqlanıw nızamları járdeminde anıqlaw múmkin. Perigeliy P hám afeliy A noqatlarında planetalardıń radiallıq tezligi nolge teń. $v_r = 0$ dep esaplap

$$\frac{m}{2}v_r^2 - G\frac{Mm}{r} + \frac{L^2}{2mr^2} = E = const \tag{20.11}$$

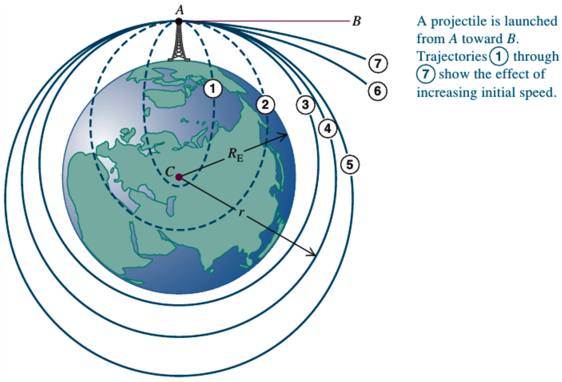
teńlemesinen sol noqatlar ushın

$$r^2 - G\frac{Mm}{E}r + \frac{L^2}{2mE} = 0 \tag{20.12}$$

ańlatpasın alamız. $E < 0$ bolǵanda bul teńleme eki haqıyqıy oń mániske iye r_1 hám r_2 túbirlerine iye boladı. Sol túbirlerdiń biri perigeliy P noqatına, ekinshisi A afeliy noqatına sáykes keledi. $r_1 + r_2$ qosındısı ellipstiń úlken kósheriniń uzınlıǵına teń. Bul uzınlıqtı $2a$ arqalı belgilep

$$2a = r_1 + r_2 = -G\frac{Mm}{E} = -\frac{GM}{\varepsilon} \tag{20.13}$$

teńlemesine iye bolamız. Bul formuladaǵı $\varepsilon = \frac{E}{m}$ shaması planetanıń massa birligine sáykes keliwshi tolıq energiyaǵa teń. Ellips boyınsha qozǵalıs ushın $\varepsilon < 0$ bolǵanlıqtan keyingi jazılǵan ańlatpa oń mániske iye.



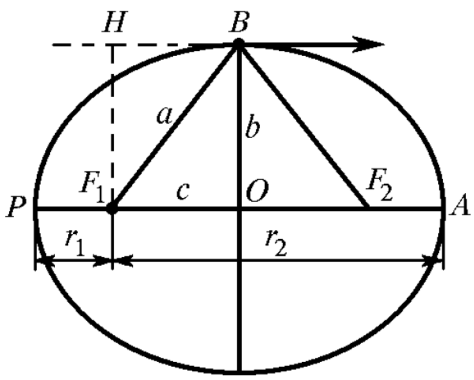
20-1 súwret.
Isaak Nyuton óziniń "Baslamalarında" gravitaciyalıq maydandaǵı aspan deneleriniń qozǵalıwın túsindiriw ushın usınday súwretti paydalanǵan.

SHeńber tárizli orbitalar ellips tárizli orbitalardan $r_1 = r_2 = r$ bolǵan jaǵdayda alınadı. Bunday jaǵdayda $2E = \frac{GMm}{r}$ yamasa $2E = U$. Bul ańlatpanı $E = U - E$ túrinde jazıp, $E = K + U$ qatnasınan paydalanıp

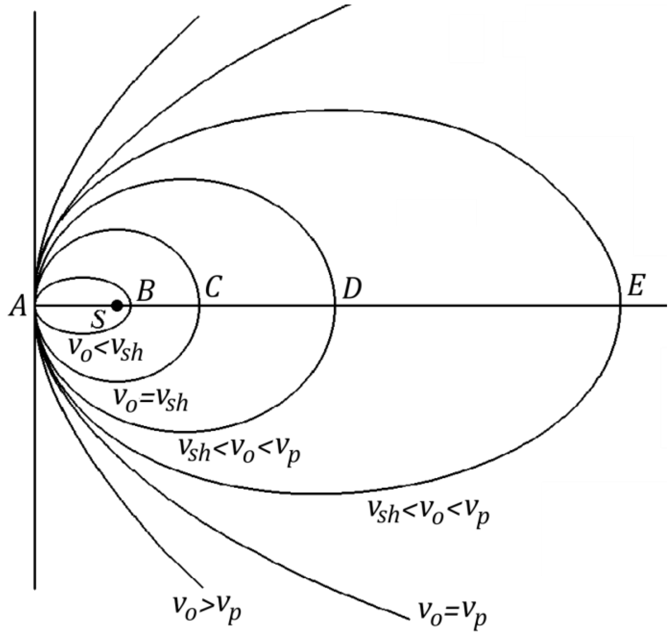
$$E = -K \tag{20.14}$$

teńligin jaza alamız. **Demek sheńber tárizli orbita boyınsha qozǵalısta tolıq hám kinetikalıq energiyalardıń qosındısı nolge teń boladı eken**.

Ellips tárizli qozǵalısta da (20.14)-teńleme durıs boladı. Biraq bul jaǵdayda K shaması kinetikalıq energiyanıń waqıt boyınsha ortasha mánisine teń. Biz ellips tárizli orbita boyınsha qozǵalıstıń finitlik ekenligin atap ótemiz.



20-2 súwret. Orbitanıń parametrlerin anıqlaw ushın qollanılatuǵın súwret.



20-3 súwret. Noqatlıq dene maydanında qozǵalıstıń múmkin bolǵan traektoriyaları.

Endi ellipstiń kishi kósheri b nıń uzınlıǵın tabamız. Bul máseleni sheshiw ushın energiyadan basqa planetanıń impuls momenti hám onıń sektorlıq tezligi $\sigma = \dot{S}$ kerek. Tek energiyanıń mánisi arqalı kelip shıǵatuǵın ellipstiń úlken kósheri belgili dep esaplaymız. Meyli B kishi kósherdiń ellips penen kesilesetuǵın noqatlardıń biri bolsın. F_1 hám F_2 noqatlarınan ellipstiń qálegen noqatına shekemgi aralıqlardıń qosındısı turaqlı hám $2a$ ǵa teń bolatuǵınlıǵınan $F_1B = a$ ekenligi kelip shıǵadı. B noqatındaǵı sektorlıq tezlik

$$\sigma = \frac{vb}{2}$$

shamasına teń boladı eken.

b uzınlıǵı F_1H perpendikulyarınıń uzınlıǵına teń. V noqatındaǵı tezlik v energiya teńlemesi járdeminde anıqlanadı. $r = a$ dep shamalap

$$\frac{v^2}{2} - G\frac{M}{a} = \varepsilon$$

teńligine iye bolamız. $\varepsilon = \frac{E}{m}$ ekenligi esapqa alıp biz tómendegidey teńlikti alamız:

$$b = 2\sigma\sqrt{\frac{a}{GM}}.$$

Kosmoslıq tezlikler. Joqarıda keltirilip ótilgen finitli hám infinitli qozǵalıslar teoriyası Jerdiń jasalma joldaslarınıń ushıwı ushın da qollanılıwı múmkin.

Jerdiń jasalma joldasınıń massasın m al Jerdiń massasın M háripi menen belgileymiz (biz aytqan gápler Quyash penen qálegen planeta ushın da durıs).

Jerdiń salmaq maydanındaǵı jasalma joldastıń yamasa kosmos kemesiniń tolıq energiyası

$$E = \frac{mv^2}{2} - G\frac{Mm}{r} \tag{20.15}$$

yamasa

$$E = \frac{mv2}{2} - mrg_{abs}$$

(sebebi $G\frac{Mm}{r} = mrg_{abs}$, endigiden bılay g_{abs} shamasınıńnıń ornına tek g háripin jazamız).

Eger E niń mánisi teris bolsa qozǵalıs finitlik boladı hám kosmos kemesi ellips tárizli orbita boyınsha qozǵaladı. SHeńber tárizli orbita boyınsha qozǵalısta tezlik ushın

$$v_{sh} = \sqrt{G\frac{M}{r}} = \sqrt{gr} \tag{20.16}$$

ańlatpasın alamız. Bul ańlatpadaǵı r_0 shaması Jer sharınıń radiusına teń bolǵnada alınatuǵın tezlikti **birinshi kosmoslıq tezlik** dep ataymız (shama menen 7,8 km/s qa teń).

Jerdiń betinde deneni Jerdiń jasalma joldasına aylandırıw ushın kerek bolatuǵın eń minimallıq tezlikti birinshi kosmoslıq tezlik dep ataydı.

Qozǵalıstıń infinitli bolıwı ushın E niń eń kishi mánisi nolge teń boladı. Bunday jaǵdayda tezligi

$$v_p = \sqrt{2G\frac{M}{r}} = \sqrt{2gr} \tag{20.17}$$

bolǵan parabola tárizli orbita boyınsha qozǵalıs orın aladı. Bunday tezlikti **parabolalıq** yamasa **ekinshi kosmoslıq tezlik** dep ataymız.

Ekinshi kosmoslıq tezlik dep Jerdiń betine jaqın jaylasıp qozǵala baslaǵan denege Jerdi tolıq taslap ketiw ushın zárúrli bolǵan eń kishi baslanǵısh tezliktiń mánisine aytadı. Ekinshi kosmoslıq tezliktiń shaması biyiklikten ǵárezli hám Jerdiń betinde onıń mánisi 11,186 km/s shamasına teń.

Quyash sistemasınıń sheklerin taslap ketiw ushın dene Quyashtıń da tartıw kúshin jeńiwi kerek. Jerdiń betinde ushırılǵan kosmoslıq apparattıń Quyash sistemasın pútkilley taslap ketiwi ushın kerek bolatuǵın tezlikti **úshinshi kosmoslıq tezlik** dep ataydı hám onı v_3 arqalı belgileydi. Eger kosmoslıq apparat Jerdiń orbitalıq qozǵalısı baǵıtında ushırılatuǵın bolsa, onda v_3 minimallıq mániske iye hám 16,653 km/s shamasına teń. Al kosmoslıq apparat qarama-qarsı baǵıtta ushırılsa, onda $v_3 = 73$ km/s shamasına teń boladı.

$E > 0$ shárti orınlanǵanda hám kosmos korabliniń baslanǵısh tezligi parabolalıq tezlikten joqarı bolǵanda qozǵalıs giperbolalıq qozǵalısqa aylanadı.

Tómendegi kestede hár qıylı planetalar, Ay hám Quyash ushın ekinshi kosmoslıq tezliklerdiń mánisleri berilgen

Escape Speeds from the Surfaces of the Planets, Moon, and Sun

Planet	v_{esc} (km/s)
Mercury	4.3
Venus	10.3
Earth	11.2
Mars	5.0
Jupiter	60
Saturn	36
Uranus	22
Neptune	24
Moon	2.3
Sun	618

Eki dene mashqalası. Keltirilgen massa. Ádette pútkil dúnyalıq tartılıs nızamın talqılaǵanda Quyashtı, sol sıyaqlı gravitaciyalıq maydannıń tiykarǵı deregi bolǵan úlken massalı denelerdi qozǵalmaydı dep esaplanadı. Bul bir dene mashqalası bolıp tabıladı hám, álbette, durıs emes nátiyjelerge alıp keledi.

Eger eki dene qaralsa, sonday-aq olardıń massası bir birine barabar bolsa, onda ol obektlerdiń hesh birin de qozǵalmaydı dep qarawǵa bolmaydı. Mısal retinde qos juldızdı kórsetiw múmkin. Al Jer menen Aydıń qozǵalısın qaraǵanda da Jerdi qozǵalmay turǵan obekt dep qaraw ádewir sezilerliktey qátelerge alıp keledi. Sonlıqtan da bir biri menen tásir etisiwshi eki deneniń de qozǵalısın esapqa alıwǵa tuwrı keledi. **Bul másele eki dene mashqalası dep ataladı**.

Meyli massaları m_1 hám $m_2$bolǵan eki dene bir biri menen tartısıw kúshi arqalı tásir etisetuǵın bolsın. Inercial esaplaw sistemasındaǵı olardıń qozǵalıs teńlemeleri tómendegidey túrge iye boladı:

$$m_1\frac{dr_1^2}{dt^2} = G\frac{m_1m_2}{r^2}\cdot\frac{1}{r}r, \qquad (18)$$
$$m_2\frac{dr_2^2}{dt^2} = G\frac{m_1m_2}{r^2}\cdot\frac{1}{r}r.$$

Bul teńlemelerde $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1$ óz ara tásir etisiwshi denelerdi tutastıratuǵın hám m_1 nen m_2 ge qarap baǵıtlanǵan vektor. Radius vektorı

$$m_{m.o.} = \frac{m_1r_1+m_2r_2}{m_1+m_2} \qquad (19)$$

bolǵan massa orayı noqatınıń tuwrı sızıqlı hám teń ólshewli qozǵalatuǵınlıǵı hám m_1 menen m_2 massalarınıń massa orayı sistemasındaǵı impulslarınıń qosındısı nolge teń ekenligi anıq. Qálegen inerciallıq sistemada (sonıń ishinde massa orayı menen baylanısqan sistemada) bul massalardıń impuls momenti saqlanadı.

Biraq, eki dene máselesin sheshiw massa orayı menen baylanısqan sistemada emes, al sol eki deneniń birewi menen baylanısqan esaplaw sistemasında sheshken qolaylıraq. Sonıń ushın bul jaǵdayda eki dene mashqalası bir dene mashqalasına alıp kelinedi. Bul maqsette (18)-teńlemelerdi m_1 hám m_2 massalarına bólemiz hám ekinshisinen birinshisin alamız. Bunday jaǵdayda

$$\frac{d^2}{dt^2}(r_2 - r_1) = \frac{d^2 r}{dt^2} = -\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{1}{r} r \qquad (20)$$

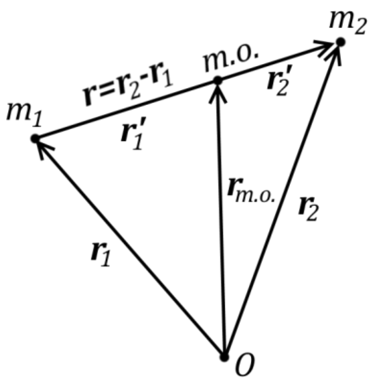
túrindegi ańlatpaǵa iye bolmız. Qawsırma belgisi ishinde turǵan keri massalardı

$$\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} = \frac{1}{\mu} \qquad (21)$$

arqalı belgileymiz. Bul ańlatpadaǵı μ shamasın keltirilgen massa dep ataydı. Bunday jaǵdayda (20)-ańlatpa bılayınsha jazıladı:

$$\mu \frac{d^2 r}{dt^2} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{1}{r} r. \qquad (22)$$

Bul teńleme bir dene mashqalası teńlemesi bolıp tabıladı. Sebebi jazılǵan ańlatpada belgisiz shamanıń tek bir $\boldsymbol{r}$ vektorı ekenligi kórinip tur. Bul jaǵdayda tásir etisiw m_1 hám m_2 massaları arasında boladı, al inerciyalıq qásiyet keltirilgen massa μ arqalı anıqlanadı. Bir dene máselesin sheshkende denelerdiń biri qozǵalmaydı dep esaplanadı, usı dene esaplaw sistemasınıń basında jaylasadı, al ekinshi deneniń qozǵalısı birinshisine salıstırıw arqalı anıqlanadı.



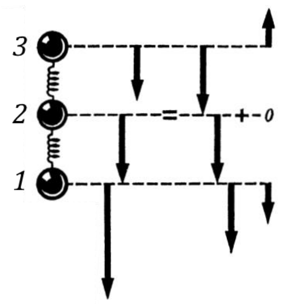
Massa orayı sistemasına ótiwdi túsindiretuǵın sxema.

Massalar orayı sistemasına ótiw. (22)-teńlemeni sheshiwdiń nátiyjesinde $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$ baylanısı alınadı. Bunnan keyin massalar orayı sistemasında eki deneniń de traektoriyasın anıqlawǵa múmkinshilik tuwadı. Eger m_1 hám m_2 massalarınıń radius-vektorların sáykes $\boldsymbol{r}_1$ hám $\boldsymbol{r}_2$ arqalı belgileymiz. Massa orayı sistemasına ótiwdi túsindiretuǵın sxemada kórsetilgen jaǵdayǵa sáykes

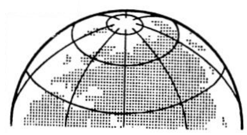
$$r_1' = \frac{m_2 r}{m_1 + m_2}, \qquad r_2' = \frac{m_1 r}{m_1 + m_2}. \qquad (23)$$

Bul ańlatpalardıń járdeminde jáne $\boldsymbol{r}(t)$ ǵárezliligin bile otırıp $r_1'(t)$ hám $r_1'(t)$ funkciyalarınıń grafiklerin sızıw múmkin. Eki deneniń de traektoriyası massa orayına salıstırǵandaǵıǵa uqsas boladı. Bul uqsaslıqtıń qatnası massalardıń qatnasına teń.

Tasıwlar hám qaytıwlar. Bir tekli emes gravitaciyalıq maydanda qozǵalǵanda deneni deformaciyalawǵa qaratılǵan kúshler payda boladı hám soǵan sáykes deneler deformaciyalanadı. Meyli hár qaysısınıń massası m ge teń bolǵan hám salmaǵı joq prujina menen tutastırılǵan úsh materiallıq noqat olardıń orayların tutastıratuǵın tuwrı baǵıtında bir tekli emes tartılıs maydanında erkin qulaytuǵın bolsın. Olarǵa tásir etetuǵın salmaq kúshleri óz-ara teń emes. Joqarǵı noqat tómengi noqatqa salıstırǵanda kemirek tartıladı. Tap usınday situaciyaǵa sáykes keliwshi tómende keltirilgen súwrette kórsetilgen jaǵdayǵa tómendegidey jaǵday ekvivalent: úsh denege de ortańǵı denege tásir etkendey shamadaǵı kúsh tásir etedi, al bunday jaǵdayda joqarıdaǵı denege qosımsha joqarıǵa, al tómendegisine tómenge qaray baǵıtlanǵan kúsh tásir etedi. Sonlıqtan súwrette kórsetilgen prujinanıń sozılıwı kerek. Demek **bir tekli emes tartılıs maydanı usı bir tekli emeslik baǵıtında sozıwǵa tırısadı**. Máselen Quyash Jerdi oraylarını tutastıratuǵın tuwrı baǵıtındı sozadı. Tap sonday effektti Jerde Ay da payda etedi. Effekttiń shaması tartılıs kúshine emes, al usı kúshtiń ózgeriw tezligine baylanıslı.



Gravitaciya maydanınıń bir tekli emesliginiń saldarınan massaları birdey bolǵan úsh denege tásir etetuǵın gravitaciyalıq kúshlerdiń shamaları birdey emes. 1-deneniń salmaǵı 2-deneniń salmaǵınan, al 2-deneniń salmaǵı 3-deneniń salmaǵınan úlken boladı (sebebi tartılıs, yaǵnıy salmaq kúshiniń shaması $\frac{1}{r^2}$ shamasına keri proporcional). Nátiyjede úsh denege de ortańǵı denege tásir etkendey shamadaǵı kúsh tásir etedi dep esaplaydı. Al bunday jaǵdayǵa joqarıdaǵı denege qosımsha joqarıǵa, al tómendegisine tómenge qaray baǵıtlanǵan kúshtiń tásir etiwi sáykes keledi. Sonlıqtan súwrette kórsetilgen prujina sozıladı.



Quyashtıń dógeregindegi planetanıń qozǵalısı erkin túsiw (qulaw) bolıp tabıladı. Planeta menen Quyashtıń oraylanın tutastıratuǵın tuwrıǵa perpendikulyarǵa urınba baǵıtındaǵı tezliginiń bar bolǵanlıǵı sebepli planeta Quyashqa qulap túspeydi.

SHar tárizli deneniń maydanında oraydan r qashıqlıǵındaǵı tartılıs kúshiniń

$$F = -G\frac{Mm}{r^2}$$

formulasınıń járdeminde anıqlanatuǵınlıǵın bilemiz. Bul kúshtiń qashıqlıq r ge baylanıslı ózgeriwin anıqlaw ushın kúsh F ten r boyınsha tuwındı alıwımız kerek hám alınǵan tuwındı

$$\frac{dF}{dr} = 2G\frac{Mm}{r^3}$$

túrine iye boladı.

Quyash penen Aydıń Jerdegi tartılıs maydanı ushın

$$2G\frac{M_{\odot}m}{r^3} = 0{,}8\cdot 10^{-13}\,\frac{1}{s^2}, \qquad 2G\frac{M_{Ay}m}{r^3} = 1{,}8\cdot 10^{-13}\,\frac{1}{s^2}$$

shamalarına iye bolamız. Demek Ay tárepten Jerge tásir etiwshi «deformaciyalawshı» kúsh Quyash tárepiten tásir etiwshi kúshke qaraǵanda shama menen eki ese $\left(\frac{1,8}{0,8} = 2,222\right)$ artıq eken.

Bul «deformaciyalawshı» kúsh Jerdiń qattı qabıǵın sezilerliktey ózgertpeydi. Biraq okeanlardaǵı suwdıń forması ádewir ózgeriske ushıraydı. Tartılıs kúshiniń bir teksizligi baǵıtında okean qáddi kóteriledi, al oǵan perpendikulyar baǵıtta okeannıń qáddi tómenleydi. Jer óz kósheri dógereginde aylanatuǵın bolǵanlıqtan qáddi kóterilgen hám tómenlegen aymaqlar dáwirli túrde ózgeredi. Jaǵıslarda bul qubılıs tasıwlar hám qaytıwlar túrinde kórinedi. Sutka ishinde eki ret tasıw hám eki ret qaytıw orın aladı. Eger Jerdiń beti tolıǵı menen suw menen qaplanǵan bolsa esaplawlar boyınsha suwdıń qáddi maksimum 56 sm ge ózgergen bolar edi. Biraq Jer betindegi qurǵaqshılıqtıń tásirinde ózgeris nolden 200 sm ge shekem ózgeredi. Tómende keltirilgen súwrette tasıw hám kaytıw waqıtlardaǵı okeanlardıń jaǵasındaǵı suwdıń qáddiniń ózgeretuǵınlıǵı anıq túrde kórinip tur.

Suwdıń qaytıwı (a súwret) penen tasıwı (d súwret) arasındaǵı okeannıń jaǵasında túsirilgen súwretler (Tides at Saint-Valery en Caux on 20 September 2005).

Tasıwlar gorizontal baǵıtlarda suwdıń aǵısına alıp keledi. Bul qubılıs óz gezeginde súykeliske hám energiyanıń sarplanıwına alıp keledi. Sonıń nátiyjesinde tasıw súykelisiniń tásirinde Jerdiń aylanıw tezligi kishireyedi.

Jerdiń tartılıs maydanında qozǵalǵanlıǵınan payda bolǵan súykelis kúshleriniń saldarınan Ay barlıq waqıtta da Jerge bir tárepi menen qaraǵan. Bunday qozǵalısta súykelis kúshleri payda bolmaydı.

Tasıw súykelisiniń saldarınan Jer óz kósheri dógereginde bir ret tolıq aylanǵanda onıń aylanıw dáwiri $4,4\cdot10^{-8}$ s qa úlkeyedi. Biraq Jer-Ay sistemasında impuls momentiniń saqlanıwı kerek. Jer óz kósheri dógereginde, sonlay-aq Ay Jerdiń dógereginde bir baǵıtta aylanadı. Sonlıqtan Jerdiń impuls momentiniń kishireyiwi olardıń ulıwmalıq massalar orayı dógereginde aylanıwındaǵı Jer-Ay sistemasınıń impuls momentiniń mánisiniń úlkeyiwine alıp keledi. Jer-Ay sistemasınıń impuls momenti

$$M = \mu v r \tag{24}$$

formulasınıń járdeminde esaplanadı (μ arqalı keltirilgen massa, Jer menen Ay arasındaǵı qashıqlıq r arqalı belgilengen). Olardıń orbitaların sheńber tárizli dep esaplap

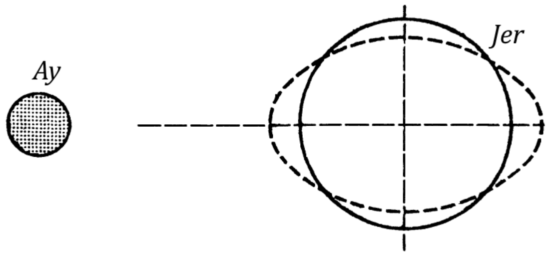
$$G\frac{m_{jer}m_{Ay}}{r^2} = \frac{\mu v^2}{r} \tag{25}$$

formulasınıń járdeminde esaplanadı. (24)- hám (25)-formulalardan

$$r = \frac{M^2}{Gm_{jer}m_{Ay}\mu}, \qquad v = \frac{Gm_{jer}m_{Ay}}{M}$$

formulalarına iye bolamız.

Tasıw súykelisine baylanıslı M niń ósiwi menen Jer menen Ay arasındağı qashıqlıq artadı hám aydıń Jerdiń dógeregin aylanıp shıǵıw dáwiri kishireyedi. Házirgi waqıtları qashıqlıqtıń ósiwi 0,04 sm/sut shamasında. Bul az shama bolsa da bir neshe milliard jıllar dawamında Jer menen Ay arasındağı qashıqlıqqa salıstırarlıqtay shamaǵa shekem ósedi.



Jer betindegi tasıwlar menen qaytıwlar Aydıń tartılıs maydanı tásirinde bolatuǵınlıǵın kórsetiwshi súwret. Quyashtıń tartılıs maydanı tárepinen bolatuǵın tasıwlar menen qaytıwlar bunnan birneshe ese kishi boladı.

SHar tárizli deneniń gravitaciyalıq energiyası. Meyli radiusı R, al massası M bolǵan shar berilgen bolsın. Usı shardı qurawshı bólekshelerdiń óz-ara tásirlesiwine gravitaciya maydanınıń energiyası sáykes keledi. Bunday energiyanı gravitaciyalıq energiya dep ataymız. Gravitaciyalıq energiyanıń mánisi sol bóleklerdi bir birinen sheksiz uzaqlasqan aralıqlarǵa kóshirgende islengen jumısqa teń. Bul jaǵdayda tek ǵana gravitaciyalıq tásirlesiwdi qarawımız kerek.

Esaplawlardı ańsatlastırıw ushın shar boyınsha massa teń ólshewli tarqalǵan dep esaplaymız hám bul jaǵdayda tıǵızlıq $\rho = \frac{3M}{4\pi R^3}$ formulasınıń járdeminde anıqlanadı. Bólekshelerdi shardan sharlıq qatlamlar boyınsha uzaqlastırǵan ańsat boladı. SHeksiz úlken qashıqlıqlarǵa uzaqlastırılǵan qatlamlar endi uzaqlastırılatuǵın qatlamlarǵa tásir etpeydi.

Oraydan qashıqlıǵı r, qalıńlıǵı dr bolǵan qatlamdaǵı massa $\rho 4\pi R^2 dr$ shamasına teń. Bul qatlamdı uzaqlastırǵanda oǵan radiusı r bolǵan shar tásir etedi. Qashıqlastırıw jumısı

$$dU_{gr} = \frac{G}{r}\frac{4\pi\rho r^3}{3}\rho R\pi r^2 dr \tag{20.18}$$

shamasına teń. Bul ańlatpanı $r = 0$ den $r = R$ ge shekemgi sheklerde integrallap shardıń tolıq gravitaciyalıq energiyasın alamız:

$$U_{gr} = -G\frac{16\pi^2\rho^2}{3}\int_0^R r^4 dr = -G\ \frac{16}{15}\pi^2\rho^2 R^5. \tag{20.19}$$

$\rho = 3M/4\pi R^3$ ekenligin esapqa alsaq

$$U_{gr} = -\frac{3}{5}G\ \frac{M^2}{R} \tag{20.20}$$

ańlatpası kelip shıǵadı. Bul shardı qurawshı massa elementleriniń óz-ara tásirlesiwine sáykes keliwshi gravitaciyalıq energiya bolıp tabıladı.

Biz (20.20)-ańlatpada **shar tárizli deneniń gravitaciyalıq energiyasınıń massanıń kvadratına tuwrı proporcional, al sol shardıń radiusına keri proporcional ekenligin kórdik**.

Endi Jer ushın gravitaciyalıq energiya U_{gr} diń mánisin esaplayıq. Bunday jaǵdayda

$$U_{gr} = -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R} \approx -2{,}243 \cdot 10^{32}\ Dj$$

shamasına iye bolamız. Bul shamanı Jerdiń tınıshlıqtaǵı energiyası $E = mc^2$ penen salıstıramız.

$$E = mc^2 \approx 5{,}38 \cdot 10^{41}\ Dj.$$

Demek Jer ushın $E = mc^2 \gg \frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$ shártiniń orınlanatuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Usı jaǵdayǵa baylanıslı biz Jerdi relyativistlik obekt emes, Jer (hátte Quyash hám basqa da planetalar) payda etken gravitaciyalıq maydan kúshli emes hám sonlıqtan bunday jaǵdayda Nyutonnıń Pútkil dúnyalıq tartılıs nızamı dál nátiyjelerdi beredi dep juwmaq shıǵaramız.

Gravitaciyalıq radius. M massasına iye deneniń tınıshlıqtaǵı energiyası Mc^2shamasına teń. Bir birinen sheksiz qashıqlasqan materiallıq noqatlar jıynalıp usı deneni payda etken jaǵdayda sarıp etilgen gravitaciyalıq maydan energiyası tolıǵı menen deneniń tınıshlıqtaǵı energiyasına aylanǵan joq pa? degen soraw tuwıladı. Materiyanı sharǵa toplaǵanda gravitaciya maydanınıń energiyası $U_{gr} = -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$ shamasına kemeyedi, al payda bolǵan shar sáykes energiyaǵa iye bolıwı kerek.

SHardıń radiusın esaplaw ushın gravitaciyalıq energiyanı tınıshlıq massası energiyasına teńew kerek (sanlıq koefficientlerin taslap jazamız)

$$G\frac{m^2}{r_g} = Mc^2. \tag{20.21}$$

Bul ańlatpadan

$$r_g = G\frac{M}{c^2} \tag{20.22}$$

formulasın alamız. **Bul shamanı gravitaciyalıq radius dep ataydı**.

Mısal retinde massası $M = 6 \cdot 10^{24}$ kg bolǵan Jer ushın gravitaciyalıq radiustı esaplaymız. Nátiyjede 0.4 sm shamasın alamız. Demek gravitaciyalıq energiyası tınıshlıq massası energiyasına teń bolıwı ushın Jerdi diametri shama menen 1 sm bolǵan sharǵa aylanǵanday etip qısamız. Al, haqıyqatında Jerdiń diametri shama menen 10^9 sm ge teń. Alınǵan nátiyje Jerdiń ulıwmalıq energetikalıq balansında (bul balansqa tınıshlıq massasınıń energiyası da kiredi) gravitaciyalıq energiya esapqa almaslıqtay orındı iyeleydi. Tap sonday jaǵday Quyash ushın da orınlanadı. Onıń gravitaciyalıq radiusı 1 km dey, al radiusınıń házirgi waqıtlarındaǵı haqıyqat mánisi 700 mıń km dey.

Álemniń ólshemleri. Astronomiyada gravitaciyalıq energiyası tınıshlıq massasınıń energiyasına barabar obektler de bar. Sol obektler ishine Álemniń ózi de kiredi.

Baqlaw nátiyjeleri tiykarında Álemniń ortasha tıǵızlıǵın tabıw múmkin. Házirgi waqıtları ortasha tıǵızlıq $\rho \approx 10^{-26}$ kg/m^3=10^{-29} g/sm^3 shamasına dep esaplanadı. Demek Álem tek protonlardan turatuǵın bolǵanda 1 m^3 kólemde shama menen 100 proton bolıp, olar arasındaǵı ortasha qashıqlıq 30 sm ge teń bolǵan bolar edi.

Biz dáslep Álemimizdiń eń ulıwmalıq qásiyetleri menen tanısamız. Úlken astronomiyalıq masshtablarda Álem bir tekli hám izotrop dep esaplanadı. Álem stacionar emes, onıń geometriyalıq ólshemleri waqıttıń ótiwi menen úlkeyedi (bul jaǵdaydıń orın alatuǵınlıǵın 1929-jılı amerikalı astronom Edvin Xabbl ashtı). Demek biz keńeyiwshi Álemde jasap atırmız dep juwmaq shıǵaramız.

Álemdegi qálegen eki noqat (yamasa eki galaktika) bir birinen sol eki noqat arasındaǵı qashıqlıqqa tuwrı proporcional bolǵan tezlik penen qashıqlasadı. Bunday jaǵdayda eki obekt arasındaǵı qashıqlasıw tezligi ushın

$$v = \frac{dR}{dt} \sim R$$

qatnasın jaza alamız. Proporcionallıq belgiden teńlik belgisine ótiwimiz ushın H (Xabbldıń húrmetine) proporcionallıq koefficientin paydalanamız:

$$v = \frac{dR}{dt} = HR.$$

Demek

$$\frac{dR}{R} = Hdt$$

teńligi orın taladı eken. Bul differenciallıq teńlemeni $t_1 = 0$ waqıt momentinen waqıttıń t momentine shekem integrallaymız. Bunday jaǵdayda Álemniń radiusı R_0 den R ge shekem ósedi dep esaplaymız. Alınǵan teńlemeni integrallaw hám kelip shıqqan naturallıq logarifmdi potenciallaǵannan keyin

$$R = R_0 e^{Ht}$$

formulasına iye bolamız.

Demek **Álemniń sızıqlı ólshemleri (mısalı radiusı) waqıtqa baylanıslı eksponenciallıq túrde ósedi eken**.

Endi Álemniń ortasha tıǵızlıǵın esaplaymız. Bunıń ushın massası M ge teń bolǵan Álem hám birlik massaǵa iye deneden (yaǵnıy $m = 1$ bolǵan dene haqqında gáp etilip atır) turatuǵın sistemanıń tolıq energiyasın nolge teń dep esaplaw maqsetke muwapıq keledi. Usınday tiykarda biz qarap atırǵan sistema ushın

$$\frac{mv^2}{2} - G\frac{Mm}{R} = 0$$

yamasa

$$\frac{v^2}{2} - G\frac{M}{R} = 0$$

teńlemesin jaza alamız. Endi $v = HR$ teńliginiń orınlanatuǵınlıǵın itibarǵa alamız hám alınǵan teńlemeni

$$\frac{H^2}{2} - G\frac{M}{R^3} = 0$$

túrine alıp kelemiz Bul teńlemedegi belgisiz shama bolǵan M nen qutılıwımız kerek. Bunıń ushın shar tárizli deneniń kóleminiń $V = \frac{3}{4}\pi R^3$ ke teń ekenliginen kelip shıǵıp $G\frac{M}{R^3}$ aǵzasınıń alımın da, bólimin de $\frac{3}{4}\pi$ ge kóbeytemiz. Nátiyjede

$$\frac{H^2}{2} - G\frac{\frac{3}{4}\pi M}{\frac{3}{4}\pi R^3} = 0$$

teńlemsine iye bolamız. Bul teńlemedegi $\frac{M}{\frac{3}{4}\pi R^3}$ shamasınıń shar tárizli deneniń (biz qarap atırǵan jaǵdayda Álemniń) ortasha tıǵızlıǵı ρ ekenligin ańǵaramız. Nátiyjede Álemniń ortasha tıǵızlıǵınıń

$$\rho = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

formulasınıń járdeminde anıqlanatuǵınlıǵına kóz jetkeremiz.

Asronomiyalıq baqlawlardan Xabbl parametri H tiń mánisin anıqlawǵa boladı. Onıń mánisi Álemniń jası bolǵan T nıń kerisine teń (yaǵnıy $H = 1/T$). Sońǵı maǵlıwmatlar $T \approx$ 13,7 mlrd jılǵa teń ekenligin kórsetedi. Sonlıqtan $H = 2{,}31 \cdot 10^{-18}\ 1/s$ shamasına teń. Usı shamanı paydalanıp

$$\rho \approx 10^{-29} \frac{g}{sm^3}$$

shamasına teń ekenligine kóz jetkeremiz. Bul astronomiyalıq baqlawlardıń nátiyjesinde alınǵan maǵlıwmatlarǵa tolıq sáykes keledi.

Demek Álemniń tolıq energiyası nolge teń, al usıǵan sáykes onıń massası da nolge teń dep juwmaq shıǵara alamız.

Endi shardıń ishinde jaylasqan massanıń energiyası gravitaciyalıq energiyaǵa teń bolatuǵınday etip Álemniń radiusın esaplaymız. SHardıń massası M niń mánisi $\rho_0 R_0^3$ shamasına proporcional bolǵanlıqtan $r_g = G\frac{M}{c^2}$ formulası bılayınsha jazıladı

$$R_0 = G\frac{\rho_0 R_0^3}{c^2}. \tag{20.24}$$

Bul formuladan

$$R_0 = \frac{c}{\sqrt{G\rho_0}} \approx 10^{26}\ m = 10^{28}\ sm \tag{20.25}$$

shamasına iye bolamız.

Solay etip biz esaplap atırǵan **Álemniń gravitaciyalıq radiusı házirgi waqıtları Metagalktikanıń (Álemniń baqlanıwı múmkin bolǵan bóliminiń) radiusı ushın qabıl etilgen shamaǵa teń** bolıp shıqtı (bunday qashıqlıqtı jaqtılıq shama menen 13,7 mlrd jılda ótedi). Ulıwmalıq salıstırmalılıq teoriyasınan bazı bir shártlerde Álemniń ólshemleriniń shekli ekenligin tastıyıqlaw barlıq fizikalıq processler shekli kólemde tuyıqlanǵan hám sırtqa shıqpaydı degendi ańlatadı. Mısalı jaqtılıq nurı bul kólemnen shıǵıp kete almaydı. Sonıń menen birge esaplawlar gravitaciyalıq radiustıń shamasınan ǵárezsiz sol radiustıń ishinen sırtqa shıǵa almaytuǵınlıǵın kórsetedi. Radiusı gravitaciyalıq radiustan kem bolǵan, tuwrıdan-tuwrı eksperimentlerde ele ashılmaǵan astronomiyalıq obektler "**qara qurdımlar**" dep ataladı.

2016-jıldıń 11-fevral kúni Moskva, Vashington hám Piza qalalarında bir waqıtta ótkerilgen press-konferenciyada xalıq aralıq LIGO kollaboraciyası (kollaboraciya dep ulıwmalıq maqsetlerge jetiw ushın qanday da bir tarawdaǵı eki yamasa onnan da kóp adamlardıń, shólkemlerdiń birgeliktegi jumısına aytamız) proektiniń (LIGO, ingliz tilinde Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory, gravitaciyalıq-tolqınlıq observatoriya mánisin beredi) qatnasıwshıları gravitaciyalıq tolqınlardıń tabılǵanlıǵın daǵazaladı. Gravitaciyalıq tolqındı registraciyalaw waqıyasın astrofizikada GW150914 (bul jazıwdı "2015-jılı 14-sentyabr kúni baqlanǵan gravitaciyalıq tolqınlar" dep oqıw kerek) waqıyası dep belgilew qabıl etildi. Bunday tolqınlardıń bar ekenligi bunnan 100 jıl burın Albert Eynshteyn tárepinen jańa ǵana dóretilgen ulıwmalıq salıstırmalıq teoriyasınıń (gravitaciya teoriyasınıń) tiykarında boljap aytılǵan edi. 12-fevral kúni bolsa "Physical Review Letters" jurnalında sol proekttiń aǵzalarınıń "Observation of Gravitational Waves from a Binaty Black Hole Merger" atamasındaǵı maqalası shıqtı. Bul maqalanıń avtorlarınıń sanı derlik bir yarım mıń. Olar Jer júziniń 12 elinde jaylasqan 133 universitet penen ilimiy mákemelerinde jumıs isleydi. Registraciyalanǵan gravitaciyalıq tolqınlarǵa sáykes keliwshi signaldıń forması massaları shama menen Quyashtıń massasınan 36 hám 29 ese úlken bolǵan eki qara qurdımnıń qosılıwınıń nátiyjesinde payda bolatuǵın gravitaciyalıq tolqınlarǵa sáykes keledi. Payda bolǵan qara qurdımnıń massası Quyashtıń massasınan shama menen 62 ese úlken. Sekundtıń onnan bir úlesine teń waqıt ishindegi nurlanǵan gravitaciyalıq nurlardıń energiyası Quyashtıń massasınan 3 ese úlken massaǵa ekvivalent. Demek, Álemde qara qurdımlardıń bar ekenligi haqqındaǵı gipoteza 2016-jıldan baslap tastıyıqlandı dep juwmaq shıǵarıw kerek.

Jerdiń "qara qurdım" ǵa aylanıwı ushın onıń radiusınıń qanday bolatuǵınlıǵı esaplayıq. Máseleni sheshiwdiń bir neshe jolı bar. Mısalı qara qurdım dep ekinshi kosmoslıq tezliktiń shaması (yaǵnıy parabolalıq tezliktiń shaması) jaqtılıqtıń tezligine teń bolǵan obektti aytıwǵa boladı. Bunday jaǵdayda parabolalıq

$$c = \sqrt{2G\frac{m}{r}}$$

Bul ańlatpadan qara qurdımnıń radiusı ushın

$$r = 2G\frac{m}{c^2}$$

ańlatpasın alamız. Eger usı ańlatpaǵa Jerdiń massasın hám jaqtılıqtıń tezliginiń kvadratınıń mánislerin qoysaq $r \approx 0.8$ sm shamasına iye bolamız.

Quyashtı qara qurdımǵa aylandırıw ushın onıń radiusın 3 km ge shekem kishireytiw kerek.

Eskertiw: Radiusı gravitaciyalıq radiusqa teń bolǵan obektlerdi qara qurdımlar dep atawǵa bolmaydı. Radiusı gravitaciyalıq radiusqa teń bolǵan sferanıń betin "waqıyalar gorizontı" dep ataydı. Qara qurdım usı sferanıń orayında jaylasqan. Onıń sızıqlı ólshemlerin ádette nolge teń dep esaplaydı. Waqıyalar gorizontı arqalı ishten sırtqa qaray hesh qanday materiya (yamasa signal) shıǵa almaydı (sebebi ekinshi kosmoslıq tezlik jaqtılıqtıń vakuumdaǵı tezligine teń).

Bazı bir juwmaqlar:

1. Pútkil dúnyalıq tartılıs nızamı planetalardıń, kometalardıń, basqa da aspan deneleriniń hám Jerdiń jasalma joldaslarınıń qozǵalısların izertlew ushın paydalanıldı. Olardıń energiyasına baylanıslı sheńber, ellips, parabola hám giperbola tárizli orbitalar boyınsha qozǵalatuǵınlıǵı kórsetildi. Eger aspan denesiniń tolıq energiyası nolge teń bolsa, onda ol parabolalıq traektoriya boyınsha qozǵaladı eken.

2. Pútkil dúnyalıq tartılıs nızamı járdeminde Álemniń baqlanıwı múmkin bolǵan bóliminiń ólshemlerin, onıń ortasha tıǵızlıǵın anıqlawǵa múmkinshilik beretuǵın ańlatpalar alındı.

3. Eki dene mashqalası óz-ara tásirlesiw teoriyası ushın tásirlesiwdiń eń ápiwayı máselesi bolıp tabıladı. Bir qansha jaǵdaylarda bul mashqala dál sheshimge iye boladı. Úsh dene mashqalası birqansha quramalı bolıp, bul mashqala analitikalıq túrdegi dál sheshimlerge iye bolmaydı.

4. SHar tárizli deneniń gravitaciyalıq energiyası onıń massasınıń kvadratına tuwrı proporcional, al shardıń radiusına keri proporcional.

5. Álemniń tolıq energiyası nolge teń, al usıǵan sáykes onıń massası da nolge teń.

6. Orbitanıń hár bir noqatındaǵı tartılıs kúshin eki qurawshıǵa jiklew múmkin: tezlik baǵıtındaǵı tangensial hám tezlikke perpendikulyar bolǵan normal kúshler. Tangensial qurawshı planetanıń tezliginiń absolyut mánisin, al normal qurawshı tezliktiń baǵıtın ózgertedi.

7. Oraylıq kúshler maydanında qozǵalıwshı deneniń orbitasınıń forması deneniń tolıq energiyası boyınsha anıqlanadı.

Sorawlar:

1. Oraylıq kúshlerdiń barlıq waqıtta potencial kúshler ekenligin dálilley alasızba?
2. Sferalıq jaqtan simmetriyalı shar tárizli deneniń gravitaciyalıq energiyası nege teń?
3. Gravitaciyalıq radius degenimiz ne?
4. Jer menen Quyashtıń gravitaciyalıq radiusları nege teń?

5. "Qara qurdımlar" degenimiz ne? Usınday obektlerdiń bar ekenligi haqqında dáliller barma?

6. Oraylıq maydandaǵı qozǵalıstıń tegis qozǵalıs ekenligi qalay dálillenedi?

7. Keplerdiń ekinshi nızamı qaysı saqlanıw nızamınıń nátiyjesi bolıp tabıladı?

8. Noqatlıq deneniń tartılıs maydanında qozǵalǵanda materiallıq noqat qanday traektoriyalarǵa iye bolıwı múmkin?

9. Ketirilgen massa denelerdiń massasınan úlken be, kishi me, yamasa sol massalar arasındaǵı mániske iye me?

10. Qanday jaǵdaylarda eki dene mashqalasında tásirlesiwshi denelerdiń birin ozǵlmaydı dep qarawǵa boladı?

11. Massalar orayı sistemasında tásirlesiwshi bólekshelerdiń traektoriyaları qanday túrge iye boladı?

12. Keltirilgen massanı óz ishine alıwshı eki dene mashqalasınıń qozǵalıs teńlemesi qanday koordinatalar sistemasında jazılǵan: inercial koordinatalar sistemasında ma yamasa inercial emes koordinatalar sistemasında ma?

21-sanlı lekciya. Suyıqlıqlar hám gazlerdiń qozǵalısı. Zattıń agregat halları. Suyıqlıqtıń satcionar aǵıwı. Ideal suyıqlıq bólekshesi ushın dinamikanıń tiykarǵı nızamı. Bernulli teńlemesi. Suyıqlıqtıń yamasa gaz aǵımınıń denege tásiri. Reynolds sanı. Torrichelli formulası. Magnus effekti. Kóteriw kúshi

Qarap shıǵılatuǵın máseleler: Gazler hám suyıqlıqlardıń qásiyetleri. Suyıqlıqlardıń stacionar aǵıwı. Aǵıs nayı hám úzliksizlik teńlemesi. Aǵıstıń tolıq energiyası. Bernulli teńlemesi. Dinamikalıq basım. Qısılıwshılıqtı dıqqatqa almaslıq shárti. Suyıqlıqtıń nay boylap aǵıwı. Suyıqlıqtıń jabısqaqlıǵı. Laminar hám turbulent aǵıs. Reynolds sanı. Puazeyl nızamı. Suyıqlıq yamasa gazdiń denelerdi aylanıp aǵıp ótiwi. Aǵıstıń úziliwi hám iyrimlerdiń payda bolıwı. SHegaralıq qatlam. Mańlay qarsılıq hám kóteriw kúshi.

Qattı deneler teń salmaqlılıq halda forma serpimliligine iye (yaǵnıy formasın saqlaydı). Suyıqlıqlar menen gazler bolsa bunday forma serpimliligine iye emes. Olar kólemlik serpimlilikke iye. Teń salmaqlıq halda gaz benen suyıqlıqtaǵı kernew barlıq waqıtta da tásir etiwshi maydanǵa normal baǵıtlanǵan. Teń salmaqlıq halda urınba kernewler payda bolmaydı. Sonıń ushın mexanikalıq kóz-qaraslar boyınsha **suyıqlıqlar menen gazler teń salmaqlıqta urınba kernewler bolmaytuǵın obektler bolıp tabıladı**.

Sonıń menen birge teń salmaqlıq halda suyıqlıqlar menen gazlerde normal kernewdiń (P basımınıń) shaması tásir etip turǵan maydannıń baǵıtına baylanıslı emes. Meyli n sol normal bolsın. Kernew maydanǵa perpendikulyar bolǵanlıqtan $\sigma_n = P\boldsymbol{n}$ dep jazamız. Sáykes koordinatalar kósherlerine perpendikulyar kernewlerdi bılay jazamız:

$$\boldsymbol{\sigma}_x = P_x\boldsymbol{i}, \qquad \boldsymbol{\sigma}_y = P_y\boldsymbol{j}, \qquad \boldsymbol{\sigma}_z = P_z\boldsymbol{i}. \qquad (1)$$

Bul ańlatpalardaǵı $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ lar koordinatalıq ortlar bolıp tabıladı.

$$\sigma_n = \sigma_x n_x + \sigma_y n_y + \sigma_z n_z \qquad (2)$$

formulalarınan

$$Pn = P_x n_x \boldsymbol{i} + P_y n_y \boldsymbol{j} + P_z n_z \boldsymbol{k} \qquad (3)$$

formulasın alamız.

Bul ańlatpanı $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}$ hám $\boldsymbol{k}$ shamalarına izbe-izlikte skalyar kóbeytiw arqalı

$$P = P_x = P_y = P_z \tag{21.4}$$

teńliklerin alamız. Bul Paskal nızamı bolıp tabıladı.

Paskal nızamı boyınsha suyıqlıq yamasa gaz ózine túsirilgen basımdı barlıq táreplerge birdey etip jetkerip beredi.

Gazlerde normal kernew barlıq waqıtta gaz ishine qaray baǵıtlanǵan (yaǵnıy basım túrinde boladı). Al suyıqlıqta normal kernewdiń kerim bolıwı da múmkin. Suyıqlıq úziliwge qarsılıq jasaydı. Bul qarsılıqtıń mánisi ádewir úlken shama hám ayırım suyıqlıqlarda l kvadrat millimetrge bir neshe nyuton bolıwı múmkin. Biraq ádettegi suyıqlıqlardıń barlıǵı da bir tekli emes. Suyıqlıqlar ishinde gazlerdiń mayda kóbiksheleri kóplep ushırasadı. Olar suyıqlıqlardıń úziliwin hálsiretedi. Sonlıqtan basım kópshilik suyıqlıqlarda kernew basım túrine iye hám normal kernewdi $+T\boldsymbol{n}$ arqalı emes (kerim), al $-P\boldsymbol{n}$ arqalı (basım) belgileymiz. Eger basım kernewge ótse onıń belgisi teris belgige aylanadı, al bul óz gezeginde suyıqlıqtıń tutaslıǵınıń buzılıwına alıp keledi. Usınday jaǵdayǵa baylanıslı gazler sheksiz kóp keńeye aladı, gazler barqulla ıdıstı toltırıp turadı. Suyıqlıq bolsa, kerisinshe, óziniń menshikli kólemine iye. Bul kólem sırtqı basımǵa baylanıslı az shamaǵa ózgeredi. Suyıqlıq erkin betke iye hám tamshılarǵa jıynala aladı. Usı jaǵdaydı atap aytıw ushın suyıq ortalıqtı *tamshılı-suyıq ortalıq* dep te ataydı. Mexanikada tamshılı suyıqlıqlardıń hám gazlerdiń qozǵalısın qaraǵanda gazlerdi suyıqlıqlardıń dara jaǵdayı sıpatında qaraydı. Solay etip suyıqlıq dep yaki tamshılı suyıqlıqtı, yaki gazdi túsinemiz. **Mexanikanıń suyıqlıqlardıń teń salmaqlıǵı menen qozǵalısın izertleytuǵın bólimi gidrodinamika dep ataladı**.

Suyıqlıqtaǵı basım qısıwdıń saldarınan payda boladı. Urınba kernewlerdiń bolmaytuǵınlıǵına baylanıslı kishi deformaciyalarǵa qarata suyıqlıqlardıń serpimli qásiyetleri tek bir koefficient - *qısılıw koefficienti* menen táriyiplenedi:

$$\gamma = \frac{1}{V}\frac{dV}{dP}. \tag{21.5}$$

Bul shamaǵa keri bolǵan

$$K = V\frac{dP}{dV} \tag{21.6}$$

shamasın hár tárepleme qısıw moduli dep ataydı. Qısıwda suyıqlıqtıń temperaturası turaqlı bolıp qaladı dep boljaydı. Temperatura turaqlı bolıp qalatuǵın bolsa (21.5)- hám (21.6)-lar ornına ańlatpalardı bılay jazamız:

$$\gamma_T = \frac{1}{V}\left(\frac{dV}{dP}\right)_{T=const}, \tag{21.7}$$

$$K_T = V\left(\frac{dP}{dV}\right)_{T=const}. \tag{21.8}$$

Bul ańlatpalardaǵı γ_T hám K_T shamaların sáykes hár tárepleme qısıwdıń izotermalıq koefficienti hám moduli dep ataydı.

Teń salmaqlıq halda suyıqlıqtıń (yamasa gazdiń) basımı P tıǵızlıq ρ penen temperatura T ǵa baylanıslı ózgeredi. Basım, tıǵızlıq hám temperatura arasındaǵı

$$P = f(\rho, T) \tag{21.9}$$

qatnası **hal teńlemesi** dep ataladı. Bul teńleme hár qanday zatlar ushın hár qanday túrge iye boladı. Teńlemeniń eń ápiwayı túri tek siyrekletilgen gaz jaǵdayında alınadı.

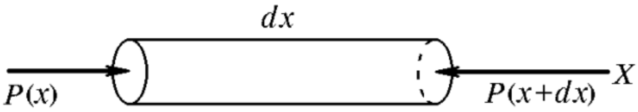
Eger suyıqlıq qozǵalısta bolsa normal kúshler menen birge urınba baǵıtlanǵan kúshlerdiń de payda bolıwı múmkin. Urınba kúshler suyıqlıqtıń deformaciyası boyınsha emes, al onıń tezlikleri (deformaciyanıń waqıt boyınsha alınǵan tuwındısı) menen anıqlanadı. Sonlıqtan urınba kúshlerdi **súykelis kúshleri** yamasa **jabısqaqlıq** klassına kirgiziw kerek. Olar **ishki súykelistiń urınba** yamasa **jılısıw kúshleri** dep ataladı. Bunday kúshler menen bir qatarda ishki súykelistiń **normal** yamasa **kólemlik kúshleriniń** de bolıwı múmkin. Ádettegidey basımlarda bul kúshler qısılıwdıń waqıt boyınsha ózgeriw tezligi menen anıqlanadı.

Ishki súykelis kúshleri payda bolmaytuǵın suyıqlıqlardı **ideal suyıqlıqlar** dep ataymız. Ideal suyıqlıqlar - bul tek ǵana P normal basım kúshleri bolatuǵın suyıqlıq.

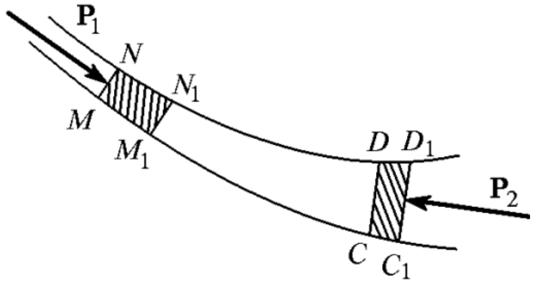
Ayırım deneler tezlik penen bolatuǵın sırtqı tásirlerde qattı dene qásiyetlerine, al kishi tezlikler menen ózgeretuǵın sırtqı tásirlerde jabısqaq suyıqlıqtay qásiyetlerdi kórsetedi. Bunday zatlardı **amorf qattı deneler** dep ataymız.

Suyıqlıqlardıń teń salmaqta turıwınıń hám qozǵalısınıń tiykarǵı teńlemeleri. Suyıqlıqlarǵa tásir etetuǵın kúshler, basqa jaǵdaylardaǵıday, **massalıq** (kólemlik) hám **betlik** bolıp ekige bólinedi. Massalaıq kúshler massa m ge hám sonıń menen birge kólem elementi dV ǵa tuwrı proporcional. Bul kúshti $\boldsymbol{f}dV$ arqalı belgileymiz hám $\boldsymbol{f}$ ti kúshtiń kólemlik tıǵızlıǵı dep ataymız. Massalıq kúshlerdiń áhmiyetli mısalları bolıp salmaq kúshleri menen inerciya kúshleri sanaladı. Salmaq kúshi bolǵanda $\boldsymbol{f} = \rho\boldsymbol{g}$. Al betlik kúshler bolsa - bunday kúshler suyıqlıqtı qorshap turǵan ortalıq arqalı berilip, normal hám urınba kernewler arqalı suyıqlıqtıń hár bir kólemine beriledi.

Urınba kúshler joq, tek ǵana normal kúshler bar bolǵan jaǵdaydı qaraymız. Ideal suyıqlıqlarda bunday jaǵday barqulla orın aladı. Al qalǵan suyıqlıqlarda bul awhal suyıqlıq tınıshlıqta turǵanda, yaǵnıy **gidrostatika** jaǵdayında orın aladı.



21-1 súwret. Suyıqlıqtıń qozǵalısı menen teń salmaqlılıǵınıń teńlemesin shıǵarıwǵa arnalǵan sxema.



21-2 súwret. Bernulli teńlemesin keltirip shıǵarıwǵa arnalǵan súwret.

Suyıqlıqtıń sheksiz kishi kóleminiń dV elementine tásir etetuǵın teń tásir etiwshi basım kúshin anıqlaymız. Basım kúshiniń x kósherine túsetuǵın proekciyası

$$[P(x) - P(x+dx)]dS \tag{21.10}$$

shamasına teń boladı. Kvadrat qawsırmadaǵı sheksiz kishi ayırmanı P funkciyasınıń differencialı menen almastırıw múmkin:

$$P(x) - P(x+dx) = dP_{x,y,z=const} = \left(\frac{dP}{dx}\right)_{x,y,z=const} dx. \tag{21.11}$$

Qosımsha berilgen $x, y, z = const$ shárti $\frac{dP}{dx}$ tuwındısın hám dP differencialın alǵanda bul shamalar turaqlı bolıp qalatuǵınlıǵın bildiredi. $P(x, y, z, t)$ funkciyasınan usınday shártler orınlanǵandaǵı alınǵan tuwındı **dara tuwındı** dep ataladı hám $\frac{\partial P}{\partial t}$ yamasa $\frac{dP}{dt}$ arqalı belgilenedi. Usı belgilewlerdi paydalanıp esaplanıp atırǵan kúshtiń proekciyasın alamız:

$$\frac{\partial P}{\partial x} dSdx = -\frac{\partial P}{\partial x} dV. \tag{21.12}$$

Bul ańlatpada $dSdx = dV$ ekenligi esapqa alınǵan. Solay etip proekciya dV kólem elementine tuwrı proporcional hám onı $s_x dV$ arqalı belgilew múmkin. s_x shaması arqalı keńislikte P basımınıń ózgeriwinen payda bolǵan suyıqlıq kóleminiń birligine tásir etiwshi kúshtiń x qurawshısı belgilengen. Óziniń mánisi boyınsha ol dV kóleminiń formasına baylanıslı bolıwı múmkin emes. Basqa kósherler boyınsha da túsetuǵın kúshtiń qurawshıların tabıwımız múmkin. Solay etip suyıqlıq kóleminiń bir birligine basımnıń betlik kúshi tárepinen payda bolǵan **s** kúshi tásir etedi. Onıń proekciyaları

$$s_x = -\frac{\partial P}{\partial x}, \qquad s_y = -\frac{\partial P}{\partial y}, \qquad s_z = -\frac{\partial P}{\partial z} \tag{21.13}$$

túrinde jazıladı. $\boldsymbol{s}$ vektorınıń ózi

$$\boldsymbol{s} = -\frac{\partial P}{\partial x}\boldsymbol{i} - \frac{\partial P}{\partial y}\boldsymbol{j} - \frac{\partial P}{\partial z}\boldsymbol{k} \tag{21.14}$$

yamasa qısqasha túrde

$$\boldsymbol{s} = -grad\, P \tag{21.15}$$

túrinde azıladı.

Biz mınaday belgilew qabıl ettik:

$$grad\, P = \frac{\partial P}{\partial x}\boldsymbol{i} + \frac{\partial P}{\partial y}\boldsymbol{j} + \frac{\partial P}{\partial z}\boldsymbol{k}. \tag{21.16}$$

Bul vektor P **skalyarınıń gradienti dep ataladı**. Solay etip **suyıqlıqtıń kóleminiń elementine tásir etiwshi basım kúshiniń kólemlik tıǵızlıǵı teris belgisi menen alınǵan R nıń gradientine teń eken**. $\boldsymbol{s}$ kúshiniń shemasınıń P nıń shamasına emes, al onıń keńisliktegi ózgeriwine baylanıslı ekenligi kórinip tur.

Teń salmaqlıq halında $\boldsymbol{s}$ kúshin massalıq kúsh $\boldsymbol{f}$ penen teń bolıwı kerek. Bul

$$grad\, P = \boldsymbol{f} \tag{21.17}$$

teńlemesiniń payda bolıwına alıp keledi. **Bul teńleme gidrostatikanıń tiykarǵı teńlemesi bolıp tabıladı**.

Koordinatalıq túrde bul teńleme

$$\frac{\partial P}{\partial x} = f_x, \qquad \frac{\partial P}{\partial y} = f_y, \qquad \frac{\partial P}{\partial z} = f_z \tag{21.18}$$

túrinde jazıladı.

Endi ideal suyıqlıqtıń tiykarǵı teńlemesin de jazıw múmkin. Ol tómendegidey túrge iye boladı:

$$\rho \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \boldsymbol{f} - grad\, P. \tag{21.19}$$

Bul jerde $\frac{dv}{dt}$ shaması qarap atırǵan noqattaǵı suyıqlıqtıń tezligin beredi. **Bul teńlemeni Eyler teńlemesi dep ataydı**.

Barometrlik formula. Qısılmaytuǵın suyıqlıq gidrostatikasına itibar beremiz. P basımı tek z kósherine baylanıslı jaǵdaydı qaraymız. Bunday jaǵdayda

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g \tag{21.20}$$

ańlatpasına iye bolamız. Basım P, tıǵızlıq ρ hám absolyut temperatura T Klapeyron (1799-1864) (Mendeleev-Klapeyron) teńlemesi járdeminde beriledi:

$$P = \frac{\rho}{\mu} RT. \tag{21.21}$$

Bul formulada μ arqalı gazdıń molekulalıq salmaǵı belgilengen. $R = 8.31 \cdot 10^7 \frac{erg}{K \cdot mol} = 8.31 \frac{Dj}{K \cdot mol}$ - universal gaz turaqlısı dep ataladı.

Endi

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{mPz}{RT} \tag{21.22}$$

teńlemesi alamız. Bul teńlemeniń sheshimi

$$P = P_0 e^{-\frac{mgz}{RT}} \tag{21.23}$$

túrine iye boladı.

Tap usınday nızam menen gazdıń tıǵızlıǵı da ózgeredi:

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{mgz}{RT}}. \tag{21.24}$$

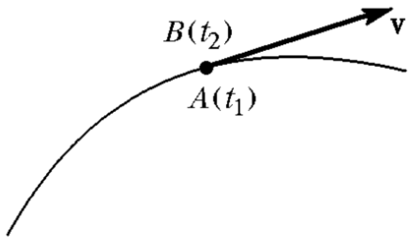
Keyingi eki formula barometrlik formulalar dep ataladı. P_0 hám ρ_0 shamaları Jer betindegi basım menen tıǵızlıqqa sáykes keledi. Basım menen tıǵızlıq biyiklikke baylanıslı eksponencial nızam boyınsha kemeyedi.

$$h = RT/mg \tag{21.25}$$

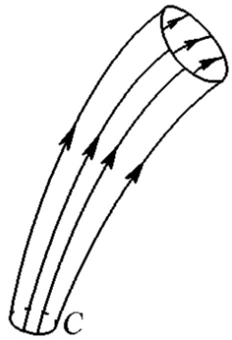
biyikligine kóterilgende basım hám tıǵızlıq e ese kemeyedi. Bul h **bir tekli atmosfera biyikligi dep ataladı.** T =273⁰ C temperaturada $h \approx$ 8 km.

Suyıqlıqtıń qozǵalısın kinematikalıq táriyiplew. Suyıqlıqtıń qozǵalısın táriyiplew ushın eki túrli jol menen júriw múmkin: Suyıqlıqtıń hár bir bólekshesiniń qozǵalısın baqlap barıw múmkin. Usınday jaǵdayda hár bir waqıt momentindegi suyıqlıq bólekshesiniń tezligi hám turǵan ornı beriledi. Solay etip suyıqlıq bólekshesiniń traektoriyası anıqlanadı. Biraq basqasha da jol menen júriw múmkin. Bul jaǵdayda keńisliktiń hár bir noqatında waqıttıń ótiwi menen ne bolatuǵınlıǵın gúzetiw kerek. Usınıń nátiyjesinde keńisliktiń bir noqatı arqalı hár qanday waqıt momentlerinde ótip atırǵan bólekshelerdiń tezlikleri menen baǵıtları anıqlanadı. Usınday usıl menen táriyiplewdi júrgizgenimizde nátiyjede ***tezlikler maydanı***

alınadı. Keńisliktiń hár bir noqatına tezlik vektorı sáykeslendiriledi. Usınday sızıqlar ***toq sızıǵı*** dep ataladı. Eger waqıttıń ótiwi menen tezlikler maydanı hám soǵan sáykes toq sızıǵı ózgermese suyıqlıqtıń qozǵalısı ***stacionar qozǵalıs*** dep ataladı. Basqasha jaǵdayda suyıqlıqtıń qozǵalısı ***stacionar emes qozǵalıs*** dep ataladı. Stacionar qozǵalısta $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}\ (\boldsymbol{r}, t)$, al stacionar qozǵalısta $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}\ (\boldsymbol{r})$.



21-3 súwret.



21-4 súwret.

Stacionar emes qozǵalısta toq sızıǵı, ulıwma alǵanda, suyıqlıqtıń traektoriyasına sáykes kelmeydi. Haqıyqatında da traektoriya suyıqlıqtıń tek bir bólekshesiniń qozǵalıstıń waqıtındaǵı jolına sáykes keledi. Al toq sızıǵı bolsa biz karap atırǵan waqıt momentindegi usı sızıqtaǵı sheksiz kóp bólekshelerdiń qozǵalısınıń baǵıtın táriyipleydi. **Tek stacionar aǵısta ǵana toq sızıqları bólekshelerdiń traektoriyalarına sáykes keledi**. Usı jaǵdaydı dálillew ushın ıqtıyarlı túrde alınǵan A blekshesiniń traektoriyasın alıp qaraymız (21-3 súwret). Meyli bóleksheniń t_1 waqıt momentindegi iyelegen ornı $A(t_1)$ bolsın. Endi B bólekshesin alamız. Ol t_2 waqıt momentinde A bólekshesi t_1 waqıt momentinde iyelegen orındı iyeleytuǵın bolsın. Qozǵalıs stacionar bolǵanlıqtan A bólekshesi t_1 waqıt momentinde $A(t_1)$ ńoqatı arqalı qanday tezlik penen ótken bolsa, B bólekshesi t_2 waqıt momentinde sol noqat arkalı tap sonday tezlik penen ótedi. Demek B bólekshesiniń $A(t_1)$ noqatındaǵı tezliginiń baǵıtı A bólekshesiniń traektoriyasına urınba boyınsha baǵıtlanǵan dep juwmaq shıǵaramız. Sonıń menen birge t_2 waqıt momentin ıqtıyarlı túrde saylap alıwǵa bolatuǵın bolǵanlıqtan A bólekshesiniń traektoriyasınıń da toq sızıǵı bolıp tabılatuǵınlıǵın kóremiz.

Endi ıqtıyarlı túrde C tuyıq konturın alamız (21-4 súwret) hám waqıttıń bir momentinde onıń hár bir noqatı arqalı toq sızıqların ótkeremiz. Olar bazı bir naydıń betinde jaylasadı. Bunday betti **toq nayı** dep ataydı. Suyıqlıqtıń bóleksheleriniń tezlikleri toq sızıqlarına urınba baǵıtında baǵıtlanǵan bolǵanlıqtan olar (bóleksheler) suyıqlıqtıń aǵıwınıń barısında toq nayınıń qaptal betin kesip óte almaydı. Toq nayı ishinde suyıqlıq aǵıp atırǵan qattı naydıń beti sıyaqlı boladı. Suyıqlıq iyelep turǵna barlıq keńislikti usınday toq naylarına bóliw múmkin. Eger toq nayınıń kese-kesimi sheksiz kishi bolsa, onda bir kese-kesimniń barlıq noqatlarında suyıqlıqtıń tezliklerin birdey hám olar naydıń kósheri baǵıtında baǵıtlanǵan dep juwmaq shıǵarıwǵa boladı. dt waqıt aralıǵında nay arqalı ótken suyıqlıqtıń massası

$$dm = \rho v S dt. \tag{21.26}$$

formulasınıń járdeminde anıqlanadı. Bul formulada S arqalı naydıń kese-kesiminiń maydanı belgilengen. Stacionar aǵısta

$$\rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2 \tag{21.27}$$

teńligi orınlanadı. Suyıqlıq qısılmaytuǵın bolsa ($\rho_1 = \rho_2$)

$$\frac{v_1}{v_1} = \frac{S_2}{S_1} \tag{21.28}$$

teńligi orınlı boladı. Bul teńlemeni basqasha jazamız. Suyıqlıqtıń hár qıylı kese-kesimi arqalı waqıt birliginde aǵıp ótetuǵın qısılmaytuǵın suyıqlıqtıń muǵdarınıń birdey bolatuǵınlıǵın kórdik. (21.28)-formula da usı jaǵdaydı dálilleydi hám

$$\Delta S_1 v_1 = \Delta S_2 v_2$$

teńlemesin jazıwǵa múmkinshilik beredi. Bul teńlemeden

$$\Delta S v = const$$

ekenligi kelip shıǵadı. Demek qısılmaytuǵın (sonıń menen birge jabısqaq emes) **suyıqlıq aǵısı tezligi menen suyıqlıq aǵıwshı tútiksheniń kese-kesiminiń maydanı turaqlı shama** boladı eken. Bul **qatnas aǵıstıń úzliksizligi haqqındaǵı teorema** dep ataladı.

Qanday da bir konservativ kúshtiń (mısalı salmaq kúshiniń) tásirindegi suyıqlıqtıń stacionar qozǵalısın qaraymız. $MNDC$ noqatları menen sheklengen suyıqlıqtıń bólimin alayıq (21-2 súwret). Usı bólim $M_1N_1D_1C_1$ awhalına kóshsin hám bunda islengen jumıstı esaplaymız. MN kesiminen M_1N_1 ge kóshkendegi islengen jumıs $A = P_1S_1l_1$ ($l_1 = MM_1$ arqalı kóshiwdiń shaması belgilengen) shamasına teń. $S_1l_1 = \Delta V_1$ kólemin kirgiziw arqalı jumıstı bılay jazamız:

$$A_1 = P_1\Delta V_1 \ yamasa \ A_1 = P_1\frac{\Delta m_1}{\rho_1}.$$

Bul ańlatpada Δm_1 arqalı MNN_1M_1 kólemindegi suyıqlıqtıń massası. Usınday tallawlardan keyin

$$A = A_1 - A_2 = \left(\frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_2}\right)\Delta m \tag{21.29}$$

teńligin alamız.

Bul jumıs suyıqtıqtıń ayırıp alınǵan bólimindegi tolıq energiyanıń ósimi ΔE niń esabınan isleniwi kerek. Aǵıs stacionar bolǵanlıqtan suyıqlıqtıń energiyası SDD_1C_1 kóleminde ózgermeydi. Sonlıqtan ΔE niń shaması Δm massalı suyıqlıqtıń energiyasınıń CDD_1C_1 hám MNN_1M awhalları arasındaǵı ayırmaǵa teń. Massa birligine sáykes keliwshi tolıq energiyanı ε háripi menen belgilep $\Delta E = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\Delta m$ ekenligin tabamız. Bul shamanı jumıs A ǵa teńlestirip, Δm ge qısqartıp

$$\varepsilon_1 + \frac{P_1}{\rho_1} = \varepsilon_2 + \frac{P_2}{\rho_2} \tag{21.30}$$

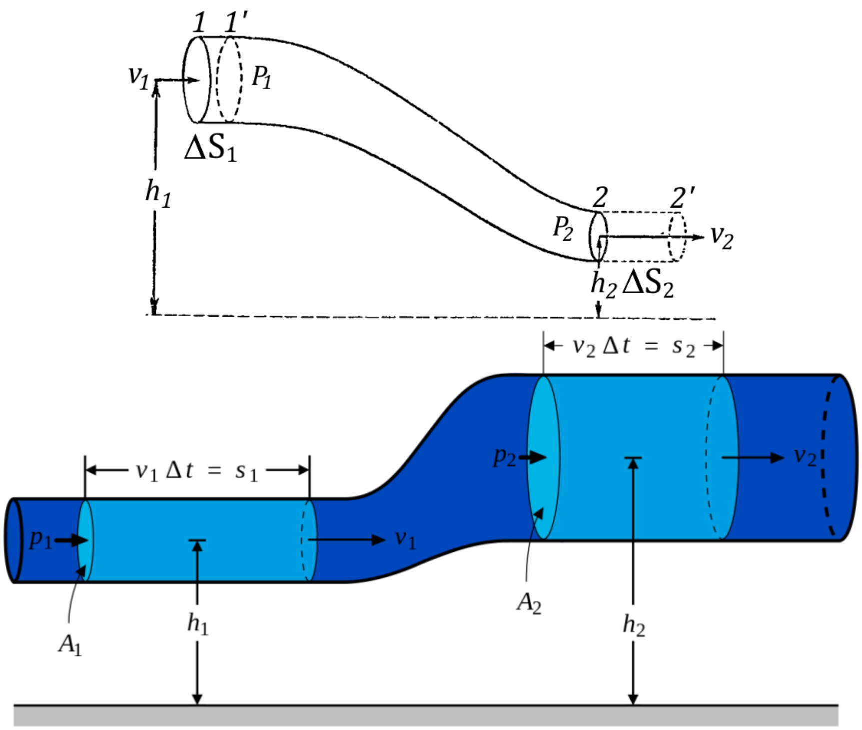
teńlemesin alamız. Demek ideal suyıqlıqtıń stacionar aǵısında bir toq sızıǵı boyınsha $\varepsilon + \frac{P}{\rho}$ shaması turaqlı bolıp qaladı eken. YAǵnıy

$$\varepsilon + \frac{P}{\rho} = B = const. \tag{21.31}$$

Bul qatnastı **Daniil Bernulli** (1700-1782) **teńlemesi**, al B konstantasın Bernulli turaqlısı dep ataydı. Ol bul jumısınıń nátiyjesin 1738-jılı baspadan shıǵardı. Usı teńlemeni keltirip shıǵararda suyıqlıqtıń qısılmaslıǵı haqqında hesh nárse aytılmadı. Sonlıqtan Bernulli teńlemesi qısılmaytuǵın suyıqlıqlar ushın da durıs boladı. Endi Jer menen tartısıwdı esapqa alıp teńlemege ózgerisler kirgizemiz. Barlıq ε energiyası kinetikalıq hám potencial energiyalardan turatuǵınlıǵın esapqa alamız. Sonlıqtan

$$\frac{v^2}{2} + gh + \frac{P}{\rho} = B = const \tag{21.32}$$

teńlemesine iye bolamız. Bernulli turaqlısı B nıń bir toq sızıǵınıń boyın boyınsha birdey mániske iye boladı. Eger $v = 0$ bolsa $B = gh + P/\rho$. Demek Bernulli turaqlısı barlıq aǵıs ushın birdey mániske iye boladı eken.



21-5 súwret. Bernulli teńlemesin keltirip shıǵarıw ushın arnalǵan súwretler.

Bernulli teńlemesin basqasha fizikalıq shamalardı qollanıw arqalı jazamız hám 21-5 súwretten paydalanamız. ΔS_1 kese-kesiminen ótetuǵın suyıqlıqtıń Δm massasınıń tolıq energiyası E_1, al ΔS_2 kese-kesiminen aǵıp ótetuǵın suyıqlıqtıń tolıq energiyası E_2 bolsın. Energiyanıń saqlanıw nızamı boyınsha $E_2 - E_1$ ósimi Δm massasınıń ΔS_1 kese-kesiminen ΔS_2 kese-kesimine shekem qozǵaltatuǵın sırtqı kúshlerdiń jumısına teń boladı:

$$E_2 - E_1 = A.$$

Óz gezeginde E_1 hám E_2 energiyaları Δm massasınıń kinetikalıq hám potencial energiyalarınıń qosındısınan turadı, yaǵnıy

$$E_1 = \frac{\Delta m v_1^2}{2} + \Delta m g h_1, \qquad E_2 = \frac{\Delta m v_2^2}{2} + \Delta m g h_2.$$

A jumısınıń ΔS_1 hám ΔS_2 kese-kesimleri arasındaǵı barlıq suyıqlıq qozǵalǵanda Δt waqtı ishinde islenetuǵın jumısqa teń keletuǵınlıǵına kóz jetkiziw qıyın emes. Bunday jaǵdayda Δt waqtı ishinde kese-kesimlerden Δm massalı suyıqlıq aǵıp ótedi. Δm massasınıń birinshi kese-kesim arqalı ótkiziw ushın $v_1 \Delta t = \Delta l_1$, al ekinshi kese-kesim arqalı ótkiziw ushın $v_2 \Delta t = \Delta l_2$ aralıqlarına jıljıwı kerek. Bólinip alınǵan suyıqlıq uchastkalarınıń eki shetiniń hár qaysısına túsetuǵın kúshler sáykes $f_1 = p_1 \Delta S_1$ hám $f_2 = p_2 \Delta S_2$ shamalarına teń. Birinshi kúsh oń shama, sebebi ol ağıs bağıtına qaray bağıtlanğan. Ekinshi kúsh teris shama hám suyıqlıqtıń ağısı bağıtına qarama-qarsı bağıtlanğan. Nátiyjede tómendegidey teńleme alınadı:

$$A = f_1 \Delta l_1 + f_2 \Delta l_2 = p_1 \Delta S\, v_1 \Delta t - p_2 \Delta S\, v_2 \Delta t.$$

Endi E_1, E_2, A shamalarınıń tabılğan usı mánislerin $E_2 - E_1 = A$ teńlemesine qoysaq

$$\frac{\Delta m v_2^2}{2} + \Delta m g h_2 - \frac{\Delta m v_1^2}{2} - \Delta m g h_1 = p_1 \Delta S\, v_1 \Delta t - p_2 \Delta S\, v_2 \Delta t$$

teńlemesin alamız hám onı bılayınsha jazamız:

$$\frac{\Delta m v_1^2}{2} + \Delta m g h_1 + p_1 \Delta S\, v_1 \Delta t = \frac{\Delta m v_2^2}{2} + \Delta m g h_2 + p_2 \Delta S\, v_2 \Delta t. \tag{21.32a}$$

Ağıstıń úzliksizligi haqqındağı nızam boyınsha suyıqlıqtıń Δm massasınıń kólemi turaqlı bolıp qaladı. YAğnıy

$$\Delta V = \Delta S_1 v_1 \Delta t = \Delta S_2 v_2 \Delta t.$$

Endi (21.32a) teńlemesiniń eki tárepin de ΔV kólemine bólemiz hám $\frac{\Delta m}{\Delta V}$ shamasınıń suyıqlıqtıń tığızlığı ρ ekenligin esapqa alamız. Bunday jağdayda

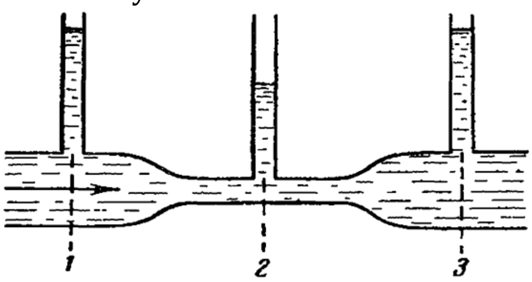
$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2 \tag{21.31a}$$

teńlemesin alamız. Joqarıda aytılğanınday bul teńlemeni eń birinshi ret usı túrde Daniil Bernulli keltirip shığardı.

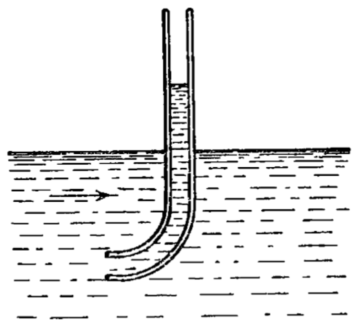
Suyıqlıq ağıp turğan tútikshe gorizontqa parallel etip jaylastırılsa $h_1 = h_2$ hám

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2 \tag{21.31b}$$

teńlemesine iye bolamız.



21-6 súwret. Basımnıń naydıń diametrine ğárezliligi


21-7 súwret. Pito tútikshesi sızılması.

(21.31b) formula hám ağıstıń úzliksizligi haqqındağı teoremağa tiykarlanıp suyıqlıq hár qıylı kese-kesimge iye gorizont boyınsha jaylastırılğan nay arqalı aqqanda nay jińishkergen orınlarda suyıqlıq tezliginiń úlken bolatuğınlığın, al nay keńeygen orınlarda basımnıń úlken bolatuǵınlıǵın ańǵarıwǵa boladı. Usı aytılǵanlardıń durıslıǵı naydıń hár qıylı uchastkalarına a, b hám s manometrlerin ornatıp tekserip kóriwge boladı (21-6 súwrette kórsetilgen).

Endi nay arqalı aǵıwshı suyıqlıqqa qozǵalmaytuǵın manometr ornatayıq hám onıń tómengi tútikshesin aǵısqa qarama-qarsı baǵıtlayıq (súwrette kórsetilgen). Bunday jaǵdayda tútikshe tesigi aldında suyıqlıqtıń tezligi nolge teń boladı. (31b) formulasın qollansaq hám v_2=0 dep uyǵarsaq, onda

$$p_2 = \frac{\rho v_1^2}{2} + p_1$$

teńligin alamız. Demek manometr tútikshesiniń tesigin aǵısqa qarsı qoyǵanımızda ólshenetuǵın p_2 basımı p_1 basımınan $\frac{\rho v_1^2}{2}$ shamasına artıq boladı eken. Eger p_1 basımı belgili bolsa p_2 basımın ólshew arqalı aǵıstıń v_1 tezligin esaplawǵa boladı. Al $\frac{\rho v_1^2}{2}$ basımın kóbinese **dinamikalıq basım** dep ataydı.

Aǵıs tezligi joqarı bolǵanda naydıń jińishke jerlerindegi basım p nıń mánisi teris shama bolıwı múmkin. Mısalı, eger naydıń juwan jerlerindegi basım atmosfera basımına teń bolsa, naydıń jińishke jerlerindegi basım atmosfera basımınan kem boladı. Bul jaǵdayda aǵıs sorıp alıwshı (átiraptaǵı hawanı) sorıwshı xızmetin atqaradı.

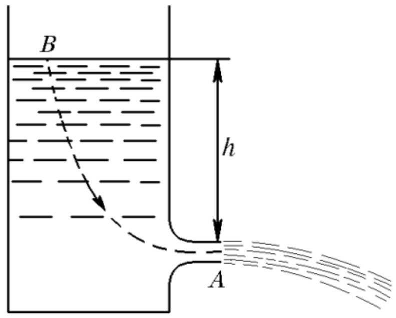
Bernulli teńlemesin paydalanıw arqalı suyıqlıqtıń tesiksheden aǵıp shıǵıw tezligin anıqlawǵa boladı (21-8 súwret). Eger ıdıstıń ózi keń, al tesikshesi kishi bolsa ıdıstaǵı suyıqtıqtıń tezligi kishi boladı hám barlıq aǵıstı bir aǵıs tútikshesi dep qarawǵa boladı. Basım ıdıstıń tómengi kese-kesiminde de, joqarǵı kese-kesiminde de atmosferalıq basım r_0 ge teń dep esaplaymız. Sonlıqtan Bernulli teńlemesi bılay jazıladı:

$$\frac{v_1^2}{2} + g(h_1 - h_2) = \frac{v_2^2}{2}.$$

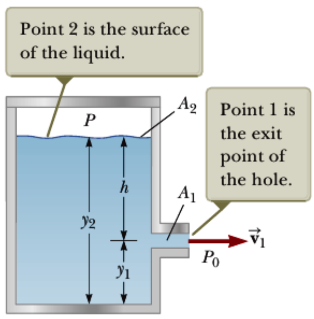
Eger ıdıstaǵı suyıqlıqtıń tezligi $v_1 = 0$ dep esaplansa (yaǵnıy ıdıstıń kese-kesimi úlken) hám $h_1 - h_2 = h$ bolǵan jaǵdayda (ıdıstaǵı tesikshe gorizont baǵıtında tesilgen)

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

shamasına teń boladı. YAǵnıy suyıqlıqtıń tesik arqalı aǵıp shıǵıw tezligi dene h biyikliginen erkin túskende alatuǵın tezligine teń boladı eken.



21-8 súwret. Torichelli formulasın keltirip shıǵarıwǵa járdem beretuǵın súwretler.



Bernulli teńlemesi járdeminde ***Torrichelli formulasın*** keltirip shıǵarıw múmkin.

Meyli suyıqlıq quyılǵan ıdıstıń tómengi bóliminde kishkene tesik bolsın hám bul tesik arqalı aǵıp shıǵıp atırǵan suyıqlıqtıń tezligin anıqlayıq. Bul jaǵdayda Bernulli teńlemesi

$$\frac{P_0}{\rho} + gh = \frac{P_0}{\rho} + \frac{v^2}{2}. \qquad (21.33)$$

Bul teńlikte h arqalı tesik penen suwdıń qáddi arasındağı qashıqlıq, al P_0 arqalı atmosferalıq basım belgilengen. Joqarıdağı (21.33)-teńlemeden

$$v = \sqrt{2gh} \tag{21.34}$$

formulasın alamız. Bul formula ***Torichelli formulası*** dep ataladı. Bul formuladan suyıqlıqtıń tesiksheden ağıp shığıw tezligi h biyikliginen erkin túskende alınğan tezlikke teń bolatuğınlığı kelip shığadı.

Jabısqaqlıq (ingliz tilinde **viscosity**). Real suyıqlıqlarda normal basımnan basqa suwıqlıqlardıń qozğalıwshı elementleri shegaralarında **ishki súykelistiń urınba kúshleri** yamasa **jabısqaqlıq** boladı. Bunday kúshlerdiń bar ekenligine ápiwayı tájiriybelerden kórsetiwge boladı. Mısalı jabısqaqlıq esapqa alınbay keltirilip shığarılğan Bernulli teńlemesinen bılayınsha juwmaqlar shığaramız: Eger suyıqlıq gorizont boyınsha jatqan, barlıq jerlerinde kese-kesimi birdey bolğan naydan ağatuğın bolsa basım hámme noqatlarda birdey boladı. Haqıyqatında basım ağıs bağıtında tómenleydi. Stacionar ağıstı payda etiw ushın naydıń ushlarında turaqlı túrde basımlar ayırmasın payda etip turıw kerek. Bul basımlar ayırması súykelis kúshlerin joq etiw ushın zárúr.

Basqa bir mısal retinde aylanıwshı ıdıstağı suyıqlıqtıń qozğalısın baqlawdan kelip shığadı. Eger ıdıstı vetrikal bağıttağı kósher dógereginde aylandırsaq suyıqlıqtıń ózi de aylanısqa keledi. Dáslep ıdıstıń diywallarına tikkeley tiyip turğan suyıqlıqtıń qatlamları aylana baslaydı. Keyin aylanıs ishki qatlamlarğa beriledi. Solay etip ıdıs penen suyıqlıq birdey bolıp aylanaman degenshe ıdıstan suyıqlıqqa aylanbalı qozğalıs beriliwin dawam etedi. Usınday beriliwdi qozğalıs bağıtına urınba bolıp bağıtlanğan kúshler támiyinleydi. Usınday urınba bağıtında bağıtlanğan kúshlerdi ***ishki súykelis kúshleri*** dep ataymız. ***Jabısqaqlıq kúshleri*** dep atalatuğın súykelis kúshleri de ayrıqsha áhmiyetke iye.

Tómende ayırım gazler menen suyıqlıqlardıń hár qıylı temperaturalardağı jabısqaqlığı haqqındağı ingliz tilindegi mağlıwmatlardı beremiz:

Viscosity of selected gases at 100 kPa, [μPa·s]		
Gas	at 0 °C (273 K)	at 27 °C (300 K)
air	17.4	18.6
hydrogen	8.4	9.0
helium		20.0
argon		22.9
xenon	21.2	23.2
carbon dioxide		15.0
methane		11.2
ethane		9.5

Suyıqlıqlar ushın:

Viscosity of fluids with variable compositions		
Fluid	Viscosity [Pa·s]	Viscosity [cP]
blood (37 °C)	$(3–4)\times10^{-3}$	3–4
honey	2–10	2,000–10,000

Viscosity of fluids with variable compositions		
Fluid	Viscosity [Pa·s]	Viscosity [cP]
molasses	5–10	5,000–10,000
molten glass	10–1,000	10,000–1,000,000
chocolate syrup	10–25	10,000–25,000
molten chocolate*	45–130	45,000–130,000
ketchup*	50–100	50,000–100,000
lard	≈ 100	≈ 100,000
peanut butter*	≈ 250	≈ 250,000
shortening*	≈ 250	≈ 250,000

Ishki súykelistiń sanlıq nızamların tabıw ushın ápiwayı mısaldan baslaymız (21-8 súwret). Arasında suyıqlıq jaylasatuǵın óz-ara parallel, sheksiz uzın plastinalardı qaraymız. Tómengi AV plastinası qozǵalmaydı, al joqarǵı SD plastinkası oǵan salıstırǵanda v_0 tezligi menen qozǵalsın. SD plastinasınıń teń ólshewli qozǵalısın támiyinlew ushın oǵan turaqlı túrde qozǵalıs baǵıtındaǵı F kúshin túsiriw kerek. Bir orında uslap turıw ushın AV plastinasına da tap usınday, biraq qarama-qarsı baǵıtlanǵan kúsh tiń túsiwi kerek. Nyuton tárepinen usı F kúshiniń plastinalardıń maydanı **S** ke, tezik v_0 ge tuwrı proporcional, al plastinalar arasındaǵı qashıqlıq h qa keri proporcional ekenligin dálilledi. Demek

$$F = \frac{\eta S v_0}{h}. \tag{21.35}$$

Bul formuladaǵı η shaması ***ishki súykelis koefficienti*** yamasa ***suyıqlıqtıń jabısqaqlıǵı*** dep atalıwshı turaqlı shama (koefficient). Onıń mánisi plastinalardıń materialına baylanıslı bolmay, hár qıylı suyıqlıqlar ushın hár qıylı mánislerge iye boladı. Al berilgen suyıqlıq ushın η nıń mánisi birinshi gezekte temperaturaǵa ǵárezli boladı (tómende keltirilgen kestede berilgen).

Suyıqlıqlar menen gazlerdiń jabısqaqlıǵı

Zatlar	Puazlarda berilgen jabısqaqlıq koefficienti			
	t = 0⁰C	t = 15⁰C	t = 99⁰C	t = 302⁰C
Suyıqlıqlar				
Glicerin	46	15	-	-
Suw	$1{,}8\cdot10^{-2}$	$1{,}1\cdot10^{-2}$	$0{,}29\cdot10^{-2}$	-
Sınap	$1{,}7\cdot10^{-2}$	$1{,}6\cdot10^{-2}$	$1{,}2\cdot10^{-2}$	$0{,}9\cdot10^{-2}$
Efir	$0{,}29\cdot10^{-2}$	$0{,}25\cdot10^{-2}$	-	-
Uglekislota (suyıq)	-	$0{,}08\cdot10^{-2}$	-	-
Gazler				
Argon	$210\cdot10^{-6}$	$221\cdot10^{-6}$	-	-
Geliy	$189\cdot10^{-6}$	$197\cdot10^{-6}$	-	-
Kislorod	$187\cdot10^{-6}$	$195\cdot10^{-6}$	-	-
Hawa	$171\cdot10^{-6}$	$181\cdot10^{-6}$	$220\cdot10^{-6}$	$299\cdot10^{-6}$
Azot	$166\cdot10^{-6}$	$171\cdot10^{-6}$	-	-
Qómir qıshqıl gaz	$139\cdot10^{-6}$	$146\cdot10^{-6}$	$186\cdot10^{-6}$	$268\cdot10^{-6}$
Suw puwı	$90\cdot10^{-6}$	$97\cdot10^{-6}$	$131\cdot10^{-6}$	-

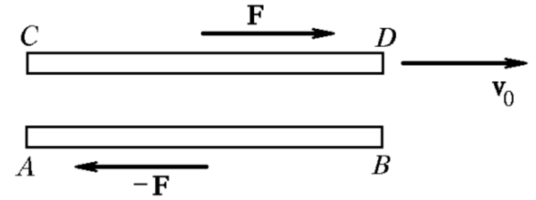
Vodorod	$86\cdot10^{-6}$	$89\cdot10^{-6}$	$106\cdot10^{-6}$	$139\cdot10^{-6}$

AB plastinasınıń bir orında tınısh turıwı da shárt emes. AB plastinası v_1, al CD plastinası v_2 tezligi menen qozǵalatuǵın bolsa

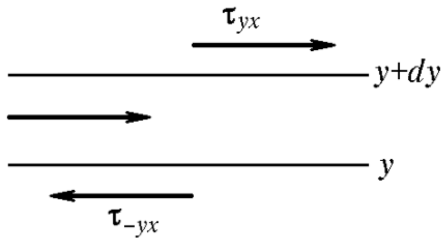
$$F = \eta\frac{S(v_1 - v_2)}{h}. \tag{21.36}$$

Bul formulanı ulıwmalastırıw ushın suyıqlıq X baǵıtında qozǵaladı dep esaplaymız. Bunday jaǵdayda aǵıs tezligi tek y koordinatasınan ǵárezli boladı:

$$v_x = v_x(y),\ v_y = v_z = 0. \tag{21.37}$$



21-8 súwret. Suyıqlıqta ishki súykelisti túsindiretuǵın súwret.



21-9 súwret. Suyıqlıqta ishki súykelis koefficientin anıqlawǵa járdem beretuǵın túsindiretuǵın súwret.

Suyıqlıqtıń qatlamın y qatlamına perpendikulyar baǵıtta juqa qatlamlarǵa bólemiz (21-9 súwret). Meyli bul tegislikler Y kósherin y hám $y + dy$ noqatlarında kesip ótsin. Joqarıda jaylasqan qatlamnıń maydanınıń bir birligine tásir etiwshi urınba kúshti τ_{yx} arqalı belgileymiz. Bunday jaǵdayda

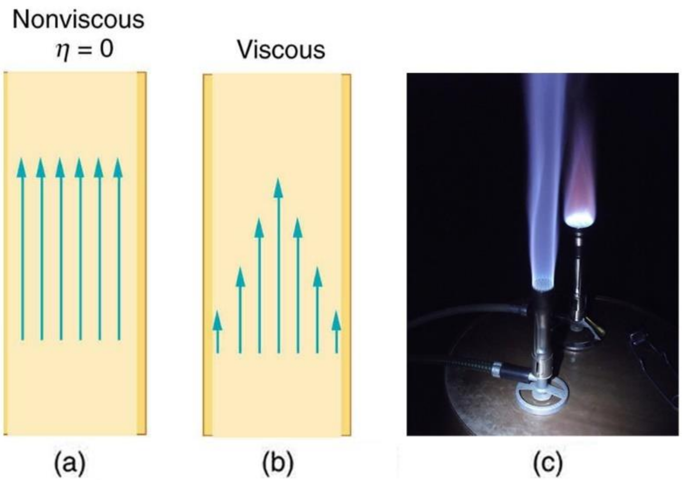
$$\tau_{yx} = \eta\,\frac{\partial v_x}{\partial y}. \tag{21.38}$$

Tap usınday talqılawlar nátiyjesinde tómendegidey teńliklerdi alamız:

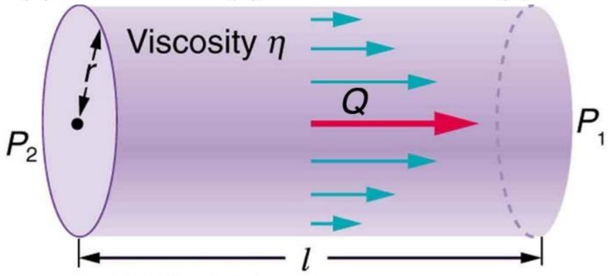
$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \eta\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}\right),$$
$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \eta\left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y}\right),$$
$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \eta\left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z}\right).$$

Eger suyıqlıq qısılmaytuǵın bolsa bul teńlikler suyıqlıqlardıń qozǵalısınıń differencial teńlemesin keltirip shıǵarıw ushın tolıq jetkilikli.

Suyıqlıqtıń tuwrı sızıqlı nay arqalı stacionar aǵısı. Meyli qısılmaytuǵın jabısqaq suyıqlıq radiusı R bolǵan tuwrı múyeshli nay arqalı aǵatuǵın bolsın. Suyıqlıqtıń tezligi naydıń radiusı r ge baylanıslı ekenligi túsinikli.



21-9a súwret.
Suyıqlıqtıń nay boyınsha ağıwı. Súykelis bolmaǵanda naydıń ishindegi tezlikler birdey (a súwret). Súykelistiń bolıwınıń saldarınan naydıń ortasındaǵı suyıqlıqtıń tezligi eń úlken tezlik bolıp tabıladı. Gorelkanıń ortasındaǵı jalınnıń tezligi eń úlken tezlik bolıp tabıladı (c).



21-9b súwret.
Suyıqlıqtıń tezliginiń naydıń radiusı boyınsha tarkalıwı.

21-9 súwrette kórsetilgendey jaǵdaydı talqılaymız. Naydıń kósheri retinde aǵıs boyınsha baǵıtlanǵan X kósherin alamız. Nayda uzınlıǵı dx, radiusı r bolǵan sheksiz kishi cilindrlik bólimdi kesip alamız. Usı cilindrlik qaptal betke qozǵalıs baǵıtında $dF = 2\pi r l \eta \frac{dv}{dr} dx$ kúshi tásir etedi. Sonıń menen birge cilindrdiń ultanlarına basımlar ayırması kúshi tásir etedi:

$$dF_1 = \pi r^2 [P(x) - P(x + dx)] = -\pi r^2 \frac{dP}{dx} dx. \qquad (21.39)$$

Stacionar aǵısta bul eki kúshtiń qosındısı nolge teń bolıwı kerek. Sonlıqtan

$$2\eta \frac{dv}{dr} = r \frac{dP}{dx}. \qquad (21.40)$$

Tezlik $v(r)$ hám $\frac{dv}{dr}$ tuwındısı x tıń ózgeriwi menen ózgermey qaladı. Usınıń nátiyjesinde

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{(P_1 - P_2)r}{2\eta l}. \qquad (21.41)$$

Integrallap

$$v = -\frac{(P_1 - P_2)r^2}{4\eta l} + C \qquad (21.42)$$

formulasın alamız. $r = R$ bolǵanda $v = 0$. Sonlıqtan

$$v = -(P_1 - P_2) \cdot \frac{R_2 - r_2}{4\eta l}. \qquad (21.43)$$

Suyıqlıqtıń tezligi trubanıń orayında óziniń maksimallıq mánisine iye:

$$v_0 = -\frac{(P_1 - P_1)R^2}{4\eta l}. \tag{21.44}$$

Endi suwıqlıqtıń ağıp ótken muğdarın esaplaymız. Bir sekund waqıt dawamında r hám $r + dr$ radiusları arasındağı saqıyna tárizli maydan arqalı ağıp ótken suyıqlıqtıń muğdarı $dQ = 2\pi r dr \rho v$. Bul ańlatpağa v nıń mánisin qoyıp hám integrallaw arqalı suyıqlıqtıń ağıp ótken muğdarın bilemiz:

$$Q = \pi\rho \frac{(P_1 - P_2)}{2\eta l}\int_0^R (R^2 - r^2) r dr = \pi\rho \frac{(P_1 - P_2)}{8\eta l} R^4. \tag{21.45}$$

Demek *ağıp ótken suyıqlıqtıń muğdarı basımlar ayırması $P_1 - P_2$ ge, naydıń radiusınıń 4-dárejesine tuwrı, al naydıń uzınlığı menen suyıqlıqtıń jabısqaqlıq koefficientine keri proporcional eken.*

(24.45)-formula **Puazeyl formulası** dep ataladı.

Puazeyl formulası tek **laminar ağıslar** ushın ğana durıs boladı. Laminar ağısta suyıqlıq bóleksheleri naydıń kósherine parallel bolğan sızıq boyınsha qozğaladı. Laminar ağıs úlken tezliklerde buzıladı hám **turbulentlik ağıs** payda boladı.

Hár sekund sayın naydıń kese-kesimi arqalı alıp ótiletuğın **kinetikalıq energiya**:

$$K = \int_0^R \frac{\rho v^2}{2} 2\pi r v dr. \tag{21.46}$$

Bul ańlatpağa v nıń mánisin qoyıp hám integrallaw nátiyjesinde alamız:

$$K = \tfrac{1}{4} Q v_0^2 = Q(\bar{v})^2. \tag{21.47}$$

Hár sekund sayın suyıqlıq ústinen islenetuğın jumıstıń shaması basımlar ayırması $P_1 - P_2$ shamasına tuwrı proporcional hám $A = \int v(P_1 - P_2) 2\pi r dr$ formulasınıń járdeminde anıqlanadı. YAmasa

$$A = \frac{P_1 - P_2}{\rho} Q \tag{21.48}$$

formulası orınlı boladı. SHaması usınday bolğan, biraq belgisi boyınsha teris A' jumıstı ishki súykelis kúshleri orınlaydı.

$$A' = -A v_0 = -\frac{(P_1 - P_2)R^2}{4\eta l}$$

formulasınan basımlar ayırmasın tabamız hám

$$A' = -\frac{4\eta v_0 l Q}{\rho R^2}. \tag{21.49}$$

Alınğan formulalar qanday jağdayda súykelik kúshlerin esapqa almawğa bolatuğınlığına (yamasa Bernulli teńlemesin paydalanıwğa) juwap beredi. Bunıń ushın jabısqaqlıqqa baylanıslı kinetikalıq energiyanıń joǵalıwı suyıqlıqtıń óziniń kinetikalıq energiyasına salıstırǵanda salıstırmas dárejede az bolıwı kerek, yaǵnıy |A'| << A. Bul

$$\frac{v_0 R^2}{16\nu l} \gg 1 \tag{21.50}$$

teńsizligine alıp keledi. Bul jerde ν arqalı **kinematikalıq jabısqaqlıq** belgilengen.

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \tag{21.51}$$

shaması **dinamikalıq jabısqaqlıq** dep ataladı.

Potencial hám iyrimli qozǵalıs. Suyıqlıqlardıń qozǵalısı haqqında gáp etilgende qozǵalıslardı ***potencial*** hám ***iyrim*** (iyrimli) qozǵalıslarǵa bólemiz. Belgilengen waqıt momentindegi suyıqlıqtıń $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{r})$ tezlikler maydanın qaraymız. Suyıqlıqta S tuyıq konturı alamız hám aylanıp shıǵıwdıń ońbaǵıtın belgileymiz.

$\boldsymbol{\tau}$ arqalı birlik urınba vektordı $d\boldsymbol{s}$ arqalı konurdıń uzınlıǵınıń elementin belgileymiz. C tuyıq konturı boyınsha alınǵan

$$\Gamma = \oint v_\tau ds = \oint (v ds) \tag{21.52}$$

integralı S konturı boyınsha ***tezlik vektorınıń cirkulyaciyası*** dep ataladı. Eger cirkulyaciya tuyıq kontur boyınsha nolge teń bolsa suyıqlıqtıń qozǵalısı ***potencial qozǵalıs*** dep ataladı. Eger cirkulyaciya nolge teń bolmasa ***iyrim qozǵalısqa*** iye bolamız.

$$v = grad\varphi \tag{21.53}$$

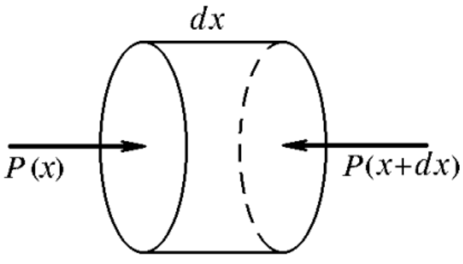
bolǵan jaǵdaydaǵı φ shaması tezlikler potencialı dep ataladı.

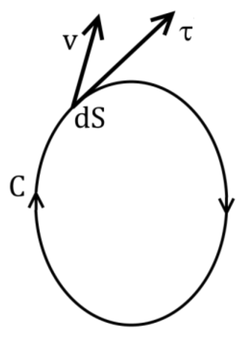
Ideal suyıqlıqtıń konservativlik kúshler tásirinde tınıshlıq halınıń qozǵala baslawı potencial aǵıs bolıp tabıladı.

Iyrim qozǵalıstıń mısalı retinde suyıqlıqtıń bir tegislikte koncentrlik sheńberler boyınsha bir ω múyeshlik tezligi boyınsha qozǵalıwın kórsetiwge boladı. Bul jaǵdayda r radiuslı sheńber boyınsha tezliktiń cirkulyaciyası

$$\Gamma = 2\pi r v = 2\pi r^2 \omega$$

shamasına teń. Onıń konturdıń maydanına qanası $\frac{\Gamma}{\pi r^2} = 2\omega$, yaǵnıy radius r ge baylanıslı emes. Eger aylanıwdıń múyeshlik tezligi radius r ge baylanıslı bolatuǵın bolsa $\frac{\Gamma}{\pi r^2}$ qatnasınıń ornına onıń $r \to 0$ bolǵandaǵı shegi beriledi. Bul shek múyeshlik tezliktiń ekiletilgen kóbeymesine teń. Bul shek rv tezliginiń **quyını** yamasa **rotorı** (dáliregi kontur tegisligine perpendikulyar bolǵan tegislikke túsirirlgen rotor vektorınıń proekciyası) dep ataladı.





21-10 súwret. Nayda kesip alınǵan uzınlıǵı dx, radiusı r bolǵan sheksiz kishi cilindrlik bólim.

21-11 súwret. Suyıqlıqtıń ishinde alınǵan C konturı.

Ulıwma jaǵdayda rotor dep

$$rot_n v = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Gamma}{\Delta S} \tag{21.54}$$

shamasına aytamız.

Bul ańlatpadaǵı Γ arqalı $\boldsymbol{v}$ vektorınıń qarap atırılǵan kontur boyınsha cirkulyaciyası belgilengen.

Mısal retinde X kósheri baǵıtındaǵı suyıqlıqtıń tegisliktegi aǵısın alıp qaraymız. Aǵıs tezligi kóldeneń baǵıtta $v_x = ay$ nızamı boyınsha ózgersin. Iyrim tárizli qozǵalıstıń orın alatuǵınlıǵına iseniw ushın tárepleri koordinata kósherlerine parallel bolǵan $ABCD$ konturın alamız. Bul kontur boyınsha tezliktiń cirkulyaciyası

$$\Gamma = (x_2 - x_1)(v_1 - v_2) = -a(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)$$

shamasına teń. Onıń konturdıń maydanı $\Delta S = (x_2 - x_1)(y_2 - y_1)$ shamasına qatnası yamasa tezlik $\boldsymbol{v}$ nıń rotorı

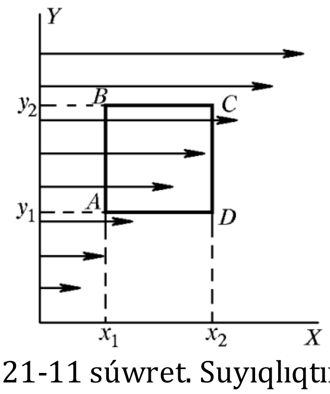
$$rot_z \boldsymbol{v} = -a \tag{21.55}$$

yamasa

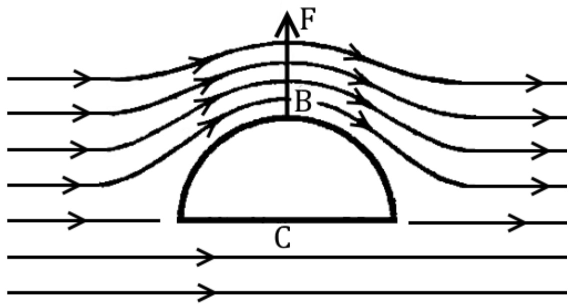
$$rot_z \boldsymbol{v} = -\frac{\partial v_x}{\partial y}. \tag{21.56}$$

shamasına teń.

Eger v_x koordinata y koordinatasına baylanıslı sızıqlı bolmasa da keyingi formula durıs bolıp qaladı, biraq $rot_z\boldsymbol{v}$ funkciyası u koordinatasınıń funkciyasına aylanadı.



21-11 súwret. Suyıqlıqtıń X kósherine parallel aǵısı.



21-12 súwret. Jabısqaq suyıqlıqtıń simmetriyaǵa iye emes deneni orap aǵıwı. Denege suyıqlıq tárepinen túsirilgen kúshlerdiń qosındısı nolge teń emes (F ke teń).

SHegaralıq qatlam hám úziliw qubılısı. Reynolds sanınıń úlken mánislerinde súyirlengen deneler betlerinen qashıq orınlarda jabısqaqlıq kúshleri hesh qanday áhmiyetke iye bolmaydı. Bul kóshlerdiń mánisi basımlar ayırmasınıń saldarınan payda bolǵan kúshlerden ádewir kem. Bul kúshlerdi esapqa almay ketiwge hám suyıqlıqtı ideal dep esaplawǵa boladı. Biraq sol súyirlengen denelerge tiyip tuǵan orınlarda onday emes. Jabısqaqlıq kúshleri denelerdiń betlerine suwıqlıqtıń jabısıwına alıp keledi. Sonlıqtan deneler betine tikkeley tiyip turǵan orınlarda jabısqaqlıqqa baylanıslı súykelis kúshleriniń shaması basımlar ayırması kúshleri menen barabar dep juwmaq shıǵarıwǵa boladı. Usınday jaǵdaydıń orın alıwı ushın suyıqlıqtıń tezligi deneden alıslaw menen tez ósiwi kerek. Tezliktiń usınday tez ósiwi juqa betke tiyip turǵan **shegaralıq qatlamda** orın aladı.

Bul shegaralıq qatlamnıń qalıńlıǵı δ dál anıqlanǵan fizikalıq shamalardıń qatarına kirmeydi. Sebebi qatlamnıń anıq shegarası joq. Qatlamnıń qalıńlıǵı tek ǵana suyıqlıqtıń qásiyetlerine baylanıslı bolıp qalmay, súyirlengen deneniń formasına da baylanıslı boladı. Sonıń menen birge shegaralıq qatlam qalıńlıǵı aǵıstıń baǵıtı boyınsha súyirlengen deneniń aldıńǵı jaǵınan arqı jaǵına qaray ósedi. Sonlıqtan δ shamasınıń dál mánisi haqqında aytıwdıń múmkinshiligi bolmaydı. Onıń mánisin tek bahalaw kerek.

SHegaralıq qatlamnıń qalıńlıǵın usı qatlamdaǵı jayuısqaqlıq kúshleri menen basım ayırmasınan payda bolǵan kúshler menen teńlestirip anıqlaw múmkin. Dáslep shegaralıq qatlamdaǵı suyıqlıqtıń bir birlik kólemine tásir etetuǵın súykelis kúshi $f_{súyk}$ tiń mánisin bahalaymız. Aǵıs baǵıtına perpendikulyar baǵıtta suyıqlıq tezliginiń gradienti shama menen v/δ ǵa barabar. Bir birlik kólemge tásir etiwshi kúsh

$$f_{súyk} \sim \frac{\eta S v}{\delta} S\delta = \eta \frac{v}{\delta^2}.$$

Endi basımlar ayırmasınan payda bolǵan kúshtiń shamasın bahalaymız.

$$f_{bas} = -gradP.$$

Bizdi tek aǵıs baǵıtındaǵı basımnıń gradienti qızıqtıradı. Onıń shamasın suyıqlıqtıń sırtqı aǵısın qarap (yaǵnıy shegaralıq qatlamnan sırttaǵı aǵıstı) bahalaw múmkin. Bul aǵısqa Bernulli teńlemesin qollanıwǵa boladı. Bernulli teńlemesinen

$$P = P_0 - \frac{1}{2}\rho v^2.$$

Bunnan

$$gradP = -\frac{\rho}{2} grad\, v^2$$

ańlatpasına iye bolamız. Demek úlkenliginiń shaması boyınsha basım kúshi

$$f_{bas} \sim \frac{\rho v^2}{l}$$

shamasına barabar boladı. Bul ańlatpada l arqalı súyirlengen deneniń ózine tán uzınlıǵı belgilengen. Eki kúshti ($f_{súyk}$ hám f_{bas}) teńlestirip, ápiwayı ápiwayılastırıwdı ámelge asırıp

$$\delta \sim \sqrt{\frac{\eta l}{\rho v}}$$

proporcionallıǵınıń orın alatuǵınlıǵın kóremiz.

Mısalı diametri $D = 10$ sm, hawadaǵı tezligi $v = 30$ m/s bolǵan shar ushın Reynoldas sanı $2{\cdot}10^5$ ke teń, demek δ ~ 0.2 mm.

Reynolds sanı shama menen birdiń átirapında bolǵan jaǵdaylarda da $\delta \sim \sqrt{\frac{\eta l}{\rho v}}$ formulası sapalıq jaqtan tuwrı nátiyjelerge alıp keledi. Bul jaǵdayda shegaralıq qatlamnıń ólshemleri deneniń óziniń ólshemleri menen teńlesedi. Bunday jaǵdayda shegaralıq qatlam haqqında aytıw mánisin joǵaltadı. SHegaralıq qatlam haqqındaǵı kóz-qaras stacionar laminar aǵıs ushın da durıs kelmeydi. Bunıń sebebi jabısqaqlıq kúshleri basım gradientleri menen tek ǵana deniniń átirapında emes, al suyıqlıqtıń barlıq kóleminde teńlesedi.

SHegaralıq qatlam deneden úzilmese onda qozǵalıs suyıqlıqtı ideal suyıqlıq dep esaplanıw arqalı úyreniliwi kerek. SHegaralıq qatlamnıń bar bolıwı deneniń effektivlik ólshemlerin úlkeyiwi menen barabar boladı. Suyıqlıq aǵımına qarsı qaraǵan deniniń aldıńǵı beti usınday qásiyetke iye. Biraq deneniń art tárepinde shegaralıq hár waqıt **shegaralıq qatlam dene betinen úziledi**. Bul jaǵdayda jabısqaqlıq kúshi tolıq joǵaladı degen kóz-qaras haqıyqatlıqtan alıs bolǵan nátiyjelerge alıp keledi. SHegaralıq qatlamnıń úziliwi deneni aylanıp ótiwdi pútkilley ózgertedi.

Jabısqaq suyıqlıqtıń simmetriyaǵa iye emes deneni orap aǵıwı. Bul jerde simmetriyaǵa iye emes haqqında aytılǵanda suyıqlıqqa salıstırǵandaǵı qozǵalıw baǵıtındaǵı simmetriya názerde tutılǵan. Bul jaǵdayda, 27-12 súwrette kórsetilgenindey suyıqlıq tárepinen túsirilgen kúshlerdiń qosındısı nolge teń bolmaydı. Súwrette ápiwayılıq ushın sheksiz uzın yarım cilindr túrindegi dene keltirilgen. Deneniń C tegis betinde aǵıs sızıqları usı betke parallel boladı, bul betke túsetuǵın basımdı p ǵa teń dep belgileymiz. V noqatındaǵı basım r dan kem boladı. Sonlıqtan payda bolǵan qosındı kúsh $F = \sum f_i \neq 0$. Bul kúsh iyrimsiz aǵısta aǵıs sızıqlarına perpendikulyar boladı. Ideal suyıqlıqta bul kúsh deneni aǵıs baǵıtında qozǵaltpaydı, onı tek aǵıs baǵıtına perpendikulyar emes baǵıtta jıljıtıwǵa tırısadı.

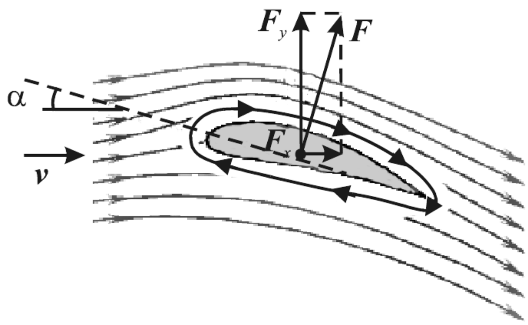
Jabısqaq suyıqlıq simmetriyasız deneni orap aqqanda denege aǵıs tárepinen tásir etiwshi kúshlerdiń qosındsı F kúshi aǵıs sızıqlarına perpendikulyar bolmaydı. Bul jaǵdayda onı eki qurawshıǵa jikleymiz: birewi aǵıs baǵıtında baǵıtlanǵan F_a, al ekinshisi aǵısqa perpendikulyar baǵıtlanǵan F_{perp}.

Samolettıń qanaatınıń kóteriw kúshi. Úziliw qubılısı menen kóteriw kúshiniń payda bolıwı tikkeley baylanıslı. Turaqlı tezlik penen qozǵalıwshı samolettıń keńisliktegi orientaciyası ózgermeydi. Bunday ushıwda samoletqa tásir etiwshi barlıq kúshlerdiń momentleri bir birin teńlestiredi. Al samolettıń impuls momenti turaqlı bolıp qaladı. Ápiwayılıq ushın sızılmaǵa perpendikulyarbaǵıtlanǵan qanattı qaraymız. Qanattıń uzınlıǵın sheksiz úlken dep esaplaymız. Bunday qanat **sheksiz uzınlıqqa iye qanat** dep ataladı. Qanattıń C massa orayına koordinata basın ornatamız (eń qolay jaǵday). Esaplaw sistemasınıń inercial bolatuǵınlıǵın ózi-ózinen túsinikli dep bilemiz.

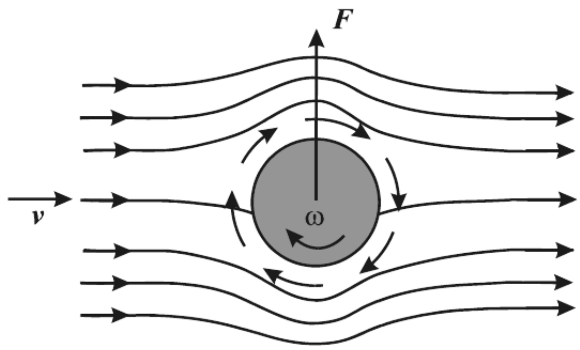
Solay etip biz qanattı qozǵalmaydı dep esaplaymız. Barlıq impuls momntlerin sol C noqatına salıstırǵanda alamız.

Kóteriw kúshiniń payda bolıwı ushın qanat simmetriyalı bolmawı kerek. Mısalı óz kósheri dógereginde aylanbaytuǵın dóńgelek cilindr jaǵdayında kóteriw kúshiniń payda bolıwı múmkin emes.

SHegaralıq qatlamda qanattan qashıqlasqan sayın hawa bóleksheleriniń tezligi artadı. Sonıń saldarında shegaralıq qatlamdaǵı qozǵalıs iyrimlik hám soǵan sáykes aylanıwda óz ishine aladı. Qanattıń ústinde aylanıw saat strelkasınıń qozǵalıs baǵıtında, al tómeninde qarama-qarsı baǵıtta qozǵaladı (eger suyıqlıq aǵısı soldan ońǵa qaray qozǵalatuǵın bolsa). Meyli qanattıń tómenindegi shegaralıq qatlamda turǵan hawa massası bir yamasa bir neshe iyrim tárepinen julıp alınıp ketedi dep esaplaymız. Aylanıwǵa sáykes bul massa ózi menen birge impuls momentin alıp ketedi. Biraq hawanıń ulıwmalıq qozǵalıs momenti ózgermeydi. Eger qanattıń ústingi tárepinde shegaralıq qatlamnıń úzip alınıwı bolmasa qozǵalıs momentiniń saqlanıwı ushın qanattıń sırtı boyınsha aǵıs saat strelkası bǵıtında qozǵalıwı kerek. Basqa sóz benen aytqandı qanattıń sırtı arqalı tiykarǵı aǵısqa qosılıwshı saat strelkası baǵıtındaǵı hawanıń cirkulyaciyası payda boladı. Qanat astındaǵı tezlik kishireyedi, ústinde úlkeyedi. Sırtqı aǵısqa Bernulli teńlemesin qollanıwǵa boladı. Bul teńlemeden cirkulyaciya nátiyjesinde qanattıń astında basımnıń kóbeyetuǵınlıǵı, al ústinde azayatuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Payda bolǵan basımlar ayırması joqarıǵı qaray baǵıtlanǵan kóteriw kúshi sıpatında kórinedi. Al julıp alınǵan iyrimler qanattıń ústingi tárepinde payda bolsa "kóteriw" kúshi tómen qaray baǵıtlanadı.



21-13 súwret. Samolet qanatınıń kóteriw kúshiniń payda bolıwın túsindiretuǵın súwret. α arqalı ataka múyeshi belgilengen.



21-14 súwret. Óz kósheri dógereginde aylanıp turǵan cilindrdi hawanıń aǵısı tárepinen aylanıwı (Magnus effekti).

Sorawlar:

1. Suyıqlıqtıń qanday qozǵalısın qáliplesken qozǵalıs dep ayta alamız? Toq sızıǵı degenimiz ne? Qáliplesken qozǵalıstı toq sızıǵınıń suyıqlıqtıń bóleksheleriniń traektoriyası menen sáykes keletuǵınlıǵın kórsetińiz.

2. Qısılatuǵın hám kısılmaytuǵın suyıqlıqlar ushın úzilmeslik teńlemesiniń túri qanday? Bul teńlemeden qanday nátiyjelerdi shaǵarıw múmkin? Qanday fizikalıq jaǵdaylardan úzilmeslik teńlemesi kelip shıǵadı?

3. Bernulli teńlemesin jazıńız hám teńlemedegi aǵzalardıń fizikalıq mánislerin túsindirińiz. Nyutonnıń ekinshi nızamına tiykarlanǵan halda Bernulli teńlemesin keltirip shıǵarıńız. Energiyanıń saqlanıw nızamı tiykarında Bernulli teńlemesin keltirip shıǵarıńız.

4. Qozǵalıwshı suyıqlıqtıń ishindegi statikalıq basımdı qalay ólshewge boladı? Pito nayınıń dúzilisi qanday hám onıń járdeminde qanday basım ólshenedi? Suyıqlıq aǵısınıń tezligin kalay ólshewge boladı?

5. Idıstaǵı tesik arqalı suyıqlıqtıń aǵıp shıǵıw tezligin esaplaytuǵın Torichelli formulasın keltirip shıǵarıńız. Idıstıń ishindegi suwdıń qáddinen h metr tómendegi tesikten aqqan suyıqlıqtıń tezliginiń h metr biyiklikten erkin túsken suwdıń tezligine teń bolatuǵınlıǵın túsindire alasız ba?

6. Ishki súykelis kúshleriniń tábiyatınan kelip shıqqan halda temperaturanıń jokarılawı menen suyıqlıqtıń jabısqaqlıǵınıń kishireytetuǵınlıǵın, al gazdiń jabısqaqlıǵınıń artatuǵınlıǵın túsindirińiz.

7. Puazeyl formulası naydıń qálegen radiusı ushın durıs nátiyjelerdi beredi. Biraq jabısqaqlıqtı ólsheytuǵın ásbaplarda (viskozimetrlerde) tek kishi radiusqa iye bolǵan naylar (kapillyarlar) paydalanıladı. Nelikten?

8. Qanday qozǵalıslardı quyın, qanday qozgalıslardı quyın emes qozǵalıslar dep ataymız?

9. Qanday qozǵalıstı aylanbalı qozǵalıs dep ataydı? Jabısqaq suyıqlıqta aylanbalı qozǵalıstı ne payda etedi?

10. Samolettıń qanatınıń kóteriw kúshiniń shaması qanday faktorlarǵa baylanıslı?

22-sanlı lekciya. Terbelmeli qozǵalıs. Dáwirli processler. Garmonikalıq terbelmeli qozǵalıs, onıń parametrleri. Amplituda, jiyilik, terbelisler dáwirir túsinikleri. Matematikalıq mayatnik hám onıń kinematikası, dinamikası. Matematikalıq mayatnik nızamları. Fizikalıq mayatnikler, túrleri, olardıń qozǵalıs teńlemeleri. Prujinali mayatnik, onıń qozǵalıs

teńlemesi, terbeliw nızamları. Menshikli terlelislerde energiyanıń ózgeriw hám onıń grafigi

Biz ápiwayı mexanikalıq terbelislerdi qaraymız. Materiallıq noqattıń terbelmeli qozǵalısının baslaymız. Bunday qozǵalısta materiallıq noqat birdey waqıt aralıqlarında bir awhal arqalı bir baǵıtta ótedi. terbelmeli qozǵalıslardıń ishindegi eń ápiwayısı **garmonikalıq terbelmeli qozǵalıs** bolıp tabıladı. Radiusı A bolǵan sheńber boyınsha materiallıq noqat ω múyeshlik tezligi menen teń ólshemli qozǵalatuǵın bolsın. X kósherine túsirilgen proekciyası shetki N_1 hám N_2 noqatları arasında garmonikalıq qozǵalıs jasaydı. Bunday qozǵalıstıń formulası

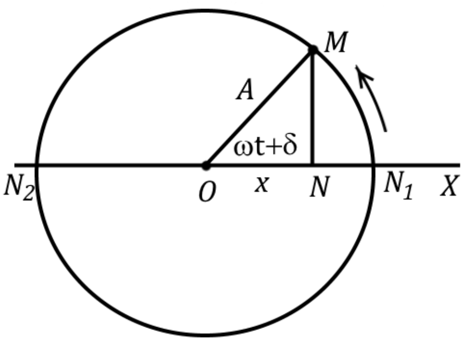
$$x = A\cos(\omega t + \delta) \tag{22.1}$$

túrinde jazıladı hám N noqatınıń N_1N_2 diametri boylap terbelmeli qozǵalısın analitikalıq jaqtan táriyipleydi. A arqalı terbelistiń amplitudası (teń salmaqlıq O halınan eń maksimum bolǵan awıtqıwı), ω arqalı terbelistiń cikllıq jiyiligi, ωt + δ arqalı terbelistiń fazası belgilengen. $t = 0$ waqıt momentindegi fazanıń mánisi δ dáslepki faza dep ataladı. Eger $\delta = 0$ bolsa, onda $x = A\ cos\ \omega t$, al $\delta = -\frac{\pi}{2}$ teńligi orınlanǵanda $x = A \cdot sin\omega t$ funkciyasına iye bolamız. Demek garmonikalıq terbelislerde awısıw t waqıttıń sinus yamasa kosinus boyınsha funkciyası boladı.

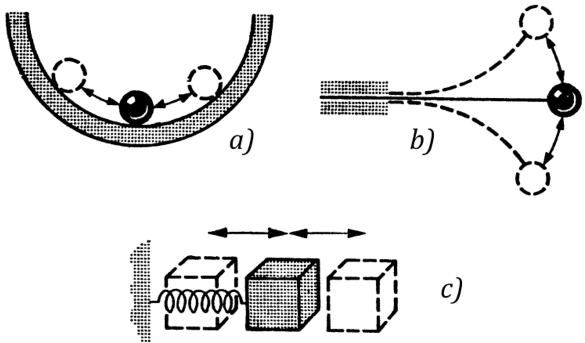
Terbelistiń dáwiri dep bir tolıq terbeliw ushın ketken waqıtqa aytıladı hám mına formulanıń járdeminde esaplanadı:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu}. \tag{22.2}$$

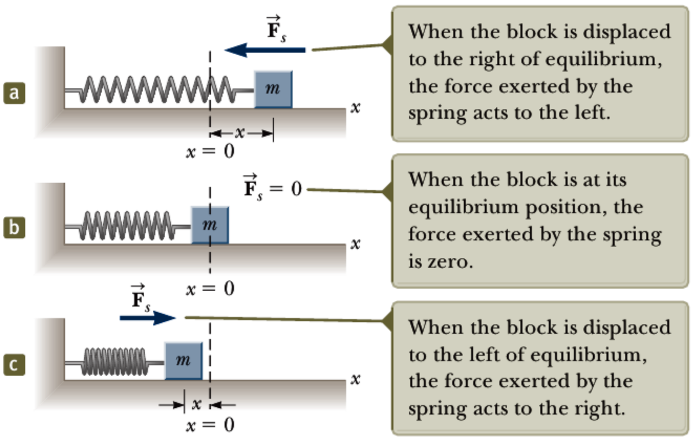
T waqıttan keyin faza ω ósimin aladı, terbeliwshi noqat óziniń dáslepki qozǵalısı baǵıtındaǵı halına qaytıp keledi.



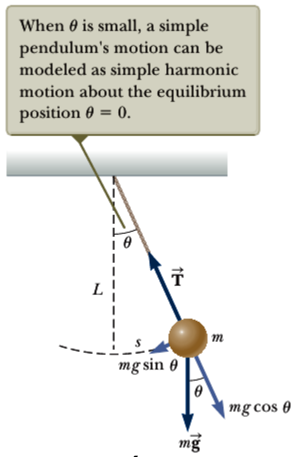
22-1. súwret. Garmonikalıq terbelistiń teńlemesin alıw ushın sızılma.



22-2a súwret. Kishi awısıwlardaǵı hár qıylı sistemalardıń terbelisleri.



22-2b súwret. Prujinaǵa bekitilgen júktiń terbelisleri.



22-2c súwret. Ápiwayı mayatnik hám oǵan tásir etetuǵın kúshler.

Terbeliwshi noqattıń tezligi ushın

$$v = \dot{x} = -\omega A \sin(\omega t + \delta) \tag{22.3}$$

ańlatpasın alamız. Bul ańlatpanı jáne bir ret differenciallasaq tezleniw ushın

$$a = \dot{v} = \ddot{x} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \delta) \tag{22.4}$$

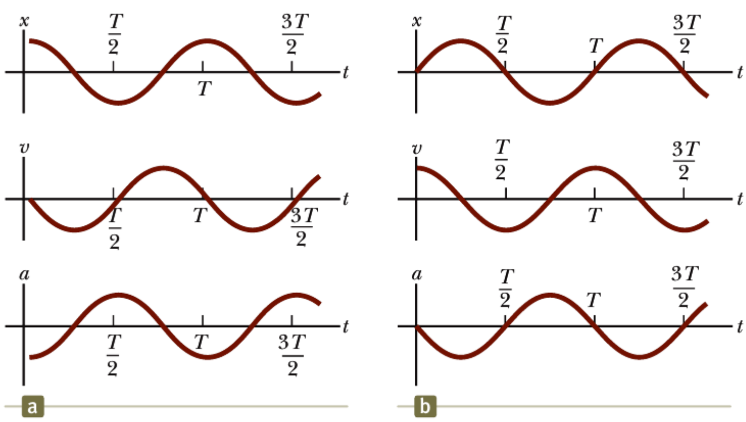
formulasına iye bolamız. (29.1) di esapqa alsaq

$$a = -\omega^2 x \tag{22.5}$$

teńliginiń orınlanatuǵınlıǵına isenemiz. Materiallıq noqatqa tásir etiwshi kúsh ushın

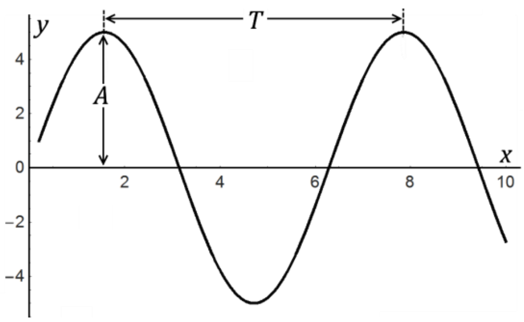
$$F = ma = -m\omega^2 x \tag{22.6}$$

shamasın alamız. Bul kúsh awısıw x qa proporcional, al baǵıtı barqulla x qa qarama-qarsı.

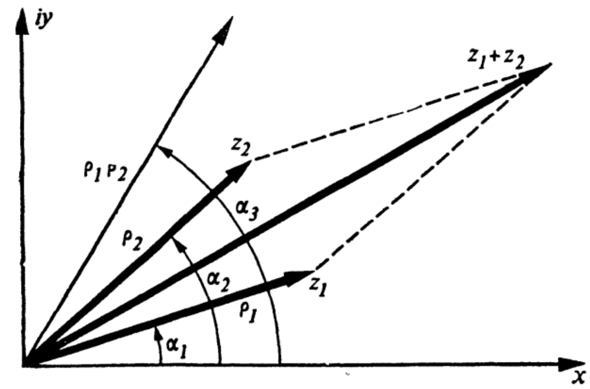


22-2d súwret. Terbeliwshi deneniń teń salmaqlıq haldan awısıwınıń, tezliginiń hám tezleniwiniń waqıtqa baylanıslı ózgeriwi.

Garmonikalıq terbelislerdi kompleks formada kórsetiw. Dekart koordinatalar sistemasında kompleks sannıń haqıyqıy bólimi abscissa kósherine, al jormal bólimi ordinataǵa qoyıladı.



22-3. súwret. $y = 5\sin\varphi$ garmonikalıq funkciyasınıń grafigi.



26-4. súwret. Kompleks sanlar menen olar ústinen islengen ámellerdi grafikte kórsetiw.

Eyler formulasınan paydalanamız:

$$e^{i\alpha} = \cos\alpha + i\sin\alpha, \quad (i^2 = -1). \tag{22.7}$$

Eskertiw:
Eyler formulası boyınsha

$$e^{i\pi} = -1.$$

Bul formulalar qálegen $z = x + iy$ kompleksli sandı eksponencial túrde kórsete aladı:

$$z = \rho e^{i\alpha}, \ \ \rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \ \ tg\alpha = \frac{y}{x}. \tag{22.8}$$

Bul ańlatpadağı ρ shaması kompleks sannıń moduli, al α fazası dep ataladı.

Hár bir kompleks san z kompleks tegislikte ushınıń koordinataları (xy) bolğan vektor túrinde kórsetiliwi múmkin. Kompleks san parallelogramm qağıydası boyınsha qosıladı. Sonlıqtan da kompleks sanlar haqqında gáp etilgende vektorlar haqqında aytılğan jağdaylar menen birdey boladı.

Kompleks sanlardı bir birine kóbeytkende kompleks túrde kóbeytiw ańsat boladı:

$$z = z_1 z_2 = \rho_1\rho_1 e^{i(\alpha_1+\alpha_2)}, \quad z_1 = \rho_1 e^{i\alpha_1}, \quad z_2 = \rho_2 e^{i\alpha_2}. \tag{22.9}$$

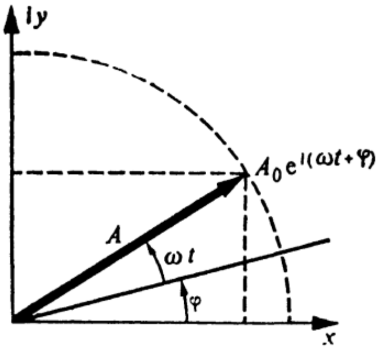
Demek kompleks sanlar kóbeytilgende modulleri kóteytiledi, al fazaları qosıladı.

Endi terbelisti jazıwdıń $x = A\cos(\omega t + \delta)$ yamasa $x = A\sin(\omega t + \delta)$ túrinen endi kompleks túrine ótemiz:

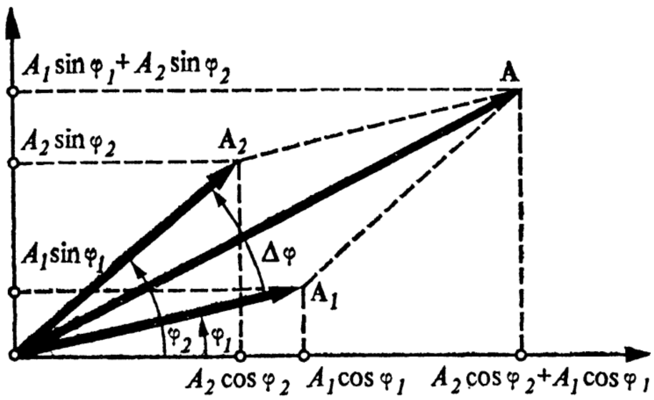
$$\bar{x} = Ae^{i(\omega t+\varphi)}. \tag{22.10}$$

$\bar{x}$ shaması kompleks san bolıp ol real fizikalıq awısıwğa sáykes kelmeydi ulıwma aytqanda kompleksli, jormal sanlar fizikalıq mániske iye bolmaydı). Awısıwdı $x = A\cos(\omega t + \delta)$ túrindegi haqıyqıy san beredi. Biraq usı $\bar{x}$ shamasınıń sinus arqalı ańlatılğan haqıyqıy bólimi haqıyqıy garmonikalıq terbelis sıpatında qaralıwı múmkin. Sonıń menen birge $A\cos(\omega t + \delta)$ bolğan $\bar{x} = Ae^{i(\omega t+\varphi)}$ shamasınıń haqıyqıy bólimi de haqıyqıy garmonikalıq terbelisti táriyipleydi. Snlıqtan da garmonikalıq terbelisti (29.10) túrinde jazıp, zárúr bolğan barlıq esaplawlardı hám talqılawlardı júrgiziw kerek. Fizikalıq shemalarǵa ótkende alınǵan ańlatpanıń haqıyqıy yamasa jormal bólimlerin paydalanıw kerek. Bul jaǵday kelesi mısallarda ayqın kórinedi.

$\bar{x} = Ae^{i(\omega t+\varphi)}$ kompleks túrindegi garmonikalıq terbelis grafigi 22-3 súwrette keltirilgen. Bul formulaǵa kiriwshi hárqanday shamalar súwrette kórsetilgen: A -amplituda, φ - dáslepki faza, $\omega t + \varphi$ terbelis fazası. $\boldsymbol{A}$ kompleks vektorı koordinata bası dógereginde saattıń tiliniń júriw baǵıtına qarama-qarsı baǵıtta $\omega = \frac{2\pi}{T}$ múyeshlik tezligi menen qozǵaladı. T arqalı terbelis dáwiri belgilengen. Aylanıwshı $\boldsymbol{A}$ vektorınıń gorizontal hám vertikal kósherlerge túsirilgen proekciyası bizdi qızıqtıratuǵın terbelisler bolıp tabıladı.



22-5 súwret. Garmonikalıq terbelislerdi kompleks túrde kórsetiw.



22-6a súwret. Kompleks túrde berilgen garmonikalıq terbelislerdi qosıw.

Birdey jiyiliktegi garmonikalıq terbelislerdi qosıw. Meyli hár qıylı dáslepki faza hám birdey emes amplitudalı birdey jiyiliktegi eki garmonikalıq terbelis berilgen bolsın:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \qquad (22.11)$$
$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2).$$

Qosındı terbelis bolǵan $x_1 + x_2$ shamasın tabıw kerek. (22-11)-ańlatpalarda berilgen garmonikalıq terbelisler (22.10) túrinde berilgen terbelistiń haqıyqıy bólimin beredi. Sonıń ushın izlenip atırǵan terbelislerdiń qosındısı

$$\bar{x} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 = A_1 e^{i(\omega t+\varphi_1)} + A_2 e^{i(\omega t+\varphi_2)} = e^{i\Omega t}\left(A_1 e^{i\varphi_1} + A_2 e^{i\varphi_2}\right) \qquad (22.12)$$

kompleks sanınıń haqıyqıy bólimi bolıp tabıladı.

22-6 súwretten

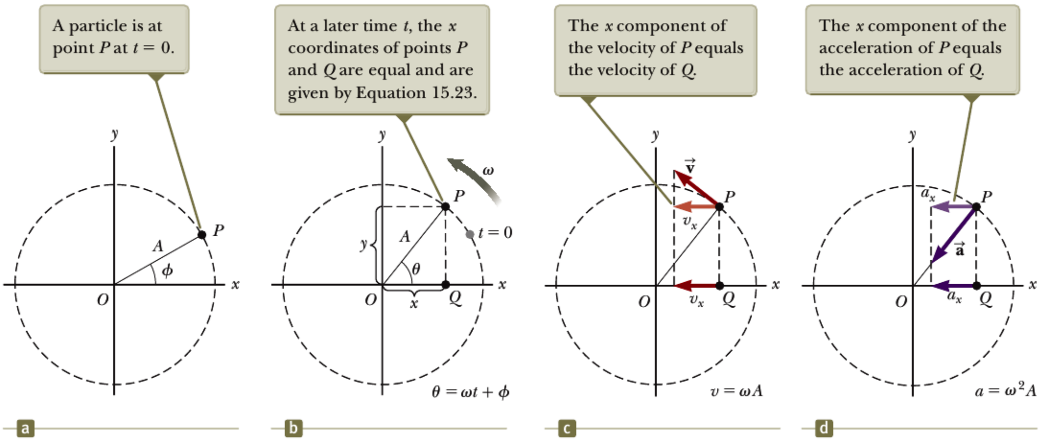
$$A_1 e^{i\varphi_1} + A_2 e^{i\varphi_2} = Ae^{i\varphi}, \qquad (22.13)$$
$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1), \qquad (22.14)$$
$$tg\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2} \qquad (22.15)$$

ekenligi kelip shıǵadı. Demek (22.12)-ańlatpanıń ornına

$$\bar{x} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 = A\cos(\omega t + \delta) \qquad (22.16)$$

formulasın alamız.

Garmonikalıq terbelislerdiń qosındısınıń qásiyetlerin 22-5 hám 22-6 súwretlerden kóriwge boladı.



22-6b súwret. Garmonikalıq terbelistegi burılıw múyeshin, terbelis fazasın, terbeliwshi bóleksheniń tezligin hám tezleniwin illyustraciyalawshı súwretler.

Menshikli terbelis. Menshikli terbelis dep tek ǵana ishki kúshlerdiń tásirinde júzege ketetuǵın terbeliske aytamız. Joqarıda gáp etilgen garmonikalıq terbelisler sızıqlı oscillyatordıń menshikli terbelisleri bolıp tabıladı. Principinde menshikli terbelisler garmonikalıq emes terbelisler de bolıwı múmkin. Biraq teń salmaqlıq haldan jetkilikli dárejedegi kishi awısıwlarda hm kópshilik ámeliy jaǵdaylarda terbelisler garmonikalıq terbelislerge alıp kelinedi.

Dáslepki shártler. Garmonikalıq terbelisler jiyiligi, amplitudası hám dáslepki fazası menen tolıq táriyiplenedi. **Jiyilik sistemanıń fizikalıq qásiyetlerine ǵárezli**. Prujinanıń serpimli kúshiniń tásirinde terbeletuǵın materiallıq noqat túrindegi garmonikalıq oscillyator mısalında prujinanıń serpimliligi serpimlilik koefficienti k, al noqattıń qásiyeti onıń massası m menen beriledi, yaǵnıy $\omega = k/m$.

Terbelislerdiń amplitudası menen dáslepki fazasın anıqlaw ushın waqıttıń bazı bir momentindegi materiallıq noqattıń turǵan ornın hám tezligin biliw kerek. Eger terbelistiń teńlemesi $x = Asos(\omega t + \varphi)$ túrinde ańlatılatuǵın bolsa $t = 0$ waqıt momentindegi koordinata hám tezlik sáykes

$$x_0 = A\cos\varphi\ , \qquad \dot{x}_0 = v_0 = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=0} = -A\omega\sin\varphi$$

shamalarınıń járdeminde anıqlanadı. Bul eki teńlemeden amplituda menen dáslepki faza esaplanadı:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0}{\omega^2}}, \qquad tg\varphi = -\frac{v_0}{x_0\omega}.$$

Demek dáslepki shártlerdi bilsek garmonikalıq terbelisllerdi tolıǵı menen taba aladı ekenbiz (terbelis teńlemesin jaza aladı ekenbiz).

Energiya. Potencial energiya haqqında kúshler potenciallıq bolǵanda ayta alamız. Bir ólshemli qozǵalıslarda eki noqat arasında tek birden bir jol bar boladı. Bunday jaǵdayda kúshtiń potenciallıǵı avtomat túrde támiyinlenedi hám tek ǵana koordinatalarǵa ǵárezli bolsa kúshti potencial kúsh dep esaplawımız kerek. Bul sózdiń mánisin este tutıw kerek. Mısalı bir ólshemli jaǵdayda da súykelis kúshleri potencial kúshler bolıp tabılmaydı. Sebebi bunday kúshler (demek olardıń baǵıtı) tezlikke (yaǵnıy baǵıtqa) ǵárezli.

Sızıqlı oscillyator jaǵdayında teń salmaqlıq halda potencial energiya nolge teń dep esaplaw qolaylı. Bunday jaǵdayda $F = -kx$ ekenligin hám kúsh penen potencial energiyanı baylanıstıratuǵın

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}, \qquad F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}, \qquad F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

formulaların paydalanıp sızıqlı garmonikalıq oscillyatordıń potencial energiyası ushın tómendegidey ańlatpa alamız:

$$U(x) = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega^2 x^2}{2}.$$

Sonlıqtan energiyanıń saqlanıw nızamı tómendegidey túrge iye boladı:

$$\frac{k\dot{x}^2}{2} + \frac{m\omega^2 x^2}{2} = const.$$

Bazı bir juwmaqlar:

1. Dinamikalıq sistemalardıń teń salmaqlıq halı qasındaǵı terbelisleri olardıń qozǵaısınıń eń ulıwmalıq forması bolıp tabıladı.

2. $m\frac{d^2x}{dt^2} = x f'(0) = -kx$ **túrindegi teńleme garmonikalıq terbelislerdiń teńlemesi dep ataladı, al usınday bolıp kishi shamalarǵa terbeletuǵın sistemalardı sızıqlı yamasa garmonikalıq oscillyator dep ataydı.**

3. Haqıyqıy fizikalıq terbelisler kompleksli formada berilgen terbelislerdiń haqıyqıy yamasa jormal bólimi menen táriyiplenedi. Terbelislerdi kompleksli formada kórsetiwdiń qolaylı ekenligi komleksli sanlar ústinen islenetuǵın operaciyalardıń jeńilligi hám kórgizbeliligi menen baylanıslı.

4. Terbelislerdiń amplitudasın hám baslanǵısh fazasın anıqlaw ushın materiallıq noqattı waqıttıń bazı bir momentindegi koordinataların hám tezligin biliw kerek.

5. Oscillyatordıń kinetikalıq energiyasınıń eń úlken (maksimallıq) mánisi onıń potencial energiyasınıń eń úlken (maksimallıq) mánisine teń.

6. Oscillyatordıń ortasha kinetikalıq energiyası onıń potencial energiyasınıń ortasha potencial energiyasına teń.

7. Garmonikalıq terbelislerde terbeliwshi noqattıń tezligi fazası boyınsha awısıwdan π/2 shamasına, al tezleniw bolsa fazası boyınsha tezlikten π/2 shamasına alda júredi. Solay etip tezleniw awısıwdan fazası boyınsha π shamasına alda júredi.

Sorawlar:

1. Guk nızamınıń fizikalıq mánisi nelerden ibarat?
2. Qanday jaǵdaylarda sistemanıń teń salmaqlıq halınan kishi awısıwların tallaw sızıqlı aǵzanı esapqa alıwǵa alıp kelinbeydi?
3. Garmonikalıq terbelislerdiń amplitudası, jiyiligi hám fazası neler menen anıqlanadı?
4. Kompleksli formada garmonikalıq terbelislerdi kórsetiw qanday jaǵdaylarǵa tiykarlanǵan?
5. Kompleksli sannıń fazası menen modulin qalay anıqlaydı?
6. Kompleksli sanlardı qosıw menen vektorlardı qosıw arasında kanday qatnas bar?
7. Kompleksli sanlardı bir birine kóbeytkende olardıń fazaları menen modullerinde qanday ózgerisler boladı?
8. Bienieler degenimiz ne? Olar garmonikalıq terbelisler bolıp tabılama?
9. Garmonikalıq terbelislerdegi kinetikalıq hám potencial energiyalar arasındaǵı qatnastı bilesiz be?
10. Garmonikalıq terbeliste tezliktiń amplitudası menen awısıw bir biri menen qanday baylanısqan?

11. Terbeliwshi noqattıń massası úlkeygende menshikli terbelislerdiń jiyiligi qalay ózgeredi?

23-sanlı lekciya. Sóniwshi terbelmeli qozǵalıs. Sóniw dekrementi. Májbúriy terbelisler hám onıń qozǵalıs teńlemesi. Rezonans. Terbelislerdi qosıw

Sızıqlı oscillyatorlardıń menshikli terbelisleri sırtkı kúshler bolmaǵan jaǵdayda júzege keledi. Onıń terbelisleriniń energiyası saqlanadı hám usı jaǵdayǵa sáykes terbelislerdiń amplitudası saqlanadı. **Menshikli terbelislerdi sónbeytuǵın terbelisler dep ataydı**.

Sırtqı kúsh bolıp tabılatuǵın súykelis bolǵanda sızıqlı oscillyatordıń terbelisleriniń energiyası kemeyedi hám usıgan sáykes terbelislerdiń amplitudası da kishireyedi.

Terbelislerdiń sóniwi. **Súykelis kúshleri bar bolgan jaǵdaylardaǵı terbelisler sóniwshi terbelisler bolıp tabıladı**.

Qozǵalatuǵın denelerge súykelis kúshleri tásir etedi (mısalı hawanıń yamasa qorshaǵan ortalıqtıń qarsılıǵı sıyaqlı faktorlar). Qarsılıq kúshiniń shaması deneniń qozǵalıs tezligine turı proporcional (Álbette, bul jaǵday úlken bolmaǵan tezliklerde orın aladı). Tezlikler júdá úlken bolǵanda qarsılıq (súykelis) kúshiniń shaması tezliktiń ekinshi, úshinshi h.b. dárejelerine proporcional bolıwı múmkin. Biz tómende kishi tezliklerde orın alatuǵın súykelis kúshlerin haqqında gáp etemiz. Bulday jaǵdaylarda $F_{súyk} \sim v$. Sonlıqtan sóniwshi terbelislerdiń qozǵalıs teńlemesin bılayınsha jazamız:

$$b\dot{x} = -kx - b\dot{x}. \tag{23.1}$$

Bul formulada b arqalı súykelis koefficienti ańlatılǵan. Bul teńlemeni bılayınsha kóshirip jazıw qolaylıraq:

$$m\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0. \tag{23.2}$$

Bul formulalarda $\gamma = \frac{b}{2m}$, $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$.

Joqarıdaǵı teńlemeniń sheshimin

$$x = A_0 e^{i\beta t} \tag{23.3}$$

túrinde izleymiz. Waqıt boyınsha tuwındılar alamız:

$$\frac{d}{dt} e^{i\beta t} = -i\beta e^{i\beta t}, \qquad \frac{d^2}{dt^2} e^{i\beta t} = -\beta^2 e^{i\beta t}. \tag{23.4}$$

Bul shamalardı (23.2)-teńlemege qoyıw arqalı

$$A_0 e^{i\beta t}(-\beta^2 + 2i\gamma\beta + \omega_0^2) = 0 \tag{23.5}$$

ańlatpasın alamız. $A_0 e^{i\beta t}$ kóbeytiwshisi nolge teń emes. Sonlıqtan

$$-\beta^2 + 2i\gamma\beta + \omega_0^2 = 0. \tag{23.6}$$

Bul β shamasına qarata algebralıq kvadrat teńleme. Onıń sheshimi

$$\beta = i\gamma \pm \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = i\gamma \pm \Omega \tag{23.7}$$

túrine iye boladı. Óz gezeginde

$$\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}. \tag{23.8}$$

β ushın ańlatpaǵa usı mánislerdi qoyıw arqalı

$$x = Ae^{-\gamma t}e^{\pm i\Omega t} \tag{23.9}$$

funkciyasına iye bolamız. "±" belgisi ekinshi tártipli differencial teńlemeniń eki sheshiminiń bar bolatuǵınlıǵı menen baylanıslı.

Úlken emes súykelis koefficientlerinde

$$\gamma = \frac{b}{2m} < \omega_0. \tag{23.10}$$

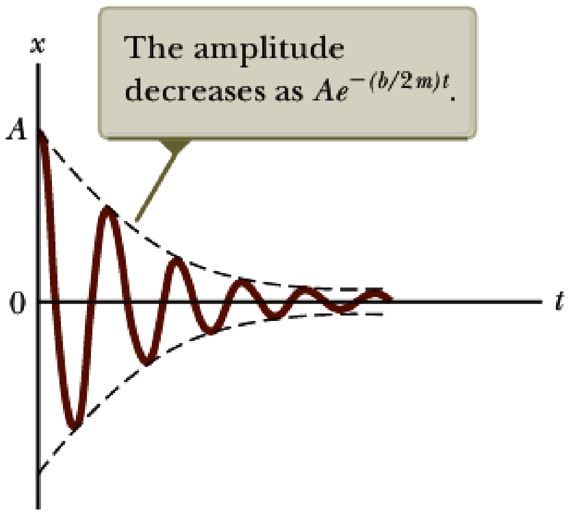
Bul jaǵdayda $\omega_0^2 - \gamma^2 > 0$ hám soǵan sáykes Ω haqıyqıy san boladı. Sonlıqtan

$$e^{\pm i\Omega t}$$

funkciyası garmonikalıq funkciya bolıp tabıladı. Haqıyqıy sanlarda (23.9)-funkciya

$$x = A_0 e^{-\gamma t}\cos\Omega t \tag{23.11}$$

formulasınıń járdeminde beriledi (sol formulanıń haqıyqıy bólimi alınǵan). Bul ańlatpa jiyiligi Ω turaqlı shamasına teń bolǵan, al amplitudası kemeyetuǵın terbelistiń matematikalıq jazılıwı bolıp tabıladı. Bunday terbelistiń grafigi 23-1 súwrette kórsetilgen.



23-1 súwret.
Sóniwshi terbelisti grafikalıq sáwlelendiriw. Terbelis amplitudasınıń mánisi waqıtqa baylanıslı
$Ae^{-\frac{b}{2m}t}$
nızamı boyınsha kemeyedi.

(23.11)-ańlatpa menen beriletuǵın terbelis dáwirlik hám garmonikalıq emes terbelis bolıp tabıladı. Bul formuladan

$$\tau = \frac{1}{\gamma} \tag{23.12}$$

waqtı ishinde terbelis amplitudasınıń $e = 2.7$ ese kemeyetuǵınlıǵın ańǵarmız. Bul shama **sóniwdiń dekrementi** dep ataladı.

Meyli birinshi terbeliste amplituda A_1 ge teń bolsın. Al ekinshi terbelgende (yaǵnıy T waqıttan keyin) amplituda kemeygen hám A_2 shamasına teń bolǵan bolsın. Onday jaǵdayda

$$A_1 = A_0 e^{-\gamma t_1}, \qquad A_2 = A_0 e^{-\gamma(t_1+T)} \tag{23.12a}$$

ańlatpaların jaza alamız. Bunnan

$$\frac{A_1}{A_2} = e^{\gamma t} \tag{23.13}$$

formulasına iye bolamız. Sonlıqtan T waqıtı ishinde amplitudanıń ózgerisi $\theta = \gamma t$ shaması menen táriyiplenedi eken. Bul shamanı "**sóniwdiń logarifmlik dekrementi**" dep ataydı. (23.13)-ańlatpadan θ nıń

$$\theta = \ln\frac{A_1}{A_2} \tag{23.13a}$$

shamasına teń ekenligin tabamız.

Sóniwdiń lagorifmlik dekrementi amplitudalardıń bir terbelis dáwirinen keyingi amplitudalardıń qatnasınıń logarifmi bolıp tabıladı.

Sóniwdiń logarifmlik dekrementine basqa da interpretaciyanıń beriliwi múmkin. N dana dáwirdiń ishindegi, yaǵnıy NT waqıttıń ishindegi terbelislerdiń amplitudasınıń kemeyiwin qaraymız. Endi (22.12a) ańlatpalarınıń ornına

$$A_1 = A_0 e^{-\gamma t_1}, \qquad A_{N+1} = A_0 e^{-\gamma(t_1+NT)} \tag{23.13b}$$

ańlatpaların jaza alamız. Sonlıqtan N dáwirge ajıralǵan amplituladardıń qatnasın

$$\frac{A_{N+1}}{A_1} = e^{\gamma N t} = e^{N\theta} \tag{23.13c}$$

túrinde jaza alamız. $N\theta = 1$ bolǵan jaǵdayda terbelislerdiń amplitudası e ese kemeyedi. **Sonlıqtan sóniwdiń logarifmlik dekrementi**

$$\theta = \frac{1}{N}$$

dep terbelislerdiń amplitudası e ese kishireyemen degenshe ótken dáwirlerdiń sanına keri shamanı aytadı ekenbiz. Mısalı $\theta = 0{,}01$ bolǵan jaǵdayda terbelisler shama menen 100 terbelisten keyin sónedi. Biraq 10 terbelisten keyin terbelisler amplitudası óziniń daslepki mánisiniń tek 1/10 shamasına ǵana kishireyedi.

Al $\theta = 0{,}1$ bolǵan jaǵdayda (yaǵnıy sóniwdiń logarifmlik dekrementi úlken bolgan jaǵdayda) 10 terbelisten keyin terbelisler derlik tolıǵı menen sónedi. Sonlıqtan sóniwdiń logarifmlik dekrementi kishi bolǵan jaǵdaylarda terbelislerdi sónbeytuǵın terbelisler, al sóniwdiń logarifmlik dekrementi úlken bolǵan jaǵdaylarda terbelislerdi sóniwshi terbelisler dep esaplaw múmkin.

Májbúriy terbelisler. Rezonans. Súykelis kúshlerinen basqa terbeliwshi sistemaǵa (yamasa sızıqlı oscillyatorǵa) qanday da bir basqa kúshlerdiń tásir etiwi de múmkin. Usınday kúshtiń ózgesheliklerine baylanıslı sızıqlı oscillyatordıń qozǵalısınıń xarakteri pútkilley ózgeriwi múmkin.

Sırtqı kúshler garmonikalıq bolǵan jaǵday áhmiyetli jaǵdaylardıń qatarına kiredi.

Meyli terbeliwshi sistemaǵa sırttan

$$F = F_0 \cos \omega t \tag{23.14}$$

nızamı menen ózgeretuǵın kúsh tásir etsin. Bul ańlatpada F_0 arqalı kúshtiń amplitudası, al ω arqalı onıń jiyiligi belgilengen. Bunday jaǵdayda **qozǵalıs teńlemesi**

$$m\ddot{x} = -kx - b\dot{x} + F_0 \cos \omega t \tag{23.15}$$

túrine enedi. Bul teńlemeniń eki tárepin de oscillyatordıń massası m ge bólip

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{\omega_0}{m}\cos \omega t \tag{23.16}$$

teńlemesin alamız.

Kúsh tásir ete baslaǵannan keyin $\tau = \frac{1}{\gamma}$ waqtı ótkennen keyin terbelis processi tolıq qálpine keledi. Eger sistema dáslep terbeliste bolmaǵan jaǵdayda da ***májbúrlewshi kúsh tásir ete baslaǵannan usınday waqıt ótkennen keyin májbúriy terbelis stacionar qálpine keldi*** dep esaplanadı.

(23.16)-teńlemeni waqıttıń barlıq momentleri ushın orınlı boladı. Onı sheshiw ushın garmonikalıq terbelislerdiń kompleksli formasınan paydalanǵan qolaylı. Bunday jaǵdayda (23.16)-teńleme

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} e^{i\omega t} \tag{23.16a}$$

túrine enedi hám biziń ushın onıń sheshimi usı teńlemeniń sheshiminiń haqıyqıy bólimi bolıp tabıladı.Bul teńlemeniń sheshimin

$$x = Ae^{i\beta t} \tag{23.17}$$

túrinde izleymiz. Bul formuladaǵı A shaması ulıwma jaǵdayda haqıyqıy shama emes. Bul ańlatpanı (23.16a)-teńlemege qoyıp

$$Ae^{i\beta t}(-\beta^2 + 2i\gamma\gamma\beta + \omega_0^2) = \frac{F_0}{m} e^{i\omega t} \tag{23.17a}$$

algebralıq teńlemege iye bolamız. Bul teńleme barlıq waqıt momentinde de orınlanıwı kerek. Demek teńlemeden waqıt t nı alıp taslaw shárti talap etiledi. Bul shártten $\beta = \omega_0$ teńligi kelip shıǵadı. (23.17a) dan A shamasın tawıp hám onıń alımın da, bólimin de $\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\gamma\omega$ shamasına kóbeytip

$$A = \frac{F_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\gamma\omega} = \frac{F_0}{m}\frac{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}$$

túrindegi ańlatpanı jazamız. Bul kompleksli sandı eksponenciallıq formada kósetken qolaylı:

$$A = A_0 e^{i\varphi}, \tag{23.18}$$

$$A_0 = \frac{F_0}{m}\frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\gamma^2\omega^2}}, \qquad (23.18a)$$

$$tg\varphi = -\frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2-\omega^2} = \frac{2\gamma\omega}{\omega^2-\omega_0^2}. \qquad (23.18b)$$

Biz qarap atırǵan teńlemeniń sheshimi kompleks túrde

$$x = A_0 e^{i(\omega t+\delta)} \qquad (23.19)$$

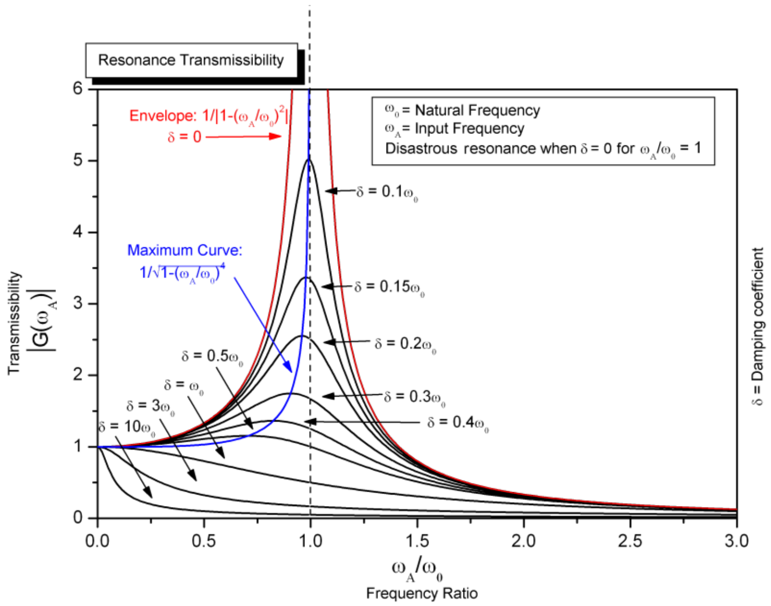
túrine iye, al onıń haqıyqıy bólimi

$$x = A_0 \cos(\omega t+\delta) \qquad (23.20)$$

túrinde jazıladı. Bul ańlatpada ω arqalı sırtqı kúshtiń ózgeriw jiyiligi, ω_0 arkalı sistemanıń menshikli jiyiligi belgilengen.

Solay etip sırtqı garmonikalıq kúshtiń tásirinde grmonikalıq oscillyator sol kúshtiń jiyiligindey jiyiliktegi garmonikalıq terbelis jasaydı. Bul terbelislerdiń fazası menen amplitudası tásir etiwshi kúshlerdiń qásiyetinen hám oscillyatordıń xarakteristikalarınan ǵárezli boladı. Májbúriy terbelislerdiń fazasınıń hám amplitudasınıń ózgerislerin qarayıq.

Amplitudalıq rezonanslıq iymeklik. Ornaǵan májbúriy terbelislerdiń amplitudasınıń sırtqı kúshtiń jiyiliginen ǵárezliligin sáwlelendiretuǵın iymeklik **amplitudalıq rezonanslıq iymeklik** dep ataladı Onıń analitikalıq ańlatpası (23.18a) ańlatpası bolıp tabıladı. Al onıń grafikalıq súwreti tómendegi 23-2 súwrette keltirilgen.



23-2 súwret.
Sırtqı tásirdiń hár qıylı jiyilikleri hám sóniw koefficientleri ushın amplitudalıq rezonanslıq iymeklikler.
Úlken emes sóniwlerde rezonanslıq jiyilik ω_{rez} shamasınıń mánisi menshikli jiyilik ω_0 dıń mánisine jaqın.

Amplitudanıń maksimallıq mánisi sırtqı májbúrlewshi tásirdiń jiyiligi oscillyatordıń menshikli jiyiliginde (yaǵnıy $\Omega \approx \Omega_0$ shárti orınlanǵanda) alınadı.

Maksimallıq amplituda menen bolatuǵın terbelisler rezonanslıq terbelisler, al terbelislerdiń $\Omega \approx \Omega_0$ shárti orınlanǵansha ózgeriwi rezonans, bul jaǵdaydaǵı Ω_0 jiyiligi rezonanslıq jiyilik dep ataydı.

Tómendegidey jaǵdaylardı qarap ótken paydalı. Súykelis kúshleriniń tásiri kem dep esaplaymız (yaǵnıy $\gamma << \omega_0$ dep boljaymız).

1-jaǵday. $\omega << \omega_0$ shárti orınlanǵanda amplituda ushın jazılǵan (23.18)-formuladan

$$A_{0stat} \approx \frac{F_0}{m\omega_0^2} \tag{23.21}$$

formulasın alamız. Bul formulanıń fizikalıq mánisi tómendegiden ibarat: Sırtqı kúshtiń kishi jiyiliklerinde ol turaqlı (ózgermeytuǵın) statikalıq kúshtey bolıp tásir jasaydı. Al oscillyator bolsa óziniń menshikli jiyiligi menen terbele beredi. Al amplituda bolsa (23.21) ge sáykes statikalıq F_0 kúshiniń tásirinde

$$x_{max} = \frac{F_0}{k} = \frac{F_0}{m\omega_0^2}$$

mánisite teń boladı. Bul ańlatpada $k = m\omega_0^2$ arqalı ornına qaytarıwshı kúsh ushın serpimlilik koefficienti belgilengen. $\omega << \omega_0$ shártinen (23.16)-teńlemedegi tezleniwge baylanıslı bolǵan $\ddot{x}$ hám tezlikke sáykes keliwshi $2\gamma\dot{x}$ aǵzaları serpimli bolǵan kúsh penen baylanıslı bolǵan $\omega_0^2 x$ aǵzasınan ádewir kishi ekenligi kelip shıǵadı. Sonlıqtan qozǵalıs teńlemesi tómendegi ańlatpaǵa alıp kelinedi:

$$\omega_0^2 = \frac{F_0}{m}\ sos\omega t.$$

Bul teńlemeniń sheshimi tómendegidey túrge iye boladı:

$$x = \frac{F_0}{m\omega_0^2}\cos\omega t.$$

Bul teńleme kúsh waqıtqa baylanıslı ózgermey óziniń birzamatlıq mánisine teń bolǵandaǵı jaǵdaydaǵı waqıttıń hár bir momentindegi awısıwdıń mánisin beredi. Súykelis kúshleri áhmiyetke iye bolmay qaladı.

2-jaǵday. $\omega >> \omega_0$ bolǵanda (23.18a) ańlatpasına sáykes amplituda ushın $A \approx \frac{F_0}{ma^2}$ formulasın alamız. Bul ańlatpanıń fizikalıq mánisi tómendegidey: Sırtqı kúsh úlken jiyilikke iye bolsa $\ddot{x}$ shamasına baylanıslı bolǵan aǵza tezlikke hám serpimli kúshke baylanıslı bolǵan aǵzalardan ádewir úlken. Sebebi

$$|\ddot{x}| \approx |\omega^2 x| \gg |\omega_0^2 x|, \qquad |\ddot{x}| \approx |\omega^2 x| \gg |2\gamma\dot{x}| \approx |2\gamma\omega x|.$$

Sonlıqtan qozǵalıs teńlemesi bolǵan (23.16)

$$\ddot{x} \approx \frac{F_0}{m}\cos\omega t$$

túrine enedi hám onıń sheshimi tómendegidey kóriniske iye boladı

$$x \approx -\frac{F_0}{m\omega^2}\cos\omega t.$$

Bunday jaǵdayda terbeliste sırttan tásir etetuǵın kúshke salıstırǵanda serpimlilik kúshi menen súykelis kúshleri áhmiyetke iye bolmay qaladı. Sırtqı kúshler ossillyatorǵa hesh bir súykelis yamasa serpimli kúshler bolmaytuǵınday bolıp tásir etedi.

3-jaǵday. $\omega \approx \omega_0$. Bul jaǵday rezonans júzege keletuǵın jaǵday bolıp tabıladı. Rezonansta terbelis amplitudası maksimallıq mánisine jetedi hám (23-18a) ǵa sáykes

$$A_{0rez} = \frac{F_0}{m}\frac{1}{2\gamma\omega_0} \tag{23.22}$$

shamasına teń boladı. Bul nátiyjeniń fizikalıq mánisi tómendegidey:

Tezleniwge baylanıslı bolǵan aǵza serpimli kúshke baylanıslı bolǵan aǵzaǵa teń, yaǵnıy

$$\ddot{x} = -\omega^2 x = -\omega_0^2 x$$

teńligi orınlı boladı. Bul tezleniwdiń serpimlilik kúshi tárepinen ámelge asatuǵınlıǵın bildiredi. Sırtqı kúsh penen súykelis kúshi bir birin kompensaciyalaydı. Qozǵalıs teńlemesi (23.16) tómendegidey túrge iye boladı:

$$2\gamma\dot{x} = \frac{F_0}{m}\cos\omega_0 t.$$

Bul teńlemeniń sheshimi

$$x = \frac{F_0}{2\gamma m\omega_0}\sin\omega_0 t$$

túrine iye boladı. Qatań túrde aytsaq $\omega = \omega_0$ shárti orınlanǵanda **amplitudanıń maksimallıq mánisi dál alınbaydı**. Dál mánis (23.18a) ańlatpasındaǵı A_0 den ω boyınsha tuwındı alıp, usı tuwındını nolge teńew arqalı alınadı. Biraq úlken bolmaǵan súykelislerde ($\gamma << \omega_0$ bolǵanda) maksimumnıń $\omega = \omega_0$ den awısıwın esapqa almawǵa boladı.

Prujinaǵa ildirilgen júktiń garmonikalıq terbelisleri. Bir ushın bekitilgen prujinaǵa ildirilgen júktiń terbelisin qaraymız. Prujinanıń júk ildirilmesten burıngı uzınlıǵı l_0 shamasına teń bolsın. Júk ildirilgennen keyin prujina uzınlıǵı l ge teń boladı hám deneni óziniń teń salmaqlıq halına qaray iytermelewshi Ǵ kúshi payda boladı. Sozılıw $x = l - l_0$ úlken bolmaǵanda $F = -kx$ Guk nızamı orınlanadı. Bunday jaǵdaylarda noqattıń qozǵalıs teńlemesi

$$m\ddot{x} = -kx \tag{23.23}$$

túrinde jazıladı. Bul ańlatpada k arkalı prujinanıń ***serpimlilik koefficienti*** yamasa ***qattılıǵı*** belgilengen.

(23.23) teńlemesi keltirilip shaǵarılǵanda denege basqa kúshler tásir etpeydi dep boljaw qabıl etildi. Bir tekli tartılıs maydanında turǵan jaǵday ushın da (23.23) teńlemesiniń kelip shıǵatuǵınlıǵın kórsetip ótemiz. Bul jaǵdayda prujinanıń sozılıwın $X = l - l_0$ arqalı belgileyik. Prujina júkti joqarı qaray kX kúshi menen kóteredi, júk bolsa tómenge qaray tartadı. Qozǵalıs teńlemesi

$$m\ddot{X} = -kX + mg \tag{23.24}$$

túrinde jazıladı. Meyli X_0 prujinanıń teń salmaqlıqtaǵı uzınlıǵı bolsın. Onda $-kX_0 + mg=0$. Salmaq mg ti joq etip $m\ddot{X} = -k(X - X_0)$. Bul teńlikte $X - X_0 = x$ belgileniwi paydalanılǵan. Bunday jaǵdayda $m\ddot{X} = -kx$ ańlatpasına qaytıp kelemiz Sonda (23.18a) teńlemesine qayta kelemiz.

$m\omega^2 = k$ belgilewin paydalanıp

$$m\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \tag{23.25}$$

teńlemesin alamız. Teńlemeni sheshiw arqalı tómendegidey nátiyjeler alınadı:

Jiyilik

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \tag{23.26}$$

terbelis dáwiri

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}. \tag{23.27}$$

Aylanıw dáwiri T amplituda A dan ǵárezsiz. Bul terbelistiń izoxronlılıǵı dep ataladı. Izoxronlılıq Guk nızamı orınlanatuǵın jaǵdaylarda saqlanadı.

Amplituda A menen dáslepki faza δ (23.25) teńlemesin sheshiw arqalı alınbaydı. Al olar sol teńlemeni sheshiw ushın zárúrli bolǵan baslanǵısh shártler túrinde beriledi.

Terbeliwshi deneniń energiyası. Potencial energiya menen kinetikalıq energiya

$$E_{pot} = \frac{1}{2}kx^2, \qquad E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 \tag{23.28}$$

formulaları menen beriledi. Olardıń ekewi de waqıtqa baylanıslı ózgeredi. Biraq olardıń qosındısı bolǵan tolıq energiya E waqıt boyınsha turaqlı bolıp qalıwı shárt:

$$E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 = const. \tag{23.29}$$

Sonıń menen birge

$$E_{pot} = \frac{1}{2}kA^2[1 + cos^2(\omega t + \delta)], \qquad E_{kin} = \frac{1}{2}m\Omega^2A^2sin^2(\omega t + \delta).$$

(23.26)-ańlatpanı esapqa alsaq

$$E_{kin} = \frac{1}{2}kA^2sin^2(\omega t + \delta) \tag{23.30}$$

ańlatpasınıń orınlı ekenligin kóremiz.

Bul formulalardı bılayınsha kóshirip jazamız:

$$E_{pot} = \frac{1}{4}kA^2[1 + \cos 2(\omega t + \delta)], \qquad E_{kin} = \frac{1}{4}kA^2[1 - \cos 2(\omega t + \delta)]. \tag{23.31}$$

Bul formulalar kinetikalıq hám potencial energiyalardıń mánisleriniń óz aldına turaqlı bolıp qalmaytuǵınlıǵın, al ózleriniń ulıwmalıq ortasha mánisi bolǵan $\frac{1}{4}kA^2$ shamasınıń átirapında garmonikalıq terbelis jasaytuǵınlıǵın bildiredi. Kinetikalıq energiya maksimum arqalı ótkende potencial energiya nolge teń. Tolıq energiya

$$E = E_{pot} + E_{kin} = \frac{1}{2}kA^2 \tag{23.32}$$

shamasına teń hám turaqlı eken.

Joqarıda keltirilgen talqılawlardıń barlıǵı da bir ólshemli jaǵdayǵa sáykes keledi (***bir erkinlik dárejesine iye mexanikalıq sistema*** dep ataladı). Bir erkinlik dárejesine iye mexanikalıq sistemanıń bir zamatlıq awhalı qandayda bir q shamasınıń járdeminde anıqlanıwı múmkin. Bunday shamanı ***ulıwmalasqan koordinata*** dep ataymız. Bul jaǵdayda $\dot{q}$ ***ulıwmalasqan tezlik*** dep ataladı. Mexanikalıq sistemanı potencial hám kinetikalıq energiyaları bılayınsha alınatuǵınday etip saylap alamız:

$$E_{pot} = \frac{\alpha}{2} q^2, \qquad E_{kin} = \frac{\beta}{2} \dot{q}^2. \tag{23.33}$$

Bul teńlemedegi α hám β lar oń mánisli koefficientler (sistemanıń parametrleri dep te ataladı). Energiyanıń saqlanıw nızamı

$$E = \frac{\alpha}{2} q^2 + \frac{\beta}{2} \dot{q}^2 = const \tag{23.34}$$

teńlemesine alıp keledi. Bul teńlemeniń ulıwmalıq sheshimi

$$q = q_0 \cos(\Omega t + \delta) \tag{23.35}$$

túrine iye bolıp, ulıwmalasqan koordinata q jiyiligi $\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$ bolǵan garmonikalıq terbeliske sáykes keledi.

Fizikalıq mayatnik. Fizikalıq mayatnik dep qozǵalmaytuǵın gorizont baǵıtnda jaylasqan kósher dógereginde terbeletuǵın qattı denege aytamız (23-3 súwret). Mayatniktiń massa orayı arqalı ótiwshi vertikal tegislik penen sol kósherdiń kesisiw noqatı mayatnikti asıw noqatı (A arqalı belgileymiz) dep ataladı. Deneniń hár bir waqıt momentindegi awhalı onıń teń salmaqlıq haldan awıtqıw múyeshi φ menen anıqlanadı. Bul múyesh ulıwmalasqan koordinata q dıń ornın iyeleydi. terbeliwshi fizikalıq mayatniktiń kinetikalıq energiyası

$$E_{kin} = \frac{1}{2} I \dot{\varphi}^2 \tag{23.36}$$

formulasınıń járdeminde anıqlanadı. Bul teńlikte I arqalı mayatniktiń A kósherine salıstırǵandaǵı inerciya momenti belgilengen. Potencial energiya

$$E_{pot} = mgh$$

shamasına teń. Bul ańlatpada h arqalı mayatniktiń massa orayınıń (C arqalı belgileymiz) óziniń eń tómengi awhalınan kóteriliw biyikligi. C menen A noqatlarınıń arasındaǵı qashıqlıq a arqalı belgilengen bolsın. Bunday jaǵdayda

$$E_{pot} = mga(1 - \cos\varphi) = 2mga \, sin^2 \frac{\varphi}{2} \tag{23.37}$$

teńligi orınlı boladı. Kishi múyeshlerde sinustı argumenti menen almastırıw múmkin. Bunday jaǵdayda potencial energiya ushın

$$E_{pot} = mga \frac{\varphi^2}{2} \tag{23.38}$$

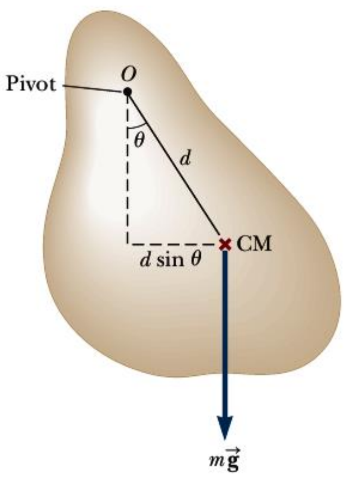
ańlatpasın alamız. Demek kishi terbelislerde potencial hám kinetikalıq energiyalar(23.33)-teńlemelerge sáykes túrge keledi. Endi (23.33)-teńlemelerde $\alpha = mga$, $\beta = I$ teńlikleri orınlı boladı. Usınnan fizikalıq mayatniktiń kishi terbelisleri shama menen garmonikalıq terbelis boladı degen juwmaq kelip shıǵadı. Jiyiligi

$$\Omega = \sqrt{\frac{mga}{I}}, \qquad (23.39)$$

terbelis dáwiri

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}}. \qquad (23.40)$$

Demek ***fizikalıq mayatniktiń kishi amplitudalardaǵı terbelisi izoxronlı*** eken. Úlken amplitudalarda izoxronlıq buzıladı (úlken amplitudalar awısıw bir neshe graduslardan úlken bolsa orın aladı).



a)b)

23-3 súwret.
Fizikalıq mayatnik

Matematikalıq mayatnik fizikalıq mayatniktiń dara jaǵdayı bolıp tabıladı. Matematikalıq mayatnik dep massası bir noqatqa toplanǵan (mayatniktiń orayında) mayatnikti aytamız. Matematikalıq mayatniktiń mısalı retinde uzın jipke asılǵan kishi shardı kórsetiwge boladı. $a = l, I = ml^2$. l arqalı mayatniktiń uzınlıǵı belgilengen. Sonlıqtan

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \qquad (23.41)$$

(23.40)- hám (23.41)-formulaların salıstırıw arqalı fizikalıq mayatniktiń uzınlıǵı $l = \frac{I}{ma}$ bolǵan matematikalıq mayatniktey bolıp terbeletuǵınlıǵın kóriwge boladı. Sonlıqtan $l = \frac{I}{ma}$ uzınlıǵı fizikalıq mayatniktiń keltirilgen uzınlıǵı dep ataydı.

Bazı bir juwmaqlar:

1. Terbelmeli qozǵalıstıń júzege keliwiniń tiykarǵı sebebi energiyanıń saqlanıwınıń zárúr ekenligi bolıp tabıladı. Oscillyatordıń kinetikalıq energiyasınıń maksimallıq mánisi onıń potencial energiyasınıń maksimallıq mánisine teń.

2. Terbelmeli qozǵalısta potencial energiyanıń kinetikalıq energiyaǵa hám kinetikalıq energiyanıń potencial energiyaǵa aylanıwı júzege keledi.

3. Sırttan tásirler túsirilmegen jaǵdaylarda kishi terbelislerdi garmonikalıq terbelisler dep qarawǵa boladı.

4. Sırttan kúshler tásir etkende (mısalı súykelis kúshleri bar bolǵan jaǵdaylarda) terbelisler sónedi. Bunday jaǵdaylarda terbelis energiyasınıń qorshaǵan ortalıqqa beriliwi orın aladı.

5. Terbelistiń sóniwiniń lagorifmlik dekrementiniń keri shaması amplituda e ese kemeyetuǵın terbelis dáwirleri sanına teń. Logarifmlik dekrement qanshama úlken bolsa terbelis sonshama tezirek sónedi.

6. Májbúrlewshi dáwirli ózgeretuǵın kúshtiń ózgeris jiyiligi terbeliwshi sistemanıń (yamasa deneniń) menshikli terbelis jiyililine jaqınlaǵanda rezonans qubılısı – terbelisler amplitudalarınıń úlken shamalarǵa artıp ketiwi baqlanadı.

7. Rezonans jiyiligi menen deneniń menshikli jiyiliginiń birdey bolıwı shárt emes.

8. Rezonans sırtqı kúshlerden terbeliwshi sistemaǵa energiyanıń eń effektiv túrde beriliwi ushın sharayat jaratılǵan jaǵdayda júzege keledi.

9. Rezonans iymekliginiń keńligi terbelislerdiń amplitudasınıń járdeminde emes, al amplitudanıń kvadratınıń járdeminde anıqlanadı.

Sorawlar:

1. Qanday jaǵdaylarda sóniwshi terbelisler sónedi. Terbelislerdiń sóniwi qanday fizikalıq faktorlarǵa baylanıslı.
2. Sóniwshi terbelisler ushın qozǵalıs teńlemesinde qanday aǵzalar orın aladı?
3. Sóniwshi terbelislerdiń dáwiri túsinigi qanday mániske iye?
4. Qanday kóz-qaraslarda sóniwshi terbelislerdiń jiyiliginiń sáykes sónbeytuǵın menshikli terbelislerdiń jiyiliginen úlken bolıwı múmkin?
5. Sóniwdiń lagorifmlik dekrementi degenimiz ne?
6. Sóniw dekrementi terbelislerdiń qanday áhmiyetli ózgesheliklerin táriyipleydi?
7. Ótiw rejimi degenimiz ne? Onıń dawam etiw waqıtı ne menen anıqlanadı?
8. Garmonikalıq sırtqı tásirlerdegi májbúriy terbelislerdiń jiyiligi nege teń?
9. Amplitudalıq rezonanslıq iymekliktiń qanday ózgesheliklerin kórsete alasız?

24-sanlı lekciya. Tolqınlar. Kóldeneń hám boylıq tolqınlar. Tolqın beti hám frontı. Tardıń terbelisi. Tegis sinusoidallıq tolqın. Tolqınnıń qozǵalıs energiyası. Tolqın energiyasınıń aǵımı. Umov vektorı. Tolqınnıń intensivligi. Tolqınlardıń interferenciyası

Sferalıq tolqınlar. Ádtte sfera boyınsha tarqalatuǵın tolqınlar sferalıq tolqınlar dep ataydı. Mısalı radio dinamiginen shıqqan ses tolqınları úlken qashıqlıqlarda sferalıq bet boyınsha tarqaladı. Barlıq noqatları (bóleksheleri) birdey qozǵalıs jasaytuǵın bir tekli ortalıqtıń beti ***tolqınlıq bet*** dep ataladı. Sferalıq tolqınnıń orayında tolqın deregi turatuǵın qálegen sferalıq beti tolqınlıq bet bolıp tabıladı.

Suw betindegi tastı taslap jibergende payda bolatuǵın tolqınlar ***sheńber tárizli tolqınlar*** dep ataladı.

Tolqınlıq qozǵalıslardıń ápiwayı túri bir baǵıtta tarqalatuǵın tolqınlar bolıp tabıladı (nay ishinde bir tárepke tarqalatuǵın ses tolqınları, sterjen boyınsha tarqalatuǵın serpimli tolqınları). Bunday jaǵdayda tolqınlıq bet ***tegis bet*** bolıp tabıladı (naydıń yaki sterjenniń kósherine perpendikulyar bet).

Bóleksheler tolqınnıń taralıw baǵıtında terbeletuǵın tolqınlar ***boylıq tolqınlar*** dep ataladı (mısalı ses tolqınları, súwrette kórsetilgendey nay boyınsha terbeliwshi porshen tárepinen qozdırılǵan tolqınlar). Bólekshelerdiń terbeliwi tolqınnıń taralıw baǵıtına perpendikulyar bolatuǵın tolqınlar kóldeneń tolqınlar dep ataladı. Bunday tolqınlarǵa suw betindegi tegis tolqınlar, elektromagnit tolqınları kiredi. Sonday-aq kóldeneń tolqınlar tartılıp qoyılǵan arqan boyınsha da tarqaladı.

Tolqınlardıń suyıqlıqlarda yamasa gazlerde (hawada) tarqalǵanın qaraǵanımızda bul ortalıqlar bólekshelerden turadı dep esaplaymız (atom hám molekulalar sózleri bóleksheler sózi menen almastırıladı).

Tar boyınsha tarqalatuǵın tolqınlar eń ápiwayı tolqınlar qatarına kiredi. Usı tolqında tolıǵıraq qarayıq. "Tómenge qaray iymeygen" orın tardıń boyı boyınsha belgili bir s tezligi menen qozǵaladı. Qozǵalıs barısında bul orın formasın ózgertpeydi. Tezliktiń bul shaması tardıń materialına hám tardıń keriliw kúshine baylanıslı boladı. c shamasın ***tolqınnıń tarqalıw tezligi*** dep ataymız.

Tegis sinusoidalıq ses tolqını. Joqarıda kórsetilgen súwrettegi porshen ses jiyiliklerinde (16 dan 10000 gc shekem) hám kishi amplitudalar menen qozǵalatuǵın bolsa onda nayda tarqalatuǵın tolqın tegis tolqın bolıp tabıladı. Porshen Ω jiyiligindegi garmonikalıq terbelis jasasa payda bolǵan tolqın sinusoidal tegis tolqın boladı.

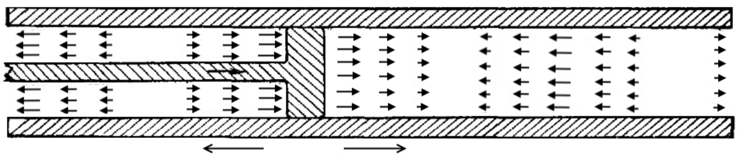
Meyli porshen $y_0(t) = A\cos\omega t$ garmonikalıq terbelis jasasın. Porshenge tiyip turǵan gaz molekulaları da usınday terbelis jasay baslaydı. Porshennen x qashıqlıǵında turǵan bóleksheler $\tau = \frac{x}{c}$ waqtı ótkennen keyin keshigip terbele baslaydı. Sonlıqtan bul bólekshelerdiń terbelisin bılay jazıwǵa boladı:

$$y(x,t) = A\cos\rho(t-\tau) = A\cos\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right). \tag{24.1}$$

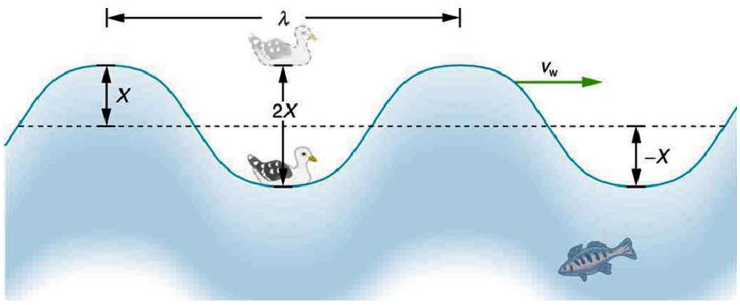
Bul formula ***juwırıwshı tegis sinusoida tárizli tolqınnıń analitikalıq jazılıwı*** bolıp tabıladı. $y(x,t)$ funkciyası koordinata x penen waqıt t nıń funkciyası bolıp tabıladı. Bul formula tolqın dereginen x aralıǵında turǵan bóleksheniń qálegen t waqıt momentindegi teń salmaqlıq haldan awısıwın beredi. Barlıq bóleksheler jiyiligi ω, amplitudası A bolǵan garmonikalıq qozǵaladı. Biraq hárqanday x koordinatalarǵa iye bólekshelerdiń terbeliw fazaları hár qıylı boladı. ***Tolqın frontınıń x kósherine*** perpendikulyar tegislik ekenligi anıq.

$$y = A\cos\omega\left(t + \frac{x}{c}\right) \tag{24.2}$$

funkciyası x kósheriniń teris mánisleri baǵıtında tarqalatuǵın juwırıwshı sinusoidal tolqındı táriyipleydi.



24-1a súwret. Tutas ortalıqlarda terbelislerdi payda etiwge arnalǵan sızılma.



24-1b súwret. Suw betindegi tolqın hám onıń parametrleri.

Tolqındaǵı bólekshelerdiń tezlikleri tómendegidey túrge iye (bul shamanı tezlikler tolqını dep atasaq boladı):

$$v(x,t) = \frac{\partial y}{\partial t} = -A\omega \sin\left(\omega t - \omega \frac{x}{c}\right). \tag{24.3}$$

Birdey fazada terbeletuǵın bir birine eń jaqın turǵan noqatlar aralıǵı ***tolqın uzınlıǵı*** dep ataladı. Bir birinen s qashıqlıǵında jaylaqan noqatlar terbelisindegi fazalar ayırması

$$\varphi_s = \frac{\omega s}{c} = \frac{2\pi s}{(cT)} \tag{24.4}$$

teńliginiń járdeminde anıqlanadı. Bul jerde $T = \frac{2\pi}{\omega}$ sinusoydalıq tolqındaǵı noqatlardıń gramonikalıq terbelisiniń jiyiligi bolıp tabıladı. Bunday jaǵdayda birdey fazada terbeletuǵın bir birine jaqın noqatlar terebelisindegi fazalar ayırması 2π ge teń bolıwı kerek, yaǵnıy:

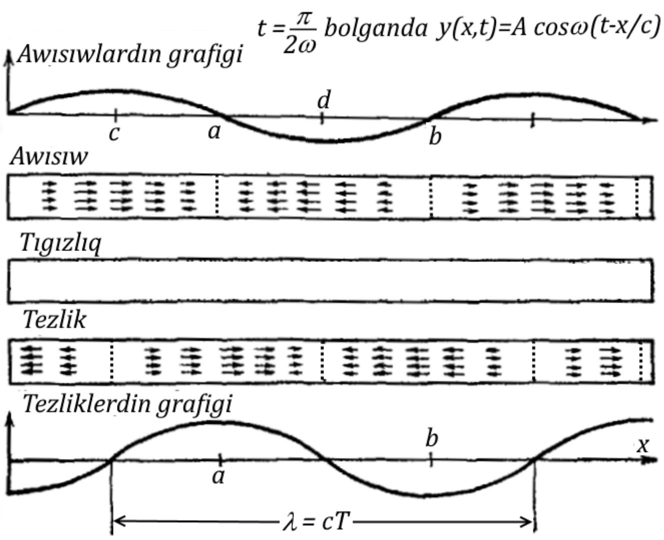
$$\varphi_F = 2\pi = \frac{\omega F}{c} = \frac{2\pi}{cT}. \tag{24.5}$$

Bunnan

$$F = cT \tag{24.6}$$

teńligine iye bolamız.

Tolqın tarqalǵanda bir bóleksheden ekinshilerine ***energiya*** beriledi. Sonlıqtan ***tolqınlıq qozǵalıs keńisliktegi energiyanıń beriliwiniń bir túri bolıp tabıladı***.



$t = \frac{T}{4}$ waqıt momentindegi juwırıwshı sinusoidalıq ses tolqınnıń barlıq noqatlarınıń awısıwı, tıǵızlıǵı, tezlikleri hám olardıń grafikleri. Bólekshelerdiń tezlikleriniń tolqını $v(x,t) = \frac{dy}{dy} = -A\omega \sin\left(\omega t - \frac{\omega x}{c}\right)$ túrine iye.

$$v\,(x,\ t) = \frac{\partial y}{\partial t} = -A\omega \sin\left(\omega t - \frac{\omega x}{c}\right)$$

Ses tolqınınıń energiyası. Bir birlik kólemde jaylasqan bólekshelerdiń kinetikalıq energiyası (yaǵnıy kinetikalıq energiyanıń tıǵızlıǵı)

$$E_{kin} = \frac{1}{2}(\rho_0 + \rho)v^2 \ yamasa \ E_{kin} = \frac{1}{2}\rho_0 v^2 \tag{24.7}$$

shamasına teń. Bul formulalarda ρ_0 arqalı tolqın kelmesten burıngı ortalıqtıń tıǵızlıǵı, ρ arqalı tolqınnıń tásirinde júzege kelgen ortalıqtıń tıǵızlıǵı, v arqalı bólekshelerdiń tezligi belgilengen. ρ nı esapqa almaymız. Bunday jaǵdayda garmonikalıq tolqınnıń qálegen noqatındaǵı kinetikalıq energiyanıń tıǵızlıǵı

$$E_{kin} = \frac{1}{2}\rho_0\omega^2 A^2 \sin^2\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right) \tag{24.8}$$

formulasınıń járdeminde tabıladı.

Endi kólem birligindegi qosımsha qısılıwdan payda bolǵan bir birlik kólemdegi potencial energiyanı esaplaymız. Basımnıń ósimin p arqalı belgileymiz. Tınıshlıqtaǵı (yaǵnıy tolkın kelmesten burınǵa) basım p_0 bolsın. Basım menen kólemniń ózgerisi adiabata nızamı arkalı baylanıslı hám bılayınsha jazıladı:

$$(p_0 + p)(V_0 + V)^{\vartheta} = h_0 V_0^{\vartheta}. \tag{24.9}$$

Bul teńlikte V_0 arqalı tınıshlıqtaǵı kólem, V arqalı tolqındaǵı kólem ósiwi. (24.9)-formulada

$$(V_0 + V)^{\vartheta} = V_0^{\vartheta}\left(1 + \frac{V}{V_0}\right)^{\vartheta} \approx V_0^{\vartheta}\left(1 + \vartheta\frac{V}{V_0}\right)$$

ekenligi esapqa alsaq

$$p = -\vartheta p_0 \frac{V}{V_0} \tag{24.10}$$

teńligine iye bolamız. Tolqınnıń tásirindegi kólemniń ózgerisin tabamız. $Sdx = V_0$ kólemin alamız. Bul ańlatpada S arqalı naydıń kese-kesiminiń maydanı belgilengen. Awısıwdıń saldarınan bólaksheler

$$V_0 + V = S\left(dx + \frac{\partial y}{\partial x}dx\right) \tag{24.11}$$

kólemin iyeleydi.

Bunnan kólemniń mınaday shamaǵa teń bolatuǵınlıǵına isenemiz:

$$V = S\frac{\partial y}{\partial x}dx. \tag{24.12}$$

(24.12)-ańlatpanı (24.10)-ańlatpaǵa qoysaq tolqındaǵı basımnıń ózgerisin alamız:

$$p = -\vartheta\frac{p_0}{V_0}S\frac{\partial y}{\partial x}dx = -\vartheta\frac{p_0}{Sdx}S\frac{\partial y}{\partial x}dx = -\vartheta p_0\frac{\partial y}{\partial x}dx. \tag{24.13}$$

Bul formula boyınsha basımnıń ósimi $\frac{\partial y}{\partial x}$ tuwındısına tuwrı proporcional, al belgisi boyınsha qarama-qarsı. Sestiń ortalıqtaǵı tezliginiń $c = \sqrt{\vartheta\frac{p_0}{\rho_0}}$ shamasına teń ekenligi esapqa alsaq, onda (24.13)-qatnaslardı bılayınsha jaza alamız:

$$p = -\rho_0 c^2\frac{\partial y}{\partial x}. \tag{24.14}$$

Demek (24.1) tolqınına tómendegidey basımlar tolqını sáykes keledi:

$$p(x,t) = -\rho_0 c^2 \frac{A\omega}{c} \sin\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right) = -\rho_0 c A\omega \sin\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right). \quad (24.15)$$

Demek basımnıń terbelisi fazası boyınsha barlıq waqıtta da bólekshelerdiń tezliginiń terbelisine sáykes keledi. Berilgen waqıt momentinde kinetikalıq energiyanıń tıǵızlıǵı úlken bolsa qısılıwǵa sáykes keletuǵın potencial energiya da óziniń úlken mánisine iye boladı.

Potencial energiya gazdıń basımın úlkeytiwge (yamasa kishireytiwge) yaki kólemin úlkeytiw (yaki kishireytiw) ushın islengen jumısqa teń. Basım menen kólem kishi shamalarǵa ózgergende olar arasında proporcionlallıq orın aladı dep esaplaymız. Sonlıqtan kólem birliginiń potencial energiyasınıń bılay jazılıwı múmkin:

$$E_{pot} = -\frac{pV}{2V_0}. \quad (24.16)$$

Bul formulaǵa (24.6)-formulanı qoysaq potencial energiyanıń tıǵızlıǵın tabamız:

$$E_{pot} = \frac{1}{2}\rho_0 c^2 \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2. \quad (24.17)$$

Demek potencial energiyanıń tıǵızlıǵınıń ózgeriw tolqını

$$E_{pot} = \frac{1}{2}\rho_0 c^2 \left[\frac{\partial}{\partial x} A\cos\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right)\right]^2 = \frac{1}{2}\rho_0 A^2\omega^2 \sin^2\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right) \quad (24.18)$$

túrinde jazıladı eken.

Energiyanıń eki túri (potencial hám kinetikalıq) ushın alınǵan formulalardı salıstırıp kórip qálegen waqıt momentinde tolqınnıń qálegen noqatında kinetikalıq hám potencial energiyalardıń tıǵızlıqları birdey bolatuǵınlıǵın kóremiz. Sonlıqtan tolıq energiyanıń tıǵızlıǵı

$$E = E_{pot} + E_{kin} = \rho_0 A^2\omega^2 \sin^2\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right) \quad (24.19)$$

formulasınıń járdeminde anıqlanadı.

Δt kishi waqıtı ishinde tolqınlıq qozǵalıs s Δt uchastkasına tarqaladı. Usıǵan baylanıslı tolqınnıń taralıw baǵıtına perpendikulyar qoyılǵan bir birlik maydan arqalı Δt waqıtı ishinde

$$\Delta U = Ec\Delta t \quad (24.20)$$

muǵdarındaǵı energiya ótedi. $\frac{\Delta U}{\Delta t}$ shamasın energiyanıń aǵısı dep ataymız hám onı U_e arqalı belgileymiz. Bunday jaǵdayda

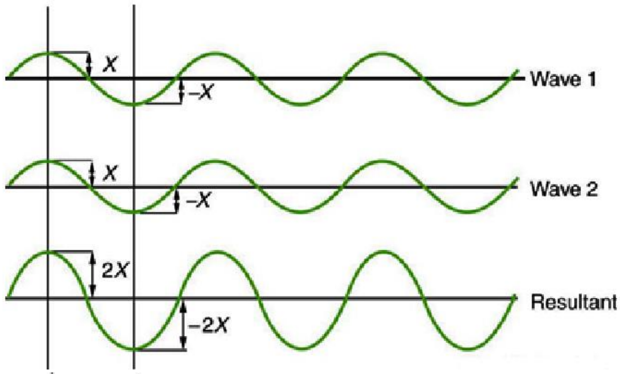
$$U_e = \frac{\Delta U}{\Delta t} = Ec = \rho_0 A^2\omega^2 c \sin^2\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right) \quad (24.21)$$

formulasına iye bolamız.

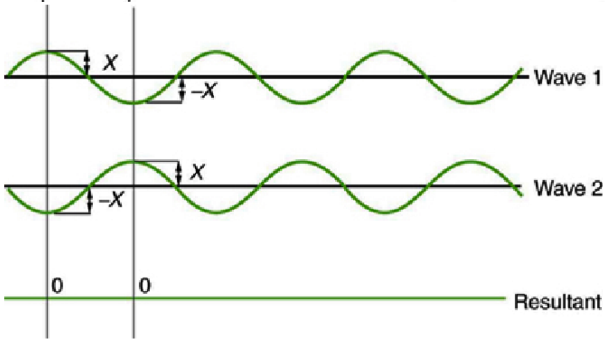
Energiyanıń aǵısın vektor menen táriyipleydi (demek energiyanıń aǵısı vetorlıq shama bolıp tabıladı). Bul vektordıń baǵıtı tolqınnıń tarqalıw baǵıtına sáykes keledi. Al san shaması tolqın taralıw baǵıtına perpendikulyar qoyılǵan bettiń bir birliginen waqıt birliginde aǵıp ótken tolqın energiyasınıń muǵdarına teń. Bul vektordı **Umov vektorı** (Umov-Poynting vektorı) dep ataydı.

Tolqınlardıń qosılıwı (interferenciyası). Bir ortalıqta bir waqıtta hár qıylı terbelis oraylarınan shıqqan tolqınlardıń tarqalıwı múmkin.

Hár túrli tolqın dereklerinen tarqalatuǵın tolqınlardıń eki túrli sistemaları bir ortalıqqa kelip jetkende qosılıp, keyin qaytadan ajıralıp keteuǵın bolsa, tolqınlardıń eki sisteması da bir biri menen ushırasaman degenshe qanday bolıp tarqalǵan bolsa, ushırasıwdan keyin de sonday bolıp tarqalıwın dawam ete beredi. Tolqınlardıń tarqalıwındaǵı usınday bir birinen ǵárezsizlik principi ***superpoziciya principi*** dep ataladı. Bul princip tolqınlıq processlerdiń basım kópshiligine tán boladı.

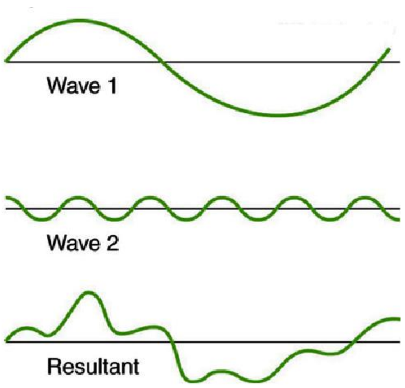


Tolqın uzınlıqları, amplitudaları (X) hám fazaları birdey bolǵan eki tolqındı qosıwǵa mısal. Qosındı tolqınnıń amplitudası 2X shamasına teń boladı.



Tolqın uzınlıqları menen amplitudaları birdey, al fazaları qarama-qarsı bolǵan eki tolqındı qosıwǵa mısal. Tolqınlardıń qosındısı nolge teń boladı.

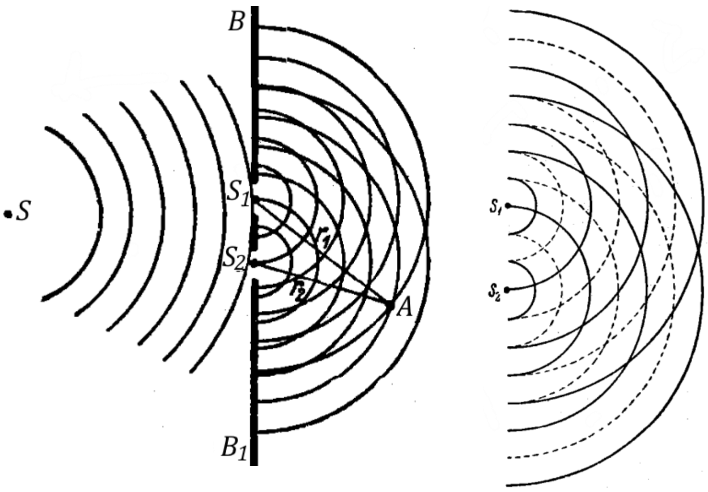
Suwǵa eki tas taslap, superpoziciya principin ańsat baqlawǵa boladı. Taslar túsken oranlarda payda bolǵan saqıyna tárizli tolqınlar bir biri arqalı ótkennen keyin burıngısınsha saqıyna tárizli bolıp taralıwın dawam etedi.



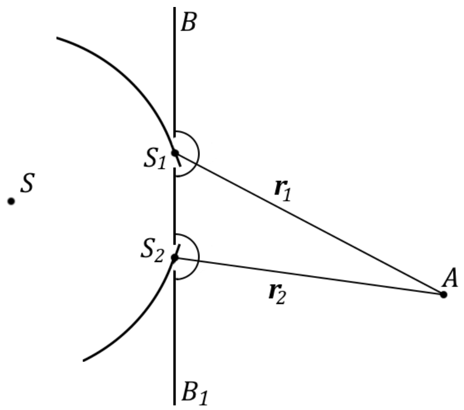
Tolqın uzınlıqları da, fazaları da hár qıylı bolǵan eki tolqındı qosıwdıń nátiyjesi.

Tolqınlar bir biri menen qosılǵan orınlarda terbelisler betlesip, tolqınlardıń qosılıw qubılısı ***tolqınlardıń interferenciyası*** bolıp tabıladı. Usınıń nátiyjesinde ayırım orınlarda terbelisler kúsheyedi, al basqa orınlarda terbelisler hálsireydi. Ortalıqtıń hár bir noqatındaǵı qosındı terbelis usı noqatqa kelip jetken barlıq terbelislerdiń qosındısınan turadı.

Qosılatuǵın tolqınlar derekleri birdey jiyilik penen terbelip, terbelis baǵıtları birdey, fazaları da birdey yamasa fazalar ayırması turaqlı bolǵan jaǵday ayrıqsha qızıqlı boladı. Bunday tolqın dereklerin ***kogerentli*** dep ataydı. Bunday jaǵdayda ortalıqtıń hár bir noqatındağı qosındı terbelistiń amplitudası waqıtqı baylanıslı ózgermeydi. Terbelislerdiń usılayınsha qosılıwı ***kogerentli tolqın dereklerinen bolǵan interferenciya*** dep ataladı.



24-2 súwret.
S_1 hám S_2 sańlaqlarınan tarqalatuǵın tolqınlardıń ornalasıwı.



24-3 súwret. S_1 hám S_2 dereklerinen shıqqan tolqınlardıń A noqatındaǵı amplitudasın tabıwǵa arnalǵan súwret.

S sferalıq tolqın deregin alayıq (24-2 súwrette kórsetilgen). Tolqınnıń taralıw jolına S ke qarata simmetriyalı S_1 hám S_2 sańlaqları bar VV_1 ekranı qoyılǵan. Gyuygens principi boyınsha S_1 menen S_2 sańlaqları da tolqın derekleri bolıp tabıladı. Olardıń S terbelis dereginen qashıqları birdey bolǵanlıqtan, olar birdey amplituda hám fazada terbeledi. BB_1 ekranınıń oń tárepinde sferalıq eki tolqın taraladı hám usı ortalıqtıń hár bir noqatındaǵı terbelis usı eki tolqınnıń qosılıwınıń saldarınan payda boladı. S_1 menen S_2 noqatlarınan qashıqlıqları r_1 hám r_2 bolǵan A noqatındaǵı tolqınlardıń qosılıwın qarayıq. A noqatına jetip kelgen tolqınlar terbelisleri arasında fazalar ayırması bolıp, bul ayırma r_1 hám r_2 shamalarına baylanıslı boladı.

Fazaları birdey S_1 menen S_2 derekleriniń terbelislerin bılayınsha jazıwǵa boladı:

$$x_1 = a_0 \cos \omega t, \quad x_2 = a_0 \cos \omega t.$$

S_1 menen S_2 dereklerinen A noqatın kelip jetken terbelisler bılayınsha jazıladı:

$$x_1 = a_1 \cos 2\pi \left(\nu t - \frac{r_1}{\lambda}\right),$$
$$x_2 = a_2 \cos 2\pi \left(\nu t - \frac{r_2}{\lambda}\right).$$

Bul ańlatpadaǵı $\nu = \omega / 2\pi$ shaması terbelisler jiyiligi bolıp tabıladı. Anıqlama boyınsha $\frac{a_1}{a_2} = \frac{r_1}{r_2}$. Eger $|r_2 - r_1| \ll r_1$ teńsizligi orınlanatuǵın bolsa, onda juwıq túrde $a_1 \approx a_2$ dep esaplawǵa boladı.

Solay etip A noqatında qosılatuǵın terbelislerdiń fazalar ayırması

$$\Delta\alpha = 2\pi \frac{(r_2 - r_1)}{\lambda}$$

shamasına teń boladı.

Qosındı terbelistiń amplitudası qurawshı terbelislerdiń fazalar ayırmasına baylanıslı boladı, al fazalar ayırması nolge teń yamasa 2π ge pútin san eseli mániske iye bolsa, onda amplituda qurawshı terbelisler amplitudalarınıń qosındısına teń maksimum mánisine jetedi. Eger fazalar ayırması π ge yamasa taq san eselengen π ge teń bolsa, onda amplituda qurawshı amplitudalardıń ayırmasına teń, yaǵnıy minimum mániske iye boladı. Sonlıqtan eki terbelistiń A noqatına kelip jetken momentte Δα fazalar ayırmasınıń qanday bolatuǵınlıǵına baylanıslı A noqatında ya maksimum, ya minimum terbelis baqlanadı. Usı aytılǵanlar boyınsha A noqatında amplitudanıń mánisiniń maksimum bolıw shárti mınaday boladı:

$$\Delta\alpha = 2\pi\frac{(r_2 - r_1)}{\lambda} = \pm 2k\pi.$$

Bul ańlatpada $k = 0, 1, 2, \ldots$. Demek

$$|r_2 - r_1| = k\lambda$$

bolǵanda terbelisler maksimumı baqlanadı. Demek tolqınlar júrisleri ayırması nolge yamasa tolqın uzınlaǵınıń pútin san eselengen mánisine teń bolatuǵın noqatlarda amplituda maksimum mánisine jetedi.

A noqatında amplituda mánisiniń minimumǵa teń bolıw shárti tómendegidey boladı:

$$\Delta\alpha = 2\pi\frac{(r_2 - r_1)}{\lambda} = \pm(2k \pm 1)\pi.$$

Bul ańlatpada da $k = 0, 1, 2, \ldots$. Demek usı jaǵdayda júrisler ayırması

$$|r_2 - r_1| = (2k \pm 1)\frac{\lambda}{2}$$

ge teń. Demek tolqınlar arasındaǵı júrisler ayırması yarım tolqınlardıń taq sanına teń bolatuǵın noqatlarda amplituda minimum mánisine teń boladı.

Fazalar ayırması $\pm 2\pi k$ menen $\pm(2k+1)\pi$ aralıǵında mánislerge teń bolsa terbelislerdiń kúsheyiw yamasa hálsirewiniń ortasha mánisleri baqlanadı.

Usı aytılǵanlar menen birge bir ortalıqta eki tolqınnıń betlesiwi nátiyjesinde hár qıylı noqatlarda amplitudaları hár qıylı bolatuǵın terbelisler payda boladı. Bul jaǵdayda ortalıqtıń hár bir noqatında (noqattıń kogerentli dereginen qashıqlıqlarınıń ayırmasınıń mánisine baylanıslı) amplitudanıń maksimum yamasa minimum yamasa olardıń aralıq mánisi baqlanadı.

25-sanlı lekciya. Turǵın tolqınlar. Ses hám onıń tábiyatı. Akustika elementleri. Sestiń parametrleri: kúshi, biyikligi, tembri. Sestiń basımı. Sestiń intensivligi. Sestiń kúshiniń birlikleri

Turǵın tolqınlar. Turǵın tolqınlar dep atalatuǵın tolqınlar eki tolqınnıń interferenciyasınıń nátiyjesinde alınadı. Turǵın tolqınlar amplitudaları birdey, qarama-qarsı baǵıtlarda tarqalatuǵın eki tegis tolqınnıń betlesiwiniń nátiyjesinde payda boladı.

Amplitudaları birdey bolǵan eki tegis tolqınnıń birewi u kósheriniń oń baǵıtında, ekinshisi u tiń teris baǵıtında tarqaladı dep esaplayıq. Qarama-qarsı tarqalatuǵın tolqınlardıń fazaları birdey bolıp keletuǵın noqattı koordinatalar bası dep alıp hám waqıttı dáslepki fazaları nolge teń bolatuǵın waqıt momentinen esaplaytuǵın bolsaq usı eki tegis tolqınnıń teńlemelerin tómendegi túrde jazıwǵa boladı: u kósheriniń oń baǵıtı menen tarqalatuǵın toqın ushın:

$$x_1 = a\cos 2\pi\left(\nu t - \frac{y}{\lambda}\right),$$

al u kósheriniń teris bağıtı menen tarqalatuğın tolqın ushın

$$x_2 = \mathrm{a}\cos 2\pi\left(\nu t + \frac{y}{\lambda}\right)$$

ańlatpaların jaza alamız. Bul eki tolqındı qossaq

$$x = x_1 + x_2 = a\cos 2\pi\left(\nu t - \frac{y}{\lambda}\right) + \mathrm{a}\cos 2\pi\left(\nu t + \frac{y}{\lambda}\right)$$

túrindegi ańlatpağa iye bolamız. Bul teńleme bir qatar algebralıq túrlendiriwlerden keyin bılay jazıladı:

$$x = 2a\cos\left(2\pi\frac{y}{\lambda}\right)\cos 2\pi\nu t. \tag{25.1}$$

Usı eki tolqınnıń amplitudaları hár qıylı bolsın hám olardı A hám B arqalı belgileyik. Bunday jağdayda tómendegilerdi alamız:

y kósheriniń oń bağıtında tarqalatuğın tolqın ushın:

$$x_1 = A\cos\omega\left(t - \frac{y}{c}\right). \tag{25.2}$$

Al oğan qarama-qarsı bağıtta tarqalatuğın tolqın ushın:

$$x_2 = B\cos\omega\left(t + \frac{y}{c}\right). \tag{25.3}$$

Eki tolqınnıń qosılıwınan payda bolğan tolqın eki tolqınnıń qosındısınan turadı, yağnıy

$$x = x_1 + x_2 \tag{25.4}$$

x_2 tolqının eki juwırıwshı tolqınnıń qosındısı túrinde bılay jaza alamız:

$$x_2 = A\cos\omega\left(t + \frac{y}{c}\right) + (B - A)\cos\omega\left(t + \frac{y}{c}\right). \tag{25.5}$$

Bunday jağdayda

$$\begin{aligned} x = x_1 + x_2 = A\cos\omega\left(t - \frac{y}{c}\right) + A\cos\omega\left(t + \frac{y}{c}\right) + (B - A)\cos\omega\left(t + \frac{y}{c}\right) = \\ = 2A\cos\frac{\omega y}{c}\cos\omega t + (B - A)\cos\omega\left(t + \frac{y}{c}\right). \end{aligned} \tag{25.6}$$

Nátiyjede alıngan tolqın tómendegidey eki tolqınnıń qosındısınan turadı:

$2A\cos\frac{\omega y}{c}\cos\omega t$ ***turğın tolqın***, al

$(B - A)\cos\omega\left(t + \frac{y}{c}\right)$ ***juwırıwshı tolqın*** dep ataladı.

$B = A$ bolğan jağdayda qosındı tolqın tek turğın tolqınnan turadı. Bul shártke ayrıqsha áhmiyet beriw kerek. Sebebi qosılıwshı tolqınlar amplitaları óz-ara teń bolmasa turğın tolqın (bir orındağı terbelisler) alınbaydı, al bul jağdayda juwırıwshı tolqınğa iye bolamız.

Qosılıwshı eki tolqınnıń amplitudaları birdey bolatuǵın jaǵdaydı qarawdı dawam etemiz. (25.1)-ańlatpadaǵı cos(2πνt) kóbeytiwshisi ortalıq noqatlarında jiyiligi qarama-qarsı tarqalatuǵın tolqınlardıń jiyiligindey terbelistiń payda bolatuǵınlıǵın kórsetedi. Waqıtqa ǵárezli emes 2acos(2πu/λ) kóbeytiwshisi qosındı terbelistiń A amplitudasın táriyipleydi. Dálirek aytqanda tek oń shama bolıp qalatuǵın amplituda usı kóbeytiwshiniń absolyut mánisine teń:

$$A = \left|2a\cos 2\pi\frac{y}{\lambda}\right|. \tag{25.7}$$

Bul ańlatpada amplitudanıń mánisiniń y koordinatasına ǵárezli bolatuǵınlıǵı kórinip tur. Bul payda bolǵan terbelisti ***turǵın tolqın*** dep ataymız. Turǵın tolqınnıń amplitudası belgili bir noqatlarda qurawshı terbelisler amplitudalarınıń qosındısına teń boladı. Bunday noqatlar turǵın tolqınlardıń ***shoǵırları*** dep ataladı. Basqa noqatlarda qosındı amplituda nolge teń. Usınday noqatlar turǵın tolqınlardıń ***túyinleri*** dep ataladı.

SHoǵırlar menen túyinler noqatlarınıń koordinataların anıqlayıq. (25.7) boyınsha

$$\left|2a\cos 2\pi\frac{y}{\lambda}\right| = 1$$

bolatuǵın noqatlarda amplituda maksimal mánislerge jetedi. Bul noqatlarda (28) boyınsha $A = 2a$.

Demek shoǵırlardıń geometriyalıq ornı

$$2\pi\frac{y}{\lambda} = \pm k\pi$$

shárti menen anıqlanadı ($k = 0, 1, 2, \ldots$). Olay bolsa shoǵırlardıń koordinataları

$$y = \pm\, k\frac{\lambda}{2} \tag{25.9}$$

ge teń boladı ($k = 0, 1, 2, \ldots$).

Eger k nıń qońsılas eki mánisi ushın y tıń (30) formula boyınsha anıqlanatuǵın eki mánisiniń ayırmasın alsaq, onda qońısılas eki shoǵır arasındaǵı qashıqlıq bılay esaplanadı:

$$y_{k+1} - y_k = \frac{\lambda}{2},$$

yaǵnıy qońsılas eki shoǵır arası interferenciya nátmiyjesinde berilgen turǵın tolqın payda bolatuǵın tolqınlar uzınlıǵınıń yarımına teń boladı. SHoǵırlar payda bolatuǵın orınlarda eki tolqınnıń terbelisleriniń bir fazada bolatuǵınlıǵı sózsiz.

Túyinlerde qosındı terbelistiń amplitudası nolge teń. Sonlıqtan (28)-formula boyınsha túyinniń payda bolıw shárti mınaday boladı:

$$\cos 2\pi\frac{y}{\lambda} = 0 \; yamasa \; 2\pi\frac{y}{\lambda} = \pm(2k + l)\frac{\pi}{2}.$$

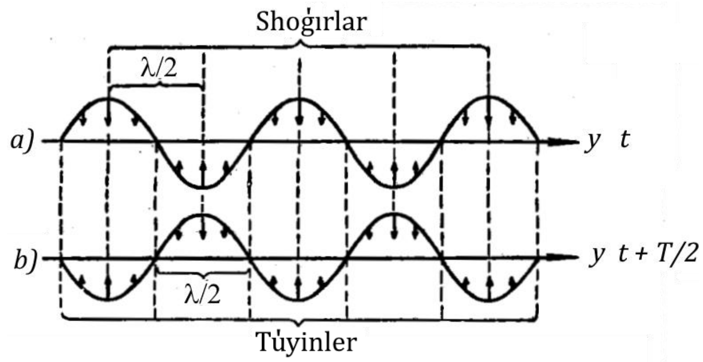
Olay bolsa túyinlerdiń koordinataları

$$y = \pm(2k\ +\ 1)\frac{\lambda}{4}$$

shamasına teń boladı. demek túyinniń eń jaqın jatqan shoǵırdan qashıqlıǵı mınaǵan teń:

$$(2k+1)\frac{\lambda}{4} - k\frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{4},$$

yaǵnıy túyinler menen shoǵırlar arası tolqın uzınlıǵınıń sheregine teń bolatuǵınlıǵın kóremiz. Eki tolqınlaǵı terbelisler qarama-qarsı fazalarda ushırasatuǵın orınlarda túyinler payda boladı.



94-súwret. Garmonikalıq terbelislerdi qosıw ushın arnalǵan súwret.

Turǵın tolqındı kompyuterler járdeminde baqlaw qızıqlı nátiyjelerdi beredi.

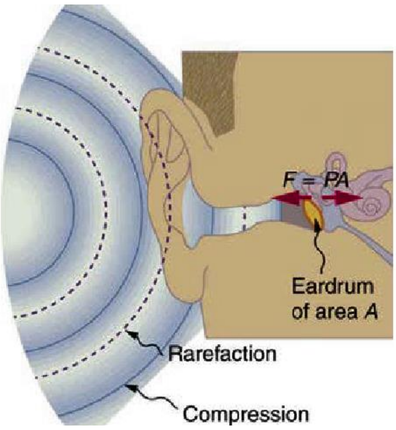
Tómende eki tolqınnıń qosılıwınan payda bolatuǵın juwırıwshı hám turǵın tolqınlardı kompyuter ekranına shıǵarıw ushın tolqin programması keltirilgen:

```
program tolqin;
uses crt, Graph;
const q=1.4; a1=50;  a2=100; nj=0.01;
var
    z, t, gd, gm :   integer;
    x1, x2, x3, x5 :   real;
    color:   word;
begin
   gd:=detect; initgraph(gd,gm,' ');     SetLineStyle(0,0,1);     color:=GetMaxColor;
   SetLineStyle(0,0,1);
    for z:=0 to 300 do begin;
    for t:=0 to 400 do begin;
x1:=a1·cos(2·pi·nj·(t+z)); x2:=a2·cos(2·pi·nj·(t-z));   x3:=x1+x2;
line (10,250,600,250); putpixel (round(10+t·q),round(250+x1),color);
putpixel (round(10+t·q),round(250+x2),color);
putpixel (round(10+t·q),round(250+x3),1);
circle  (round(10+t·q),round(250+x3),2); end;   clearviewport;   end;   readln;
closegraph;  end.
```

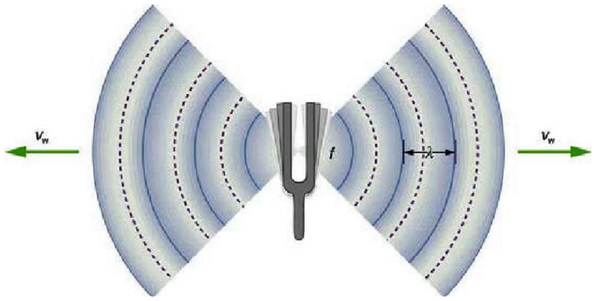
Bul programmada q kompyuter ekranındaǵı masshtabtı beriwshi turaqlı shama, al menen a2 ler eki tolqınnıń amplitudasına teń. nj arqalı tolqınlar jiyiligi berilgen.

Juwırıwshı tolqın jaǵdayında noqatlardıń awıtqıwı u kósherine parallel. Juwırıwshı turǵın tolqın jaǵdayında noqatlardıń arası yarım dáwirge teń eki waqıt momentlerindegi orınları joqarıdaǵı a) hám b) súwretlerde kórsetilgen. Terbeliwshi noqatlardıń tezlikleri nolge teń bolatuǵın túyinlerde ortasha tıǵızlıǵınıń birden tez ózgeredi - bóleksheler túyinge eki tárepten de birese jaqınlap, birese onnan qashıqlaytuǵınlıǵın kóremiz.

Turǵın tolqınlar ádette ilgeri qaray tarqalıwshı hám (shaǵılısıp) keri qaytıwshı tolqınlardıń interferenciyasınıń nátiyjesinde payda boladı. Mısalı jiptiń bir ushın mıqlap baylap qoysaq, sol jip baylanǵan jerden shaǵılısqan tolqın ilgeri tarqalıwshı tolqın menen interferenciyalanadı hám turǵın tolqın payda boladı. Bul jaǵdayda qozǵalmay qalatuǵın túyin noqatlarınıń bir birinen qashıqlıqları ilgeri tarqalıwshı tolqın uzınlıǵınıń yarımına teń, al jiptiń bekitilgen jerinde, yaǵnıy tolqın shaǵılısatuǵın orında túyin payda boladı.



Adamnıń ulaǵınıń qurılısı.


Kamertonda qozdırılǵan terbelislerdeń ses tolqınlarınıń tarqalıwı.

Fizikalıq akustikanıń tiykarları. Hawada tarqalatuǵın jiyiligi 20 dan 20000 Gc ke shekemgi serpimli tolqınlar adamlardıń qulaǵına jetip dawıs (ses) sezimin payda etedi. Sonlıqtan usınday tolqınlardı ses tolqınları dep ataydı. Tar mániste akustika dep ses haqqındaǵı tálimattı túsinedi. Biraq házirgi waqıtları akustika ilimi tek adamlardıń qulaqları sezetuǵın tolqınlardı ǵana emes, al basqa qálegen ortalıqlardaǵı tarqala alatuǵın mexanikalıq tolqınlardı da izertleydi. Jiyiligi 20 Gc ten kishi bolǵan serpimli tolqınlardı infrases, al 20000 Gc ten úlken bolǵan tolqınlardı ultrases dep ataydı.

Suyıqlıqlar menen gazlerdegi ses tolqınları tek boylıq tolqınlar bolıp tabıladı.

Ses tolqınınıń tezligi. Serpimli ortalıqlarda tarqalatuǵın boylıq tolqınlardıń tezligi

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

formulasınıń járdeminde esaplanadı. Bul formulada E arqalı ortalıq ushın Yung moduli, al ρ arqalı ortalıqtıń tıǵızlıǵı belgilengen.

Uzınlıǵı l ge teń bolǵan sterjen ushın Yung moduliniń shaması

$$E = -\frac{p_n}{\varepsilon} = -\frac{p_n}{\frac{\Delta l}{l}}$$

formulasınıń járdeminde anıqlanadı. Bul formulada $\frac{\Delta l}{l} = \varepsilon$ arqalı salıstırmalı uzayıw, al p_n arqalı sterjendegi serpimli kernew belgilengen.

Gaz baǵanası ushın p_n shamasın gazdi qısatuǵın qosımsha basım bolǵan Δp shaması menen, al salıstırmalı sızıqlı uzayıwdı salıstırmalı kólemlik deformaciya $\frac{\Delta V}{V}$ menen almastırıw múmkin. Sebebi gaz baǵanası tek óziniń uzınlıǵınıń baǵıtında, yaǵnıy tolqınnıń tarqalıw baǵıtında qısıladı. Usınday jaǵdayǵa baylanıslı gaz ushın

$$E = -\frac{\Delta p}{\frac{\Delta V}{V}} \tag{33}$$

ańlatpasına iye bolamız. Biz bul formulanı keltirip shıǵarǵanda ortalıqtıń uchastkalarınıń qısılıwı menen sozılıwı izotermalıq ráwishte júredi dep boljadıq. Qattı denelerde (ásirese elektr toǵın jaqsı ótkeretuǵın metallarda) úlken jıllılıq ótkizgishlik orın alǵanlıqtan bunday boljaw orınlı bolıp tabıladı. Gazler bolsa kemirek jıllılıq ótkizgishlikke iye. Sonlıqtan qısılıw (bunday uchastkalar qızadı) hám sozılıw (gazlerdegi sozılıw haqqında gáp etkenimizde siyreksiwdi názerde tutamız, gazdiń siyreksiwi temperaturanıń tómenlewine alıp keledi) orın alatuǵın uchastkalar jıllılıq almasıp úlgermeydi. Bul jaǵday gazdiń serpimliginiń joqarılawına alıp keledi.

Gazdiń qısılıwı menen siyreksiwin adiabatalıq ráwishte (yaǵnıy jıllılıq almasıwsız) júredi dep esaplaw durısıraq boladı. Usı jaǵdayǵa baylanıslı (33)-ańlatpanı

$$E = V\frac{\Delta p}{\Delta V}$$

túrinde kóshirip jazamız. Shekli ósimdi differencial menen almastıramız:

$$E = V\frac{dp}{dV}. \tag{34}$$

$\frac{dp}{dV}$ tuwındısınıń shamasın adiabatalıq process ushın

$$pV^{\gamma} = const \tag{35}$$

túrinde jazılatuǵın Puasson teńlemesinen tabamız. Bul teńlemedegi $\gamma = \frac{c_p}{c_V}$ shaması turaqlı basımdaǵı jıllılıq sıyımlıǵınıń turaqlı basımdaǵı jıllılıq sıyımlıǵına qatnası bolıp tabıladı.

Puasson teńlemesin V kólemi boyınsha differenciallap

$$\frac{dp}{dV}V^{\gamma} + p\gamma V^{\gamma-1} = 0$$

túrindegi ańlatpaǵa iye bolamız. Bul ańlatpadan

$$\frac{dp}{dV} = -\frac{\gamma p}{V} \tag{36}$$

teńlemesin alamız. Bul ańlatpanı (34)-ańlatpaǵa qoysaq

$$E = \gamma p$$

teńliginiń orın alatuǵınlıǵın kóremiz. Endi sestiń tezligi ushın jazılǵan (32)-formula

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} \tag{37}$$

túrine iye boladı. Bul formulada basım p bar. Biraq usınday jaǵdayǵa qaramastan sestiń tezligi gazdiń basımınan ǵárezli emes. Haqıyqatında da (37)-formulaǵa ideal gazdiń hal teńlemesinen (yaǵnıy $pV = RT$ teńlemesinen, V arqalı gaz molekulalarınıń 1 moliniń kólemi,

T arqalı onıń temperaturası, al R arqalı universallıq gaz turaqlısı belgilengen) gazdiń basımın qoysaq hám $\rho V = \mu$ teńligininiń orın alatuǵınlıǵın esapqa alsaq (μ arqalı molekulalıq salmaq belgilengen), onda gazdegi sestiń tezligi ushın

$$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}} \tag{38}$$

túrindegi formulaǵa iye bolamız. Bul formuladan sestiń gazdegi tezligininiń gazdiń basımınan ǵárezli emes ekenligin, al $\sqrt{T}$ shamasına proporcional ekenligin kóremiz (berilgen gaz ushın γ, μ, R shamaları turaqlı shamalar bolıp tabıladı).

Speed of Sound in Various Media

Medium	v (m/s)	Medium	v (m/s)	Medium	v (m/s)
Gases		**Liquids at 25°C**		**Solids**[a]	
Hydrogen (0°C)	1 286	Glycerol	1 904	Pyrex glass	5 640
Helium (0°C)	972	Seawater	1 533	Iron	5 950
Air (20°C)	343	Water	1 493	Aluminum	6 420
Air (0°C)	331	Mercury	1 450	Brass	4 700
Oxygen (0°C)	317	Kerosene	1 324	Copper	5 010
		Methyl alcohol	1 143	Gold	3 240
		Carbon tetrachloride	926	Lucite	2 680
				Lead	1 960
				Rubber	1 600

Artıqmash ses basımı. Ses gazde yamasa suyıqlıqta tarqalǵanda qısılıw hám siyreksiw oblastların payda etedi. Bunday oblastlarda basım ses joq waqıttaǵı p basımına salıstırǵanda Δp shamasına úlkeyedi (qısılıw oblastlarında) yamasa kishireyedi (siyreksiw oblastlarında). Δp basımın artıqmash ses basımı dep ataydı. Gaz ushın artıqmash basımnıń shamasın (36)-ańlatpadan alıwǵa boladı:

$$dp = -\frac{\gamma p}{V} dV.$$

Bul ańlatpada p arqalı ses bolmaǵan jaǵdaydaǵı gazdiń basımı, V arqalı gazdiń elementar uchastkasınıń kólemi (elementar uchastka dep uzınlıǵı ses tolqınınan kishi bolǵan uchastkaǵa aytadı) belgilengen. Kólemniń salıstırmalı ózgerisi bolǵan $\frac{dV}{V}$ shamasın bólekshelerdiń salıstırmalı awısıwı bolǵan $\frac{d\xi}{dx}$ shaması menen almastırıw múmkin. Bunday jaǵdayda

$$dp = -\gamma p \frac{d\xi}{dx} \tag{39}$$

ańlatpasın alamız.

Endi tegis tolqın ushın matematikalıq ańlatpanı

$$\xi = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{v}\right)$$

túrinde jazamız hám onı (39)-ańlatpadaǵı $\frac{d\xi}{dx}$ kóbeytiwshisiniń ornına qoyamız. Sonıń menen birge dp túrindegi sheksiz kishi ósimdi Δp túrindegi shekli ósim menen almastıramız. Nátiyjede artıqmash basımnıń keńisliktegi hám waqıtqa baylanıslı ózgerisi ushın ańlatpanı alamız:

$$\Delta p = \rho v A \omega \cos \omega \left(t - \frac{x}{v}\right). \tag{40}$$

Bul ańlatpadağı kosinustıń aldındağı kóbeyme artıqmash ses basımınıń amplitudası bolıp tabıladı:

$$p_0 = \rho v A\omega. \quad (41)$$

Joqarıdağı formulalardan biz artıqmash ses basımınıń shamasınıń ortalıqtıń xarakteristikasınan da (yağnıy ρ, v shamalarınan) hám tolqınnıń óziniń xarakteristikalarınan da (yağnıy A, ω shamalarınan) ğárezli ekenligin kóremiz. Ortalıqtıń xarakteristikalarınan ğana ğárezli bolğan

$$\rho v = R_a \quad (42)$$

shamasın **akustikalıq qarsılıq dep ataydı** (bul shama akustikalıq omlarda ólshenedi).

$v \sim \frac{1}{\sqrt{\rho}}$ ğárezligi orın alğanlıqtan akustikalıq qarsılıq bolğan $R_a = \rho v$ shaması $\sqrt{\rho}$ shamasına tuwrı proporcional ózgeredi.

Akustikalıq qarsılıq túsinigin paydalanıp artıqmash basım ushın ańlatpanı bılayınsha jazıw múmkin:

$$p_0 = R_a A\omega. \quad (43)$$

Bir ortalıqtan ekinshi ortalıqqa ótkende sestiń jiyiligi menen p_0 artıqmash basımnıń amplitudasınıń mánisleri ózgeriske ushıramaydı. Biraq bunday jağdayda akustikalıq qarsılıq bolğan R_a shaması ózgeretuğın bolğanlıqtan bólekshelerdiń terbelis amplitudaları bolğan A shamasınıń mánisiniń ózgeriwi kerek. Usınıń saldarınan ses tığızlığı kem ortalıqtan tığızlığı joqarı ortalıqqa ótkende akustikalıq qarsılıqtıń shaması neshe ese artatuğın bolsa sestiń amplitudası A da sonsha ese kemeyedi.

Artıqmash ses basımı ushın jazılğan (40)-ańlatpağa qaytıp kelemiz. Bunday jağdayda

$$A\omega \cos \omega \left(t - \frac{x}{v}\right) = \frac{d\xi}{dx} = u$$

túrindegi ańlatpa tolqın processinde qatnasatuğın ortalıqtıń bólekshleriniń tezligi bolğanlıqtan (40)-formulanı bılayınsha kóshirip jazıwğa boladı:

$$\Delta p = \rho v u = R_a u. \quad (44)$$

Solay etip artıqmash ses basımı ortalıqtıń akustikalıq qarsılığı menen bólekshelerdiń terbelmeli qozğalısınıń tezliginiń kóbeymesine teń eken.

Artıqmash besımnıń ózgerisi bólekshelerdiń tezliginiń ózgerisleri menen birdey fazada boladı.

Sestiń xarakteristikaları. Sesti fizikalıq shamalardıń eki sistemasınıń járdeminde táriyiplew múmkin:

- adam tárepinen sesti qabıl etiwdiń ózgesheliklerinen ğárezsiz bolğan xarakteristikalar (bunday xarakteristikalardı ádette obektivlik xarakteristikalar dep ataydı).
- adam tárepinen sesti qabıl etiwdiń ózgesheliklerinen ğárezli bolğan xarakteristikalar (bunday xarakteristikalardı subektivlik xarakteristikalar dep ataydı).

Álbette, joqarıda keltirilgen xarakteristiklar arasında belgili bir baylanıs bar. Biraq bunday baylanıstıń ápiwayı emes ekenligin atap ótiw kerek.

Sestiń obektivlik xarakteristikaları. Bunday xarakteristikalar qatarına qálegen tolqınlıq processti táriyipleytuğın fizikalıq shamalar kiredi. Olar mınalar:

1. Sestiń jiyiligi ν (tolqınlıq processke qatnasatuǵın ortalıqtıń bóleksheleriniń waqıt biriligi ishindegi terbelisleriniń sanı). Sestiń jiyiligi ádette gerclerde (Gc) beriledi (1 Gc = 1 $\frac{1}{s}$).

2. Energiya aǵısınıń tıǵızlıǵı (yamasa sestiń intensivligi). Sestiń intensivligi dep sestiń tarqalıw baǵıtına perpendikulyar qoyılǵan bettiń maydanınıń bir birligi arqalı waqıt birligi ishinde ótetuǵın sestiń energiyasınıń muǵdarına aytadı. Sonlıqtan onıń ólshem birligi $\frac{Dj}{m_2 s}$ yamasa $\frac{Vt}{m^2}$ túrinde jazıladı).

Sestiń intensivligi I jiyiliktiń kvadratına hám ortalıqtıń bóleksheleriniń terbelisleriniń amplitudasınıń kvadratına tuwrı proporcional hám

$$I = \frac{1}{2}\rho A^2 \omega^2 v$$

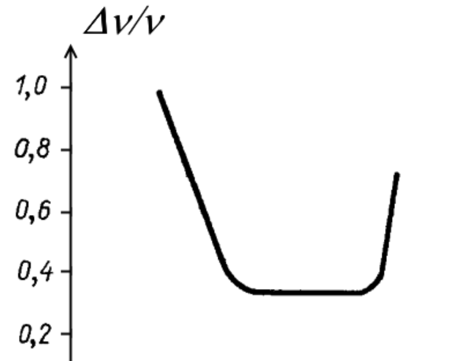
formulasınıń járdeminde esaplanadı. Eger artıqmash basımnıń amplitudası hám akustikalıq qarsılıq túsiniklerinen paydalanatuǵın bolsaq, onda bul formulaǵa basqa túr beriw múmkin

$$I = \frac{1}{2}\frac{p_0^2}{R_a}. \qquad (45)$$

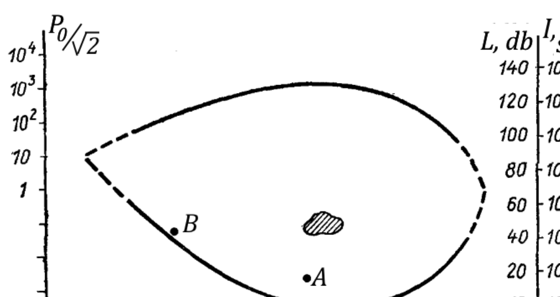
Demek sestiń intensivliginiń shaması artıqmash basımnıń kvadratına tuwrı proporcional, al akustikalıq qarsılıqqa keri proporcional eken.

Sestiń spektrallıq quramı berilgen sestiń qanday jiyiliklerdegi seslerden turatuǵınlıǵın hám sestiń hár bir qurawshısı ushın amplitudanıń qalayınsha tarqalǵanlıǵın kórsetedi.

Sestiń subektivlik xarakteristikaları. Sestiń subektivlik xarakteristikalarınıń qatarına
a) tonnıń biyikligi,
b) sestiń kúshi (gromkost zvuka) hám
c) tembr kiredi.



1-súwret. Adam ushın tájiriybede alınǵan tonnıń biyikliginiń ózgerisin ańlay alatuǵın sestiń jiyiliginiń salıstırmalı ózgerisi $\frac{\Delta \nu}{\nu}$ shamasınıń iymekligi.



2-súwret. Adamnıń qulaǵı ushın tájiriybelerde alınǵan esitiw oblastı.

Tonnıń biyikligi sestiń jiyiligin subektiv túrdegi bahalaw bolıp tabıladı. Jiyilik qanshama kóp bolsa qabıl etiletuǵın sestiń tonı da joqarı boladı. Biraq qulaqtıń jiyiligi boyınsha sesti ayıra alıw qábiletligi jiyiliktiń ózine baylanıslı boladı. 1-súwrette adam ushın tájiriybede alınǵan tonnıń biyikliginiń ózgerisin ańlay alatuǵın sestiń jiyiliginiń salıstırmalı ózgerisi bolǵan $\frac{\Delta \nu}{\nu}$ shamasınıń iymekligi kórsetilgen. Kishi hám úlken jiyiliklerde qulaqtıń tonnıń ózgerisin ańǵarıwı ushın sestiń jiyiliginiń ózgerisiniń shaması úlken bolıwı kerek. 1000 Gc ten 600 Gc ke shekemgi jiyiliklerde (bunday jiyiliklerde qulaq jaqsı esitedi) jiyiliktiń bunday salıstırmalıq ózgerisiniń shaması kishi boladı ($\frac{\Delta\nu}{\nu} = 0{,}3$).

Sestiń kúshi degenimizde sestiń intensivligin subektiv bahalaw názerde tutıladı. Intensivlikti qabıl etiw sestiń jiyiliginen ǵárezli. Qanday da bir jiyilikke hám úlken intensivlikke iye sestiń basqa bir jiyilikke iye, biraq kishirek intensivlikke iye seske salıstırǵanda ádewir ázzirek qabıl etiliwi múmkin.

Tájiriybeler qulaq esitetuǵın sesler oblastında (20 - $20\cdot10^3$ Gc) esitiw ushın eń kishi intensivliktiń (esitiwdiń tabaldırıǵı) orın alatuǵınlıǵın kórsetedi. Eger intensivligi esitiwdiń tabaldırıǵınan kishi intensivlikke iye ses kelip jetse, onda onı qulaq ses túrinde qabıl etpeydi. Sonıń menen birge tájiriybeler hár bir jiyilik ushın awrıw payda etetuǵın tabaldırıqtıń orın alatuǵınlıǵın kórsetedi. Intensivligi usınday tabaldırıqtan úlken bolǵan sesler adam qulaqlarında awrıwdı payda etedi. Sestiń intensivligin awrıw payda etetuǵın tabaldırıqtan joqarılatıw adamnıń qulaqları ushın júdá qáwipli.

Esitiw tabaldırıǵına sáykes keletuǵın noqatlardıń hám awrıw payda etetuǵın tabaldırıqqa sáykes keliwshi noqatlardıń jıynaǵı (I, ν) diagrammasında eki iymeklikti payda etedi. Bul iymeklikler 2-súwrette kesiliwge shekem ekstrapolyaciyalanǵan. 2-súwrettegi eki iymeklik penen shegaralanǵan oblast esitiw oblastı dep ataladı. Áńgimeleskende qollanılatuǵın sesler 2-súwrettegi oblasttıń kishi bólegin iyeleydi (2-súwrette bul oblast shtrixlanǵan). Diagrammadan A noqatına sáykes keletuǵın kishi intensivlikke iye sestiń B noqatına sáykes keletuǵın intensivligi joqarı bolǵan seske salıstırǵanda kúshi esitiletuǵınlıǵı kórinip tur. Sebebi A noqatı B noqatına salıstırǵanda esitiw tabaldırıǵına salıstırǵanda uzagıraq jaylasqan.

Diagrammadan adam qulaǵınıń intensivligi bir birinen 10^{13} ese ayırılatuǵın sesberdi seze alatuǵınlıǵı kórinip tur. Adam qolı menen jaratılǵan hesh bir ásbap ólshenetuǵın shamanıń usınday keń diapazonın ólshey almaydı.

Tájiriybeler sestiń intensivligin (yaǵnıy sestiń kúshin) subektiv bahalawdıń sestiń intensivligine salıstırǵanda ásterek ózgeretuǵınlıǵın kórsetedi: sestiń intensivligi geometriyalıq progressiya boyınsha óskende sestiń kúshi shama menen arifmetikalıq progressiya boyınsha ósedi (yaǵnıy sızıqlı túrde ósedi). Sonlıqtan sestiń kúshin onıń I intensivliginiń baslanǵısh dep esaplanatuǵın bazı bir I_0 shamasına qatnasınıń onlıq logarifmi sıpatında anıqlaw maqsetke muwapıq keledi:

$$L = \lg\frac{I}{I_0}. \tag{46}$$

Eń baslanǵısh intensivlik sıpatında $I_0 = 10^{-9}\ \frac{erg}{sm^2\cdot s}$ shaması qabıl etilgen. Bul jiyilik 1000 Gc bolǵandaǵı esitiw tabaldırıǵı bolıp tabıladı. Bunday intensivlikke sáykes keliwshi sestiń kúshi nolge teń (bunday intensivliktegi sesti adamnıń qulaǵı esitpeydi).

Sestiń kúshi L diń birligi **bel** bolıp tabıladı. Ádette sestiń kúshliligin (sestiń kúshin) decibellerde ańlatadı (db). Bul bólshek birlikti **fon** dep te ataydı:

1 bel = 10 db (fon).

Eger sestiń kúshi decibellerde ańlatılsa, onda (46)-formulanı bılayınsha jazamız:

$$L = 10\lg\frac{I}{I_0}. \tag{47}$$

Adam qulaǵınıń esitiw tabaldırıǵınan awrıw payda etetuǵın tabaldırıqqa shekemgi sestiń intensivliginiń diapazonına nolden 130 db ge shekemgi sestiń kúshi sáykes keledi.

Tómende keltirilgen kestede turmısta jiyi ushırasatuğın bazı bir seslerdiń kúshiniń mánisleri keltirilgen:

Sesler	Kúshi, db	Intensivligi, $\frac{erg}{sm^2 \cdot s}$
Saattıń júrisi	20	10^{-7}
1 m aralıqtağı júrip baratırğan adamnıń ayağınıń dawısı	30	10^{-6}
Áste ańgimelesiw	40	10^{-5}
Qattı sóylew	70	10^{-2}
SHawqım, baqırıs	80	10^{-1}
3 m qashıqlıqtağı samolet dvigateliğiń dawısı.	130	10^{4}

Tembr sestiń spektrallıq quramın subektiv túrdegi bahalaw bolıp tabıladı. Taza ton (taza ses) eń ápiwayı dawıs bolıp tabıladı. Bunday jağdayda ápiwayı garmonikalıq (sinusoidalıq) terbelisti qabıl etiwdi túsinemiz.

Quramalıraq sesler jiyilikleri ν, 2ν, 3ν, ... bolğan taza tonlardıń aralaspası bolıp tabıladı. Sestiń biyikligi tiykargı ν jiyiligi boyınsha anıqlanadı. Jiyilikleri jiyilikleri ν, 2ν, 3ν, ... shamalarına teń garmonikalar bolsa (obertonlar) sestiń tembrin payda etedi. Garmonikalardıń amplitudaları A_2, A_3, ... ler tiykargı tonnıń amplitudası A_1 den kishi. Al garmonikanıń fazaları φ_1, φ_2, φ_3, ... ler ıqtıyarlı bolıwı múmkin:

$$\xi_n = A_n \sin(\omega_n t + \varphi_n).$$

Akkord eki yamasa onnan de kóp sanlı taza tonlardıń bir waqıtta beriliwi bolıp tabıladı. Akkord jağımlı tásirdi de, jağımsız tásirdi de payda ete aladı. Birinshi jağdayda onı konsonans, al ekinshi jağdayda dissonans dep ataydı.

Sorawlar:

1. Ses degenimiz ne hám akustika qanday fizikalıq qubılıslardı úyrenedi?
2. Gazlerdegi sestiń tezligi ushın jazılatuğın formulanı keltirip shığarıńız. Ses tolqınındağı gazdiń ózgerislerin ádette adiabatalıq process dep esaplaydı. Nelikten? Nelikten sestiń tezligi basımnın ǵárezli emes?
3. t = 20°C temperaturadağı kislorodtağı, azotdağı hám vodorodtağı sestiń tezligin esaplańız. Suyıqlıqlardağı sestiń tezligin esaplağanda qanday formulanı paydalanıw kerek? Suwdağı 0°C temperaturadağı sestiń tezligin esaplańız.
4. Sestiń tezligin ólshewdiń usılları haqqında aytıp berińiz. Sol usıllardıń qaysısın táriyipley alasız? Eger sestiń jiyiligi 20 Gc ten 20000 Gc ke hám $2 \cdot 10^4$ Gc ten 10^6 Gc ke shekem ózgergende (ultrases) sestiń tolqın uzınlıqları hawada hám suwda qanday shamalarğa ózgeredi?
5. Artıqmash ses tolqını degenimiz ne? Ortalıqtağı bir zamatlıq artıqmash basımnıń tarqalıwınıń súwretin salıńız hám onı ortalıqtağı molekulalardıń awısıwınıń tarqalıwı hám molekulalardıń tezlikleriniń tarqalıwı menen salıstırıńız. Artıqmash basım menen bólekshelerdiń qozğalıs tezligi arasında qanday baylanıs bar? Eń úlken artıqmash basım oblastı qozğalıs tezligi eń úlken oblastqa sáykes keledi?
6. Artıqmash ses basımınıń amplitudası ushın ańlatpanı keltirip shığarıńız. Ortalıqtıń akustikalıq qarsılığı degenimiz ne hám usınday qarsılıq penen artıqmash basımnıń amplitudası qalay baylanısqan?
7. Eki ortalıqtı ayırıp turğan shegaranıń eki tárepinde de artıqmash ses basımınıń birdey ekenligin qalay túsindiriwge boladı? Tolqın tığızıraq ortalıqtan tığızlığı kem ortalıqqa

ótkende bólekshelerdiń terbelis amplitudaları qalay ózgeredi? Bunday jaǵdayda bólekshelerdiń qozǵalıs tezlikleri qalayınsha ózgeredi?

8. Sestiń qulaq tárepinen qabıl etiliwinen ǵárezsiz bolǵan xarakteristikaların aytıp berińiz. Sestiń tezligi, sestiń intensivligi degenimiz ne hám olar qanday birliklerde ólshenedi? Sestiń spektrallıq quramı degenimiz ne?

9. Sestiń intensivligi menen artıqmash basımnıń amplitudası arasındaǵı baylanıstı sáwlelendiretuǵın formulanı jazıńız. Bul formula boyınsha, eger p_0 shaması ózgerissiz saqlanatuǵın bolsa, onda bir ortalıqtan ekinshi ortalıqqa ótkende sestiń intensivliginiń shaması ózgeriske ushırawı kerek. Bul jaǵday energiyanıń saqlanıw nızamına qayshı kelmey me?

10. Sestiń qulaq tárepinen qabıl etiliwi menen baylanıslı bolǵan xarakteristikaların aytıp berińiz. Tonnıń biyikligi degenimiz ne? Sestiń jiyiliginiń qulaq tárepinen qabıl etiliwiniń ózgeshelikleri nelerden ibarat? Sestiń kúshi dep nege aytadı? Adam qulaǵı sestiń intensivligin qanday nızam boyınsha qabıl etedi? Esitiliw tabaldırıǵı degenimiz ne? Adamnıń qulaǵı qanday jiyiliklerlegi seslerdi jaqsı esitedi? Awrıw payda etiwshi tabaldırıq degenimiz ne? Ol jiyilik penen qalayınsha baylanısqan? Esitiw diagrammasın sızıńız.

11. Sestiń kúshi menen intensivligi arasında qanday baylanıs bar? Sestiń kúshin anıqlaǵanda intensivliktiń qanday shamasın baslanǵash intensivlik dep qabıl etedi? Sestiń kúshi qanday birliklerde ólshenedi? Eger sestiń kúshi 10 decibalǵa ózgergende onıń intensivligi qanday shamaǵa ózgeredi?

12. Taza ton degenimiz ne? Sestiń tembri degenimiz ne hám onı qalayınsha anıqlaw kerek? Qabıl etilip atırǵan sestiń tembrine ayırım garmonikalar arasındaǵı qatnas tásir jasay ma? Usı jaǵdayǵa baylanıslı qulaqtıń jumısınıń fizikalıq principi haqqında aytıwǵa bola ma?

13. Akkord degenimiz ne? SHawqım degenimiz ne. Olardıń spektrleri arasındagı ayırma nelerden ibarat?

14. Ses tolqınınıń sóniw nızamın jazıńız. Bun nızamnan tolqınnıń amplitudasınıń kemeyiw nızamın alıńız.

15. Dopler effektiniń fizikalıq mánisi nelerden ibarat?

16. Ultrases hám infrases degenimiz ne. Olardıń derekteriniń ózgeshelikleri haqqında nelerdi bilesiz?

26-sanlı lekciya. Relyativistlik bóleksheler dinamikasınıń elementleri

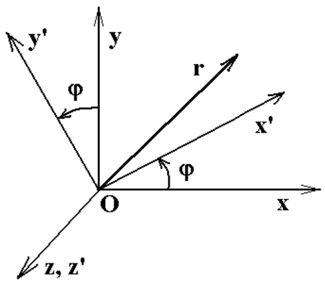
Qarap shıǵılatuǵın máseleler: Minkovskiydiń tórt ólshemli keńisligi. Tórt ólshemli vektorlar. Energiya-impulstiń tórt ólshemli vektorı. Relyativistlik bóleksheniń qozǵalıs teńlemesi.

Minkovskiydiń tórt ólshemli keńisligi. Klassikalıq úsh ólshemli keńisliktiń koordinataları usı koordinatalardıń ózleri arqalı túrlenedi. Mısalı Dekart kósherlerin xy tegisliginde φ múyeshine burǵanda (1-súwret) koordinatalardı túrlendiriw nızamı

$$\begin{gathered} x = x' \cos\varphi - y' \sin\varphi, \\ y = z' \sin\varphi + y' \cos\varphi, \\ z = z'. \end{gathered} \tag{1}$$

túrine iye boladı.

(1) formulalarǵa waqıt kirmeydi hám $t = t'$ sıyaqlı bolıp túrlenedi. Al (23) – (24) Lorenc túrlendiriwleri bolsa (1) túrlendiriwlerine uqsas, biraq bul túrlendiriwler keńisliktiń koordinataları menen waqıt momentiniń koordinatasın baylanıstıradı.

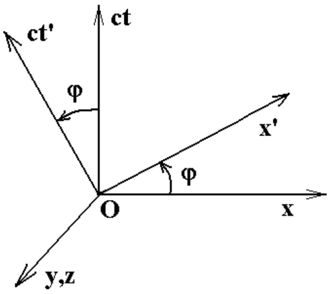


1 súwret. Dekart kósherlerin xy tegisliginde φ múyeshine burıwdağı koordinatalardı túrlendiriw.

Anri Puankare (1854-1912) hám sál keyinirek German Minkovskiy (1864-1909) mınanı kórsetti:

Lorenc túrlendiriwlerin tórt ólshemli keńisliktegi koordinata kósherleriniń burılıwları túrinde qabıl etiw kerek. Bul túrlendiriwlerde úsh x, y, z keńisliklik koordinatalarğa waqıtlıq ct koordinatası qosıladı (barlıq koordinatalardıń ólshemleri birdey).

Bunday keńislik **tórt ólshemli keńislik-waqıt** yamasa **Minkovskiydiń 4 ólshemli keńisligi** dep ataladı.



2 súwret. Lorenc túrlendiriwleri tórt ólshemli keńisliktegi koordinatalar kósherlerin burıw bolıp tabıladı.

Haqıyqatında da

$$ch\ \varphi = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \qquad sh\ \varphi = \frac{v_0/c}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

belgilewlerin qabıl etsek hám bunday jağdayda $ch^2\varphi + sh^2\varphi = 1$ ekenligin esapqa alsaq, onda (23) – (24) Lorenc túrlendiriwlerin

$$\begin{gathered} ct = ct'ch\ \varphi + x'sh\ \varphi, \\ x = ct'sh\ \varphi + x'ch\varphi, \\ y = y', \\ z = z' \end{gathered} \qquad (2)$$

túrinde jaza alamız. (2)-formulaları (1)-formulalarına júdá uqsas hám ct tegisliginde x kósherin bazı bir φ múyeshine burıw sıpatında qarawğa boladı. Bul jerdegi kózge taslanatuğın ayırma sonnan ibirat, (1) degi trigonometriyalıq funkciyalar (2) de giperbolalıq funkciyalar menen almastırılğan. Bul jağday

4 ólshemgi Minkovskiy keńisliginiń qásiyetleriniń 3 ólshemli Evklid keńisliginiń qásiyetlerinen ózgeshe ekenligin bildiredi.

Bunday ózgesheliktiń mánisin túsiniw ushın koordinata kósherlerin burğanda qálegen vektordıń qurawshılarınıń ózgeretuğınlığın, al bir skalyar shama bolğan usı vektordıń uzınlığınıń ózgermey qalatuğınlığın eske túsiremiz. Usığan sáykes (1) túrlendiriwleriniń járdeminde Dekart kósherlerin burğanda radius-vektordıń uzınlığı

$$|r| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}$$

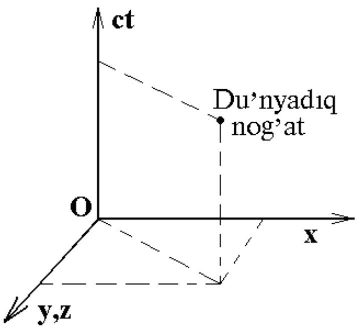
shamasınıń ózgermey qalatuğınlığına iseniwge boladı.

Biraq Lorenc túrlendiriwleri bul shamanı ózgertedi (joqarıda gáp etilgenindey basqa inercial esaplaw sistemasında uzınlıqtıń relyativistlik qısqarıwı orın aladı). Sonlıqtan ádettegi 3 ólshemli vektorlar (tezlik, tezleniw, kúsh, impuls, impuls momenti hám basqalar) Minkovskiy keńisliginiń vektorları bola almaydı.

Biz intervaldı eske túsiremiz hám mına formulanı jazamız:

$$s^2 = c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = c^2t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2. \qquad (3)$$

Bul shama Minkovskiy keńisligindegi 4 ólshemli radius-vektordıń kvadratı bolıp tabıladı. Bul vektordıń proekciyaları bolǵan ct, x, y, z shamaları bazı bir waqıyanıń keńisliklik koordinataları menen sol waqıya bolıp ótken waqıt momentiniń koordinatası bolıp tabıladı. Demek Minkovskiy keńisliginde hár bir waqıya **dúnyalıq noqat** járdeminde belgilenedi. Bul jaǵday 3 súwrette keltirilgen.



3 súwret.
Dúnyalıq noqat.

Endi qálegen shekli ólshemli keńisliktegi vektordıń kvadratınıń qalayınsha jazılatuǵınlıǵın eske túsirip ótemiz. Bunıń ushın ***keńisliktiń mektrikası*** dep atalatuǵın bazı bir simmetriyalı $\|g\|$ matricası qollanılıp, bul shama sol keńisliktiń barlıq geometriyalıq qásiyetlerin anıqlaydı. Onı bılayınsha jazamız:

$$s^2 = (ct, x, y, z)\begin{pmatrix} g_{\text{ct,ct}} & g_{\text{ct},x} & g_{\text{ct},y} & g_{\text{ct},z} \\ g_{x,\text{ct}} & g_{x,x} & g_{x,y} & g_{x,z} \\ g_{y,\text{ct}} & g_{y,x} & g_{y,y} & g_{y,z} \\ g_{z,\text{ct}} & g_{z,x} & g_{z,y} & g_{z,z} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \text{ct} \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}. \qquad (4)$$

$\|g\|$ matricasın koordinatalar kósherlerin sáykes túrde saylap alıw arqalı diagonallastırıw múmkin. δ_{ik} arqalı Kroneker simvolın belgileyik. Eger diagonallastırıwdan keyin ol matrica $g_{ik} = \delta_{ik}$ túrine ense, onda ***keńislikti tegis yamasa Evklid keńisligi dep ataymız***. Nyutonnıń úsh ólshemli keńisligi tegis yamasa Evklid keńislik bolıp tabıladı (Biz keyinirek tegis keńislikte gravitaciya maydanınıń bolmaytuǵınlıǵına kóz jetkeremiz).

Álbette Evklid keńisligi ushın

$$\|g\| = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bul matrica menen qurawshıları ct, x, y, z bolǵan vektorǵa tásir etken menen hesh qanday ózgeris bolmaydı. Haqıyqatında da

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \text{ct} \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{ct} \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Eger diagonallastırıwdan keyin diagonalda jaylasqan matricanıń qurawshıları hár qıylı mániske iye bolatuǵın bolsa, onda sáykes keńislik ***mayısqan keńislik*** bolıp tabıladı. (3) hám (4) ańlatpaların salıstırıp kóriwden

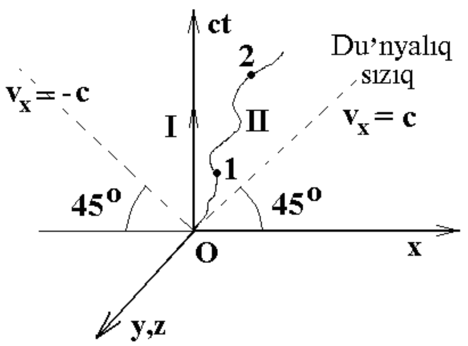
$$\|g\| = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{5}$$

ekenligine kóz jetkeremiz. Usınday metrikaǵa iye keńislik (Minkovskiy keńisliginiń usınday metrikaǵa iye ekenligin umıtpaymız) ***psevdoevklid keńislik*** dep ataladı. Demek Minkovskiy keńisligi (keńislik-waqıtı) psevdoevklid keńislik bolıp tabıladı.

Eger (5)-ańlatpanı qurawshıları ct, x, y, z bolǵan vektorǵa kóbeytsek qurawshıları ct, -x, -y, -z bolǵan vektor alamız.

Solay etip arnawlı salıstırmalıq teoriyasında óz hesh nárseden ǵárezsiz bolǵan waqıt hám onıń menen baylanısqa iye emes úsh ólshemli keńislik haqqında gáp etiwge bolmaydı, al waqıt penen keńisliklik koordinatalar metrikası (5)-ańlatpa túrinde bolǵan birden bir tórt ólshemli Minkovskiy keńislik-waqıtın payda etedi.

Bóleksheniń qozǵalıw processin waqıyalardıń izbe-izligi (dúnyalıq noqatlardıń izbe-izligi) sıpatında súwretlep Minkovskiy keńisligindegi qozǵalıs traektoriyasın alamız ("Minkovskiy keńisligi" túsinigi "Minkovskiy keńislik-waqıtı" túsinigi menen bir mániste qollanıladı). Bul 4-súwrette sáwlelendirilgen. Bul traektoriya ***dúnyalıq sızıq*** dep ataladı hám bóleksheniń qálegen waqıt momentindegi keńisliklik koordinataların kórsetedi. Usınday kóz-qarasta dúnyalıq sızıq bólekshe bar bolǵan dáwirdegi barlıq tariyxtı sáwlelendiredi. 4-súwrettegi I sızıq tınıshlıqta turǵan bóleksheniń dúnyalıq sızıǵın sáwlelendiredi (Demek tınıshlıqta turǵan bólekshege tórt ólshemli Minkovskiy keńisliginde ct kósherine parallel tuwrı sızıq sáykes keledi eken). Al II sızıqqa baslanǵısh momentte koordinata basında jaylasqan qozǵalıwshı bóleksheniń dúnyalıq sızıǵı sáykes keledi.



4 súwret.
Dúnyalıq sızıq bóleksheniń tuwılǵanınan bergi dáwirindegi barlıq tariyxtı sáwlelendiredi

$\frac{\Delta x}{\Delta t} = v_x < c$ ekenligin názerde tutsaq, onda dúnyalıq sızıqtıqtıń Ox, Oy, Oz kósherlerine qıyalıǵınıń tangensi 1 den úlken bolmaytuǵınlıǵın kóriwimiz kerek. Eger qıyalıq múyeshiniń tangensi 1 den úlken bolǵanda bólekshe jaqtılıqtıń tezliginen úlken tezlikler menen qozǵalǵan bolar edi.

Tórt ólshemli vektorlar. Minkovskiy keńisligindegi qálegen vektor 4 qurawshıǵa iye boladı. Olardı biz $A_\mu(A_{ct}, A_x, A_y, A_z)$ háripleriniń járdeminde belgileymiz. Bunday vektorlar ***tórt ólshemli vektorlar*** yamasa ***4 vektorlar*** dep ataladı.

Qozǵalmaytuǵın K inercial esaplaw sistemasınan oǵan salıstırǵanda Ox kósheri boyı menen $\boldsymbol{v}_0$ tezligi menen qozǵalıwshı K' sistemasına ótkende A_μ tórt ólshemli vektorınıń qurawshıları bılayınsha túrlendiriledi:

Tuwrı túrlendiriwler:

$$A_x = \frac{A'_x + \frac{v_0}{c}A'_{ct}}{\sqrt{1-\frac{v_0^2}{c^2}}},$$
$$A_y = A'_y, \quad (6)$$
$$A_z = A'_z,$$
$$A_{ct} = \frac{A'_{ct} + \frac{v_0}{c}A'_x}{\sqrt{1-\frac{v_0^2}{c^2}}}.$$

Keri túrlendiriwler:

$$A'_x = \frac{A_x - \frac{v_0}{c}A_{ct}}{\sqrt{1-\frac{v_0^2}{c^2}}},$$
$$A'_y = A_y, \quad (7)$$
$$A'_z = A_z,$$
$$A'_{ct} = \frac{A_{ct} - \frac{v_0}{c}A_x}{\sqrt{1-\frac{v_0^2}{c^2}}}.$$

Bul túrlendiriwler Lorenc túrlendiriwlerine tolıǵı menen sáykes keledi.

Minkovskiy keńisliginiń kósherlerin burǵanımızda 4 vektorlardıń proekciyaları ózgeredi. Bunday burıwlar basqa inercial esaplaw sistemasına ótiwge ekvivalent. Biraq 4 vektorlardıń kvadratları ózgermey qaladı, yaǵnıy olar **relyativistlik invariantlar** bolıp tabıladı. Bunday invariantqa mısal retinde intervaldıń kvadratın kórsetiwge boladı.

4 vektordıń kvadratı (4)-qaǵıyda tiykarında anıqlanadı. Onı ıqshamlı túrde bılayınsha jaza alamız:

$$A^2 = \sum_{\mu,\nu} A_\mu g_{\mu,\nu} A_\nu.$$

Bunnan keyin summa belgisin jazbaymız hám A.Eynshteyn tárepinen usınılǵan mınaday summalaw qaǵıydasınan paydalanamız: **eger bir formulada teńliktiń bir tárepinde birdey eki indeks ushırasatuǵın bolsa, onda summalaw usınday indeksler boyınsha júrgiziledi**.

Minkovskiy keńisliginiń metrikası bolǵan (5) ti qoyıw arqalı relyativistlik invariant bolǵan barlıq inercial esaplaw sistemalarında birdey mániske iye mınaday skalyar alınadı:

$$A^2 = A_{ct}^2 + A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 = A'^2_{ct} + A'^2_x + A'^2_y + A'^2_z \quad (8)$$

Tap (8) sıyaqlı eki 4 vektordıń skalyar kóbeymesi anıqlanadı:

$$A \cdot B = A_\mu g_{\mu\nu} B_\nu = A_{ct}A_{ct} - A_x A_x - A_y A_y - A_z A_z. \quad (9)$$

Solay etip klassikalıq fizikanıń 3 ólshemli vektorları 4 vektorlar bolıp tabılmaydı eken hám olar hátte 4 vektorlardıń keńisliklik qurawshıları da bola almaydı.

Energiya-impulstiń tórt ólshemli vektorı. Nyuton mexanikasınıń teńlemeleri hám tiykarǵı shamaları jaqtılıqtıń tezligine shamalas úlken tezliklerde úlken ózgerislerge ushıraydı. Mısalı biz impuls ushın bergen anıqlama (massa menen tezliktiń kóbeymesi hám impuls vektorı menen tezlik vektorınıń óz-ara parallelligi) $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$ úlken tezliklerde orınlanbaydı. Haqıyqatında da jabıq sistemadağı tezlikler $\boldsymbol{v}_i$ lerdiń ózgeriwi múmkin, biraq bunday sistemanıń tolıq impulsi $\boldsymbol{p} = \sum m_i \boldsymbol{v}_i$ ózgermey qaladı. (22) tezliklerdi túrlendiriw formulaları járdeminde tezliklerdi túrlendiriwde basqa inercial sistemalarda klassikalıq impuls $\boldsymbol{p}' = \sum m_i \boldsymbol{v}'_i$ vektorınıń turaqlı bolıp qalmay, basqa mániske iye bolatuğınlığı kelip shığadı. Bul jağday barlıq inercial esaplaw sistemalarınıń ekvivalentliligi postulatına qayshı keledi.

Sonıń menen birge (6) yamasa (7) ge sáykes úsh qurawshığa iye (úsh ólshemli) klassikalıq impuls $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$ Minkovskiy keńisliginiń qanday da bir vektorınıń qurawshıları da bola almaydı.

Relyativistlik bólekshe dep tezligi jaqtılıqtıń tezligi *c* ğa salıstırğanda kóp shamağa kishi emes bolğan bólekshege aytamız. Solay etip relyativistlik bólekshe jağdayında $\frac{v^2}{c^2} \to 0$ dep esaplawğa bolmaydı. Qálegen relyativistlik bólekshe ushın impulstiń 4 vektorın ańsat anıqlawğa boladı. Bunıń ushın tezliktiń 4 vektorı bolğan u_μ dı turaqlı kóbeytiwshige kóbeytemiz:

$$p_\mu = mcu_\mu. \tag{10}$$

Bul ańlatpada m arqalı bóleksheniń massası belgilengen. (10) dağı jaqtılıqtıń tezligi c durıs ólshem alıw ushın jazılğan. (22) formuladağı 4 tezliktiń keńisliklik qurawshıların qoyğannan keyin

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{i}p_x + \boldsymbol{j}p_y + \boldsymbol{k}p_z = \frac{m\boldsymbol{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{11}$$

ekenligine iye bolamız.

$$\frac{m\boldsymbol{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\left(\boldsymbol{i}v_x + \boldsymbol{j}v_y + \boldsymbol{k}v_z\right).$$

Bul relyativistlik bóleksheniń keńisliklik koordinatalarda jazılğan impuls vektorı bolıp tabıladı. Waqıtlıq koordinatağa baylanıslılıqtı keyinirek kóremiz. (11) den $\frac{v^2}{c^2} \to 0$ sheginde impulstiń klassikalıq impuls $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$ ğa ótetuğınlığı kórinip tur.

Impulsten waqıt boyınsha alınğan tuwındı bólekshege tásir etetuğın kúsh bolıp tabıladı. Meyli bóleksheniń tezligi tek bağıtı boyınsha ózgeretuğın bolsın, yağnıy bólekshege tásir etetuğın kúsh onıń tezligine perpendikulyar bolsın. Onda

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}.$$

Eger tezlik tek shaması boyınsha ózgeretuğın bolsa, onda

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \frac{m}{\sqrt[3]{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$$

ańlatpasın alamız. Biz bul jerde qarap ótilgen eki jağdayda kúsh $\frac{d\boldsymbol{p}}{dt}$ nıń tezleniw $\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$ ğa qatnasınıń hár qıylı bolatuğınlığın kóremiz.

Endi waqıtlıq qurawshı p_{ct} nıń mánisin anıqlaw qaldı. Bunıń ushın klassikalıq mexanikadağı kinetikalıq energiyanıń $E_{kin} = \frac{mv^2}{2}$ hám bólekshege tásir etetuğın kúshlerdiń barlığınıń usı bóleksheniń kinetikalıq energiyasın ózgertiw ushın jumsalatuğınlığın eske alamız, yağnıy

$$dE_{kin} = dA$$

yamasa

$$(E_{kin})_2 - (E_{kin})_1 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \int_1^2 \sum F dr.$$

Sonıń menen birge qozğalıs teńlemesi bolğan $\boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}$ ańlatpasın paydalanamız. Nátiyjede relyativistlik emes bólekshe ushın

$$dE_{kin} = \boldsymbol{F}\, d\boldsymbol{r} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}\boldsymbol{v}dt = \boldsymbol{v}\, d\boldsymbol{p}$$

ańlatpasına iye bolamız (álbette $d\boldsymbol{r} = \boldsymbol{v}dt$). Relyativistlik bóleksheniń kinetikalıq energiyasınıń ózgerisi ushın da bul ańlatpanı paydalanıwğa boladı. (11)-ańlatpadan $d\boldsymbol{p}$ differencialın esaplasaq

$$dp = \frac{mdv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{mv^2dv}{c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}^{\,3}}$$

ańlatpasına iye bolamız. $2\boldsymbol{v}d\boldsymbol{v} = d(v^2)$ ekenligin esapqa alamız. Bunnan keyin

$$dE_{kin} = vdp = \frac{mdv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{mv^2 d(v^2)}{2c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}^{\,3}} = \frac{md(v^2)}{2\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}^{\,3}} = d\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right)$$

ańlatpasına iye bolamız. Tınıshlıqtağı bólekshe kinetikalıq energiyağa iye emes hám sonlıqtan

$$E_{kin} = \int_0^v d\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right) \tag{12}$$

yamasa

$$E_{kin} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - mc^2. \tag{12a}$$

Bul relyativistlik bóleksheniń kinetikalıq energiyası bolıp tabıladı.

(12)-ańlatpalardan massası nolge teń emes hesh bir bóleksheniń jaqtılıqtıń tezliginen úlken tezlik penen qozğala almaytuğınlığı birden kelip shığadı. Bunday bólekshenі jaqtılıqtıń tezligine teńdey tezlikke shekem tezletiw ushın sheksiz úlken jumıs islew kerek. Sonıń menen birge massağa iye emes (mısalı fotonlar), al qanday da shekli energiyağa iye bólеksheler tek jaqtılıqtıń tezligi c ğa iye tezlik penen qozğalıw menen ğana jasay aladı.

Kishi tezliklerde $(v \ll c)$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}$$

hám

$$E_{kin} = mc^2\left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} - 1\right) = \frac{mv^2}{2},$$

yaǵnıy (12)-formula bóleksheniń kinetikalıq energiyası ushın jazılǵan klassikalıq ańlatpaǵa ótedi.

Kinetikalıq energiya qozǵalıwshı hám qozǵalmay turǵan bóleksheniń energiyalarınıń ayırmasına teń. Usınday energiya erkin bóleksheniń tolıq energiyası dep ataladı hám

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{13}$$

formulası menen anıqlanadı. Bunnan tınıshlıqta turǵan massası nolge teń emes qálegen bólekSheniń $(v = 0)$ energiyaǵa iye bolatuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Bunday energiyanı A.Eynshteyn **tınıshlıqtaǵı energiya** dep atadı:

$$E_t = mc^2. \tag{14}$$

Biz keyinirek tınıshlıqtaǵı energiyanıń haqıyqatında da bar ekenligin hám onıń energiyanıń basqa túrlerine óte alatuǵınlıǵın kóremiz.

Erkin bólekSheniń tolıq energiyası tınıshlıqtaǵı energiya menen kinetikalıq energiyanıń qosındısınan turadı:

$$E = mc^2 + E_{kin}.$$

(10)-ańlatpanıń "waqıtlıq" qurawshısı tolıq energiya menen bılayınsha baylanısqan:

$$p_{ct} = mcu_{ct} = \frac{mc}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{E}{c}.$$

Basqa sóz benen aytqanda relyativistlik bólekSheniń dinamikalıq xarakteristikaların bólekSheniń energiyası menen impulsın baylanıstıratuǵın tórt ólshemli p_μ vektorın anıqlap, onı bılayınsha jazamız:

$$p_\mu = \left(\frac{E}{c}, p_x, p_y, p_z\right). \tag{15}$$

Bul vektordı energiya-impulstiń 4 vektorı dep ataymız.

4 vektordı túrlendiriw qaǵıydasınan [(7) formulanı qarańız] bir inercial esaplaw sistemasınan ekinshisine ótkende bólekSheniń tolıq energiyası menen impulsin túrlendiriw formulaları kelip shıǵadı:

$$E' = \frac{E - v_0 p_x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \qquad p'_x = \frac{p_x - \frac{Ev_0}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \qquad p'_y = p_y, \qquad p'_z = p_z,$$

yaǵnıy energiya menen impuls bir biri menen baylanısqan hám biri arqalı ekinshisi túrlenedi eken. Bul vektordıń kvadratı invariant bolıp tabıladı hám túrlendiriwde ol ózgermey qaladı:

$$\frac{E^2}{c^2} - p_x^2 - p_y^2 - p_z^2 = \frac{E'^2}{c^2} - p_x'^2 - p_y'^2 - p_z'^2 = inv.$$

(11) hám (13) formulaların tikkeley qoyıw arqalı

$$\frac{1}{c^2}\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)^2 - \left(\frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)^2 = m^2c^2$$

ekenligine iye bolamız. Bunnan energiya menen impuls arasındaǵı relyativistlik qatnastı sáwlelendiretuǵın

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$$

qatnasına iye bolamız.

Sol (11) hám (13) formulalarınan erkin relyativistlik bóleksheniń tolıq energiyası menen impulsınıń

$$\boldsymbol{p} = \frac{E\boldsymbol{v}}{c^2} \tag{16}$$

formulası menen baylanısqa iye ekenligin ańlaw qıyın emes. Al massaǵa iye emes bóleksheler ushın (mısalı fotonlar ushın)

$$E_{foton} = p_{foton}c$$

túrine iye boladı.

Relyativistlik bóleksheniń qozǵalıs teńlemesi. Nyuton mexanikasındaǵı deneniń qozǵalıs teńlemesiniń mına túrge iye bolatuǵınlıǵın eske túsiremiz:

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \boldsymbol{F} = \sum_i \boldsymbol{F}_i. \tag{17}$$

Bul formulada $\boldsymbol{F}$ arqalı denege tásir etetuǵın kúshlerdiń vektorlıq qosındısı belgilengen. Bul ańlatpaǵa sáykes qozǵalıstıń relyativistlik nızamın bılayınsha jazamız:

$$\frac{dp_\mu}{ds} = \mathfrak{I}_\mu$$

yamasa (18)

$$mc\frac{du_\mu}{ds} = mcw_\mu = \mathfrak{I}_\mu.$$

Bul Nyuton tárepinen usınılǵan (17)-teńlemeni almastıratuǵın **Minkovskiy teńlemesi** bolıp tabıladı.

Kúshtiń 4 vektorı $\mathfrak{I}_\mu$ Minkovskiy kúshi dep ataladı hám ádettegi kúshke sáykes kelmeydi. Onıń qurawshıların anıqlaw ushın (5) energiya-impuls 4 vektorın hám interval ushın jazılǵan $ds = c\,d\tau = c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ dt ańlatpasın paydalanamız. Nyuton nızamı bolǵan $\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} =$

$\boldsymbol{F}$ formulasın jáne (18)-ańlatpadaǵı $\frac{dp_\mu}{ds} = \Im_\mu$ qatnasın esapqa alamız. Sonlıqtan biz dp_μ di tek ds ke bóliw hám onı kúshtiń sáykes qurawshısı arqalı belgilew ǵana qaladı hám

$$\frac{dp_x}{ds} = \Im_x = \frac{1}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{dp_x}{dt} = \frac{F_x}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$
$$\frac{dp_y}{ds} = \Im_y = \frac{1}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{dp_y}{dt} = \frac{F_y}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \tag{19}$$
$$\frac{dp_z}{ds} = \Im_z = \frac{F_z}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

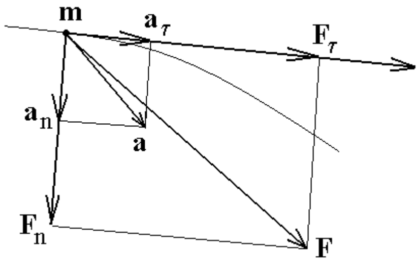
ańlatpalarına iye bolamız.

Minkovskiy teńlemesiniń keńisliklik qurawshıları belgili qozǵalıs teńlemesine sáykes keledi:

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m\boldsymbol{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) = \boldsymbol{F}. \tag{20}$$

Bul teńleme relyativistlik dinamikanıń tiykarǵı teńlemesi bolıp tabıladı.

$\frac{v^2}{c^2} \to 0$ sheginde bul teńleme (7)-klassikalıq qozǵalıs teńlemesine sáykes keledi. Biraq relyativistlik bólekshe ushın bul teńleme qızıqlı ózgesheliklerge alıp keledi.



5 súwret.
Tezleniwlerdiń hám kúshlerdiń proekciyaların tabıwǵa arnalǵan sxema.

Mına tuwındını esaplaw arqalı bólekshenıń traektoriyasına túsirilgen urınbanıń proekciyasında (5-súwret):

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) = \frac{m}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}\frac{dv}{dt} = \frac{m}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}a_\tau = F_\tau.$$

ekenligin tabamız. Ekinshi tárepten traektoriyaǵa normal baǵıtlanǵan kúshtiń qurawshısı jumıs islemeydi hám sonıń saldarınan bólekshenıń tezliginiń shamasın ózgertpeydi hám $v^2 = const$ bolıp qaladı. Sonlıqtan

$$\frac{m}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}a_n = F_n.$$

Bunnan mınaday juwmaq shıǵaramız: Relyativistlik bóleksheniń tezleniwiniń baǵıtı bólekshege tásir etetuǵın kúshtiń baǵıtı menen sáykes kelmeydi (5- súwret). Kúshtiń shamasınıń tezleniwdiń shamasına qatnası bóleksheniń inertligin anıqlaytuǵın bolǵanlıqtan **relyativistlik bóleksheniń inertligi traektoryaǵa urınba baǵıttaǵı kúsh tásir etkende úlken, al traektoriyaǵa perpendikulyar baǵıttaǵı kúsh tásir etkende oǵan salıstırǵanda kishi mániske iye boladı**.

Relyativistlik dinamikada tezleniw $\boldsymbol{a}$ vektorınıń baǵıtı $\boldsymbol{F}$ vektorınıń baǵıtı menen tek eki jaǵdayda ǵana sáykes keledi:

1). $\boldsymbol{F} \perp \boldsymbol{v}$ (kóldeneń kúsh). Bunday jaǵdayda tezlik vektorı $\boldsymbol{v}$ moduli boyınsha ózgermeydi, yaǵnıy $v = const$. Sonlıqtan (20)-teńleme

$$\frac{m\boldsymbol{a}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \boldsymbol{F}$$

túrine enedi. Bunnan tezleniw ushın

$$\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{F}}{m}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

formulasına iye bolamız.

2). $\boldsymbol{F} \parallel \boldsymbol{v}$ (boylıq kúsh). Bunday jaǵdayda (20)-teńlemeni skalyar túrde jazıw múmkin:

$$\left[\frac{m}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + \frac{\frac{mv^2}{c^2}}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}\right]\frac{dv}{dt} = F.$$

Al tezleniw bolsa vektorlıq túrde bılayınsha jazıladı:

$$\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{F}}{m}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

Endi kúshtiń "waqıtlıq" qurawshısı $\Im_{ct}$ nı anıqlaymız. (18) teńlemege sáykes kúshtiń 4 vektorı tezleniwdiń 4 vektorı bolǵan ω_μ ge proporcional. Sonlıqtan tezleniwdiń 4 vektorınıń tezliktiń 4 vektorına skalyar kóbeymesi nolge teń boladı $[(\Im u) = 0]$. Talqılawlardıń túsinikli bolıwı ushın biz tezlik 4 vektorı u_μ diń qurawshıların tómendegishe jazılatuǵınlıǵın eske túsiremiz:

$$u_{ct} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \qquad u_x = \frac{\frac{dx}{dt}}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{v_x}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

$$u_y = \frac{v_y}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \qquad u_z = \frac{v_z}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Endi usı formulalardı paydalanıp, (9) hám (19) dan mınanı alamız:

$$\mathfrak{I}_{ct} = \frac{\mathfrak{I}_x u_x + \mathfrak{I}_y u_y + \mathfrak{I}_z u_z}{u_{ct}} = \frac{\boldsymbol{Fv}}{c^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Al ádettegi skalyar kóbeyme $\boldsymbol{Fv}$ kúshtiń quwatlılıǵı bolǵanlıqtan Minkovskiy teńlemesiniń "waqıtlıq" qurawshısı (18) bóleksheniń biz tapqan tolıq energiyasınıń ózgerisi menen baylanıslı bolıp shıǵadı:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) = \boldsymbol{Fv}.$$