

И. В. САВЕЛЬЕВ

## УЛЫЎМА ФИЗИКА КУРСЫ

### II том. ЭЛЕКТР

РУС ТИЛИНДЕГИ ДҮЗЕТИЛГЕН ТӨРТИНШИ БАСЫЛЫЎЫНАН ҚАРАҚАЛПАҚ ТИЛИНЕ  
АҮДАРЫЛҒАН

СССР Жоқары ҳәм орта арнаўлы билим министрлигинин  
жоқары техникалық оқыў орынларының студенттери ушын  
арналған оқыў құралы сыпаттында мақулланған

Улыўма физика курсы, II том. Электр. Савельев И. В.  
"Наука" баспасы, физика-математика әдебиятының бас редакциясы, Москва. 1997-ж.

Китаптың ең баслы мақсети — физиканың тийкарғы идеялары менен ұсылларын студентлерге таныстырыў. Физикалық нызамлардың мәнисин түсіндіриў менен оларды әмелде қолланыўға айрықша кеўил бөлинген. Қөлеминин кишкене болыўына қарамастан, китап теориялық физиканы ҳәм басқа да физикалық пәнлерди оқып үйрениўгे зәрүрли болған электр ҳаққындағы илимлерди баянлаудағы барлық мәселелерди өзинин ишине қамтыған. Баянлау бирликлердин халық қашықтық системасында (СИ) берилген. Бирак, усы үақыттарға шекем теориялық физикада бирликлердин Гаусслық системасы қолланылатуғын болғанлықтан оқыўшы бул система менен де танысады.

246 сүйрет.

### Мазмұны

Төртинши басылышына алғы сөз.

Биринши басылышына алғы сөз.

#### I бап. Вакуумдағы электр майданы.

§ 1. Кирисиў.

§ 2. Зарядлардың өз-ара тәсирлесійи. Кулон нызамы.

§ 3. Бирликлер системасы.

§ 4. Фомулаларды рационалластырып жазыў.

§ 5. Электр майданы. Майданның кернеўлиги.

§ 6. Майданлардың суперпозициясы. Диполдин майданы.

§ 7. Кернеўлилік сыйықтары. Кернеўлилік векторының ағысы.

§ 8. Гаусс теоремасы.

§ 9. Электростатикалық майданың күшлеринин жұмысы.

§ 10. Потенциал.

§ 11. Электр майданының кернеўлиги менен потенциалының арасындағы байланыс  
§ 12. Эквипотенциаллық беттер.

#### II бап. Диэлектриклердеги электр майданы.

§ 13. Поляр ҳәм поляр емес молекулалар.

§ 14. Бир текли ҳәм бир текли емес электр майданларындағы диполь.

§ 15. Диэлектриклердин поляризациясы.

- § 16. Диэлектриклердеги майданды тәрийиплеў.
- § 17. Электрлик аўысыў сызықларының сыйнайтынды.
- § 18. Диэлектриктеги зарядқа тәсир ететуғын күшлер.
- § 19. Сегнетоэлектриклер.
- § 20. Түұры ҳәм кери пьезоэлектрик эффект.
- III бап. Электр майданындағы өткізгішлер.
- § 21. Өткізгіштеги зарядлардың тен салмақтығы.
- § 22. Сыртқы электр майданындағы өткізгіш.
- § 23. Ван-де-Грааф генераторы.
- § 24. Электр сыйымлығы.
- § 25. Конденсаторлар.
- § 26. Конденсаторларды жалғаў.
- IV бап. Электр майданының энергиясы.
- § 27. Зарядлар системасының энергиясы.
- § 28. Зарядланған өткізгіштің энергиясы.
- § 29. Зарядланған конденсатордың энергиясы.
- § 30. Электр майданының энергиясы.
- V бап. Турақты электр тоғы.
- § 31. Электр тоғы.
- § 32. Электр қозғаушы күш.
- § 33. Ом нызамы. Өткізгішлердин қарсылығы.
- § 34. Джоуль-Ленц нызамы.
- § 35. Бир текли емес шынжыр участкасы ушын Ом нызамы.
- § 36. Шынжырдың тармақланысы. Кирхгоф нызамы.
- § 37. Тоқтың дерегинин пайдалы тәсир коэффициенти.
- VI бап. Вакуумдағы магнит майданы.
- § 38. Тоқлардың өз-ара тәсирлесіүі.
- § 39. Магнит майданы.
- § 40. Био-Савар нызамы. Қозғалышы зарядтың майданы.
- § 41. Түұры ҳәм дөңгелек тоқлардың майданы.
- § 42. Векторының циркуляциясы. Соленоид пенен тороидтың майданы.
- VII бап. Затлардағы магнит майданы.
- § 43. Затлардағы магнит майданы.
- § 44. Магнетиклердеги майданды тәрийиплеў.
- § 45. Магнит индукциясы сызықларының сыйнайтынды.
- VIII бап. Магнит майданының тоқлар менен зарядларға тәсирі.
- § 46. Магнит майданындағы тоқта тәсир ететуғын күш. Ампер нызамы.
- § 47. Лоренц күши.
- § 48. Магнит майданында тоғы бар контур.
- § 49. Магнит майданындағы тоқтың аўысыўында исленген жумыс.
- IX бап. Магнетиклер.
- § 50. Магнетиклердин класификациясы.
- § 51. Магнитомеханикалық құбылыслар. Атомлар менен молекулалардың магнит моменттери.
- § 52. Диамагнетизм.
- § 53. Парамагнетизм.
- § 54. Ферромагнетизм.
- X бап. Электромагниттик индукция.
- § 55. Электромагнитлик индукция құбылысы.

- § 56. Индукцияның электр қозғаушы күши.
- § 57. Магнит индукциясын өлшеудің усылы.
- § 58. Фуко тоқлары.
- § 59. Өзлик индукция құбылышы.
- § 60. Шынжырдың түйікленіші менен ажыратылышы үақтында пайда болатуғын тоқ.
- § 61. Магнит майданының индукциясы.
- § 62. Өз-ара индукция.
- § 63. Ферромагнетикли қайтадан магнитлеу жұмысы.
- XI бап. Зарядланған бөлекшелердин электр ҳәм магнит майданларындағы қозғалышы.
- § 64. Зарядланған бөлекшениң бир текли магнит майданындағы қозғалышы.
- § 65. Қозғалыстағы зарядланған бөлекшелердин электр ҳәм магнит майданларының тәсіринде бурылышы.
- § 66. Электронның заряды менен массасын анықлау.
- § 67. Оң ионлардың меншикли зарядын анықлау. Массспектрографлар.
- § 68. Циклотрон.
- XII бап. Металлар менен ярым өткизгишлердеги электр тоғы.
- § 69. Металлардағы тоқты тасыўшылардың тәбияты.
- § 70. Металлардың элементар классикалық теориясы.
- § 71. Металлардың квантлық теориясының тийкары.
- § 72. Ярым өткизгишлер.
- § 73. Холл эффекти.
- § 74. Шығыў жұмысы.
- § 75. Термоэлектронлық әмиссия. Электронлық лампалар.
- § 76. Потенциалдың контактлық айырмасы.
- § 77. Термоэлектрлик құбылыштар.
- § 78. Ярым өткизгиш диодлар менен триодлар.
- XIII бап. Электролитлердеги тоқ.
- § 79. Еритпелердеги молекулалардың диссоциациясы.
- § 80. Электролиз.
- § 81. Фарадей нызамлары.
- § 82. Электролиттик өткизгишлик.
- § 83. Электролиздин техникадағы пайдаланылышы.
- XIV бап. Газлердеги электр тоғы.
- § 84. Газ разрядларының түрлери.
- § 85. Өз бетинше болмаған газ разряды.
- § 86. Ионизациялық камералар ҳәм есаплағыштар.
- § 87. Өз бетинше разрядтағы тоқ тасыўшылардың пайда болыўына алып келетуғын процесслер.
- § 88. Газ разрядлы плазма.
- § 89. Түтеўши разряд.
- § 90. Доғалық разряд.
- § 91. Ушқынлы ҳәм таж тәризли разряд.
- XV бап. Өзгемели тоқ.
- § 92. Квазистационар тоқ.
- § 93. Индуктивлик арқалы жүретуғын өзгемели тоқ.
- § 94. Сыйымлық арқалы өтетуғын өзгемели ток.
- § 95. Сыйымлық, индуктивлик ҳәм қарсылығы бар өзгемели тоқ шынжыры.
- § 96. Өзгемели тоқ шынжырындағы бөлиніп шығатуғын құйат.
- § 97. Символлық усыл. өзгемели

- § 98. Тоқлардың резонансы.  
 XVI бап. Электр тербелислери.
- § 99. Актив қарсылығы жоқ контурдағы еркін тербелислер.
- § 100. Еркін сөниүши тербелислер.
- § 101. Мәжбүрий электр тербелислери.
- § 102. Сөнбейтуғын тербелислерди алыў.
- XVII бап. Электромагнит майданы.
- § 103. Құйын тәризли электр майданы.
- § 104. Бетатрон.
- § 105. Аўысыў тоғы.
- § 106. Электромагнитлик майдан.
- § 107. Векторлық майданлардың қәсийеттерин тәрийиплеў.
- § 108. Максвелл теңлемелери.
- XVIII бап. Электромагнит толқынлар.
- § 109. Толқын теңлемелери.
- § 110. Тегис электромагнит толқынлар.
- § 111. Электромагнит толқынларды эксперименталлық изертлеў.
- § 112. Электромагнитлик майданның энергиясы.
- § 113. Электромагнитлик майданның импульси.
- § 114. Диполдин үрланыўы.

### **ТӨРТИНШИ БАСЫЛЫЎЫНА АЛҒЫ СӨЗ**

Усы басылымды таярлаў ўақтында китап бир қанша дүзетилди. Затлардағы электр ҳәм магнит майданларына арналған II ҳәм VII баплар, сондай-ақ индукцияның электр қозғаушы құши қаралатуғын 56-параграф түпкилиқли түрде өзгертилди. Вакуумдағы майданларды қарағанда Е ҳәм В шамалары ғана пайдаланылады. Векторлық анализден элементар дереклерди қамтыйтуғын жаңа параграф (§ 107) қосылған. 18, 30, 40, 47 ҳәм 112-параграфларға айтарлықтай қосымшалар киргизилген. Айтарлықтай қосымшалар менен өзгерислер басқа да параграфларға киргизилген.

Автор екинши томды дүзетиўдің барысында пайдалы кеңеслери менен ескертиўлери ушын Н. И. Гольдфарбқа өзинин миннедаршылығын билдиреди.

*И. Савельев*

Апрель, 1970 ж.

### **БИРИНШИ БАСЫЛЫЎЫНА АЛҒЫ СӨЗ**

Усы курсын ғарыптаған китаптың биринши томының сыйқылы, екинши томы да ең алды менен ВТУЗ-лардың инженерлик-физикалық қәнигеликтеги студентлерине арналған болып, көлеминин қиши болғанлығына қарамастан, оқыўшылардың нәзерине усынылып атырған оқыў қуралы теориялық физиканы ҳәм басқа да физикалық пәндерди оқып үйрениў ушын зәрүрли болатуғын барлық материаллардың баянланыўын өзинин ишине қамтыған.

Китаптың көлемин қысқартыў (биринши томдағынан) тийкарынан өткен әсирдеги ескирғен әсбаплар менен экспериментлерди, лекциялық демонстрациялайды баянлаудан бас тартысыўдың Нәтийжеде әмелге асырылған. Сондай-ақ, тарихий материаллар жүдә аз көлемде берилген. Бул айтылғанlardan баянлаў экспериментке сүйенбей жүргизиледи деген түсніктиң пайда болмаўы керек. Электромагнетизм ҳаққында ҳәзирги илимнин тийкары болған барлық фундаменталлық тәжирийбелер майда-шүйдесине шекем

баянланған. Мысалы сыптында металлардағы тоқты тасыўшылардың тәбиятын түсіндіретуғын (Рикке, Мандельштам менен Папалекси, Толмен менен Стюарт) тәжійбелеринің жыйнағыс, магнетизмнің тәбиятын түсіндіриүге арналған тәжирийбелер жыйнағыс (Эйнштейн менен де Хаастың, Барнеттин, Штерн менен Герлахтың), электрон ҳәм оң ионлардың заряды менен меншикли зарядының анықлауға арналған тәжирийбелерин (Милликен, Томсон, Астон), Герцтің электромагнит толқынлар менен өткерген тәжирийбесин, т. б. көрсетиүге болады, Сондай-ақ бир қатар эксперименталлық методикалар менен әсбаплар, зарядланған бөлекшелердин тезлеткишлери, ионизациялық камералар менен есаплағышлар, массспектрографлар, т. б. баянланған.

Әдетте бул жоқары оқыў орынлары ушын арналған оқыўлықтарға салыстырғанда диаҳәм парамагнетизм, металлар менен ярым өткизгишлердин зоналық теориясы, газдағы разряд пенен электромагнит толқынлар анағұрлым терең түрде баянланған. Бунда автор гейпара оқыўлықтарда ушырасатуғын құбылыстың мәнисин бурмалайтуғын ҳәм ойланатуғын оқыўшыны қыйыншылыққа алып келетуғын базы бир жеңилліклерден бас тартты. Мысалы, Ферми қәддіне электронлардың абсолюттегі нолдеги максималлық энергиясы түрінде анықлама бериў контактлық термо-э.к. күшинің пайда болыўын пүткіллей түсініксіз етип қалдырады (бундай анықлама берилген жағдайда Ферми қәдди температуралың функциясынан берилген металдың тәрийиплейтуғын константаға айланады). Бундай анықлама Ферми қәдди руқсат етилмеген зонада жайласатуғын ярым өткизгишлер ушын қолланыўға да жарамайды. Екинши мысал сыптында күш сзызықтарын шнурлау түсінігінің жәрдемінде диполдин электромагнит толқынларды нурландырыўын түсіндіриўді де көрсетиүге болады. Бириңіден, бул "шнурлау" сырттан қарағанда қандай да бир түсінікли беретуғын сыйқылы болып көринеди. Бирақ, айқын көринисте оны түсіниүге болмайды. Соның менен бирге, ол принципінде дұрыс емес, себеби ол толқынлардың пайда болыўы менен тарқалыўының тийкары болатуғын электр ҳәм магнит майданларының тутас болатуғынлығы менен өз-ара тәсірин ҳеш есапқа алмайды. Шнурлау ҳақында талқылауларда электрдин пайда болыўы менен толқынның магнит майданының пайда болыўы бир бирине пүткіллей байланыссыз қарастырылады, бул құбылыстың ҳақыиқый физикалық мәнисине қарама-қарсы келеди.

Баянлыў бирликлердин Халық қашықтық системасында (СИ) жүргизиледи. Соңғы үақыттарға шекем физика бойынша шыққан оқыў және илимий әдебияттарда, атап айтқанда, теориялық физиканың барлық оқыўлықтарында бирликлердин Гаусслық системасы пайдаланылған. Соңықтан оқыўшыны бул система менен де таныстырыуды мақұл көрдік. Гаусслық системаға қатнасты барлық текст ажыратылған ҳалда берилген. Егер бул система оқыўшыны қызықтырмайтуғын болса, онда оны оқымаі таслап кетиүге болады. Китаптың ақырындағы қосымшаларда электрлік ҳәм магнитлік шамалардың өлшем бирликлери СИ және Гаусс системаларында бериліп, усы еки системадағы электромагнетизмнің тийкарғы формуулалары салыстырылған.

Москвадағы энергетикалық институттың кафедра баслығы профессор В.А. Фабрикантқа ҳәм усы кафедраның оқытыўшылары И. П. Федорова менен Ю. Б. Горбатовқа көп санлы пайдалы кеңеслери ҳәм ескертійлери ушын үлкен миннэтдаршылығымды билдиремен. Сондай-ақ, китаптың текстін дүзетиў ҳәм жетилистириў ушын көп мийнетин синдерген редактор Е. Б. Кузнецоваға өзимнің миннэтдаршылығымды билидириўди үазыйпам деп есаплайман

И. Савельев

**2021-жылды жарық көргөн бесинши басылыуышын жазылған методикалық  
көрсетпелер**

Бул көрсетпелерде барлық ўақытта дурыс баянланбайтуғын мәселелердин бар болыуы себепли түсніклерди береди. Усының менен бирге, курсты толық көлемде үйрениү ушын ўақыт жетпей қалатуғын жағдайларда үйрениү шәрт болмаған параграфлардың ямаса бөлімлердин дизими берилген. Бул дизим автордың жеке пикирин сәүлелендидеги ҳәм сонлықтан рекомендациялық характерге ийе.

1. Базы бир китаплардағыдай,  $\varepsilon_0$  электр тұрақтысы менен  $\mu_0$  магнит тұрақтысын "вакуумның сициргишилгі" деп атаудың кереги жоқ. Бундай атамалар физикалық жақтан мәниске ийе емес. Усыған сәйкес, физикалық мәниске ийе болмаған "абсолют сициргишилдер болған"  $\varepsilon_a = \varepsilon\varepsilon_0$ ,  $\mu_a = \mu\mu_0$  шамаларын қараудың кереги жоқ.

2. Электр ҳәм магнит тұрақтылары  $\varepsilon_0\mu_0$  комбинацияларында тұрақты түрде ушарасатуғын жағдайларда бул көбеймени  $1/c^2$  шамасы менен алмастырыў керек, бул аңлатпада  $c$  арқалы вакуумдеги жақтылықтың тезлигине сәйкес келетуғын электрдинамикалық тұрақты белгиленген [2021-жылды шықкан басылымдағы (6.15)-формулаға, ал төрттінши басылыудағы (38-5)-формулаға қараңыз].

3.  $\varepsilon_0$  ҳәм  $\mu_0$  шамаларының формуулаларға  $4\pi$  менен комбинацияда киретуғынлығын нәзерде тұтыў пайдалы. Соның менен бирге  $1/4\pi\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ , ал  $\mu_0/4\pi = 10^{-7}$ . Сонлықтан  $\varepsilon_0 = 0,885 \cdot 10^{-11} \Phi/m$  ҳәм  $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}/m$  сан шамалары менен ис алып барыў мақсетке мүұаптық келмейди.  $\pi$  арқалы аңлатылған мәнислер менен ис алып барған жақсы, атап айтқанда  $\varepsilon_0 = 1/(4\pi \cdot 9 \cdot 10^9)$  ҳәм  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ .

4. Векторлық анализдин түсніклери менен қатнасларын үйрениү ушын ўақытты аяудың кереги жоқ. Жоғалтылған ўақыт бир қатар нәтийжелерди әпиүайы ҳәм сулыў түрде алыўда толық өтелинеди. Соның менен бирге дивергенция ҳәм ротор түсніклерин менгермей турып электромагнит майданының тәбияты менен қәсиеттерин ҳақыйқый түснійдің мүмкіншилігі жоқ.

4. Электр аүысыўы  $\mathbf{D}$  (ямаса магнит майданының кернеўлігі  $\mathbf{H}$ ) электр майданының (магнит майданының) орталықтың қәсиеттеринен ғәрезли болмаған характеристикасы деп тастырықлаў әдеўир жийи ушырасады (яғни  $\mathbf{D} = \mathbf{D}_0$  ҳәм  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0$ ). Бул теңліклерде  $\mathbf{D}_0$  менен  $\mathbf{H}_0$  арқалы орталық болмаған жағдайларда шамалардың мәнислері, ал  $\mathbf{D}$  менен  $\mathbf{H}$  арқалы сол шамалардың орталықтағы мәнислері белгиленген. Усыған сәйкес орталықтың сициргишилкери  $\varepsilon = E_0/E$  ҳәм  $\mu = H_0/H$  түрінде анықланады. Бундай тастырықлаўдың дурыс емес екенligин нәзерде тұтыў керек.  $E = E_0/\varepsilon$  ҳәм  $H = H_0/\mu$  қатнаслары қандай да бир айрықша жағдайларда ғана дурыс. Бул жағдайлар китаптың текстінде атап өтілген.

Улыўма жағдайда  $\mathbf{D} = \mathbf{D}_0$  теңлигинин дурыс кмкч екенлиги 35-сүйретте көринип тур. Улыўма жағдай ушын  $\mu = B/B_0$  теңлигинин дурыс емес екенлигине исениү ушын сыртқы  $\mathbf{B}$  магнит майданының сызықтарына перпендикуляр болған бир текли ҳәм изотроп ферромагнетиктен соғылған үлкен жуқа пластинканы қараймыз. Бундай жағдайда  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0$  ҳәм  $\mu$  дин шамасы  $10^5$  ке жетеди.

6.  $\mathbf{D}$  менен  $\mathbf{H}$  шамаларын электромагнит майданының жәрдемиши (қосымша) характеристикалары деп түсній керек (тийкарғылары  $\mathbf{E}$  менен  $\mathbf{B}$  шамалары болып табылады).  $\mathbf{D}$  шамасының пайдасы соннан ибарат, оның дивергенциясы тек тәреплик зарядлар бойынша анықланады, ал  $\mathbf{H}$  шамасының артықмашлығы оның роторының тек макроскопиялық тоқлар менен анықланатуғынлығында [108-параграфтағы (108.16)-ҳәм (108.17)-теңлемелерге қараңыз].

## I БАП

### ВАКУУМДАҒЫ ЭЛЕКТР ТОҒЫ

#### § 1. КИРИСИЙ

Мектеплердеги физика курсынан денелердин белгили бир жағдайларда электр зарядына ийе болатуғынлығы (электрленетуғынлығы) мәлім. Электр зарядының бар болыўы зарядланған денелердин басқа зарядланған дene менен өз-ара тәсирлесетуғынлығын көринеди.

Оң ҳәм терис деп аталауғын еки түрли электр зарядының бар екенлиги шәртли түрде қабыл етилген. Бирдей белгиге ийе зарядлар бир бири менен ийтериседи, ал ҳәр белгиге ийе зарядлар тартысады.

Электр заряды белгили бир элементар бөлекшелер деп аталауғын бөлекшелердин ажыралмас қәсийети болып табылады. Элементар бөлекшелердин барлығының заряды (егер ол нолге тең болмаса) абсолют шамасы бойынша бирдей болады. Оны элементар заряд деп атауға болады. Биз оны *e* арқалы белгилеймиз.

Элементар бөлекшелердин қатарына, мысалы, электрон (терис зарядты тасыўшы), протон (оң зарядты тасыўшы) ҳәм нейtron (заряды нолге тең) жатады<sup>1</sup>. Усы бөлекшелерден заттың атомлары туратуғын болғанлықтан, электр зарядларының барлық затлардың қурамына киретуғынлығы келип шығады. Әдетте, ҳәр қыйлы белгиге ийе зарядларды тасыўшы бөлекшелер затларда бирдей мұғдарда болады ҳәм бирдей тығызлық пенен тарқалады. Бул жағдайда денениң ямаса заттың қәлеген элементар көлеминдеги зарядлардың алгебралық қосындысы нолге тең ҳәм ҳәр бир бундай көлем (тутасы менен алынған дene де) нейтраль болады. Егер қандай да бир себепке байланыслы (мысалы, сүйкө арқалы) денеде бир белгиге ийе бөлекшелердин артық санын пайда етсек (усыған сәйкес екинши белгиге ийе болған бөлекшелердин жетиспейшилиги орын алады), онда дene зарядланған болады. Сондай-ақ оң ҳәм терис бөлекшелердин улыўмалық санын өзгертпей-ақ, денениң бир бөлегинде бир белгиге ийе зарядлардың, ал екинши бөлиминде екинши белгиге ийе артық бөлекшелердин жайласыўына ерисиүге болады. Оны бир металл дene басқа бир зарядланған дene жақынлатыў арқалы келтириўе болады.

Ҳәр бир *q* заряды элементар зарядлардың жыйнағынан туратуғын болғанлықтан, оның шамасы путин сан еселенген *e* ге тең

$$q = \pm Ne.$$

Бирақ, *e* элементар зарядтың шамасының жүдә киши болыўына байланыслы (3-параграфты қараңыз), макроскопиялық зарядлардың мүмкін болатуғын шамаларын үзлиksiz өзгереди деп қарауға болады.

Электр зарядларының жоғалыўы ҳәм қайтадан пайда болыўы мүмкін. Бирақ, барлық үақытта қарама-қарсы белгиге ийе еки элементар заряд бир үақытта жоғалады ямаса пайда болады. Сонықтан электрлик бойынша изоляцияланған системаның зарядларының қосындысының өзгериүи мүмкін емес<sup>2</sup>. Бул тастыықлауды электр зарядының сақланыў нызамы деп атайды.

Егер зарядланған бөлекшелер, мысалы, электронлар, денениң ишинде қозғала алатуғын болса, онда бундай затлар электр тоғын еркин өткизиүге қабилетли болады.

<sup>1</sup> Протон менен нейtronның фундаменталлық элементар бөлекшелердин қатарына кирмейтуғынлығын, олардың қурамалық бөлекшелер екенлигин атап өтемиз (Аўдарыўшы).

<sup>2</sup> Егер системаны шеклеп туратуғын бет арқалы электр тоғы ағып өте алмайтуғын болса, онда бундай дene изоляцияланған деп атайды.

Қозғалыслары электр тоғын пайда ететуғын заряд тасыўшылар хызметин тек электронларғана емес, ал ионлар, яғни өзлериңің бир ямаса бир неше электронларын жоғалтқан ямаса электронларды қосып алған атомлар ямаса молекулалардың атқарыўы мүмкін.

Электр тоғын өtkизиў қабилетлигine байланыслы барлық затларды диэлектриклер (ямаса изоляторлар), өtkизгишлер ҳәм ярым өtkизгишлер деп үлкे бөледи. Тәбиятта идеал түрдеги изоляторлар болмайды. Барлық затлар қаншама аз дәрежеде болса да, электр тоғын өtkизеди. Бирақ, диэлектриклер деп аталатуғын затлар тоқты өtkизгишлер деп аталатуғын затлардан  $10^{15} - 10^{20}$  есе киши өtkизеди. Ярым өtkизгишлер деп аталатуғын тоқ өtkизиўшлик қабилетлиги бойынша өtkизгишлер менен диэлектриклердин арасындағы қашықлық областты ийелейтуғын затлардың кең жыйнағына айтады. Өtkизгишликting шамасы бойынша ярым өtkизгишлер өtkизгишлерден бир қатар өзгешеликleri менен ажыралып турады.

## § 2. Зарядлардың өз-ара тәсирлесиўи. Кулон нызамы.

Жоқарыда атап өтилгениндей, денедеги электр зарядының бар екенлиги ұсы денениң басқа зарядланған денелер менен өз-ара тәсирлесиўи арқалы бақланады. Бирдей белгиге ийе зарядларды (ямаса атлас зарядланған деп аталатуғын) тасыўшы денелер бир бириң ийтереди. Ал, ҳәр белгиге ийе зарядлар менен зарядланған денелер бир бириң тартади. Ноқатлық деп аталатуғын зарядлардың өз-ара тәсирлесиў күши бағынатуғын нызамды 1785-жылы Кулон ашты.

Ноқатлық заряд деп электр зарядына ийе болған басқа денелерге шекемги қашықлыққа салыстырғанда өлшемин есапқа алмаўға болатуғын зарядланған денеге айтады.

Гравитациялық турақлыны анықлаўға арналған (I томдағы 46-параграфты қараңыз) Кавендиш найдаланған тәрезиге усаған бурылатуғын тәрезинин (1-суýрет) жәрдеминде Кулон еки зарядланған шарлардың олардағы зарядлардың шамасына ҳәм олардың арасындағы қашықлыққа байланыслы өз-ара тәсирлесиў күшин өлшеди. Бул жағдайда Кулон зарядланған металл шарға тап сондай, бирақ зарядланбаған металл шарды тийгизгенде зарядтың еки шарға теңдей бөлинетуғынлығын тиикар етип алған.

Өзинин тәжирийбелериниң Нәтийжеде Кулон мынадай жуўмақта келди: ноқатлық еки зарядлардың арасындағы өз-ара тәсир күши ҳәр бир зарядтың шамасына туýры пропорционал ҳәм олардың арасындағы қашықлықтың квадратына кери пропорционал. Күшлердин бағыты зарядлар арқалы өтетуғын туýрыға дәл келеди.

Кулон нызамын мынадай формуланың жәрдеминде жазыўға болады:

$$f = k \frac{q_1 q_2}{r^2}. \quad (2.1)$$

Бул аңлатпада  $k$  – пропорционаллық коэффициент,  $q_1$  ҳәм  $q_2$  өз-ара тәсирлесетуғын зарядлардың шамалары,  $r$  – олардың арасындағы қашықлық.

Зарядлар атлас болған жағдайда (2.1)формула бойынша есапланған күш он белгиге ийе (ол зарядлардың өз-ара ийтерилисіүине сәйкес келеди). Белгилери ҳәр қылыш болған жағдайда күштиң белгиси терис (зарядлардың бир бириң тартысында сәйкес келеди)<sup>3</sup> болады.

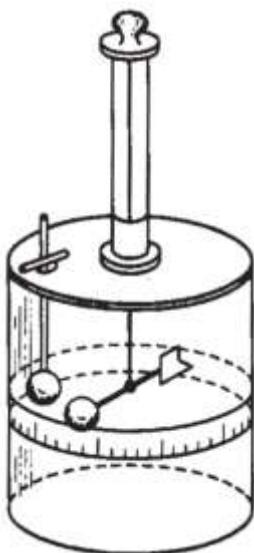
Кулон нызамын векторлық көринисте жазыўға болады:

$$\mathbf{f} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r}. \quad (2.2)$$

---

<sup>3</sup> Бұны молекулалардың арасындағы өз-ара тәсир етиў күшинин белгиси ҳәм мәниси менен (I том 117-параграфты қараңыз) салыстырыңыз.

Бул теңліктеги  $r$  шамасын бир зарядтан екиншисине карай жүргизилген және бағыты зарядқа түсетеуын  $f$  күшинин бағыты менен сәйкес келетуын вектор деп қарау керек (2-сүйрет).



1-сүйрет.



2-сүйрет.

Ноқатлық зарядлардың арасындағы өз-ара тәсирлесіүдің нызамын биле отырып, өлшемлери шекли денелерге топланған зарядлардың арасындағы өз-ара тәсир күшин есаплауға болады. Буның ушын зарядлардың ҳәр қайсысын ноқатлық деп қарауға болатуында жүдә кишкене  $dq$  зарядларға бөлип, жуп-жуптан алынған  $dq$  зарядлардың арасындағы күшти (2.2)-формула арқалы есапладап, буннан кейин бул күшлерди векторлық тәртіпте қосыў керек. Бул операция математикалық бойынша өлшемлери шекли болған денелердин арасындағы гравитациялық тартысын күшин есаплауға (I томдағы 46-параграфты қараңыз) дәл сәйкес келеди.

### § 3. Өлшем бирликлериниң системалары

Зарядты өлшеу үшін зәрүрли болған өлшем бирлигин таңлап алыў үшын ( $f$  пенен  $r$  үшін өлшем бирликлери механикада анықланды). (2.1)-формуладағы пропорционаллық коэффициенттің бирге тең болыуына умтылыўымыз керек. Зарядтың усыған сәйкес өлшем бирлиги ( $f$  пенен  $r$  СГС-системасының өлшем бирликлери менен өлшенген деп болжайық) зарядтың абсолют электростатикалық өлшем бирлиги (қысқаша: зарядтың СГСЭ-бирлигі) деп аталады. Ол вакуумда орналасқан бир бириңен 1 см қашықтықта жайласқан зарядлардың бир бири менен 1 дина күш пенен тәсирлесетуын заряд болып табылады.

Жүдә дәл өлшеўлер (66-параграфты қараңыз) элементар зарядтың мынаған тең болатуынлығын көрсетеди:

$$e = 4.80 \cdot 10^{-10} \text{ зарядтың СГСЭ-бирлигі.}$$

Узынлықтың, массаның, үақыттың ҳәм зарядтың өлшем бирликлерин тийкарғы деп алып, электрлік ҳәм магнитлик шамалардың өлшем бирликлер системасын дүзиүге болады. Тийкарында сантиметр, грамм-масса, секунд ҳәм зарядтың СГСЭ-бирлиги жататуын система бирликлердин абсолют электростатикалық системасы (СГСЭ-системасы) деп аталады. Бул системаның тийкарында Кулон нызамы, яғни зарядланған денелердин өз-ара тәсирлесіү нызамы жатыр. Кейинирек биз тийкарында электр тоғы өтетуын еткізгішлердин арасындағы өз-ара тәсир етисиўлер нызамы жататуын өлшем

бирликлериниң абсолют электромагнитлик системасы менен (СГСМ-системасы менен) танысамыз. Сондай-ақ электрлік шамалардың өлшем бирликлери СГСЭ системасының өлшем бирликлери менен, ал магнитлик шамалардың өлшем бирликлери СГСМ-системасының бирликлери менен сәйкес келетуғын Гаусс системасы да абсолют система болып табылады.

СГСЭ системасында Кулон нызамын сәүлелендіретуғын формула мына көринисте жазылады:

$$f = \frac{q_1 q_2}{r^2}. \quad (3.1)$$

Зарядлар бослықта жайласқан жағдайда ғана бул формула орынлы. Қандай да бир орталықта жайласқан зарядлар ушын оның шамасының анықланыуы керек (18-параграфты қараңыз).

1963-жылы 1-январдан баслап СССР да ГОСТ 9867-61 Мәмлекеттік стандарт енгизилди. Бул стандарт бойынша СИ символы менен белгиленетуғын бирликлердин Халық қашықтық системасын қолланыуға айрықша орын бериледи. Бул системаның тийкарғы бирликлери метр, килограмм, секунда, ампер, Қельвин градусы ҳәм шам болып табылады. СИ системасында күш ушын шамасы  $10^5$  динаға тең ньютон (н) алынады.

СИ системасында электрлік ҳәм магнитлик шамалардың өлшем бирликлерин белгилеуде СГСМ-системасындағыдей, электр зарядларының емес, ал тоғы бар өткізгішлердин өз-ара тәсирлесіү нызамына сүйенеди. Соңықтан Кулон нызамының формуласындағы пропорционаллық коэффициент бирден өзгеше бирликке ийе шама болып табылады.

СИ системасындағы зарядтың бирлиги кулон ( $\kappa$ ) болып табылады. Тәжирийбеде 1 к зарядтың

$$1 \kappa = 1 \text{ к} = 2,998 \cdot 10^9 \text{ (жуұық } 3 \cdot 10^9 \text{)} \text{ зарядтың СГСЭ-бирлиги}$$

шамаларына тең екенлеги анықланды.

1 к шамасына тең зарядтың шамасы ҳақында түснік берій ушын ҳәр қайсысы 1 к болған ҳәм бир биринен 1 м қашықтықта жайласқан еки ноқаттың зарядтың өз-ара тәсир етисіү күшин есаптайық. (3.1)-аңлатпаға сәйкес

$$f = \frac{3 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^9}{100^2} \text{ СГСЭ} = 9 \cdot 10^{14} \text{ дин} = 9 \cdot 10^9 \text{ н} \approx 10^9 \text{ кГ.}$$

Кулон менен белгиленген элементар заряд мынаған тең:

$$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ к.}$$

#### § 4. Формулалардың рационалластырылған түрде жазылыуы

Егер электродинамиканың көп санлы формулаларын СГС (атап айтқанда Гаусслық) системада жазсақ, онда  $4\pi$  көбейтишиси ҳәм жақтылықтың бослықтағы тезлигине тең электродинамикалық тұрақты деп аталатуғын с киреди. Әмелий бойынша жұдә маңызды формулаларда олардан құтылыу ушын Кулон нызамындағы пропорционаллық коэффициентti  $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$  шамасына тең деп есаплайды. Бундай жағдайда бослықта орналасқан зарядлар ушын нызам мынадай түрге енеди:

$$f = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^4}. \quad (4.1)$$

Усыған сәйкес басқа формулалар да өзгериске ушырайды. Формулалардың үсылайынша өзгертилип жазылыуын рационалластырылған деп аталады. Рационалластырылған формулаларды пайдаланып қурылған система да рационалластырылған деп аталады. Олардың қатарына СИ системасы да киреди.

$\epsilon_0$  шамасын электрлік турақты деп атайды. Оның өлшем бирлиги электр сыйымлығын узынлыққа бөлгөнгө тең. Усыған сәйкес оның бирликлерин фарада бөлинген метр (25-параграфты қараңыз) деп аталауғын бирлик пenen анықлады.

$\epsilon_0$  шамасының сан мәнисин табыў ушын (4.1)-формулаға бир бириңен 1 м қашықлықта орналасқан ҳәр қайсысына 1 кулоннан келетуғын еки заряд жайласқан жағдайға сәйкес шамалардың мәнислерин қоямыз. Алдыңғы параграфта бул жағдайдағы күштин  $9 \cdot 10^9$  н шемасына тең екенligин таптық. Күштин ұсы шамасын, сондай-ақ  $q_1 = q_2 = 1$  к ҳәм  $r = 1$  м шамаларын (4.1)-формулаға қойып, мынаны аламыз:

$$9 \cdot 10^9 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1 \cdot 1}{1^2}.$$

Буннан

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} = 0,885 \cdot 10^{-11} \text{ ф/м.} \quad (4.2)$$

аңлатпасына ийе боламыз.

Электрлік турақты  $\epsilon_0$  магнитлік турақты  $\mu_0$  менен бирге (38-параграфты қараңыз) Гаусслық системада ушырасатуғын электродинамикалық турақты болған с ны алмастырады.

ССР да өткен жыллары басылып шыққан физика бойынша әдебияттарда көбинесе бирликлердин Гаусслық системасы пайдаланылған. Сонықтан биз оқыушылардың бирликлердин СИ системасы менен де, сондай-ақ Гаусслық системасы менен де таныстырыуды мақул көрдик. Баянлау СИ системасында жүргизиледи. Соның менен бирге алынған формулалардың Гаусслық системада да қалайынша жазылатуғынлығы көрсетиледи. Китаптың ақырындағы II қосымшада электродинамиканың тийкарғы формулаларының СИ ҳәм Гаусслық системалардағы жазылышылары салыстырып берилген.

## § 5. Электр майданы. Майданның кернеўлиги

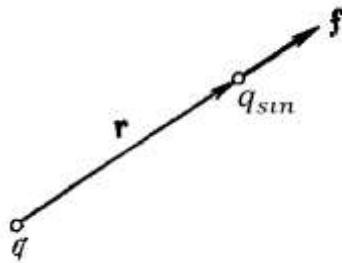
Зарядлардың арасындағы өз-ара тәсирлесіү әлектр майданы арқалы жүзеге келеди. Қәлелеген заряд өзиниң әтирапындағы кеңисликтиң қәсийетлерин өзгертерди - кеңисликтे әлектр майданын пайда етеди. Бул майданның бар екенлиги ұсы майданның қәлелеген ноқатына жайластырылған зарядқа күштин тәсир ететуғынлығы бойынша көринеди. Сонықтан, берилген орында майданың бар ямаса жоқ екенligин анықлау үшын сол орынға зарядланған денени (буннан былай қысқаша заряд деп атайды) орналастырып, оған әлектр күшлери тәсир ете ме? деген сорауға жуýап бериў керек болады. Берилген зарядқа тәсир етиўши күштин шамасы бойынша майданың "интенсивлигі" ҳақында гәп етиўге болады.

Солай етип, әлектр майданының бар екенligин билиў үшын базы бир "сынап көрилетуғын" зарядты пайдаланыў керек. Берилген ноқаттағы сол сынап көрилетуғын зарядқа тәсир ететуғын күشتі тәрийиплеў үшын оның ноқатлық болыўы керек. Бундай болмаған жағдайда зарядқа тәсир ететуғын күштин шамасы сынап көрилетуғын зарядқа ийе болған дениниң көлеми бойынша орталастырылған шамаға тең болады.

Ноқатлық  $q$  зарядтың пайда ететуғын майданын ноқатлық сынап көрилетуғын  $q_{\text{сын}}$  зарядтың жәрдеми менен изертлейик.  $q$  зарядының ийелеген орны менен салыстырғандағы сынап көрилетуғын зарядтың орнын  $r$  радиус-векторы менен анықтаймыз (3-сүйрет). Бундай жағдайда сынап көрилетуғын зарядқа

$$f = q_{\text{сын}} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \frac{r}{r} \right) \quad (5.1)$$

кушинин тәсир ететуғынлығын табамыз.



3-сүйрет.

(5.1)-формуладан сынап көрилетуғын зарядқа тәсир ететуғын күштиң майданды анықтайтуғын шамаларға ( $q$  менен  $r$  ге) ғана емес, ал сынап көрилетуғын зарядтың  $q_{\text{сын}}$  шамасына да байланыслы екенлигин көремиз. Егер шамалары ҳәр қыйлы болған  $q'$ ,  $q''$ , ... сынап көрилетуғын зарядларды алсақ, онда оларға майданның берилген ноқаттағы тәсир ететуғын  $f'$ ,  $f''$ , ... күшлери де ҳәр қыйлы болады. Бирақ,  $f/q_{\text{сын}}$  қатнасы барлық сынап көрилетуғын зарядлар ушын бирдей екенлигин (5.1)-аңлатпадан аңсат көрийгө болады ҳәм ол майданның берилген ноқатын анықтайтуғын  $q$  ҳәм  $r$  дин шамаларына ғана байланыслы. Сонықтан бул қатнасты электр майданын тәрийиплейтуғын шама сыпатында қабыллау тәбийи:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{f}}{q_{\text{сын}}}. \quad (5.2)$$

(5.2)-аңлатпадағы векторлық шаманы берилген ноқаттағы (яғни, сынап көрилетуғын  $q_{\text{сын}}$  зарядқа  $\mathbf{f}$  күши тәсир ететуғын ноқаттағы) электр майданының кернеўлиги деп атайды.

(5.2)-формулаға сәйкес электр майданының кернеўлиги сан мәниси бойынша майданың берилген ноқаттағы бир бирлик ноқатлық зарядқа тәсир ететуғын күшке тең.  $\mathbf{E}$  вектордың бағыты оң зарядқа тәсир ететуғын күштиң бағыты менен сәйкес келеди.

Электр майданының кернеўлиги деген түсніктікке биз ноқатлық зарядты изертлеү арқалы келдик. Бирақ, (5.2)-анықлама зарядлардың қәлеген жыйинағын пайда ететуғын майдан болған жағдайларда да қолланылады. Қалай деген менен, бул жағдай ушын мынадай ескертийди бериү керек. Изертленетуғын майданды пайда ететуғын зарядлардың өз-ара жайласыўы сынап көрилетуғын зарядтың тәсиринен өзгеретуғын жағдайдың орын алыўы да мүмкин. Бул, мысалы, майданды пайда ететуғын зарядлар өткізгіште орналасып, оның шеклеринде орынларын еркин алмастыра алатуғын жағдайларда орын алады. Сонықтан, изертленетуғын майданды өзгертпей ушын сынап көрилетуғын зарядтың шамасын жеткилики дәрежеде киши етип алыў керек.

(5.2)-хәм (5.1)-формулаларда көринип тұрғанындай, ноқатлық зарядтың кернеўлиги зарядтың шамасы  $q$  ға туýры пропорционал ҳәм усы зарядтан майданың берилген ноқатына шекемги  $r$  қашықлығының квадратына кери пропорционал:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r}. \quad (5.3)$$

$\mathbf{E}$  векторы заряд пенен майданың берилген ноқаты арқалы өтетуғын радиаллық туýрының бойы менен, егер оның мәниси оң болса зарядтан сыртқа, ал терис болса зарядқа қарай бағытланады.

(3.1)-формулаға сәйкес бослықтағы ноқатлық зарядтың майданының кернеўлиги ушын Гаусслық системадағы формула былайынша жазылады:

$$\mathbf{E} = \frac{q}{r^2} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r}. \quad (5.4)$$

Электр майданының кернеўлигинин бирлигиниң шамасы сыпатында бир бирлик зарядқа (СИ системасында 1 к, Гаусслық системада 1 СГСЭ-заряд бирлиги) бир бирлик күш

(СИ системасында 1 н, Гаусслық системада 1 дина) тәсир ететуғын кернеўліктиң шамасы қабыл етилген.

Гаусслық системада бул бирліктиң арнаўлы түрдеги атамасы жоқ. СИ системасындағы электр майданының кернеўлігі сыпатында вольт бөлинген метр деп аталатуғын бирлік қабыл етилген. Оның шамасы  $v/m$  арқалы белгиленеди [(11.8)-формулаға қараңыз].

(5.3)-аңлатпаға 1 к шамасына тең заряд бослықта 1 м қашықлықта

$$E = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{\frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}} = 9 \cdot 10^9 \text{ в/м}$$

шамасына тең кернеўлікти пайда етеди. Кернеўліктиң бул мәниси гаусслық системада мынаған тең:

$$E = \frac{q}{r^2} = \frac{3 \cdot 10^9}{100^2} = 3 \cdot 10^5 \text{ СГСЭ-бірлиги.}$$

Усы еки нәтийжени салыстырып, мынаны табамыз:

Кернеўліктиң 1 СГСЭ шамасына тең бірлиги =  $3 \cdot 10^4 \text{ в/м}$  шамасына тең.

(5.2)-аңлатпаға сәйкес, сынап көрилетуғын зарядқа тәсир ететуғын күш мынаған тең:

$$\mathbf{f} = q_{\text{сын}} \cdot \mathbf{E}.$$

Усыған сәйкес, майданының кернеўлігі  $\mathbf{E}$  болған ноқаттағы қәлеген ноқаттың  $q$  зарядқа

$$\mathbf{f} = q \cdot \mathbf{E} \quad (5.5)$$

кушинин тәсир ететуғынлығын көремиз<sup>4</sup>.

Егер  $q$  заряд он болса, күштиң бағыты  $\mathbf{E}$  векторының бағыты менен сәйкес келеди.  $q$  терис болған жағдайда  $\mathbf{f}$  ҳәм  $\mathbf{E}$  векторлардың бағыттары қарама-қарсы болады.

## § 6. Майданлардың суперпозициясы. Диполдин майданы

Тәжирийбелер берилген зарядлар системасына кирмейтуғын қандай да бир зарядқа ұзын зарядлар системасы тәрепинен тәсир ететуғын күштің шамасының системаға киретуғын ҳәр бир заряд тәрепинен тәсир ететуғын күшлердин векторлық қосындысына тең болатуғынлығын тәжирийбелер көрсетеди. Буннан зарядлар системасының пайда еткен майданының кернеўлігигинң системаның ҳәр бир заряды өз алдына пайда еткен майдан кернеўліктериниң векторлық қосындысына тең болатуғынлығы келип шығады:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots = \sum \mathbf{E}_i. \quad (6.1)$$

Бул жүймақ электр майданларының суперпозиция (бетлесиү) принципи деп аталады.

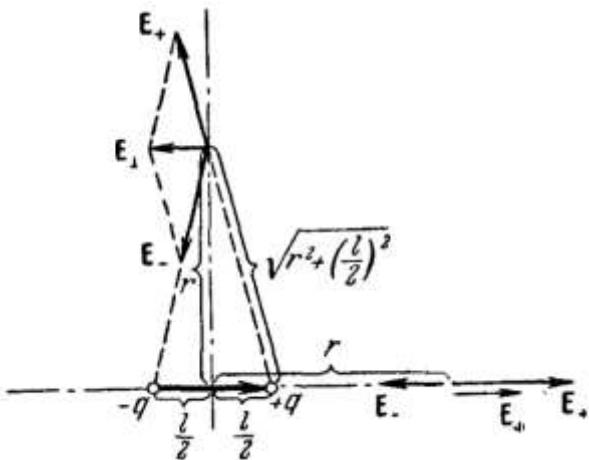
Суперпозиция принципи зарядлардың қәлеген системасының пайда еткен майданының кернеўлігигин есапладап табыуға мүмкінлик береди. Созылған зарядларды мүмкін болғанынша майда  $dq$  бөликлерге бөле отырып, зарядлардың қәлеген системасын ноқаттың зарядлардың жынынағына айландырыуға болады. Усындай зарядлардың ҳәр қайсысының қосынды майданға қосатуғын үлеси (5.3)-формуланың жәрдемінде есапланады.

Электрлік диполдин майданының кернеўлігин табыу ушын суперпозиция принципин пайдаланамыз.

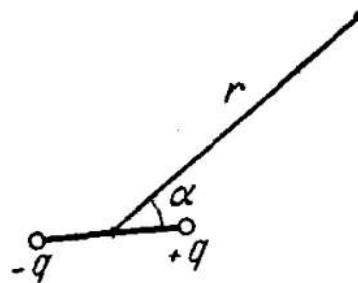
Электрлік диполь деп шамалары бойынша системаның майданы анықлантуғын ноқатқа салыстырғанда аралығы  $l$  әдеүір киши болған, белгилери ҳәр қайыл болған еки  $+q$  ҳәм  $-q$  ноқаттың зарядтан туратуғын системаға айтамыз. Зарядлардың екеуі арқалы ететуғын туұры диполдин көшери деп аталады. Диполдин көшериндеги, сондай-ақ

<sup>4</sup> (5.3)-формуладағы  $q$  майданды пайда ететуғын зарядты анықлайды. Ал, (5.5)-формуладағы  $q$  болса кернеўлігі  $\mathbf{E}$  болған ноқатта  $\mathbf{f}$  күши тәсир ететуғын зарядты аңғартады.

диполдин орайы арқалы ҳәм оның көшерине перпендикуляр түйры арқалы өтетуғын майданың кернеўлигин табайық (4-сүйрет). Бул түйрыдағы ноқатлардың орнын диполдин орайынан түсирилген вектор  $\mathbf{r}$  арқалы тәрийиплеймиз. Диполдин анықламасына сәйкес  $r \gg l$  шәртининде орынланыўының көрсетемиз.



4-сүйрет.



5-сүйрет.

Хәр бир ноқаттағы майдан  $+q$  ҳәм  $-q$  ноқатлық зарядлар пайда ететуғын  $E_+$  ҳәм  $E_-$  майданлардың суперпозициясынан ибарат. Диполдин көшериндеги  $E_+$  ҳәм  $E_-$  векторлардың бағытлары қарама-қарсы болады. Соныңтан қосынды кернеўлик  $E_{||}$  модули бойынша  $E_+$  ҳәм  $E_-$  векторлар модуллериниң айырмасына тең:

$$E_{||} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{q}{(r - \frac{l}{2})^2} - \frac{q}{(r + \frac{l}{2})^2} \right] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \frac{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2 - \left(r - \frac{l}{2}\right)^2}{\left(r - \frac{l}{2}\right)\left(r + \frac{l}{2}\right)^2}.$$

Бул аңлатпаның бөлиминдеги  $l/2$  шамасын  $r$  менен салыстырғанда киши деп есаплад мынаны аламыз.

$$E_{||} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2ql}{r^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2p}{r^3}. \quad (6.2)$$

Бул аңлатпада  $p$  арқалы электр моменти деп аталатуғын  $ql$  көбеймеси белгиленген.

Көшерге перпендикуляр түйрының бойындағы ноқатларда  $E_+$  пенен  $E_-$  лер бирдей модуллерге ийе болады:

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}. \quad (6.3)$$

$l$  кесинди менен  $E_{\perp}$  векторға тиредетуғын тең қапталлы үш мүйешликлердин уқсаслығынан (4-сүйрет) мынаған ийе боламыз:

$$\frac{E_{\perp}}{E_+} = \frac{l}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}} \approx \frac{l}{r}.$$

Бул қатнастағы  $E_+$  шамасын (6.3)-аңлатпадағы мәниси менен алмастырып, төмендегидегі формуланы аламыз:

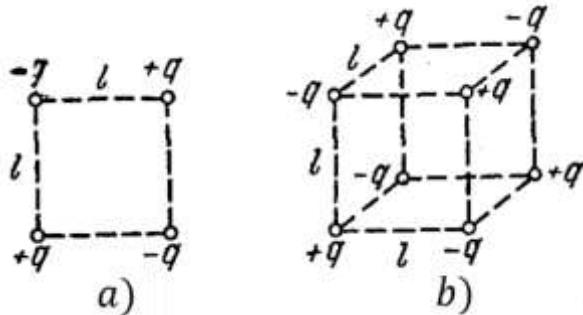
$$E_{\perp} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{ql}{r^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{p}{r^3}. \quad (6.4)$$

Қәлеген ноқаттағы диполдин майданының кернеўлигин мынадай формуланың жәрдеминде анықланатуғынлығын көрсетиүге болады:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{p}{r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \alpha}, \quad (6.5)$$

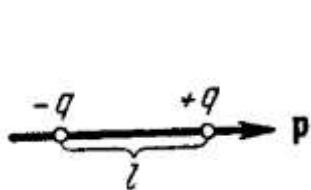
Бул аңлатпада  $\alpha$  арқалы диполдин қөшери менен берилген ноқатқа түсирилген түйрінің арасындағы мүйеш белгіленген (6-сүйрет). Егер (6.5)-аңлатпаға  $\alpha = 0$  (яmasa  $\pi$ ) ҳәм  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  мәнислерин қойсақ, онда оннан (6.2)- менен (6.4)-формулалар келип шығады.

Гаусслық системада (6.2)-, (6.4)- ҳәм (6.5)-формулалардағы  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  көбейтишиси жоқ.

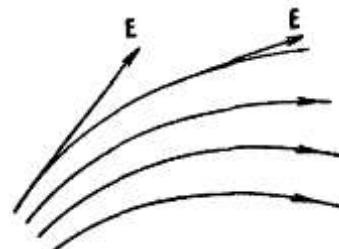


6-сүйрет.

Диполдин майданының кернеўлиги усы диполди пайда ететуғын зарядлардың шамасы арқалы емес, ал диполдин моменти  $p = ql$  арқалы анықланады. Диполдан қашықлығына қарай кернеўлик  $1/r^3$  нызамы бойынша, яғни қашықлық зарядтың майданының кернеўлигинен ( $1/r^2$  нызамы бойынша өзгеретуғын) тезирек кемейеди. 6-а сүйретте көрсетилген квадруполь деп аталатуғын зарядлар системасының кернеўлиги қашықлыққа байланыслы оннан да тезирек, атап айтқанда  $1/r^4$  нызамы бойынша кемейеди. Октууполдин кернеўлиги (6-б сүйрет)  $1/r^5$  нызамы бойынша кемейеди. Пайда ететуғын электр зарядларының алгебралық қосындысының нолге тең болыўы диполь, квадруполь ҳәм октууполь ушын ортақ жағдай болып табылады.



7-сүйрет.



8-сүйрет.

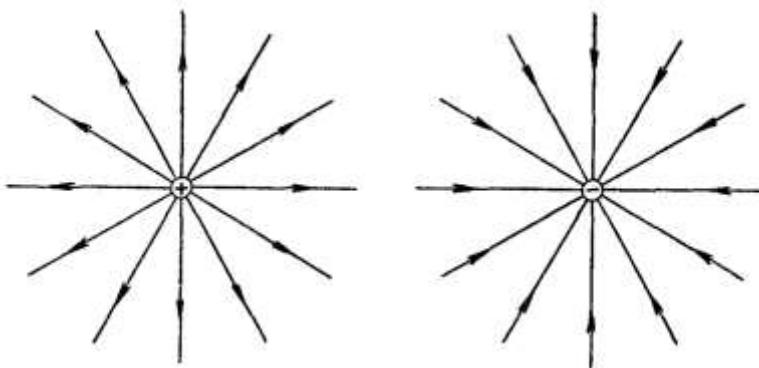
Диполди толығы менен анықлаў ушын  $q$  менен  $l$  ден басқа диполдин қөшеринин қеңисликтеги бағытының берилийинин керек екенligин ескертемиз. Усыған сәйкес, диполдин моментин  $p$  векторы түрінде қараў керек. Бул вектордың бағыты сыпатында терис зарядтан оң зарядқа қараған бағыт алынады (7-сүйрет). Егер  $-q$  дан  $+q$  ға жүргизилетуғын  $I$  радиус-векторын енгизсек, онда диполдин моментин мына көринисте тәрийиплеўге болады:

$$\mathbf{p} = q\mathbf{I}. \quad (6.6)$$

### § 7. Кернеўлик сыйығы. Кернеўлик векторының ағысы

Хәр бир ноқат ушын  $\mathbf{E}$  векторының шамасы менен бағытын көрсетиў арқалы электр майданын беріүге болады. Усындағы векторлардың жыйнағы электр майданының кернеўлигинин векторлық майданын пайда етеди (І томның 54-параграфындағы тезлик

векторының майданы менен салыстырыңыз). Тезлик векторының майданын биз билетуғын тоқ сзықларының жәрдеми менен жұдә көргизбели түрде сүүретлеүге болады. Тап усындај жоллар менен электр майданы кернеўлик сзықларының жәрдеми менен сүүретлеүге болады. Биз оны қысқаша **E** сзықлары деп атайды боламыз. Кернеўлик сзықлары олардың ҳәр бир ноқатына жүргизилген урынба **E** вектордың бағыты менен дәл келетуғындај етип жүргизиледи. Сзықлардың қойыўлығы оған перпендикуляр қойылған беттиң бир бирлиги арқалы өтетуғын сзықлардың саны **E** векторының сан мәнисине тең болатуғындај етип алынаады. Бундай жағдайда кернеўлик сзықларының сүүретине қарап кеңисликтиң ҳәр қыйлы ноқатларындағы **E** вектордың бағыты менен шамасы ҳақында айтуда болады (8-сүүрет).



9-сүүрет.

Ноқатлық зарядтың **E** сзықлары, әлбетте, егер ол оң белгиге ийе болса, онда зарядтан шығатуғын, егер терис болса, онда зарядқа қарай бағытланған радиаллық бағыттағы туýрылардың жыйнағы екенлиги айқын (9-сүүрет). Сзықлардың бир ушы зарядқа тиреледи, ал екинши ушы шексизликке кетеди. Ҳақыйқатында да, радиусы  $r$  болған қәлеген сфералық бетти кесип өтетуғын сзықлардың толық саны  $N$  сзықлардың жийилиги менен сфералық беттиң майданы болған  $4\pi r^2$  шамасының көбеймесине тең. Қойылған шәрт бойынша сзықлардың жийилиги сан бойынша майданында кернеўлигі болған  $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$  шамасына тең. Демек, сзықлардың жийилиги  $N$  сан мәниси бойынша мынаған тең:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}, \quad (7.1)$$

яғни зарядтан қәлеген қашықлықтардағы сзықлардың саны бирдей болады. Бул сзықлардың зарядтан басқа ҳеш жерде басланбайтуғынлығын ҳәм тамам болмайтуғынлығын көрсетеди; олар зарядта басланып, шексизликке кетеди (заряд оң болғанда) ямаса шексизликтен келип зарядта тамам болады (заряд терис болғанда). **E** сзықларының бул қәсийети барлық электростатикалық майданлар ушын, яғни қозғалмайтуғын зарядлардың қәлеген системасы пайда ететуғын майданлар ушын улыўмалық болып табылады: кернеўлик сзықларының тек зарядларда басланыуы ямаса тамам болыуы ямаса шексизликке кетиүи мүмкін. Төмендеги 26-сүүретте диполдин майданының **E** сзықлары көрсетилген.

**E** сзықларының жийилигин **E** ның сан мәнисине тең болатуғындај етип таңлап алатуғын болғанлықтан, **E** векторына перпендикуляр  $dS$  майданы тесип өтетуғын сзықлардың саны сан мәниси бойынша  $EdS$  шамасына тең болады. Егер  $dS$  майданы оған түсірилген нормаль **E** векторы менен  $\alpha$  мүйешин жасайтуғындај етип бағытланған болса,

онда майданды тесип өтетуғын сыйықлардың саны сан мәниси бойынша мынаған тең болады [I томдағы (82.12)-формула менен салыстырыңыз]:

$$EdS \cos \alpha = E_n dS. \quad (7.2)$$

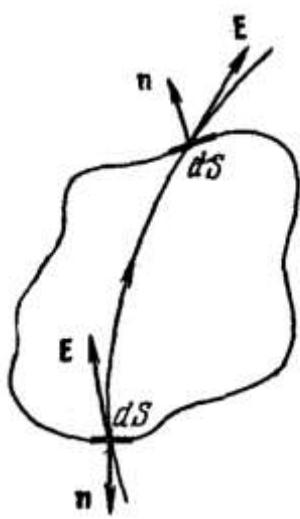
Бул теңликтегі  $E_n$  арқалы майданға түсірилген нормалдың бойындағы  $\mathbf{E}$  векторының қураушысы. Буннан қалеген бетти тесип өтетуғын  $\mathbf{E}$  сыйықларының саны ушын мынадай теңлик келип шығады:

$$N \text{ сан мәниси бойынша } \int_S E_n dS \text{ шамасына тең.} \quad (7.3)$$

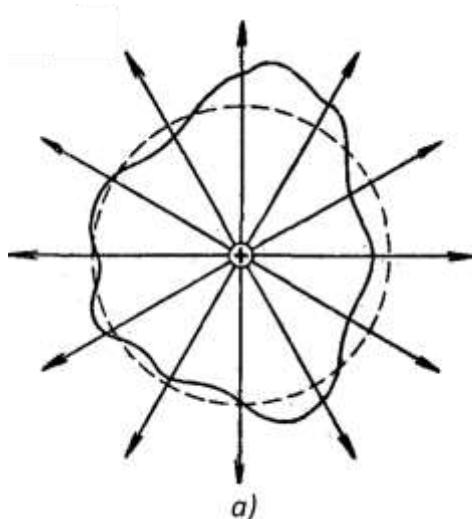
Егер, қандай да бир  $A$  векторының майданы бар болса, онда

$$\Phi = \int_S A_n dS \quad (7.4)$$

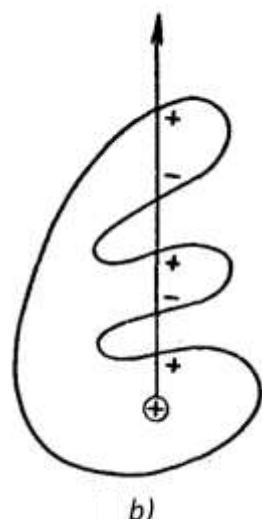
теңлиги орынлы болады. Бул теңликтегі  $A_n$  арқалы  $dS$  майданына нормаль бағытланған  $\mathbf{A}$  векторының қураушысы белгиленген ҳәм ол ол  $S$  бет арқалы өтетуғын  $\mathbf{A}$  векторының ағысы деп аталады.



10-сүйрет.



11-сүйрет.



$\mathbf{A}$  векторының тәбиятына байланыслы (7.4)-теңлигинин ҳәр қылышы физикалық мәнисинин болыуы мүмкін. Мысалы, энергия ағысының тығыздылық векторының ағысы сәйкес бет арқалы өтетуғын энергияның ағысына тең екенлеги мәлім (I томдағы 82-параграфты қараңыз). Тезлик векторының ағысы

$$\Phi = \int_S v_n dS$$

бир бирлик үақыттың ишинде  $S$  бет арқалы ағып өтетуғын сыйықлықтың көлемин беретуғынлығына көз жеткизиүди оқыўшының өзине қалдырамыз. (7.3)-формуладан  $\mathbf{E}$  векторының ағысы болған

$$\Phi = \int_S E_n dS \quad (7.5)$$

шамасының сан мәниси бойынша  $S$  бетти тесип өтетуғын  $\mathbf{E}$  сыйықларының санына тең екенлеги келип шығады.

Биз кейинирек майданның кернеўлигинин векторы ҳақындағы түсніктің электр менен магнетизм ҳақындағы илимдеги мәнисинин оғада үлкен екенligin көремиз.

(7.5)-ағысының алгебралық шама екенлигин ескерткенимиз мақул. Соның менен бир қатарда оның белгиси  $\Phi$  ағысын есаплағанда  $S$  бетти бөлетуғын элементар майданларға түсирилген нормаллардың бағытларын таңлап алғыға байланыслы. Нормалдин бағытын қарама-қарсы бағытқа өзгертиү  $E_n$  шамасының белгисин өзгертереди. Соның менен бирге ол  $\Phi$  ағысының белгисин де қарама-қарсы тәрепке қарай өзгертереди.

Түйік бетлер болған жағдайда бетти қамтыйтуғын областтан сыртқа шығатуғын ағысты есаплау қабыл етилген. Усыған сәйкес буннан былай  $dS$  бетине түсирилген нормаль деп барлық үақытта сыртқа қарай бағытланған, яғни сыртқы нормалды аттайтуғын боламыз. Сонықтан  $\mathbf{E}$  вектордың сыртқа қарай (яғни  $\mathbf{E}$  сзықтары бетти қамтыйтуғын көлемнен сыртқа қарай) бағытланған орында  $E_n$  ҳәм оған сәйкес  $d\Phi$  он белгиге ийе:  $\mathbf{E}$  векторы ишке қарай (яғни  $\mathbf{E}$  сзықтары бет қамтып алатуғын көлемнің ишинде киретуғын) бағытланған орындағы  $E_n$  менен  $d\Phi$  шамаларының белгилери терис болады (10-сүйрет).

## § 8. Гаусс теоремасы

Бул параграфтан алдыңғы параграфта ноқатлық  $q$  зарядын қоршаған қәлеген радиусқа ийе болған сфералық бетти  $q/\epsilon_0$  дана  $\mathbf{E}$  сзығының кесип өтетуғынлығын көрдик [(7.1)-формулаға қараңыз]<sup>5</sup>. Буннан ноқатлық зарядтан  $q/\epsilon_0$  дана сзықтың шығатуғынлығын (ямаса усыншама сзықтың киретуғынлығын) көремиз (Гаусслық системада бул сан  $4\pi q/\epsilon_0$  тең).

(7.3)-формулаға сәйкес қәлеген бет арқалы өтетуғын  $\mathbf{E}$  векторының ағысы санлық бойынша усы бетти кесип өтетуғын  $\mathbf{E}$  сзықтарының санына тең. Демек, зарядты қоршаған сфералық бет арқалы өткен  $\mathbf{E}$  векторының ағысы  $q/\epsilon_0$ -ге тең<sup>6</sup>. Ағысының белгиси зарядтың белгисине дәл келеди. Егер бет түйікленған ҳәм оның ишинде  $q$  заряд бар болса, қәлеген басқа формаға ийе болған бет ушын да  $\mathbf{E}$  векторының ағысы  $q/\epsilon_0$  шамасына тең болатуғынлығын көрсетейик. "Жыйрықтары" жоқ бет ушын бул жуўмақ өз-өзинен түснікли. Ҳақыйқатында да да, бундай бет сфералық бет сыйқлы ҳәр бир  $\mathbf{E}$  сзығы менен бир реттен кесилиседи. Сонықтан кесилисіүй саны зарядтан шығатуғын сзықтардың санына, яғни  $q/\epsilon_0$  шамасына тең.

"Жыйрықтары" бар бет арқалы өтетуғын ағысты есаплауда ( $q/\epsilon_0$  дана  $\mathbf{E}$  сзықтарының тек биреүі ғана көрсетилген 11-б сүйретти қараңыз) берилген  $\mathbf{E}$  сзығының кесилисіүй саны қаралып атырған жағдай ушын тек ғана тақ болатуғынлығын, соның менен бирге бул кесилисіүлер улыұмалық ағысқа бир жағдайда он, бир жағдайда терис үлесин гезекпегезек косатуғынлығын ескертиү керек. Нәтийжеде берилген сзық бетти неше рет кесип өтпесин, ағысқа қосылатуғын улыұмалық үлес плюс бирге (ең ақырында сыртқа шығатуғын сзықтар ушын) ямаса минус бирге (ишке киретуғын сзықтар ушын) тең болады.

Солай етип, түйікленған беттиң формасының қандай болғаны менен  $q$  ноқатлық зарядты қоршаған бетти тесип өтетуғын  $\mathbf{E}$  векторының ағысы  $q/\epsilon_0$  шамасына тең бола береди екен.

Қандай да бир түйікленған беттиң ишинде қәлеген белгиге ийе  $q_1, q_2, \dots$  т. б. ноқатлық зарядлар бар деп болжайық. Анықлама бойынша  $\mathbf{E}$  векторының ағысы мынаған тең:

---

<sup>5</sup> Элбette,  $\mathbf{E}$  сзықтарының саны тек санлық бойынша  $q/\epsilon_0$  шамасына тең. Сзықтардың саны өлшем бирлигине ийе емес шама, ал  $q/\epsilon_0$  шамасының өлшем бирлиги бар. Бирақ, қысқалық ушын биз сзықтардың саны  $q/\epsilon_0$  шамасына тең деп шәртли түрде айтамыз.

<sup>6</sup> Берилген жағдайда тек санлық бойынша тең болыуы сөз болып отырған жоқ.  $\mathbf{E}$  вектор ағысының бирлиги  $q/\epsilon_0$  дин өлшем бирлигине тең.

$$\Phi = \oint_S E_n dS \quad (8.1)$$

(интеграл белгисиндеғи дәңгелек интеграллаудың түйіқланған бет арқалы жүргизилетуғынлығын билдиреди).

Майданлардың суперпозициясы принципинің тийкарында былай жазамыз:

$$E_n = E_{n1} + E_{n2} + \dots = \sum E_{ni}. \quad (8.2)$$

(8.2)-теңлигин ағысға арналған теңликке қойып, мынаны аламыз:

$$\oint_S E_n dS = \oint_S \left( \sum E_{ni} \right) dS = \sum \oint_S E_{ni} dS,$$

Бул теңликтегі  $E_{ni}$  арқалы  $i$ -ши зарядтың жеке өзи пайда ететуғын майданының кернеўлигинин нормаль қураўшысы белгиленген.

Бирақ, жоқарыда көрсетилгендей, мына теңлик орынлы болады:

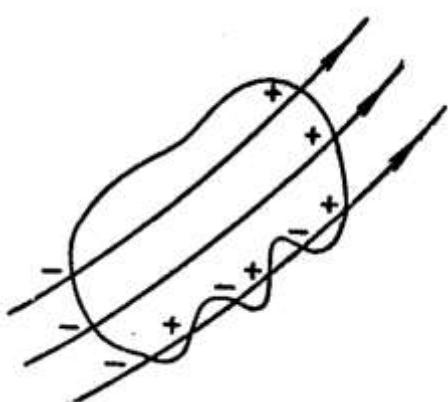
$$\oint_S E_{ni} dS = \frac{q_i}{\epsilon_0}.$$

Демек,

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i. \quad (8.3)$$

Бизиң дәлиллеген тастыйықлаұымыз Гаусс теоремасы деп аталады. Бул теореманы былайынша айттыға болады: *түйіқланған бет арқалы өтетуғын электр кернеўлиги векторының ағысы усы беттиң ишинде жайласқан зарядлардың алгебралық қосындысын  $\epsilon_0$  шамасына бөлгендеге тең*.

Атап айтқанда, егер беттиң ишинде заряд болмаса, онда ағыс нолге тең. Бул жағдайда майданың кернеўлигинин ҳәр бир сызығы (беттен тыс орналасқан зарядлар пайда еткен) бетти жуп сан рет кесип өтеди, ол сыртқа қанша рет шықса, тап сонша рет ишке киребиди (12-сүйрет). Нәтийжеде ҳәр бир сызықтың ағысқа қосатуғын үлеси нолге тең болады.



12-сүйрет.

Егер заряд көлемлик тығыздығы  $\rho$  болатуғын түйіқланған беттиң ишинде үзликсиз таралса, Гаусс теоремасы былайынша жазылады<sup>7</sup>:

<sup>7</sup> Зарядтың көлемлик тығыздығы әдеттеги тығыздықтай болып былайынша анықланады:

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V}.$$

Бул аңлатпада  $\Delta q$  арқалы киши көлемниң ишинде жайласқан зарядтың мұғдары белгиленген. Көлемлик тығыздық пенен бир қатарда бизге мынадай тығыздықтар да керек болады:

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV, \quad (8.4)$$

Бул аңлатпадағы оң тәрептеги интеграл  $S$  бет пенен қоршалған  $V$  көлем бойына алынады.

Гаусслық системада (8.3)- ҳәм (8.4)-формулаларда  $1/\epsilon_0$  шамасының орнында  $4\pi$  көбейтиүши турады.

Көп санлы жағдайларда Гаусс теоремасы майданының кернеўлигин ноқатлық зарядтың майданының кернеўлигин есаплауға арналған (5.3)-формулаға ҳәм майданлардың суперпозиция принципине салыстырғанда әдеўир қолайлы усылдың жәрдемінде табыўға мүмкіншиликтің алдымызды гезлесетуғын бир неше пайдалы мысаллар ушын көрсетип өтемиз:

**1. Бир текли зарядланған шексиз тегисликтиң майданы.** Бетлик тығызлығы  $\sigma$  тұрақты болған зарядланған шексиз бет пайда ететуғын майданды қарайық; анықтық ушын зарядтың белгисин оң деп есаптайық. Симметриялық көз-қараслардан майданың қәлелеген ноқаттағы кернеўликтиң бағытының бетке перпендикуляр болатуғынлығын көремиз. Ҳақыйқатында да, бет шексиз ҳәм бир текли зарядланғанлықтан (яғни тығызлығы тұрақты болғанлықтан), сынап көрилетуғын зарядқа тәсир ететуғын күштин нормалдан басқа тәрепке қарай айысыўына ҳеш қандай тийкар жоқ. Соның менен бирге, бетке байланыслы болған симметриялық ноқатларда майданың кернеўлигинин шамалары бойынша бирдей, ал бағытлары бойынша қарама-қарсы болады.

Жасаўшысы бетке перпендикуляр, ал ултанының майданы  $\Delta S$  болған бетке салыстырғанда симметриялы жайласқан цилиндрлик бетти көз алдымызға елеслетейик (13-сүйрет.) ҳәм усы бетке Гаусс теоремасын қолланайық. Беттиң қаптал бөлими арқалы өтетуғын ағыс жоқ, себеби оның ҳәр бир ноқаттағы  $E_n$  нолге тең. Ултаны ушын  $E_n$  шамасы  $E$  менен тең. Демек, бет арқалы өтетуғын ағыстың қосындысы  $2E\Delta S$  шамасына тең болады. Беттиң ишиндеги зарядтың муғдары  $\sigma \cdot \Delta S$  шамасына тең. Гаусс теоремасына сәйкес мынадай шәрттің орынланыўы керек:

$$2E\Delta S = \frac{\sigma \Delta S}{\epsilon_0}.$$

Буннан

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (8.5)$$

теңлигине ийе боламыз. Биз алған бул нәтийже цилиндрдин ұзынлығына ғәрэзли емес. Солай етип, беттен қәлелеген қашықлықта майданың кернеўлиги шамасы бойынша бирдей болады. Кернеўлик сзықларының көриниси 14-сүйреттегидей болады. Терис зарядланған бет болған жағдайда да 14-сүйретте көрсетилген жағдайға үқсас болған жағдайды аламыз.

Бетлик тығызлық

$$\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S}.$$

Бул аңлатпада  $\Delta q$  арқалы беттин  $\Delta S$  элементтіндеги зарядтың муғдары белгilenген.

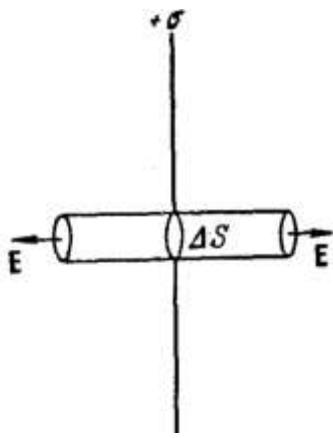
Сзықлықтығызлық

$$\lambda = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l}.$$

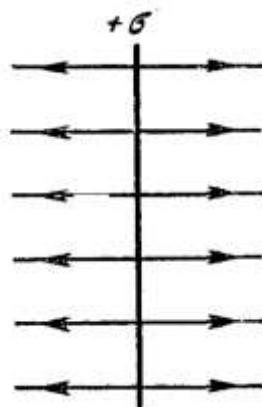
Бул аңлатпада  $\Delta q$  арқалы ұзынлығы  $\Delta l$  болған цилиндрлик денениң кесиндиндеги зарядтың муғдары белгilenген.

Бул жағдайда  $E$  векторының ҳәм кернеўлик сыйықларының бағыты қарама-қарсы тәреке қарай өзгереди.

Егер өлшеми шекленген бетти, мысалы зарядланған жуқа пластинканы<sup>8</sup> алсақ, онда жоқарыда алынған нәтийже тек пластинканың шетинен пластинканың өлшемлери менен салыстырғанда әдеўир үлкен болған қашылыштардағы ноқаттар ушын ғана орынланады (15-сүйретте ноқатлардың бул обасты пунктир иймек сыйықлар менен көрсетилген). Беттен узақласқан ямаса оның шетине жақынлаған сайын майдан зарядланған шексиз үлкен беттин майданынан өзгеше бола баслады. Егер, пластинканың өлшемлери әдеўир үлкен болатуғын қашылыштардағы оның пайда ететуғын майданын ноқаттың зарядтың пайда ететуғын майданы түринде қараўға болатуғынлығын еске алсақ, үлкен қашылыштардағы майданын көринисинин қандай болатуғынлығын аңсат елестетиүге болады.



13-сүйрет.



14-сүйрет.

**2. Ҳәр қылыш белгиге ийе зарядтан менен зарядланған еки беттин майданы.** Шамалары бойынша бирдей тұрақты  $\sigma$  бетлик тығыздық пенен зарядланған еки параллель шексиз беттин пайда еткен электр майданын ҳәр бир беттин өз алдына пайда еткен майданларының суперпозициясы сыпатында табыўға болады. Бетлердин арасындағы обастта қосылатуғын майданлардың бирдей екенлегин аңсат аңғарыўға болады (16-сүйрет). Бундай жағдайда қосынды кернеўлик мынаған тең:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (8.6)$$

Гаусслық системада бул формула былайынша жазылады:

$$E = 4\pi\sigma. \quad (8.7)$$

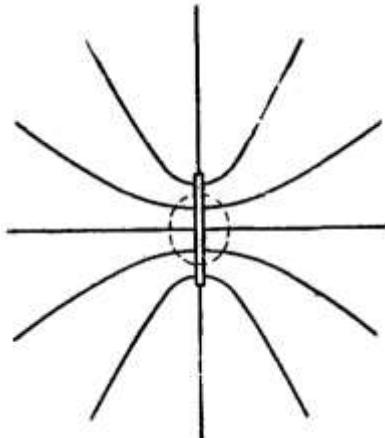
Бет пенен шекленген көлемнен тыс орынларда қосылатуғын майданлардың бағытлары қарама-қарсы, сонлықтан қосынды кернеўлик нолге тең.

Солай етип, майдан бетлердин арасында бар болып шығады. Усы обасттың барлық ноқатларындағы майданың кернеўлиги шамасы бойынша да, бағытлары бойынша да бирдей. Усындағы қәсийеттери бар майдан бир текли майдан деп аталады. Бир текли

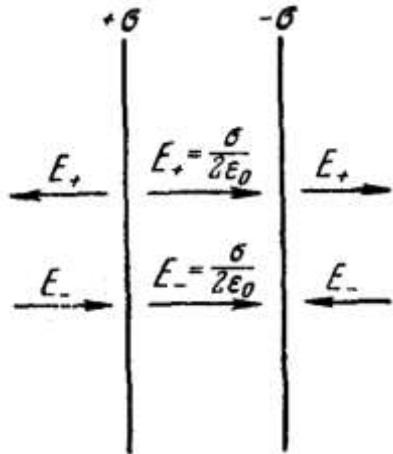
<sup>8</sup> Пластинка болған жағдайда (8,5)-формуладағы  $\sigma$  ҳақында гәп болғнада пластинканың барлық қалындығындағы  $1 \text{ m}^2$  майданда топланған заряд алынады. Металлық денелерде заряд сыртқы бетте тарқалған. Демек, (8.5)-формуладағы  $\sigma$  тығыздығына металл пластинканың бетин шеклеп туратуғын бетлердеги зарядтың тығыздығының еки еселенген шамасына тең.

майданың кернеўлік сзықлары өз-ара бирдей қашықлықтарда орналасқан параллель сзықлардың жыйнағы болып табылады.

Егер бетлериниң ара қашықлығы олардың сзықтық өлшемлеринен әдеүир киши болса (тегис конденсатор), онда биз алған нәтийже шекли өлшемли пластинкалар ушын да орынлы болады. Бул жағдайда майданың бир текли болыуынан ҳәм кернеўдин шамасының  $\sigma/\epsilon_0$  шамасынанан айтартылғатай айысыұры тек пластинканың шетлерине жағын орынларда ғана бақланады (17-сүйрет).



15-сүйрет.



16-сүйрет.

**3. Зарядланған шексиз ұзын цилиндрдин майданы.** Бетлик тығыздығы  $\sigma$  турақты болған радиусы  $R$  шексиз ұзын цилиндрлік бет пайда ететуғын майданды қарайық. Симметриялық көз-қаастан қәлеген ноқаттағы майданының кернеўлігі цилиндрдин көшерине перпендикуляр радиаллық түрінен  $r$  қашықлыққа ғана байланыслы болыуы керек. Ойымызда радиусы  $r$  ҳәм бийиклиги  $h$  цилиндрлік бет пенен түйікленған зарядланған коаксиаллық бетти елеслетейік (18-сүйрет). Бул цилиндрдин ултаны ушын  $E_n = 0$ , қаптал бети ушын  $E_n = E(r)$  (зарядтың он деп есаптаймыз). Демек ұсы түйікленған бет арқалы өтетуғын  $E$  сзықларының ағысы  $E(r) \cdot 2\pi rh$  шамасына тең. Егер  $r > R$  болса, онда беттин қаралы  $q = \lambda h$  муғдарындағы заряд болады. Бул аңлатпада  $\lambda$  арқалы зарядтың сзықтық тығыздығы белгиленген. Гаусс теоремасын пайдаланып, мына теңдікти аламыз:

$$E(r) \cdot 2\pi rh = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$$

Буннан

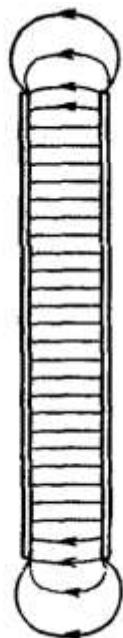
$$E(r) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{r}, (r \geq R) \quad (8.8)$$

түринде жазылатуғын аңлатпаға ииे боламыз.

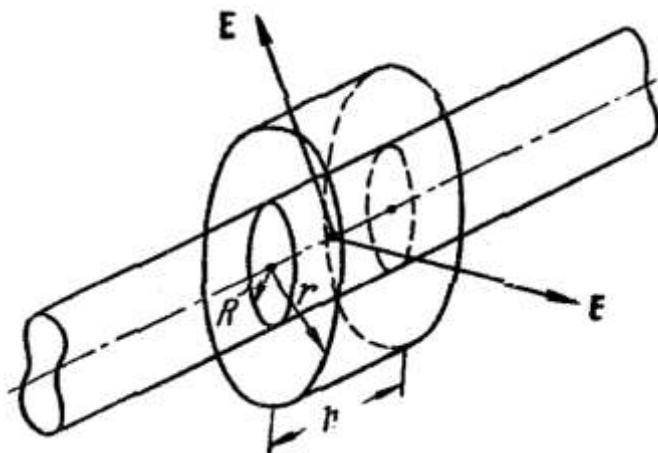
Егер  $r < R$  теңсизлиғи орынлы болса, онда қарап атырылған түйік беттин қаралы заряд болмайды, соның салдарынан  $E(r) = 0$  теңлигі орынланады.

Солай етип, ұзынлығы шексиз болған зарядланған цилиндрлік беттин қаралы майдан болмайды екен. Беттен тыс орындағы майданың кернеўлігі тек зарядтың сзықтық тығыздығы  $\lambda$  менен цилиндрдин көшеринен есапланған  $r$  қашықлыққа ғана байланыслы

болады<sup>9</sup>. Терис зарядланған цилиндрдин майданының оң зарядланған цилиндр майданынан өзгешелиги тек  $E$  векторының бағытында ғана.

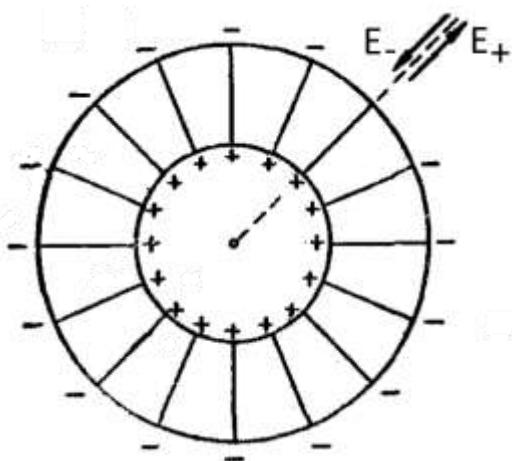


17-сүйрет.



18-сүйрет.

(8.8)-формуладан цилиндрдин радиусы  $R$  ди киширейте отырып (зарядтың сызықлық тығызлығы  $\lambda$  өзгергенде) цилиндрлик бетке жақын болған орынларда жұдә күшли майданды, яғни кернеўлиги  $E$  жұдә үлкен болған майданларды алғыфа болады.



19-сүйрет.

(8.8.)-аңлатпаға сәйкес,  $\lambda = 2\pi R\sigma$  екенligин есапқа алғып, беттен тиккелей жақын орынлардағы ( $r = R$ ) кернеўлик ушын мынаны аламыз:

$$E(R) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (8.9)$$

Суперпозиция принципинің жәрдеми менен шамалары бирдей, бирақ белгилери ҳәр қыйлы  $\lambda$  сызықлық тығызлық пенен зарядланған еки коаксиаллық цилиндрлик бетлердин майданын табыў қолайлы (19-сүйрет). Киши цилиндрдин ишинде ҳәм үлкен цилиндрдин

<sup>9</sup> Заряд цилиндр көшеринин бойы бойынша ғана емес, ал оның бети бойынша да бир текли тарқалған деп болжанады ( $\sigma = \text{const}$ ).

сыртында майдан болмайды. Цилиндрлер арасындағы құйыслықта майданның кернеўлиги (8.8)-формула арқалы анықланады. Бул бетлердин арасындағы саңлақ олардың үзынлығынан әдеўир киши болған (цилиндрлик конденсатор) шексиз үзынлыққа ийе цилиндрлик бет ушын да орынланады.

Шексиз үзынлығы бар майданның айтарлықтай өзгеше болыўы тек цилиндрдин жийегине жақын орындаған бақланады.

**4. Зарядланған сфералық беттиң майданы.** Радиусы  $R$ , бетлик тығызлығы  $\sigma$  тұрақты болған зарядланған сфералық бет пайда еткен майданның орайлық симметрияға ийе екенлиги өз-өзинен белгилі. Бул жағдайдың өзи  $E$  векторының бағытының сфераның орайынан өтетуғынлығын, ал кернеўликтің шамасының сфераның орайынан алынған  $r$  қашықлықтың функциясы екенлигин билдиреди. Радиусы  $r$  болған сфералық беттиң көз алдымызға елеслетейик. Бул беттиң барлық ноқатлары ушын  $E_n = E(r)$  теңлиги орынланады. Егер  $r > R$  болса, онда майданды пайда ететуғын барлық  $q$  заряд беттиң ишинде болады. Демек,

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Буннан

$$E(r) = \frac{1}{4\pi r \epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}, \quad (r \geq R) \quad (8.10)$$

теңлигине ийе боламыз.

Гаусслық системада бул формулада  $\frac{1}{4\pi r \epsilon_0}$  көбейтишиси болмайды.

$R$  шамасынана киши болған  $r$  радиусына ийе сфералық бет заряқа ийе болмайды. Соның салдарынан  $r < R$  ушын  $E(r) = 0$  теңлиги келип шығады.

Солай етип, бетлик тығызлығы  $\sigma$  тұрақты болған зарядланған сфералық беттиң ишинде майдан болмайды екен. Бул беттен тыс орынлардағы майдан сфераның орайына орналастырылған, зарядының шамасы тап сондай болған ноқатлық зарядтың майданындай болады.

(8.10)-теңликтеги  $q$  шамасын  $4\pi R^2 \sigma$  шамасы менен алмастырып ҳәм  $r = R$  деп есапладап, зарядланған сфералық беттиң қасындағы майданның кернеўлиги ушын манадай аңлатпаны аламыз:

$$E(R) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (8.11)$$

[(8.9)-формула менен салыстырыңыз].

Суперпозиция принципин пайдаланып, шамасы бойынша бирдей, бағытлары бойынша қарама-қарсы  $+q$  ҳәм  $-q$  зарядларына ийе сфералық бетлердин (сфералық конденсатор) майданлардың усы бетлердин арасында болатуғынлығын ҳәм оның кернеўлигинин шамасының (8.10)-формула менен анықланатуғынлығын аңсат көрсетиүге болады.

**5. Көлемлик зарядқа ийе болған сфераның майданы.** Көлемлик тығызлығы  $\rho$  тұрақты түрде зарядланған, радиусы  $R$  болған сфераны қарайық. Бундай сфераның майданының орайлық симметрияға ийе болатуғынлығы өз-өзинен түснікли. Сферадан тыс орындағы майдан ушын бетлик зарядқа ийе болған сфера ушын алынған нәтийжени [соның менен бирге (8.10)-формула] алыш қолайлы. Бирақ, сфераның ишиндеги ноқатлар ушын нәтийже басқаша түрге ийе болады. Ҳақыйқатында да, радиусы  $r$  болған ( $r < R$ ) сфералық бетте  $\rho \frac{4}{3}\pi r^3$  шамасына тең заряд жайласады. Демек, бундай бет ушын Гаусс теоремасы былайынша жазылады:

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \rho \frac{4}{3} \pi r^3$$

Нәтийжеде,  $\rho$  шамасы  $\frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$  аңлатпасы менен алмастырып, мынаны аламыз:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R^3} r \quad (r \leq R). \quad (8.12)$$

Солай етип, сфераның ишиндең майданың кернеўлиги сфераның орайынан баслап есапланған  $r$  үзақлықта сызықты түрде өседи. Сферадан тыс орында кернеўликтиң шамасы ноқаттың зарядтың майданы ушын жазылған нызам бойынша кемейеди.

### § 9. Электростатикалық майдан күшлеринин жұмысы

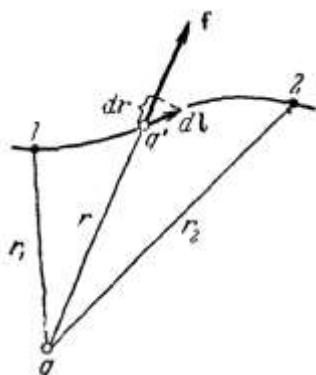
Басқа қозғалмайтуғын ноқаттың зарядтың майданында түрған ноқаттың зарядқа тәсир ететуғын күштин орайлық екенлигine көз жеткериү қыйын емес. Күшлердин орайлық майданының потенциаллық екенлиги механикадан мәлім (I томдағы 26-параграфты қараңыз). Электростатикалық майданың (яғни қозғалмайтуғын зарядлар пайда ететуғын майданының) күшлеринин потенциаллық екенлигине тиккелей көз жеткереийк. Бул ушын қозғалмайтуғын ноқаттың  $q$  зарядтың майданындағы күшлердин ұсы майдандағы  $q'$  ноқаттың зарядтың орын алмастырыуындағы исленген жұмысты есаптайық. Элементар  $dl$  жолда исленген жұмыс мынаған тең (20-сүйрет):

$$dA - f dl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2} dl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2} dr$$

(биз  $dl \cos \alpha = dr$  теңлигинин орынланатуғының еске алдық). Буннан 1-2 жолдағы жұмыс ушын мынадай теңдік келип шығады:

$$A_{12}' = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \int_r^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{qq'}{r_1} - \frac{qq'}{r_2} \right). \quad (9.1)$$

Гаусслық системадағы бул формулада  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  көбейткиси жоқ.



20-сүйрет.

Бизиң алған нәтийжемиз, ҳақыйқатында, жұмыстың электр майданындағы  $q'$  зарядының орын айыстырыуының шамасына байланыслы емес, тек ғана ұсы зарядтың дәслепки ҳәм ақырғы орнына ( $r_1$  менен  $r_2$  ге) байланыслы екенлигинин аңғартады. Демек,  $q'$  зарядқа тәсир ететуғын қозғалмайтуғын  $q$  зарядтың майданының күшлери потенциаллық болып табылады екен. Бул жуўмақ қәлеген қозғалмайтуғын зарядлар системасының майданлары ушын қолланылады. Ҳақыйқатында да, бундай майданда  $q'$  ноқаттың зарядқа тәсир ететуғын  $f$  күши суперпозиция принципи бойынша мына формуланың жәрдеминде есапланады:

$$\mathbf{f} = \sum \mathbf{f}_i.$$

Бул теңликтегі  $\mathbf{f}_i$  арқалы системадағы  $i$ -заряд тәрепинен тәсир ететуғын күш белгиленген. Бул жағдайда жұмыс жеке күшлердин орынлайтуғын жұмысларының алгебралық қосындысына тең екенлеги белгили:

$$A = \sum A_i.$$

Бул теңликтин оң тәрепиндеги бөлиминдеги ҳәр бир қосылыұшы жолға ғәрезли емес. Демек,  $A$  жұмыстың шамасы да жолға ғәрезли емес екен.

Потенциаллық күшлердин түйікленған жолдағы ислеген жұмысының нолге тең екенлеги механикадан мәлім.  $q'$  зарядтың түйік контурды айланбалы қозғалғанда майдан күшлериниң орынлайтуғын жұмысын мынадай теңликтин көринисинде көрсетилий мүмкін:

$$\oint q'E_idl = 0$$

Бул формулада  $E_i$  арқалы  $dl$  элементар орын аյыстырыў бағытындағы  $E$  векторының қураушысы (интеграл белгисіндеги дәңгелек интеграллаудың түйік контур арқалы алынатуғынлығын көрсетеді) белгиленген. Жұмысты есаплайтуғын интегралды нолге теңеп және  $q'$  турақлы шамаға қысқартып, қәлелеген түйік контурға тийисли болған

$$\oint E_idl = 0 \quad (9.2)$$

қатнасын аламыз. (9.2)-формуласының тек электростатикалық майдан ушын ғана орынланатуғынлығын еске сақлау керек. Кейинирек қозғалатуғын зарядлардың майданның (яғни үақытқа байланыслы өзгеретуғын майдан) потенциаллық болмайтуғынлығы көрсетиледи. Демек, (9.2)-шәрт оның ушын орынланбайды.

$\oint A_idl$  аңлатпасын берилген контур бойынша  $A$  векторының циркуляциясы деп аталаады. Солай етип, қәлелеген түйік контур бойынша кернеүлік векторының циркуляциясының нолге тең болыуы электростатикалық майданға тән жағдай болып табылады.

## § 10. Потенциал

Биз механика курсынан потенциаллық майданда турған денелердин потенциаллық энергиясы бар екенligин ҳәм оның есабынан майданның күшлери тәрепинен жұмыстың орынланатуғынлығын билемиз. Демек, (9.1)-жұмыс  $q'$  заряды  $q$  заряды пайда еткен майданның 1- ҳәм 2-ноқаттардағы турған жағдайларға сәйкес келетуғын потенциаллық энергияларының айырмасының есабынан исленеди:

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r_2} = W_{p1} - W_{p2}$$

Буннан  $q$  заряды пайда еткен майдандағы  $q'$  зарядының потенциаллық энергиясы ушын мынадай аңлатпаны аламыз:

$$W_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r} + const.$$

Потенциаллық энергияға ушын жазылған аңлатпадағы *const* тың мәнисин әдетте, зарядты шексизликке ( $r = \infty$ ) қашықлатқанда потенциаллық энергия нолге айланатуғындей етип таңлап алады. Бул жағдайда мынаған ииे боламыз:

$$W_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r}. \quad (10.1)$$

Майданды изертлеў ушын  $q'$  зарядты сынап көрилетуғын заряд сыйратында пайдаланайық. (10.1)-аңлатпаға сәйкес сынап көрилетуғын зарядтың потенциаллық энергиясы тек  $q'$  зарядының шамасына ғана емес, ал майданды анықтайтуғын  $q$  менен  $r$  шамасының да ғәрэзли. Демек, бул энергияны тек усы мақсет ушын сынап көрилетуғын зарядқа тәсир ететуғын күш ушын ғана емес, ал майданның өзин тәрийиплеў ушын да пайдаланыў мүмкін.

Майданның берилген ноқатындағы ҳәр қыилы болған сынап көрилетуғын  $q'_{\text{сын}}$ ,  $q''_{\text{сын}}$  т.б. зарядлардың энергиялары ҳәр қыилы  $W'_p$ ,  $W''_p$ , т.б. шамаларына тең болады. Бирак, (10.1)-аңлатпадан көринип турғанындай,  $W_p/q_{\text{сын}}$  қатнасы барлық зарядлар ушын бирдей болады

$$\varphi = \frac{W_p}{q_{\text{сын}}} \quad (10.2)$$

хәм оны берилген ноқаттағы майданның потенциалы деп атайды. Потенциал майданның кернеўлиги  $E$  менен қатарда электр майданларын тәрийиплеў ушын пайдаланылады.

(10.2)-аңлатпадан көринип турғанындай, потенциал сан бойынша майданның берилген ноқаттағы бир бирлик оң зарядтың потенциаллық энергиясына тең.

(10.2)-аңлатпаға потенциаллық энергияның (10.1)-аңлатпадағы мәнисин қойып, ноқатлық зарядтың пайда еткен майданының потенциалы ушын мынадай теңдикти аламыз:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}. \quad (10.3)$$

Гаусслық системадағы ноқатлық зарядтың босықтағы майданының потенциалы мына формуланың жәрдемінде анықланады:

$$\varphi = \frac{q}{r}.$$

$q_1, q_2, \dots$  ноқатлық зарядлар системасының пайда ететуғын майданын қарайық. Ҳәр бир зарядтан майданың берилген ноқатына шекемги қашықлықтарды  $r_1, r_2, \dots$  арқалы белгилейик. Усы майданың  $q'$  зарядтың үстинен ислеген жұмысы ҳәр бир зарядтың пайда еткен майданларының ислеген жұмысларының алгебралық қосындысына тең болады:

$$A_{12} = \sum A_i.$$

Бирак, (9.1)-аңлатпаға сәйкес, ҳәр бир  $A_i$  жұмысы мынаған тең:

$$A_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_i q'}{r_{i1}} - \frac{q_i q'}{r_{i2}} \right).$$

Бул теңдикте  $r_{i1}$  арқалы  $q_i$  зарядынан  $q'$  зарядының дәслепки орнына шекемги қашықлық,  $r_{i2}$  арқалы  $q_i$  зарядынан  $q'$  зарядының ақырғы орнына шекемги қашықлық белгиленген. Демек,

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{q_i q'}{r_{i1}} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{q_i q'}{r_{i2}}.$$

Бул теңдикти

$$A_{12} = W_{p1} - W_{p2}$$

қатнасы менен салыстырып, зарядлар системасының майданындағы  $q'$  зарядтың потенциаллық энергиясы ушын мынаны аламыз:

$$W_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{q_i q'}{r_{i1}}.$$

Буннан потенциал ушын

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{q_i}{r_i} \quad (10.4)$$

теңлигине ийе боламыз.

Солай етип, зарядлар системасының пайда ететуғын майданының потенциалы зарядлардың ҳәр қайсысының жеке өзи пайда еткен потенциалларының алгебралық қосындысына тең екен. Майданың кернеўликleri вектор түринде қосылатуғын болса, потенциаллары алгебралық тәртиpte қосылады. Усы себепке байланыслы, әдетте, потенциалларды есаплау әлектр майданы кернеўликлерин есаплауға салыстырғанда әдеүир аңсат.

(10.2)-қатнастан  $\varphi$  потенциалға ийе ноқатта жайласқан  $q$  зарядының мынадай потенциаллық энергиясының бар екенлиги келип шығады:

$$W_p = q \cdot \varphi \quad (10.5)$$

Демек,  $q$  зарядтың үстинде ислеген майдан күшлериниң жумысының потенциаллар айырмасы сыпатында көрсетилийи мүмкін:

$$A_{12} = W_{p1} - W_{p2} = q(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (10.6)$$

Солай етип, майдан күшлериниң зарядтың үстинен ислеген жумысы зарядтың шамасын дәслепки ҳәм ақырғы ноқатлардағы потенциаллар айырмасына көбейткенге тең. Егер  $q$  заряды потенциалы  $\varphi$  болған ноқаттан шексизликке шекем қашықлатылса (шәрт бойынша шексизликтеги потенциал нолге тең), онда майдан күшлериниң орынлаған жумысы мынаған тең:

$$A_\infty = q\varphi. \quad (10.7)$$

Буннан мынадай жүймақты шығарыўға болады: сан мәниси бойынша берилген ноқаттағы потенциал майдан күшлериниң бир бирлик он зарядты сол ноқаттан шексизликке шекем қашықлатқанда исленген жұмысқа тең. Шамасы бойынша ұсындағы жумысты бир бирлик он зарядты шексизликтен майданың берилген ноқатына алып келиў ушын әлектр майданың күшлерине қарсы ислеў керек.

(10.7)-қатнасты потенциалдың өлшем бирликлерин анықлау үшын пайдаланыўға болады. Потенциалдың өлшем бирлигине шексизликten бир бирлик он зарядты майданың берилген ноқатына көшириў үшын шамасы бир бирликке тең жұмыс ислеў керек болатуғын майданың ноқаттағы потенциалдың алынатуғынлығы сөзсиз. Мысалы, потенциалдың вольты (қысқаша белгиленийи  $B$ ) деп аталатуғын СИ бирликлер системасы үшын 1 кулонға тең зарядты шексизликten үсы ноқатқа алып келгенде 1 джоуль жұмыс ислеў керек болатуғын потенциал алынады<sup>10</sup>:

$$1 \text{ Дж} = 1 \text{ к} \cdot 1 \text{ В.}$$

Буннан

$$1 \text{ В} = \frac{1 \text{ дж}}{1 \text{ к}} \quad (10.8)$$

қатнасы келип шығады.

Потенциалдың абсолюттік электростатикалық бирлиги үшын (потенциалдың СГСЭ бирлиги) мүғдары +1 СГСЭ бирлигине тең зарядты шексизликten үсы ноқатқа алып келгенде 1 эрг жұмыстың орынланауы керек болатуғын ноқаттағы потенциал алынады.

(10.8) қатнасындағы 1 дж менен 1 к шамаларын СГСЭ бирликлери арқалы теңлестирип, вольт пенен потенциалдың СГСЭ бирлигиниң арасындағы қатнасты табамыз:

$$1 \text{ В} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ к}} = \frac{10^7 \text{ эрг}}{3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ}_q} = \frac{1}{300} \text{ СГСЭ потенциалдың бирлиги}$$

Солай етип потенциалдың СГСЭ системасындағы бир бирлиги 300 В шамасына тең.

---

<sup>10</sup> Ҳәзирғи ўақыттары вольтты В, ал джоулди Дж арқалы белгилейді (Аўдарыўшылар).

Физикада жұмыс пенен энергияның электронвольт (эВ) деп аталауғын өлшем бирлиги жийи пайдаланылады. Электронвольт деп электронның зарядына (яғни бир элементар  $e$  зарядына) тең зарядтың  $1 \text{ В}$  шамасына тең болған потенциаллар айырмасын жүрип еткенде майдан күшлериниң ислеген жұмысына айтады:

$$1 \text{ эВ} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ к} \cdot 1 \text{ В} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,60 \cdot 10^{-12} \text{ эрг.}$$

Сондай-ақ электронвольтке еселик бирликлер де пайдаланылады:

$$1 \text{ кэВ (килоэлектронвольт)} = 10^3 \text{ эВ.}$$

$$1 \text{ мэВ (мегаэлектронвольт)} = 10^6 \text{ эВ.}$$

$$1 \text{ гэВ (гигаэлектронвольт)} = 10^9 \text{ эВ.}$$

Өзіре температурасындағы молекулалардың қозғалысының орташа жыллылық энергиясын тәрийиплейтуғын  $kT$  шамасының мынаған тең болатуғының еске алып өтемиз;

$$kT = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ эВ} = \frac{1}{40} \text{ эВ}$$

### § 11. Электр майданының кернеўлиги менен потенциалының арасындағы байланыс

Алдыңғы параграфларда электр майданын векторлық шама  $E$  арқалы ямаса скаляр шама  $\varphi$  арқалы тәрийиплеўге болатуғының анықладық. Усы шамалардың арасында белгили бир байланыстың бар екенинде де белгили. Егер  $E$  зарядқа тәсир ететуғын күшке, ал  $\varphi$  болса зарядтың потенциаллық энергиясына пропорционал екениндин еске алсақ, онда бул байланыстың потенциаллық энергия менен күштиң арасындағы байланысқа үқсас екениндин аңғарыўға болады. Ҳақыйқатында да, майдан күшлериниң  $q$  зарядты  $dl$  аралықта жылдырығанда ислеген жұмысы бириңши тәрептен  $qE_i dl$  шамасына, ал екинши тәрептен зарядтың потенциаллық энергиясының кемейиўи түрінде анықланады, яғни  $-d(q\varphi) = -q \frac{\partial \varphi}{\partial l} dl$  түрінде көрсетиледи. Бул теңликлерди салыстырыў арқалы мынаны алаңыз:

$$qE_i dl = -q \frac{\partial \varphi}{\partial l} dl.$$

Буннан мынадай теңлик алынады:

$$E_i = -\frac{\partial \varphi}{\partial l}, \quad (11.1)$$

Бул теңликтегі<sup>11</sup>  $l$  арқалы кеңисликте ықтыярлы түрде таңлап алынған бағыт белгиленген. Дара жағдайда,

$$E_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}, E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}. \quad (11.2)$$

Буннан

$$\mathbf{E} = \mathbf{i}E_x + \mathbf{j}E_y + \mathbf{k}E_z = -\left( \mathbf{i}\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial \varphi}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)$$

теңлиги келип шығады. Қаұсырманың ишиндеғи теңлик  $\varphi$  скалярдың градиентти (grad  $\varphi$  арқалы белгиленеди)<sup>12</sup> деп аталауды.

Градиенттиң белгиленійін пайдаланып, былай жазыўға болады:

<sup>11</sup> Бул теңликтегі еки тәрепин де  $q$  ға көбейтіп, биз мынадай қатнасқа келемиз:

$$f_t = -\frac{\partial W_p}{\partial l}$$

[І т. (28.5)-формулаға қараңыз]

<sup>12</sup> Градиентти белгилеў ушын  $\nabla$  (набла) символы да қолланылады:

$$\nabla\varphi = \text{grad } \varphi.$$

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad} \varphi \quad (11.3)$$

Солай етип, электр майданының кернеўлиги терис белги менен алынған потенциалдың градиентине тең екен. Қандай да бир  $\varphi(xyz)$  скаляр функцияның градиенти төмендегидей қәсийетлери бар векторлық шама болып табылады. Градиенттиң бағыты сыпатында берилген ноқаттан орын алмастырғанда  $\varphi$  функциясының мәниси артып, ең үлкен тезлик пенен өсетуғын  $\mathbf{n}$  бағыты алынады. Бул бағыттағы  $\frac{\partial \varphi}{\partial n}$  тууындысының мәниси градиенттиң модулын береди.  $\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \frac{\partial \varphi}{\partial z}$  дара тууындылары градиенттиң  $x, y, z$  координата көшерлерине түсирилген проекциялары болып табылады. Усыған уқсас қәлеген  $l$  бағытта алынған  $\frac{\partial \varphi}{\partial l}$  тууынды үсі бағыттағы градиенттиң проекциясын береди. Оған перпендикуляр  $t$  бағыттағы градиенттиң проекциясының нолге тең болатуғынлығы сөзсиз:  $\frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0$ .

Майданың кернеўлиги менен потенциалы арасындағы қатнасты ноқатлық зарядтың майданының мысалының жәрдеминде түсіндірейик. Бул майданың потенциалының мәниси

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

функциясы менен тең болады [(10.3)-аңлатпаны қараңыз].

Ийелеген орны  $\mathbf{r}$  радиус-векторы менен анықланатуғын майданың 1 ноқатын қарайық (21-сүйретте  $q$  дың шамасы оң деп есаплағанда орынланады). Бул ноқаттан ҳәр қыйлы бағытларда шамасы жағынан бирдей кишкене  $dl$  кесіндисине жылышқан жағдайда  $\varphi$  шамасы ең үлкен өсимди 1 ноқатынан оң зарядына қарай жылышқанда, ал егер заряд терис болса, онда  $\varphi$  шамасы ең үлкен өсимди  $q$  зарядтан 1 ноқатына қарай жылышқанда алады. Демек,  $\mathbf{n}$  градиенттиң бағытын былайынша бериү мүмкін:

$$\mathbf{n} = \mp \frac{\mathbf{r}}{r}, \quad (11.4)$$

Бул теңдиктеги "-" белгиси оң заряд, ал "+" белгиси терис болған зарядқа сәйкес келеди.  $\operatorname{grad} \varphi$  шамасының  $r$  бағытындағы проекциясы мынаған тең:

$$(\operatorname{grad} \varphi)_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\frac{q}{r^2}, \quad (11.5)$$

(11.5)-теңдиктеги "-" белгиси  $\operatorname{grad} \varphi$  функциясының оң заряд болған жағдайда  $\mathbf{r}$  дин бағытына қарама-қарсы болатуғынлығын, ал зарядтың белгиси терис болғанда  $\mathbf{r}$  дин бағыты менен бағытлас болатуғынлығын көрсетеди.  $\operatorname{grad} \varphi$  шамасының модулиниң (11.5)-теңдиктиң модулине тең екенligи белгили. Соныңқтан (11.4)-теңдикти еске ала отырып, мынаны жазыўға болады:

$$\operatorname{grad} \varphi = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (11.6)$$

[усындаған түрдеги жазыўда (11.4)-шарттың бағатларды автомат түрде анықтайтуғынлығына көз жеткизиў қыйын емес]. (11.3)-қатнасты пайдаланып, (11.6)-формуладан ноқатлық зарядтың майданың кернеўлиги үшүн бурыннан белған (5.3)-формуланы шығарып аламыз.

(11.3)-формула  $\varphi$  шамасының белгили болған мәнислери бойынша ҳәр бир ноқаттағы майданың кернеўлигин табыўға мүмкіншилик береди. Мазмұны кери болған есапты да шығарыўға болады. Яғнай бол жағдайда ҳәр бир ноқаттағы  $\mathbf{E}$  шамасының берилген мәниси бойынша майданың қәлеген еки ноқатының арасындағы потенциаллар айырмасын табыўға болады. Оның үшүн зарядқа оны 1-ноқаттан 2-ноқатқа жылыштырғанда орынланатуғын жумыстың мынадай формула менен есапланыуының мүмкін екенligин ескертеп өтейик:

$$A_{12} = \int_1^2 q E_1 dl.$$

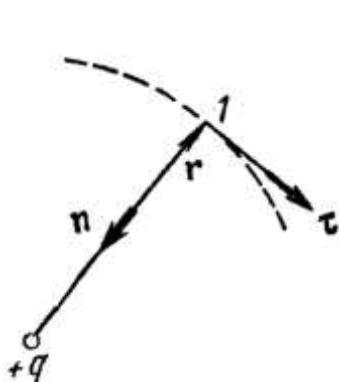
Соның менен бирге, (10.6)-теңликтеке сәйкес сол жұмыстың мынадай көринисте жазылышы да мүмкін:

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

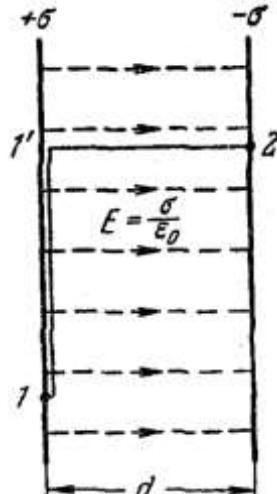
Бул еки теңликті бир бири менен теңлестерип ҳәм  $q$  шамасына қысқартып, мынаны аламыз:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_1 dl. \quad (11.7)$$

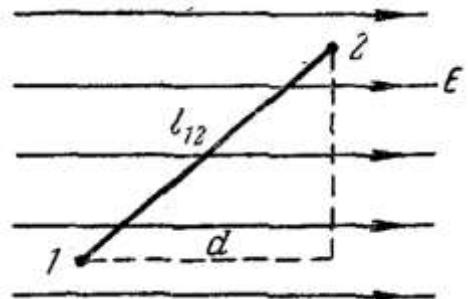
Оң тәрептеги интегралды 1-ноқат пенен 2-ноқатты тутастыратуғын қәлеген сзық бойынша алғыға болады. Бундай болмаған жағдайда майдан күшлеринің жұмысы жолға ғәрэзли болмайды.  $\varphi_1 = \varphi_2$  түйік контурды айланып шығыў ушын (11.7)-формула да өзимизге таныс болған (9.2)-қатнасқа айланады.



21-сүйрет.



22-сүйрет



23-сүйрет.

(11.7)-формуланы шексиз ҳәм белгилери ҳәр қыйлы болған зарядланған тегисликлердин арасындағы потенциаллар айырмасын есаптау ушын пайдаланайық. 8-параграфта анықлағанымыздай, тегисликлердин арасындағы кернеўлік барлық орынларда  $\sigma/\epsilon_0$  шамасына тең ҳәм бетлерге перпендикуляр бағытланған.

Ҳәр түрли тегисликтегі қәлегенимизше алынған 1 менен 2 ноқатларды 22-сүйретте көрсетилгендей 1 - 1' - 2 сзығы менен тутастырайық. (11.7)-формулаға сәйкес мынадай теңликлерди аламыз:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_l dl = \int_1^{1'} E_l dl + \int_{1'}^2 E_l dl = \int_{1'}^2 E_l dl.$$

1 - 1' участкада  $E_l = 0$ . Сонықтан оң тәрептеги биринши қосылыўшы нолге тең (буннан 1- ҳәм 1' ноқатлардағы потенциаллардың бирдей екенligи келип шығады). 1' - 2 участкада  $E_l = E = \text{const}$ . Демек, мынадай теңлик орынлы болады:

$$\int_{1'}^2 E_l dl = E \int_{1'}^2 dl = Ed.$$

Бул теңликтегі  $d$  - бетлердин арасындағы қашықлық. Солай етип, ең ақырында

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed \quad (11.8)$$

теңлигине ийе боламыз. Бул нәтийже кернеўлиги  $E$  болған бир текли майданда алынған еки ноқаттың арасындағы потенциаллар айырмасы ушын орынлы екенлеги сөзсиз. Соның менен бирге бул жағдайда  $d$  ны  $E$  векторының бағытындағы 1- ҳәм 2-ноқатлардың арасындағы  $l_{12}$  кесиндисиниң проекциясы (23-сүйрет) деп түснемиз.

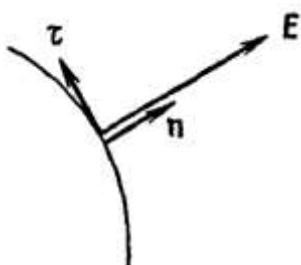
### § 12. Эквипотенциаллық бетлер

Майданды көргизбели түрде сүйретлеў ушын кернеўлер сыйзығының орнына потенциаллары бирдей болған бетлерди ямаса эквипотенциаллық бетлерди пайдаланыўға болады. Атамасының өзи айтып турғандай, эквипотенциаллық бет — барлық ноқатларының потенциаллары бирдей болған бет. Егер потенциал  $x, y, z$  шамаларының функциясы түринде берилген болса, онда эквипотенциал беттин тәңлемеси былайынша жазылады:

$$\varphi(x, y, z) = \text{const.}$$

Эквипотенциаллық бетке жүргизилген нормалдың бағыты сол ноқаттағы  $E$  векторының бағыты менен дәл сәйкес келеди.

Бужағдайдың орынлы болатуғынлығына көз жеткизиў ушын беттиң белгили бир ноқатына  $\tau$  урынбасын жүргиземиз (24-сүйрет).  $\tau$  дың бойы менен шексиз киши  $d\tau$  шамасына жылысқанда потенциал  $\varphi$  өзгермейди. Сонықтан  $\frac{\partial \varphi}{\partial \tau}$  түүндісі нолге тең. Бирақ белгисиниң шамасына шекемги дәллікте  $\frac{\partial \varphi}{\partial \tau}$  шамасы  $E$  векторының  $\tau$  дың бағытына түсирилген проекциясына тең. Демек,  $E$  векторының тангенциаллық қураушысы нолге тең. Буннан  $E$  векторының бетке нормаль бағытта бағытланғанлығы келип шығады. Соның менен бирге,  $E$  векторының усы  $E$  векторына урынба сыйзықтардың бойы менен бағытланғанлығын есте тұтып, ҳәр бир ноқатындағы кернеўлик сыйзықтарының эквипотенциаллық бетлерге перпендикуляр (ортогонал) екенлигине көз жеткизиўге болады.

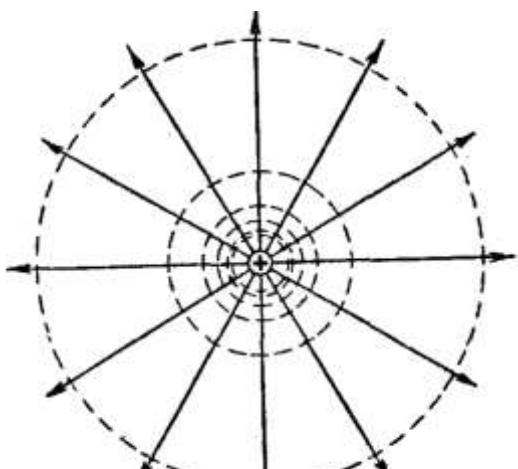


24-сүйрет.

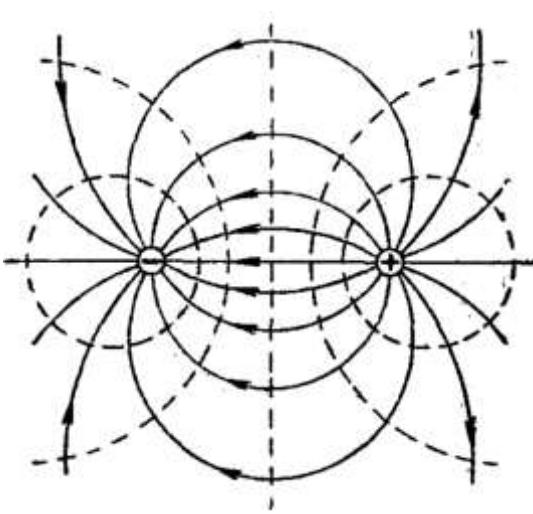
Эквипотенциаллық бетти майданның қәлеген ноқаты арқалы жүргизиўге болады. Демек, шексиз көп болған бундай бетлерди жүргизиўге болады. Бирақ, эквивотенциаллық бетлерди қоңсылас бетлердин арасындағы потенциаллар айырмасы болған  $\varphi_{i+1} - \varphi_i$  шамасының барлық орынларда бирдей болатуғындей етип жүргизиў келисилген. Бундай жағдайда эквипотенциаллық бетлердин жийилиги бойынша майданның кернеўлигинин шамасы ҳақында айтыўға болады. Ҳақыйқатында, эквипотенциаллық бетлер қаншама жийи орналасса, бетке жүргизилген нормалдың бойы менен орын аўыстырғанда потенциалдың шамасы соншама тез өзгереди. Демек, берилген орындағы  $\text{grad } \varphi$  дин шамасы қаншама үлкен болса  $E$  де соншама үлкен болады.

25-сүйретте ноқаттың зарядтың майданы ушын эквипотенциаллық бетлер көрсетилген (дәлирек айтқанда олардың сыйылма тегислиги менен кесилисүйлери көрсетилген).  $E$  ниң өзгериүиниң қандай болатуғынлығына сәйкес эквипотенциаллық бетлер зарядқа жақынлаған сайын жийи болады.

Бир текли майдан ушын эквипотенциаллық бетлер бир бириңен бирдей қашықлықта жайласқан майданның бағытына перпендикуляр болған бетлер системасын пайда етеди.



25-сүйрет.



26-сүйрет.

26-сүйретте диполдин майданы ушын кернеүлік сызықлары менен эквипотенциаллық бетлер сүйретленген. 25- ҳәм 26-сүйретлерден эквипотенциаллық бетлерди менен кернеүлік сызықларын бир үақытта пайдаланғанда майдан картинасының айрықша көргизбели болып шығатуғынлығын аңғарыўға болады.

## II БАП

### ДИЭЛЕКТРИКЛЕРДЕГИ ЭЛЕКТР МАЙДАНЫ

#### § 13. Поляр ҳәм поляр емес молекулалар

Егер диэлектрикти электр майданына қойсақ, онда бул майданда диэлектриктиң өзи де бир қанша өзгерислерге ушырайды. Буның себебин түснүү ушын атомлар менен молекулалардың құрамында оң зарядланған ядролар менен терис зарядланған электронлардың бар екенлигин есте түтүй керек. Электронлар үлкен тезлик пенен атом менен молекулалың шеклеринде ядроға салыстырғанда өзиниң орындарын барлық үақытта өзгертип, қозғалыста болады. Соңықтан ҳәр бир электронның басқа зарядларға тәсири шама менен оның қандай да бир ноқаттағы үақыт бойынша орташа мәниси арқалы тынышлықта турғандағыдан жағдайда алынады.

Молекулалардың өлшемлери менен салыстырғанда анағурлым үлкен қашықлықтар ушын электронлардың тәсири қандай да бир ноқатта жайласқан молекулалың ишиндеғи зарядлардың қосындысының тәсирине эквивалент болады. Бул ноқатты терис зарядлардың салмақ орайы деп атайды. Тап усы сыйқылды ядролардың тәсири оң зарядлардың салмақ орайына жайластырылған зарядлардың қосындысының тәсирине эквивалент болады. Зарядлардың салмақ орайының орнын табыў әдеттеги салмақ орайының орнын табыўға үсайды, бирақ бул жағдайда бөлекшелердин массаларын олардың зарядлары менен алмастырыў керек. Демек, оң зарядлардың салмақ орайының радиус-векторы былайынша есапланады:

$$\mathbf{r}^+ = \frac{\sum q_i^+ \mathbf{r}_i^+}{\sum q_i^+} = \frac{\sum q_i^+ \mathbf{r}_i^+}{q}. \quad (13.1)$$

Бул аңлатпада  $\mathbf{r}_i^+$  арқалы  $i$  – ноқатқа орналастырылған оң зарядланған ноқаттың радиус-векторы.  $q$  арқалы молекулалың қосынды оң заряды.

Усыған сәйкес, терис зарядлардың салмақ орайының радиус-векторы ушын

$$\mathbf{r}^- = \frac{\sum q_j^- \mathbf{r}_j^-}{\sum q_j^-} = \frac{\sum q_j^- \mathbf{r}_j^-}{-q} \quad (13.2)$$

аңлатпасына иие боламыз. Бул аңлатпада  $\mathbf{r}_j^-$  арқалы  $j$  – терис зарядтың үақыт бойынша орташаланған орнының радиус-векторы. Тутасы менен алғанда молекула электрлік жақтан нейтраль болғанлықтан, биз терис зарядлардың қосындысының қарама-қарсы белги менен алынған оң зарядқа тең екенлигин есапқа алдық.

Сыртқы электр майданы болмаған жағдайда оң ҳәм терис зарядлардың салмақ орайларының бир бирине сәйкес келийи де ямаса жылысқан болыўы да мүмкін. Соңы жағдайда молекула электр диполине эквивалент болады ҳәм оны деп атайды. Полярлық молекула шамасы  $\mathbf{p}$  да тең меншикли электрлік моментине иие болды. Оның ушын (13.1)-менен (13.2)-формулаларды есапқа алып, мынадай теңлікти келтирип шығарымыз (27-сүйрет):

$$\mathbf{p} = q\mathbf{l} = q(\mathbf{r}^+ - \mathbf{r}^-) = \sum q_i^+ \mathbf{r}_i^+ + \sum q_i^- \mathbf{r}_i^-.$$

Оң ҳәм терис зарядлар ушын бир номирлеуди қоллана отырып, бул теңлікти мына түрге келтириүгө болады:

$$\mathbf{p} = \sum q_k \mathbf{r}_k. \quad (13.3)$$

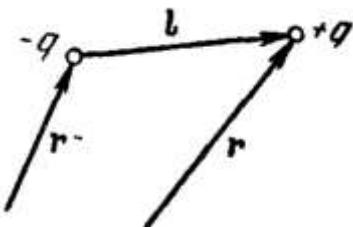
Бул теңліктеги  $q_k$  алгебралық шама болып табылады, суммалаў молекулалың барлық оң ҳәм терис зарядлары ушын орынланады. Улыўма алғанда, зарядлардың нейтрал болған

системасы ушын (13.3)-теңдиктиң  $r_k$  радиус-векторының басы сайлап алынатуғын ноқаттан ғәрзели емес екенлигин ескертемиз.

Майдан жоқ болғанда ҳәр қылыш белгиге ийе зарядлардың салмақ орайлары бир ноқатта жайласқан, меншикли электрлік моментлерге ийе болмайтуғын молекулаларды поляр емес молекулалар деп атайды. Сыртқы электр майданының тәсиринен поляр емес молекулалардағы зарядлар бир бирине салыстырғанда жылтысады: он зарядлар майданың бағытытында, терис зарядлар болса майданға қарама-қарсы бағытта. Нәтийжеде молекула электрлік моментке ийе болады ҳәм оның шамасы тәжирийбелердин көрсеткениндей, майданың кернеўлигине пропорционал болады. Рационалластырылған системада пропорционаллық коэффициентti  $\varepsilon_0\beta$  көринисинде жазады (бул аңлатпада  $\varepsilon_0$  - электрлік турақты), ал  $\beta$  болса молекуланың поляризацияланыў қәбилетлиги деп аталатуғын шама.  $\mathbf{p}$  менен  $\mathbf{E}$  шамаларының бағытлары бир бирине сәйкес келетуғынлығын есапқа алып, мынадай теңдикти жазыўға болады:

$$\mathbf{p} = \beta \varepsilon_0 \mathbf{E}. \quad (13.4)$$

Диполлик моменттин бирлиги  $[q]L$  шамасына тең (5.3)-формулаға сәйкес  $\varepsilon_0 E$  көбеймесиниң бирлиги  $[q] L^{-2}$ -шамасына тең. Демек, молекуланың  $\beta$  поляризацияланыў қәбилетлиги  $L^3$  бирлигине ийе болады.



27-сүйрет.

Поляр емес молекуланың поляризацияланыў процесси молекуланың он ҳәм терис зарядларының өз-ара серпимли күшлер менен байланысқан жағдайына сәйкес келеди. Сонықтан поляр емес молекула сыртқы майданда өзин серпимли диполь сыяқты көрсетеди деп айта аламыз.

Поляр молекулаға сыртқы майданың тәсирі тийкарынан молекуланың электрлік моментин майданың бағыты бойынша бұрыўға тырысыұдан ibарат. Из жүзинде электрлік моменттин шамасына сыртқы майдан тәсир етпейди. Демек, поляр молекула сыртқы майданда өзин қатан диполь сыпатында көрсетеди.

Молекулалар электрлік қәсийеттери бойынша диполге эквивалент болғанлықтан, диэлектриклердеги құбылыштарды түсіниў ушын сыртқы электр майданында диполдин өзин қалай ұслайтуғынлығын билиў керек.

#### § 14. Бир текли ҳәм бир текли емес электр майданларындағы диполь

Егер диполди бир текли электр майданына орналастырсақ, онда диполди пайда ететуғын  $+q$  ҳәм  $-q$  зарядлары шамасы бойынша тең, бирақ бағытлары бойынша қарама-қарсы  $\mathbf{f}_1$  менен  $\mathbf{f}_2$  күшлериниң тәсирине тап болады (28-сүйрет). Бул күшлер ийини  $l \sin \alpha$  шамасына тең болған қос күшти пайда етеди. Бул қос күштин шамасы диполь менен майданың бағытларынан ғәрзели болады. Күшлердин ҳәр қайсысының модули  $qE$  шамасына тең. Оны ийинге көбейтип, диполге тәсир ететуғын қос күштин моментиниң шамасын аламыз:

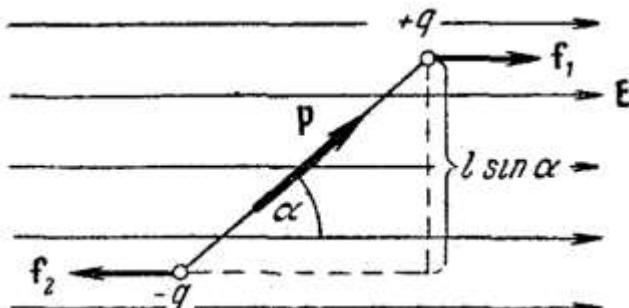
$$M = qEl \sin \alpha = pE \sin \alpha. \quad (14.1)$$

Бул аңлатпада  $p$  арқалы диполдин электрлік моменти белгиленген.

(14.1)-формула векторлық көринисте былай жазылады:

$$\mathbf{M} = [\mathbf{pE}]. \quad (14.2)$$

(14.2)-моменти диполди  $\mathbf{p}$  моменти майданың бағытына паралель болатуғынлай етип бұрыңға тырысады.



28-сүйрет.

$\mathbf{p}$  менен  $\mathbf{E}$  векторлардың арасындағы мүйешти  $d\alpha$  шамасына үлкейтиү үшін электр майданындағы диполге тәсир ететуғын күшлерге қарсы бағытта мынадай жумысты ислеү керек:

$$dA = M d\alpha = p E \sin \alpha \, d\alpha.$$

Бул жумыс электр майданындағы диполда бар болған  $W$  потенциаллық энергияны үлкейтиү үшін жұмсалады:

$$dW = p E \sin \alpha \, d\alpha. \quad (14.3)$$

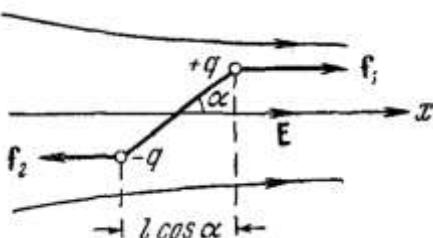
(14.3)-теңлигин интеграллау әлектр майданындағы диполдин әнергиясы үшін мынадай теңликти береди:

$$W = -p E \cos \alpha + \text{const.}$$

Ақырында, *const* шамасын нолға тең деп есапладап, мынаны аламыз:

$$W = -p E \cos \alpha = -\mathbf{pE}. \quad (14.4)$$

Солай етип, *const* шамасының мәнисин таңлап алып, диполь майданға перпендикуляр жайласқан болған жағдайдағы диполдин әнергиясын нолға тең деп қараймыз. Энергияның ең киши болған  $-pE$  шамасы диполдин майдан бағытындағы жайласыўына (яғни  $\mathbf{p}$  менен  $\mathbf{E}$  өзара паралель), ал әнергияның ең үлкен болған  $pE$  мәниси  $\mathbf{p}$  менен  $\mathbf{E}$  нин бағытлары қарама-қарсы болғанда алынады.



29-сүйрет.

Бир текли емес майдандағы диполдин зарядларына тәсир ететуғын күшлер, улыўма жағдайда, шамалары бойынша бир бирине тең емес. Диполдин өлшемлери киши болғанда  $f_1$  менен  $f_2$  күшлерин жуўық түрде коллинеарлық деп есаплауға болады (29-сүйрет).

$x$  көшери  $\mathbf{E}$  векторының бағыты менен паралель болған жағдайда майдан усы көшердин бағытында тезирек өзгереди деп есаптайық. Диполдин он заряды терис зарядқа салыстырғанда  $x$  бағытында  $\Delta x = l \cos \alpha$  шамасына жылдысқан. Сонлықтан зарядлар

орналасқан ноқатлардағы майданның кернеўлигиниң айырмасы  $\Delta E = \frac{\partial E}{\partial x} \Delta x = \frac{\partial E}{\partial x} l \cos \alpha$  шамасына айырмаға ийе болады. Демек, диполге тәсир ететүғын  $\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2$  қосынды құш нолден өзгеше болады. Бул қосындының  $x$  көшерине түсирилген проекциясы мынаған тең екенлиги белгилі:

$$f = q\Delta E = q \frac{\partial E}{\partial x} l \cos \alpha = p \frac{\partial E}{\partial x} \cos \alpha \quad (14.5)$$

Солай етип, бир текли емес майдан диполге (14.2)-айландырышы моменттен басқа (14.5)-күши де тәсир етеди екен. Бул күштин тәсиринде диполь майданның күшлирек болған областына тартылады ( $\alpha$  мүйеші сүйир болған жағдайда) ямаса оннан сыртқа қарай итериледи ( $\alpha$  доғал мүйеш болған жағдайда).

Механикадан белгили болған потенциаллық энергия менен күш арасындағы қатнасты пайдаланып,  $f$  күши ушын жазылған аңлатпаны диполдин энергиясы ушын жазылған (14.4)-формуладан келтирип шығарыўға болады. Ҳақыйқатында да,  $\alpha$  шамасын турақты болып қалады деп есапладап (яғни диполдин бағыты турақты болып қалады деп) ҳәм (14.4)-аңлатпаны  $x$  бойынша дифференциаллап ҳәм нәтийжениң белгисин кериге өзгертип, биз (14.5)-формуланы ала аламыз.

### § 15. Диэлектриклердин поляризациясы

Сыртқы электр майданы болмаған жағдайда диэлектриктиң молекулаларының диполлик моментлерине нолге тең (поляр емес молекулалар) ямаса кеңисликтеги бағыттар бойынша тәртипсиз түрде (поляр молекулалар) тарқалады. Еки жағдайда да диэлектриктиң электрлік моментиниң қосындысы нолге тең.

Сыртқы майданның тәсиринде диэлектрик поляризацияланады. Буның өзи диэлектриктиң қосынды электрлік моментиниң нолден өзгеше болатуғынлығын аңғартады. Диэлектриктиң поляризацияланыў дәрежесин тәрийиплейтуғын шама сыпатында бир бирлик көлемдеги электрлік моментti алыў тәбийий жағдай. Егер майдан ямаса диэлектрик (ямаса олардың екеўи де) бир текли болмаса, онда диэлектриктиң ҳәр қыйлы ноқатларындағы поляризацияланыўдың (поляризацияның) дәрежеси ҳәр қыйлы болады. Берилген ноқаттағы поляризацияны тәрийиплеў ушын усы ноқатты өзинин ишине қамтыйтуғын физикалық шексиз кишкене  $\Delta V$  көлемди<sup>13</sup> бөлип алыў керек. Усы көлемдеги молекулалардың моментлериниң қосындысы болған  $\sum_{\Delta V} \mathbf{p}_i$  шамасын таўып, мына қатнасты аламыз:

$$\mathbf{P} = \frac{\sum_{\Delta V} \mathbf{p}_i}{\Delta V}. \quad (15.1)$$

(15.1)-формуланың жәрдеминде анықланатуғын  $\mathbf{P}$  шамасы диэлектриклердин поляризацияланыў векторы деп аталады.

Диполлик момент болған  $\mathbf{p}_i$  шамасының бирлигі  $[q]L$  көбеймесиниң бирлигіндей. Демек,  $\mathbf{P}$  шамасының бирлигі  $[q]L^2$  шамасына бирлигіндей болады, яғни  $\epsilon_0 \mathbf{E}$  шамасының өлшем бирлигі менен дәл келеди [(5.3)-формулаға қараңыз].

---

<sup>13</sup> Физикалық жақтан шексиз киши көлем деп орташа шамасы бойынша жеткилилік сандағы молекулаларды өзинин ишине алатуғын, соның менен бирге кишилиги тығызлық, температура, майданның кернеўлигі  $\mathbf{E}$  т.б. сыйқылды макроаскопиялық шамаларды оның шегинде турақты деп есаплаўға болатуғын көлемди айтады [сондай-ақ, I томдағы 39-параграфтағы (39.2)-формуладан кейинги текстке қараңыз].

Диэлектриклердин қәлеген түринин (19-параграфта сөз етилетуғын сегнетоэлектриклерден басқа) поляризацияланыў векторы сол ноқаттағы майданың кернеўлиги менен әпиўайы қатнас пenen байланысқан:

$$\mathbf{P} = \chi \varepsilon_0 \mathbf{E}. \quad (15.2)$$

Бул аңлатпада  $\chi$  арқалы  $\mathbf{E}$  шамасынан ғәрзесиз болған диэлектриктиң қабыллағышлығы деп аталатуғын шама белгиленген. Жоқарыда көргенимиздей,  $\mathbf{P}$  менен  $\varepsilon_0 \mathbf{E}$  шамасының өлшем бирликлери бирдей. Демек  $\chi$  шамасы өлшем бирлигине ийе емес шама болып табылады.

Поляр емес молекулалардан туратуғын диэлектриклер ушын (15.2)-формула мынадай әпиўайы болған ойлардан келип шығады.  $\Delta V$  көлеминин шегинде саны  $n\Delta V$  шамасына тең молекула болады ( $n$  - бирлик көлемдеги молекулалардың саны). Бул жағдайда  $\mathbf{p}_i$  моментлеринин ҳәр қайсысы (13.4)-формуланың тийкарында анықланады. Солай етип,

$$\sum_{\Delta V} \mathbf{p}_i = n\Delta V \beta \varepsilon_0 \mathbf{E}.$$

Бул теңликли  $\Delta V$  шамасына бөлип, поляризацияланыў векторын аламыз:

$$\mathbf{P} = n\beta \varepsilon_0 \mathbf{E}.$$

Ақырында,

$$\chi = n\beta \quad (15.3)$$

белгилеўин қабыл етип (15.2)-формулаға келемиз<sup>14</sup>.

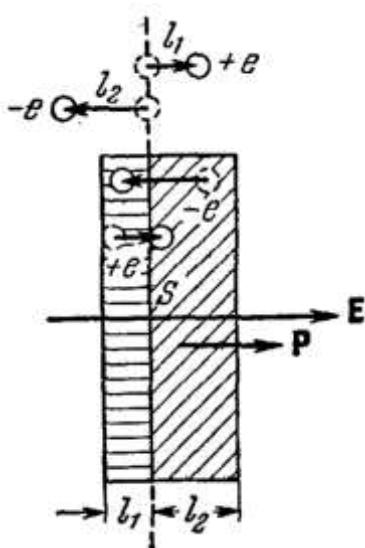
Поляр молекулалардан туратуғын диэлектрик болған жағдайда сыртқы майданың бағдарлаұшы тәсирине молекулалардың диполлик моментлеринин тәртипсиз жайласыўын тәмиийнлейтуғын жыллылық қозғалыслары қарсылық етеди. Нәтийжеде молекулалардың диполлик моментлері ушын майданың бағытындағы базы бир артықмашлыққа ийе бағыт пайда болады. Тәжирийбелердин нәтийжелери менен байланыслы болған сәйкес статистикалық есаплаўлар температура тұрақлы болғанда поляризацияланыў векторының майданың кернеўлигине пропорционал екенлигин, яғни (15.2)-формулаға алып келинетуғынлығын көрсетеди. Майданың кернеўлиги тұрақлы болғанда поляр молекулалардан туратуғын диэлектриклердин поляризация векторы температуранның жоқарылауы менен кемейеди. Бундай диэлектриклердин диэлектрик қабыллағышлығы абсолют температураға кери пропорционал болады.

Ионлық кристаллардағы ҳәр бир молекула өзиниң басқа молекулалардан айырмасын жоғалтады. Кристалл тутасы менен алғанда гигант молекула болып табылады. Ионлық кристалдың пәнжересин бир бирине кийгизилген еки пәнжереден турады деп есаплаўға болады. Олардың биреүі оң зарядланған, ал екиншиси терис зарядланған ионлардан ибарат. Кристаллардың ионларына сыртқы майдан тәсир еткенде еки пәнжере биреүі екиншине салыстырғанда жылысады ҳәм диэлектриктиң поляризацияланыўын пайда етеди. Бул жағдайда поляризацияланыў векторы майданың кернеўлиги менен (15.2)-теңлик арқалы байланысқан.

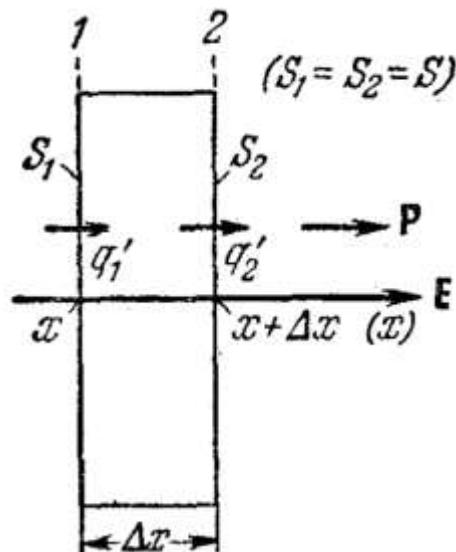
Поляр емес молекулалардан туратуғын бир текли изотроп диэлектрикти  $\mathbf{E}$  майданының бағытына, соған сәйкес  $\mathbf{p}$  ның бағытына перпендикуляр болған  $S$  майданын көз алдымызыға елеслетейик (30-сүүрет). Диэлектриктиң бир бирлик көлеминде  $+e$  зарядына ийе бирдей  $n$  бөлекше болсын. Егер диэлектриктиң шеклеринде майдан бир текли болса, онда  $\mathbf{E}$  майданын пайда еткенде барлық оң зарядлар  $\mathbf{E}$  векторының бағытында ( $\mathbf{P}$  ның бағыты менен дәл келетуғын, 30-сүүретті қараңыз) бирдей  $l_1$  қашықлыққа, ал барлық терис зарядлардың барлығы қарама-қарсы бағытта бирдей  $l_2$  қашықлыққа жылысады. Бул жағдайда  $S$  майданы арқалы оң тәрепке қарай базы бир

<sup>14</sup> (15:3) қатнас жууықланып алынған  $\chi$  менен  $\beta$  шамаларын байланыстыратуғын әдеүир дәлірек теңлик 18-параграфтың ақырында берилген.

муғдардағы оң зарядлар ҳәм оннан шеп тәрепке қарай базы бир муғдардағы терис зарядлар өтеди. Оң таңбалы тасыўшылар  $l_1$  қашықлықта жылысатуғын болғанлықтан  $S$  майданы арқалы электр майданы қосылғанға шекем  $l_1$  шамасынан кем емес қашықлықта турған барлық  $+e$  зарядлар, яғни ултаны  $S$  ҳәм бийиклиги  $l_1$  болған цилиндрлик қөлемниң ишиндеги барлық  $+e$  зарядлар өтеди (30-сүйретте бул көлем горизонт бағытында штрихлар менен көрсетилген). Бул зарядлардың саны  $nSl_1$  шамасына тең, ал олардың  $\mathbf{P}$  ның бағытында тасыйтұғын заряды  $+enSl_1$  шамасына тең. Усыған сәйкес  $S$  бети арқалы  $\mathbf{P}$  векторына қарама-қарсы бағытта  $Sl_2$  көлемдеги (30-сүйретте бул көлем қоя штрих пенен көрсетилген) барлық терис зарядлар өтеди. Нәтийжеде,  $S$  бети арқалы ондан шеп тәрепке қарай муғдарды  $enSl_2$  шамасына тең болған терис заряд өтеди.



30-сүйрет.



31-сүйрет.

Бир бағыттағы терис зарядты тасыўдың шамасы қарама-қарсы бағыттағы оң зарядты тасыўға эквивалент. Сонлықтан электр майданын қосқанда  $S$  бети арқалы  $\mathbf{P}$  векторының бағытында мынадай муғдардағы оң заряд өтеди:

$$q' = enSl_1 + enSl_2 = e(l_1 + l_2)nS.$$

Бирақ бул аңлатпадағы  $l_1 + l_2$  шамасы диэлектрикте оң ҳәм терис зарядлардың бир бирине салыстырғанда жылысатуғын  $l$  қашықлығы болып табылады. Усындај жылжыўдың нәтийжеде  $+e$  менен  $-e$  зарядлардың ҳәр бир жубы  $p = el = e(l_1 + l_2)$  шамасына тең диполлик моментке ийе болады. Бир бирлик көлемдеги бундай жуплардың саны  $n$ . Демек,  $e(l_1 + l_2)n = eln = pn$  көбеймеси поляризация векторының  $P$  модулын береди. Солай етеп, майданды қосқанда  $S$  майданы арқалы  $P$  векторының бағытында өтетуғын зарядтың муғдары мынаған тең:

$$q' = PS. \quad (15.4)$$

Диэлектриктиң ишиндеги шамалары бирдей еки  $S_1$  ҳәм  $S_2$  майданын ойымызда қарайық. Майданларды  $E$  ге перпендикуляр ҳәм бир биринен  $\Delta x$  қашықлығында жайласқан деп болжайық (31-сүйрет). Майданды қосқанға шекем ултаны  $S$  ҳәм бийиклиги  $\Delta x$  болған цилиндрлик көлемниң ишиндеги зарядлардың қосындысы нолге тең (диэлектрик барлық орынларда нейтраль). Майданды қосқанда  $S_1$  майданы арқалы цилиндрдин ишинде  $q = P_1S$  муғдарындағы заряд киреби [(15.4)-аңлатпаға қараңыз  $P_1$  арқалы  $S_1$  кесимдеги  $P$  векторының модули белгиленген]. Бир үақытта  $S_2$  майданы арқалы цилиндрден  $q'_2 = P_2S$  шамасындағы оң заряд шығады ( $P_2$  арқалы  $S_2$  кесиминдеги  $P$

векторының модули белгиленген). Усының нәтийжеде биз қарап атырған көлемде байланысқан он зарядлардың артықмаш жыйнағы болады.

$$q'_{\text{арт}} = q'_1 - q'_2 = (P_1 - P_2)S. \quad (15.5)$$

Егер диэлектрик бир текли поляризацияланған болса, онда  $P = \text{const}$  ҳәм  $P_1 = P_2$ . Бундай жағдайда (15.5)-теңлик нолге айланады. Демек, бир текли поляризацияланған диэлектрикте сондай артықмаш көлемлик байланысқан зарядлар пайда болмайды. Бирак, егер диэлектрик қандай да бир себеплерге байланыслы бир текли емес поляризацияланса, онда  $P_1$  менен  $P_2$  шамаларының арасындағы теңлик орынланбайды. Диэлектриктиң өзинин, сондай-ақ  $\mathbf{E}$  майданның (хақыйқатында, қәлеген емес, тек бир текли емес орындағы еркин зарядлардың бар болыўынан пайда болғанлар ғана) бир текли болмауы поляризацияның ҳәр қыйлы болыўының себеплеринен жүзеге келеди.

Диэлектрикте поляризацияның дәрежеси  $\mathbf{E}$  векторының бағыты менен бағытлас болған  $x$  көшеринин бағытында ғана өзгереди деп болжайық (31-сүйрет). Сонда  $P_2 - P_1$  шамасы  $x$  көшеринин бойы менен  $\Delta x$  көшерине жылысқанда  $\mathbf{P}$  векторының модули алатуғын  $\Delta P$  өсими болып табылады.  $\Delta P \neq 0$  болғанлықтан шамасы  $S\Delta x$  цилиндрлик көлемниң ишинде (15.5)-аңлатпаға сәйкес

$$q'_{\text{арт}} = -(P_2 - P_1)S = -\Delta P \cdot S$$

муғдарындағы зарядтың артықмашлығы пайда болады. Бул зарядтың шамасын цилиндрдин  $S\Delta x$  көлемине бөлип, байланысқан зарядлардың координатасы  $x$  болған ( $\Delta x$  шамасын киши деп болжаймыз) кесимдеги көлемлик тығызлықты аламыз:

$$\rho' = -\frac{\Delta P \cdot S}{S\Delta x}.$$

Бул аңлатпаны  $S$  шамасына қысқартып ҳәм  $\Delta x$  шамасын нолге умтылдырып, мына формулаға келемиз<sup>15</sup>:

$$\rho' = -\frac{dP}{dx}. \quad (15.6)$$

Бизиң алған бул қатнасымыз поляр молекулаларға ийе болған диэлектриклер үшін да орынлы.

(15.5) теңлигинен биз қарап атырған көлемдеги артық байланысқан заряд үшін және бир әхмийетли қатнас келип шығады. 31-сүйретте келтирилген цилиндрдин бети арқалы өтетуғын  $\mathbf{P}$  векторының ағысын табайық. Қаптал бет арқалы өтетуғын ағыс нолге тең. Себеби  $\mathbf{P}$  векторы бул бетке үрінба бағытланған.  $\mathbf{P}$  шамасының  $S_2$  бети үшін нормаль қураұшысы 2 кесимдеги  $\mathbf{P}$  векторының модулине, яғни  $P$  шамасына тең. Сонықтан  $S_2$  арқалы өткен ағыс үшін  $P_2 S$  мәниси алғынады ( $S_1$  ҳәм  $S_2$  бетлеринин шамалары бирдей ҳәм олардың  $S$  шамасына тең екенлигин ескертемиз).  $S_1$  бети үшін  $\mathbf{P}$  векторының нормаль қураұшысы  $P_1$  ге тең ( $S_1$  ге түсирилген сыртқы нормалдың бағыты менен  $\mathbf{P}$  векторының бағытлары қарама-қарсы). Сонықтан, сәйкес ағыс  $-P_1 S$  ге тең. Солай етип,  $\mathbf{P}$  векторының цилиндр бет арқалы өтетуғын толық ағысы мынаған тең:

$$\Phi_P = P_2 S - P_1 S = (P_2 - P_1)S.$$

<sup>15</sup> Улыўма жағдайда  $\mathbf{P}$  ның бағыты  $x$  тың бағыты менен сәйкес келмейди ҳәм соған сәйкес ол тек  $x$  тең ғана емес, ал у пенен  $z$  координатарына да ғәрэзли болады. Бундай жағдайда мынадай формула келип шығады:

$$\rho' = -\left(\frac{\partial P_x}{\partial x} + \frac{\partial P_y}{\partial y} + \frac{\partial P_z}{\partial z}\right) = -\text{div } \mathbf{P}. \quad (15.7)$$

( $\text{div } \mathbf{P}$  символиниң мәниси 107-параграфта түсіндіриледи).

Биз (15.6)-формуланы алған жағдай үшін  $P_x = P, P_y = P_z = 0$  теңликлеринин орынланатуғынлығын еслетип өтемиз. Сонықтан, биз қараған дара жағдай үшін (15.6)-формула (15.7)-формулаға сәйкес келеди.

Биз келтирип шығарған теңликті (15.5)-формуланың оң тәрепи менен салыстыра отырып, цилиндрдин ишинде артық байланысқан заряд пенен цилиндрдин бети арқалы өтетуғын  $\mathbf{P}$  векторының ағысы арасындағы қатнасты аламыз:

$$q'_{\text{арт}} = \Phi_p. \quad (15.8)$$

Қандай да бир көлемдеги артық заряд усы көлемдеги байланысқан зарядлардың алгебралық қосындысына тең:  $q'_{\text{арт}} = \sum q'$ . Соныңтан (15.8)-теңлиkti былайынша жазыўға болады:

$$\Phi_p = \oint P_n dS = - \sum q'. \quad (15.9)$$

(15.9)-формуланың улыўмалық жағдай ушын да орынлана беретуғынлығын дәлиллеўге болады (яғни,  $\mathbf{P}$  векторының  $x, y, z$  координаталарға ықтыярлы түрдеги ғәрэзлиги орын алған жағдайда қәлеген формадағы бет ушын, сондай-ақ поляр емес ҳәм поляр молекулаларға ийе болған диэлектриклер ушын да орынланатуғынлығын дәлеллеўге болады.

Енди поляризацияланған диэлектриктиң бетинде қандай құбылыстың жүзеге келетуғынлығын анықтайық. Дәслеп диэлектриктиң сыртқы тегис қапталы  $\mathbf{P}$  векторына перпендикуляр деп болжайық (32-а сүүрет). Сыртқы электр майданын пайда еткенде барлық терис зарядлар оң зарядларға салыстырғанда бирдей  $l$  шамасы (30-сүүреттеги  $l_1 + l_2$  шамасына сәйкес келетуғын) шеп тәрепке ( $\mathbf{P}$  ға қарама-қарсы) қарай жылышады. Нәтийжеде қалыңлығы  $l$  болған бетлик қабатта қосындысы  $q'_{\text{арт}} = e n S l$  шамасына тең болған оң зарядлар ғана қалады (қарама-қарсы бетлик қабатта шамасы тап усындай терис зарядлар пайда болады).  $q'_{\text{арт}}$  шамасы  $S$  ке бөлип, байланысқан зарядтың бетлик тығыздығын аламыз:  $\sigma' = e l n$ . Бирақ, бизиң жоқарыда тапқанымыздай,  $e l n$  шамасы поляризация векторы  $\mathbf{P}$  ның модули болып табылады. Соныңтан мынаны жазыўға болады:

$$\sigma' = P. \quad (15.10)$$

Диэлектриктиң сыртқы қаптал бетине түсирилген  $\mathbf{n}$  нормалы  $\mathbf{P}$  векторы менен ықтыярлы  $\alpha$  мүйешин жасайтуғын жағдайды қараўға өтейик (32-б сүүрет). Бул жағдайда қыя цилиндрде мұғдары  $S l \cos \alpha$  шамасына тең болған көлемлік терис зарядларға ийе болмайды. Бундай цилиндрдеги бар болған артықмаш зарядлардың мұғдары  $q'_{\text{арт}} = e n S l \cos \alpha$  шамасына тең. Бул зарядтың мұғдарын  $S$  ке бөлип ҳәм  $e l n = P$  екенligin есапқа алып, мынаны аламыз:

$$\sigma' = P \cos \alpha = P_n, \quad (15.11)$$

Бул аңлатпада  $P_n$  арқалы  $\mathbf{P}$  векторының диэлектриктиң бетине түсирилген сыртқы нормалға түсирилген проекциясы.  $\alpha = 0$  теңлиги орынланғанда  $P_n$  проекциясы  $P$  ға тең болады ҳәм бул жағдайда биз (15.10)-формулаға қайтып келемиз.

(15.11)-формула тек бетлик байланысқан зарядтың шамасын ғана емес, ал белгисин де береди. Сыртқы нормаль  $\mathbf{n}$  менен  $\mathbf{P}$  векторының арасындағы мүйеш сүйир болатуғын беттиң ноқатларында  $P_n > 0$  ҳәм  $\sigma' > 0$  оң болады.  $\mathbf{n}$  менен  $\mathbf{P}$  доғал мүйеш жасайтуғын ноқатларда  $P_n < 0$  ҳәм  $\sigma' < 0$  терис болады.

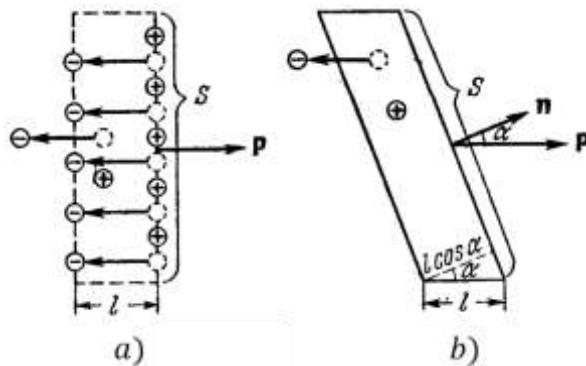
(15.2)-ге сәйкес  $\mathbf{P}$  векторын  $x$  пенен  $E$  арқалы аңлатып, мынадай формулаға келемиз:

$$\sigma' = \varepsilon_0 E_n, \quad (15.12)$$

Бул аңлатпада  $E_n$  - диэлектриктиң ишиндеги кернеўликтің нормаль қураўшысы. (15.12)-теңликтеке сәйкес кернеўлик сызықлары диэлектриклерден шығатуғын орынларда ( $E_n > 0$ ) беттиң үстине оң байланысқан зарядлар шығады, ал кернеўлик сызықлары диэлектрикке киретуғын орынларда ( $E_n < 0$ ) терис бетлик зарядлар пайда болады.

(15.11)- ҳәм (15.12)-формулалар бир текли болмаған ықтыярлы формадағы диэлектриктиң бир текли емес электр майданында жайласқан улыўмалық жағдай ушын да

орынлы. Бул жағдайда  $P_n$  менен  $E_n$  шамалары ҳақында гәп етилгенде сәйкес векторлардың анықланатуғын беттің элементине тиккелей жақын орынлардағы нормаль қураушыларын түсній керек.



32-сүйрет.

(15.11)-формула Гаусслық системада да тап усындағы түрде жазылады. Ал (15.12)-формула бул системада мынадай көриниске ийе:

$$\mathbf{P} = \chi \mathbf{E}. \quad (15.13)$$

Усыған сәйкес (15.12)-формула былайынша жазылады:

$$\sigma' = \chi E_n \quad (15.14)$$

### § 16. Диэлектриклердеги майданды тәрийиплеў

Диэлектриклердеги электр майданының кернеўлиги деп физикалық шексиз киши көлем бойынша ҳақыйқый майданның орташа мәнисин табыў арқалы алынған  $\mathbf{E}$  ниң мәнисин айтады. Диэлектрикте ҳақыйқый (микроскопиялық) майдан молекулалардың арасындағы қашықлықтың шеклеринде құшлы өзгереди. Бирақ, майданың макроскопиялық деңеге тәсирлерин үйренгенде бул өзгерислер билинбейди ҳәм майданың деңеге тәсири  $\mathbf{E}$  ниң орташа (макроскопиялық) мәнисин анықлау арқалы табылады.

Макроскопиялық майдан  $\mathbf{E}$  еки майданды бир бири менен бетлестириудың нәтийжеде алынады: еркін зарядлардың, яғни қозғалыўының барысында бир деңеден екиншисине өте алатуғын зарядлардың пайда ететуғын  $E_0$  майданы ҳәм байланысқан зарядлардың пайда ететуғын  $E'$  майданы. Майданлардың суперпозиция принципи бойынша:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}' \quad (16.1)$$

теңлигине ийе боламыз.

Диэлектриктиң поляризациясы қосынды (16.1) майданың тәсиринде пайда болады. Демек, усы  $\mathbf{E}$  ни (15.2)- ҳәм (15.12)-формулаларға қойыў керек.

Байланысқан зарядлардың еркін зарядлардан айырмашылығы олардың қурамына киретуғын молекуланың (яmasa атомның) шеклерин таслап кете алмайтуғынлығында. Қалған қәсийетлери бойынша олардың барлық қәсийетлери бирдей. Атап айтқанда, байланысқан зарядларда  $\mathbf{E}'$  векторының  $q'/e_0$  сывықтары басланады ямаса тамам болады. Сонықтан (16.1)-теңлиги менен анықланатуғын  $\mathbf{E}$  векторы ушын Гаусс теоремасын былайынша жазыў керек:

$$\Phi_E = \int_S E_n dS = \frac{1}{e_0} \left( \sum q + \sum q' \right), \quad (16.2)$$

яғни түйікленған бет ушын  $\mathbf{E}$  векторының ағысын есаплағанда тек еркін зарядлардың ғана емес, ал усы беттің ишиндеги байланысқан зарядлардың да алгебралық қосындысын

есаплау керек. Соңықтан (16.2)-формуланың диэлектриктең  $\mathbf{E}$  векторды табыу ушын пайдасы кемейеди. Ол өз гезегинде  $q'$  пенен байланыслы болған  $\mathbf{E}$  белгисиз шамасының қәсийетлерин анықлады [ $q'$  шамасының өзи белгисиз болған сол  $\mathbf{E}$  шамасының жәрдеминде анықланады, (15.12)-формулаға қараңыз].

Бахтимызға қарай,  $\mathbf{E}$  ниң тек байланысқан зарядлар бойынша да анықланатуғынлығына байланыслы пайда болатуғын қыйыншылықты усы  $\mathbf{E}$  векторы менен әпиүайы байланысқа ийе болған жәрдемши шаманы киргизиү арқалы айланып өтигө болады. Бул жәрдемши шамасының түрін анықлау ушын (16.2)-формуланы (15.9)-теңлик пенен салыстырайық.  $1/e_0$  шамасының белгимине және мәнисине шекемги дәлліктегі (15.9)-теңликтің он тәрепи (16.2)-формуладағы суммалардың екіншисине дәл сәйкес келеди. Бул жағдай  $q'$  зарядларын қатнастан шығарып таслауға ҳәм оны  $\mathbf{P}$  векторының ағысы менен алмастырыуға мүмкіншилік береди. (15.9)-хәм (16.2)-формулаларын бириктирип, мына формуланы алыуға болады:

$$e_0 \Phi_E = \Phi_P \oint_S (e_0 \mathbf{E} + \mathbf{P})_n dS = \sum q. \quad (16.3)$$

Интеграл белгисиниң астындағы қаусырмада турған аңлатпа жоқарыда айтылған жәрдемши шамасының өзи болып табылады. Оны  $\mathbf{D}$  ҳәрипи арқалы белгилейди ҳәм электрлик аўысыў (ямаса электрлик индукция) деп атайды.

Солай етип, электрлик аўысыў (электрлик индукция) деп

$$\mathbf{D} = e_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (16.4)$$

теңлиги менен анықланатуғын шаманы айтамыз. (16.3)-формуланы пайдаланыў арқалы бул шама былайынша жазыуға болады:

$$\Phi_D = \oint_S D_n dS = \sum q. \quad (16.5)$$

Егер еркин зарядлар түйіқланған беттинде  $\rho$  көлемлик тығыздық пенен тарқалған болса, онда (16.5)-формула мынадай түрге енеди:

$$\Phi_D = \oint_S D_n dS = \int_V \rho dV, \quad (16.6)$$

(16.5)- ҳәм (16.6)-формулалар электр аўысыў векторы ушын Гаусс теоремасын аңлатады: түйіқланған бет арқалы электрлик аўысыў векторының ағысы усы беттинде ишинде еркин зарядлардың алгебралық қосындысына тең.

Вакуумда  $\mathbf{P} = 0$  теңлиги орынлы болады. Соңықтан, (16.4)-теңлик пенен анықланатуғын  $\mathbf{D}$  шамасының мәниси  $e_0 \mathbf{E}$  ге айланады, ал (16.5)- пенен (16.6)-формулалар (8.3)- ҳәм (8.4)-формулаға айланады.

Электрлик аўысыў векторы ағысының бирлигі кулон ( $k$ ) болып табылады. (16.5)-аңлатпаға сәйкес шамасы  $1/k$  ға тең болған заряд өзининде ишине алатуғын бет арқалы  $1/k$  шамасына тең аўысыўдың ағысын пайда етеди.

(16.4)-формулаға  $P$  ушын (15.2)-теңлиkti қойып, мынаны аламыз:

$$D = \epsilon_0 E + \kappa \epsilon_0 E = \epsilon_0 (1 + \kappa) E. \quad (16.7)$$

Өлшем бирлигине ийе болмаған

$$\epsilon = (1 + \kappa) \quad (16.8)$$

шамасын орталықтың салыстырмалы диэлектриклик сициргишилиги ямаса әпиүайы түрде диэлектриклик сициргишилик деп атайды<sup>16</sup>. Усыған сәйкес (16.7)-қатнасты мына көринисте жазыуға болады<sup>17</sup>:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E}. \quad (16.9)$$

Бул жоқарыда гәп етилген  $\mathbf{E}$  менен  $\mathbf{D}$  векторларының арасындағы қарапайым қатнас болып табылады.

(5.3)- ҳәм (16.9)-формулаларға сәйкес вакуумдағы ноқатлық зарядтың пайда еткен майданының электрлик аүйсыұры мынаған тең:

$$\mathbf{D} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{q}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}. \quad (16.10)$$

Электрлик аүйсыұдың бирлигі сыпатында кулон бөлинген квадрат метр ( $\text{k/m}^2$ ) хызмет етеди.

Гаусслық системада электрлик аүйсыұды<sup>18</sup> мына қатнастың жәрдеминде анықлады:

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}. \quad (16.11)$$

Бул аңлатпаға  $\mathbf{P}$  ушын жазылған (15.13)-аңлатпасын қойсақ

$$\mathbf{D} = (1 + 4\pi\epsilon) \mathbf{E}. \quad (16.12)$$

формуласына ийе боламыз. Усының нәтижесинде алынған

$$\epsilon = 1 + 4\pi\epsilon \quad (16.13)$$

шамасын диэлектрик сициргишилик деп атайды. Бул шаманы, (16.12)-формулаға қойыу арқалы мынаны аламыз:

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}. \quad (16.14)$$

Гаусслық системада бослықтағы электрлик индукция векторы майданың кернеўлиги  $\mathbf{E}$  менен сәйкес келеди. Демек, вакуумдағы ноқатлық зарядтың майданының электрлик индукциясы (15.4)-формула менен анықланады екен.

(16.10)-формулаға сәйкес 1 к зарядтың 1 м қашықлықта пайда ететүғын электрлик аүйсыұры мынадай болады:

$$D = \frac{1}{4\pi} \frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{1^2} \frac{1}{4\pi} \text{k/m}^2.$$

Бул жағдайда Гаусслық системадағы электрлик индукция

$$D = \frac{q}{r^2} = \frac{3 \cdot 10^9}{10^4} 3 \cdot 10^5 \text{СГСЭ-бирлиги.}$$

шамасына тең болады. Солай етип, 1  $\text{k/m}^2$  электрлик индукция  $4\pi \cdot 3 \cdot 10^5$  СГСЭ-бирлигине сәйкес келеди.

Гаусслық системада Гаусс теоремасы

$$\oint D_n ds = 4\pi \sum q \quad (16.15)$$

ямаса

$$\oint D_n ds = 4\pi \int_V \rho dV \quad (16.16)$$

түринде жазылады.

Гаусслық системада бир кулон заряд  $4\pi q = 4\pi \cdot 3 \cdot 10^9$  СГСЭ-бирликтегі тең электрлик индукция ағысын пайда етеди. Солай етип,  $\mathbf{D}$  векторының ағысының өлшем бирликлеринің арасында мынадай қатнас бар:

$$1k = 4\pi \cdot 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ-ағыстың бирлиги.}$$

<sup>16</sup> Гейде формуланы әпиүайыластырыу үшын абсолют диэлектриклик сициргишилик түснеги де киргизиледи ( $\epsilon_a = \epsilon_0 \epsilon$ ). Бундай шаманың айрықша түрдеги физикалық мәниси болмайды. Сонықтан биз оны пайдаланбаймыз.

<sup>17</sup> Әпиүайы етип айтқанда анизотроп диэлектриклерде  $\mathbf{D}$  ҳәм  $\mathbf{E}$  векторларының бағытлары бир бирине сәйкес келмейди (49-беттеги ссылканы қараңыз).

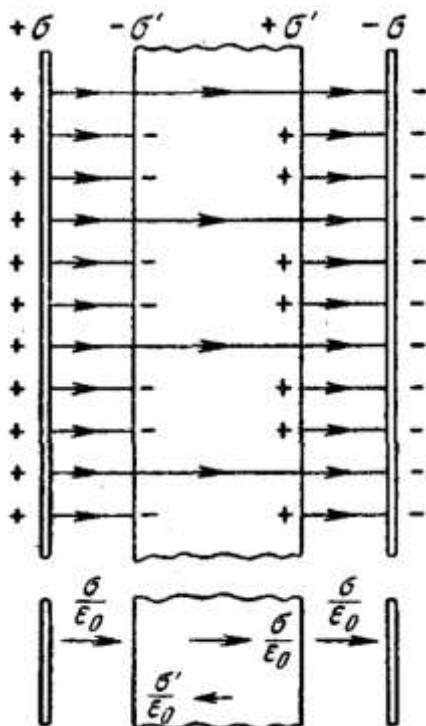
<sup>18</sup> (16.11)-аңлатпасы ушын "электрлик аүйсыұру" термини қолланылмайды.

**D** менен  $\varepsilon$  шамаларының физикалық мәнислерин түснійү үшін диэлектриктердеги майданлар үшін бир неше мысалларды қарайық.

**1. Тегис пластинканың ишиндеғи майдан.** Ҳәр қыйлы белгиге ийе зарядлар менен зарядланған тегисликтер тәрепинен вакуумда пайда етилген майданды қараймыз. Майданның кернеўлигин  $E_0$ , ал электрлік аўысыұды  $D_0 = \varepsilon_0 E_0$  арқалы белгилейик. Усы майданға бир текли диэлектрик пластинканы алғып келип, оны 33-сүйретте көрсетилгендей етеп орналастырамыз. Майданның тәсиринде диэлектрик поляризацияланады ҳәм оның бетинде тығызлығы  $\sigma'$  шамасына тең байланысқан зарядлар пайда болады. Бул зарядлар пластинканың ишинде (8.6)-формулаға сәйкес кернеўлиги  $E' = \sigma'/\varepsilon_0$  шамасына тең бир текли майданды пайда етеди. Бундай жағдайда диэлектриктен тыста  $E' = 0$ . Майданның  $E_0$  кернеўлиги  $\sigma/\varepsilon_0$  шамасына тең. Майданлардың екеүі де бир бирине қарама-қарсы бағытланған. Демек, диэлектриктиң ишинде кернеўлиги

$$E = E_0 - E' = E_0 - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}(\sigma - \sigma') \quad (16.17)$$

шамасына тең электр майданы пайда болады. Диэлектриктен тыста  $E = E_0$  теңлиги орынланады.



33-сүйрет.

Диэлектриктиң поляризациясы (16.17)-майданы тәрепинен пайда болған. Бул майдан пластинканың бетине перпендикуляр болғанлықтан,  $E_n = E$  ҳәм (15-12)-аңлатпаға сәйкес  $\sigma' = \chi\varepsilon_0 E$  теңлиги орынлы болады. Бул теңликті (16.17)-формулаға қойып, мынаны аладымыз:

$$E = E_0 - \chi E$$

хәм буннан

$$E = \frac{E_0}{1 + \chi} = \frac{E_0}{\varepsilon}. \quad (16.18)$$

аңлатпасына ийе боламыз.

Солай етип, биз қараған жағдайда диэлектриктиң тәсиринде майданың  $\varepsilon$  салыстырмалы диэлектрик сициргишилктиң орын алғыуының салдарынан неше есе ҳәлсирейтуғынлығын көрсетеди.

(16.18)-теңликті  $\varepsilon_0\varepsilon$  ге көбейтип, пластинканың ишиндеги электрик аүйсыұды аладыз:

$$D = \varepsilon_0\varepsilon E - \varepsilon_0 E_0 \quad (16.19)$$

Солай етип, пластинканың ишиндеги электрик аүйсыұр еркин зарядлардың пайда еткен майданың кернеўлигин  $\varepsilon_0$  шамасына көбейткенге тең (яғни сыртқы майданың электрик аүйсыұры  $D_0$  менен дәл сәйкес келеди). Пластинкадан тыста  $\varepsilon_0 = 1$  ҳәм  $D$  шамасының мәниси де  $\varepsilon_0 E$  шамасына тең.

$\sigma'$  ны табыў ушын (16.18)-теңликтеги  $E$  менен  $E_0$  шамаларын зарядлардың тығызлықтары арқалы аңлатамыз:

$$\frac{1}{\varepsilon_0}(\sigma - \sigma') = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}.$$

Бундай жағдайда

$$\sigma' = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\sigma, \quad (16.20)$$

аңлатпасына ийе боламыз.

33-сүрет  $\varepsilon = 3$  деп болжаған жағдайда орынлы. Усыған сәйкес диэлектрикте  $E$  сзықтарының жийилиги пластинкадан тыс орынлардағы салыстырғанда үш есе кем болады. Майдан бир текли болғанлықтан, сзықтар бир бириңен бирдей қашықтықтарда жүргизилген. Бундай жағдайда  $\sigma'$  шамасын (16.20)-формулаға сүйенбей-ақ табыўға болады. Ҳақыйқатында да, пластинканың ишиндеги майданың кернеўлиги оның сыртындағы майданың кернеўлигинен үш есе кем болғанлықтан кернеўлик сзықтарының еркин зарядлардан басланатуғын (ямаса тамам болатуғын) үшенинин екейи байланысқан зарядта тамам болыуы (сәйкес басланыуы) тийис. Буннан байланысқан зарядлардың тығызлығының еркин зарядлардың тығызлығының  $2/3$  бөлімине тең болатуғынлығын келип шығады.

Гаусслық системада  $\sigma'$  байланысқан зарядлар пайда ететуғын  $E'$  кернеўлиги (8.7)-формулаға сәйкес  $4\pi\sigma'$  шамасына тең. Сонлықтан (16.17)-қатнастың көриниси мынадай болады:

$$E = E - E' = E_0 - 4\pi\sigma'.$$

$\sigma'$  шамасын (15.14)-формула бойынша  $E_n = E$  арқалы алмастырып, мынаны аладыз:

$$E = E_0 - 4\pi n E.$$

Буннан

$$E = \frac{E_0}{1 + 4\pi n} = \frac{E_0}{\varepsilon}$$

формуласына ийе боламыз.

Солай етип,  $\varepsilon$  диэлектрик сициргишилк СИ системасындағы  $\varepsilon$  диэлектрик сициргишилк сияқты майданың диэлектриктиң есабынан неше есе ҳәлсирейтуғынлығын көрсетеди. Демек,  $\varepsilon$  салыстырмалы диэлектрик сициргишилк гаусс системасындағы  $\varepsilon$  ге дәл сәйкес келеди. Буннан (16.8)- ҳәм (16.13)-теңликлерди еске ала отырып, Гаусслық системадағы диэлектрик қабыллағыш ( $\chi_{GS}$ ) пенен СИ системадағы диэлектрик сициргишилк қабыллағыштың ( $\chi_{SI}$ ) бир бириңен  $4\pi$  көбейткиси менен ғана ажыралатуғынлығын көремиз:

$$\chi_{SI} = 4\pi\chi_{GS} \quad (16.21)$$

**2. Шарлардың арасындағы қабаттың ишиндеги майдан.** Зарядланған сфераны бир текли диэлектрикten туратуғын концентрик шардың қабаты менен қоршайық (34-сүрет). Қабаттың ишки бетинде  $\sigma'_1(q'_1 = 4\pi R_1^2 \sigma'_1)$  тығызлығы пенен тарқалған  $q'_2$  байланысқан заряд, ал сыртқы бетинде  $\sigma'_2(q'_2 = 4\pi R_2^2 \sigma'_2)$  тығызлығы менен тарқалған  $q'_2$  заряды пайда

болады.  $q'_2$  зарядының белгиси сфераның  $q$  зарядының белгиси менен бирдей, ал  $q'_1$  зарядының белгиси оған қарама-қарсы.  $q'_1$  ҳәм  $q'_2$  зарядлар сәйкес  $R_1$  ҳәм  $R_2$  шамаларынан үлкен болған  $r$  қашықтықтарда ноқаттың зарядтың майданы менен сәйкес келетуғын майданды пайда етеди [(8.10)-формулаға қараңыз].  $q'_1$  ҳәм  $q'_2$  зарядлары тарқалған беттердин ишинде олар майданды пайда етпейди. Демек, диэлектриктиң ишиндеги майданның кернеўлиги  $E'$  мынаған тең:

$$E' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'_1}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4\pi R_1^2 \sigma'_1}{r^2} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{R_1^2 \sigma'_1}{r^2}.$$

Бул майдан бағыты бойынша  $E_0$  майданың кернеўлигине қарама-қарсы. Диэлектриктең қосынды майдан былайынша анықланады:

$$E(r) = E_0 - E' \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'_1}{r^2} - \frac{1}{\epsilon_0} \frac{R_1^2 \sigma'_1}{r^2}. \quad (16.22)$$

Көринип тұрғанындай, бул майдан  $1/r^2$  нызамы бойынша кемейеди. Сонықтан манадай жүймақты шығарыўға болады:

$$\frac{E(R_1)}{E(r)} = \frac{r^2}{R_1^2},$$

яғни

$$E(R_1) = E(r) \frac{r^2}{R_1^2}.$$

Бул теңликтен  $E(R_1)$  арқалы беттин ышки қабатына тикелей жақын орындағы диэлектриктиң ишиндеги майданың кернеўлиги белгиленген. Усы кернеўлик  $\sigma'_1$  шамасының мәнисин анықлады:

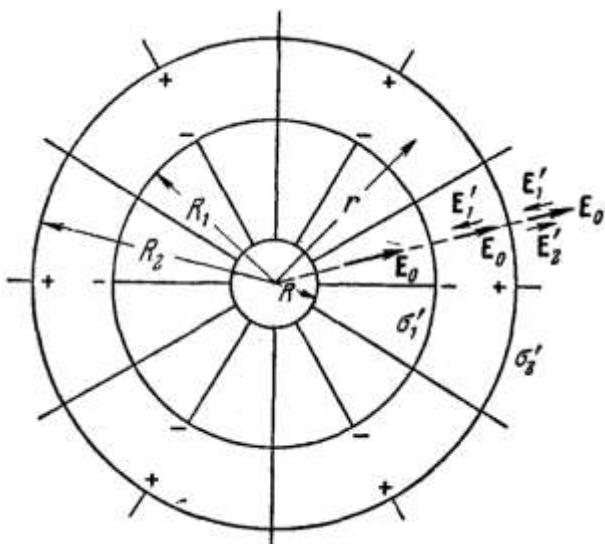
$$\sigma'_1 = \kappa \epsilon_0 E(R_1) = \kappa \epsilon_0 E(R) \frac{r^2}{R_1^2} \quad (16.23)$$

(беттин ҳәр бир ноқатында  $E_n = E$ ).

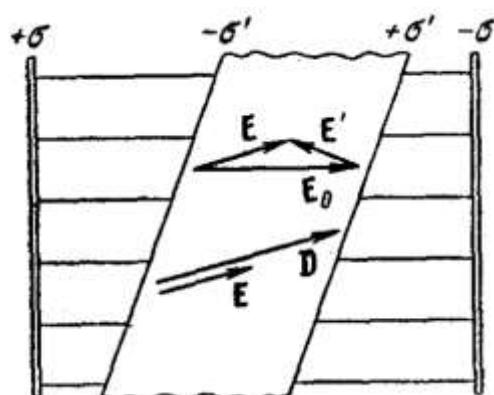
(16.23)-теңликті (16.22)-формулаға қойып, мынаны аламыз:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} - \frac{1}{\epsilon_0} \frac{R_1^2 \chi \epsilon_0 E(r) r^2}{r^2 R_1^2} = E_0(r) - \chi E(r),$$

бундан диэлектриктиң ишинде  $E = \frac{E_0}{\epsilon}$  теңлигинин орынланатуғының, ҳәм соған сәйкес  $D = \epsilon_0 E_0$  екенлегин табамыз [(16.18)- ҳәм (16.19)-формулалар менен салыстырыңыз].



34-сүйрет.



35-сүйрет.

Диэлектриктиң ишиндеғи майданының  $1/r^2$  нызамы бойынша өзгеретүфінлігін есапқа алатуғын болсақ, онда  $\sigma'_1 : \sigma'_2 = R_2^2 : R_1^2$  қатнасының орынланатуғынлышын көремиз. Буннан  $q'_1 = q'_2$  теңлиги келип шығады.. Демек, усы зарядлардың  $R_2$  шамасынан үлкен қашықтықтарда пайда ететуғын майданлары бир бириң жоғалтады ҳәм сонлықтан шардың қабатынан тыс орынларда  $E' = 0$  ҳәм  $E = E_0$  теңліклери орынланады.

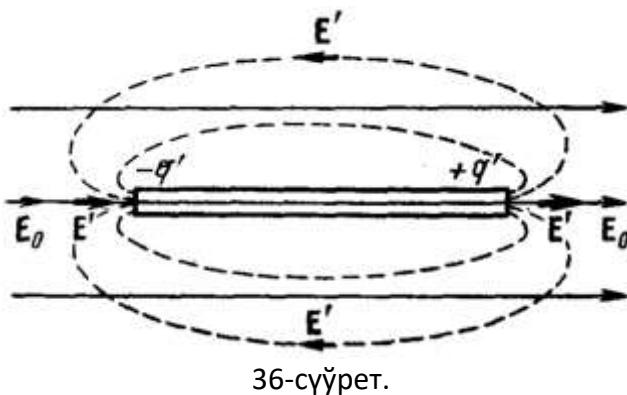
$R_1$  ди  $R$  ге тең, ал  $R_2 = \infty$  деп болжап, биз бир текли диэлектриктиң ишинде пайда етилген зарядланған сфера жағдайына келемиз. Бундай сферадан тыс орынлардағы майданың кернеўлигі мынаған тең:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon r^2}. \quad (16.24)$$

Бир текли шексиз диэлектриктең ноқаттық зарядтың пайда еткен майданының кернеўлигі де тап үсындей болады.

Жоқарыда қарап өтилген мысаллардың екеуі де диэлектриктиң бир текли ҳәм оны шеклеп туратуғын беттиң эквипотенциаллық бет екенлигі менен тәрийипленеди. Бул жағдайларда бизнә алған нәтийжемиз улыўмалық болып табылады. Егер бир текли диэлектрик толтырып турған болса, онда электрлик аүйысыұ векторы еркін зарядлардың майданының кернеўлигі векторын  $\epsilon_0$  шамасына көбеймеси менен дәл сәйкес келеди ҳәм диэлектриктиң ишиндеғи майданың кернеўлигі еркін зарядлардың майданың кернеўлигинен  $\epsilon$  есе аз болады.

Егер жоқарыда келтирілген шәртлер орынланбаса, онда  $\mathbf{D}$  менен  $\epsilon_0 \mathbf{E}_0$  векторларының бағытлары бир бириңе дәл келмейди. 35-сүйретте еркін зарядларға ийе бетке салыстырғанда қыялатып қойылған диэлектрик пластинканың майданы көрсетилген.  $\mathbf{E}'$  векторы пластинканың қаптал бетине перпендикуляр. Сонлықтан  $\mathbf{E}$  менен  $\mathbf{E}_0$  коллинеар векторлар болып табылмайды.  $\mathbf{D}$  векторы  $\mathbf{E}$  векторы менен бағытлас, демек,  $\mathbf{D}$  менен  $\epsilon_0 \mathbf{E}_0$  векторлары бағытлары бойынша бир бириңе дәл келмейди. Олардың шамасы бойынша да бирдей емес екенлигин көрсетиүге болады.



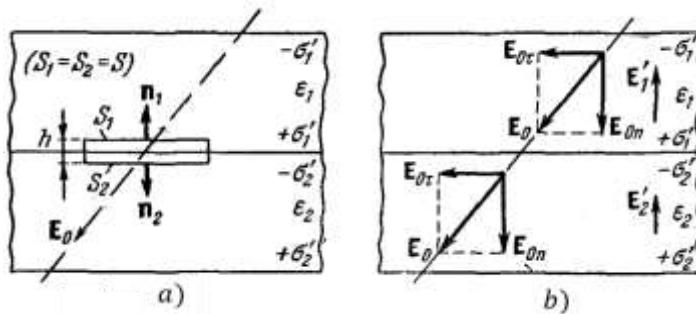
36-сүйрет.

Жоқарыда қарап өтилген мысаллардың барлығында арнаўлы түрде таңлап алынған диэлектриктиң формасына сәйкес  $\mathbf{E}'$  майданы тек диэлектриктиң ишинде ғана нолден өзгеше болады. Улыўма жағдайда  $\mathbf{E}'$  диэлектриктиң шеклеринен тыстағы орынларда да нолге тең болмауы мүмкін. Дәслеп бир текли майданға диэлектриктен соғылған стерженди орналастырайық (36-сүйрет). Поляризацияның салдарынан стерженнинң ушларында қарама-қарсы белгиге ийе байланысқан зарядлар пайда болады. Олардың стерженнен сырттағы майданы диполдің майданына эквивалент болады (сүйретте  $\mathbf{E}'$  сызықтары пункттир менен көрсетилген). Стерженнинң ушларына жақын орынларда  $\mathbf{E}$  қосынды майданының  $\mathbf{E}_0$  ден үлкен болатуғынлышын аңсат көриүге болады.

### § 17. Электрлік аўысыў сыйықларының сыныўы

**D** векторының майданын электрлік аўысыў сыйықларының (биз оларды қысқа түрде аўысыў сыйықлары деп атайды) жәрдеми менен сүүретлеўге болады. Сол сыйықлардың бағытлары менен жийиликлери **E** векторы ушын сыйылған сыйықлардың бағытлары менен жийиликлериндей болады (7-параграфты қараңыз).

Бир текли  $E_0$  майданына ҳәр қыйлы диэлектриктерден бириктирилип исленген бир текли еки тегис параллель пластинканы орналастырайық (37-сүйрет).  $\epsilon_1$  менен  $\epsilon_2$  шамалары ҳәр қыйлы болғанда  $\sigma'_1$  пенен  $\sigma'_2$  зарядларының бетлик тығызлықлары да ҳәр қыйлы болады. Демек, пластинкалар бир бирине тиийип турған бетте артықмаш байланысқан  $q'_{\text{арт}}$  заряды пайда болады. Бирақ, биз **D** векторының сыйықларының тек еркін зарядларда ғана басланып, үсындай еркін зарядларда тамам болатуғынлығын билемиз. Соныңтан аўысыў сыйықлары еки диэлектриктиң шегарасы арқалы үзилмей өтеди. Олардың усы бетте тек сыныўға ушырайтуғынлығын төменде көрсетемиз.



37-сүйрет.

Бириңи ҳәм екінши диэлектриктери **D** ҳәм **E** вектрларының нормаль ҳәм тангенциаллық (шегаралық бетине қатнасы бойынша) қураўшыларының арасындағы қатнасты табайық.

Бийиклиги  $h$ , ал ҳәм ултанлары  $S_1$  ҳәм  $S_2$  шамаларына тең болған айырып турған беттиң еки тәрепине қарай орналасқан ойымызда алынған цилиндрди қарайық (37-а сүйрет). Бул цилиндр ушын Гаусс теоремасын қолланайық. Цилиндрдин ишинде тек байланысқан зарядлар ғана бар, ал келисім бойынша онда еркін зарядлар жоқ. Соныңтан (16.5)-формулалың оң тәрепи нолге айланады. Цилиндрдин қаптал бети арқалы өтетуғын **D** векторының ағыстың есапқа алмаўға болады, себеби  $h$  бийиклигинин шамасын нолге үмтүлдірамыз. Цилиндрдин жоқарғы ултаны арқалы өтетуғын ағыстың шамасы  $D_{1n}S_1$  ке тең, бул аңлатпадағы  $D_{1n}$  арқалы бириңи диэлектриктери шегаралық бетке тикелей жақын орындағы **D** векторының нормаль қураўшысы белгиленген. Тап усы сыйықлы төменги ултан арқалы өтетуғын ағыс  $D_{2n}S_2$  шамасына тең болады. Бул аңлатпада болса  $D_{2n}$  арқалы екінши диэлектриктери шегаралық бетке тикелей жақын орындағы **D** векторының нормаль қураўшысы белгиленген. Усы еки ағысты қосып, биз шәрт бойынша толық ағысты алаамыз:

$$\Phi_D = D_{1n}S_1 + D_{2n}S_2 = (D_{1n} + D_{2n})S = 0$$

Буннан  $D_{1n} = -D_{2n}$  теңдигинин орынлы болатуғынлығы келип шығады. Цилиндрдин ултанына түсирилген  $n_1$  ҳәм  $n_2$  нормалларының белгилеринин қарама-қарсы екенлигине байланыслы қураўшылардың белгилери қарама-қарсы болып шықты. Егер **D**<sub>1</sub> менен **D**<sub>2</sub> векторларын бир нормалға проекцияласақ, онда мынадай теңдикти алаамыз:

$$D_{1n} = D_{2n}. \quad (17.1)$$

(16.9)-аңлатпа бойынша **D** ның қураўшысын  $\epsilon_0\epsilon$ -ге көбейтилген **E** векторының қураўшылары менен алмастырып, мына қатнасты алаамыз:

$$\varepsilon_0 \varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_0 \varepsilon_2 E_{2n},$$

Бул қатнастан

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \quad (17.2)$$

қатнаслары келип шығады.

Енди **E** ҳәм **D** векторларының тангенциаллық қураўшыларын қарайық. (16.1)-формулаға сәйкес  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}'$ . Келисім бойынша  $\mathbf{E}_0$  векторы диэлектриклердин екеүінде де бирдей. 37-б сүүретте көрсетилгендей,  $\mathbf{E}'$  векторлары айырып турған бетке нормаль бағытланған, соның салдарынан  $\mathbf{E}$  векторының тек нормаль қураўшыларына ғана өзинин тәсірин тиігизеди. Буннан еки диэлектрикте  $\mathbf{E}$  векторының тангенциаллық қураўшылары ғана бирдей болады деп жүймақ шығарамыз:

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}. \quad (17.3)$$

(16.9)-ға сәйкес  $E$  ниң қураўшыларын  $\varepsilon_0 \varepsilon$  көбеймесине бөлинген **D** векторының қураўшылары арқалы алмастырып, мына қатнасты аламыз:

$$\frac{D_{1\tau}}{\varepsilon_0 \varepsilon_1} = \frac{D_{2\tau}}{\varepsilon_0 \varepsilon_2}.$$

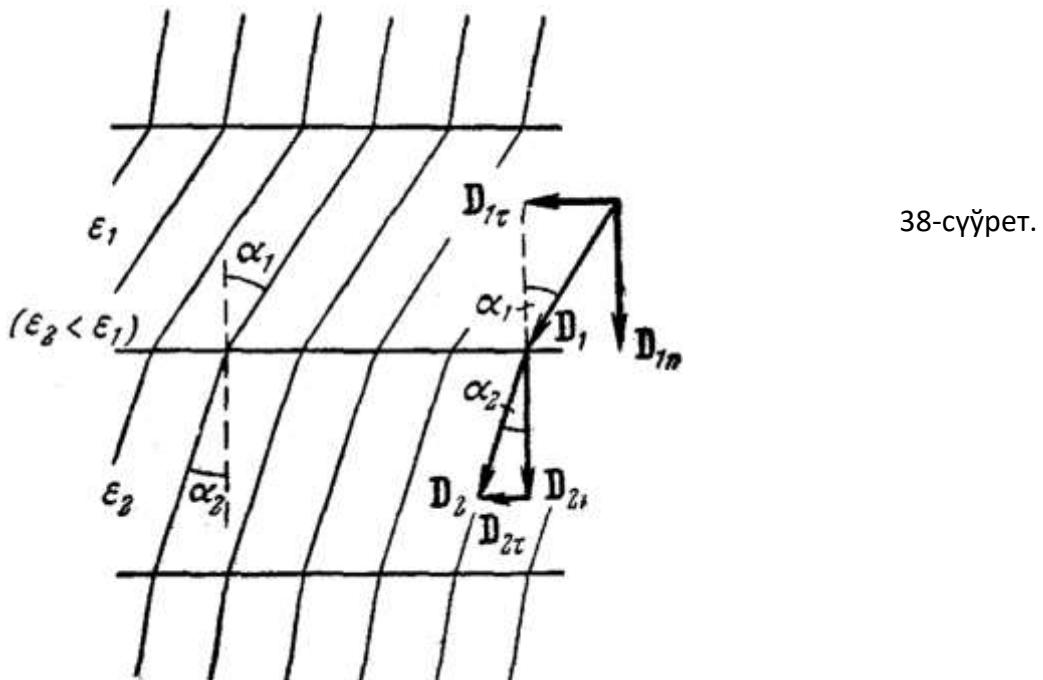
Буннан

$$\frac{D_{1\tau}}{D_{1n}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}. \quad (17.4)$$

қатнаслары келип шығады.

Жоқарыда айтылғанларды жүймақладап, еки диэлектриктиң арасындағы шегара арқалы өткенде **D** векторының нормаль қураўшысы менен  $\mathbf{E}$  векторының тангенциаллық қураўшысы үзлиksiz өзгереди деп жүймақ шығарамыз. Ал **D** векторының тангенциаллық қураўшысы менен  $\mathbf{E}$  векторының нормаль қураўшысы шегаралық бет арқалы өткенде үзилиске ушырайды.

(17.1) — (17.4) қатнаслар диэлектрик пенен вакуум арасындағы шегара ушын да орынлы. Бул жағдайда диэлектрик сициргишилеклериниң биреүин бирге тең деп алыу керек.



38-сүйретте 37-сүйретте көрсетилген пластинкалар ушын аўысыў сыйықлары көрсетилген. Пластинкадан тыс орынларда  $D = \epsilon_0 E_0$ . Диэлектриклердин шегарасында сыйықлар сынады, соның салдарынан беттиң шегарасынағы нормаль менен  $D$  сыйықларының арасындағы  $\alpha$  мүйеші өзгереди. Сүйреттен мынадай қатнаслардың орын алатуғының аңғарыўға болады:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 : \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{D_{1\tau}}{D_{1n}} : \frac{D_{2\tau}}{D_{2n}},$$

Буннан (17.1)- ҳәм (17.4)-аңлатпаларды есапқа алсақ, онда электрик аўысыў сыйықларының сыну нызамлары алынады:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}. \quad (17.5)$$

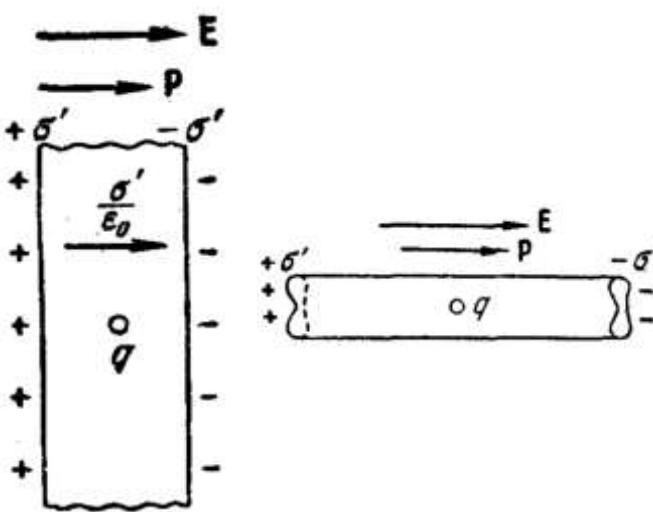
Киши  $\epsilon$  ге ийе диэлектрикке өткенде нормаль менен аўысыў сыйықларының арасындағы мүйеш киширейеди, демек сыйықлар сийреклеседи; үлкен  $\epsilon$  ге ийе диэлектрикке өткенде аўысыў сыйықлары, керисинше, қойыўланады.

### § 18. Диэлектриктиң ишиндеги зарядқа тәсир ететуғын күшлер

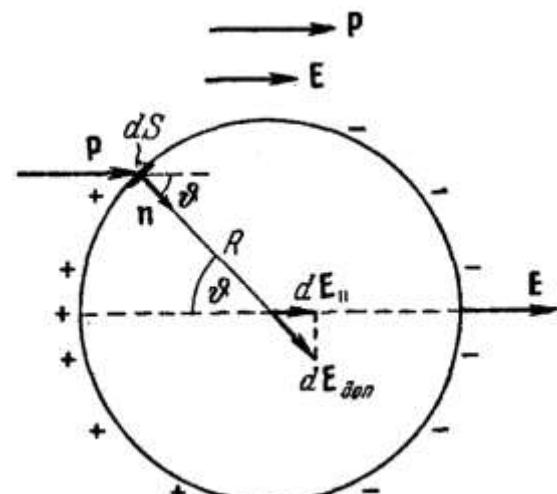
Егер вакуумдағы электр майданына зарядланған денени алып келсек ҳәм усы денениң шеклериндеги сыртқы майданды бир текли деп қараўға болатуғын болса (бул жағдайда денени ноқатлық заряд деп қараўға болады), онда оған мынадай күштин тәсир ететуғының билемиз:

$$\mathbf{f} = q\mathbf{E}. \quad (17.6)$$

Зарядланған денени диэлектриктиң ишинде пайда болған майданға орналастырыў ушын, оның ишинде құйыслықты пайда етиў керек. Сүйық ямаса газ тәризли диэлектриктең ондай құйыслықты қоршап түрған сүйықлық пенен газди қысып шығарып денениң өзи пайда етеди. Құйыслықтың бетинде байланысқан зарядлар пайда болады. Сонықтан құйыслықтың ишиндеги майдан тутас диэлектриктең  $E$  майданнан өзгеше болады. Сонықтан, құйыслықта орналастырылған зарядланған денеге тәсир ететуғын күшти  $q$  заряды менен майданың кернеўлиги  $E$  ниң көбеймеси сыпатында есаплаўға болмайды.



39-сүйрет.



40-сүйрет.

41-сүйрет.

Сүйық ямаса газ тәризли диэлектриклердеги зарядланған денеге тәсир ететуғын күшти есаптай отырып, және де бир жағдайды еске алыў керек. Поляризацияланғанда диэлектриктер азмаз деформацияланады. Бул құбылыс әлеңестрикция деп

аталады. Электрострикцияның салдарынан дене менен диэлектриктиң шегарасында механикалық керилиў пайда болады. Бул болса, өз гезегинде денеге тәсир ететуғын қосымша механикалық күштин үшін пайда болуына алып келеди. Қатты диэлектриктең құйыслық жағдайында бундай күштин үшін пайда болыўы тәбийий жағдай.

Солай етип, диэлектриктең зарядланған денеге тәсир ететуғын күштин, улыўма айтқанда, (18.1)-формуланың жәрдемінде анықланыўы мүмкін емес. Бул формуладағы  $\mathbf{E}$  тутас диэлектриктең майданының кернеўлигі болып табылады. Ал оны есаплаў әдетте жүдә қурамалы мәселе болып табылады. Бирақ, зарядланған денени майданы нолге емес ҳәм барлық кеңисликти толтырып туратуғын бир текли диэлектрикте орналастырғанда денеге тәсир ететуғын электрик ҳәм механикалық күшлердин қосындысының (18.1)-күшке тең екенлигин көрсетиўге болады. Ноқатлық зарядтың шексиз бир текли диэлектрикте пайда ететуғын майданының кернеўлигин (16.24)-формуланың жәрдемінде анықланады. Демек, шексиз бир текли диэлектрикке батырылған еки ноқатлық зарядлардың арасындағы өз-ара тәсир етисиў күшлери үшін мына аңлатпаны жазыўға болады<sup>19</sup>

$$f = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}. \quad (18.2)$$

(18.2)-формула диэлектриктең зарядлар үшін Кулон нызамы болып табылады. Оны тек сүйік ҳәм газ тәризли диэлектриклер үшін ғана қолланыўға болады.

Енди қатты диэлектриктиң ишиндең құйыслықта орналастырылған ноқатлық зарядқа тәсир ететуғын күшти табамыз. Бир неше жағдайларды қарайық.

**1. Жиңишке көлденең саңлақ.** Бир текли поляризацияланған диэлектрикте  $\mathbf{E}$  ҳәм  $\mathbf{P}$  векторларына перпендикуляр болған жиңишке саңлақ көринисіндеги құйыслықты пайда етиейик (39-сүйрет). Саңлақты шеклеп түрған диэлектриктиң бетлерінде тығызлығы  $\sigma' = P$  шамасына тең байланысқан зарядлар пайда болады. Саңлақтың ортасында олар кернеўлиги  $\frac{\sigma'}{\epsilon_0} = \frac{P}{\epsilon_0}$  шамасына тең қосымша майданды пайда етеди. Оның бағыты да тутас диэлектриктең  $\mathbf{E}$  майданының бағытындей. Демек саңлақтың ортасындағы майданының кернеўлиги  $\mathbf{E} + \frac{P}{\epsilon_0}$  шамасына тең. (16.4)-аңлатпаға сәйкес бул шама диэлектриктең  $\mathbf{D}/\epsilon_0$  менен сәйкес келеди. Солай етип, жиңишке көлденең саңлақтың ортасындағы зарядқа тәсир ететуғын күштин шамасы  $q \frac{\mathbf{D}}{\epsilon_0} = q\mathbf{E}$  шамасына тең.

**2. Жиңишке бойлық құйыслық.** Егер диэлектриктиң ишиндең құйыслық  $\mathbf{E}$  ҳәм  $\mathbf{P}$  векторларына паралель болған үзын жиңишке цилиндр түріне ийе болса (40-сүйрет), онда оның ортасындағы майданының кернеўлигі тутас диэлектриктиң ишиндең майданының кернеўлигіндей болады. Бул құйыслықтың үшларында пайда болатуғын байланысқан зарядлардың шамасы бойынша аз болыўы менен (ушының майданы киши) ҳәм құйыслықтың ортасынан үлкен қашықлықта жайласатуғынлығы менен түсіндіріледи. Сонлықтан оның пайда ететуғын қосымша майданы жүдә киши. Жиңишке бойлық құйыслықтың ортасына орналастырылған зарядқа тәсир ететуғын күштин шамасы  $q\mathbf{E}$  ге тең.

**3. Сфера формасындағы құйыслық.** Радиусы  $R$  болған сфералық құйыслықтың (41-сүйрет) орайындағы қосымша майданының кернеўлигин есаптайық. Құйыслықтың бетинин ҳәр қылышы ноқатлары үшін поляризация векторының нормаль қураўшысы  $P$  дан нолге шекемги шекте өзгереди. Усыған сәйкес байланысқан зарядлардың  $\sigma'$  тығызлығы да өзгериске үшірайды. Беттің ноқатларын  $\mathbf{E}$  векторына қарама-қарсы бағытта есапланатуғын  $\vartheta$  поляр мүйеш пенен ҳәм азимуталлық мүйеш болған  $\alpha$  менен тәрийиплеймиз.  $\sigma' = P_n = P \cos \vartheta$  теңликлеринин орынланатуғынлығына аңсат исениүге

<sup>19</sup> Ис жүзинде диэлектриктиң шегаралары зарядлардан үсы зарядлардың арасындағы қашықлыққа салыстырғанда әдеўир үлкен болған жағдай жеткилики.

болады. Симметрия көз-қарасынан байланысқан зарядлар пайда еткен майданның бағыты диэлектриктең  $\mathbf{E}$  майданының бағытына параллель екенлеги мәлим. Соныңтан оны есаплау ушын беттиң  $dS$  элементиндеги байланысқан зарядлар пайда ететүүнүң ҳәр бир  $dE_{\text{кос}}$  кернеүлік векторынан  $\mathbf{E}$  ниң бағытындағы  $dE_{\parallel}$  қураўшысын алып, буннан кейин беттиң барлық элементлери ушын қураўшыларды қосыу керек.

Беттиң элементин сфералық координаталар системасында  $dS = R^2 \sin \theta d\theta d\alpha$  арқалы жазамыз. Бул бетте  $dq = \sigma' dS$  заряды жайласады ҳәм ол сфераның орайында кернеүлігі

$$\begin{aligned} dE_{\text{кос}} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\sigma' dS}{R^2} = \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{P \cos \vartheta R^2 \sin \vartheta d\vartheta d\alpha}{R^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} P \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta d\alpha \end{aligned}$$

шамасына тең майданды пайда етеди.  $\mathbf{E}$  ниң бағытындағы  $dE_{\text{кос}}$  қураўшысының мәниси мынаған тең:

$$dE_{\parallel} = dE_{\text{кос}} \cos \vartheta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} P \cos^2 \vartheta \sin \vartheta d\vartheta d\alpha.$$

Бул теңдикти  $\alpha$  бойынша 0 ден  $2\pi$  ге шекем ҳәм  $\theta$  бойынша 0 ден  $\pi$  ге шекем интеграллап, қосымша майданның кернеүлігин аламыз:

$$E_{\text{кос}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} P \int_0^{\pi} \cos^2 \vartheta \sin \vartheta d\vartheta \int_0^{2\pi} d\alpha = \frac{1}{3} \frac{P}{\epsilon_0}.$$

Демек, сфералық құйыслықтың орайындағы майданның кернеүліги мынаған тең:

$$\mathbf{E} + \frac{1}{3} \frac{\mathbf{P}}{\epsilon_0}. \quad (18.3)$$

Гаусслық системадағы бул формула

$$\mathbf{E} + \frac{4}{3} \pi \mathbf{P}. \quad (18.4)$$

турине ийе.

Диэлектриктиң айырып алынған ҳәр бир молекуласы сфералық құйыслықтың орайында жайласқан сыйқылы болып көринеди. Соныңтан оған тәсир ететүүн майдан  $\mathbf{E}$  ге салыстырғанда (18.3)-аңлатпадағы майданның кернеүлігине жақынрақ болыуы керек. Қатаң түрде жүргизилген есаплаулар айырым алынған молекулаға тәсир ететүүн майданның тек кублық системадағы кристаллық диэлектрик болған жағдайда ғана (18.3)-формуладағы мәниске дәл келетүүнлігін көрсетеди. Суық ҳәм газ тәризли диэлектриклер ушын айырым молекулаларға тәсир ететүүн майданның кернеүліги (18.3)-формула бойынша тек жууық түрде ғана анықланады.

13-параграфта молекулалардың поляризациясын қарағанда биз тийкарынан серпимли молекуланы деформациялайтуүн майданды, яғни (13.4)-формулада тәрийипленетүүн майданды орташа макроскопиялық  $\mathbf{E}$  майданы деп болжадық. Енди биз олай емес деп тастыйықтай аламыз. Диэлектриктең орташа макроскопиялық майдан биз қарап атырған молекула тәрепинен емес, ал ондағы барлық молекулалар тәрепинен пайда етиледи. Ал (13.4)-формулаға болса диполлик моментин анықлағымыз келетүүн молекуладан басқа барлық молекулалар тәрепинен пайда етилетүүн орташа майданды қойыу керек. Бизин жоқарыда тапқанымыздай, соңғы майдан шамасы бойынша (18.3)-аңлатпа бойынша анықланған мәниске жақын. Усы жағдайды есапқа алып, поляр емес молекуланың индукцияланған моменти ушын теңдикти мына көринисте жазыуға болады:

$$\mathbf{p} = \beta \epsilon_0 \left( \mathbf{E} + \frac{1}{3} \frac{\mathbf{P}}{\epsilon_0} \right).$$

Бул теңлікте  $\mathbf{P}$  арқалы диэлектрик поляризация векторы аңлатылған. Бул моментти бирлик көлемдеги молекулалардың саны  $n$  ге көбейтип, бирлик көлемдеги диполлик моментти, яғни поляризация векторы  $\mathbf{P}$  ушын мынадай аңлатпаны аламыз:

$$\mathbf{P} = n\mathbf{p} = n\beta\epsilon_0\mathbf{E} + \frac{1}{3}n\beta\mathbf{P}.$$

Буннан мынадай аңлатпаға ийе боламыз:

$$\mathbf{P} = \frac{n\beta}{1 - \frac{1}{3}n\beta}\epsilon_0\mathbf{E}$$

Бул формуланы  $\mathbf{P} = \kappa\epsilon_0\mathbf{E}$  теңлиги менен салыстырып [(15.2) қараңыз], мынадай қатнасқа келемиз:

$$\frac{n\beta}{1 - \frac{1}{3}n\beta} = \kappa. \quad (18.5)$$

$n\beta \ll 1$  теңсизлиги орынланғанда (жүдә жоқары басымдағы газлер ушын орынланады) (18.5)-теңлік (13.4)-формулаға айланады.

(18.5)-теңлікти  $n\beta$  ға қарата шешип, мынаны аламыз:

$$\frac{1}{3}n\beta = \frac{\kappa}{3 + \kappa}.$$

Ақырында, (16.8)-аңлатпаға сәйкес  $\kappa$  ны  $\epsilon - 1$  менен алмастырып, мына формулаға келемиз:

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{n\beta}{3}. \quad (18.6)$$

Бул формуланы Клаузиус-Мосотти формуласы деп атайды. Бул формула газ тәризли ҳәм сүйік ҳалдағы поляр емес диэлектриклер ҳәм, сондай-ақ, кублық системадағы кристаллар ушын тәжирийбениң нәтийжелери менен жақсы сәйкес келеди.

## § 19. Сегнетоэлектриклер

Сырттан электр майданы түсирилмеген жағдайда да затлардың спонтан түрдеги (өзлигинен) поляризациялана алатуғын топары бар. Бул құбылыш ең дәслеп сегнет дүзы<sup>20</sup> ушын ашылған еди ҳәм усыған сәйкес усындағы қәсийетке ийе болған барлық заттар сегнетоэлектриклер атамасына ийе болды<sup>21</sup>. Сегнет дүзының электрлік қәсийеттерин бириńши рет майда-шүйдесине шекем изертлеген совет физикleri M. V. Курчатов пенен П. П. Қобеко еди.

Сегнетоэлектриклердин басқа диэлектриклерден өзгешелиги бир неше өзине тән айырмашылығында:

1. Әдеттеги диэлектриклерде  $\epsilon$  шамасы бир неше, ал гейпара жағдайларда бир неше онлаған (мысалы суý ушын  $\epsilon = 81$ ) бирlikti ғана қурайтуғын болса, сегнетоэлектриклердин диэлектрик тұрақтысының шамасы бир неше мыңға жетеди.

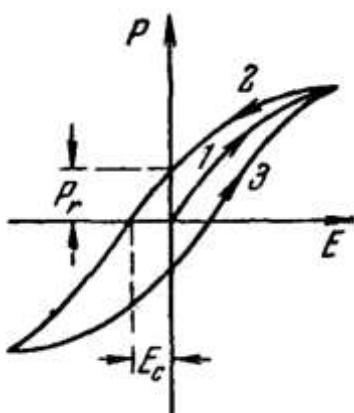
2.  $D$ -ның  $E$ -ге ғәрэзлиги сыйықтық емес, усыған сәйкес, диэлектрик сициргишилдиктиң мәниси сырттан түсирилген майданның кернеўлигинен ғәрэзли болады (42-сүйреттеги иймек сыйықтың 1-шақасы).

3. Майдан өзгергенде  $P$  поляризация векторының мәнислери (соған сәйкес  $D$  да) майданнның кернеўлиги  $E$  ден кешигеди, усының нәтийжеде  $P$  менен  $D$  ның мәнислери

<sup>20</sup> Вино кислотасының қос калий-натрийли дүзы болған  $KNaC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$  бирикпесин сегнет дүзы деп атайды.

<sup>21</sup> Ҳәзирги ўақытлары "сегнетоэлектриклер" сөзинин орнына "ферроэлектриклер" сөзи жийи қолланылады (Аўдарыўшылар).

берилген үақыттағы тек  $E$  нин шамасы менен ғана емес, ал  $E$  нин бурынғы мәнислери менен де анықланады (яғни діэлектриктердің алдыңғы тарийхы менен де байланыслы болады). Бул құбылыс гистерезис (грекше "гистерезис" — кешиги) деп аталады. Майданың цикллық өзгерислеринде  $P$  ның  $E$  ге ғәрзелиги гистерезис құрығы деп аталатуғын 42-сүйреттеги иймек сыйыққа сәйкес келеди. Майданды биринши рет қосқанда  $E$  мен бирге иймекликтің 1-шақасына сәйкес поляризация өседи.  $P$  ның кемейиүи 2-шақа бойынша жүреди. Сырттан түсирилген майданың кернеўлиги  $E$  нолге айланғанда зат өзиниң қалдық поляризация деп аталатуғын  $P_r$  поляризациясын сақтайты. Тек қарама-қарсы бағытланған майданың  $E_c$  кернеўлигинин тәсиринде ғана поляризация нолге тең болады. Майданың кернеўлигинин белгілі мәнисин көрсеткіштегі 3-шақасы алынады х.т.б.



42-сүйрет.

Сегнетоэлектриктердин поляризацияланыуы ферромагнетиклердин магнитленийине үсады (54-параграфты қараңыз). Усы себепке байланыслы сегнетоэлектриктерди гейде ферроэлектриктер деп те атайды. Қристаллық заттардың ишинде симметрия орайы жоқ қристаллар ғана сегнетоэлектриктер бола алады. Мысалы, сегнет дұзының қристаллары ромбалық системаға киреди (I томдағы 138-параграфты қараңыз). Сегнетоэлектрик қристаллардағы бөлекшелердин өз-ара тәсирлесійлери олардың диполлик моментлеринің спонтан түрде бир бириңе параллель орналасатуғын жағдайға алып келеди. Айрықша жағдайларда диполлик моментлердин бирдей ориентациясы тутас қристалға тарқалады. Әдетте, қристалл ишинде диполлик моментлер бир бириңе параллель болып жайласатуғын облысларға бөлинеди. Бирақ, ҳәр қыйлы обласлардың поляризацияларының бағытлары ҳәр қыйлы, сонлықтан пүтин қристалдың қосынды моментинің нолге тең болыуы мүмкін. Спонтан (өзлигинен) поляризацияланған областлар домендер деп аталады. Сыртқы майданың тәсиринен доменлердин моментлері тутасы менен сыртқы майданың бағыты сәйкес бурылады.

Ҳәр бир сегнетоэлектрик ушын температуралың базы бир мәниси болып, температуралың усындай мәнисинен жоқары температураларда зат өзиниң спонтан поляризацияға иие болатуғын айрықша қәсийетлерин жоғалтып, әдеттеги (нормаль) діэлектрикке айланады. Температуралың усындай мәнисин Қюри ноқаты деп атайды. Сегнет дұзының еки Қюри ноқаты бар:  $-15^{\circ}\text{C}$  ҳәм  $+22,5^{\circ}\text{C}$ . Соның менен бирге ол тек усы мәнислер менен шекленген температуралар интервалда ғана сегнетоэлектрик қәсийетке иие болады.  $-15^{\circ}\text{C}$  дан төмен ҳәм  $+22,5^{\circ}\text{C}$  дан жоқары температураларда сегнет дұзының электрик қәсийетлери әдеттеги діэлектриктердин электрик қәсийетлеріндегі болады.

Совет физиги Б. М. Вул ҳәм оның хызметкерлери тәрепинен ашылған Қюри ноқаты  $125^{\circ}\text{C}$  болған барий титанаты ( $\text{BaTiO}_3$ ) қристаллының әмелий әхмийети жүдә жоқары.

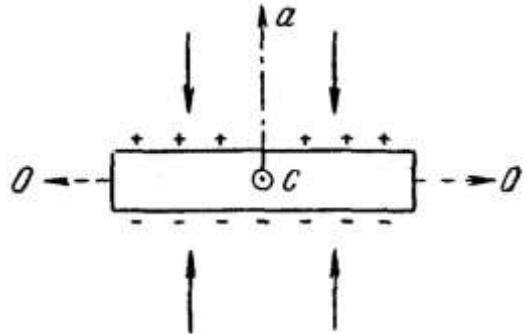
## § 20. Түүрү ҳәм кери пьезоэлектрик эффект

Симметрия орайы болмайтуғын базы бир кристаллар (соның ишинде барлық сегнетоэлектриктер) деформацияның салдарынан поляризацияланады. Бул құбылыс түүрү пьезоэлектрик эффект ямаса әпиүайы түрде пьезоэлектрик эффект деп аталады. Поляризацияның шамасы деформацияға, демек, серпимлилик шегинде механикалық кернеүге түүрү пропорционал. Деформацияның бағыты өзгергенде поляризацияның бағыты да өзгереди.

Ең әхмийетли пьезоэлектриктердин қатарына (яғни пьезоэлектрик кристаллардың қатарына) кварц, сегнет дүзы, барий метатитанаты т. б. киреди.

Кварцтың кристаллары гексагоналлық системаға киреди. Егер кварц кристаллынан  $a$  кристаллографиялық көшерине перпендикуляр пластинка кесип алып, (I томдағы 138-параграфты қараңыз), оны усы көшердин бағытында қыссак, онда пластинканың жақларында байланысқан зарядлар пайда болады (43-сүйретте көрсетилген пластинкада  $c$  кристаллографиялық көшери бизге қарай бағытланған). Егер пластинканы  $a$  ҳәм  $c$  кристаллографиялық бағыттарға перпендикуляр болған  $OO'$  көшеринин бойы менен созсақта, тап усындай құбылыс жүзеге келеди. Соңғы жағдайдағы эффект көлденен, бириңи жағдайдағы эффект бойлық деп аталады. Деформацияның бағытын өзгерктенде (яғни  $a$  көшеринин бағытында созғанда ямаса  $OO'$  көшеринин бағытында қысқанда) пластинканың қанталларында басқа белгиге иле байланысқан зарядлар пайда болады. Пьезоэлектрик эффектти әмелде пайдаланыў ушын пластинканың қантал бетлерине металл астар жайластырылады. Егер усы астарларды түйікленған шынжарға тутастырсақ, онда кристалдың деформациясының өзгерислеринде шынжырда тоқтың импульслары пайда болады. Мысалы, усындай процеслер пьезоэлектрик микрофонда сес толқынының тәсиринде усы толқынның жийилигіндегі деформацияланыў ҳәм пайда болған өзгермели деформацияға сәйкес өзгермели тоқтың пайда болыўы орын алады.

43-сүйрет.



Пьезоэлектрик эффектке байлайынша түсиник берійге болады. Қәлеген кристалдың пәнжересин бир бириңе киргизилген ҳәр қыйлы атомлардан ямаса атомлардың топарынан қуралған пәнжерелердин жыйинағы деп қарауға болады. Егер кристалда симметрия орайы болмаса, онда деформацияның салдарынан әпиүайы пәнжерелердин бир бириңе салыстырғанда аүйысыўы бақланады. Бундай қайта қурылыштардың кристалдағы электрик моменттин пайда болыўына алып келиў мүмкін.

Жоқарыда баянланған түүрү пьезоэлектрик эффект пенен бир қатарда кери пьезоэлектриктик эффектtiң бақланыўы да мүмкін. Бул пьезоэлектрик кристалларда электр майданының тәсиринен жүзеге келетуғын поляризацияның кристалдың механикалық деформациясы менен бирлікте жүзеге келийиниң салдарынан болады. Солай етип, егер 43-сүйретте көрсетилген пластинкаға өзгермели электр майданын түсірсек, онда пластинка көшеринин бағытында цикллы түрде созылатуғын ҳәм

қысылатуғын болады (ОО көшеринин бағытындағы қысылыштар менен созылыштар бақланады), яғни пластинкада механикалық тербелис пайда болады. Бул тербелислер әсиресе өзгермели кернеүдин жийилиги менен дәл келген жағдайларда (резонанс) интенсивли түрде өтеди.

Резонанс құбылышының жүзеге келиүи ушын арнаұлы түрде соғылған пластинкалар ультрасеслик толқынларды (I томдағы 90-параграфты), радиотехникадағы электрик тербелис генераторларының жийилигін стабилестирий ҳ. т. б. мақсетлер ушын ушын пайдаланылады.

Кери пьезоэлектрик эффектті электрострикциядан ажыратса билиү керек. Электрострикция қатты, сұйық газ тәризли диэлектриклердин барлығында да бақланады. Пьезоэлектрик эффект базы бир кристалларда ғана бақланады. Электрострикциядағы деформация майданының квадратына ғәрэзли болады ҳәм майданының бағыты өзгергенде ол белгисин өзгерпейді. Пьезоэлектрик эффект болса майданға сыйықты түрде ғәрэзли болады ҳәм майданының бағыты өзинин белгисин өзгертеуді.

## III БАП

## ЭЛЕКТР МАЙДАНЫНДАҒЫ ӨТКИЗГИШЛЕР

## § 21. Өткизгиштеги зарядлардың тең салмақлығы

Өткизгиште заряд тасыўшылар жұдә аз күштин әсиринде қозғала алады. Сонықтан өткизгиштеги зарядлардың тең салмақлығы тек төмендеги шәртлер орындалғанда ғана орын алады:

1. Өткизгиштин ишиндеги барлық орынларда майданның кернеўлигинин нолге тең болыўы керек:

$$E = 0 \quad (21.1)$$

(11.3)-аңлатпаға сәйкес, бул жағдайдағы өзи өткизгиштин ишиндеги потенциалдың тұрақты болыўы керек дегенді аңлатады ( $\varphi = \text{const}$ ).

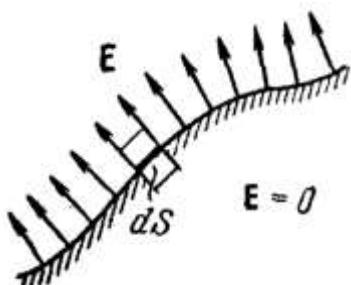
2. Өткизгиштин бетиндеги ҳәр бир ноқаттағы майданның кернеўлиги бетке нормаль бағытта бағытланған болыўы керек:

$$E = E_n \quad (16.24)$$

Демек, тең салмақлық ҳалында өткизгиштин бети эквипотенциаллық болады.

Егер тоқты өткизетуғын денеге аз мұғдардағы  $q$  зарядын берсек, онда ол тең салмақлық шәрти орынланатуғындай болып тарқалады. Денениң шеклеринде оны толық қамтыйтуғын қәлеген түйікленған бетти ойымызда елеслетеік. Зарядлардың тең салмақлық ҳалында өткизгиштин ишиндеги қәлеген ноқатта майданның болмаўы себепли, бет арқалы өтетуғын электрлік айысыў векторының ағысы нолге тең болады. Гаусс теоремасына сәйкес беттиң ишиндеги зарядлардың алгебралық қосындысы да нолге тең болады. Бул өткизгиштин ишиндеги қәлеген өлшемдеги бет ушын орынлы. Демек, тең салмақлық шарайтларында өткизгиштин ишиндеги ҳеш бир орында артық зарядтың болыўы мүмкін емес. Олардың барлығы өткизгиштин бетинде базы бир  $\sigma$  тығыздығы менен тарқалады.

Тең салмақлық ҳалында өткизгиштин ишинде артық зарядлар болмағанлықтан, өткизгиштин ишинен заттың қандай да бир көлемин алып таслаған жағдайда да заттың қалған бөлегиндеги зарядлардың тең салмақлық ҳалында тұрыўы орын ала береди. Сонықтан, артықмаш заряд құйыслығы бар өткизгиште де, тутас өткизгиште де, яғни оның сыртқы бетинде бирдей болып тарқалады. Тең салмақлық ҳалында құйыслықтың бетинде артықмаш зарядлар орналаса алмайды. Бул жуўмақ мынадай жағдайдан келип шығады: берилген  $q$  зарядын пайда ететуғын бир белгиге ийе болған элементар зарядлар бир бири менен ийтериседи, нәтийжеде олар бир бириңен ең үлкен қашықлықта тұрыўға тырысады.



44-сүйрет.

Өткизгиштин бетине түсирилген нормаллардан ултандының майданы  $dS$  болған, усы ултандардың биреүи өткизгиштин ишинде, екиншиси оннан тыста орналасқан үлкен

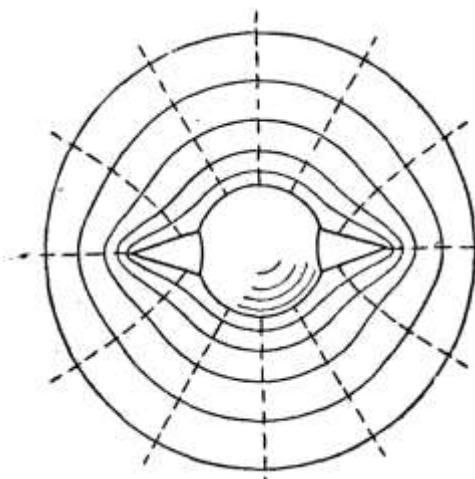
болмаған цилиндрлик бетти қараймыз (44-сүйрет). Усы бет арқалы өтетуғын электрик айысыш векторы  $DdS$  шамасына тең.  $D$  арқалы өткизгиштин бетине тикелей жақын орынлардағы айысыштың шамасы белгиленген. Ҳақыйқатында да, цилиндрлик беттин ишкі бөлими арқалы өтетуғын ағыс нолге тең. Себеби өткизгиштин ишинде  $E$ , усыған сәйкес  $D$  векторы да нолге тең. Өткизгиштен тыста оған тикелей жақын орынларда майданның кернеўлиги  $E$  өткизгиштин бетине жүргизилген нормаль менен бағытлас. Демек, цилиндрдин сыртқа шығатуғын қаптал бетинде  $D_n = 0$ , ал сыртқы ултаны ушын  $D_n = D$  (сыртқы ултаны өткизгиштин бетине жұдә жақын орналасқан дег еспалаймыз). Цилиндрдин ишине  $\sigma dS$  еркин заряды бар ( $\sigma$  өткизгиштин берилген ноқатындағы зарядтың тығызлығы). Цилиндрлик бетке Гаусс теоремасын қолланып, мынаны аламыз:  $DdS = \sigma dS$ , яғни  $D = \sigma$ . Буннан өткизгиштин бетине жақын орынлардағы майданның кернеўлиги ушын мынаны аламыз:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon}, \quad (21.3)$$

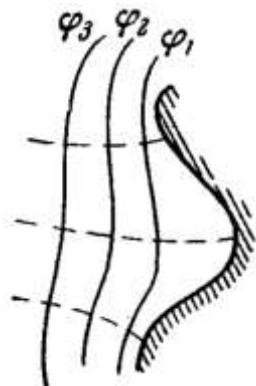
Бул аңлатпада  $\epsilon$  арқалы өткизгиши қоршап турған орталықтың салыстырмалы диэлектрик сициргишлигі [бул нәтийжени вакуумда турған цилиндр менен сфера ушын алынған (8.9)- ҳәм (8.11)-формулалар менен салыстырыңыз].

Гаусслық системасында бул формула мынадай түрге ийе:

$$E = \frac{4\pi\sigma}{\epsilon}, \quad (21.4)$$



45-сүйрет.



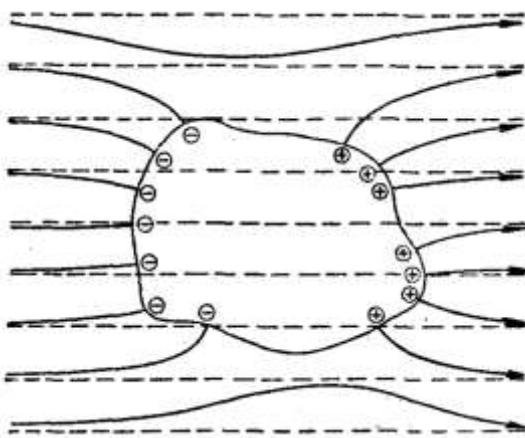
46-сүйрет.

45-сүйретте көрсетилген зарядланған өткизгиш пайда ететуғын майданды қарайық. Өткизгиштен алыс қашықлықтарда эквипотенциаллық бетлер ноқатли зарядларға тән сфералық формаға ийе болады (сүйретте орынды экономлау ушын сфералық бет өткизгиштен үлкен емес қашықлықта сүйретленген; пункттер менен майданның кернеўлиги көрсетилген). Өткизгишке жақынлаған сайын эквипотенциаллық бетлер өткизгиштин беттерине үқсас бола баслады. Ал өткизгиштин бетиниң эквипотенциаллық болатуғынлығын биз жақсы билемиз. Өткизгиштеги дөңес орынлардың қасында эквипотенциаллық бетлер қойылласады, демек, бундай орынларда майданның кернеўлиги де үлкен болады. Буннан (21.3)-аңлатпаға сәйкес зарядлардың тығызлығының әсиресе, дөңес орынларда жұдә үлкен болатуғынлығы келип шығады. Усындај жуўмақта бирдей белгиге ийе зарядлардың өз-ара ийтерилийиниң нәтийжесинде олар бир бириңен мүмкін болғанынша үзақта жайласыўға тырысады деген үйғарыўдың нәтийжесинде де келиүге болады.

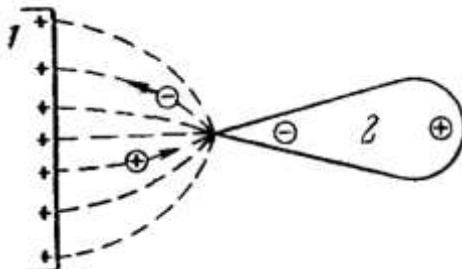
Өткізгишлердеги ойыслықтарға жақын орынларда эквипотенциаллық беттер сийрек жайласқан (46-сүйрет). Соған сәйкес, бұндай орынларда майданың кернеўлиги менен зарядлардың тығызлығы кеми्रек болады. Улыўма айтқанда, өткізгиштиң берилген потенциалындағы зарядлардың тығызлығы беттің қыйсықтың бойынша анықланады: оның шамасы оң майысыұдың (дөңес бет) салдарынан артады ҳәм терис майысыұдың үлкейиүи (ойықтық) менен кемейеди. Зарядлардың тығызлығы әсиресе сүйир ушларда үлкен болады Сонлықтан сүйир ушлардың әтирапындағы майданың кернеўлигинин үлкен екенлигі соншама, бұндай орталықтарда өткізгиштиң қоршап турған газ молекулаларының ионизациясы жүзеге келеди.  $q$ -дың белгисинан басқа ионлар өткізгишке тартылады ҳәм оның зарядын нейтраллайды. Белгилери  $q$  дың белгисиндей болмаған ионлар газдың нейтрал болған молекулаларын өзлери менен илип алып өткізгиштен сыртқа қарай қозғалады. Нәтийжеде электр самалы деп аталатуғын газдың сезилерліктей қозғалысы басланады. Өткізгиштиң заряды оның ушынан шығып, сол самал менен алып кетилетуғындағы болып кемейеди. Сонлықтан бұндай құбылысты зарядтың сүйир уштан ағыўы деп аталады.

### § 22. Сыртқы электр майданындағы өткізгиш

Зарядланбаған өткізгишти электр майданына алып келгенде заряд тасыўшылар қозғалысқа келе баслайды: оң зарядлар  $E$  векторының бағыты менен, терис зарядлар болса қарама-қарсы бағытта қозғала баслайды. Соның нәтийжесинде өткізгиштиң ушларында индукцияланған зарядлар деп аталатуғын қарама-қарсы белгиге ийе зарядлар пайда болады (47-сүйрет; пункттир менен сыртқы майданың кернеўлик сзықтары көрсетилген). Бул зарядлардың майданы сыртқы майданға қарама-қарсы бағытланған. Солай етип, өткізгиштиң ушларында зарядлардың топланыўы ондағы майданың ҳәлсиреўине алып келеди. Заряд тасыўшылардың қайта тарқалыўы (21.1)-менен (21.2)-шәртлер орынланғанға шекем, яғни өткізгиштиң ишиндеги майданың кернеўлиги нолге тең болғанға ҳәм өткізгиштиң сыртындағы кернеўлилік сзықтары оның бетине перпендикуляр болғанға шекем даўам етеди (47-сүйрет). Демек, электр майданына қойылған нейтрал болған өткізгиш кернеўлик сзықтарының бир бөлегин үзеди, олар индукцияланған терис зарядларға келип тамам болады, да оң зарядларда қайтадан басланады.



47-сүйрет.



48-сүйрет.

Индукцияланған зарядлар өткізгиштиң сыртқы бети бойлап тарқалады. Егер өткізгиштиң ишинде құйыслық бар болса, онда индукцияланған зарядлардың тең салмағы

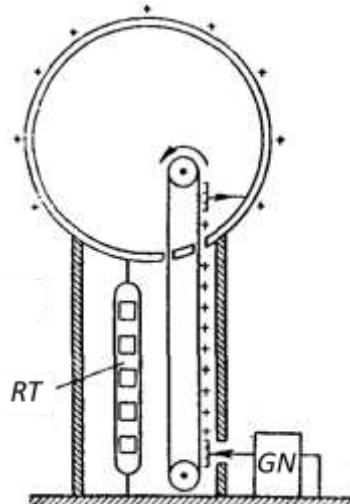
ұақтында оның ишиндеги майдан да нолге айланады. Электростатикалық қорғаның усы құбылысқа тийкарланған. Қандай да бир электр әспабын сыртқы майданнан тәсиринен қорғау керек болса, онда оны тоқты өткизетуғын футляр менен (экран менен) қоршайды. Сыртқы майдан экранның бетиндеги индукцияланған зарядлар пайда еткен майдан менен компенсацияланады. Егер усындай экранды тутас емес, ал қойыу тор түринде соқса, онда оның жұмыс ислеуі жақсыланады.

Өткизетуғын денедеги сүйир үштың болыўы оннан зарядтың ағып кетиүин ғана пайда етип қоймай, басқа денелерден өткизгишке зарядлардың "ағып келиүин" де пайда етеди. Зарядланған 1-дene пайда ететуғын майданнан тәсиринен (48-сүйрет) 2-денеде индукцияланған зарядлар пайда болады. Сүйир үшқа жақын орынларда пайда болатуғын құшлы майдан ондағы индукцияланған зарядлар менен газдың молекулаларын ионластырады. Ҳәр қыйлы белгиге иие ионлар қарама-қарсы тәреплерге қарай қозғалып, сәйкес денелерге жабысады. Соның нәтийжесинде 1-денениң заряды кемейеди, ал сүйир үші бар өткизгиште  $q$  заряд пенен атлас болған зарядлар жыйналады. Заряд 1-денеден дәслеп зарядланбаған 2-денеге өткен сыйқылы болады.

### § 23. Ван-де-Грааф генераторы

1929-жылы Ван-де-Грааф артықмаш зарядлар өткизгиштин сыртқы бетинде жайласатуғынлығына тийкарланған электростатикалық генератордың конструкциясын усынды. Бундай генератордың схемасы 49-сүйретте көрсетилген. Қондуктор деп аталатуғын иши құуыс болған металл шар изоляциялаушы колоннаға орналастырылады. Шардың ишине валиклерге кийгизилген шексиз қозғалатуғын жипек ямаса резиналанған тоқыма лента киргизилген. Колоннаның ултанында лентаға жақын орында сүйир үшлы тарақтар орнатылған. Бул тарақлардан бир неше он мың киловольтқа шекемги кернеўди пайда ететуғын кернеў генератор (ГН) тәрепинен қоздырылған зарядлар лентаға ағып өтеди. Кондуктордың ишине оның менен тутастырылған екинши тарақ орналастырылған болып, оның үшларына лентадан заряд бериледи. Зарядтың сыртқа ағысы кондукторға келип атырған зарядтың муғдары менен теңлескенше кондукторда зарядлардың жийналыўы менен бирге оның потенциалы да жоқарылайды. Сыртқа ағыс тийкарынан кондукторға жақын беттеги газдың ионизациясының есабынан болады (соның салдарынан пайда болатуғын тоқтың газ арқалы жүрийі таж тәризли разряд ямаса әпиўайы түрде тажданыў деп аталады, 91-параграфты қараңыз). Тажданыўды кемейтиў үшін кондуктордың бетин муқыятлап тегислейди (дөңеслерге жақын орынларда майданнан кернеўлигинин жоқары болатуғынлығын еске түсирейик).

49-сүйрет.



Атмосфералық басымда ҳаўадағы пайда болатуғын разрядтың майдан кернеўлиги шама менен 30 кв/см шамасында. Шардың радиусы қаншама киши болса, бундай кернеўлик соншама тез пайда болады [(16.24)-формулаға қараңыз]. Сонлықтан жоқары потенциаллар айырмасын алыў ушын кондуктордың өлшемлерип үлкен етип соғыўға (диаметри 10 м ге шекем) туұры келеди. Газдың электрлик бекемлиги (яғни разряд жүре баслайтуғын майданның кернеўлиги) басымның артыўы менен өседи. Сонлықтан генераторды қысылған газдың атмосферасына жайластырыў арқалы оның өлшемлерин сезилерліктей дәрежеде киширейтиге болады. Генераторды басымы 10 ат шамасына жақын газ бенен толтырылған бакте жыйнайды (азот пенен ямаса жоқары электрлик бекемлиги бар фреон<sup>22</sup> менен толтырылған). Ван-де-Грааф генератордың жәрдеми менен ис жүзинде алыўға болатуғын шеклик потенциаллар айырмасы  $10^7$  вольттың шамасында.

Ван-де Грааф генераторы атом ядросын изертлеўдеги тәжирийбелерде зарядланған бөлекшелерди тезлетиў ушын пайдаланылады. Бөлекшелерди тезлетиў ушларына генераторда алынатуғын потенциаллар айырмасы түсирилетуғын разрядлы трубкада (РТ) әмелге асырылады. Гейпара жағдайларда Ван-де-Грааф генераторын кондукторлары ҳәр қыйлы белгиге ийе зарядлар менен зарядленатуғын бир қатарда орналастырылатуғын еки колонна түринде соғады. Бундай жағдайда разрядлы трубка кондукторлардың арасына жалғанады.

## § 24. Электр сыйымлығы

Әткизгишке берилген  $q$  заряды оның бетинде әткизгиштиң ишиндеги майданның кернеўлиги нолге тең болатуғындай болып тарқалады. Егер  $q$  заряды менен зарядланған әткизгишке және де, шамасы тап сондай болған заряд берсек, онда бул екинши зарядта әткизгиш бойынша бириңи заряд сыйқылы болып тарқалыўы керек. Бундай болмаған жағдайда берилген заряд әткизгиште нолге тең болмаған майданды пайда еткен болар еди.

Бул жағдайдың егер әткизгиштеги зарядтың муғдарының көбейиўи қоршаған денелердеги зарядлардың тарқалыўына тәсир етпейтуғындай жағдайларда ғана орынланатуғының айтып өтиў орынлы. Солай етип, шамалары бойынша ҳәр қыйлы болған зарядлар бир бириңен алыслатылған денелерде ғана тап сондай болып тарқалады (яғни әткизгиштиң бетиниң қәлекен еки ноқатындағы зарядлардың тығызлықтарының қатнасы зарядтың қәлекен шамасы ушын бирдей болады). Буннан басқа әткизгишлерден алыслатылған әткизгиштиң потенциалының ондағы бар зарядқа пропорционал болатуғының келип шығады. Ҳақыйқатында да, зарядтың муғдарын белгили есе арттырыў әткизгишти қоршап турған кеңисликтиң ҳәр бир ноқатындағы майданның кернеўлигиниң сонша есе артыўына алып келеди. Демек, бир бирлік зарядты шексизликтен әткизгиштиң бетине қәлекен жол менен алып келиў ушын исленген жумыстың шамасы да, яғни әткизгиштиң потенциалы да сонша есе артады. Солай етип, алыслатылған әткизгиш ушын

$$q = C\varphi \quad (24.1)$$

теңлиги орынланады.

Потенциал менен зарядтың арасындағы пропорционаллық коэффициент  $C$  электр сыйымлығы (қысқаша сыйымлық) деп аталады. (24.1)-формуладан

$$C = \frac{q}{\varphi}. \quad (24.2)$$

---

<sup>22</sup> Фреон деп  $CCl_2F_2$  дехлордиформетанды айтады.

формуласы келип шығады.

Сыйымлық сан мәниси бойынша өткизгиштиң потенциалын бир бирлікке арттырыў ушын керек болған зарядқа тең.

Радиусы  $R$  болған зарядланған шардың потенциалын есаптайық. Потенциаллар айырмасы менен майданның кернеўлигинин арасында (11.7) түриндеги қатнас бар. Соныңтан шардың потенциалы  $\varphi$  ди (16.24)-теңдикти  $r$  бойынша  $R$ ден  $\infty$  ке шекем интеграллаў арқалы табыўға болады (шексизликтеги потенциалды нолге тең деп аламыз):

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_R^{\infty} \frac{q}{\epsilon r^2} dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon R}. \quad (24.3)$$

(24.3) пенен (24.2) ни салыстырыў арқалы салыстырмалы сициргишилди  $\epsilon$  болған бир текли шексиз диэлектрикке батырылған радиусы  $R$  ге тең басқалардан алыслатылған шардың сыйымлығының мынаған тең екенлигин табамыз:

$$C = 4\pi\epsilon_0 \epsilon R. \quad (24.4)$$

Сыйымлықтың өлшем бирлиги сыпатында 1 к ға тең заряд бергенде потенциалы 1 в шамасына өзгеретуғын өткизгиштиң сыйымлығы алынады. Сыйымлықтың бул бирлигин *фарада* ( $\Phi$ ) деп атайды.

Гаусслық системада алыслатылған шардың сыйымлығы ушын формула былайынша жазылады:  $C = \epsilon R$ . Бул теңдиктеги  $\epsilon$  ның өлшем бирлиги болмағанлықтан сыйымлықтың ұзынлық түриндеги бирлиги де бар. Сыйымлықтың өлшем бирлиги сыпатында вакуумда жайласқан, радиусы 1 см болған алыслатылған шардың сыйымлығы алынған. Сыйымлықтың бул өлшем бирлиги *сантиметр* деп аталады. (24.2)-аңлатпаға сәйкес

$$1 \Phi = \frac{1 \text{к}}{1 \text{в}} = \frac{3 \cdot 10^9}{1/300} \text{СГСЭ} = 9 \cdot 10^{11} \text{см.}$$

Сыйымлығы бир фарада болған алыслатылған шардың радиусы  $9 \cdot 10^9$  м, яғни жердин радиусынан 1500 есе артық. Солай етип, фарада жұдә үлкен шама болады екен. Соныңтан әмелде фараданың үлеслерине тең микрофарада (мкф) ҳәм микромикрофарада (мкмкф) ямаса пикофарада (пф) бирліклери пайдаланылады:

$$1 \text{ мкф} = 10^{-6} \Phi,$$

$$1 \text{ пф} = 10^{-12} \Phi = 0,9 \text{ см.}$$

## § 25. Конденсаторлар

Басқа денелерден (өткизгишлерден) алыслатылған өткизгишлердин сыйымлықтары киши болады. Өлшемлери Жер шарының өлшеміндегі болған шардың сыйымлығы болса бары-жоғы 700 мкф ғана. Соның менен бирге әмелде қоршаған денелерге салыстырғанда үлкен болмаған потенциалға ийе болып, муғдары әдеүир үлкен болған зарядларды жийнай алатуғын (конденсациялайтуғын) дүзилислер керек болады. Конденсаторлар деп аталатуғын бундай дүзилислер тиіккарынан өткизгишлерге басқа денелерди жақынлатқанда оның электр сыйымлығының жоқарылау фактине сүйенеди. Ҳақыйқатында да, зарядланған өткизгиш пайда ететуғын майданның тәсиринен оған жақынлатылған денеде индукцияланған (өткизгиште) ямаса байланысқан (диэлектрикте) зарядлар пайда болады. Өткизгиштиң  $q$  зарядына қарама-қарсы белгиге ийе болған зарядлар өткизгиште  $q$  менен атлас болған зарядларға салыстырғанда жақыннырақ жайласады ҳәм олар оның потенциалына үлкен тәсирин тиігзиди. Соныңтан зарядланған өткизгишке қәлеген денени жақынлатқанда өткизгиштиң потенциалы

абсолют мәниси бойынша кемейеди. Бул (24.2)-формулаға сәйкес өткізгіштиң сыйымлығының артқанлығын билдиреди.

Конденсаторларды бир бирине жақын жайластырылған өткізгішлер түринде соғады. Конденсаторды пайда ететуғын өткізгішлерди оның астарлары деп атайды. Конденсатордың сыйымлығына сыртқы денелердин тәсір етпеуі ушын астарларға оларда топланған зарядлардың пайда ететуғын электр майданы толығы менен конденсатордың ишинде жыйналатуғындай форма береди. Бул шәртті бир бирине жақын орналастырылған еки пластинка, еки коаксиаллық цилиндр ҳәм еки концентрли сфералар (8-параграфты қараңыз) қанаатландырады. Усыған сәйкес конденсаторлар тегис, цилиндр ҳәм сферал тәризли болады.

Майдан конденсатордың ишинде топланғанлықтан, электрлик аўысыў сзықлары бир астардан басланып екиншисинде питеди. Демек, конденсатордың еки астарларында пайда болатуғын еркін зарядлардың  $q$  шамасы абсолют шамалары бойынша бирдей, ал белгилери бойынша ҳәр түрли болады. Конденсаторлардың сыйымлығы деп  $q$  зарядқа түұры пропорционал ҳәм астарлардың арасындағы потенциаллар айырмасына кери пропорционал физикалық шамаға айтамыз:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}. \quad (25.1)$$

Конденсатордың сыйымлығы да өз алдына алынған өткізгіш сыйқылды өлшем бирликлерине ийе.

Сыйымлықтың шамасы конденсатордың геометриясы менен (астарларының формасы менен өлшемлери ҳәм олардың арасындағы қашықтық), сондай-ақ астарлардың арасын толтырып турған орталықтың диэлектрик қәсийеттери менен анықланады. Тегис конденсатордың сыйымлығы ушын формуланы табайық. Егер астардың бетинин майданы  $S$ , ал ондағы зарядтың муғдары  $q$  болса, онда астарлардың арасындағы майданның кернеўлиги мынаған тен болады:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon S}$$

[биз (8.6)-формуланы пайдаландық ҳәм пластинкалардың аралығында диэлектриктиң бар болыуының мүмкін екенлегин есапқа алдық].

(11.8)-қатнасқа сәйкес астарлардың арасындағы потенциаллар айырмасы мынаған тен:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed = \frac{qd}{\varepsilon_0 \varepsilon S}.$$

Буннан тегис конденсатордың сыйымлығы ушын мынадай формула келип шығады:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}, \quad (25.2)$$

Бул аңлатпада  $S$  - астардың майданы,  $d$  астарлардың арасындағы саңлақтың қалыңлығы,  $\varepsilon$  саңлақты толтырып турған заттың салыстырмалы диэлектрик сициргишилигі.

(25.2)-формуладан электрлик турақты  $\varepsilon_0$  дің бирлигиниң сыйымлықтың бирлигин узынлықтың бирлигине бөлгенге тен екенлеги келип шығады ( $\varepsilon$  ниң өлшем бирлиги жоқ шама екенлегин ескертемиз). Усыған сәйкес  $\varepsilon_0$  шамасы өлшенетуғын бирлик "фарада бөлинген метр" (ф/м) деп аталады [(4.2)-аңлатпаны қараңыз]

Гаусслық системада тегис конденсатордың сыйымлығы ушын жазылған формула мынадай түрге ийе:

$$C = \frac{\varepsilon S}{4\pi d}. \quad (25.3)$$

Цилиндрлик ҳәм сфералық конденсаторлардың сыйымлығын есаптайық. (8.8)-формуладағы  $\lambda$ ны  $q/l$  арқалы ( $l$  арқалы астарлардың ұзынлығы белгиленген) алмастырып ҳәм астарлардың арасында диэлектриктиң бар болыуының мүмкін екенлигин еске ала отырып, цилиндрлик конденсатордың астарларының арасындағы майданың кернеўлиги ушын төмендеги теңлікти шығара аламыз:

$$E(r) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{lr}.$$

Астарлардың арасындағы потенциаллар айырмасы интеграллау жолы менен мынаны табамыз:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{R_1}^{R_2} E(r) dr = \frac{q}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0\epsilon l} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

( $R_1$  менен  $R_2$  арқалы ишкі ҳәм сыртқы астарлардың радиуслары белгиленген).

$q$  ды  $\varphi_1 - \varphi_2$  потенциаллар айырмасының табылған мәнисине бөлип, цилиндрлик конденсатордың сыйымлығы ушын мынадай аңлатпаны табамыз:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon l}{\ln \frac{R_2}{R_1}}. \quad (25.4)$$

Егер астарлардың арасындағы саңлақ салыстырмалы киши болса, яғни  $d = R_2 - R_1 \ll R_1$  шәрти орынланатуғын болса, онда (25.4)-формуланың бөлимин былайынша түрлендириүге болады<sup>23</sup>:

$$\ln \frac{R_2}{R_1} = \ln \left( 1 + \frac{R_2 - R_1}{R_1} \right) \approx \frac{R_2 - R_1}{R_1} = \frac{d}{R_1}.$$

$2\pi R_1 l$  теңлиги астарлардың арасындағы майдан  $S$  ти береди. Солай етип, саңлақ кишкене болғанда цилиндрлик конденсатордың сыйымлығын (25.2)-формуланың жәрдемінде жүйек түрде есаплауға болады екен.

(8.10)-аңлатпаға сәйкес, сфералық конденсатордың астарларының арасындағы майданың кернеўлиги мынаған тең:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r^2}$$

(алдыңғы жағдайлар сияқты астарлардың арасындағы саңлақта днэлектриктиң болыў мүмкінлеги есапқа алынған).

Потенциаллар айырмасын табайық:

$$\begin{aligned} \varphi_1 - \varphi_2 &= \int_{R_1}^{R_2} E(r) dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} \end{aligned}$$

( $R_1$  менен  $R_2$  арқалы ишкі ҳәм сыртқы астарлардың радиуслары белгиленген).

Буннан сыйымлық ушын мынадай теңлік шығады:

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}. \quad (25.5)$$

$d = R_2 - R_1 \ll R_1$  шәрти орынланған жағдайда сфералық конденсатордың сыйымлығын төгис конденсатордың сыйымлығы ушын келтирип шығарылған формула бойынша есаплауға болады. Ҳақыиқатында да бул жағдайда  $4\pi R_1 R_2$  шамасы қәлелеген

<sup>23</sup> Биз  $x \ll 1$  теңсизлиги ушын орынланатуғын белгили болған  $\ln(1 + x) \approx x$  формуланы пайдаландық.

астардың майданы  $S$  ке жүйік түрде тең. Сонықтан (25.5)-формуланың жүйік түрде (25.2)-теңдиктиң көринисинде жазыў мүмкін.

(25.2)-, (25.4)- ҳәм (25.5)-теңдиклерден конденсаторлардың өлшемлери аз болғанда олардың астарларының арасына сегнетоэлектрик (мысалы, барий метатитанатын) қабатын киргизгенде қандай себеплерге байланыслы үлкен сыйымлықты алыша мүмкіншиликтің пайда болатуғының түсінікли болады.

Сыйымлық пенен бир қатарда, ҳәр бир конденсаторды шекли кернеў болған  $U_{max}$  шамасы менен тәрийипленеди<sup>24</sup>. Бундай кернеўден үлкен кернеўлер түскенде астарлардың арасында ушқын пайда болып, оны тесилип кетиў қәүипи деп атайды. Соның нәтийжесинде астарлардың арасындағы диэлектрик қыйрайды ҳәм конденсатор иsten шығады.

### § 26. Конденсаторларды жалғау

Конденсаторларды батареяға тутастырыўларды пайдалансақ, онда бир неше конденсаторлардың жыйнағы бар болған жағдайда сыйымлықтың ҳәм пайдаланылатуғын кернеўдин шамаларының мүмкін болатуғын мәнислеринин диапазонларын әдеўир кеңейтиўге болады.

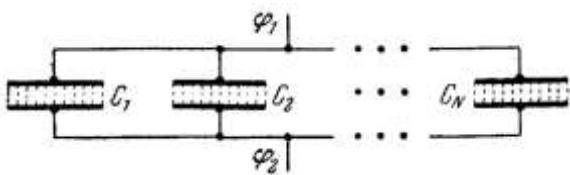
Паралель жалғауда (50-сүйрет) ҳәр бир конденсатордың бир астарының потенциалы  $\varphi_1$  шамасына, ал екиншисиники  $\varphi_2$  шамасына тең болады. Демек, астарлардың еки системасының ҳәр қайсысына мынадай қосынды заряд топланған:

$$q = \sum q_k = \sum C_k (\varphi_1 - \varphi_2) = (\varphi_1 - \varphi_2) \sum C_k.$$

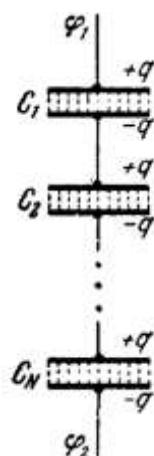
Батареяның сыйымлығын қосынды зарядты түсирилген кернеўдин шамасына бөлий арқалы аламыз. Нәтийжеде мынадай теңдик келип шығады:

$$C = \sum C_k. \quad (26.1)$$

Солай етип, паралель қосқанда конденсаторлардың сыйымлықтары қосылады. Батареяның шекли кернеўи батареяға жалғанған конденсаторлар ушын  $U_{max}$  шамасының ең киши мәнисине тең екенлеги түсінікли.



50-сүйрет.



51-сүйрет.

<sup>24</sup> Бундай жағдайда электрик кернеў деп астарлардың арасына түсирилген потенциаллар айырмасын түсінемиз [(32.5)-формулаға қараңыз]. Кернеўди майданың кернеўлиги менен алжастырмау керек.

51-сүйретте конденсаторларды избе-из жалғау көрсетилген. Бириңиң конденсатордың екінші астары екінші конденсатордың бириңиң астары менен бир тутас өткізгішті пайда етеди. Батареяға кернеу түсіргендеге онда бириңиң конденсатордың бириңиң астары менен  $N$ - конденсатордың екінші астарындағыдай индукцияланған зарядлар пайда болады (аұысыў сызықтарының берилген конденсатордың бириңиң астарында басланып, екинши синде тамам болатуғынлығы еске түсірейік). Усындау жағдай екінші конденсатордың екінші астары менен үшинші конденсатордың бириңиң астары ушында, т.б. ушын орынлы. Демек, избе-из жалғанған барлық конденсаторлар ушын астарлардағы  $q$  зарядтың бирдей болыуы тән. Соныңтан конденсаторлардың ҳәр қайсысындағы кернеу

$$U_k = \frac{q}{C_k} \quad (26.2)$$

шамасына тең болады.

Бул кернеўлердин қосындысы батареяға түсірилген потенциаллар айырмасына тең:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \sum U_k = \sum \frac{q}{C_k} = q \sum \frac{1}{C_k}.$$

Буннан

$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_k} \quad (26.3)$$

формуласы келип шығады.

Конденсаторларды избе-из жалғағанда олардың сыйымлықтарына кери болған шамалар қосылады. (26.2)-теңдикке сәйкес, берилген конденсаторға тийисли улыұма кернеўдің үлеси оның сыйымлығына кери шама. Конденсаторлардың ҳәр қайсысы ушын  $U_k$  ның шамасы көрсетилген  $U_{max}$  шамасынан артпауы керек.

Егер конденсаторлардың барлығы бирдей болған  $C_1$  шамасына тең, ҳәм кернеўдің шекли мәниси  $U_{max}$  болса, онда избе-из жалғанғанда  $C = \frac{1}{N} C_1$  ҳәм  $(U_{max})_{бат} = N U_{max}$  теңдиклері орынлы болады.

## IV БАП

### ЭЛЕКТР МАЙДАНЫНЫҢ ЭНЕРГИЯСЫ

#### § 27. Зарядлар системасының энергиясы

Зарядланған денелердин бир бири менен тәсирлесетин күшлери консервативлик болады (күшлердин орынлаған жұмысы жолға байланыссыз). Демек, зарядланған денелер системасы потенциаллық энергияға ийе болады. Ноқаттық зарядлар системасының потенциаллық энергиясына арналған теңлікти табайық. Дәслеп, таллауды бир-биринен  $r_{12}$  қашықтықта турған  $q_1$  ҳәм  $q_2$  еки зарядтан туратуғын системадан баслайық. Зарядлар бир биринен шексиз қашықлағанда олар бир бири менен тәсирлеспейді. Бул жағдайда олардың өз-ара тәсирлесіү энергиясын нолге тең деп қабыл етемиз. Зарядларды берилген  $r_{12}$  қашықтыққа жақынлатамыз. Бундай жағдайда системаның потенциаллық энергиясын үлкейтиү ушын электрлік күшлерге қарсы бағытта жұмыс ислеймиз. Зарядларды өз-ара жақынластырыуды  $q_1$  зарядын  $q_2$  ге ямаса  $q_2$  зарядын  $q_1$  ге қарай жылыстырыў арқалы әмелге асырыўға болады. Бул еки жағдайда исленген жұмыслардың шамалары бирдей болады. Шексизликтен  $q_1$  зарядын  $q_2$  зарядынан  $r_{12}$  қашықтықта жайласқан ноқатқа көшириү ушын исленген жұмыс (10.7)-теңлик бойынша мынаған тең:

$$A_1 = q_1 \varphi_1 = q_1 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_{12}}. \quad (27.1)$$

Бул аңлатпада  $\varphi_1$  шамасы  $q_1$  зарядын көширип алғып келинген ноқаттағы  $q_2$  зарядының пайда еткен потенциалы болып табылады.

Тап сол сияқты,  $q_2$  зарядты шексизликтен  $q_1$  зарядынан  $r_{12}$  қашықтықта жайласқан ноқатқа көшириүде исленген жұмыс мынаған тең:

$$A_2 = q_2 \varphi_2 = q_2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_{12}}. \quad (27.2)$$

Бул аңлатпада  $\varphi_2$  арқалы  $q_2$  зарядты алғып келген ноқаттағы  $q_1$  заряды пайда еткен потенциалдың мәниси белгиленген.

(27.1)- ҳәм (27.2)-теңліклердеги жұмыслардың мәнислери бирдей ҳәм олардың ҳәр қайсысы системаның энергиясын аңлатады

$$W = q_1 \varphi_1 = q_2 \varphi_2.$$

Системаның энергиясының аңлатпасы ушын еки зарядтың симметриялы түрде кириүи ушын жоқарыдағы теңлікти байлайынша көширип жазамыз:

$$W = \frac{1}{2} (q_1 \varphi_1 + q_2 \varphi_2) \quad (27.3)$$

Бул (27.3)-формула еки зарядтан туратуғын системаның энергиясын береди. Шексизликтен тағы да бир  $q_3$  зарядын көширип, оны  $q_1$  ден  $r_{13}$  қашықтықта ҳәм  $q_1$  ден  $r_{23}$  қашықтықта жайласқан ноқатқа алғып келип орналастырайық. Бул жағдайда мынадай жұмыс исленеди:

$$A_3 = q_3 \varphi_3 = q_3 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1}{r_{13}} + \frac{q_2}{r_{23}} \right),$$

Бул аңлатпада  $\varphi_3$  шамасы  $q_3$  зарядты алғып келген ноқаттағы  $q_1$  ҳәм  $q_2$  зарядларының пайда еткен потенциалы белгиленген.

$A_1$  ямаса  $A_2$  менен  $A_3$  жұмысын қосқанда үш зарядтың энергиясына тең болады:

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + q_3 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1}{r_{13}} + \frac{q_2}{r_{23}} \right).$$

Бул теңлікти төмендегидей көриниске келтириүге болады:

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ q_1 \left( \frac{q_2}{r_{12}} + \frac{q_3}{r_{13}} \right) + q_2 \left( \frac{q_1}{r_{12}} + \frac{q_3}{r_{23}} \right) + q_3 \left( \frac{q_1}{r_{13}} + \frac{q_2}{r_{23}} \right) \right] = \\ &= \frac{1}{2} (q_1 \varphi_1 + q_2 \varphi_2 + q_3 \varphi_3). \end{aligned}$$

Бул аңлатпада  $\varphi_1$  арқалы  $q_2$  заряды орналасқан ноқаттағы  $q_2$  ҳәм  $q_3$  зарядларының пайда еткен потенциалы белгиленген.

Зарядлар системасына  $q_4, q_5$  тағы басқа зарядларды бирим-бирим қоса отырып,  $N$  дана заряд болған жағдайдағы системаның потенциаллық энергиясының

$$W = \frac{1}{2} \sum q_i \varphi_i \quad (27.4)$$

шамасына тең болатуғынлығына көз жеткизиүге болады. Буал аңлатпада  $\varphi_i$  арқалы  $i$ -зарядтан басқа барлық зарядлардың  $q_i$  заряды орналасқан ноқаттағы потенциалы белгиленген.

### § 28 Зарядланған өткізгиштин әнергиясы

Базы бир өткізгиштеги  $q$  зарядын  $\Delta q$  ноқаттың зарядларының системасы сыпатында қараўға болады. Алдыңғы параграфта айтылғанларға сәйкес, бундай система барлық  $\Delta q$  зарядты шексизликтен алып келип, өткізгиштин бетине орналастырыў үшін исленетуғын жұмысқа тең әнергияға ийе болады.

Шексизликтен  $\Delta q$  зарядының биrinинши үлесин өткізгиштин бетине көширгендеге ҳеш қандай жұмыс атқарылмайды. Себеби өткізгиштин дәслепки потенциалы нолге тең болады. Өткізгишке  $\Delta q$  зарядты бериүдин нәтийжеде оның потенциалы нолден өзгеше болады ҳәм  $\Delta q$  зарядының екинши үлесин көшириў үшін қандай да жұмысты ислеүге туýры келеди. Өткізгиште зарядтың муғдарының артыўына қарай оның потенциалы да артады, буннан кейинги зарядтың ҳәр бир  $\Delta q$  үлесинин орын алмастырылыўнда шамасы жағынан үлкен болған жұмыстың атқарылыўы керек:

$$\Delta A = \varphi \Delta q = \frac{q}{C} \Delta q. \quad (28.1)$$

Бул аңлатпадағы  $\varphi$  дәслеп  $q$  заряды бар болған өткізгиштин потенциалы,  $C$  - өткізгиштин сыйымлығы.

(28.1)-жұмыс өткізгиштин әнергиясын үлкейтиў үшін исленеди. Соnлықтан дифференциалға көшип, мынаны аламыз:

$$dW = \frac{1}{C} q dq.$$

Буннан әнергияға арналған теңлікти аламыз:

$$W = \frac{q^2}{2C} + const.$$

Зарядланбаған өткізгиштин әнергиясын нолге тең деп есаплаў тәбийй нәрсе. Бундай жағдайда  $const$  та нолге айланады. (24.2)-теңліктиң өткізгиштин потенциалы менен заряды ҳәм сыйымлығы арасындағы қатнасты еске ала отырып, мынаны жазыўға болады:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2}. \quad (28.2)$$

(28.2)-теңлікти төмендегидей пикирлеўдин тийкарында да алыша болады. Өткізгиштин бети эквипотенциаллық болғанлықтан, ноқаттың  $\Delta q$  зарядлары орналасқан

ноқатлардың потенциаллары бирдей ҳәм өткизгиштин  $\varphi$  потенциалына тәң болады.  $\Delta q$  зарядлар системасы үшүн (27.4)-теңликти пайдаланып, мынаны аламыз:

$$W = \frac{1}{2} \sum \varphi \Delta q = \frac{1}{2} \varphi \sum \Delta q = \frac{1}{2} \varphi q.$$

Бул теңликлер (28.2)-теңликтегі сәйкес келеди.

### § 29. Зарядланған конденсатордың энергиясы

Конденсатордың астарларындағы  $+q$  ҳәм  $-q$  зарядларының пайда болыў процессин белгілі болады: астарлардың биреүинен жүдә киши болған  $\Delta q$  муғдардағы зарядтың порциясын бөлип алғып, екинши астарға көширеди. Келеси порцияны көшириў үшүн исленген жұмыс

$$\Delta A = \Delta q(\varphi_1 - \varphi_2) = \Delta q U$$

шамасына тәң, бул теңликлерде  $U$  конденсаторға түскен кернеў. (25.1)-теңликтегі сәйкес  $U$  дың мәнсін алмастыра отырып ҳәм дифференциалға көшип, мынаны аламыз:

$$dW = dA = Udq = \frac{q}{C} dq.$$

Ең ақырында, соңғы теңликті интеграллап, зарядланған конденсатордың энергиясына арналған формулаға келемиз:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}. \quad (29.1)$$

(29.1)-формула (28.2)-формуладан тек  $\varphi$  ді  $U$  менен алмастырыўға байланыслы айырмаса ийе болады.

Конденсатордың энергиясына байланыслы болған усындағы нәтийжени (27.4)-формуланың жәрдеми менен де алғыға болады. Ойымызда  $+q$  зарядын бөлиў мүмкін болған ҳәр бир элементар зарядты потенциалы  $\varphi_1$  болған ноқатта, ал  $-q$  зарядын бөлиў мүмкін болған ҳәр бир элементар зарядты потенциалы  $\varphi_2$  болған ноқатта жайласқан деп болжайық. Демек бұндай зарядлар системасының энергиясы мынаған тәң:

$$W = \frac{1}{2} [(+q)\varphi_1 + (-q)\varphi_2] = \frac{1}{2} q(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{1}{2} qU.$$

Бул теңлик (29.1)-теңлик пенен бирдей.

Энергияға арналған теңликтің жәрдеми менен тегис конденсатор астарларының бир бирине тартылыў күшин анықлаўға болады. Оның үшүн алды менен пластинкалардың арасындағы қашықтықты өзгереди деп болжаймыз. (29.1)-теңликтегі тегис конденсатордың сыйымлығы үшүн арналған (25.2)-теңликті қойып, астарларының арасындағы қалыңлығы өзгермелі болған саңлақты  $x$  ( $d$  ның орнына) арқалы белгилесек, былай болады:

$$W = \frac{q_2}{2C} = \frac{q^2}{2\varepsilon_0\varepsilon S} x. \quad (24.4)$$

Енди потенциаллық энергия менен күшти байланыстыратуғын қатнасты пайдаланамыз. Соның менен бирге конденсатордың астарларындағы зарядты турақты деп есаптаймыз (конденсатор кернеў дерегине тутастырылмаған). Бұндай жағдайда күш үшүн

$$f = -\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{q^2}{2\varepsilon_0\varepsilon S} \quad (29.2)$$

түриндеги аңлатпаға ийе боламыз ("-" белгиси күштиң  $x$  тың шамасын азайтыўға тырысадынын көрсетеди, яғни ол тартылыс күши болып табылады).

Тегис конденсатордың астарларының арасындағы тартылыс күшин бир астардың пайда еткен майданының кернеўлигин екинши астардағы топланған зарядтың көбеймеси сыпатында есаплап көрейік. (8.5)-теңлик бойынша конденсатордың астарының пайда еткен майданының кернеўлиги мынаған тәң:

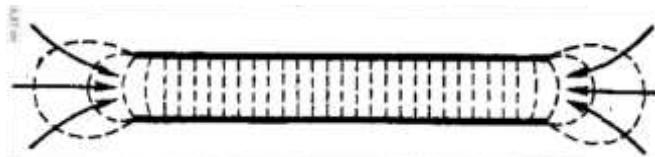
$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{q}{2\epsilon_0 S}. \quad (29.3)$$

( $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$  кернеўлиги еки астардың зарядларынан пайда болады).

Диэлектрик саңлақтағы майданды  $\epsilon$  есе ҳәлсиретеди. Бирақ бул жағдай тек диэлектриктиң ишинде ғана орынланады [(16.17)-формулаға ҳәм оған байланыслы тексті қараңыз]. Астарлардағы зарядлар диэлектриктен тыста жайласқан, сонлықтан (29.3)-майданның кернеўлигинин тәсиринде болады. Астарлардағы  $q$  зарядты ұсы кернеўликке көбейтип, мынаны аламыз:

$$f' = \frac{q}{2\epsilon_0 S} q = -\frac{q^2}{2\epsilon_0 S}. \quad (29.4)$$

("—" белгиси майданды пайда еткен заряд пенен ұсы майдан тәсир ететуғын зарядтың белгилеринин ҳәр қыйлы болатуғынлығын көрсетеди).



52-сүйрет.

(29.2)-хәм (29.4)-формулалар бир бирине сәйкес келмейди. Тәжирийбелер энергияға арналған (29.2)-теңлик бойынша есапланған күштин мәниси менен сәйкес келеди. Буны былайынша түсіндіриүге болады. Конденсатордың астарларына тәсир ететуғын (29.4)-“электрлик” күштен басқа диэлектрик тәрепинен олардың орын аүйстырыуына қарсылық жасайтуғын механикалық күш тәсир етеди (18-параграфты қараңыз). Астарлардың шетинен қашықлаған сайын шамасы бойынша кемейтуғын шашыраған майдан бар болады. Диэлектриктиң молекулалары диполлик моментке ийе бола отырып, олар майданы күшлірек (52-сүйрет) орынларға тартатуғын күшлердин тәсирине ушырайды [(14.5)-формулаға қараңыз]. Соның нәтийжесинде конденсатордың астарларының арасындағы басым артады ҳәм (29.4)-теңлик бойынша алынатуғын күштин тәсирин  $\epsilon$  есе ҳәлсирететуғын күш пайда болады.

### § 30. Электр майданының энергиясы

(29.1)-аңлатпа менен анықланатуғын конденсатордың энергиясын оның астарларының арасындағы электр майданын тәрийиплейтуғын шама менен аңлатыуға болады. Буны тегис конденсатор ушын орынлаймыз. (29.1)-аңлатпаға сыйымлық ушын жазылған (25.2)-теңликті қойсақ, онда

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon SU^2}{2d} = \frac{\epsilon_0 \epsilon}{2} \left(\frac{U}{d}\right)^2 Sd$$

теңликлерине ийе боламыз. (11.8)-теңлик бойынша  $E = \frac{U}{d}$ , ал  $Sd$  көбеймеси электр майданы ийелеп турған  $V$  көлемине тең. Солай етип, мына теңлиktи жазыуға болады:

$$\omega = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} V. \quad (30.1)$$

(29.1)-формула конденсатордың энергиясын оның астарларындағы заряд пенен, ал (30.1)-формула болса конденсатордың энергиясын майданың кернеўлиги менен байланыстырады. Усыған байланыслы мынадай сораудың тууылығы мүмкін: энергия қайсы орынларда жыйналған, энергияны заряд пайда ете ме ямаса майдан пайда ете ме? Бул сорауға қозғалмайтуғын зарядлар пайда еткен ўақыт бойынша өзгермейтуғын

майданларды изертлейтуғын электростатиканың шеклеринде жүйап беріүге мүмкін емес. Турақлы майдан менен оның пайда болыўына себепши болған зарядлар бир бири менен тиккелей байланыста болады. Бирақ, үақыт бойынша өзгеретуғын майдан өзин пайда ететуғын зарядлар менен байланыссыз болып, ол кеңисликте электромагнит толқын сыпатында тарқалады. Тәжирибелер электромагнит толқынларының энергияны алып жүретуғынлығын көрсетеди. Мысалы, Жердин өзинде тиришиликтің үшін зәрүрли болған энергия Құяштан Жерге шекем электромагнит (жақтылық) толқынлары менен алып келинеди. Радиоқабыллағышты сөйлеүге мәжбүрлейтуғын энергия да алып беретуғын станциядан электромагнит толқынлар тәрепинен жеткизиледи ҳ.т.б. Усы фактлер майданының энергияны алып жүриүшилер болып табылатуғынлығын мойынлауға мәжбүрлейди.

Егер майдан (тегис конденсатордағы) бир текли болса, онда усы майданының энергиясы кеңисликте турақлы  $\omega$  тығызлығы менен тарқалады, оның мәниси майданының энергиясын сол майдан жайласқан көлемге бөлгөнгө тең. Демек, (30.1)-теңдік бойынша тегис конденсатордағы майданының энергиясының тығызлығы

$$\omega = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2}. \quad (30.2)$$

формуласының жәрдемінде есапланады. Бул формула бир текли емес майдан үшін да орынлы. (16.9)-теңдікти еске ала отырып, оны

$$\omega = \frac{ED}{2} \quad (30.3)$$

ямаса

$$\omega = \frac{D^2}{2\epsilon_0 \epsilon} \quad (30.4)$$

турде жазыўға болады. Изотроп диэлектриклерде  $E$  ҳәм  $D$  векторларының бағытлары бирдей. Сонықтан (30.3)-формуласын мынадай көриниске келтиремиз:

$$\omega = \frac{ED}{2}.$$

Бул формуладағы  $D$  ны (16.4)-теңдіктеги мәниси менен алмастырып,  $\omega$  үшін мынадай теңдікти аламыз:

$$\omega = \frac{E(\epsilon_0 E + P)}{2} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{EP}{2}. \quad (30.5)$$

Бул теңдіктеги биринши қосылыўшы бослықтағы  $E$  майданының энергиясының тығызлығына сәйкес келеди. Биз ҳәзір екінши қосылыўшының диэлектрикти поляризациялау үшін жумсалатуғын энергия екенligин дәлилләймиз.

Диэлектриктиң поляризациясы деп молекулалардың құрамына киретуғын зарядлардың  $E$  электростатикалық майданының тәсіринде өзинің майдан жоқ үақыттағы ийелеген орынларынан айтылады.  $q_k$  зарядты  $d\mathbf{r}_k$  шамасына жылыштарғанда көлемниң бир бирлигіндеги диэлектрикке исленетуғын жумыс мынаған тең:

$$dA = \sum_{V=1} q_k E d\mathbf{r}_k = Ed \left( \sum_{V=1} q_k \mathbf{r}_k \right).$$

(әпиүайылдық үшін  $E$  майданын бир текли деп есаптаймыз).

(13.3)-формула бойынша  $\sum_{V=1} q_k r_k$  шамасы бир бирлиқ көлемдеги диполь моментине тең. Анықтама бойынша бир бирлиқ көлемдеги диполь моменти диэлектриктиң поляризация векторы  $P$  да тең. Демек,

$$dA = EdP. \quad (30.6)$$

(15.2)-формула бойынша  $P = \chi \epsilon_0 E$  буннан  $dP = \chi \epsilon_0 dE$  теңдігі алынады.  $dP$  ның бул мәнисин (30.6)-теңдікке қойып,  $dA$  үшін төмендегидей теңдікти аламыз:

$$dA = \chi \varepsilon_0 E dE = d\left(\frac{\chi \varepsilon_0 E^2}{2}\right) = d\left(\frac{EP}{2}\right).$$

Ең акырында бул аңлатпаны интеграллап, диэлектриктиң бир бирлик көлеминдеги поляризациялау үшін исленген жұмыстың мұғдарын табамыз:

$$A = \frac{EP}{2}.$$

Бул теңдик (30.5)-формуладағы екинши қосылыұшы менен сәйкес келеди. Солай етип, энергияның тығызлығы үшін жазылған (30.2)-, (30.3)- ҳәм (30.4)-теңдиклер өзинин ишине майданның өзинин  $\frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$  энергиясынан басқа диэлектрикти поляризациялау үшін жумсалған  $\frac{EP}{2}$  энергиясын да алады екен.

Гаусс системасында электр майданының энергиясының тығызлығы былайынша жазылады:

$$W = \frac{\varepsilon E^2}{8\pi} = \frac{ED}{8\pi} = \frac{D^2}{8\pi\varepsilon}. \quad (30.7)$$

Өлшемлери шекленбен бир текли диэлектрикте орналасқан радиусы  $R$  болған зарядланған шардың майданының энергиясын есаптайық. Бундай жағдайда майданың кернеўлиги тек  $r$ -динг функциясы болады.

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2} \frac{q}{r}.$$

Шарды қоршап түрған көнислиktи қалынлышы  $dr$  болған концентрик шар қабатларына бөлемиз. Қабатлардың көлемі  $dV = 4\pi r^2 dr$  шамасына тең. Бул қабатта

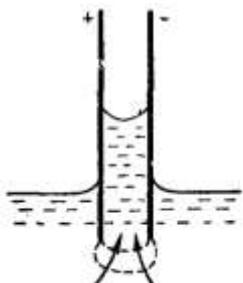
$$dW = W dV = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{2} \left( \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2} \frac{q}{r} \right)^2 4\pi r^2 dr = \frac{1}{2} \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2} dr$$

шамасындағы энергия топланған. Майдан энергиясы

$$W = \int dW = \frac{1}{2} \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R} = \frac{q^2}{2C}$$

шамасына тең [(24.4)-теңдик бойынша  $4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$  шамасы шардың сыйымлышына тең].

Алынған бул теңдик бүннан бурынырақ табылған зарядланған өткізгіштин энергиясы үшін жазылған (28.2)-теңдикке сәйкес келеди.



53-сүйрет.

Арасындағы құйыслықта ҳауа болған тегис конденсатордың астарларына  $+q$  ҳәм  $-q$  зарядларын берейік. Ҳауаның салыстырмалы диэлектрик сициргишлигі бирге тең. Соңықтан, тегис конденсатордың сыйымлышын  $C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$  шамасына, ал энергиясын  $W_0 = \frac{q^2}{2C_0}$  шамасына тең деп есаплауға болады. Енди конденсатордың астарларын сыйық диэлектрикке ярымлай батырайық (53-сүйрет). Бул жағдайда конденсаторды параллель жалғанған еки конденсатор деп қарауға болады. Олардың биреүи астарының майданы  $xS$

шамасына тең ҳәм  $\varepsilon > 1$  теңсизлиги орынлы болған диэлектрик пенен толтырылған (сүйікілік пенен толтырылған бөлімнің салыстырмалы бөлімин  $x$  арқалы белгилеймиз), ал екиншиси болса ҳауа қатламына ийе ҳәм майданы  $(1 - x)S$  шамасына тең конденсатор болып табылады. (26.1)-формула бойынша есаплаўлар жүргизип

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\varepsilon_0 S(1 - x)}{d} + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon Sx}{d} = C_0 + \frac{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)}{d}x > C_0$$

теңдиклерине ийе боламыз.

$W = \frac{q^2}{2C}$  энергиясы  $W_0$  энергиясынан киши болады. Демек, құйыслығы диэлектрик пенен толтырылған конденсатор энергиялық жақтан утымлы екен. Соныңтан диэлектрик конденсаторға тартылады ҳәм құйыслықтағы оның қәдди көтериледи. Бул жағдай өз гезегинде салмақ күши майданындағы диэлектриктиң потенциаллық энергиясының үлкейиүине алып келеди. Ең ақырында құйыслықтағы диэлектриктиң қәдди қосынды энергияның минимумына сәйкес келетуғын (электр майданы менен салмақ күшинин тәсиринде пайда болатуғын энергиялары) базы бир бийикликке жетеди. Бул құбылыс жүдә жиңишке найдағы сүйікіліктердің капиллярлы көтерилиүине үсайды (I томдағы 146-параграфты қараңыз).

Құйыслыққа қарай диэлектриктиң тартылығын микроскопиялық көз-қарас пенен де түсіндіриүге болады. Қонденсатордың астарларының шетлерине майдан бир текли болмайды. Диэлектриктиң молекулаларының меншикли диполди моменттери болады ямаса молекулалар меншикли диполлик моментке сыртқы майданның тәсиринде ийе болады. Соныңтан молекулаларға оларды майдан құшлы болған орынларға жылыстырыуға тырысатуғын күшлер тәсир етеди. Усындан жоллар менен пайда болған құштың тәсиринен сүйікілік құйыслыққа оның салмағы менен пластинканың шетлеринде оған тәсир ететуғын электрлик күш тең боламан дегенше көтериледи.

## V БАП

### ТУРАҚЛЫ ЭЛЕКТР ТОҒЫ

#### §31. Электр тоғы

Егер өткізгіште электр майданын пайда етсек, онда заряд тасыўшылар тәртиплескен қозғалысқа келеди: оң зарядлар майданың бағытында, ал терис зарядлар оған қарама-қарсы бағытта қозғалады. Электр тоғы деп зарядлардың тәртиплескен қозғалысына айтады. Оны берилген бет арқалы (мысалы өткізгіштин кесе-кесими арқалы) ўақыттың бир бирлигіндегі өтетуғын зарядтың шамасы менен тәрийиплеўге болады. Егер  $dt$  ўақыттың ишинде  $dq$  шамасындағы заряд алып өтілсе, онда анықлама бойынша тоқ күшинин шамасы мынаған тең:

$$i = \frac{dq}{dt}. \quad (31.1)$$

Электр тоғы оң заряд тасыўшылардың да, терис заряд тасыўшылардың да қозғалысының нәтийжесинде пайда болыуы мүмкін. Терис зарядтың бир бағыттағы қозғалысы шамасы тап сондай болған оң зарядтың қарама-қарсы бағыттағы қозғалысына эквивалент. Егер өткізгіште еки белгиге де ийе тасыўшылар қозғалса, соның менен бирге  $dt$  ўақыты ишинде берилген бет арқалы оң зарядты тасыўшылар бир бағытта  $dq^+$  зарядын, ал терис зарядты тасыўшылар қарама-қарсы бағытта  $dq^-$  зарядын тасыса, онда

$$i = \frac{dq^+}{dt} + \frac{dq^-}{dt}$$

теңлигине ийе боламыз ( $dq^-$  арқалы терис зарядтың абсолют шамасы белгиленген).

Тоқтың бағыты сыпатында оң тасыўшылар қозғалатуғын бағыт қабыл етилген.

Заряд тасыўшылар жыллылық молекулалық қозғалысқа қатнасады, яғниң сыртқы майдан болмаған ўақытта да олар қандай да бир  $v$  тезлиги менен қозғалыста болады. Бирақ, бул жағдайда өткізгіште ойымызда ықтыярлы түрде жүргизилген майданша арқалы еки тәрепке қарай орташа қәлеген белгиге ийе бирдей мұғлардағы тасыўшылар өтеди. Соныңтан (31.1)-тоқ күши нолге тең болады. Сыртқы майданды пайда еткенде  $v$  тезлигине ийе болған тасыўшылардың хаотик түрдеги қозғалысына қосымша и тезлиги менен болатуғын тәртиплескен қозғалыс қосылады<sup>25</sup>. Солай етип, заряд тасыўшылардың тезлиги  $v + u$  шамасына тең болады.  $v$  ның орташа мәниси нолге тең болғанлықтан, тасыўшылардың орташа тезлиги  $u$  да тең болады:

$$\overline{v + u} = \bar{v} + \bar{u} = u.$$

Электр тоғының өзи өткен бет бойынша бир текли тарқалмауы да мүмкін. Электр тоғын тоқтың тығызлығы векторы  $\mathbf{j}$  арқалы толығырақ тәрийиплеўге болады. Бул вектор сан мәниси бойынша берилген ноқаттағы заряд тасыўшылардың бағытына перпендикуляр қойылған  $dS_{\perp}$  майданы арқалы өткен  $di$  тоқ күшинин үсі майданына қатнасына тең:

---

<sup>25</sup> Усыған уқсас газ ағысындағы хаослық жыллылық қозғалысларға молекулалардың тәртиплескен қозғалыслары қосылады.

$$j = \frac{di}{dS_{\perp}}. \quad (31.2)$$

$\mathbf{j}$  дин бағыты сыптында оң белгиге ийе тасыўшылардың тәртиплескен қозғалысының  $u^+$  тезлик векторының бағыты алынады.

Тоқтың тығызлығы векторының майданын тоқ сзықтарының жәрдеминде сүретлеүге болады (ағып атырған сүйіктің төс сзықтары,  $\mathbf{E}$  векторының сзықтары ҳ.т.б. сыйқты).

Өткізгиштин ҳәр бир ноқатындағы тоқтың тығызлығы векторын биле отырып, қәлеген  $S$  бет арқалы өтетуғын  $i$  тоқтың күшин табыуға болады:

$$i = \int_S j_n dS \quad (31.3)$$

[(7.5)- хәм I томдағы (82.14)-формулаға қараңыз].

Бир бирлик көлемде  $n^+$  дана оң ҳәм  $n^-$  дана терис заряд тасыўшылар бар деп болжайық. Тасыўшылардың зарядларының абсолют шамалары  $e^+$  ҳәм  $e^-$ . Егер майданның тәсиринде заряд тасыўшылар  $u^+$  ҳәм  $u^-$  тезликтерине ийе болса, онда бир бирлик үақыттың ишинде бетиниң майданы бир бирликке ийе майдан арқалы  $n^+ u^+$  дана оң тасыўшы  $e^+ n^+ u^+$  зарядын алып өтеди<sup>26</sup>. Тап сол сыйқты терис тасыўшылар  $e^- n^- u^-$  шамасындағы зарядты алып өтеди. Солай етип, тоқтың тығызлығы ушын төмөндегидей теңликті аламыз:

$$j = e^+ n^+ u^+ + e^- n^- u^-. \quad (31.4)$$

Үақытқа байланыслы өзгермейтуғын тоқты турақты тоқ деп атайды. Оның күшин биз  $I$  арқалы белгилеймиз ҳәм усының менен бирге турақты емес тоқ ушын  $i$  белгисин сақтаймыз:

$$I = \frac{q}{t}. \quad (31.5)$$

Бул аңлатпада  $q$  арқалы  $t$  үақыт ишинде биз қарап атырған бет арқалы өткен зарядтың муғдары белгиленген.

СИ системасында тоқтың күши *ампер* ( $A$ ) тийкарғы бирлик болып есапланады. Оның анықламасы кейинирек (38-параграфта) бериледи. Зарядтың бирлигі болған кулон тоқ күши 1  $A$  шамасына тең болған жағдайдағы 1 сек ишинде өткізгиштин қөлденең кесими арқалы өткен зарядтың муғдары сыптында анықланады.

СГСЭ системасында тоқ күшиниң бирлигі ушын берилген бет арқалы 1 сек ишинде 1 зарядтың СГСЭ-бирлигі өткендеги тоқтың шамасы алынады.

$$1A = 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ-ток күшиниң бирлигі.} \quad (31.6)$$

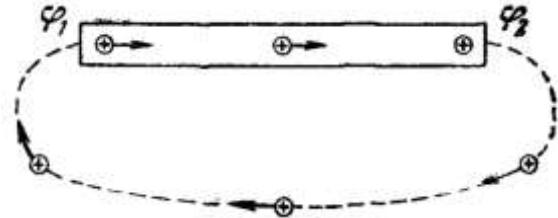
## § 32. Электр қозғаушы күш

Егер өткізгиште электр майданын пайда етсек ҳәм оны сақлауға ҳәрекет етпесек, онда 22-параграфта айтылғандай, заряд тасыўшылардың қозғалысы өткізгиш бойынша майданның тез жоғалығына алып келеди. Усыған сәйкес тоқтың жүрийі тоқтайды. Тоқты жеткиликли дәрежеде үзақ үақыт услап түрүү ушын биз тоқ тасыўтұғын зарядларды өткізгиштин потенциалы киши болған (бул оң заряд тасыўшылар ушынан, оның

<sup>26</sup> Бир бирлик майдан арқалы бир бирлик үақыт ишинде өткен молекулалардың саны [I том (100.6)-формулаға қараңыз] ушын жазылған теңликтеги молекулалардың хаотик түрдеги қозғалысын көрсететуғын  $1/4$  көбейтишиси бар. Бирақ биз қарап атырған жағдайда бундай көбейтиши жоқ. Себеби берилген таңбалы барлық тасыўшылар тәртип пенен бир бағытта қозғалады.

потенциалы жоқары болған ушына үзлиksiz түрде жеткериp берип тұрыўымыз керек (54-сүйрет). Басқаша сөзлер менен айтқанда, зарядларды тұйықланған жол менен үзлиksiz түрде қозғалатындай етип зарядлардың айланбалы қозғалысын жүзеге келтириўимиз керек. Электростатикалық майданың векторының циркуляциясы нолге тең [(19.2)-аңлатпаға қараңыз]. Сонықтан тұйық шынжырда, оң зарядлар  $\varphi$  дин қемейиү тәрепине қарай бағытланған қозғалыў участкасы менен бир қатарда, он зарядлардың  $\varphi$  дин өсиў бағытына қарай, яғни әлектростатикалық майданың күшине қарсы (54-сүйретте пунктir менен сүйретленген шынжырдың бөлимин қараңыз) қозғалатуғын участкасының да болыўы тийис. Бундай участкадағы тасыўшылардың орын аўыстырыўы тәреплик деп аталатуғын әлектростатикалық емес тәбиятқа иие болған күшлердин тәсиринен жүзеге келеди. Солай етип, тоқты услап тұрыў ушын шынжырдың барлық бойында ямаса оның айырым участкасында тәсири ететуғын тәреплик күш керек болады. Бундай тәреплик күшлер химиялық процесслердин, бир текли болмаған орталықтардағы ямаса ҳәр қылы денелердин шегарасындағы зарядлардың диффузиясының салдарынан, өзгермели магнит майданының тәсиринде пайда болатуғын әлектр майданының (бирақ әлектростатикалық емес) тәсиринде пайда болыўы мүмкін (103-параграфты қараңыз).

54-сүйрет.



Тәреплик күшлерди олардың шынжырдағы зарядлардың орын аўыстырыўында исленген жумысы арқалы тәрийиплеүге болады. Шынжырда ямаса оның участкасында тәсири ететуғын бир бирлик оң зарядқа тәсири ететуғын тәреплик күштин жумысына тең шаманы әлектр қозғаўши күши (э.қ.күши)  $\mathcal{E}$  деп атайды. Демек,  $q$  зарядының үстинен тәреплик күшлердин ислеген жумысы  $A$  болса, онда әлектр қозғаўши күши ушын анықлама бойынша

$$\mathcal{E} = \frac{A}{q} \quad (32.1)$$

аңлатпасына иие боламыз.

(32.1)- ҳәм (10.7)-теңликлерди салыстырыўдан э.қ.күшиниң өлшем бирлигинин потенциалдың өлшем бирлигі менен бирдей екенligин көремиз. Сонықтан  $\mathcal{E}$  шамасы  $\varphi$  өлшенген бирлик пенен өлшенеди.

$q$  зарядына тәсири ететуғын тәреплик күшти (оны  $f_m$  арқалы белгилеймиз) былайынша жазыўға болады:

$$f_m = \mathbf{E}^* q.$$

Векторлық шама  $\mathbf{E}^*$  ни тәреплик күштин майданының кернеўлиги деп атайды. Тұйық шынжырдың бойындағы  $q$  зарядтың үстинен исленген тәреплик күштин жумысы мынаған тең:

$$A = \oint f_{ml} dl = q \oint E_i^* dl.$$

Жумыстың усы шамасын  $q$  ға бөлип, шынжырға тәсири ететуғын э.қ.күштин шамасын аладамыз:

$$\mathcal{E} = \oint E_i^* dl. \quad (32.2)$$

Солай етип, түйік шынжырдағы тәсир етиұши ә. қ. күштин тәреплик күшлер майданының кернеулиқ векторының циркуляциясы сыйпатында анықланыуы мүмкін.

1—2 участкадағы ә.қ.күшинин шамасы мынаған тең:

$$\mathcal{E}_{12} = \int_1^2 E_i^* dl. \quad (32.3)$$

Зарядқа тәреплик күшлерден басқа электростатикалық майдан тәрепинен  $\mathbf{f}_E = q\mathbf{E}$  күши де тәсир етеди. Демек, шынжырдың ҳәр бир ноқтындағы зарядқа тәсир ететуғын қосынды күш мынаған тең болады:

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_m + \mathbf{f}_E = q(\mathbf{E}^* + \mathbf{E}).$$

Усы күштин, шынжырдың 1-2 участкадағы ислеген жұмысының шамасы

$$A_{12} = q \int_1^2 E_i^* dl + q \int_1^2 E_i dl = q\mathcal{E}_{12} + q(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (32.4)$$

теңлигинин жәрдемінде бериледи.

Түйік шынжыр үшін электростатикалық күштин жұмысын нолге тең, сонықтан  $A = q\mathcal{E}$  теңлиги орынлы болады.

Бир бирлік оң зарядты орын айыстырғанда сан шамасы бойынша электростатикалық ҳәм тәреплик күшлердин ислеген жұмысына тең болған шаманы *кернеудің түсіүі* ямаса әпіүайы түрде шынжырдың усы бөліміндегі *кернеў* деп аталады. (32.4)-формулаға сәйкес кернеудің мәнисі

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12} \quad (32.5)$$

формуласының жәрдемінде анықланады.

Тәреплик күшлер болмаған жағдайда  $U$  кернеўи  $\varphi_1 - \varphi_2$  потенциаллар айырмасына тең болады.

### § 33. Ом нызамы. Өткізгишлердин қарсылығы

Ом тәжирийбеде бир текли металл өткізгиш арқалы өтетуғын тоқ күшинин усы өткізгішке түсірілген  $U$  кернеўине пропорционал болатуғынлығы ҳақындағы нызамды ашты:

$$I = \frac{1}{R} U. \quad (33.1)$$

Тәреплик күшлер тәсир етпейтуғын өткізгишти бир текли өткізгиш деп атайды. Бул жағдайда, бизиң жоқарыда көргенимиздей,  $U$  кернеўи өткізгиштиң ушларындағы  $\varphi_1 - \varphi_2$  потенциаллар айырмасына тең.  $R$  шамасы өткізгиштиң электрлік қарсылығы деп аталады. Қарсылықтың биrligi сыйпатында 1 в шамасындағы кернеў түскен жағдайда өткізгиштен 1 а тоқ өтетуғын өткізгиштиң қарсылығына тең шама болған ом хызмет етеди.

Гаусс системасында қарсылықтың бир биrligi үшін ушларындағы потенциаллар айырмасы 1 СГСЭ биrlикке тең болғанда 1 СГСЭ шамасындағы тоқ күши өтетуғын өткізгиштиң қарсылығы алынады. Ом менен қарсылықтың усы СГСЭ биrlиги арасындағы байланыслы табайық.

$$1 \text{ ом} = \frac{1 \text{ В}}{1 \text{ а}} = \frac{1/300}{3 \cdot 10^9} \text{ СГСЭ} = \frac{1}{9 \cdot 10^{11}} \text{ СГСЭ} \text{ қарсылықтың биrlиги.} \quad (24.4)$$

Солай етип,

$$1 \text{ СГСЭ} \text{ қарсылықтың биrlиги} = 9 \cdot 10^{11} \text{ ом.} \quad (33.2)$$

Өткізгиштиң қарсылығы өткізгиштиң материалына, өлшемине ҳәм формасына байланыслы. Бир текли цилиндр тәризли өткізгиш үшін

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (33.3)$$

теңлиги орынлы болады. Бул теңликте  $l$  арқалы өткізгіштиң узынлығы,  $S$  арқалы оның көлденең кесиминиң майданы,  $\rho$  арқалы өткізгіштиң салыстырмалы электролик қарсылығы деп аталатуғын коэффициент белгиленген. Егер  $l = 1$  ҳәм  $S = 1$  болса, онда  $R$  сан мәниси бойынша  $\rho$  ға тең болады. СИ системасында  $\rho$  ом·метр (ом·м) менен өлшенеди. Әмбебендік көпшиликтің жағдайларда  $l = 1$  м ҳәм  $S = 1 \text{ mm}^2$  болған жағдайдағы қарсылығы бар материал тәрийипленеди, яғни  $\rho$  шамасы  $\frac{\text{ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$  бирліклери менен өлшенеди.

Ом нызамын дифференциаллық көринисте жазыўға болады. Оның ушын ойымында өткізгіштиң ишинде алынған қандай да бир ноқатының әтирапында жасаушылары усы ноқатта  $j$  векторына параллель болған элементар цилиндрлік көлемди алайық (55-сүйрет). Цилиндрдин көлденең кесими арқалы құши  $jdS$  шамасына тең тоқ өтеди. Цилиндрге түсирилген кернеўдин мәниси  $Edl$  шамасына тең. Бул көбеймеге  $E$  берилген орындағы майданның кернеўлигі. Ал, (33.3)-формула бойынша цилиндрдин қарсылығы  $\rho \frac{dl}{ds}$  шамасына тең. Бул көбеймени (33.1)-формулаға қойсақ, онда мынадай теңликке ийе боламыз:

$$jdS = \frac{dS}{pdI} \cdot Edl.$$

Хәр бир ноқатта заряд тасыўшылар  $E$  векторына параллель бағытта қозғалады. Сонлықтан  $j$  менен  $E$  векторларының бағытлары бирдей болады<sup>27</sup>. Солай етип, былай жазыўға болады:

$$j = \frac{1}{\rho} E = \sigma E, \quad (33.4)$$

Бул аңлатпадағы  $\sigma = \frac{1}{\rho}$  шамасы электр өткізгішлик коэффициенти ямаса материалдың өткізгішлигі деп аталады.

(33.4)-теңлик дифференциаллық формадағы Ом нызамы болып табылады.

Заттың тоқ өткізгішлик қәбилетлигі оның меншикли қарсылығы  $\rho$  ямаса меншикли электр өткізгішлигі  $\sigma$  менен тәрийипленеди. Олардың шамасы заттың химиялық тәбияты бойынша ҳәм белгилі бир жағдайлар менен, атап айтқанда өткізгіштиң температурасы менен анықланады. Көпшиликтің металлар үшын меншикли қарсылық температураға байланыслы сыйықтың нызамы бойынша өседи:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t^0).$$

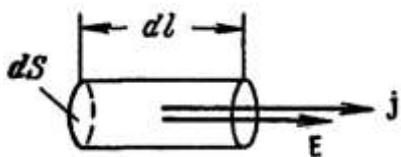
Бул формулада  $\rho_0$  арқалы температура  $0^\circ C$  шамасына тең болғандағы салыстырмалы қарсылық,  $t^0$  арқалы Цельсий шкаласындағы температура, ал  $\alpha$  болса сан мәниси шама менен  $\frac{1}{273}$  болған коэффициент. Абсолют температура үшын мынаны аламыз:

$$\rho = \rho_0 \alpha T. \quad (33.5)$$

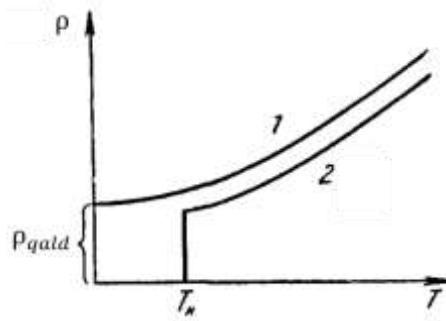
Төменги температураларда бул нызамлықтың орынланбайтуғынлығын атап өтемиз (56-сүйрет). Көп жағдайларда  $\rho$  үшін температура  $T$  ға ғәрэзлиги 1-сыйық пенен тәрийипленеди. Қалдық қарсылық болған  $\rho_{\text{қалд}}$  шамасының мәниси материалдың тазалығына ҳәм үлгиде механикалық қалдық кернеўлердин бар болыуы менен байланыслы. Сонлықтан өткізгіштиң жоқары температураларда услап турғаннан кейин қалдық қарсылық болған  $\rho_{\text{қалд}}$  шамасының мәниси әдәйір кемійеди. Абсолют нол температура абсолют таза ҳәм пәнжереси идеаллық болған металлдың қарсылығы болмайды (яғни,  $\rho = 0$  теңлиги орын алады).

<sup>27</sup> Анизатроп заттарда  $j$  менен  $E$  векторларының бағытлары бирдей болмайды.

Кельвин шкаласы бойынша, бир неше градус болған төмөнгі температураларда металлардың көплеген топарында ҳәм құймаларда қарсылық кескин төмөнлөп, нолге айланады (56-сүйреттеги 2-иймек сзызық). Аса өткізгишлик деп аталған бул құбылысты ең бириңи болып Камерлинг-ОНнес 1911-жылы сынап ушын ашты. Кейинирек аса өткізгишлик қәсіиетлер қорғасында, қалайыда, цинкте, алюминийде ҳәм басқа да металларда, сондай-ақ бир қатар құймаларда да бақланады. Ҳәр бир аса өткізгиштиң өзиниң критикалық температурасы  $T_k$  болады. Усы температурада ол аса өткізгишлик ҳалына өтеди. Аса өткізгишке магнит майданының тәсір еткенде усы аса өткізгишлик ҳалы бузылады. Аса өткізгишликти бузатуғын мәниси  $H_k$  шамасына тең критикалық магнит майданның шамасы  $T = T_k$  теңлиги орынланғанда нолге тең болады ҳәм температураларда төмөнлеўи менен оның мәниси үлкейеди.



55-сүйрет.



56-сүйрет.

1958-жылы совет физиги Н.Н.Боголюбов ҳәм оның жәрдемишилери аса өткізгишлик ҳалды теориялық көз-қарастаң толық түсіндіре алды.

Электрлік қарсылықтердин температураға ғәрзелиги қарсылығы бар термометрлерге қолланылады. Бундай термометрлер фарфор ямаса слюдаға оралған металл (әдетте платина) сым<sup>28</sup> болып табылады. Турақты температуралық ноқаттар бойынша градуировкаланған қарсылық термометр жүдә төмен температураларды да, жүдә жоқары температураларды да бир неше жүзден бир дәллік пенен өлшей алады.

### § 34. Джоуль-Ленц нызамы

Өткізгиш арқалы менен тоқ өткенде ол қызады. Джоуль ҳәм оннан ғәрзесиз Ленц экспериментте өткізгиште бөлиніп шығатуғын жыллылықтың муғдарының тоқ өтетуғын үақытқа, өткізгиштиң қарсылығына ҳәм тоқ күшиниң квадратына пропорционал болатуғынлығын тапты:

$$Q = RI^2t. \quad (34.1)$$

Егер тоқ күши үақытқа байланыслы өзгеретуғын болса, онда

$$Q = \int_0^t Ri^2 dt \quad (34.2)$$

теңлиги орынлы болады.

(34.1)- ҳәм (34.2)-қатнаслар Джоуль-Ленц нызамын тәрийиплейди.  $R$  қарсылығын ом да, тоқ  $i$  ди амперлерде, ал  $t$  үақытты секундларда өлшесек, онда алынатуғын жыллылық муғдары болған  $Q$  шамасының бирлиги джоуль болады.

<sup>28</sup> Соңғы үақыттарды ярым өткізгиштен соғылған қарсылық термометрлері көбірек қолланылып атыр.

(34.2) нызамын байлайынша түсіндіриүге болады.  $U$  кернеүи түсирилген бир текли өткізгішти қарайық.  $dt$  үақыты ишинде өткізгіштиң ҳәр бир көлденең кесими арқалы  $dq = idt$  заряды өтеди. Бул  $dt$  үақыт ишинде өткізгіштиң бир ушынан екинши ушына  $dq = idt$  зарядының өтийи менен бара-бар. Бул жағдайда майдан күшлери  $dA = Udq = U_i dt$  шамасындағы жұмысты ислейди.  $U$  ды  $\Omega$  нызамы бойынша  $R_i$  менен алмастырып ҳәм интеграллап  $Q$  дың (34.2)-теңлик пенен сәйкес келетуғын электрлік күшлердин жұмысынан арналған теңлікти аламыз. Солай етип, өткізгішти қыздырыў майдан күшлеринин заряд тасыўшылардың үстинен исленген жұмысының есабынан жүзеге келеди.

Өткізгіштен бөлинип шығатуғын жыллышты анықлайтуғын (34.1)-формуладан өткізгіштиң ҳәр қыйлы бөлімлеринен бөлинип шығатуғын жыллышты мұғдарын тәрийиплейтуғын теңлікке көшиүге болады. Өткізгіштен (33.4)-теңлікти келтирип шығарған жағдайдағыдай цилиндр тәризли элементар көлемди бөлип алайық. Джоуль-Ленц нызамы бойынша усындағы элементар көлемде  $dt$  үақыт ишинде мынадай жыллышты бөлинип шығады:

$$dQ = Ri^2 dt = \frac{\rho dl}{dS} (jdS)^2 dt = \rho j^2 dV dt. \quad (34.3)$$

Бул аңлатпада  $dV = dSl$  - элементар көлеминин шамасы болып табылады.

Бирлик көлем менен бирлик үақытқа сәйкес келетуғын бөлинип шыққан жыллышты мұғдары болған  $dQ$  шамасын тоқтың салыстырмалы құйаты  $\omega$  деп атайды. (34.3)-теңліктен мынаны жазамыз:

$$\omega = \rho j^2. \quad (34.4)$$

$j, E, \rho$  ҳәм  $\sigma$  шамаларының арасындағы қатнасларды тәрийиплейтуғын (33.4)-теңлікти пайдаланып, жоқарыдағы теңлікти мынадай көриниске келтириүге болады:

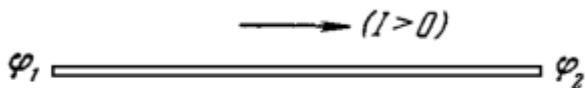
$$\omega = jE = \sigma E^2. \quad (34.5)$$

(34.4)- ҳәм (34.5)-формулалары дифференциаллық көринистеги Джоуль-Ленц нызамын аңғартады. Усыларға сүйене отырып  $t$  үақытының ишинде барлық өткізгіштеги бөлинип шығатуғын жыллышты мұғдарын алғы үшын  $\omega$  ны қандай да бир  $t$  үақыт моментинде өткізгіштиң көлеми бойынша, буннан кейин алынған теңлікти үақыт  $t$  бойынша интеграллау керек:

$$Q = \int_0^t dt \int_V \rho j^2 dV.$$

### § 35. Шынжырдың бир текли емес участкасы ушын арналған Ом нызамы

(33.1) түриндеги Ом нызамы шынжырдың бир текли участкасы ушын, яғни өлектр қозғаушы күши тәсир етпейтуғын шынжырдың участкасы ушын орынлы. Бир текли емес шынжыр участкасына арналған Ом нызамының аңлатпасын алғы үшын энергияның сақланыў нызамына сүйенемиз. Участканың ушларындағы потенциаллар айырмасы  $\varphi_1 - \varphi_2$  болсын деп болжайық (57-сүйрет). Участкадағы тәсир ететуғын ә.қ.күшин  $\mathcal{E}_{12}$  арқалы белгилейик. Белгили бир бағытты белгилеп алып (57-сүйретте стрелка менен көрсетилген бағыт) тоқ  $I$  менен  $\mathcal{E}_{12}$  ә.қ.күшин алгебралық шамалар сыпатында қарауға болады. Стрелка менен бағытлас тоқты он деп, ал оған қарама-қарсы бағыттағы тоқты терис деп есаплаймыз. Усыған сәйкес стрелканың бағыты менен бағытлас болған тәсир ететуғын ә.қ.күшти он деп (бул он зарядларды үсы бағытта қозғалысқа келтиретуғын тәреплик күшлер он жұмыс ислейди деген сөз), ал қарама-қарсы бағытта тәсир ететуғын ә.қ.күшти терис деп есаплайық.



57-сүйрет.

Егер шынжырдың участкасын құрайтуғын өткізгішлер қозғалмайтуғын болса, онда тоқ өтийиниң нәтийжеси тек өткізгішти қыздырыу ғана болады. Соныңтан зарядты тасыўшы барлық құшлердин (электростатикалық ҳәм тәреплик құшлердин) ислеген жумысы бөлинип шыққан жыллылықта тең болады.  $dt$  үақыт ишинде өткізгіш арқалы  $dq = Idt$  шамасындағы заряд өтеди. (32.4)-теңдикке сәйкес үсы зарядты тасыў ушын жумсалған жумыстың шамасы мынаған тен:

$$dA = \mathcal{E}_{12} dq + (\varphi_1 - \varphi_2) dq.$$

$dt$  үақыты ишинде бөлинип шыққан жыллылық;

$$dQ = I^2 R dt = IR(Idt) = IR dq.$$

Усы еки аңлатпаны бир бири менен теңлестирип ҳәм  $dq$  шамасына қысқартып, мына аңлатпаны аламыз:

$$IR = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12}. \quad (35.1)$$

Буннан

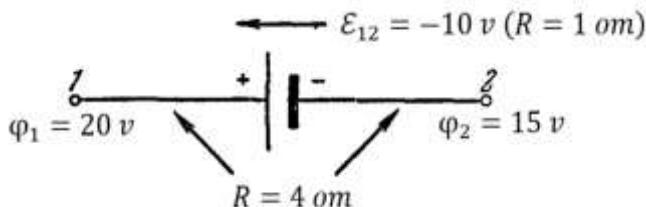
$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R} \quad (35.2)$$

формуласы келип шығады.

(35.1)- ҳәм (35.2)-формулалар шынжырдың бир текли емес участкасы ушын арналған Ом нызамын тәрийиплейди.  $\mathcal{E}_{12} = 0$  болған жағдайда (35.2)-формула бир текли майданға арналған Ом нызамы ушын жазылған (33.1)-теңдикке айланады. (35.1)-теңдикте  $\varphi_1 = \varphi_2$  деп болжап, түйік шынжыр ушын Ом нызамын аламыз:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}. \quad (35.3)$$

Бул теңдикте  $\mathcal{E}$  арқалы шынжырдағы ә.қ.күш, ал  $R$  арқалы барлық шынжырдағы қарсылықтардың қосындысы белгиленген.



58-сүйрет.

Сыртқы құшлер бар болғанда Ом нызамының дифференциаллық көриниси былайынша жазылады:

$$j = \sigma(E + E^*). \quad (24.4)$$

(35.2)-формуланың қолланылығына мысал келтиремиз. Шынжырдың участкасының ушларындағы потенциаллар  $\varphi_1 = 20$  в һәм  $\varphi_2 = 15$  в болсын деп болжайық (58-сүйрет). Участка  $\mathcal{E}_{12} = -10$  в шамасындағы ә.қ.күшке ийе (бул жерде терис белги ә.қ.күштин 2 → 1 бағытында екенligин көрсетеди). Ә.қ.күши дерегиниң қарсылығы 1 ом, участканың қалған бөлимелериндеги қарсылық 4 ом болсын. Демек шынжырдағы толық қарсылық  $R = 5$  ом. Берилген мәнислерди (35.2)-теңдикке қоямыз

$$I = \frac{20 - 15 - 10}{5} = -1 \text{ a.}$$

Тоқтың мәниси терис болып шықты. Бул тоқ 2 → 1 бағытында ағады деген сөз.

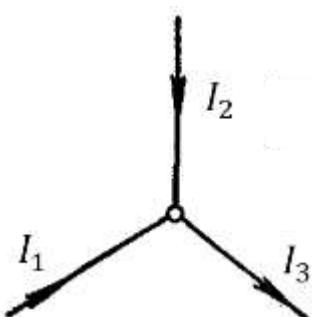
### § 36. Шынжырдың тармақланыуы. Кирхгоф нызамы

Егер Кирхгоф қағыйдаларынан пайдалансақ, онда тармақланған шынжырларди есаплау әдеүир жеңилленеди. Кирхгоф қағыйдаларының саны екеү. Олардың бириншиси шынжырдың түйинине арналған. Түйин деп еки ямаса оннан да көп өткизгишлердин жайналатуғын ноқатқа айтамыз (59-сүйрет). Түйинге қарай ағатуғын тоқты бир белгиге ийе (плюс ямаса минус), ал түйиннен шығатуғын тоқты басқа белгиге ийе (минус ямаса плюс) деп есаплаймыз. Кирхгофтың биринши қағыйдасы бойынша түйинде қосылатуғын тоқтардың күшлеринің алгебралық қосындысы нолге тең:

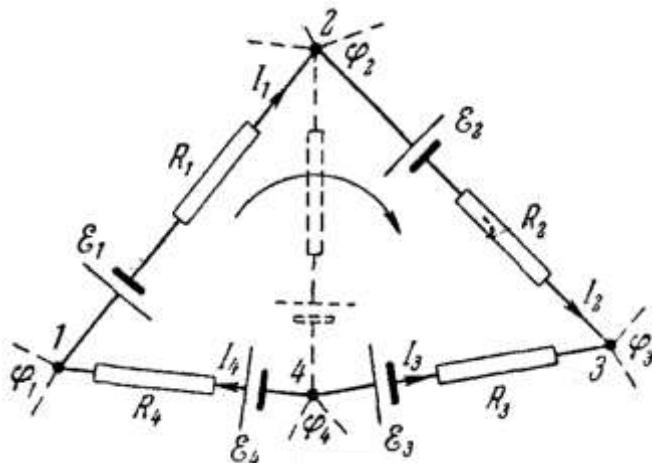
$$\sum I_k = 0 \quad (36.1)$$

Бул қағыйданың дұрыс екенлигине мынадай таллаудан исениүге болады. Егер түйиндеги тоқтардың алгебралық қосындысы нолден өзгеше болса, онда түйинде зарядлар көбейип ямаса азайып кеткен болар еди ҳәм бул өз гезегинде түйиндеги потенциалдың ҳәм шынжырдағы тоқтың өзгериүине алып келген болар еди. Солай етип, шынжырдағы тоқтың турақлы болыў ушын (36.1)-теңликтиң шәртинин орынланыуы керек екен.

(36.1)-теңликти шынжырдағы  $N$  түйинниң ҳәр бир ушын жазыўға болады. Бирақ алғынған теңлемелердин тек  $N - 1$  данасы ғана бир биринен ғәрзесиз болады, ал  $N$ -теңлеме олардың салдары болып табылады.



59-сүйрет.



60-сүйрет.

Ойымызда тармақланған шынжырда ықтыярлы түрде бир түйік контурды бөлип алайық (60-сүйреттеги 1 - 2 - 3 - 4 - 1 контурды қараңыз). Контур бойынша айланып өтиўдидиң (мысалы, сүйретте көрсетилгендей saat стрелкасының бағытында) бағытын белгилеп аламыз ҳәм контурдың ҳәр бир тармақланбаған участкасында Ом нызамын пайдаланамыз, яғни

$$\begin{aligned} I_1 R_1 &= \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_1, \\ I_2 R_2 &= \varphi_2 - \varphi_3 + \mathcal{E}_2, \\ I_3 R_3 &= \varphi_3 - \varphi_4 + \mathcal{E}_3, \\ I_4 R_4 &= \varphi_4 - \varphi_1 + \mathcal{E}_4. \end{aligned}$$

Усы теңликлерди қосқанда олардағы потенциаллар қысқарады ҳәм нәтийжеде мынадай теңлемени аламыз:

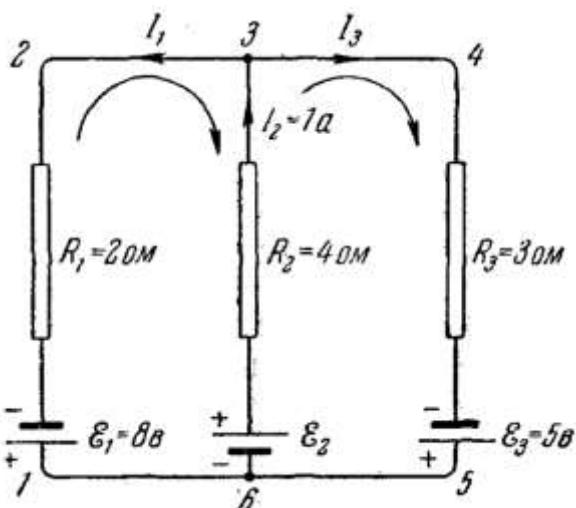
$$\sum I_k R_k = \sum E_k, \quad (36.2)$$

Бул теңлеме Кирхгофтың екинши қағыйдасын береди.

(36.2)-теңлемени берилген тармақланған шынжырдан ойымызда бөлип алынған барлық түйік контурлары ушын жазыу мүмкін, Бирақ басқа контурларды бир бири менен бетлестирий арқалы алғыға болмайтуғын контур ушын ғана ғәрэзсиз теңлемелерди дүзиүге болады. Мысалы, 61-сүйретте кеселген шынжыр ушын үш теңлемени дүзиүге болады.

- 1) биринши контур ушын  $1 - 2 - 3 - 6 - 1$ ,
- 2) екинши контур ушын  $3 - 4 - 5 - 6 - 3$ ,
- 3) ушинши контур ушын  $1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 1$ .

Соңғы контур дәслепки еки контурды бетлестирий арқалы алынады. Демек, бул жағдайда дүзилген теңлеме ғәрэзсиз болмайды. Ғәрэзсиз теңлемелердин қатарына үш теңлемениң екеүин алсақ болады. Қирхгофтың екинши қағыйдасының теңлемесин дүзгендеге тоқ пенен э.қ.күшине тоқтың айланып өтийиндеги таңлап алынған бағыт пенен сәйкес келетуғын белгіни сайлап аламыз. Мысалы, 61-сүйреттеги  $I_1$  тоқты терис таңбалы деп есаплауымыз керек. Себеби ол тоқтың өтийі ушын таңлап алынған бағытқа қарама-қарсы ағады. Сол сыяқты  $\mathcal{E}_1$  э.қ.күшинин де белгиси "—", себеби ол да тоқтың ағыу бағытына қарама-қарсы бағытта тәсір етеди.



61-сүйрет.

Хәр бир контурдағы тоқтың айланып өтий бағытын қәлеўимизше сайлап алғыға болады ҳәм ол басқа контурдағы таңлап алынған бағыттан ғәрэзсиз болады. Бул жағдайда бир тоқ ямаса бир э.қ.күштин ҳәр қыйлы теңлемелерге ҳәр қыйлы белгилер менен қатнасыуы мүмкін (мысалы, 61-сүйретте контурларда көрсетилген айланыұ бағыты менен өткен  $I_2$  тоқ усындай). Бирақ, буның ҳеш қандай әхмийети жоқ. Себеби, айланып өтий бағытының өзгериүй (36.2)-теңлемедеги барлық белгилердин кери бағытқа өзгериүине алып келеди.

Теңлікти дүзе отырып, шынжырдың тармақланған участкасының қәлеген көлденен қесе-кесиминен бирдей тоқтың өтетуғынлығын есте тутқан дұрыс. Мысалы ( $6 - \mathcal{E}_2$ ) участкада өтетуғын тоқтың шамасы ( $\mathcal{E}_2 - 3$ ) участкасы арқалы өткен  $I_2$  тоқ пенен бирдей (61-сүйрет).

Кирхгофтың биринши ҳәм екинши қағыйдаларына сәйкес, дүзилген ғәрэзсиз теңлемелердин саны тармақланған шынжырдардан өтетуғын ҳәр қыйлы тоқлардың санына тең болады екен. Сонықтан, егер э.қ.күш ҳәм барлық тармақланбаған участкалардың қарсылықтары берилсе, онда барлық тоқларды есаплауға болады. Басқа түрдеги есапты да шешиүге болады. Мысалы, берилген қарсылықтардың ҳәр бир участкасына орналастырылатуғын э.қ.күштин мәнисин табыға болады.

Ең ақырында, 61-сүйретте көрсетилген тармақланған шынжырды есаплауға байланыслы болған мысалды қарайық.  $R_1, R_2, R_3, \mathcal{E}_1$  ҳәм  $\mathcal{E}_3$  шамалары берилген.  $I_2 = 1$  а болған жағдайдағы  $\mathcal{E}_2$  ни ҳәм усы үақытта пайда болатуғын  $I_1$  менен  $I_3$  тоқларын табыў керек.

Шынжырда еки түйин бар (3 ҳәм 6 ноқатлары). Стрелка менен көрсетилген тоқтың бағытлары ушын (36.1)-теңлеме мына түрде жазылады:

$$\left. \begin{array}{l} 3 \text{ түйини ушын } -I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ 6 \text{ түйинм ушын } I_1 - I_2 + I_3 = 0. \end{array} \right\} \quad (36.3)$$

Бул теңлемелер бир биринен ғәрзесиз - усы теңлемелердин биреүинин белгилерин өзгертсек, онда екиншисин алғыуға болады. Буннан былай олардың бириншишин пайдаланамыз. Енди 1-2-3-6-1 ҳәм 3-4-5-6-3 контурлары ушын (36.2)-теңлемени дүземиз. Еки жағдайда да айланып өтиў бағыты саат тилиниң қозғалыуға бағыты бойынша алынады<sup>29</sup>.

$$\begin{aligned} -I_1 R_1 - I_2 R_2 &= -\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2, \\ I_3 R_3 - I_2 R_2 &= \mathcal{E}_3 + \mathcal{E}_2. \end{aligned} \quad (36.4)$$

Берилген шамаларды (36.3)-ҳәм (36.4)-теңлемелерге қойып, оларды төмендегидей көринисте жазамыз:

$$\begin{aligned} -1/1 - 1/3 + 0 \cdot \mathcal{E}_2 &= -1, \\ -2 \cdot I_2 - 0 \cdot I_3 + 1 \cdot \mathcal{E}_2 &= -4, \\ 0 \cdot I_1 + 3 \cdot I_3 - 1 \cdot \mathcal{E}_2 &= 1. \end{aligned}$$

Солай етип, биз  $I_1, I_3$  ҳәм  $\mathcal{E}_2$  үш белгислерине ийе болған үш теңлемеден құралған системаға келдик. Усы системаны шешип, мынаны аламыз:

$$\mathcal{E}_2 = \frac{\begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -2 & 0 & -4 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{-8}{5} = -1,6 \text{ в.}$$

Усы усылдың жәрдеминде  $I_1 = 1,2$  а ҳәм  $I_3 = -0,2$  а екенлигин табыуға болады.

Биз  $\mathcal{E}_2$  ушын терис мәнисти алдық. Бул  $\mathcal{E}$  шамасының бағыты ушын 61-сүйретте көрсетилген бағытқа пенен қарама-қарсы бағытты алғыдың керек екенлигин көрсетеди. Сондай-ақ  $I_3$  тоғы сүйретте көрсетилгендей 3-4 бағыты менен емес, ал оған қарама қарсы бағытта ағады.

### § 37. Тоқ дерегинин пайдалы тәсир коэффициенти

Электр шынжыры, әдетте, тоқтың дерегинен, тоқты өткізетуғын сымлардан ҳәм тоқты тутынышылардан ямаса жүклерден (нагрузкалардан) туралды. Усы элементлердин ҳәр қайсысының қарсылықтары болады. Тоқты өткізетуғын сымлардың қарсылықтары жүдә аз болады. Соңлықтан биз оларды есапқа алмаймыз. (35.3)-формула бойынша шынжырдағы тоқтың шамасы мынаған тең:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_0 + R}. \quad (37.1)$$

Бул аңлатпада  $R_0$  арқалы тоқ дерегинин қарсылығы, ал  $R$  арқалы жүктин қарсылығы белгиленген.

Жүктеги кернеў (э.к.күштин қысқышларындағы кернеўге сәйкес келетуғын)

$$U = IR = \mathcal{E} \frac{R}{R_0 + R}.$$

<sup>29</sup> Оқыўшыға 1-2-3-4-5-6-1 контуры ушын теңлемени дүзиўди ҳәм алынған теңлеменин (36.4)-теңлемениң нәтийжеси екенлигин тексерип көриўди усынамыз.

$\mathcal{E}$  нин мәнисинен киши болады.  $R = \infty$  (яғни шынжыр түйықланбаған жағдайда) теңлиги орынланғанда  $U$  дың мәниси  $\mathcal{E}$  нин мәнисине тең болады. Солай етип, түйықланбаған тоқ дерегинин қысқышларындағы кернеўдің шамасы оның ә.қ.күшине тең болады.

Түйық шынжыр ушын (32.4)-теңдикти қолланып, шынжырдың бойы менен  $dq$  зарядты алып журиў ушын исленген жумысты табамыз:

$$dA = \mathcal{E} dq.$$

$dA$  жумыстың шамасын сол жумысты ислеў ушын кеткен  $dt$  ўақытқа бөлип, ә.қ.күшинин өндиретуғын құйатын алыўға болады:

$$P = \frac{dA}{dt} = \mathcal{E} \frac{dq}{dt} = \mathcal{E} I.$$

Солай етип, тоқ дерегинин өндирген құйаты мынаған тең екен:

$$P = \mathcal{E} I. \quad (37.2)$$

Усы формулаға (37.1)-аңлатпадағы тоқтың мәнисин қойып, барлық шынжырдан бөлинип шығатуғын толық құйатты аламыз:

$$P = \frac{\mathcal{E}^2}{R_0 + R}. \quad (37.3)$$

Жүкте усы құйаттың тек бир бөлеги ғана бөлинип шығады:

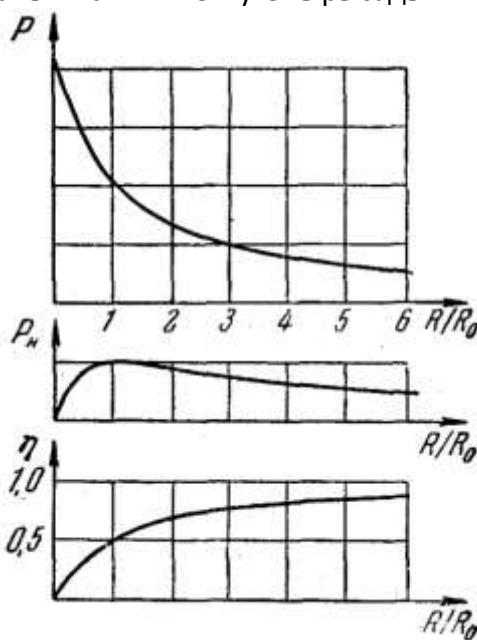
$$P_{\text{ж}} = RI^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{(R_0 + R)^2} R = \frac{\mathcal{E}^2}{R_0 + R} \cdot \frac{R}{R_0 + R}. \quad (37.4)$$

Биз құйаттың усы бөлимин пайдалы құйат деп атайды. Қалған құйат тоқтың дерегинде ҳәм тоқ өтетуғын сымларда жоғалады. Бул пайдасыз құйат болып табылады.

Пайдалы құйаттың өндирителүүн барлық құйатқа қатнасы тоқ дерегинин пайдалы тәсир коэффициентин (п. т. к.) анықлады:

$$\eta = \frac{P_{\text{ж}}}{P} = \frac{R}{R_0 + R}. \quad (37.5)$$

Бул теңдиктен  $R_0$  тоқ дерегинин қарсылығы жүктин қарсылығы  $R$  ге салыстырғанда қаншама үлкен болса, онда п.т.коэффициентинин шамасы да соншама үлкен болатуғының көриўге болады. Сонықтан тоқ дерегинин қарсылығын мүмкіншилиги болғанынша киши етиўге тырысады.



62-сүйрет.

Берилген тоқ дерегинин өндиретуғын құйаты жүктин қарсылығы  $R$  ге байланыслы болады. Қысқаша түйықланыў ўақтында ол өзинин максимум мәнисине жетеди ( $R = 0$ ).

Бирақ бул жағдайда барлық құйат тоқ дерегиниң өзинде ғана бөлиніп шығады ҳәм сонлықтан бул пүткіллей пайдасыз жағдай болып табылады.  $R$  дин өсиўи менен толық құйат кемейеди ҳәм  $R \rightarrow \infty$  шегинде құйат нолге умтылады.

$R$  менен  $R_0$  дин арасындағы байланыслы табайық. Бул жағдайда берилген тоқ дерегинен алынған құйат әдеүір көп болады. Оның үшін (37.4)-формуладағы  $P_{\text{ж}}$  шамасын  $R$  бойынша дифференциаллап, туғындыны нолге теңеймиз:

$$\frac{dP_{\text{ж}}}{dR} = \varepsilon^2 \frac{R_0 - R}{(R_0 + R)^2} = 0.$$

Буннан  $R = R_0$  болғанда  $P_{\text{ж}}$  шамасының максимум мәнисине жететуғынлығын көремиз (басқа шешим:  $R = \infty$  теңлиги  $P_{\text{ж}}$  ның минимумына сәйкес келеди). Демек, берилген ә.қ.күштен ең үлкен пайдалы құйатты алыў үшін жүктиң қарсылығын тоқ дерегинин қарсылығына тең етип алыў керек. Бул жағдайда (37.5)-теңлик бойынша п.т.коэффициенттің мәниси 0,5 ке тең.

62-сүйретте  $P, P_{\text{ж}}$  ҳәм  $\eta$  шамаларының  $R/R_0$  қатнасынан ғәрзелигиниң иймекликлери көрсетилген.

**VI БАП****ВАКУУМДАҒЫ МАГНИТ МАЙДАНЫ****§ 38. Тоқлардың өз-ара тәсиси**

Электр тоқлары бир бири менен тәсирлеседи. Мысалы, тоқ өтип түрған еки параллель туұры өткізгішлер (оларды туұры тоқлар деп атайды) олардағы тоқлардың бағыттары бирдей болған жағдайда бир бирине тартылады. Егер тоқлардың бағыты қарама-қарсы болса, онда өткізгішлер ийтериседи. Тәжирийбелерде ҳәр бир параллель өткізгішлердин бир бирлик ұзынлығына сәйкес келетуғын өз-ара тәсир етисиў қүшинин шамасы  $i_1$  ҳәм  $i_2$  тоқлардың шамаларына пропорционал ҳәм олардың ара қашықтығына болған  $b$  ға кери пропорционал болатуғынлығы айқын көринеди:

$$f_1 = k \frac{2i_1 i_2}{b}. \quad (38.1)$$

Мәниси кейинирек белгилі болатуғын таллаулар бойынша биз пропорционаллық коэффициентti  $2k$  арқалы белгиледик.

Тоқлардың өз-ара тәсирлесиў нызамы 1820-жылды Ампер тәрепинен ашылды. Усы нызамның қәлеген формадағы өткізгішлерге қолланыланыў мүмкін болған улыўмалық аңлатпасы менен биз 46-параграфта танысамыз.

(38.1)-нызамының тийкарына СИ системасы менен абсолют электромагниттик системасындағы (СГСМ-системада) тоқтың бирлиги жатқызылады. СИ системасындағы тоқ қүшинин бирлиги болған ампер ушын вакуумде бир биринен 1 м қашықтықта жайласқан көлденең кесими есапқа алмастай дәрежеде киши мәниске ийе жиңишке шексиз ұзын параллель еки өткізгіш арқалы тоқ өткенде, олардың арасындағы ҳәр бир метр ұзынлықта  $2 \cdot 10^{-7}$  ньютонға тең болған тәсирлесиў қүшин пайда ететуғын тұрақлы тоқтың қуши қабыл етилген.

Қулон қуши 1 а шамасына тең тұрақлы тоқ өтип түрған өткізгіштиң көлденең кесими арқалы ҳәр бир 1 сек ишинде ағып өткен зарядтың шамасы сыпатында анықланады. Усыған сәйкес қулонды ампер-секунд ( $a \cdot \text{сек}$ ) деп те атайды.

(38.1)-формуланы рационаллық түрде былайынша жазыўға болады:

$$f_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2i_1 i_2}{b}. \quad (38.2)$$

Бул аңлатпада  $\mu_0$  арқалы магнит тұрақтысы деп аталатуғын тұрақты шама белгиленген [(4.1)-формула менен салыстырыңыз]. Ампердин анықламасы бойынша  $i_1 = i_2 = 1 \text{ а}$  ҳәм  $b = 1 \text{ м}$  болғанда  $f_1$  қүшинин шамасының  $2 \cdot 10^{-7}$  н/м ге тең екенligин пайдаланып,  $\mu_0$  тұрақтысының дин сан мәнисин табыўға болады. Усы мәнислерди (38.2)-теңлигине қойсак, мыналарды аламыз:

$$2 \cdot 10^{-7} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2 \cdot I \cdot 1}{I}.$$

Буннан

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ гн/м.} \quad (38.3)$$

шамасын аламыз<sup>30</sup>.

Ток күшинин өлшем бирлигин таңлап алыў арқалы (38.1)-формуладағы  $k$  коэффициентиниң мәнисин 1 ге теңлестириүге болады. Тоқ күшинин абсолют электромагнитлик бирлиги (ток күшинин СГСМ-бирлиги) усындај жол менен таңлап алынады. Бул тоқ шексиз ұзынлықта ийе жиңишке ҳәм бир биринен 1 см қашықлықта жайласқан туұры сымның ҳәр бир 1 см ұзынлығында 2 дин күш пенен тәсир етисиүди пайдалетуғын тоқтың күши сыйпатында анықланады.

СГСЭ системасында  $k$  мәниси биргелең деңгээлдең өлшем бирлигине ийе шама болып табылады. (38.1)-формулаға сәйкес  $k$  ның өлшем бирлиги мына деңгээлдең пенен анықланады:

$$[k] = \frac{[f_1][b]}{[i]^2} = \frac{[f]}{[i]^2}. \quad (38.4)$$

Биз  $f_1$  шамасының бирлигинин ұзынлықтың бирлигине бөлинген күштиң бирлигине ийе екенлигин есапқа алдық. Соныңтан  $f_1 b$  көбеймесиниң өлшем бирлиги күштиң өлшем бирлигіндегі. (3.1)-менен (31.5)-формула бойынша

$$[f] = \frac{[q]^2}{[L]^2}; [i] = \frac{[q]}{T}.$$

Усы бул мәнислерди (38.4)-теңлilikке қойып

$$[k] = \frac{T^2}{L^2}$$

теңлигиниң орынлы екенлигин табамыз.

Солай етип, СГСЭ-системасында  $k$  шамасы мынадай түрде қарауға болады:

$$[k] = \frac{1}{c^2}. \quad (38.5)$$

Бул теңлilikтеги  $c$  өлшем бирлиги тезликтин өлшем бирлигіндегі шама болып табылады. Оны электродинамикалық тұрақты деп атайды. Оның сан мәнисин табыў үшін тәжирийбелерде анықланған кулон менен СГСЭ заряд бирликлериниң арасындағы (3.2)-қатнасын пайдаланамыз.  $2 \cdot 10^{-7}$  н/м шамасына деңгээлдең күш  $2 \cdot 10^{-4}$  дин/см ге эквивалент. (38.1)-формула бойынша тоқтар  $b = 100$  см қашықлықта  $3 \cdot 10^9$  СГСЭ-бирлиги шамасындағы (яғни 1 а) үш пенен тәсир етиседи. Демек,

$$2 \cdot 10^{-4} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^9}{100}$$

теңлигине ийе боламыз ҳәм оннан

$$c = 3 \cdot 10^{10} \text{ см/сек.} \quad (38.6)$$

шамасын аламыз.

Электродинамикалық тұрақтының мәниси бослықтағы жақтылықтың тезлигинин мәнисине дәл сәйкес келеди екен. Максвелдин теориясынан тезлиги бослықтағы тезлиги электродинамикалық тұрақты болған  $c$  деңгээлдең электромагнит толқынлардың бар екенлигі келип шығады.  $c$  шамасының бослықтағы жақтылықтың тезлиги менен дәл келийи Максвелдин жақтылықты электромагнит толқын деп болжауына тийкар болды.

(38.1)-формуладағы  $k$  ның мәниси СГСМ-системасында 1 ге, ал СГСЭ-системасында

$$\frac{1}{c^2} = \frac{1}{(3 \cdot 10^{10})^2} \frac{\text{сек}^2}{\text{см}^2}$$

шамасына деңгээлдең. Буннан СГСМ-бирлигіндеги бир бирлик тоқ күшинин  $3 \cdot 10^{10}$  СГСЭ-шамасындағы тоқ күши менен эквивалент екенлигі келип шығады:

$$\text{Ток күшинин 1 СГСМ-бирлиги} = \text{тоқ күшинин} 3 \cdot 10^{10} \text{ СГСЭ-бирлиги} = 10 \text{ а.} \quad (38.7)$$

---

<sup>30</sup> Бир метрдеги генри (59-параграфты қараңыз).

Солай етип,  $i_{\text{СГСМ}} = \frac{1}{c} i_{\text{СГСЭ}}$ . Усыған сәйкес  $q_{\text{СГСМ}} = \frac{1}{c} q_{\text{СГСЭ}}$ . Соңықтан, Гаусслық системада магнитлик шамалар менен бир қатарда тоқ күшин ямаса зарядты өзиниң ишине алатуғын барлық формулалардағы ҳәр бир  $i$  менен  $q$  шамаларына бир бирден  $1/c$  көбейткиси киреди. Бул көбейткиси СГСЭ-бирлигінде аңлатылған шамалардың ( $i$  ямаса  $q$ ) мәнислерин СГСМ-бирлигінде аңлатылған мәниске айландырады (СГСМ-бирликлери системасы барлық формулаларда пропорционаллық коэффициент 1 ге тең болатуғындағы етип дүзилген).

### § 39. Магнит майданы

Тоқлардың өз-ара тәсирлесиүи магнит майданы деп аталатуғын майдан арқалы жүзеге келеди. Усындаған атаманың пайда болыўы 1820-жылды Эрстедтің тоқтың пайда еткен майданының магнит стрелкасына бағдарлаұшы тәсир ететуғынлығын бақлаұы менен байланыслы.

Соның менен бирге, қозғалыстағы зарядлар (тоқлар), өзлерин қоршаған кеңисликтиң қәсийетлерин өзгертерди - қоршаған кеңисликте магнит майданын пайда етеди. Бул майданының бар екенлигин ондағы қозғалыұшы зарядларға (тоқларға) күштин тәсир етийи бойынша бақланады.

Бизиң электр майданын изертлеў ушын сынап көрилетуғын ноқатлық зарядты пайдаланғанымызған үқсас, магнит майданының қәсийетлерин изертлеў ушын өлшемлери жүдә киши болған түйік контурдағы циркуляцияланатуғын тоқты сынап көрилетуғын тоқ сыпатында аламыз. Кеңисликтеги контурдың бағытын тоқтың винттиң оңға айланыў бағыты менен байланыслы болған контурға түсирилген нормалдың бағыты менен сыпатлаўға болады (63-сүйрет). Бундай нормалдың бағытын биз оң деп атаймыз.



63-сүйрет.

Сынап көрилетуғын контурды магнит майданына алып келсек, майдан оны белгили бир бағытта оң нормалдың бағытында бурып, оған бағытлаұшы тәсир ететуғының аңғарамыз. Усы бағытты берилген ноқаттағы майданының бағыты сыпатында алайық. Егер контурды майдан менен нормалдың бағытлары сәйкес келмейтуғындей етип буратуғын болсақ, онда контурды бурынғы тең салмақлық аўжалына келтириүге тырысатуғын айландырыұшы момент пайда болады. Айландырыұшы моментиниң шамасы нормаль менен майданының бағытының арасындағы  $\alpha$  мүйешке байланыслы болады.  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  теңлигі орынланғанда ( $\alpha = 0$  болғанда момент нолге тең) моменттиң шамасы ең үлкен  $M_{max}$  мәнисине жетеди.

Моменттиң шамасы контурдың қәсийетлерине де, сол ноқаттағы майданының қәсийетлерине де байланыслы. Бир ноқатқа сынап көрилетуғын ҳәр қыйлы контурларды алып келип,  $M_{max}$  шамасының контурдың  $S$  майданына ҳәм ондағы  $I$  тоқ күшине пропорционал екенлигин, ал контурдың формасынан ғәрзесиз екенлигин аңғарамыз. Солай етип, магнит майданының тоғы бар тегис контурға тәсирі мынаған тең:

$$p_m = IS. \quad (39.1)$$

Бул шаманы контурдың магнит моменти деп атайды (тап усы сыйқылы электр майданындағы диполге тәсир ететуғын айланыў моменти диполдин электр моментине пропорционал, яғни  $p = ql$ ).

Гаусс системасында магнит моментиниң СГСМ-бирликлеринде, ал тоқ күшиниң шамасы СГСЭ-бирликлеринде өлшенийі керек. Соныңтан Гаусс системасында  $p_m$  шамасы ушын жазылған теңдикке  $1/c$  көбейтишиси енгизилген:

$$p_m = \frac{1}{c} IS. \quad (24.4)$$

Контур  $I$  тоқ күши менен  $S$  майданнан басқа кеңисликтеги бағыты бойынша да тәрийипленеди. Соныңтан магнит моментин он нормаль менен бағытлас болған вектор сыпатында қараўға болады:

$$\mathbf{p}_m = p_m \mathbf{n}.$$

(**n** арқалы бирлик вектор белгиленген).

$p_m$  ниң шамасы бойынша айрылатуғын сынап көрилетуғын контурларға майданның берилген ноқатында шамасы бойынша ҳәр қыйлы болған  $M_{max}$  айландырыў моментлері тәсир етеди. Бирақ,  $M_{max}/p_m$  қатнасы барлық контурлар ушын бирдей ҳәм оны майданның санлық характеристикасы сыпатында қабыллаұға болады. Усы қатнасқа пропорционал болған  $B$  физикалық шамасын магнит индукциясы деп атайды:

$$B \sim \frac{M_{max}}{p_m}. \quad (39.3)$$

Магнит индукциясы векторлық шама болып, оның бағыты сынап көрилетуғын контурға (биз оны майданның бағыты деп атадық) түсирилген он нормалдың тен салмақлық бағыты менен анықланады. (39.3)-формула  $B$  векторының модулин анықлады.

**B** векторының майданын көргизбели түрде магнит индукциясының сзыықлары арқалы сүйретлеүге болады. Бундай сзыықларды құрыў ушын **E** векторының сзыықларын құрыўда пайдаланылған қағыйдына қолланыў керек (7-параграфты қарандыз).

Усы айтылғаннан электр майданының зарядқа тәсир ететуғын күшти сыпаттайтуғын электр майданының **E** кернеўлиги сияқты **B** шамасы магнит майданы тәрепинен тоқта тәсир ететуғын күшти сыпаттайты.

#### § 40. Био-Савар нызамы. Қозғалыўшы зарядтың майданы

1820-жылы Био ҳәм Савар формасы ҳәр қыйлы болған тоқлардың магнитлик майданын изертледи. Олар барлық жағдайларда да магнит индукциясының магнит майданын пайда ететуғын тоқтың күшине пропорционал ҳәм **B** шамасы анықланылып атырған ноқатқа шекемги қашықлыққа азы-кем қурамалы байланыслы болатуғынлығын тапты. Био ҳәм Савардың эксперименталлық мағлыўматларын таллай отырып, Лаплас қәлеген тоқтың магнит майданын тоқлардың ҳәр бир элементар участкаларда пайда еткен майданларының векторлық қосындысы (суперпозициясы) сыпатында есаплаұға болатуғынлығын анықлады. Узынлығы  $dl$  болған тоқ элементиниң пайда ететуғын майданының магнит индукциясы ушын Лаплас мына формуланы алды<sup>31</sup>:

$$d\mathbf{B} = k' \frac{i[d\mathbf{l} \cdot \mathbf{r}]}{r^3}. \quad (40.1)$$

Бул формуладағы  $k'$  пропорционаллық коэффициент, оның мәниси өлшем бирликлерин таңлап алыўға байланыслы,  $i$  ток күши,  $d\mathbf{l}$  векторының бағыты элементар участка арқалы өтеп атырған тоқтың бағытына сәйкес келеди (64-сүйрет),  $\mathbf{r}$  арқалы тоқ элементи менен  $d\mathbf{B}$  шамасы анықланып атырған ноқатын қосынатуғын вектор, ал  $r$  арқалы усы вектордың модули белгиленген.

---

<sup>31</sup> Бул бапта тек ваккумдағы магнит майданының қаралатуғынлығын ескертемиз.

(40.1)-қатнасты Био-Савар нызамы деп атайды.

$d\mathbf{B}$  векторы  $d\mathbf{l}$  ҳәм майдан есапланып атырған ноқат арқалы өтетуғын бетке перпендикуляр бағытланған: соның менен бир қатарда  $d\mathbf{l}$  дин әтирапындағы  $d\mathbf{B}$  бағытындағы айланыў  $d\mathbf{l}$  менен оң бурғы қағыйдасы менен байланыслы (64-сүйрет).  $d\mathbf{B}$  ның модули ушын мынадай теңлікти жазыўға болады:

$$dB = k' \frac{idl \sin \alpha}{r^2}. \quad (40.2)$$

Бул аңлатпада  $\alpha$  арқалы  $d\mathbf{l}$  менен  $\mathbf{r}$  векторларының арасындағы мүйеш белгиленген.

Био-Савар нызамы рационализацияланған формада былайынша жазылады:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{idl \sin \alpha}{r^2}. \quad (40.3)$$

Демек, бұл жағдайда  $k' = \frac{\mu_0}{4\pi}$  теңлиги орынлы болады. СИ системасындағы магнит индукцияның бирлигі т е с л а (тл) деп аталады.

СГСЭ ҳәм СГСМ системаларында  $B$  ның өлшем бирлиги Био-Савар нызамының формуласындағы  $k'$  коэффициенти 1 ге тең болатуғындағы етип таңлап алғынады. Демек, бул системалардағы  $B$  ның бирликтериниң арасындағы қатнастың тоқ күшининиң бирликтериниң арасындағы қатнастай болады.

$B$  ның 1 СГСМ-системасындағы бирлиги =

=  $B$  ның СГСЭ системасындағы  $3 \cdot 10^{10}$  бирлигине.

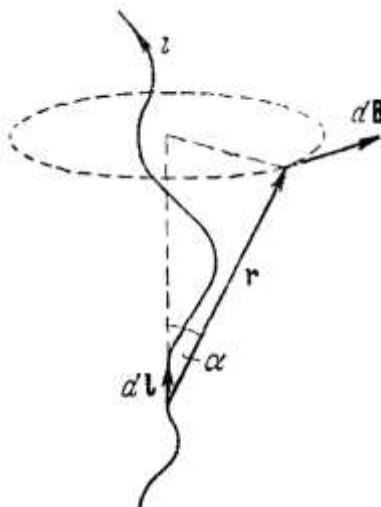
Магнит индукцияның СГСМ-бирлигі арнаўлы түрде гаусс ( $gs$ ) деп аталады.

Гаусс барлық электрлік шамалар (заряд, тоқ күши ҳәм т. б.) СГСЭ-бирликтер системасының бирликтери менен, ал магнитлік шамалар (магнит моменти, магнит индукциясы ҳәм т. б.) СГСМ системасының бирликтери менен өлшенетуғын бирликтердин абсолют системасын ұсынды. Гаусс системасында Био-Савар нызамын мынадай көринисте жазыўға болады:

$$dB = \frac{1}{c} \cdot \frac{idl \sin \alpha}{r^2}, \quad (40.5)$$

(1/c көбейтиўшиси ҳаққында алдыңғы параграфты қараңыз)

64-сүйрет.



Биз электр тоғының зарядлардың тәртиплескен қозғалысы екенligин билемиз. Солай етип, қозғалыстағы зарядлар магнит майданын пайда етеди екен. (40.1)-майданы  $dl$  тоқ элементиндеги зарядлардың қозғалысының себебинен пайда болады. Қозғалатуғын бир зарядтың пайда еткен майданының магнит индукциясын табыу ушын тоқ күшин тоқтың тығыздығы  $j$  ды өткизгиштин  $S$  көлденең кесими менен көбейтиў арқалы (40.1)-теңлемени

түрлендиримиз. Тоқтың тығызлығы болған  $\mathbf{j}$  векторы менен  $d\mathbf{l}$  векторының бағытлары бирдей. Соныңтан мынадай аңлатпана жазыўға болады:

$$id\mathbf{l} = S\mathbf{j}dl. \quad (40.6)$$

Егер өткізгіштеги заряд тасыўшылардың барлығы бирдей ҳәм олар  $e'$  зарядына ийе болса ( $e'$  алгебралық шама болып табылады), онда тоқтың тығызлығы векторын мынадай көринисте жазыўға болады [(31.4)-аңлатпаға қараңыз]:

$$\mathbf{j} = e' n \mathbf{u}. \quad (40.7)$$

Бул аңлатпадағы  $n$  бир бирлик көлемдеги заряд тасыўшылардың саны,  $\mathbf{u}$  олардың тәртиплескен қозғалысының орташа тезлиги. Тоқ тасыўшылар оң белгиге ийе болса  $j$  менен  $\mathbf{u}$  лардың бағытлары бирдей болады. Тоқты тасыўшылардың белгилери терис болған жағдайда  $j$  менен  $\mathbf{u}$  лардың бағытлары бир бирине қарама-қарсы.

(40.1)-формулаға  $id\mathbf{l}$  ушын жазылған (40.6)-теңліктиң қойып ҳәм ондағы  $\mathbf{j}$  ди (40.7)-ге сәйкес алмастырсақ ( $k'$  ның мәнисин  $\mu_0/4\pi$  ге тең деп болжаймыз), нәтийжеде мынаны аламыз:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{S dlne'[\mathbf{ur}]}{r^3}. \quad (40.8)$$

$Sdl$  көбеймеси узынлығы  $dl$  шамасына тең өткізгіштеги элементтіндеги заряд тасыўшыларының санын береди. (40.8)-теңліктиң ұсы санға бөлип,  $\mathbf{u}$  тезлиги менен қозғалатуғын ҳәр бир зарядтың пайда еткен майданының магнит индукциясын табамыз.

Егер  $e'$  заряды  $b$  тезлиги пenen қозғалса, онда орны ұсы зарядқа салыстырғанда  $r$  радиус-векторы менен анықланатуғын заряд пайда еткен магнит майданының индукциясы мынаған тең болады:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{e'[\mathbf{vr}]}{r^3}. \quad (40.9)$$

Гауслық системада бул формула мынадай түрге ийе болады:

$$\mathbf{B} = \frac{1}{c} \cdot \frac{e'[\mathbf{vr}]}{r^3} \quad (40.10)$$

Кеңисликте электромагниттик үйітқыўдың с жақтылықтың тезлигиндей шекли тезлик пenen тарқалатуғынлығын нәзерде түтіў керек. Соныңтан кеңисликтиң берилген ноқатындағы майдан зарядтың  $\tau = r/c$  секунд үақыттан бурынғы ҳалына (яғни жағдайы менен тезлиги) сәйкес келеди ( $r$  арқалы  $\mathbf{B}$  анықланатуғын зарядтың  $\tau$  секунд бурын ийелеген ноқатқа шекемги аралық белгиленген). Солай етеп, биз қарап атырған ноқаты майданды пайда еткен заряд түрған орыннан қаншама ұзақласқан сайын майданың мәнисиниң кешигүйи соншама көбірек болады. Егер  $\tau$  үақыты ишиндеги зарядтың орын алмастырыўын (оның мәниси  $v\tau$  тең) майданың берилген ноқатына шекемги  $r$  қашықтығына салыстырғанда есапқа алмайтуғындағы киши, яғни  $v\tau \ll r$  теңсизлігі орынланатуғын болса, онда (40.9)- ҳәм (40.10)-формулалар дұрыс нәтийжени береди. Усы теңсизлікти  $v\tau$  бөлип ҳәм  $\frac{r}{\tau} = c$  екенлегин нәзерде тутсақ, онда (40.9)- ҳәм (40.10)-формулалар орынланатуғын

$$v \ll c \quad (40.11)$$

шәртін аламыз.

## § 41. Түўры ҳәм дөңгелек тоқлардың майданы

Ең әпиүайы болған тоқлардың майданын есаплау ушын (40.3)-формуланы қолланайық. Оның ушын шексиз узын түўры өткізгіштеги бойы менен өтеп атырған тоқтың майданын қарайық (65-сүрет). Берилген ноқаттағы барлық  $d\mathbf{B}$  лардың бағытлары бирдей болады

(биз қарап атырған жағдайда сзыылмадан арман қарай). Соныңтан  $d\mathbf{B}$  векторының қосындысын олардың модуллеринин қосындысы менен алмастырыуға болады. Магнит индукциясын есаплағымыз келетүүбын ноқат өткизгиштен  $b$  қашықлығында жайласқан. 65-сүйретten көринип турғанындай

$$r = \frac{d}{\sin \alpha}, \quad dl = \frac{rd\alpha}{\sin \alpha} = \frac{bd\alpha}{\sin^2 \alpha}.$$

Усы мәнислерди (40.3)-формулаға қоямыз

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{ib}{b^2 \sin^2 \alpha} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{b} \sin \alpha d\alpha.$$

Шексиз узын болған туұры тоқтың барлық элементлери ушын  $\alpha$  мүйешиниң шамасы 0 ден  $\pi$  ге шекем өзгереди. Демек,

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{b} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = \mu_0 \frac{i}{2\pi b}.$$

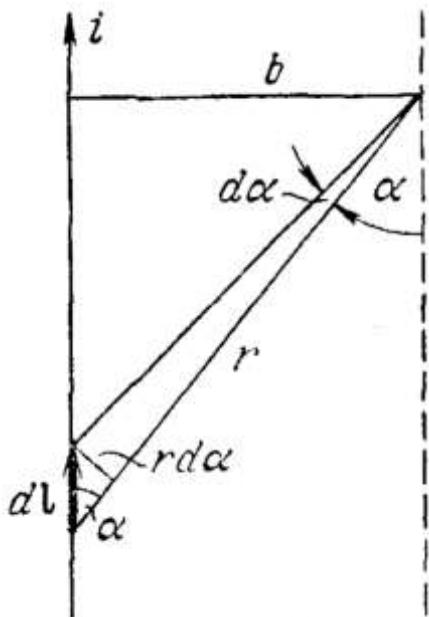
Солай етип, туұры тоқтың майданының магнит индукциясы мына формула менен анықланады:

$$B = \mu_0 \frac{i}{2\pi b}. \quad (41.1)$$

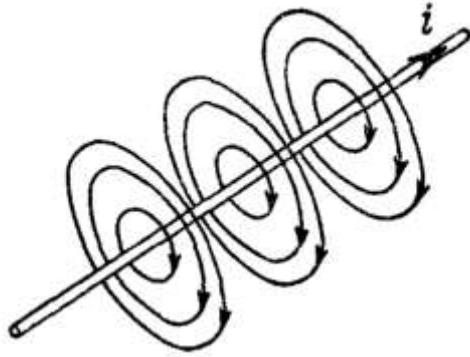
Гаусс системасында бул теңлик мынадай көриниске келеди:

$$B = \mu_0 \frac{i}{2\pi b}. \quad (41.2)$$

Туұры тоқтың магнит индукциясының сзыықлары өткизгишти өзиниң ишине қамтыйтуғын концентрли шеңберлер болып табылады (66-сүйрет).



65-сүйрет.



66-сүйрет.

(41.1)-теңликтен күши 1 а болған тоқ өтетүүбын туұры өткизгиштен  $b = \frac{1}{2\pi}$  м қашықлықтағы магнит индукциясының шамасы сан мәниси бойынша  $\mu_0$  магнит тұрақтысына тен болады екен. Усы жағдайда нәзерде тутып,  $\mu_0$  ушын (38.3)-мәнисин еске ала отырып биз қарап атырған жағдайда  $B = 4\pi \cdot 10^{-7}$  тл екенлигин табамыз. Тап усы жағдай ушын  $B$  ның мәнисин Гаусс системасында алыу

ұшын (41.2)-тәнликке  $c = 3 \cdot 10^{10}$  см/сек,  $i = 3 \cdot 10^9$  СГСЭ [(3.16)-аңлатпаға қараңыз],  $b = (100/2\pi)$  см мәнислерин қойып

$$B = \frac{1}{c} \cdot \frac{2i}{b} = \frac{1}{3 \cdot 10^{10}} \cdot \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^9}{(100/2\pi)} = 4\pi \cdot 10^{-3} \text{ гс}$$

шамасына ийе боламыз. Солай етип,  $4\pi \cdot 10^{-7}$  тл шамасы  $4\pi \cdot 10^3$  гс шамасына эквивалент екен, буннан мынадай тәнликке ийе боламыз:

$$1\text{тл} = 10^4\text{гс} \quad (41.3)$$

Радиусы  $R$  болған шеңбер тәризли жиңишке сым арқалы өтетуғын тоқтың (дөңгелек тоқтың) пайда еткен майданын қарайық. Дөңгелек тоқтың орайындағы магнит индукциясын анықтаймыз (67-сүйрет). Тоқтың ҳәр бир элементи дөңгелектің орайында бағыты контурға жүргизилген он нормалға параллель болған индукцияны пайда етеди. Сонықтан  $d\mathbf{B}$  векторлық қосынды олардың модуллеринің қосындысына алып келинеди. (40.3)-формула бойынша

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{idl}{R^2}$$

( $\alpha = \pi/2$ ). Усы аңлатпаны барлық контур бойынша интегралласақ:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{R^2} \int dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{R^2} 2\pi R = \mu_0 \frac{i}{2R}$$

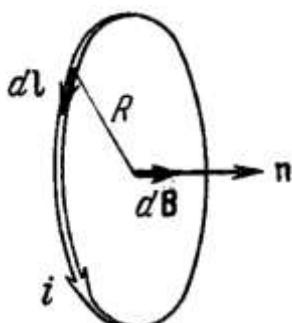
аңлатпаларына ийе боламыз. Нәтийжеде дөңгелек тоқтың орайындағы магнит индукциясының мынаған тең екенligин табамыз:

$$B = \mu_0 \frac{i}{2R}. \quad (41.4)$$

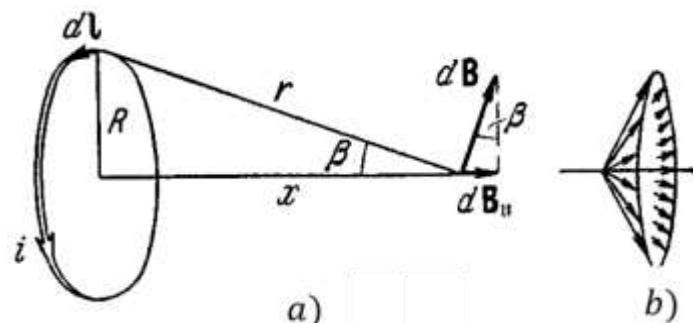
Енди контур жатқан тегисликten  $x$  қашықтықтардағы дөңгелек тоқтың көшеринин бойындағы  $\mathbf{B}$  ның мәнислерин табамыз (68-сүйрет).  $d\mathbf{B}$  векторлары  $dl$  менен  $r$  арқалы өтетуғын бетке перпендикуляр. Демек, олар симметриялық конуслық бетті пайда етеди (ввел тәризли, 68-б сүйрет). Симметриялық көз-қараслардан қосынды  $\mathbf{B}$  вектордың тоқтың көшеринин бағыты менен бағытлас екенligин аңғарыўға болады.  $d\mathbf{B}$  векторының ҳәр бир қураўшысы қосынды векторға модули бойынша  $dB \sin \beta = dB \frac{R}{r}$  шамасына тең  $dB_{\parallel}$  үлесин қосады.  $dl$  менен  $r$  туýрыларының арасындағы  $\alpha$  мүйеши туýры, сонықтан

$$dB_{\parallel} = dB \frac{R}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{idl}{r^2} \cdot \frac{R}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{iRdl}{r^3}$$

тәнликлерине ийе боламыз.



67-сүйрет.



68-сүйрет.

Барлық контур бойынша интеграллап ҳәм  $r$  шамасын  $\sqrt{R^2 + x^2}$  шамасы менен алмастырып, мынаны аламыз:

$$B = \int dB_{\parallel} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{iR}{r^3} \int dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{iR}{r^3} 2\pi R = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 i}{(R^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (41.5)$$

$x = 0$  болған жағдайда бул формула тоқтың орайындағы магнит индукциясы ушын арналған (41.4)-формулаға айланады.

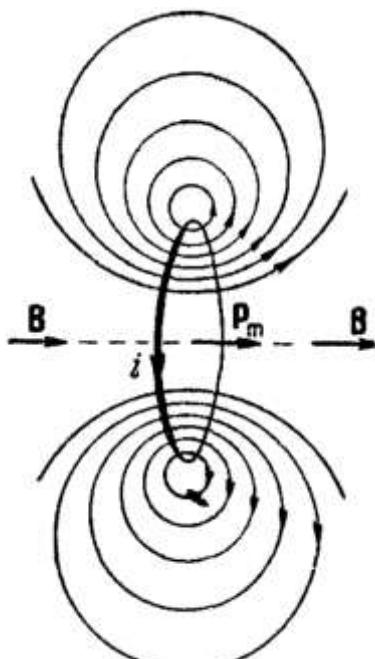
(41.5)-қатнастың алымында түрған  $\pi R^2 i$  аңлатпасы контурдың магнит моменти болған  $p_m$  ге тең. Контурдан жұдә үлкен қашықтықтарда бөлімдеги  $R^2$  шамасын  $x^2$  шамасына салыстырғанда есапқа алмауға болады. Бұндай жағдайда (41.5)-формула мынадай көриниске келеди:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2p_m}{x^3}.$$

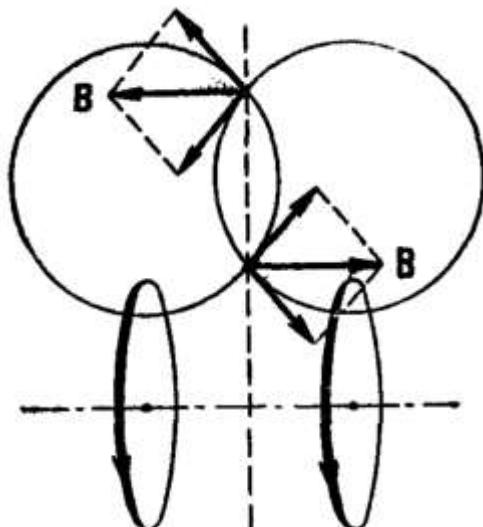
Бул теңлик диполдинң көшериниң бойындағы электр майданы кернеўлигине арналған (6.2)-теңлик пенен үқас. Дөңгелек тоқтың көшериндеги  $B$  менен  $p_m$  нинң контурға жүргизилген онң нормалдың бойы менен бағытланғанлығын еске ала отырып, мынаны жазыўға болады:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2p_m}{x^3}. \quad (41.6)$$

69-сүйретте дөңгелек тоқтың майданының магнит индукциясының сзыықтары сүйретленген ҳәм онда тек тоқтың көшери арқалы өтетуғын тегисликте жатқан сзыықтарғана көрсетилген. Бұндай сүйрет ұсы бетлердин қәлелегенинде орын алады.



69-сүйрет.



70-сүйрет.

70-сүйретте бир көшерге ийе болған еки дөңгелек тоқтың арасындағы симметрия тегислигине салыстырғанда ұсы тегисликтиң ҳәр бир ноқатына перпендикуляр болған магнит индукциясын пайда ететуғынлығы көринип түр.

#### § 42. В векторының циркуляциясы. Соленоид пенен тороидтың майданы

Түүры тоқты өзиниң ишине қамтыйтуғын контур алып, оның ушын  $\mathbf{B}$  векторының циркуляциясын есаптайық:

$$\oint B_i dl.$$

Ең дәслеп тоққа перпендикуляр тегисликте жатқан контурды қарайық (71-сүйрет, тоқсызылма тегислигіне перпендикуляр ұмсызылыдан арман қарай қарай бағытланған). Контурдың ұәр бир ноқатында **B** векторы усы ноқат арқалы жүргизилген шеңбердин үрынбасы менен бағытлас. Векторлардың скалярлық көбеймесинің белгили болған қасиеттерин пайдаланып,  $B_e dl$  көбеймесин  $B dl_B$  көбеймеси менен алмастырыуға болады. Бул жерде  $dl_B$  арқалы  $dl$  орын айыстырыудың **B** ның бағытында тусирилген проекциясы белгиленген. Бирақ  $dl_B$  шамасын  $R d\alpha$  түринде де көрсетійге болады. Бул көбеймеде  $R$  арқалы туұры тоқтан  $dl$  ге шекемги қашықтық, ал  $d\alpha$  арқалы радиаллық туұры контурдың бойы менен жылжығанда пайда болатуғын мүйеш белгиленген. Сонлықтан **B** ушын арналған (41.1)-теңдікти есапқа алып, мынаны жазыуға болады:

$$B_i dl = B dl_B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} R d\alpha = \frac{\mu_0 i}{2\pi} d\alpha.$$

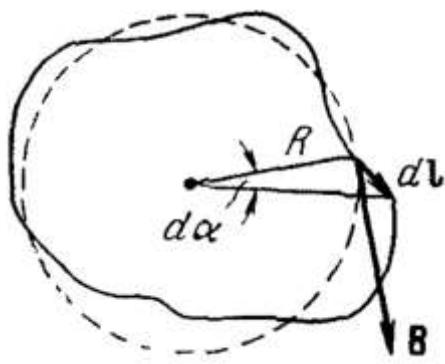
Солай етип, циркуляция ушын жазылған теңдік мынадай көриниске ийе болады:

$$\oint B_i dl = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \oint d\alpha. \quad (42.1)$$

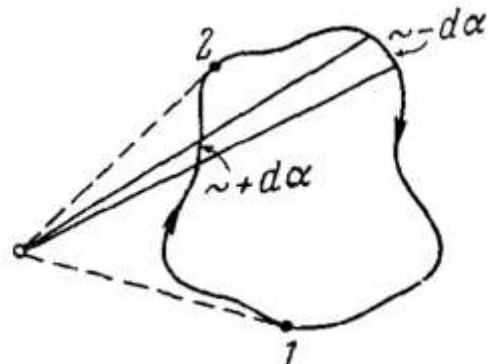
Тоқты өзиниң ишине алатуғын контурдың бойы менен айланып шыққанда радиаллық туұры барлық үақытта бир бағытта айланады. Сонлықтан  $\oint d\alpha = 2\pi$  теңдігі орынлы болады. Егер тоқ контурды өзиниң ишине қамтымаса, онда ис басқаша болған болар еди (72-сүйрет). Бул жағдайда радиаллық туұры дәслеп бир бағытта (1-2 участкасы), оннан кейин қарама-қарсы бағытта (2-1 участкасы) контурды айланып өткен болар еди. Усының салдарынан  $\oint d\alpha$  интегралы нолге тең болады. Усы нәтийжени еске ала отырып, былайынша жазыуымызға болады:

$$\oint B_l dl = \mu_0 i \quad (42.2)$$

Бул теңдіктегі  $i$  контур өзиниң ишине қамтытудың тоқ болып табылады. Егер контур тоқты өзиниң ишине қамтып алмаса, **B** векторының циркуляциясы нолге тең болады.



71-сүйрет.



72-сүйрет.

Ықтыярлы формадағы контур болған жағдайда (73-сүйрет) бизиң жоқарыда қарап өткен жағдайдан контурдың бойы менен орын алмастырғанда радиаллық туұрының тек тоқтың әтирапында бурылып ғана қоймай, оның бойы менен орын алмастырыуы бойынша айрылады. Егер  $d\alpha$  шамасын тоққа перпендикуляр тегисликтеги радиаллық туұрының проекциясының бурылыў мүйеши деп қабыл етсек, онда жоқарыда көлтирилген есаплаўлардың барлығы да орынлы болады. Егер контур тоқты толық қамтытудың жағдайда нолге тең болады. Демек, биз қайтадан (42.2)-формулаға қайтып келемиз. Бул формула туұры тоқ ушын алынған еди. Енди оның қәлеген формадағы ийе өткізгіштин бойы менен өтетуғын тоқ ушын да орынлы болатуғынлығын көрсетиүгे болады.

Егер контур бир неше тоқларды өзиниң ишине қамтыйтуын болса, **B** векторының циркуляциясы олардың алгебралық қосындысына тең болады:

$$\oint B_l dl = \mu_0 \sum i. \quad (42.3)$$

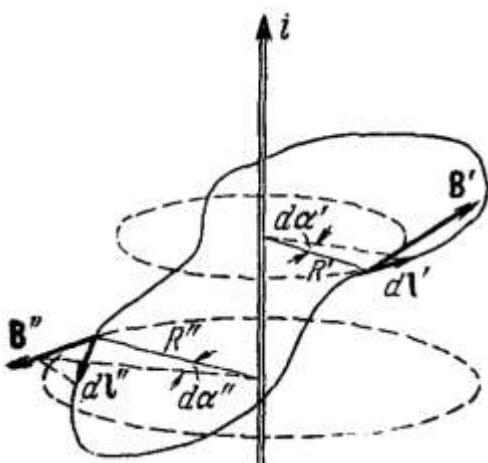
Тоқлардың қосындысын есаплағанда контур бойынша айланып өтиў бағыты бойынша он, бурғының айланыў тәртиби менен байланыслы бағыттағы тоқлардың бағытын он, ал қарама-қарсы бағыттағы тоқларды терис тоқлар деп есаптаймыз.

(42.3)-теңлик ҳајасы жоқ кеңисликтеги майдан ушын ғана дұрыс. Затлардың ишиндеги майдан ушын (42.3)-формуладағы өткізгіштен өтетуғын тоқлардан (макротоқлардан) басқа молекулалық тоқлардың да (44-параграфты қараңыз) бар болатуғынлығын есапқа алыў керек.

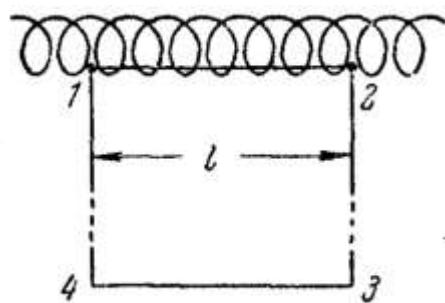
(31.3) қатнасын пайдаланып, мынадай аңлатпаны жазыўға болады:

$$\oint B_l dl = \mu_0 \int_S j_n dS, \quad (42.4)$$

Бұл теңликтегі  $S$  арқалы берилген контурға тирелетуғын қәлеген тегислик.



73-сүйрет.



74-сүйрет.

Гаусс системасында (42.3)-формула мына көрниште жазылады:

$$\oint B_e dl = \frac{4\pi}{c} \sum i. \quad (24.5)$$

**E** менен **B** шамалары сәйкес майданлардың күшлериниң тийкарғы характеристикалары болып табылады. **E** менен **B** ның циркуляцияларына арналған (9.2)-хәм (42.3)-теңликлерди салыстырыўдан ұзын майданлардың арасында принципиаллық айырмашылықтың бар екенligин көремиз. Электростатикалық майданның кернеўлигинин циркуляциясы барлық үақытта нолге тең. Демек, электростатикалық майдан потенциаллық майдан болып табылады ҳәм ол  $\varphi$  потенциалы менен тәрийипленеди. Егер циркуляция алынатуғын контур тоқты өзиниң ишине қамтыйтуын болса, онда магнит индукциясының циркуляциясы нолден өзгеше болады. Усындағы қәсийетке ийе майданлардың құйынлы (яmasa соленоидаллық) майданлар деп атайды. Магнит майданына индекуациясы (11.7)-формулада үқсас болған формула бойынша байланысқа ийе потенциалды бериүге болмайды. Егер тоқты өзиниң ишине алатуғын қонтурды бир айланып өткеннен соң дәслепки ноқатқа қайтып келгеннен кейин оның  $\mu_0 i$  шамасына тең өсим алған болар еди ҳәм усынан байланыслы бул потенциал бир мәнисли болмаған болар еди.

Усының менен бир қатарда, электростатикалық майданың кернеўлиги сыйықлары зарядтан басланып зарядта тамам болады. Тәжирийбелер магнит индукциясының сыйықларының барлық үақытта түйік болатуғынлығын көрсетеди (66-, 69- ҳәм 75-сүйретлер). Бул жағдай магнит зарядларының тәбиятта жоқ екенligin көрсетеди.

(11.8)-формуланы шексиз узын соленоидтың майданындағы магнит индукциясын есаплау үшін қолланайық. Соленоид (74-сүйрет) цилиндр тәризли каркастың сыртына бир бирине тығыз етип оралған жиңишке сым болып табылады. Өзинде пайда болған майданға қатнасы бойынша соленоид улыўмалық көшерге иие бирдей дөңгелек тоқлардың системасына эквивалент. Шексиз узын соленоид өзиниң көшери арқалы усы көшерге перпендикуляр болған қәлеген тегисликке қарата симметриялы болады. Усындай тегисликке қарата симметриялы етип алғынған жуп-жуптан алғынған орамлар магнит индукциясы сол тегисликке перпендикуляр болатуғын (70-сүйретті қараңыз) майданды пайда етеди. Солай етип, соленоидтың ишиндеғи ямаса сыртындағы қәлеген ноқатта **B** векторының бағыты көшерге параллель болады.

Туұры мүйешли 1-2-3-4 контурын аламыз (74-сүйрет). Усы контурдың бойындағы **B** векторының циркуляциясын былайынша жазыўға болады:

$$\oint B_l dl = \int_1^2 B_l dl + \int_2^3 B_l dl + \int_3^4 B_l dl + \int_4^1 B_l dl.$$

Оң тәрепте турған төрт интегралдың екиншиси менен төртіншиси нолге тең, себеби **B** векторы контурдың усы участкаларына перпендикуляр. Соленоидтан алғыс орналасқан (майдан жүдә ҳәлсиз болған орындағы), 3-4 участкасын алған жағдайда үшинши қосылыўшыны есапқа алмаўға болады. Демек, циркуляцияның

$$\oint B_l dl = \int_1^2 B_l dl = Bl$$

аңлатпасының жәрдемінде анықланатуғынлығын көремиз. Бул теңликлерде **B** арқалы 1-2 кесіндиси жайласқан ноқатлардағы майданың магнит индукциясы, *l* арқалы усы кесіндінің узынлығы белгиленген.

Егер 1-2 кесіндиси соленоидтың ишинде, оның көшеринен қәлеген қашықлықта өтсе, онда контур *nli* қосынды тоқларды өзиниң ишине қамтыйды. Бул көбеймегедеги *n* соленоидтың бир бирлик узынлығындағы орамлар саны ҳәм *i* соленоидтағы тоқтың күши.

Сонлықтан (43.2)-аңлатпаға сәйкес

$$\oint B_l dl = Bl = \mu_0 nli$$

теңлигин ҳәм оннан

$$B = \mu_0 ni \quad (42.6)$$

теңлигине иие боламыз.

Гаусс системасында бул теңлик былайынша жазылады:

$$B = \frac{4\pi}{c} ni. \quad (42.7)$$

Бизиң алған нәтийжелеримиздин 1-2 кесіндисинің көшерден (бирақ, соленоидтың ишинде) қандай қашықлықта орналасқанлығынан ғәрэзсиз екенligin ескертемиз. Егер бул кесінди соленоидтан тыста жайласқан болса, онда контур қамтийтуғын тоқ нолге тең, болады ҳәм соның салдарынан

$$\oint B_l dl = Bl = 0$$

теңликлериниң орынлы болатуғының көремиз ҳәм бүннан  $B = 0$  теңлигин аламыз. Солай етип, шексиз узын соленоидтан тыста магнит индукциясы нолге тең, ал оның ишинде барлық орынларда бирдей болады ҳәм шамасы (42.6)-формуланың жәрдеминде анықланылады. Усы себепке байланыслы магнетизм ҳақындағы илимде шексиз узын соленоидтың тутқан орны электр ҳақында илимдеги тегис коиденсатордың тутқан орны менен бирдей. Еки жағдайда да майдан бир текли болады ҳәм толығы менен конденсатордың ишинде (электрлик) ҳәм соленоидтың ишинде (магнитлик) жайласады.

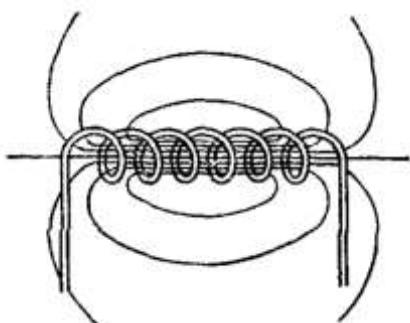
Пі көбеймеси ҳәр метрдеги ампер-орам саны деп аталады. 1 метрде алынған  $n = 1000$  ҳәм тоқ күши 1  $A$  болса, онда соленоидтың ишинде магнит индукциясы  $4\pi \cdot 10^{-4}$  ТЛ =  $4\pi$  ГС шамасына тең [(41.3)-аңлатпаға қараңыз].

70-сүйреттеги еки дөңгелек тоқтың қосынды майдан ушын бирдей үлес қосатуғының байланыслы, шексиз узын соленоидтың еки ярымы да (42.6)-майданды пайда етиғе бирдей үлес қосады. Сонықтан соленоидтың жартысын алып тасласақ, онда қалған "ярым шексиз" соленоидтың ушындағы магнит индукциясы (42.6)-теңликтен алынған мәнистиң ярымына тең болады:

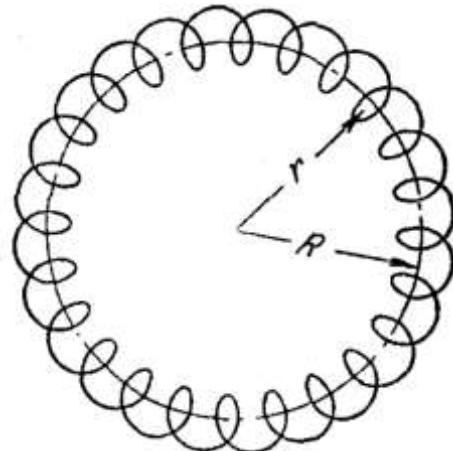
$$B = \frac{1}{2} \mu_0 n i. \quad (42.8)$$

Егер соленоидтың узынлығы оның диаметрине салыстырғанда әдеүир үлкен болса, онда (42.6)-формула соленоидтың ортасындағы ноқаттар ушын, ал (42.8)-формула болса оның шетиндеги ноқаттар ушын дұрыс болады.

75-сүйретте узынлығы шекли болған соленоидтың магнит индукциясының сыйықтары көрсетилген.



75-сүйрет.



76-сүйрет.

Тороид дегенимиз формасы тордай болған каркасқа жұдә тығыз оралған жиңишке сым болып табылады (76-сүйрет). Ол орайлары шеңбердин бойы менен жайласқан бирдей дөңгелек тоқлардың системасына эквивалент. Орайы тороидтың орайы менен сәйкес келетуғын, радиусы  $r$  болған шеңбер түрindеги контурды алайық. Симметрияның бар болыуының салдарынан ҳәр бир ноқаттағы  $\mathbf{B}$  векторы контурға жүргизилген урынба менен бағытлас болыуы тийис. Демек,

$$\oint B_l dl = B \cdot 2\pi r$$

теңлиги орынлы болады деген сөз. Бул аңлатпадағы  $B$  арқалы контур өтетуғын ноқатлардағы магнит индукциясы белгиленген.

Егер контур тороидтың иши менен өтетуғын болса, ол өзиниң ишине  $2\pi Rni$  шамасына тең тоқты қамтыйды ( $R$  тороидтың радиусы,  $n$  оның бир бирлик үзынлығына сәйкес келетуғын орамлар саны). Бундай жағдайда

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 2\pi Rni$$

хәм бүннан

$$B = \mu_0 ni \frac{R}{r} \quad (42.9)$$

аңлатпаларына ийе боламыз.

Тороидтан сыртта өтетуғын контур тоқты өзиниң ишине қамтымайды, сонлықтан бул жағдайда  $B \cdot 2\pi r = 0$  теңлиги орынланады. Солай етип, тороидтан тыста магнит индукциясы нолге тең болады.

$R$  радиусы орамның радиусынан әдеүир болған тороид ушын тороидтың ишиндеги барлық ноқатлар ушын  $R/r$  қатнасы бирден азмаз шамаға өзгеше болады хәм (42.9)-аңлатпаның орнына шексиз үзын соленоид ушын жазылған формула сыйқыл формуланы аламыз:

$$B = \mu_0 ni. \quad (42.10)$$

Бундай жағдайда тороидтың ҳәр бир көлденең кесиминдеги майданды бир текли деп есаптай аламыз. Ҳәр қыйлы кесимлердеги майданның бағытлары ҳәр қыйлы болады. Сонлықтан пүткіл тороидтың областындағы майданның бир текли болатуғынлығын ҳақында гәп еткенде **B** векторының модулин нәзерде тутамыз.

## VII БАП

### ЗАТЛАРДАҒЫ МАГНИТ МАЙДАНЫ

#### § 43. Затлардағы магнит майданы

Буннан алдыңғы бапта магнит майданын пайда ететуғын тоғы бар өткізгішти вакуумда жайласқан деп қарадық. Егер тоқты өткеретуғын өткізгішти қандай да бир орталыққа алып келсек, онда магнит майданы үлкен өзгерислерге ушырайды. Бұның өзи қәлеген заттың магнетик болып табылатуғынлығын, яғни магнит майданының тәсиринде магнит моментине (магнитлений) ийе болатуғынлығынан жүзеге келеди.

Магнитленген зат  $\mathbf{B}'$  магнит майданын пайда етеди. Бул усы майданның пайда болыўына себеп болған  $\mathbf{B}_0$  магнит майданына қосылады. Нәтийжеде еки майдан мынадай қосынды майданды береди:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}'. \quad (43.1)$$

Магнетикте ҳақыйқый (микроскопиялық) майдан молекулар арасындағы аралықтарда жүдә күшли өзгереди.  $\mathbf{B}$  майданы ҳақында гәп етилгенде майданның орташа шамасы (макроскопиялық) алынады (16-параграфты қараңыз).

Затлардың магнитленийин түсіндірий ушын Ампер затлардың молекулаларында дөңгелек тоқ циркуляцияланады деп болжады. Ҳәр бир усындей тоқ магнит моментине ийе болады ҳәм өзин қоршаған кеңисликте магнит майданын пайда етеди. Сыртқы магнит майданы жоқ болған жағдайларда молекулалық тоқлардың бағытлары тәртипсиз, соның салдарынан олардың пайда еткен қосынды майданы нолге тең болады. Молекулалардың магнит моментлериниң бағытларының тәртипсиз (хаотик) болғанлығы себепли деңениң тутасы менен алғандағы магнит моменти нолге тең. Майданың тәсиринде молекулалардың магнит моментлериниң бағыты ушын бар артықмаш бағытқа бағыт пайда болады. Соның нәтийжесинде магнетик магнитленеди, ондағы молекулалардың магнит моментлериниң қосындысы нолден өзгеше болады. Бул жағдайда айырым алынған молекулалық тоқлардың пайда еткен магнит майданлары бир бириң жоқ ете алмайды (компенсацияламайды). Нәтийжеде  $\mathbf{B}'$  майданы пайда болады.

Магнетиклердин магнитленийин бир бирлик көлемдеги магнит моменти менен тәрийиплеўге болады. Бул шаманы магнитлений векторы деп атайды ҳәм  $\mathbf{J}$  арқалы белгилейди. Егер магнетик бир текли магнитленбесе, онда берилген ноқаттағы магнитлений векторы мына теңдиктиң жәрдемінде анықланады:

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{\Delta V} \mathbf{p}_m. \quad (43.2)$$

Бул аңлатпада  $\Delta V$  арқалы биз қарап атырған ноқаттың әтирапында алынған шексиз киши көлем, ал  $\mathbf{p}_m$  арқалы бир молекуланың магнит моменти белгиленген. Суммалау  $\Delta V$  көлемине киретүғын барлық молекулалар бойынша жүргизиледи; [(15.1)-формула менен салыстырыңыз].

#### § 44. Магнетиклердеги майданды тәрийиплеү

Ықтыварлы түрде алынған түйік бет арқалы өтетүғын  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}'$  векторының ағысын табайық:

$$\Phi_B = \oint_S B_n dS = \oint_S (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}')_n dS = \oint_S B_{0n} dS + \int_S B'_n dS.$$

42-параграфта  $\mathbf{B}_0$  векторының сызықларының (макроскопиялық тоқлардың пайда еткен майданын тәрийиплейтуғын) барлық үақытта түйік болатуғынлығы табылды. Тап сол сыяқлы  $\mathbf{B}'$  векторының сызықлары да барлық үақытта түйік болады. Соныңтан оң тәрептеги еки интеграл нолге тең ( $\mathbf{B}_0$  ҳәм  $\mathbf{B}'$  векторларының ҳәр сызығы түйік бетти жуп сан рет кесип өтеди ҳәм беттин сыртына қанша рет шықса, ишинде де сонша рет киреди). Демек,

$$\Phi_B = \int_S B_n dS = 0 \quad (44.1)$$

теңлиги орынлы болады деген сөз. Бул формула  $\mathbf{B}$  векторы ушын Гаусс теоремасын береди: қәлеген түйік бет арқалы өтетүғын магнит индукциясының векторларының ағыслары нолге тең.

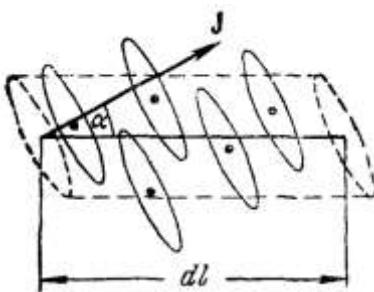
Енди анықлама бойынша

$$\oint C_l dl = \oint (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}')_l dl = \oint B_{0l} dl + \oint B'_l dl$$

шамасына тең болатуғын  $\mathbf{B}$  векторының циркуляциясын қарайық. 42-параграфтағы теңсизликтиң оң тәрепинде турған бириңши интеграл менен анықланатуғын  $\mathbf{B}_0$  векторының циркуляциясы алынатуғын контурды қамтып алатуғын макроскопиялық  $i$  тоғының алгебралық қосындысына пропорционал. Усы сыяқлы  $\mathbf{B}'$  векторының циркуляциясының (екинши қосылыўшының) барлық контурларды өзинин ишине қамтыйтуғын  $I_m$  молекулалық тоқлардың қосындысына пропорционал болыўы тийис. Демек, қосынды майданның  $\mathbf{B}$  векторының циркуляциясы барлық контурды өзинин ишине алатуғын тоқлардың қосындысына пропорционал ( $i$  макроскопиялық тоқларына да,  $I_m$  молекулалық тоқларына да):

$$\oint B_l dl = \mu_0 \sum i + \mu_0 \sum I_m. \quad (44.2)$$

Диэлектриктердеги электр майданын [(16.2)-формулаға қараңыз] қарағанда соған ұсаған жағдайға тап боламыз:  $\mathbf{B}$  векторын анықлау ушын тек ғана өткізгішлерден өтетүғын тоқты ғана емес, ал молекулалық тоқларды да билиў керек. Бул қыйыншылықтан айланып өтиўдин жолы да 16-параграфта пайдаланылған жолға үқсас. Оның ушын  $\mathbf{B}$  векторы менен әпиўайы түрде байланысқан ҳәм макроскопиялық тоқлар менен ғана анықланатуғын қосымша шаманы табыў керек болады.



77-сүйрет.

Усы қосымша шаманың түрин анықлау ушын, (42.2)-теңликтен қатнасадатуғын молекулалық тоқлардың қосындысын магнетикиң  $\mathbf{J}$  магнитлениң векторы менен аңлатып көрейік<sup>32</sup>. Бул қосындыға циркуляциясының есапланыўы ушын контурға "өткизилетуғын" молекулалық тоқлар ғана кирийи тиис. 77-сүйретте көринип турғанындай, магнитлениң бағыты менен  $\alpha$  мүйешин жасайтуғын контурдың  $dl$  элементин көлеми  $S_m \cos \alpha \cdot dl$  шамасына тең қыя цилиндрдин ишинде орайлары жататуғын молекулалық тоқлар ғана кесип өтеди ( $S_m$  арқалы айырым молекулалық тоқлар қамтыйтуғын майдан белгиленген). Егер  $n$  арқалы бир бирлик көлемдеги молекулалардың саны болса, онда  $dl$  элементи тәрепинен қамтып алынатуғын тоқ  $I_m n S_m \cos \alpha \cdot dl$  шамасына тең.  $I_m S_m$  көбеймеси бир молекулалық тоқтың магнит моменти  $p_m$  ге тең. Демек,  $I_m n S_m n \cos \alpha$  шамасы болса  $\mathbf{J}$  векторының  $dl$  элементинин бағытына түсирилген  $J_l$  проекциясы. Солай етип,  $dl$  элементи қамтыйтуғын молекулалық қосынды тоқтың шамасы  $J_l dl$  ге тең, ал барлық контурларды қамтыйтуғын молекулалық тоқларының қосындысы ушын мынадай аңлатпаны жазамыз:

$$\sum J_m = \oint J_l dl. \quad (44.3)$$

(42.2)- ҳәм (44.3)-формулалардан молекулалық тоқлардың суммасын алып тастасақ, онда мына қатнасты алыў аңсат:

$$\oint \left( \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{J} \right)_l dl = \sum i. \quad (44.4)$$

Интегралдың астындағы қауырманың ишинде түрған аңлатпа биз излеп атырған қосымша шама болады. Оны  $\mathbf{H}$  арқалы белгилейди ҳәм магнит майданының кернеўлиги деп атайды;

Солай етип, магнит майданының кернеўлиги деп

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{J} \quad (44.5)$$

аңлатпасының жәрдемінде анықланатуғын физикалық шама болып табылады.

Усы шаманы пайдаланған жағдайда (44.4)-формуланың мынадай түрде жазылыўы мүмкін:

$$\oint H_l dl = \sum i. \quad (44.6)$$

Егер макроскопиялық тоқлар кеңисликте  $\mathbf{j}$  тығыздығы менен тарқалаған болса, онда (44.6)-формула мына түрге енеди:

$$\oint H_l dl = \oint j_n dS \quad (44.7)$$

<sup>32</sup> 16-параграфта байланысқан зарядлардың қосындысын диэлектриктиң поляризация векторы  $\mathbf{P}$  менен аңлаттық.

( $S$  арқалы циркуляция алынатуғын контур менен шекленген ықтыярлы беттиң майданының шамасы белгиленген).

(44.6)- ҳәм (44.7)-формулалар  $\mathbf{H}$  векторының циркуляциясы теореманы аңлатады: қандай да бир контурдың бойындағы магнит майданының кернеўлиги векторының циркуляциясы усы контур қамтыйтуғын макроскопиялық тоқлардың алгебралық қосындысына тең.

Жоқарыда айтылғанлардан магнит майданының  $\mathbf{H}$  кернеўлигин электрлік аұйысы  $\mathbf{D}$  ға (электр индукциясына) үқсас екенлигин аңғарыўға болады. Ең дәслеп, тәбиятта электр зарядлары сыяқты магнит зарядлары болады деп есаплад магнетизм ҳақындағы илим электр ҳақындағы илимге үқсас раўажланды деп болжанып келди. Сол үақытлары  $\mathbf{B}$  ушын "магнит индукциясы",  $\mathbf{H}$  ушын "майданың кернеўлиги" деген атамалар кирилизген еди. Кейиннен тәбиятта ҳеш қандай магнит зарядының болмайтуғынлығына байланыслы магнит индукциясы деп аталатуғын шаманың ҳақыйқатында  $\mathbf{D}$  электрлік аұйысы ға емес, ал  $\mathbf{E}$  электр майданының кернеўлигине үқсас екенлиги анықланды ( $\mathbf{H}$  шамасы  $\mathbf{E}$  не емес, ал  $\mathbf{D}$  ға сәйкес келеди). Бирақ, қәлиплескен терминологияны өзгертпеди, оның үстине электр ҳәм магнит (электр майданы потенциаллық, ал магнит майданы соленоидаллық) майданларының тәбиятының ҳәр қыйлы болыуына қарамастан,  $\mathbf{B}$  ҳәм  $\mathbf{D}$  шамаларының өзгериў өзгешеликтериниң арасында көплеген үқаслықтардың бар екенлиги табылды (мысалы,  $\mathbf{B}$  сывығы,  $\mathbf{D}$  сывығы сыяқты магнит индукциясының шегарасында үзилиске шырамайды).

Вакуумда  $\mathbf{J} = 0$ , сонлықтан  $\mathbf{H}$  шамасы  $\mathbf{B}/\mu_0$  шамасына айланады ҳәм (44.6)- ҳәм (44.7)-формулалар (42.3)- ҳәм (42.4)-формулаларға айланады.

(41.1)-формуладан вакуумдағы туұры тоқтың майданының кернеўлиги мынадай теңлик пенен анықланатуғынлығы келип шығады:

$$H = \frac{i}{2\pi b}. \quad (44.8)$$

Бул теңликтен магнит майданының кернеўлигинин үзынлыққа бөлинген тоқ күшиниң бирлигіндегі болатуғынлығын көремиз. Усыған сәйкес СИ системасында магнит майданы кернеўлигинин бирлиги ампер бөлинген метр ( $a/m$ ) болып табылады. (48.8)-теңликтегі сәйкес, 1  $a$  тоқ өтеп турған туұры өткізгіштен  $b = \frac{1}{2\pi}$  қашықлықтағы магнит майданы кернеўлигинин 1  $a/m$  шамасына тең. Бул жағдайда магнит индукциясының мәниси  $4\pi \cdot 10^{-7}$  тл шамасына тең болады (41-параграфты қараңыз).

Гаусс системасында магнит майданының кернеўлигин былай анықлады:

$$H = B - 4\pi j, \quad (44.9)$$

ал циркуляцияға арналған теңлик мына түрге ийе:

$$\oint H_e dl = \frac{4\pi}{c} \sum i \quad (44.10)$$

(44.9)-аңлатпадан көринип турғанындей, вакуумда  $\mathbf{H} = \mathbf{B}$  теңлиги орынланады. Усыған сәйкес, Гаусс системасында  $\mathbf{H}$  тың өлшем бирлиги эрsted деп аталады. Оның шамасы да өлшем бирлиги де магнит индукциясының бирлиги болған Гаусс сывығы. Мәниси бойынша, эрsted те, Гаусс бир бирликтин ҳәр қыйлы атамасы болып табылды. Егер усы бирлик пенен  $H$  өлшенсе, оны эрsted (Э) деп, ал  $B$  өлшенсе оны гаусс деп атایмыз.

Солай етип, вакуумда туұры тоқ ушын  $H$  тың мәнисин  $B$  анықланатуғын (41.2)-теңликтин жәрдемінде анықтаймыз, соның менен бул жағдайда эрstedлердеги  $H$  сан мәниси бойынша гаусслардағы  $B$  ға тең. (41.3)-қатнасты табыўдың алдында өткөрілген есаплаўларға сәйкес күши 1  $a$  болған туұры тоқтан  $\frac{1}{2\pi}$  м қашықлықтағы  $H$  тың шамасы  $4 \cdot 10^{-3}$  эрstedеке тең. СИ системасында усы кернеўлик 1  $a/m$  шамасына тең. Демек,

$$\left. \begin{aligned} 1 \text{ } a/m &= 4\pi \cdot 10^3 \text{ } \text{эмаса} \\ 1 \text{ } \text{эмаса} &= 79,6 \text{ } a/m (\approx 80 \text{ } a/m). \end{aligned} \right\} \quad (44.11)$$

Магнитлелий векторы  $\mathbf{J}$  ди магнит индукциясы менен емес, ал майданың кернеўлиги менен байланыстырыў қабыл етилген. Тәжирийбелер магнетиктиң берилген ноқатындағы  $\mathbf{J}$  векторының  $\mathbf{H}$  векторы менен

$$\mathbf{J} = \chi \mathbf{H} \quad (44.12)$$

түріндеги қатнас арқалы байланыста болатуғының көрсетеди. Бул қатнастағы  $\chi$  шамасы берилген магнетик ушын тән болған магнит қабыллағышлық деп аталатуғын шама болып табылады<sup>33</sup>. (44.5)-теңлик бойынша  $\mathbf{H}$  тең бирлиги менен  $\mathbf{J}$  магнитлений векторының бирликлериниң бирдей екенligин көремиз. Демек,  $\chi$  өлшем бирлигине ийе емес шама екен.

(44.5)-формулаға  $\mathbf{J}$  ушын жазылған (44.12)-теңлигин қойып, мынаны аламыз:

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \chi \mathbf{H}.$$

Буннан

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0(1 + \chi)}. \quad (44.13)$$

қатнасына ийе боламыз. Өлшем бирлигине ийе болмаған

$$\mu = 1 + \chi \quad (44.14)$$

шамасы салыстырмалы магнит сициргишилігі ямаса заттың магнит сициргишилігі деп аталады<sup>34</sup>.

Тек оң мәниске ийе болатуғын (изотроп диэлектриклерде поляризация векторы  $\mathbf{P}$  барлық үақытта  $\mathbf{E}$  майданы менен бағытлас болады)  $\chi$  диэлектрик қабыллағыштың магнитлік қабыллағыш  $\chi$  тың өзгешелігі соннан ибарат, ол оң да терис те мәнислерге ийе бола алады. Соныңтан  $\mu$  магнит сициргишилігі бирден үлкен де, киши де болыуы мүмкін.

(44.13)-формуланы (44.14)-формулаға қойып,

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0\mu} \quad (44.15)$$

қатнасына келемиз. Бул жоқарыда атап өтілген  $\mathbf{B}$  менен  $\mathbf{H}$  векторларының арасындағы ең әпиүйай қатнас болып табылады.

Солай етип,  $\mathbf{H}$  магнит майданының кернеўлиги  $\mathbf{B}$  векторы менен бағытлас, ал модули бойынша  $\mu_0\mu$  есе киши вектор болып табылады (анизотроп орталықтарда  $\mathbf{H}$  ҳәм  $\mathbf{B}$  векторларының бағытларының бирдей болмауы да мүмкін).

$\mathbf{J}$  ҳәм  $\mathbf{H}$  векторларын байланыстыратуғын (44.12)-қатнас Гаусс системасында да усындаі түрге ийе. Усы қатнасты (44.9)-теңликке қойып, мынаны аламыз:

$$\mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi\chi\mathbf{H}.$$

Буннан

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{1 + 4\pi\chi} \quad (44.16)$$

формуласына ийе боламыз. Өлшем бирлиги жоқ

$$\mu = 1 + 4\pi\chi \quad (44.17)$$

шамасы заттың магнит сициргишилігі деп аталады. Усы шаманы (44.16)-формулаға киргизип, мынаны аламыз:

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu}. \quad (44.18)$$

<sup>33</sup> Анизотроп орталықтарда  $\mathbf{J}$  ҳәм  $\mathbf{H}$  векторларының бағытлары бир бирине сәйкес келмейи мүмкін.

<sup>34</sup> Кейинги теңлікти аңсатластырыў ушын абсолют магнит сициргишилік деген  $\mu_a = \mu_0\mu$  шама енгизиледи. Бирақ, бул шаманың физикалық мән болмайтыныңтан биз ол шаманы қолланбаймыз.

Буннан Гаусс системасындағы  $\mu$  шамасының СИ системасындағы  $\mu$  шамасына сәйкес келетуғынлығын көремиз. (44.14)-хәм (44.17)-формулаларды салыстырыў рационалластырылған системадағы магнитлик қабыллағышлықтың Гаусс системасындағы  $\chi$  мәнисинен  $4\pi$  есе артық болатуғындығын көрсетеди:

$$\chi_{\text{си}} = 4\pi\chi_{\text{гс.}} \quad (44.19)$$

Енди  $\mathbf{H}$  пенен  $\mu$  дин ғизикалық мәнисин анықлауға өтейик.  $\mathbf{B}_0$  векторының жәрдеминде ямаса  $\mathbf{H}_0 = \mathbf{B}_0/\mu_0$  векторының жәрдеминде вакуумдағы бир текли магнит майданын қарайық.  $\mathbf{H}_0$  векторын сыртқы майданның кернеўлиги деп атайды. Усы магнит майданына бир текли магнетиктен соғылған шексиз узын дәңгелек стерженди алып келемиз хәм оны  $\mathbf{B}_0$  векторына параллель етип жайластырайық (78-сүйрет). Усы майданың тәсиринде молекулалық тоқлардың магнит моментлери стерженниң көшеринин бойы менен орналасады. Соның салдарынан олардың бетлері усы көшерге перпендикуляр болып жайласады. Стерженниң қалеген көлденең кесиминде жатқан молекулалық тоқларды қарайық. Стерженниң ишиндеги ҳәр бир ноқтатың аралас молекулалық тоқлар бир бирине қарама-қарсы тәреплерге қарай бағытланған хәм, сонлықтан, олардың улыўмалық тәсирі нолге тең болады. Солай етип, тек стерженниң қаптал бетиндеги тоқлардың участкалары ғана компенсацияланбаған. Демек, молекулалық тоқлардың қосындысының улыўмалық тәсирі стерженниң бети менен өтип атырған макроскопиялық тоқлардың тәсирі менен бирдей болады. Усы тоқтың стерженниң бир бирлик узынлығына сәйкес келетуғын (тоқтың сызықлық тығызлығын) күшин  $I_1$  арқалы белгилейик. Сыртқы бетинен тоқ өтип турған цилиндрдин тоқтың сызықлық тығызлығы  $I_1$  болған  $\pi i$  ампер-орам саны бар соленоидқа эквивалент. Демек, барлық молекулалық тоқлар биргеликте вакуумда ампер-орамлардың саны  $I_1$  ге тең болған соленоидтың пайда еткен майданындай майданды пайда етеди. (42.6)-формулаға сәйкес усы майданың магнит индукциясы мынаған тең:

$$\mathbf{B}' = \mu_0 I_1. \quad (44.20)$$

$\mathbf{B}'$  векторының бағытының  $\mathbf{B}_0$  векторының бағыты менен бағытлас екенligин аңсат көриүге болады. Стерженнен тыста  $\mathbf{B}'$  векторы нолге тең болады.

Ойымызда стерженде оның көшерине перпендикуляр болған қалыңлығы  $dl$  болған қатламды бөлип аламыз. Усы қатламның көлеминдеги молекулалық тоқлардың күши  $I_1 dl$  шамасына тең болған дәңгелек тоққа эквивалент. (39.1)-формулаға сәйкес, усы тоқтың магнит моменти мынаған тең:

$$dp_m = I_1 S dl.$$

Бул аңлатпада  $S$  арқалы стерженниң көлденең кесиминиң майданы,  $dp_m$  магнит моментин қабаттың көлеми болған  $dV = S dl$  шамасына бөлип, стерженниң магнитленийи үшүн мына теңдикти аламыз:

$$J = I_1. \quad (44.21)$$

Солай етип стерженниң магнитленийиниң шамасы тоқтың сызықлық тығызлығының шамасына дәл сәйкес келеди.

(44.21)-теңдикти есапқа алғанда (44.20)-теңдик мынадай көриниске келеди:

$$\mathbf{B}' = \mu_0 \mathbf{J}. \quad (44.22)$$

(биз  $\mathbf{B}'$  пенен  $\mathbf{J}$  векторларын бағытлас деп алдық).

$\mathbf{B}'$  менен  $\mathbf{B}_0$  векторларын қосыў арқалы қосынды майданың магнит индукциясының векторын табамыз:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}' = \mathbf{B}_0 + \mu_0 \mathbf{J}.$$

Ең ақырында, усы  $\mathbf{B}$  векторының мәнисин (44.5)-теңдикке қойып, мынадай қатнасқа ийе боламыз:

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0} = \mathbf{H}_0. \quad (44.23)$$

Солай етип, биз қараған жағдайда магнетиктеги майданың кернеўлиги сыртқы майданың магнит индукциясын  $\mu_0$  шамасына бөлгендеги векторға, яғни сыртқы майданың кернеўлигине тең екен.

(44.15)-теңдикке сәйкес,  $\mathbf{H}$  векторын  $\mu_0\mu$  шамасына көбейтип,  $\mathbf{B}$  индукциясын аламыз:

$$\mathbf{B} = \mu_0\mu \mathbf{H} = \mu_0\mu \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0} = \mu \mathbf{B}_0. \quad (44.24)$$

Буннан  $\mu$  салыстырмалы магнит сициргишилдиктиң магнетиктеги майданың неше есе артатуғының көрсетеди [(16.18)-аңлатпа менен салыстырыңыз].

$\mathbf{B}'$  майданының тек стерженниң ишинде ғана нолден өзгеше болғанлықтан, стерженнен тыста магнит майданының өзгерисиз қалатуғының аңғарамыз.

Бизлердин алған нәтийжемиз бир текли магнетик сыртқы майданың кернеўлигининң салықтары менен пайда етилген бет менен шекленген көлемди толтырып турған жағдайда ғана дұрыс болады<sup>35</sup>. Кери жағдайда (44.5)-формуланың жәрдемінде анықланатуғын майданың кернеўлиги  $\mathbf{H}_0 = \mathbf{B}_0/\mu_0$  шамасына дәл сәйкес келмейди.

Магнетиктің ишиндеги майданың кернеўлигин шәртли түрде мынаған тең деп болжаймыз:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 - \mathbf{H}_o. \quad (24.4)$$

Бул теңдикте  $\mathbf{H}_0$  арқалы сыртқы майдан, ал  $\mathbf{H}_o$  арқалы магнитлениңге пропорционал болған магнитсизлендіриў майданы деп аталатуғын майдан белгиленген:

$$\mathbf{H}_o = N\mathbf{J}. \quad (44.25)$$

$N$  пропорционаллық коэффициентин магнитсизлендіриў факторы деп атайды. Оның сан шамасы магнетиктің формасынан ғәрэзли. Бетлері сыртқы майданың кернеўлик салықтары менен кесилиспейтуғын бетлер менен шекленген денелер ушын, бизин жоқарыда көргенимиздей  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0$ , яғни магнитсизлендіриў факторы нолге тең. Сыртқы майданға перпендикуляр жуқа диск ушын  $N = 1$ , ал шар ушын  $N = 1/3$ .

Сәйкес есаплаўлар эллипсоид формасына ииे болған бир текли магнетикти бир текли сыртқы майданға жайластырған жағдайда, оның ишиндеги магнит майданы сыртқы майданнан өзгеше болса да бир текли болатуғының береди. Эллипсоидтың дара жағдай болып табылатуғын шар ушын да, узын стержень хәм жуқа диск ушын да усындағы жағдай орынлы болады.

## § 45. Магнит индукциясы салықтарының салынуды

Магнит сициргишилдиги  $\mu$  дин шамасы ҳәр қылды болған еки бир текли изотроп магнетиктердин шегараларындағы қандай құбылыслардың жүзеге келетуғының анықтайық. Ойымызда бийиклиги  $h$ , ултанларының майданлары  $S_1$  жән  $S_2$  болған беттер айырып турған беттиң еки еки тәрепинде орналасқан цилиндр алайық (79-суýрет). Усы цилиндр ушын (44.1)-Гаусс теоремасын қолланайық. Цилиндрдин қаптал бети арқалы өтетуғын  $\mathbf{B}$  векторының ағысын есапқа алмаўға болады. Себеби биз  $h$  ты нолге умтылдырамыз. Цилиндрдин жоқарғы ултаны арқалы өтетуғын ағыс  $B_{1n}S_1$  шамасына тең. Бул аңлатпада  $B_{1n}$  арқалы бириňши магнетиктеги  $\mathbf{B}$  векторының бөлиүши бетке тикелей жақын жайласқан нормаль қураўшысы белгиленген. Сол сыйылды, цилиндрдин төменгі ултаны арқалы өтетуғын ағыс  $B_{2n}S_2$  шамасына тең. Бул жағдайда  $B_{2n}$  арқалы екинши

<sup>35</sup>  $D = D_0$  теңдиги орынлы болған электр майданы бар жағдайда бир текли диэлектрик эквипотенциаллық беттер менен шекленген, яғни сыртқы майдан кернеўлигинин ортогоналлық салықтары менен шекленген көлемди толтыратуғының еске салып өтемиз.

магнетиктеги **B** векторының бөлиүши бетке тиккелей жақын жайласқан нормаль қураўшысы белгиленген. Усы еки ағысты қосып, Гаусс теоремасына сәйкес нолге тең болыўы шәрт болған толық ағысты аламыз

$$\Phi_B = B_{1n}S_1 + B_{2n}S_2 = (B_{1n} + B_{2n})S = 0.$$

Буннан  $B_{1n} = -B_{2n}$  теңлигинин орынлы екенлегин көремиз. Егер **B**<sub>1</sub> ҳәм **B**<sub>2</sub> векторларының проекцияларын бир нормалға түсирсек, онда мынаны аламыз:

$$B_{1n} = B_{2n}. \quad (45.1)$$

(44.15)-аңлатпаға сәйкес, **B** векторының қураўшыларын  $\mu_0\mu$  шамасына көбейтип, сәйкес **H** векторының қураўшысы менен алмастырып

$$\mu_0\mu_1H_{1n} = \mu_0\mu_2H_{2n}$$

теңлигин аламыз ҳәм буннан маны қатнас келип шығады:

$$\frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}. \quad (45.2)$$

Енди магнетиктиң шегарасынан түрүр мүйешли контур алып (80-сүйрет), оның ушын **H** векторының циркуляциясын есептаймыз. Бөлиүши бетке перпендинкуляр болған тәреплердин циркуляцияға қосатуғын үлесин есапқа алмаў ушын контурдың кеңлиги болған *a* ны киши етип аламыз. Бундай жағдайда циркуляция ушын *b*( $H_{1\tau} - H_{2\tau}$ ) теңлиги келип шығады. Контур макроскоплық тоқларды өз ишине қамтымайтуғын болғанлықтан циркуляцияның нолге тең болыўы керек [(44.6)-теңликке қараңыз]. Буннан

$$H_{1\tau} = H_{2\tau} \quad (45.3)$$

теңлиги келип шығады.

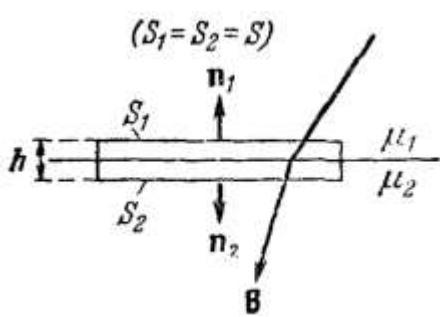
(44.15)-аңлатпа бойынша **H** векторының қураўшыларын  $\mu_0\mu$  ге бөлинген **B** векторының қераўшылары менен алмастырып, мынадай қатнасты аламыз:

$$\frac{B_{1\tau}}{\mu_0\mu_1} = \frac{B_{2\tau}}{\mu_0\mu_2}.$$

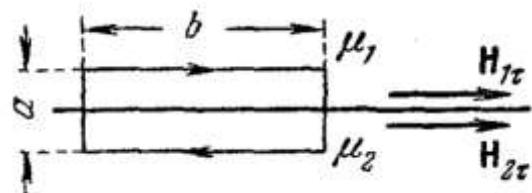
Буннан мынадай қатнастың орынлы екенлиги келип шығады:

$$\frac{B_{1\tau}}{B_{2\tau}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}. \quad (45.4)$$

Жүймақлай келе, еки магнетиктиң арасындағы шегарасы арқалы өткенде **B** векторының нормаль қураўшысы ҳәм **H** векторының тангенциаллық қураўшыларының үзликсиз өзгереди деп айта аламыз. **B** векторының тангенциаллық қураўшысы менен **H** векторының нормаль қураўшысы шегара арқалы өткенде үзилиске ушырайды. Солай етип, еки затты айырып түрган шегара арқалы өткенде **B** векторы **D** векторы сыйқыл, ал **H** векторы **E** векторы сыйқыл өзгереди екен [(45.1)-(45.4)-формулаларын (17.1)-(17.4) формулалар менен салыстырыңыз].



79-сүйрет.



80-сүйрет.

81-сүйретте еки магнетиктиң арасындағы шегаралық кесип өткенде **B** сыйықларының қалайынша өзгеретуғынлығы көрсетилген. Шегаралап турыўши бетке түсирилген нормаль

менен **B** сывықларының арасындағы мүйешлерди сәйкес  $\alpha_1$  ҳәм  $\alpha_2$  арқалы белгилейик. Усы мүйешлердың тангенслеринің қатнасы мынаған тең:

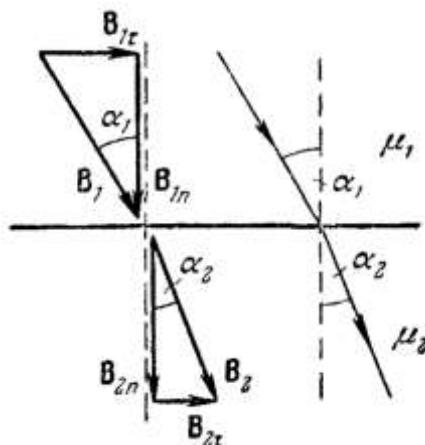
$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{B_{1\tau}/B_{1n}}{B_{2\tau}/B_{2n}}$$

Буннан (45.1)- ҳәм (45.4)-теңдиклерди есапқа алып, (17.5)-теңдикке уқсас болған магнит индукциясы сывықларының сыйныштырылғанын аныктайып, магнит индукциясының нормалданған магниттегі көриўгө болады.

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}. \quad (45.5)$$

$\mu$  шамасы үлкен болған магнетикке өткенде магнит индукциясы сывықлары нормалданған магниттегі көриўгө болады. Магнит сиңиргишлигі үлкен болған заттағы **B** сывықларының жийилигі магнит дәстелеринің қәлиплесиүине, яғни оларға белгилі бир форма менен бағыт берілген болады. Атап айтқанда, қандай да бир көлемге ийе болған магнитлик қорғағышты жүзеге келтириү үшін оны темир экран менен қоршайды. 82-сүйретте көрип турғанында, экранның қалыңлығындағы магнит индукциясы сывықларының қойылғанын аныктайып, магниттегі көриўгө болады.

81-сүйрет.



83-сүйретте лабораториялық электромагниттиң схемасы берилген. Ол тоқ өтетуғын катушкалар киргизилген темир өзектен турады. Магнит индукциясы сывықлары тиімдегінен өзектің ишинде топланған. Тек енсиз ҳауа саңлақта (куйыслықта) ғана олар киши  $\mu$  ге ийе болған орталық арқалы өтеди. **B** векторы ҳауа саңлағы менен өзектің арасындағы шегараны бөлинген бетке жүргизилген нормаль бойынша кеседи. Буннан (45.1)-аңлатпа бойынша қуйыслық пенен өзектің магнит индукциялары шамасы бойынша теңдей болады. Өзектің көшери арқалы өтетуғын контурға **H** векторының циркуляциясы ҳақындағы теореманы қолланамыз. Майданның кернеўлигин аса дәллік пенен темирдин барлық орынларында бирдей ҳәм  $H_{\text{темир}} = B/\mu_0\mu_{\text{темир}}$  шамасына тең деп есаптай аламыз. Контурдың темир участкасының узынлығы  $l_{\text{темир}}$ , ал саңлақтың қалыңлығы  $l_{\text{хауа}}$  деп болжаймыз. Бундай жағдайда циркуляцияныбы менен өзектің магнит индукцияларының шамасы  $Ni$  ге тең болыуы керек. Бул көбеймdede  $N$  арқалы электромагниттиң катушкасындағы орамлардың ұлыўмалық саны, ал  $i$  арқалы тоқ күши белгиленген. Солай етеп,

$$\frac{B}{\mu_0\mu_{\text{темир}}} l_{\text{темир}} + \frac{B}{\mu_0\mu_{\text{хауа}}} l_{\text{хауа}} = Ni$$

аңлатпасына ийе боламыз ҳәм усы теңдиктен

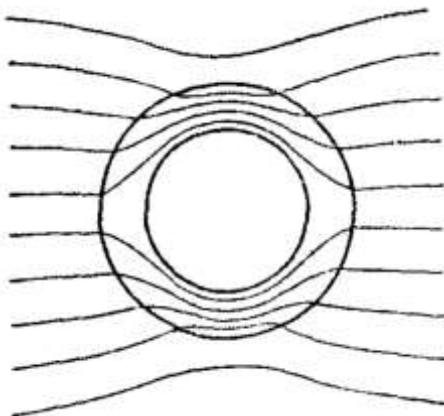
$$B = \mu_0 i \frac{N}{\frac{l_{\text{ха}\ddot{\text{y}}\text{a}}}{\mu_{\text{ха}\ddot{\text{y}}\text{a}}} + \frac{l_{\text{темир}}}{\mu_{\text{темир}}}} \approx \mu_0 i \frac{N}{l_{\text{ха}\ddot{\text{y}}\text{a}} + \frac{l_{\text{темир}}}{\mu_{\text{темир}}}}$$

теңликлерин аламыз ( $\mu_{\text{ха}\ddot{\text{y}}\text{a}}$  ның мәниси бирден тек үтирден кейинги бесинши таңбада өзгеше болады).

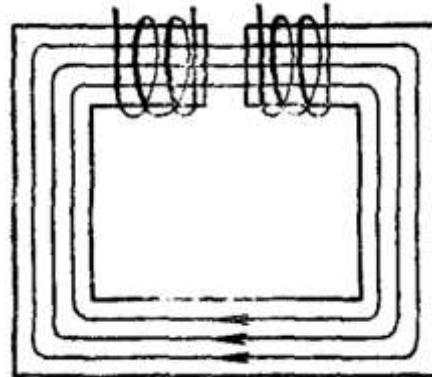
Әдетте  $l_{\text{ха}\ddot{\text{y}}\text{a}} = 10$  см = 0,1 м, ал  $l_{\text{темир}} = 1$  м шамасында болады.  $\mu_{\text{темир}}$  шамасының мәниси бир неше мыңға жетеди (181-беттеги кестеге қараңыз). Соныңтан бөлшектің бөлиминдеги екинши қосылыұшыны есапқа алмаймыз ҳәм мынадай теңликті жазамыз:

$$B = \mu_0 i \frac{N}{l_{\text{ая}}}. \quad (45.6)$$

Демек, злектромагниттиң ҳаұа қуұыслығындағы магнит индукциясының шамасы би бирлик үзынлықта  $N/l_{\text{ха}\ddot{\text{y}}\text{a}}$  шамасына тең орам саны бар өзексиз тороидтың ишиндеги шамадай болады [(42.10)-аңлатпаға қараңыз]. Орамлардың санын арттырып, қуұыслықтың қалыңлығы киширейте отырып үлкен мәниске ийе болған  $B$  майданын алғыўға болады. Ис жүзинде темир өзеги бар злектромагнит арқалы  $B$  ның мәниси ~1 тл (10000Гс) шамасына шекемги магнит майданын алғыўға болады.



82-сүйрет.



83-сүйрет.

## VIII БАП

## МАГНИТ МАЙДАНЫНЫҢ ТОҚ ПЕНЕН ЗАРЯДҚА ТӘСИРИ

## §46. Магнит майданында тоққа тәсир етиұши күш.

Ампер нызамы

Ампер тәрепинен ашылған нызам бойынша магнит майданындағы тоқтың ұзынлығы  $dI$  болған элементине

$$df = ki[dI \mathbf{B}] \quad (46.1)$$

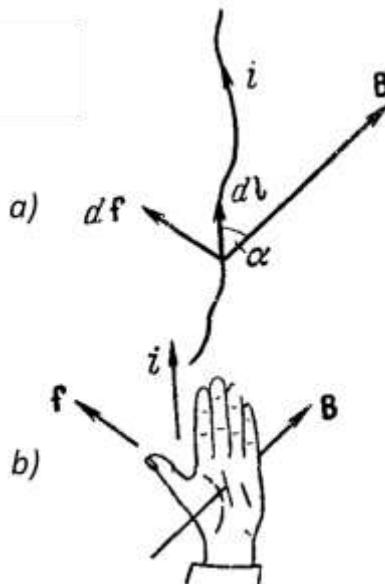
күши тәсир етеди ( $k$  - пропорционаллық коэффициент,  $i$  - тоқ күши,  $\mathbf{B}$  арқалы  $dI$  элементи жайласқан орындағы магнит индукциясы белгиленген).

(46.1)-күштин өзгерісі

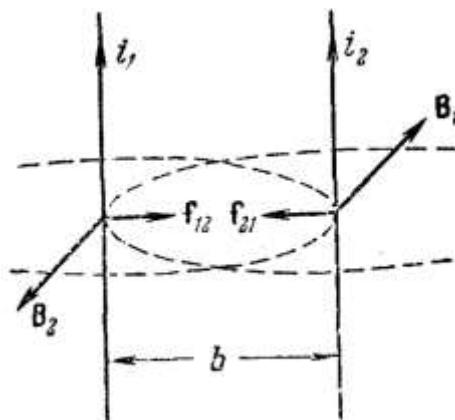
$$df = kiBdl \sin \alpha \quad (46.2)$$

формуласы бойынша есапланылады. Бул формулада  $\alpha$  арқалы  $dI$  ҳам  $\mathbf{B}$  векторларының арасындағы мүйеш белгиленген (84-а сүйрет). Күш  $\mathbf{B}$  ҳам  $dI$  векторлары жатырған бетке перпендикуляр бағытланған.

Тоққа тәсир етип түрған күштин бағытын шеп қол қағыйдасының анықлаған қолайлы. Егер шеп қолды  $\mathbf{B}$  векторы алақанға "киретуғындай" етип, ал төрт бармақты бириктіріп, оларды тоқтың өтиў бағытындағы бағытта усласақ, онда керип усланаң бас бармақ күштин бағытын көрсетеди (84-б сүйрет).



84-а сүйрет.



84-б сүйрет.

Ампер нызамын вакуумдағы өз-ара параллель шексиз ұзын еки туўры тоқтың өз-ара тәсирлесіў күшин есаплау үшін пайдаланайық. Егер тоқлардың арасындағы қашықлықты  $b$  арқалы белгилесек (85-сүйрет), онда  $i_2$  тоғының ҳәр бир элементи индукциясы  $B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2b\pi}$  шамасына тең болған магнит майданында жайласады [(41.1)-формулаға қараңыз].  $\mathbf{B}$  векторы менен  $i_2$  тоқ элементиниң арасындағы мүйеш  $\alpha$  болсын. Демек, (42.2) -аңлатпа бойынша  $i_2$  тоқтың бир бирлик ұзынлығына тәсир ететуғын күштин шамасы мынаған тең болады:

$$f_{21} = ki_2 B_1 = k \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2i_1 i_2}{b}. \quad (46.3)$$

$i_1$ -тоқтың бир бирлик ұзынлығына тәсир ететуғын  $f_{12}$  күши ушын да ұсыған үқсас болған теңлиktи аламыз. Шеп қол қағыйдасы арқалы тоқлардың бағыты бирдей болған жағдайда олардың бир бириң тартатуғынлығын, ал қарама-қарсы болғанда бир бириң ийтеретуғынын аңсат анықлауға болады.

Егер  $k = 1$  деп болжасақ, онда (46.3)-теңлик (38.2)-формулаға сәйкес келеди. Демек, СИ системасында Ампер нызамыбының жазылуды:

$$d\mathbf{f} = i[d\mathbf{l} \mathbf{B}]. \quad (46.4)$$

Ұсыған сәйкес

$$df = iBdl \sin \alpha \quad (46.5)$$

теңлиги орынлы болады.

Гаусс системасында (41.1)-формула былайынша жазылады:

$$d\mathbf{f} = \frac{1}{c} i[d\mathbf{l} \mathbf{B}]. \quad (46.6)$$

Гаусс системасындағы ҳауасыз бос кеңисліктеги магнит индукциясы  $\mathbf{H}$  пенен сәйкес келеди. Ұсыған байланыслы Ампер нызамының былайынша жазамыз:

$$d\mathbf{f} = \frac{1}{c} i[d\mathbf{l} \mathbf{H}]. \quad (46.7)$$

## § 47. Лоренц күши

Тоғы жоқ, өткізгіштен тоғы бар өткізгіштинң айырмасы ондағы заряд тасыўшылардың тәртиплескен қозғалысының бар екенлигинен ибарат. Буннан мынадай жуўмақ өзинен өзи келип шығады: магнит майданында тоғы бар өткізгішке тәсир ететуғын күш қозғалыстағы жеке зарядларға тәсир ететуғын күшлердин есабынан пайда болады, ал өткізгішке түсетеуғын тәсир болса усы зарядлардан бериледи. Бул жуўмақты тәжирийбелерде алынған бир қатар фактлер менен, атап айтқанда, зарядланған бөлекшелердин еркин қозғалысы, мысалы, бөлекшелерден тұратуғын дәстениң магнит майданындағы бурылышы факты бойынша дәлелленди. (46.4)-аңлатпа бойынша магнит майданындағы  $dl$  тоқ элементине

$$d\mathbf{f} = i[d\mathbf{l} \mathbf{B}] \quad (47.1)$$

күши тәсир етеди.

$i d\mathbf{l}$  ди  $S \mathbf{j} dl$  менен алмасырып [(40.6)-формулаға қараңыз], Ампер нызамының былайынша жазыўға болады:

$$d\mathbf{f} = S dl [\mathbf{j} \mathbf{B}] = [\mathbf{j} \mathbf{B}] dV,$$

Бул аңлатпада  $dV$  арқалы  $df$  күши түсірилген өткізгіштин көлеми белгиленді.  $df$  күшин  $dV$  көлемге бөлсек, онда "күштин тығызлығын" аламыз, яғни өткізгіштин бир бирлик көлемине тәсир ететуғын күшти табамыз:

$$\mathbf{f}_{\text{көлем бирл.}} = [\mathbf{j} \mathbf{B}]. \quad (47.2)$$

Бул формулаға  $\mathbf{j}$  дин (40.7)-теңликтеги мәнисин қойып, мынаны табамыз:

$$\mathbf{f}_{\text{көлем бирл.}} = ne'[\mathbf{u} \mathbf{B}].$$

Бул күш бир бирлик көлемдеги тоқты тасыўшыларға түскен күшлердин косындысына тең. Бундай тоқ тасыўшылардың саны  $n$ , демек тек бир тасыўшыға  $\mathbf{f}_{\text{көлем бирл.}}/n = e'[\mathbf{u} \mathbf{B}]$  шамасына тең күш тәсир етеди. Солай етип,  $\mathbf{B}$  магнит майданында  $v$  тезлиги менен қозғалатуғын  $e'$  зарядына мынадай күш тәсир етеди деп айта аламыз:

$$\mathbf{f} = e'[\mathbf{v} \mathbf{B}]. \quad (47.3)$$

(47.3)-аңлатпадағы күшти Лоренц күши ямаса лоренцлик күш деп атайды<sup>36</sup>.

<sup>36</sup> Көп жағдайларда Лоренц күши деп зарядқа тәсир етиўши электрлік ҳәм магнитлік күшлердин косындысына айтады.

Гаусс системасында Гаусс күши ушын жазылған аңлатпа мынадай көринисте болады:

$$\mathbf{f} = \frac{e'}{c} [\mathbf{v} \mathbf{B}] \quad (47.4)$$

Соның менен бирге вакуум ушын  $\mathbf{B}$  векторын  $\mathbf{H}$  векторы менен алмастырыўға болады.

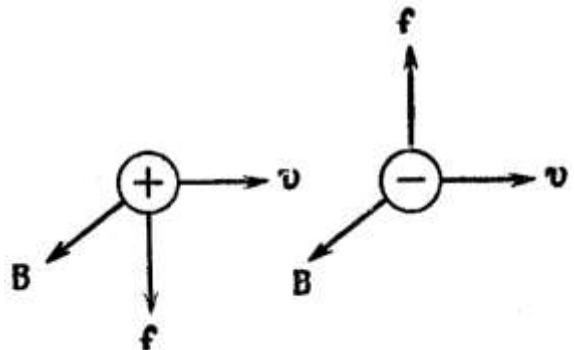
Лоренц күшинин модули ушын аңлатпа былайынша жазылады:

$$f = e' v B \sin \alpha. \quad (47.5)$$

Бул аңлатпада  $\alpha$  арқалы  $\mathbf{v}$  менен  $\mathbf{B}$  векторларының арасындағы мүйеш белгиленген. Демек, магнит майданының сыйығының бойы менен қозғалатуғын заряд күштин тәсирине ушырамайды.

Лоренц күши  $v$  ҳәм  $\mathbf{B}$  векторлары жатқан бетке перпендикуляр бағытланған. Егер  $e'$  заряды оң болса, онда күш  $[\mathbf{v} \mathbf{B}]$  векторы менен бағытлас, ал  $e'$  терис болған жағдайда  $\mathbf{f}$  ҳәм  $[\mathbf{v} \mathbf{B}]$  векторларының бағытлары қарама-қарсы болады (86-сүйрет).

86-сүйрет.



Лоренц күши барлық үақытта зарядланған бөлекшелердин тезлигине перпендикуляр болғанлықтан, ол бөлекшениң үстинен ҳеш қандай жұмыс ислемейди. Демек, турақты магнит майданы менен тәсир еткенде зарядланған бөлекшелердин энергиясы өзгериске ушырамайды.

Лоренц күши ушын (47.1)-формуланы (47.3)-формуладан келтирип шығарғанда биз өткизгиштеги заряд тасыўшылардың тәртиплескен қозғалысының тезлиги  $v$  есаплаған едик. Бирақ, тоқтың болмаған жағдайларда да заряд тасыўшылар хаотик жыллышы қозғалысларына қатнасады. Усы қозғалыстың орташа (тасыўшылар бойынша) тезлиги векторы  $\mathbf{v}_0$  дың мәниси нолге тең:

$$\bar{\mathbf{v}}_0 = \frac{1}{n} \sum \mathbf{v}_0 = 0$$

Сонлықтан өткизгиште тоқ жоқ болған жағдайда өткизгиштин  $\Delta l$  элементиндеги тоқты тасыўшыларға тәсир ететуғын (47.3)-қосынды күш те нолге тең:

$$\Delta \mathbf{f} = \sum e' [\mathbf{v}_0 \mathbf{B}] = e' \left[ \left( \sum \mathbf{v}_0 \right) \mathbf{B} \right] = 0 \quad (47.6)$$

Өткизгиште тоқ пайда болғанда тасыўшылардың тезлиги  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{u}$  шамасына тең болады. Бул жағдайда

$$\Delta \mathbf{f} = \sum e' [(\mathbf{v}_0 + \mathbf{u}) \mathbf{B}] = \sum e' [\mathbf{v}_0 \mathbf{B}] + \sum e' [\mathbf{u} \mathbf{B}]$$

тенлигине ийе боламыз. Усы теңліктеги биринши қосылышы (47.6)-аңлатпаға сәйкес нолге тең. Екинши қосылышы тийкарынан (47.2)-теңлік менен сәйкес келеди. Солай етип,

---


$$\mathbf{f} = e' \mathbf{E} + e' [\mathbf{v} \mathbf{B}].$$

тоқларға тәсир ететуғын ампер құши заряд тасыўшылардың тәртиплескен қозғалысының себебинен пайда болатуғын Лоренц қүшлеринен турады.

Магнит майданындағы тоққа тәсир етететуғын (47.1)-теңдиктеги құштың шамасы өткізгіштиң тынышлықта болыўынан да, оның қозғалыста болыўынан да ғәрэзсиз. Бул жуўмақтың дұрыс екенлигине Лоренц қүшине арналған (47.3)-теңдикти пайдаланып көз жеткериўге болады. Бойының тоқ өтип түрған өткізгіштиң тезлиги  $v$ , ал заряд тасыўшы болып табылатуғын электронның өткізгіш сымға салыстырғандағы тезлиги  $u$  болсын. Бундай жағдайда электрон майданға салыстырғанда  $v + u$  тезлиги пенен қозғалады ҳәм оған

$$\mathbf{f}_- = -e[(\mathbf{v} + \mathbf{u})\mathbf{B}] = -e[\mathbf{v}\mathbf{B}] - e[\mathbf{u}\mathbf{B}]$$

құши, ал сымның участкасына

$$d\mathbf{f}_- = -e[\mathbf{v}\mathbf{B}]dN - e[\bar{\mathbf{u}}\mathbf{B}]dN$$

құши тәсир етеди. Бул аңлатпада  $dN$  арқалы  $dl$  элементиндеги электронлардың саны, ал  $\bar{\mathbf{u}}$  арқалы олардың өткізгішке салыстырғандағы қозғалысының орташа тезлиги белгиленген.

Өткізгіш тийкарынан электрлик жақтан нейтрал. ол қозғалмайтуғын ионлардан ҳәм еркин қозғалатуғын электронлардан турады (I томдағы 139-параграфтың металл кристаллар деп аталатуғын бабын қараңыз)<sup>37</sup>. Оң ионлар тоқ өтетуғын сым менен бирге  $v$  тезлиги менен қозғалады. Соныңтан, олардың ҳәр қайсысына

$$\mathbf{f}_+ = e[\mathbf{v}\mathbf{B}]$$

құши тәсир етеди. Тоқтың  $dl$  элементиндеги ионлардың саны, ондағы электронлардың санындаі. Демек,  $dl$  элементиндеги ионға мынадай құш тәсир етеди:

$$d\mathbf{f}_+ = e[\mathbf{v}\mathbf{B}]dN.$$

Узынлығы  $dl$  болған сымның элементи  $d\mathbf{f}_-$  ҳәм  $d\mathbf{f}_+$  қүшлеринин косындысына тең болған құштың тәсиринде болады. Бул қосынды құштың

$$d\mathbf{f} = d\mathbf{f}_- + d\mathbf{f}_+ = -e[\bar{\mathbf{u}}\mathbf{B}]dN$$

шамасына тең екенлигин аңсат көриўге болады.

Бул теңдик (47.1)-формулаға эквивалент. Оған өткізгіштиң  $v$  тезлиги кирмейди. Солай өтип Ампер нызамы тынышлықта түрған өткізгіш ушын да, қозғалыстағы өткізгіш ушын де бирдей болып жазылады екен.

## § 48. Магнит майданындағы тоғы бар контур

Бойында тоғы бар туўры мүйешли тегис контур бир текли магнит майданында орналастырылған деп болжайық. Егер контур  $\mathbf{B}$  векторы менен параллель болатуғындағы бағытқа ийе болса, онда узынлығы  $b$  болған тәреплери құштың тәсирине ушырамайды. Себеби олар ушын (46.5)-формуладағы  $\sin \alpha = 0$  (87-сүйрет). Шеп тәрептеги участкаға Ампер нызамына сәйкес сыйылманың арғы тәрепине қарай бағдарланған  $f = iBa$  құши, ал контурдың оң тәрепиндеги участкаға шамасы сондай, бирақ бағыты қарама-қарсы болған  $f'$  құши тәсир етеди. Бул қүшлер моменти

$$M = fb = iBab$$

шамасына тең болған қос қүшлерди пайда етеди.

$ab$  контурдың майданының  $S$  ке тең екенлигин, ал  $iS$  шамасының  $p_m$  магнит моментин беретуғынлығын еске алып

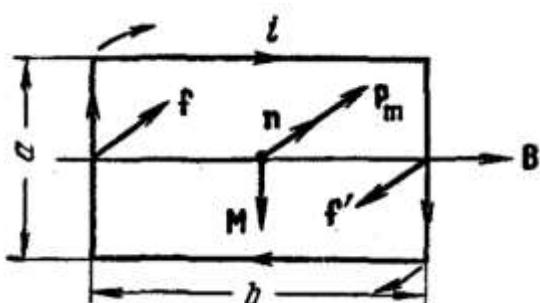
$$M = p_mB \quad (48.1)$$

теңдигин жазыўға болады. Шын мәнисинде бул формула (39.3)-формула менен бирдей.

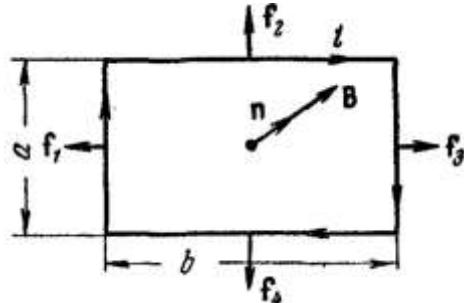
---

<sup>37</sup> Ҳақыйқатында ионлар тынышлықта турмайды, ал кристаллық пәнжерениң түйинлеринин әтирапында тербеледи. Бирақ бул қозғалыс әхмийетке ийе емес, себеби кристаллық пәнжереге салыстырғандағы ионлардың орташа тезлиги нолге тең.

**M** моменти контурды оның магнит моменти  $p_m$  менен магнит индукциясы **B** ның бағытлары бирдей болатуғындағы етип бұрышта тырысады. Контурдың усындағы бағыты 88-сүйретте көрсетилген. Бул жағдайда  $f_1 = f_3 = iBa$ ,  $f_2 = f_4 = iBb$  тәнликleri орынлы болады. Барлық күшлердин бағытлары контур тегислигінде жатады. Бул жағдайда айландырыштың моменттің пайдасы болмайды. Барлық күшлердин бағытлары контур тегислигінде жатады. Бул жағдайда айландырыштың моменттің пайдасы болмайды. Егер контурды  $180^\circ$  мүйешке бұрсақ (яmasa майданды қарама-қарсы бағытқа өзгертсек), онда барлық күшлердин бағытлары қарама-қарсы тәрепке қарай өзгереди ҳәм олардың контрды созбайтуғынлығын, ал керисинше қайта қысатуғынлығын бақлауға болады.



87-сүйрет.



88-сүйрет.

(48.1)-формуланың ықтыярлы формадаға иие болған қалеген тегис контур ушын да орынлы екенлигин көрсетейік. Оның ушын контурдың майданын **B** векторының бағытындағы ени  $dl$  болған жиңишке параллель жолақтарға бөлемиз (89-а сүйрет). Контурдың  $dl_1$  элементине сызылма тегислигинен армен қарай бағытланған  $df_1 = iBdl_1 \sin \alpha_1$  күши, ал  $dl_2$  элементине қарама-қарсы бағыттағы  $dl_2 = iBdl_2 \sin \alpha_2$  күши тәсір етеди. 89-б сүйретте көринип турғанындағы,  $dl_1 \sin \alpha_1 = dl_2 \sin \alpha_2 = dh$ , яғни жолақтың ени  $dh$  қа тең. Демек,  $df_1$  менен  $df_2$  күшлеринң шамалары бирдей ҳәм олар моменти  $dM = iBdh \cdot b$

шамасына тең қос күшти пайдасы етеди. Бул тәнликте  $b$  арқалы жолақтың ұзынлығы белгиленген.  $bh$  көбеймеси жолақтың майданы  $dS$  ти береди. Солай етип,

$$dM = iBdS.$$

Контурдың қарама-қарсы элементлерине түсирилген күшлерди қос-қостан ала отырып ҳәм олар пайдасы еткен моменттерді суммалап, контурға тәсір ететуғын қосынды моментti аладыз:

$$M = \int dM = iB \int dS = iSB = p_m B. \quad (16.24)$$

Солай етип, биз кайтадан (48.1)-формулаға қайтып келдик.

Контурдың бағыты ықтыярлы түрде бағдарлаған болса (90-сүйрет), онда **B** магнит индукциясын еки қураўшыға: контурдың тегислигіне  $B_{\perp}$  перпендикуляр ҳәм контурдың тегислигіне параллель болған  $B_{\parallel}$  қураўшыларыни жиклеүге болады ҳәм ҳәр бир қураўшының тәсірин өз алдына қарайық.  $B_{\perp}$  қураўшысы контурды созатуғын яmasa қысатуғын күшти пайдасы етеди. Шамасы  $B \sin \alpha$  ( $p_m$  менен **B** векторларының арасындағы мүйеш  $\alpha$  арқалы белгиленген) болған  $B_{\parallel}$  қураўшысы мәниси (48.1)-формула бойынша есапланатуғын айландырышты моментаң пайдасы етеди:

$$M = p_m B_{\parallel} = p_m B \sin \alpha. \quad (48.2)$$

**M**,  $p_m$  ҳәм **B** векторларының өзара бағдарларын есапқа ала отырып, (48.2)-формуланы былайынша жазыуға болады:

$$\mathbf{M} = [p_m \mathbf{B}]. \quad (48.3)$$

Гаусс системасында вакуум ушын бул теңлик былайынша жазылады:

$$\mathbf{M} = [\mathbf{p}_m \mathbf{H}] \quad (48.4)$$

$\mathbf{p}_m$  ҳәм  $\mathbf{B}$  векторларының арасындағы  $\alpha$  мүйешин  $d\alpha$  шамасына үлкейту ушын майдандағы контурға тәсир етиші күшке қарсы жұмыс ислеү керек:

$$dA = M d\alpha = p_m B \sin \alpha d\alpha. \quad (48.5)$$

Дәслепки аўхалына бурыла отырып, контур өзин бурыўға жұмсалған жұмысты ол қандай да бир денениң үстинен жұмыс ислеў арқалы қайтара алады. Демек, (48.5)-жұмыс магнит майданындағы тоғы бар контурдың  $W$  энергиясын арттырыўға кетеди:

$$dW = p_m B \sin \alpha d\alpha.$$

Бул аңлатпаны интеграллап мынаны табамыз:

$$W = -p_m B \cos \alpha + const$$

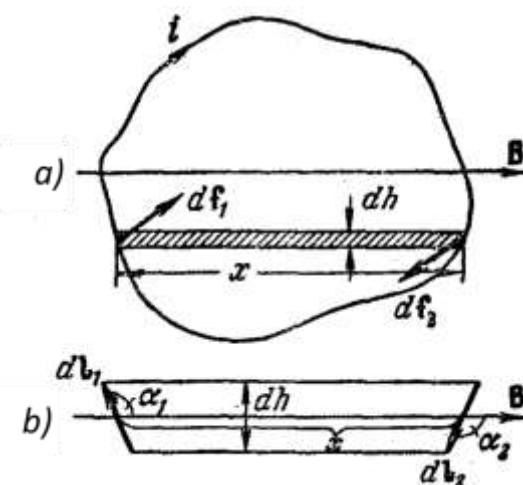
Егер  $const = 0$  деп уйғарсақ, формула мына түрге енеди:

$$W = -p_m B \cos \alpha = -p_m B. \quad (48.6)$$

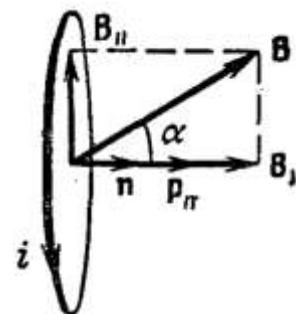
Вакуум ушын Гаусс системасында былай жазыўға болады:

$$W = -p_m H. \quad (48.7)$$

(48.6)-теңликтин диполге ийе болған денениң электр майданындағы энергиясына арналған (14.4)-теңлигине үқсас екенлигин атап өтемиз.



89-сүйрет.



90-сүйрет.

Енди бир текли емес магнит майданындағы тоғы бар тегис контурды қарайық. Дәслеп әпиүйайлық ушын контурды дөңгелек деп есаптайық. Майдан, әсиресе, контурдың орайында  $\mathbf{B}$  ның бағытына сәйкес келетүүн  $x$  тың бағытында тезирек өзгереди ҳәм контурдың магнит моменти майдан менен параллель деп болжайық (91-а сүйрет).

Контурдың элементине тәсир ететүүн  $d\mathbf{f}$  күши  $\mathbf{B}$  векторына перпендикуляр, яғни  $d\mathbf{l}$  элементи менен орында  $\mathbf{B}$  векторына перпендикуляр. Соныңтан контурдың ҳәр элементине түсетүүн күш симметриялы конуслық желпиүиши еске түсиреди (91-б сүйрет). Олардың қосындысы болған  $\mathbf{f}$  күши  $\mathbf{B}$  ның өсиў тәрепине қарай бағытланған. Демек, бул күш контурды майданындағы күшли тәрепине қарай тартады. Буннан майдан қанша күшлирек өзгерсе (майданың градиенти болған  $\partial B / \partial x$  шамасы қаншама үлкен болса), "желпиүишиң" ашылыш мүйеши де соншама киши болады ҳәм қосынды күш бирдей болған жағдайлардың барлығында соншама көп болады. Егер контурдағы тоқтың

бағытын қарама-қарсы бағытқа өзгертсек (бул жағдайда  $\mathbf{p}_m$  векторының бағыты  $\mathbf{B}$  векторының бағытына қарама-қарсы болады), онда барлық  $d\mathbf{f}$  күшлеринің бағыты ҳәм олардың қосындысы болған  $\mathbf{f}$  күши де бағытларын қарама-қарсы тәрепке қарай өзгертеди (91-сүйрет). Демек,  $\mathbf{p}_m$  ҳәм  $\mathbf{B}$  векторларының усынданай өз-ара бағдарланған жағдайында контур майданнан қысып шығарылады.

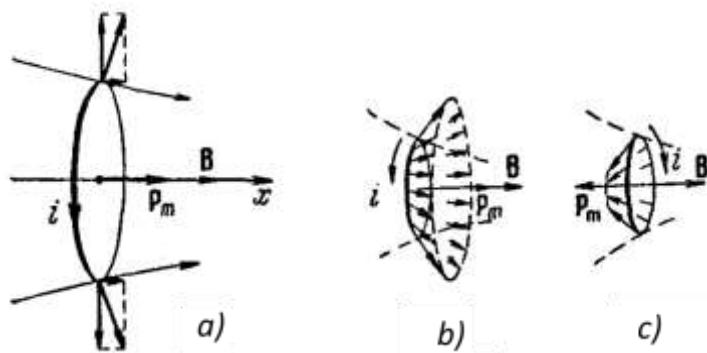
Магнит майданындағы контурдың энергиясының (48.6)-теңлигин пайдаланып,  $\mathbf{f}$  ушын салынған қатнастың шығарып алыу аңсат. Егер магнит моментиниң бағдары магнит майданына салыстырғанда өзгермей қалса ( $\alpha = \text{const}$ ), онда  $W$  тек  $x$  тан ғана ғәрэзли болады.  $W$  ны  $x$  бойынша дифференциаллап ҳәм алынған шаманың белгисин өзгертип, күштин  $x$  көшерине түсирилген проекциясын аламыз:

$$f_x = -\frac{\partial W}{\partial x} = p_m \frac{\partial B}{\partial x} \cos \alpha.$$

Бизиң болжайымыз бойынша, майдан басқа бағытларда аз өзгереди. Сонықтан күшлердин басқа көшерлерге түсирилген проекцияларын есапқа алмауға ҳәм  $f = f_m$  теңлиги орынланады деп есаплауға болады. Солай етип

$$f = p_m \frac{\partial B}{\partial x} \cos \alpha \quad (48.8)$$

теңлиги орынланады деген сөз.



91-сүйрет.

Бизиң алған формуламызға сәйкес бир текли болмаған магнит майданындағы тоғы бар контурға тәсир ететуғын күштиң шамасы майданың бағытына салыстырғандағы контурдың магнит моментиниң бағытына байланыслы болады. Егер  $\mathbf{p}_m$  менен  $\mathbf{B}$  векторлары бағытлас болса ( $\alpha = 0$ ), онда күш оң, яғни  $\mathbf{B}$  ның өсіү тәрепине қарай бағытланған болады. ( $\partial B / \partial x$  шамасы оң деп болжанады, бундай болмаған жағдайда күштиң бағыты менен белгиси өзгереди, бирақ бұрынғысынша, күш контурды майданың күшли тәрепине қарай тартады). Егер  $\mathbf{p}_m$  менен  $\mathbf{B}$  векторлары бир бирине антипараллель болса ( $\alpha = \pi$ ), онда күш терис, яғни  $\mathbf{B}$  векторлары кемейтетуғын тәрепке қарай бағытланған болады. Бул нәтийжени биз сапалы түрде 91-сүйреттің жәрдемінде алдық.

Бир текли емес магнит майданындағы тоғы бар контурға, (48.8)-күштен басқа (48.3)-айландырыўшы моменттиң де тәсир ететуғынлығы түснікли.

#### § 49. Магнит майданындағы тоқтың орын айыстырғанда исленген жумыс

Сыртқы магнит майданында тоғы бар өткізгиш еркин қозғалатуғын болсын. Буны өткізгіштің ушлары менен түйік шынжырдың қалған участкаларының арасында жылжыйтуғын контактлерди пайдаланыў арқалы жүзеге асырамыз (92-сүйрет). Сыртқы майданды бир текли ҳәм контурдың тегислигиге перпендикуляр деп болжаймыз. Тоқ

пенен майданың сүйретте көрсетилген бағытында күш оңға қарай бағытланған болады ҳәм оның шамасы

$$f = iBl$$

теңлигинин жәрдемінде анықланады. Бул теңлікте  $l$  арқалы тоқтың орын айыстратуғын участкасының ұзынлығы белгіленген.  $ds$  жолында бул күш өткізгіштің үстинен мынадай жумыс ислейди:

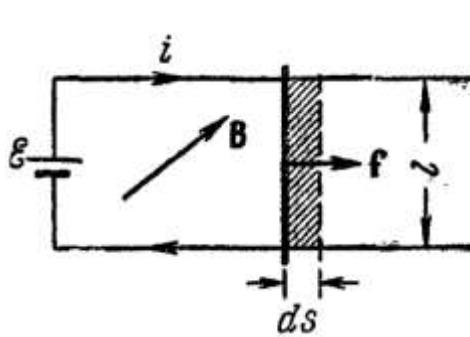
$$dA = f ds = iBlds.$$

$i$   $ds$  көбеймеси 92-сүйреттеги штрихланған майданға тең, ал  $Blds$  болса, усы майдан арқалы өтетуғын  $d\Phi$  магнит индукциясының ағысы. Соңықтан

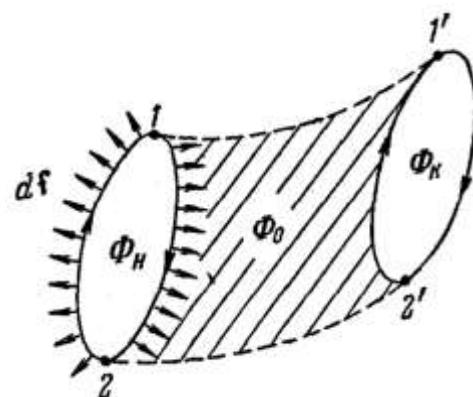
$$dA = id\Phi \quad (49.1)$$

аңлатпасын жазыўға болады. Бул аңлатпада  $d\Phi$  арқалы өткізгіш қозғалғанда кесип өтетуғын магнит индукциясының ағысы белгіленген.

Бул алынған жүймақты бир текли емес майдан ушын да улыўмалаластырыўға болады. Оның ушын өткізгішti  $dl$  участкаларына бөліп, ҳәр бир участкада исленген элементар жумысларды қосамыз (ҳәр бир  $dl$   $ds$  кишкене майданың шеклеріндеги магнит индукциясын турақты деп есаплаўға болады).



92-сүйрет.



93-сүйрет.

Егер  $\mathbf{B}$  векторы контурға түсирилген нормаль менен нолден өзгеше болған  $\alpha$  мүйешин жасаса, күштің бағыты менен орын айыстырыўдың бағыты арасындағы мүйеш те  $\alpha$  ге тең болады ( $\mathbf{f}$  күши  $\mathbf{B}$  векторына перпендикулярлар) ҳәм

$$dA = f \cos \alpha ds = iB_n l ds$$

теңлиги орынлы болады. Бул аңлатпада  $B_n = B \cos \alpha$  арқалы  $\mathbf{B}$  векторының  $lds$  бетине түсирилген нормалдың бағытына түсирилген проекциясы белгіленген.  $B_n l ds$  көбеймеси өткізгіш тәрепинен кесип өтилетуғын  $d\Phi$  ағысқа тең. Солай етип, бул жағдайда да биз (49.1)-формулаға қайтып келемиз.

(49.1) жумыстың магнит майданының есабынан исленбейтуғынлығын, ал тоқтың ағыуын тәмийинлеп түрған деректин есабынан исленетуғынлығын аңғарамыз (47-параграфта атап өтилгениндей, Лоренц күши зарядтың үстинен жумыс ислемейди)<sup>38</sup>.

<sup>38</sup> 56-параграфта контур арқалы өтетуғын магнит индукциясының ағысы өзгергенде конурда э.к. күш  $\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$  дин. пайды болатуғынлығы көрсетиледи. Демек, бул жағдайда тоқ дереги Джоуль-Лоренц жыллалығын бөліп шығарыўға жумсалған жумыстан басқа индукция э.к. күшин жеңиүе қарай бағдарланған қосымша жумыс ислейди. Оның мәниси мына теңліктиң жәрдемінде анықланады.

$$dA = -\mathcal{E}_i dt = \frac{d\Phi}{dt} dt = id\Phi.$$

Бул теңлік (49.1)-теңлигине сәйкес келеди.

Магнит майданында тоғы бар түйік контурды жылыштырғанда истеленетуғын жумысты табайық. Дәслеп контур орын алмастыра отырып, барлық үақытта да бир тегисликтиң бетинде қалады деп болжаймыз (93-сүрет; **B** векторы сыйылма тегислигинен ары қарай бағытланған). Контурдың 1-2 участкасына түскен күшлер орын алмастырыудың бағыты менен сүйир мүйеш пайда етеди. Демек, олардың орынлаған  $A_1$  жумысы оң мәниске ийе болады. (49.1)-аңлатпаға сәйкес, сол жумыстың шамасы контурдағы  $i$  ток күшине ұм 1-2 участка менен кесилесетуғын магнит индукциясының ағысына пропорционал. 1-2 участка өзинин қозғалысының барысында штрихланған бет арқалы өткен  $\Phi_0$  ағысын ұм ең соңғы орындағы контур арқалы өтетуғын  $\Phi_k$  ағысы менен кесилиседи. Солай етип,

$$A_1 = i(\Phi_0 + \Phi_k)$$

теңлигине ийе боламыз.

Контурдың 2-1 участкасында тәсир өтетуғын күш қозғалыс бағыты менен доғал мүйеш жасайды. Сонықтан олардың орынлаған жумысы  $A_2$  терис белгиге ийе болады. Оның абсолют шамасы 2-1 участкасын кесип өтетуғын ағысқа пропорционал ұм дәслепки ҳалда контур арқалы өтетуғын  $\Phi_0$  ұм  $\Phi_h$  ағыслардың қосындысына тең. Демек,

$$A_2 = -i(\Phi_0 + \Phi_h).$$

Барлық контурдың үстинен исленген жумыс мынаған тең:

$$A = A_1 + A_2 = i(\Phi_0 + \Phi_k) - i(\Phi_0 + \Phi_h) = i(\Phi_k - \Phi_h).$$

Орын алмастырыудың ақырындағы контур арқалы өткен  $\Phi_k$  ұм орын алмастырыудың басындағы  $\Phi_h$  магнит ағысларының айырмасы контур арқалы ағыстың  $\Delta\Phi$  өсимин береди. Солай етип,

$$A = i\Delta\Phi. \quad 49.2$$

Гаусс системасында жумыс ушын арналған бул теңлікти мына түрде жазылады:

$$A = \frac{1}{c} i\Delta\Phi. \quad 49.3$$

Биз (49.2) теңлікти келтирип шығарғанда контурдың қозғалысының өзгешелиги ҳақында белгили бир болжауды қабыл еттік. Бул теңліктиң ықтыварлы түрде алынған магнит майданда контурдың қәлеген қозғалысында дұрыс болатуғынлығын көрсетійге болады. Атап айтқанда, бир текли майданда  $p_m$  менен **B** векторларының бағытлары қарама-қарсы болған жағдайдан, сол векторлар бағытлас болатуғын жағдайға контурды бурыұ үшын майдан күшлери контурдың үстинен мынадай жумысты орынлайды:

$$A = 2iSB.$$

( $\Phi_h = -BS$ , **B** векторы менен оң нормаль бир бирине қарама-қарсы бағытта, соның салдарынан  $\Phi_h$  шамасының мәниси терис;  $\Phi_k = BS$ ).  $S = p_m$  контурдың магнит моменти екенлигин еске алып, мынаны аламыз:

$$A = 2p_mB.$$

Тап үсындай болған нәтийже магнит майданындағы контурдың энергиясы ушын жазылған (48.6)-теңліктиң жәрдемінде де алынады:

$$A = W_h - W_k = p_mB - (-p_mB) = 2p_mB.$$

## IX БАП

## МАГНЕТИКЛЕР

## § 50 Магнетиклердин классификациясы

Магнетиклердин классификациясын баянлау ушын ең дәслеп ҳәр қыйлы затлардың магнетик қәсийеттери арқалы тәрийиплеүге болатуғын шамаларды қарайық. 44-параграфта усы маңсет пенен заттың бир бирлик көлеминдеги магнитлениң шамасын анықтайтуғын магнитлик қабыллағыш  $\chi$  деген шама киргизилген еди [(44.12)-формулаға қараңыз].

Гейпара жағдайларда көлем бирлигинде  $\chi$  қабыллағышлықтың орнына бир киломоль затқа сәйкес келетуғын киломоллик қабыллағышлық (әпиүйәй химиялық заттар ушын килоатомлық)  $\chi_{\text{км}}$  ( $\chi_{\text{кат}}$ ) ямаса бир бирлик массаға сәйкес келетуғын меншикли қабыллағышлық  $\chi_{\text{сал}}$  шамалары алынады. Усы қабыллағышлықтардың мәнислеринин арасында мынадай қатнаслар бар:  $\chi_{\text{км}} = \chi V_{\text{км}}$ , бул теңликте  $V_{\text{км}}$  арқалы заттың киломоллик көлеми ( $\text{м}^3/\text{кмоль}$ ) белгиленген.  $\chi_{\text{сал}} = \frac{1}{\delta}$ , бул теңликте  $\delta$  арқалы заттың тығызылғы (кг/ $\text{м}^3$  лардағы) белгиленген. Бундай жағдайда  $\chi$  өлшем бирлигine иие емес шама болып табылады,  $\chi_{\text{км}}$  (ямаса  $\chi_{\text{кат}}$ ) шамасының өлшем бирлиги  $\text{м}^3/\text{кмоль}$  (ямаса  $\text{м}^3/\text{кат}$ , ал  $\chi_{\text{мен}}$  шамасы  $\text{м}^3/\text{кг}$  ларда өлшенеди).

Заттың бир молине (грамм-молекулаға) сәйкес келетуғын қабыллағышлықты моллик (жай химиялық заттар ушын атомлық) қабыллағышлық деп атайды.  $\chi_m = \chi V_m$  теңлигинин орынланатуғының анық, бул теңликте  $V_m$  арқалы заттың моллик көлеми ( $\text{см}^3/\text{моль}$ ) белгиленген.  $\chi_{\text{км}}$  (СИ системасында) шамасы менен  $\chi_m$  (Гаусс системасында) шамаларының арасында мынадай қатнас бар:

$$\chi_{\text{км}} = 4\pi \cdot 10^{-3} \chi_m. \quad (50.1)$$

Барлық магнетиктер магнит қабыллағышлықтарының белгилери менен шамаларына қарай үш топарға бөлинеди:

- 1) диамагнетиклер, оларда  $\chi$  ның мәниси терис, абсолют мәниси бойынша жұдә кишкане ( $\chi_{\text{км}} \sim 10^{-8} \div 10^{-7} \text{ м}^3/\text{кмоль}$ ).
- 2) парамагнетиклер, оларда  $\chi$  ның мәниси жұдә үлкен емес, ал белгиси он ( $\chi_{\text{км}} \sim 10^{-7} \div 10^{-6} \text{ м}^3/\text{кмоль}$ ).
- 3) ферромагнетиклер, оларда  $\chi$  ның мәниси он ҳәм жұдә үлкен ( $\chi_{\text{км}} \sim 10^3 \text{ м}^3/\text{кмоль}$ ). Соның менен бирге диа- ҳәм парамагнетиклерде  $\chi$  тұрақты шама болып табылады, ал ферромагнетиклерде болса магнитлик қабыллағышлық магнит майданының кернеўлигинин функциясы болып табылады.

Солай етип, магнитлениң векторы  $\mathbf{J}$  пара- ҳәм ферромагнетиклерде  $\mathbf{H}$  пенен бағытлас, ал диамагнетиклерде болса, олар қарама-қарсы бағытта болыуы мүмкін. Диэлектриктердеги поляризация векторының барлық үақытта  $\mathbf{E}$  векторы менен бағытлас екенлигин еске түсіріп өтемиз.

**§ 51. Магнитомеханикалық құбылыслар.  
Атомлар менен молекулалардың магнит моментлері**

Молекулалық тоқлар ҳаққындағы Ампердин ғипотезасының магнетиклердеги көплеген құбылысларды түсіндиретуғынлығын биз VII бапта көрдин. Резерфорд барлық затлардың атомларының оң зарядланған ядродан ҳәм оның дөгерегинде қозғалатуғын терис зарядланған электроннан туратуғынлығын тәжирийбеде анықлағаннан кейин молекулалық тоқлардың тәбияты түсінікli бола баслады.

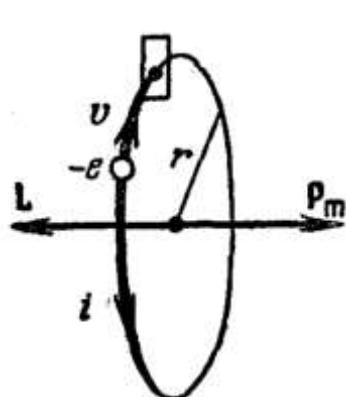
1913-жылды Нильс Бор раýажландырған теория бойынша атомлардағы электронлардың дөңгелек орбита бойынша қозғалатуғынлығы дәлелленди. Электронның қозғалысы жолындағы қәлеген беттен бир бирлик үақытта  $e\nu$  мұғдарындағы электр заряды етеди, Бул аңлатпада  $e$  электронның заряды,  $\nu$  - бир бирлик секундтағы айланыўлар саны (94-сүйрет). Демек, орбита бойынша қозғалышы электрон күши  $i = e\nu$  шамасына тең болатуғын дөңгелек тоқты пайда етеди. Электронның заряды терис болғанлықтан, электронның қозғалыс бағыты менен тоқтың бағыты қарама-қарсы. Электрон тәрепинен пайда етилген тоқтың магнит моменти мынаған тең:

$$p_m = iS = e\nu\pi r^2.$$

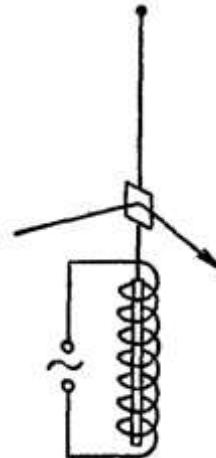
Бул теңликтегі  $r$  арқалы орбитаның радиусы белгиленген.  $2\pi r\nu$  көбеймеси электронның қозғалысының  $\nu$  тезлигин береди. Сонықтан жоқарыда көлтирилген аңлатпаны былайынша жазыўға болады:

$$p_m = \frac{e\nu r}{2}. \quad (51.1)$$

(51.1)-теңлик электронның орбита бойынша қозғалысының салдарынан пайда болған момент болғанлықтан, оны электронның орбиталық магнит моменти деп атайды.  $p_m$  векторының бағыты тоқтың бағыты менен оң бүрғы, ал электронның қозғалыс бағыты менен сол бүрғы системасын пайда етеди (94-сүйрет).



94-сүйрет.



95-сүйрет.

Орбита бойынша қозғалатуғын электрон мынадай импульс моментине ийе болады:

$$L = m\nu r \quad (51.2)$$

( $m$ -электрон массасы).  $L$  векторын электронның орбиталық механикалық моменти деп атайды. Ол электронның қозғалыс бағыты менен оң винт системасын пайда етеди. Демек,  $p_m$  ҳәм  $L$  векторларының бағытлары қарама-қарсы болады.

Элементар бөлекшениң магнит моментиниң оның механикалық моментине қатнасы гиромагнитлик қатнас деп аталады. Электрон ушын ол

$$\frac{p_m}{L} = -\frac{e}{2m} \quad (51.3)$$

туринде жазылады ("—" белгиси моментлер бағытының қарама-қарсы екенлигин аңғартады).

Гаусс системасында гиромагнитлик қатнас мынаған тең:

$$\frac{p_m}{L} = -\frac{e}{2mc}.$$

Электрон зырылдауық сыйқылыштың ядроның дөгерегинде айланып қозғалады екен. Бул жағдай гиромагнитлик ҳәм магнитлик-механикалық деп аталағанда құбылыслардың тийкарында жатады. Олардың мәниси мынадан ибарат: магнетикти магнитлеу оның айланыуына, керисинше, магнетикти айландырыу оның магнитленийине алып келеди. Бириңи құбылыстың бар екенлигин экспериментте бириңи рет Эйнштейн менен де Хаас, ал екиншисин Барнетт дәлелледи.

Эйнштейн менен де Хаастың тәжирийбелериниң тийкарында мынадай идея жатыр. Егер магнетик стерженди магнитлесек, онда электронның орбиталық магнит моменттери майданың бағыты бойынша, ал механикалық моменти майданға қарама-қарсы жайласады. Нәтийжеде электронның қосынды магнит моменти  $\sum L_i$  нолден өзгеше болады (ал дәлел, сыртқы магнит майданы болмаған жағдайларда моментлердин жайласыўлары хаослы болғанлықтан салдарынан қосынды момент нолге тең болады). Стержен + электрон системаларының импульс моментиниң өзгерисиз қалыуы керек. Соныңтан стержень  $-\sum L_i$  шамасына тең импульс моментин алып, айланысқа келеди. Магнитлений бағытының өзгериси стерженниң айланыу бағытының өзгерисине алып келеди.

Бул тәжирийбениң механикалық моделин айланып турған орынлыққа адамды отырғызып, оның қолына велосипедтин айланып турған дөңгелегин устасы ўарқалы әмелге асырыуға болады. Адам велосипедтин дөңгелегиниң айланыу қөшерин вертикаль бағытқа алып келгенде оның өзи сол дөңгелектиң айланыу бағытына қарама-қарсы тәрепке қарай айлана баслайды. Дөңгелектиң тәменге қарай айландырғанда адам қарама-қарсы тәрепке қарай айланады.

Эйнштейн менен де Хаастың тәжирийбеси былайынша әмелге асырылды (95-сүйрет). Серпимли жипке жицишке темир стержень илип қойылады ҳәм ол соленоидтың ишинде орналастырылады. Турақты магнит майданы менен стерженди магнитлеген ўақытта жиптиң буралыуы жүдә киши болған. Эффектти күшетиү үшін резонанс үсыны қолланылды - соленоидты жиийилиги системаның механикалық тербелисиниң меншикли жиийилиги менен тең етип таңдал алынған өзгермели тоқ пайдаланылды. Үсындай жағдайда тербелестиң амплитудасы жипке бекитилген айнадан шағылышқан жақтының дәстесиниң бурылышын бақлау арқалы өлшегендей шамаға иие болған. Тәжирийбеде алынған мағлыўматлардан гиромагнитлик қатнас үшін  $-\frac{e}{m}$  (гаусс системасында  $-\frac{e}{mc}$ ) шамасы алынған. Солай етип, молекулалық тоқларды пайда ететуғын заряд тасыўшылардың белгиси электронның зарядының белгиси менен сәйкес келеди екен. Бирақ, алынған нәтийже күтилген (51.3)-гиромагнитлик қатнастың мәнисинен еки есе артық болып шықты.

Барнетт тәжирийбесин түсіндіриү үшін мынадай жағдайды еске түсірейік: гирокопты қандай да бир бағытта айланысқа келтириү үшін гирокоптың меншикли айланыу ҳәм мәжбүрлеүши айланыу қөшерлериниң бағыттарын бирдей етип орналастырамыз (I томның 44-параграфын қараңыз). Егер карданлы илгишке бекитилген гирокопты орайдан қашыуышы машинаның дисқисине орнатып, оны айланысқа келтирсек,

онда гироскоптың айланың көшериниң бағыты вертикалдың бағыты менен сәйкес, соның менен бирге гироскоптың айланың бағыты дискиниң айланың бағыты менен дәл келеди. Орайдан қашыұшы машинаның айланың бағытын өзгерткенде гироскоптың көшери  $180^0$  қа бурылады, яғни айланыстың екеүиниң де бағытлары қайтадан бирдей болатуғында болып бурылады.

Барнетт темир стерженди өзиниң көшериниң дөгерегинде жұдә тез айландырды ҳәм соның нәтийжесинде пайда болатуғын магнитлениүди өлшеди. Усы тәжирийбениң нәтийжеде Барнетт (51.3)-мәнисинен еки есе үлкен болған гиromагнитлик қатнастың шамасын тапты.

Буннан кейин электронның (51.1)- ҳәм (51.2)-орбиталлық моментлеринен басқа меншикли механикалық  $L_s$  ҳәм магнитлик  $p_{ms}$  моментлериниң болатуғынлығын анықлады. Олар ушын гиromагнитлик қатнасы мынадай болып шықты:

$$\frac{p_{ms}}{L_s} = -\frac{e}{m}. \quad (51.4)$$

Бул шама Эйнштейн - де Хаас ҳәм Барнетт тәжирийбелеринде алынған мәнис пенен дәл сәйкес келеди. Буннан темирдин магнитлик қәсийетлериниң электронлардың орбиталлық қозғалысларының себебинен емес, ал, электронлардың меншикли магнитлик моменти менен байланыслы екенлиги айқын болды.

Электронлардың меншикли моментлериниң бар болатуғынлығын дәслеп электронды өз көшериниң дөгерегинде айланып турған зарядланған шар сыпатында қарап түсіндіриүге тырысты. Усыған сәйкес электронның меншикли механикалық моменти спин атамасына ииे болды (инглиз тилиндеги *to spin* - айланың деген сөзден алынған). Бирақ, бундай көз-қарастың базы бир қарама-қарсылықтарға алып келетуғынлығы белгили болды ҳәм, сонықтан, бул "өзиниң көшериниң дөгерегинде айланатуғын электрон" түснігінен бас тартыўға туýры келди. Ҳәзирги ўақытлары меншикли механикалық момент (спин) және усыған байланыслы болған меншикли магнит моменти электронлардың массасы менен заряды сыйқылды ажыралмас қәсийетлериниң бири болып есапланады.

Электронлардан басқа элементар бөлекшелерде де спин бар.

Элементар бөлекшелердин спины  $\hbar$  шамасының пүтин санға ямаса ярым пүтин санға көбеймесине тең. Ал  $\hbar$  болса Планк турақтысы  $\hbar$  ты  $2\pi$  ге бөлгенге тең<sup>39</sup>:

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ дж} \cdot \text{сек} = 1,05 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{сек}. \quad (51.5)$$

Дара жағдайда электрон ушын  $L_s = \frac{1}{2}\hbar$ . Усыған байланыслы электронның спини  $\frac{1}{2}$  ге тең деп айтады. Солай етип, элементар заряд  $e$  ниң зарядтың тәбийи бирлиги болып табылатуғынлығы сыйқылды  $\hbar$  шамасын импульс моментиниң тәбийи бирлиги сыпатында қараўға болады.

(51.4)-теңликтеке сәйкес, электронның меншикли магнит моменти мынаған тең:

$$p_{ms} = -\frac{e}{m} L_s = -\frac{e}{m} \frac{\hbar}{2} = -\frac{eh}{2m}. \quad (51.6)$$

Бул теңликтен келип шығатуғын

$$\begin{aligned} \mu_B &= \frac{eh}{2m} = 0,927 \cdot 10^{-23} \text{ джоуль/tesla} = \\ &= 0,927 \cdot 10^{-20} \text{ эрг/гс} \end{aligned} \quad (51.7)$$

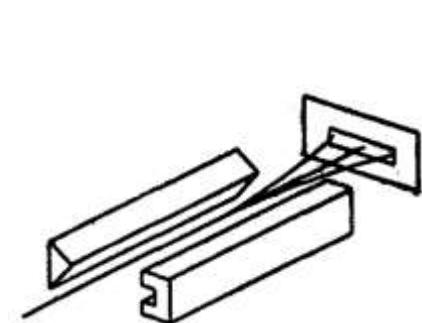
шамасын Бор магнетоны деп атайды. Демек, электронның меншикли магнит моменти Бордың бир магнетонына тең екен.

---

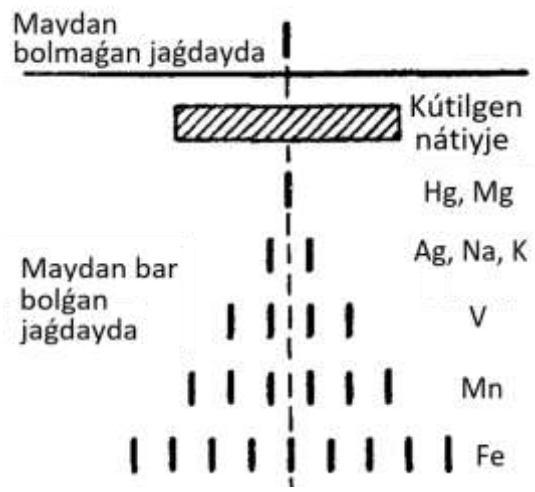
<sup>39</sup> Соның менен бирге Планк турақтысын ҳәрекеттің квант деп те атайды.

Атомның магнит моменти оның қурамына киретуғын электронлардың орбиталлық ҳәм меншикли моментлеринен, сондай-ақ ядроның магнит моментинен (ядроның қурамына киретуғын элементар бөлекшелер болған протонлар менен нейтронлардың магнит моментлеринен туратуғын) турады. Ядроның магнит моменти электронлардың магнит моментлеринен әдеүір киши болады. Сонықтан көп мәселелерди шешкенде ядроның магнит моментин есапқа алмай, атомның магнит моменти электронлардың магнит моментлеринин векторлық қосындысына тең деп есаптаймыз. Молекулалардың магнит моментлерин де олардың қурамына киретуғын электронлардың магнит моментлеринин қосындысына тең деп есаптаймыз.

Атомлар менен молекулалардың магнит моментлерине эксперименталлық анықламаны Штерн ҳәм Герлах берди. Олардың тәжирийесинде молекулалардың дәстеси үлкен градиентке иие болған магнит майданы арқалы жибериледи. Бир текли болмаған магнит майданының электромагниттиң полюслеринин ушларына айрықша форма берій жолы менен алғыға болады (96-сүйрет).



96-сүйрет.



97-сүйрет.

(48.8)-тәнликтегі сәйкес дәстениң атомларына ямаса молекулаларына мынадай күштин, тәсир етийі керек:

$$f = p_m \frac{\partial B}{\partial x} ..$$

Оның шамасы менен белгиси майданның бағыты менен  $p_m$  векторының арасындағы  $\alpha$  мүйешке байланыслы болады. Молекулалардың моментлеринин бағыты бойынша тәртипсиз түрде терқалыўы орын алғанда  $\alpha$  ның мәниси 0 ден  $\pi$  ге шекем өзгереди. Усыған байланыслы, жицишке молекулалық дәсте полюслардың арасы арқалы өткенде экранда созылған тутас из қалдырады деп болжанған. Оның шетлери  $\alpha = 0$  ҳәм  $\alpha = \pi$  мүйешлерин жасайтуғын молекулаларға сәйкес келеди (97-сүйрет). Тәжирийбе күтилмеген нәтийжени берди. Майдан жоқта алынған тутас созылған издин орнына дәстениң бағытына салыстырғанда симметриялы жайласқан айрыым сызықтар алынды.

Штерн ҳәм Герлах тәжирийелері атомлар менен молекулалардың магнит моментлері менен магнит майданының бағытларының арасындағы мүйешлердин тек дискрет мәнислерге иие болатуғынлығын көрсетти. Демек майданнаның бағытына түсирилген магнит моментинин проекциясы квантланады екен.

Хәр қыйлы атомлар ушын магнит моментлердин магнит майданының бағытына түсирилген проекцияларының саны хәр қыйлы болады. Гүмис, алюминий, мыс ҳәм силтили металларының атомлары ушын проекциялардың саны екиге тең, ал ванадий, азот ҳәм

галогенлер ушын -төртке, кислород ушын беске, марганец ушын алтыға, темир ушын тоғызыға, кобальт ушын онға тәң ҳәм т. б.

Атомлардың магнит моментлерин өлшеүлерде Бор магнетонының бир неше еселенген мәнислери алынды. Базы бир атомлардың дәстелериниң бир неше дәстеге бөлиниүи орын алмайды (мысал сыптындағы 97-сүйреттеги сынап, магний атомларының қалдырыған излерине қараңыз). Бул олардың магнит моментлериниң жоқ екенлигин көрсетеди.

## § 52. Диамагнетизм

Орбита бойынша қозғалатуған электрон зырылдауыққа үсайды. Соныңтан, оған сыртқы құштың тәсирине ушыраған гироскоптың барлық өзгешеликleri тән болыўы керек. Атап айтқанда, белгили бир жағдайларда электронның орбитасының прецессиясының жүзеге келийи тийис. Егер атом сыртқы **B** магнит майданында турған болса, онда прецессияның жүзеге келийи ушын зәрүрли болған барлық шәртлер туýлады (98-сүйрет). Бундай жағдайда орбитаға айландырышы момент  $\mathbf{M} = [\mathbf{p}_m \mathbf{B}]$  тәсир етеди, ол электронның  $\mathbf{p}_m$  орбиталлық магнит моментин майданың бағыты менен жайластырыўға тырысады (бул жағдайда механикалық момент  $\mathbf{L}$  майданға қарсы бағытланған).  $\mathbf{M}$  моментиниң тәсиринде  $\mathbf{L}$  ҳәм  $\mathbf{p}_m$  векторлары, **B** магнит индукциясы векторының дөгерегинде прецессия пайда етеди. Прецессияның тезлигин табыў аңсат (I томдағы 44-параграфты қараңыз).

$dt$  үақытының ишинде **L** векторы  $d\mathbf{L}$  өсімін алады, яғни

$$d\mathbf{L} = \mathbf{M} dt.$$

$d\mathbf{L}$  векторы да, **M** векторы сыяқты **B** менен **L** векторлары жататуғын бетке перпендикуляр ҳәм модули бойынша мынаған тең:

$$|d\mathbf{L}| = p_m B \sin \alpha dt,$$

Бул формулада  $\alpha$  арқалы  $\mathbf{p}_m$  менен **B** арасындағы мүйеш белгиленген.

$dl$  үақыты ишинде **L** векторы жатқан бет  $B$  бағытының әтирапында мынадай мүйешке бурылады:

$$d\vartheta = \frac{|d\mathbf{L}|}{\mathbf{L} \sin \alpha} = \frac{p_m B \sin \alpha dt}{L \sin \alpha} = \frac{p_m}{L} B dt.$$

Усы мүйешти  $dt$  үақытқа бөлип, прецессияның мүйешлик тезлигин табамыз:

$$\omega_L = \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{p_m}{L} B.$$

Усы теңликтеке электронның магниттик ҳәм механикалық орбиталлық моментлериниң (51.3)-қатнасын қойып, мынаны алаңыз:

$$\omega_L = \frac{eB}{2m}. \quad (52.1)$$

Гаусс системасындағы сәйкес формула  $\omega_L = \frac{eH}{2mc}$  түринде жазылады.

(52. 1)-жийилигин лармор прецессиясының жийилиги ямаса әпиўайы түрде лармор жийилиги деп атайды. Бул жийиликтиң мәниси магнит майданының бағытына салыстырғандағы орбитаның еңкейиү мүйешине, орбитаның радиусына ямаса электронның тезлигине байланыслы емес. Демек, ол атомның қурамына киретуғын барлық электронлар ушын бирдей болады.

Орбитаның прецессиясы электронның майданының дөгерегиндеги қосымша қозғалысы ушын жағдайды пайда етеди. Егер орбитаның орайы арқалы **B** ның бағытына параллель өтетуғын көшерден электронға шекемги  $r'$  қашықлығы өзгермейтуғын болса, онда қосымша қозғалыс радиусы  $r'$  болған шенбердин бойы менен өткен болар еди (98-

сүйреттиң тәменги бөлиминдеги штрихланбаған дөңгелекти қараңыз). Оған магнит моменти

$$p'_m = I'S' = e \frac{\omega_L}{2\pi} \pi r'^2 = \frac{e\omega_L}{2} r'^2, \quad (52.2)$$

98-сүйретте көринип турғанында, **B** ның бағытына қарама-қарсы болған  $I' = e \frac{\omega_L}{2\pi}$  шамасы тең дөңгелек тоқ сәйкес келген болар еди (штрихланған дөңгелекти қараңыз). Бул момент индукцияланған (киргизилген) магнит моменти деп аталады.

Хақыйқатында, электронлардың орбита бойы менен қозғалысының барысында  $r'$  қашықлығы барлық үақытта өзгеристе болады. Сонықтан (52.2)-формуладағы  $r'^2$  шамасының орнына үақыт бойынша  $\overline{r'^2}$  орташа мәнисин алыў керек. Бул орташа мәнис **B** майданына салыстырғандағы орбита тегислигинин бағытын тәрийиплейтуғын  $\alpha$  мүйешиниң шамасына байланыслы. Атап айтқанда, **B** векторына перпендикуляр орбита ушын  $r'$  турақты ҳәм ол орбитаның радиусы  $r$  ге тең. Тегислиги **B** векторының бағытын кесип өтетуғын орбита ушын  $r'$  радиусы  $r' = r \sin \omega t$  нызамы бойынша өзгереди. Бул аңлатпада  $\omega$  арқалы электронның орбита бойынша айаланыўының мүйешлик тезлиги белгиленген (99-сүйрет, **B** векторы менен орбита тегислиги сүйреттиң тегислигинде жатыр). Демек,  $\overline{r'^2} = \overline{r^2 \sin^2 \omega t}$  ҳәм синустың квадратының орташа мәнси  $\frac{1}{2}$  ге тең болғанлықтан,  $\overline{r'^2} = \frac{1}{2} r^2$  теңлигине ийе боламыз. Егер  $\alpha$  ның мүмкін болатуғын барлық мәнислерин тәндей итималлықта ийе деп есапласақ ҳәм оның мәнислери бойынша орташаластырсақ, онда

$$\overline{r'^2} = \frac{2}{3} r^2 \quad (52.3)$$

формуласына ийе боламыз.

Электронларының саны бир неше болған атомларда орбиталардың тегисликлери мүмкін болған барлық усыллар менен бағытланған. Сонықтан, ҳәр бир электрон ушын (52.3)-орташа мәнисти жазыўға болады<sup>40</sup>.

(52.2)-теңликтеги (52.1)-теңликтеги  $\omega_L$  ның және (52.3)-теңликтеги  $r'^2$  тың мәнисин қойсақ, онда бир электронның индукцияланған магнит моментинин орташа мәниси ушын түри тәмендегидей болған аңлатпаны жазыўға болады:

$$\overline{p'_m} = -\frac{e^2}{6m} r^2 B. \quad (52.4)$$

("—" белгиси  $\overline{p'_m}$  ҳәм **B** векторларының бағытларының қарама-қарсы екенлигин аңғартады).

Биз орбитаны дөңгелек деп болжадық. Ондай болмағанда (мысалы эллипс тәризли орбита ушын)  $r^2$ -ның орнына  $\overline{r^2}$  шамасын алыў, яғнай электронның ядродан орташа квадратлық қашықлығын алыў керек.

(52.4)-теңликті барлық электронлар ушын суммалап, атомның толық индукцияланған магнит моментин табамыз:

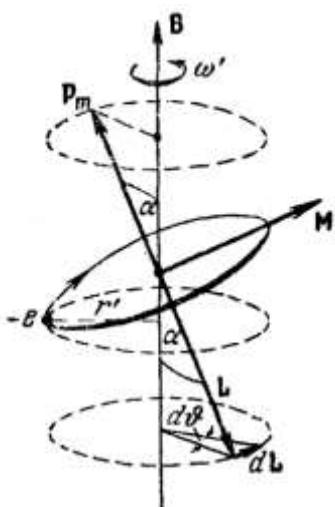
$$\overline{p'_{mat}} = \sum \overline{p'_m} = -\frac{e^2 B}{6m} \sum_{k=1}^Z \overline{r_k^2} \quad (52.5)$$

(атомдағы электронлардың саны  $Z$  тиң атомның қатар санына тең болатуғынлығы белгили).

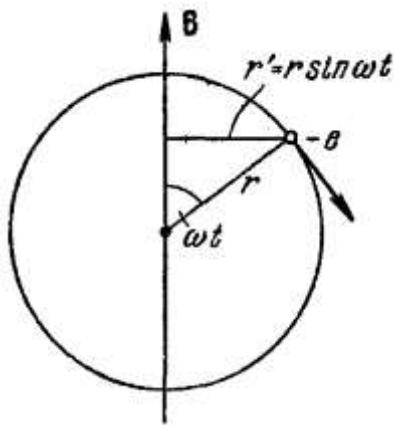
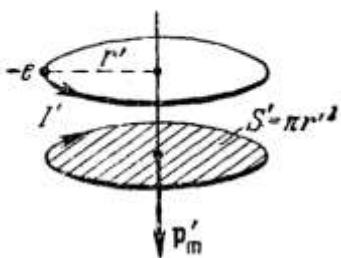
Солай етип, сыртқы магнит майданының тәсиринде барлық электронлар үшын бирдей болған (52.1)-мүйешлик тезликлери бирдей болған электронның орбитасының прецессиясы жүзеге келеди. Прецессияның себебинен пайда болатуғын электронлардың

<sup>40</sup> Бул атомның сфералық симметрияға ийе болған электронлық қабығы үшын ғана дұрыс (атом физикасы бойынша оқыўлықты қараңыз).

қосымша қозғалысы сырттан түсирилген майданға қарсы бағытланған атомның (52.5)-аңлатпа менен анықланатуғын индукцияланған магнит моментиниң пайда болыўына алып келеди. Лармор прецессияси барлық затларда болады. Бирақ, атомлардың өзлери магнит моментлерине ийе болған жағдайларда сырттан түсирилген магнит майданы (52.5)-моментти индукциялап ғана қоймай, атомның магнит моментин майданның бағытына қарай бурыў менен, оған бағдарлаушы тәсир етеди. Бул жағдайда пайда болған он (яғни майданның бойы менен бағытланған) магнит моменти индукцияланған терис моменттен әдеүир үлкен болады. Сонықтан қосынды моменттин мәниси он болады да, зат өзин парамагнетик сыйқылыштың көрсетеди.



98-сүйрет.



99-сүйрет.

Диамагнетизм атомларының магнит моменттери болмайтуғын затларда ғана бақланады (бундай атомларда электронлардың орбиталық және спинлик магнит моментлериниң векторлық қосындысы нолге тең). Егер усындағы зат ушын (52.5)-теңлемени Авогадро саны  $N_A$  ға көбейтсек, онда заттың килограмм-атомының магнит моменти келип шығады. Оны майданның кернеўлигі  $H$  қа бөлсек, онда килограмм-атомлық магнитлик қабыллағышлық  $\chi_{\text{кат}}$  алынады. Диамагнетиклердин салыстырмалы магнит сиңиргишилігі ис жүзинде 1 ге тең. Сонықтан  $\frac{B}{H} = \mu_0$  теңлигі орынланады деп болжаўға болады. Солай етип,

$$\chi_{\text{кат}} = \frac{N_A p'_{\text{мат}}}{H} = -\frac{\mu_0 N_A e^2}{6m} \sum_{k=1}^Z r_m^2 = 3,35 \cdot 10^{12} \sum_{k=1}^Z r_m^2 \quad (52.6)$$

теңликлерине ийе боламыз.

Электронлардың орбиталарының радиусларының шамасы  $10^{-10}$  м дин әтирапында болады.

Демек, (52.6)-формулаға сәйкес бир килограмм-атом диамагнитликтиң қабыллағышлығы ушын  $10^{-8} - 10^{-7}$  шамаларын аламыз. Бул шамалар экспериментлерде алынған мағлыўматтарға толық сәйкес келеди.

### § 53. Парамагнетизм

Атомлардың  $p_m$  магнит моменти нолден өзгеше болса, онда зат парамагнит болып табылады. Сыртқы магнит майданы атомларды **B** векторының бағытында жайластырыўға, ал жыллылық қозғалыслары оларды барлық бағыттарда тең өлшеўли жайластырыўға тырысады. Нәтийжеде **B** майданың шамасы қаншама үлкен болса, онда усы вектордың бағытында соншама көп болатуғын моментлердин қандай да бир тең салмақлығы орнайды.

Кюридиң эксперименталлық жоллар менен тапқан нызамы бойынша заттың килограмм-атомының парамагнитлик қабыллағышлығы мынаған тең:

$$\chi_{\text{кат}} = \frac{C}{T}, \quad (53.1)$$

Бул аңлатпадағы  $C$  шамасы Кюри тұрақтысы деп аталады ҳәм оның мәниси заттың тәбияттына байланыслы.  $T$  - абсолют температура.

Парамагнетизмниң классикалық теориясын 1905-жылы Ланжевен тәрепинен рауажландырылды. Биз жүдә күшли болмаған майданлар ҳәм жүдә төмен болмаған температуралар ушын Ланжевен теориясын баянлаймыз.

(48.6)-формула бойынша, атом магнит майданында шамасы  $p_m$  менен **B** векторларының арасындағы мүйеш  $\vartheta$  ге ғәрэзли болған  $W = -p_m B \cos \vartheta$  потенциаллық энергиясына ийе болады. Сонлықтан, моментлердин белгили бағыт бойы менен тең салмақтың болыуы Больцман нызамына бағыныўы тийис (I томдағы (109.3)-формулаға қараңыз). Бул нызам бойынша атомның  $p_m$  магнит моментиниң **B** векторының бағыты менен  $\vartheta$  менен  $\vartheta + d\vartheta$  аралығындағы мүйешти жасауы

$$e^{-\frac{W}{kT}} = e^{-\frac{p_m B \cos \vartheta}{kT}}$$

шамасына пропорциональ.

$$a = \frac{p_m B}{kT} \quad (53.2)$$

белгилеўин киргизе отырып, итималлықты анықтайтуғын теңдикти  $e^{a \cos \vartheta}$  түринде жазыўға болады.

Радиусы бир бирлик болған сферадағы ноқатлардың жәрдеминде атомлардың магнит моментлериниң бағытын сүүретлейик. Егер магнит моментине майдан майданы бағыт беріү тәсирин тийгизбесе, онда олар хаослы түрде орналасқан болар еди. Бул жағдайда сферадағы ноқатлердин тығызлығы тұрақты ҳәм  $n/4\pi$  шамасына тең болады. Бул қатнастағы  $n$  қарап атырылған атомлардың саны. Биз оны бир бирлик көлемдеги атомлардың санына тең деп аламыз. Сонлықтан магнит моментлери **B** векторының бағыты менен  $\vartheta$  дең  $\vartheta + d\vartheta$  ге шекемги мүйешлерге бурылған атомлардың саны мынаған тең болады (100-сүүрет):

$$dn'_\vartheta = n \frac{2\pi \sin \vartheta d\vartheta}{4\pi} = \frac{1}{2} n \sin \vartheta d\vartheta. \quad (53.3)$$

[I томдағы (100.4)-формула менен салыстырыңыз].

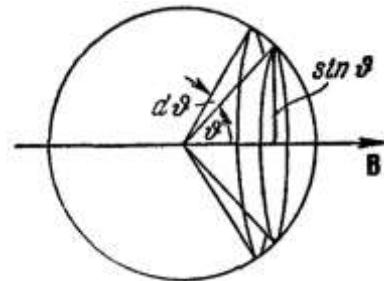
Хақыйқатында да, магнит майданы моментлерге бағдарлаўши тәсир тийгизеди. Нәтийжеде  $\vartheta$  шамасы киши болған бағыттар көбірек ушырасады. Биз ҳәр қылы бағытлардың итималлығының  $e^{a \cos \vartheta}$  шамасына пропорционал екенлигин билемиз. Демек, магнит майданы бар жағдайда моментлерди бағыт бойы тарқалыўын алыў ушын (53.3)-теңдикти  $Ae^{a \cos \vartheta}$  көбейтиўшисине көбейтиў керек:

$$dn_n = Ae^{a \cos \vartheta} \frac{1}{2} n \sin \vartheta d\vartheta \quad (53.4)$$

(А арқалы ҳәзиришке белгисиз болған пропорционаллық коэффициент белгиленген).

Атомның магнит моментиниң мәниси шама менен Бордың бир магнетонына, яғни  $\sim 10^{-23}$  дж/тл шамасына тең [(51.7)-формулаға қараңыз]. Әдетте жетисиү мүмкін болған майдандағы магнит индукциясының шамасы 1 тл ( $10^4$  Гс) да жетеди. Демек,  $p_m B$  көбеймесиниң мәниси шама менен  $10^{-23}$  дж да тең. Өжире температурасында  $kT$  ның мәниси шама менен  $4 \cdot 10^{-21}$  дж дин әтирапында. Солай етип,  $a = \frac{p_m B}{kT} \ll 1$  ҳәм  $e^{a \cos \vartheta}$  шамасын жүйе түрде  $1 + a \cos \vartheta$  шамасы менен алмастыра аламыз.

100-сүйрет.



Усындағы жүйе (53.4)-теңлик мынадай түрге енеди:

$$dn_\vartheta = A(1 + a \cos \vartheta) \frac{1}{2} n \sin \vartheta d\vartheta.$$

Енди  $A$  константасын аңсат табыуға болады. Оның ушын бағытлары 0 дег  $\pi$  ге шекемги мүйешлери менен тәрийипленетуғын молекулалардың санының  $n$  ге тең болыўының шәр екенлигинен пайдаланамыз:

$$n = \int_0^\pi dn_\vartheta = \frac{1}{2} n A \int_0^\pi (1 + a \cos \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta = nA.$$

Бул аңлатпадан  $A = 1$  теңлигин аламыз ҳәм

$$dn_\vartheta = \frac{1}{2} n(1 + a \cos \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta.$$

аңлатпасына ийе боламыз.

Атомлардың магнит моментлери майданына бағытына салыстырғанда симметриялы тарқалады. Сонықтан қосынды магнит моменти  $\mathbf{B}$  векторы менен бағытлас болады ҳәм ҳәр бир атом қосынды моментке  $p_m \cos \vartheta$  шамасына тең үлес қосады. Солай етип, бир бирлік көлемдеги магнит моменти (яғни магнитлений векторы) ушын мына теңликті жазыуға болады:

$$\begin{aligned} J &= \int_0^\pi p_m \cos \vartheta dn_\vartheta = \frac{1}{2} n p_m \int_0^\pi (1 + a \cos \vartheta) \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta = \\ &= \frac{1}{2} n p_m \frac{2a}{3} = \frac{n p_m a}{3}. \end{aligned}$$

Бул аңлатпадағы  $a$  ның орнына оның (53.2)-аңлатпадағы мәнисин қойып, мынаны аламыз:

$$J = \frac{n p_m^2 B}{3 k T}.$$

Ең ақырында  $J$  ди  $H$  қа бөлип қабыллағышлықты табамыз:

$$\chi = \frac{\mu_0 n p_m^2}{3 k T} \quad (53.5)$$

(парамагнетиктер ушын  $\frac{B}{H} = \mu_0$  деп есаплауға болады).  $n$  орнына  $N_A$  Авогадро санын алып, килограмм-атом ушын қабыллағышлықтың аңлатпасын аламыз:

$$\chi_{\text{кат}} = \frac{\mu_0 N_A p_m^2}{3kT}. \quad (53.6)$$

Бизиң Қюри нызамына келгенимизди аңсат көриүге болады. (53.1)- ҳәм (53.6)-формулалды салыстырыудан Қюри турақтысы ушын мынадай тенликтке ийе боламыз:

$$C = \frac{\mu_0 N_A p_m^2}{3k}. \quad (53.7)$$

(53.6)-формуласының  $p_m B \ll kT$  деп болжаудың тийкарында алынғанлығын еске түсиремиз. Майдан жұдә күшли, температура төмен болғанда парамагнетик магнитленийи  $J$  менен майданның кернеўлиги  $H$  тың арасындағы пропорционаллықтан шегиниў орын алады. Атап айтқанда, магнитлик тойыныў ҳалының басланыўы мүмкін. Бундай жағдайда барлық  $p_m$  лер майданға паралель болады ҳәм  $H$  тың буннан былай үлкейиў  $J$  шамасының өсиүине алып келмейди.

(53.6)-формула бойынша есапланған  $\chi_{\text{кат}}$  шамасының мәниси бир қатар жағдайларда тәжирийбелерде алынған мәнислер менен жұдә жақсы сәйкес келеди.

Парамагнетизмниң квантлық теориясы майданға салыстырғандағы атомның магнит моменттеринин тек дискрет түрде бағытланыўының мүмкін болатуғынлығын есапқа алады. Бул теория да  $\chi_{\text{кат}}$  ушын (53.6)-тенликтке уқсас болған тенликтке алып келеди.

## § 54. Ферромагнетизм

Хәтте сыртқы магнит майданы болмаған жағдайларда да магнитлений қабилетлигине ийе заттар магнетиклердиң айрықша класын пайда етеди. Өзиниң ең көп тарқалған ўәкили болған темир бойынша олар ферромагнитлер атамасына ийе болды. Олардың қатарына темир, никель, кобальт, гадолиний, олардың құймалары менен бирикпелери, сондай-ақ марганец пенен хромның ферромагнитлик емес элементлер менен құймалары менен бирикпелери киреби (мысалы,  $MnAlCu$ ,  $CrTe$  ҳәм т.б.). Соңғы ўақытлары ферритлер деп аталатуғын ферромагнитлик ярым өткізгішлер үлкен орынды ийелей баслады (72-параграфты қараңыз). Усы заттардың бәрине тән болған ферромагнетизм тек кристаллық ҳалда ғана жүзеге келеди.

Ферромагнитлер күшли магнитленетуғын заттар болып табылады - олардың магнитлений әззи магнитленетуғын заттардың қатарына жататуғын диаг- ҳәм парамагнетиклердиң магнитленийинен жұдә көп есе ( $10^{10}$  ға шекем) үлкен.

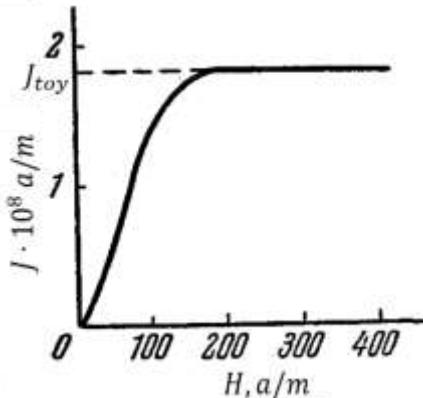
Әззи магнитленетуғын заттардың магнитленийи майданның кернеўлиги менен сыйықты түрде өседи. Ферромагнетиклердиң магнитленейи  $H$  қа байланыслы қурамалы түрде өзгереди. 101-сүйретте дәслепки магнит моменти нолге тең болған ферромагнетиклердиң магнитлений иймеклиги көрсетилген (оны тийкарғы ямаса магнитленийдин ноллик иймеклиги деп атайды). Майданның шамасы бир неше әрстедеке ( $\sim 100$  а/м) жеткенде магнитлений  $J$  тың мәниси тойыныўға жетеди.  $B - H$  диаграммасындағы тийкарғы магнитлений иймеклиги (0-1 иймеклиги) 102-сүйретте көрсетилген.  $B = \mu(H + J)$  тенлигиниң орын алатуғынлығын еске түсирейик. Соңықтан тойыныўға жеткеннен кейин  $B$  шамасы  $H$  қа ғәрэзли  $B = \mu_0 H + const$  сыйықты нызамы бойынша өссе баслады. Бул аңлатпада  $const = \mu_0 J_{\text{той.}}$

Темирдин магнитлений иймеклигин ең бириңи рет рус алымы А. Г. Столетов алған ҳәм толық изертледи. Ол ойлап тапқан магнит индукциясын өлшеудин баллистикалық үсыны ҳәзирги ўақыттарға шекем кеңнен қолланылмақта (57-параграфты қараңыз).

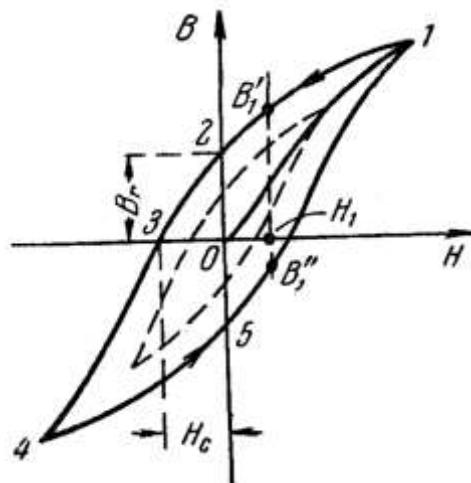
$H$  пенен  $J$  дин (ямаса  $H$  ҳәм  $B$  лердин) арасындағы сыйықтың емес ғәрэзликтен ферромагнетиклерге тән болған гистерезистиң алынады. Егер магнитленийди тойыныўға жеткизип (102-сүйреттеги 1 ноқат), буннан кейин магнит майданының кернеўлигин кемейтсек, онда магнитлений дәслепки 0-1 иймеклиги менен емес, ал 1-2 иймеклиги менен

өзгереди. Нәтийжеде сыртқы майданның кернеўлиги нолге тең болғанда (2-ноқат), магнитлениү жоғалмайды, ал қалдық индукция деп аталатуғын  $B_r$  шамасы менен тәрийипленеди. Бул жағдайда магнитлениүдин  $J_r$  мәниси орын алады. Оны қалдық магнитлениү деп атайды.

Қалдық магнитленлениүдин шамасы магнитлениүди пайда ететуғын майданға қарама-қарсы бағыттағы  $H_c$  майданың тәсиринде нолге айланады (3 ноқат). Усы  $H_c$  кернеўлигин коэрцитивлик күш деп атайды.

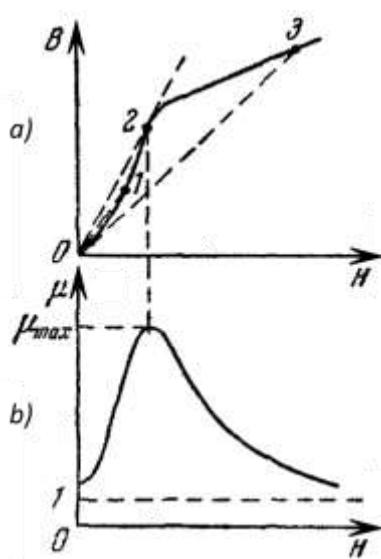


101-сүйрет.

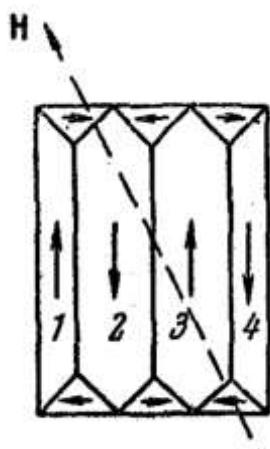


102-сүйрет.

Қалдық магнитлениүдин болыұы әтирапында магнит майданын пайда ететуғын тұрақты магнитлерди соғыўға мүмкіншилік береди. Бұндай тұрақты магнитлерде микроскопиялық тоқты услап түрліде энергия жұмсалмайды. Тұрақты магнитлер соғылған заттарда коэрцитивтик күшлер қаншама үлкен болса, онда олар магнитлик қәсийеттерин соншама жақсы сақтайды.



103-сүйрет.



104-сүйрет.

Ферромагнетикке өзгермелі магнит майданы тәсир еткенде индукция 1-2-3-4-5-1 иймеклигіне сәйкес өзгереди (102-сүйрет). Оны гистерезис құрығы деп атайды (усыған усаған құрық  $J - H$  диаграммасында да алынады). Егер  $H$  тың максималлық мәнисинде магнитлениүдин тойыныұы орын алатуғын болса, онда гистерезистиң максималлық

құрығы алынады (102-сүйреттеги тутас құрық). Егер  $H$  тың амплитудалық мәнисинде тойының жетпесе, онда дара цикл деп аталатуғын құрық пайда болады (102-сүйреттеги үзик сзызықтар менен көрсетилген құрық). Дара циклардың шексиз көп болыўы мүмкін, олардың барлығы да гистерезистиң максималлық құрығының ишинде жатады.

Гистерезис ферромагнетиклердин магнитленийинң  $H$  тың бир мәнисли функциясы бола алмайтынлығын көрсетеди. Ол үлгинин дәслепки тарийхына - ең дәслеп қандай майданда болғанлығына байланыслы. Мысалы, (102-сүйрет)  $H_1$  кернеўлигинин майданында индукция  $B'_1$  дан  $B''_1$  ге шекемги қәлеген мәнислерди қабыл етиўи мүмкін.

Ферромагнетиклер ҳақында айтылғанлардың барлығы олардың қәсийеттери бойынша сегнетоэлектриклерге жүдә үксас екенлигин көремиз (19-параграфты қараңыз).

В менен  $H$  арасында бир мәнисли ғәрэзликтиң болмаўы магнит сициргишилк түснеги тийкарғы магнитлений иймеклигине ғана қолланылады. Ферромагнетиклердин салыстырмалы магнит сициргишилгі  $\mu$  (демек,  $\chi$  магнит қабыллағыштың да) майданын қернеўлигинин функциясы болып табылады. 103-а сүйретте магнитленийдин тийкарғы иймеклиги көрсетилген. Координата басынан иймекликтің қәлеген ноқаты арқалы өтетуғын туўрыны жүргиземиз. Усы туўрының қыялыш мүйешиниң тангенси  $B/H$  қатнасына, яғни майданын қернеўлигинин мәнисине сәйкес келетуғын салыстырмалы магнит сициргишилк болған  $\mu$  ге пропорционал.  $H$  ты (яғни  $\mu$  ді) нолден баслап үлкейткенде қыялыш мүйешиниң мәниси дәслеп өседи. 2 ноқатында ол өзинин максимум мәнисине (0-2 туўрысы иймеклике түсирилген урынба болып табылады) жетеди, оннан кейин кемейе баслайды. 103-б сүйретте  $\mu$  дін  $H$  қа ғәрэзлигинин графиги берилген. Сүйреттен сициргишилктиң максималлық мәнисине тойыныңдан әдеўир бурын жететуғынлығын көремиз.  $H$  тың шексиз өсійінде сициргишилк асимптоталы түрде 1 ге жақынлайды. Буның өзи  $\mu = 1 + J/H$  аңлатпасындағы  $J$  шамасының  $J_{\text{той}}$  мәнисинен үлкен болмайтынлығын көрсетеди.

$B_r$ (ямаса  $J_r$ )  $H_c$  ҳәм  $\mu_{max}$  шамалары ферромагнетиклердин тийкарғы характеристикалары болып табылады. Егер коэрцитивтик күш  $H_c$  үлкен болса, бундай ферромагнетики қатты ферромагнетик деп атайды. Оған гистерезистин кең құрығы тән.  $H_c$  ның шамасы киши (оған гистерезистиң жиңишке құрығы сәйкес келеди) болған ферромагнетиклерди жумсақ ферромагнетиклер деп атайды. Қай орында қолланылығына қарай ферромагнетиклерди усы бойынша сайлап алады. Соның менен бирге, турақты магнитлерди соғыў ушын қатты ферромагнетиктер, ал трансформаторлардың өзегин соғыў ушын жумсақ ферромагнетиктер пайдаланылады. Төмендеги кестеде кең қолланылатуғын базы бир ферромагнетиклердин характеристикалары көлтирилген.

Затлар	Құрамы	$\mu_{max}$	$B_r$ , тл	$H_c$ а/м
Темир	99,99 % Fe	5000	-	80
Супермалой	79 % Ni, 5 % Mo, 16 % Fe	800 000	-	0,3
Ал нико	10 % Al, 19 % Ni, 18 % Co, 53 % Fe	-	0,9	52 000
Маг нико	14 % Ni, 24 % Co, 8 % Al, 3 % Cu, 51 % Fe	-	1,25	46 000
Колумакс	13 % Ni, 24 % Co, 8 % Al, 3 % Cu, 0,7 % Ti қалқанлары Fe	-	1,3	59 000

Магнетленгенде ферромагнетиктер деформацияланады. Бул құбылысты магнитострикция деп атайды. Магнитострикцияның салдарынан үлгинин сзызықты өлшемлеринин салыстырмалы өзгериўи жүдә үлкен емес - майданын шамасы  $10^5$  а/м болған жағдайда (буған  $\sim 10^3$  ә сәйкес келеди) магнитострикцияның шамасы  $10^{-5}$  -  $10^{-6}$  дан

аспайды. Эффекттиң белгиси ферромагнетиклердин тәбиятына, магнит майданының бағыты менен кристаллографиялық көшердинң бағытының арасындағы мүйешке ҳәм майданының кернеўлигине байланыслы. Базы бир ферромагнетиклерде ҳәлсиз майданнан құшлы майданға өткенде магнитострикцияның белгиси өзгереди.

Ферромагнетизм теориясы Я. И. Френкел менен В. Гейзенберг тәрепинен 1928-жылы дөретилди. Магнитлик-механикалық құбылысларды изертлеў бойынша өткерилген тәжирийбелер (51-параграфты қараңыз) ферромагнетиклердин магнитлик қәсийеттери ушын электронлардың, меншикли (спинлик) магнит моментлериниң жуўапкер болатуғының анықланды. Белгили бир жағдайларда кристалда электронлардың магнит моментлерин бир бирине параллель етип орналастырыўға мәжбүр ететуғын күшлердин пайда болыўы мүмкін<sup>41</sup>. Нәтийжеде спонтан магнитлениү областлары (өзлигинен магнитленетуғын) областлары пайда болады. Оларды доменлер деп те атайды. Ҳәр бир доменниң шегинде ферромагнетик тойыныўға шекем спонтан түрде магнитленген ҳәм белгили магнит моментине иие болады. Ҳәр қыйлы доменлерде бул моментлердин бағытлары (104-сүйрет) ҳәр қыйлы болады ҳәм сыртқы майдан болмаған жағдайда барлық денениң қосынды момента нолге тең. Доменлердин сзықтылық өлшемлери  $10^{-4}$  -  $10^{-3}$  см шамасында.

Магнитлениү процессиниң ҳәр қыйлы басқышларындағы доменлерге майданың тәсири ҳәр қыйлы болады. Дәслеп ҳәлсиз майдан бар болған жағдайда доменлердин шегарасының жылдысының орын алады. Нәтийжеде моментлери **H** векторлары менен киши мүйеш жасайтуғын доменлердин  $\mathbf{p}_m$  менен **H** векторларының арасындағы  $\vartheta$  мүйеши үлкен болған доменлердин есабынан үлкейиү орын алады Мысалы, (104-сүйрет) 1 ҳәм 3 доменлери 1 ҳәм 4 доменлердин есабынан өседи. Майданың кернеўлигиниң үлкейиү менен  $\vartheta$  мүйеши киши болған доменлер тәрепинен (олар магнит майданында киши энергияға иие болады)  $\vartheta$  мүйеши үлкен болған доменлердин толық жұтылыўы жүзеге келемен дегенше процесс алға қарай рајажлана береди. Буннан кейинги басқышларда доменлердин магнит моментлериниң майданының бағытына қарай бурылыўы орын алады. Бул жағдайда доменниң шеклеринде электронның моментлери бир бирине қатаң түрдеги параллеллигин сақтай отырып, майданының бағытына қарай бурылыўы басланады. Бул процеслер (жұдә ҳәлсиз майданлардағы доменлердин шегараларының арасындағы киши аүйысыўларды есап қа алмағанда) қайтымлы емес процеслер болып табылады. Бул гистерезистиң пайда болыўына алып келеди.

Ҳәр ир ферромагнетик ушын спонтан түрде магнитлениү областлары ыдырайтуғын белгили бри  $T_c$  температуrasesы бар болады. Бул температуралы Кюри ноқаты деп атайды. Темир ушын ол  $768^{\circ}\text{C}$  ға, ал никель ушын  $365^{\circ}\text{C}$  тең. Кюри ноқатынан жоқары температураларда ферромагнетиклер әдеттеги парамагнетиклерге айланады. Оның магнитлик қабыллағыштығы Кюри-Вейсс нызамына бағынады:

$$\chi_{\text{кат}} = \frac{C}{T - T_c}. \quad (54.1)$$

[(53.1)-аңлатпа менен салыстырыңыз].

Ферромагнетики Кюри ноқатынан төменги температураға салқынлататуғын болсак, онда доменлер қайтадан пайда болады.

Кюри ноқатында екинши әүләд фазалық өтийи жүреди (I томдағы 147-параграфты қараңыз).  $T_c$  ға тең температурада бир қатар физикалық қәсийетлердин аномалиясы, , атап айтқанда, жыллылық сыйымлығының аномаллық өзгериси орын алады.

---

<sup>41</sup> Бул күшлерди алмасыў қүшлери деп атайды. Олардың тәбиятын квантлық механика түсіндире алады.

Базы бир жағдайларда алмасыў күшлери антиферромагнетиклер деп аталауғын затлардың пайда болыўына алып келеди (хром, марганец т. б.). Антиферромагнетиклердин бар екенлигин 1933-жылы Ландау болжады. Антиферромагнетиклерде электронлардың магнит моментлери бир бирине салыстырғанда өз-өзинен антипараллель бағдарланаған. Бундай ориентация қоңсылас атомларды өзиниң ишине алады. Усының нәтийжесинде антиферромагнетиклердеги магнит қабыллағышлықтар жұдә киши болады ҳәм олар өзлерин жұдә ҳәлсиз параметриктер түринде көрінеди. Антиферромагнетиктер ушын да  $T_N$  температурасы болады. Бундай температурада спинлердин антипараллель болған ориентациялары жоғалады ҳәм оны Кюридин антиферромагнетиктик ноқаты ямаса Неель ноқаты деп аталаады. Базы бир антиферромагнетиклерде (мысалға эрбийде, диспрозийде, марганец пенен мыстың құймаларында) бундай температура екеў (Неелдин жоқарғы ҳәм төменги ноқатлары). Соның менен бирге антиферромагнетиктик кәсийетлер тек усы еки температураның аралығында ғана бақланады. Жоқарғы ноқаттан жоқары температураларда зат параметрик қәсийетке ийе, ал Неелдин төменги ноқатынан төменги температураларда олар ферромагнетиклер болып табылады.

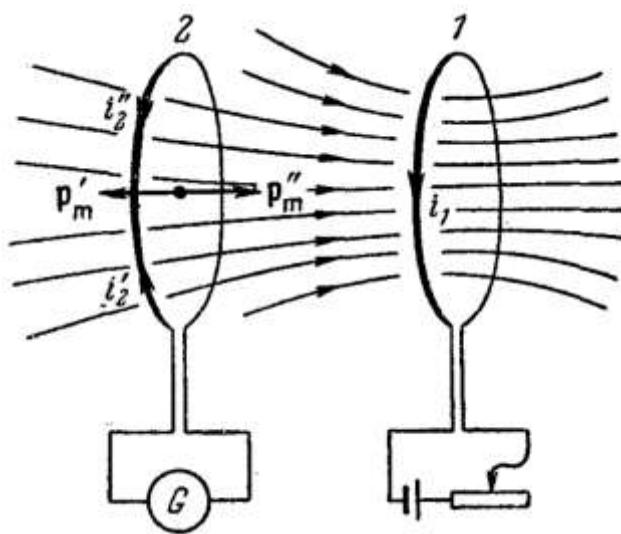
## Х БАП

## ЭЛЕКТРОМАГНИТЛИК ИНДУКЦИЯ

## § 55. Электромагнитлик индукция құбылысы

1831-жылды Фарадей магнит индукциясының ағысын өзгерктенде тоқ өткізетуғын қәлеген контурда усы контур менен шекленген бет арқалы электр тоғының пайда болатуындығын ашты. Бул құбылысты электромагнитлик индукция, ал пайда болған тоқты индукциялық тоқ деп атайды.

Индукциялық тоқтың шамасы магнит индукциясының  $\Phi$  ағысының өзгерисин пайда ететуғын үсүлдан ғәрзели емес, ол тек  $\Phi$  тиң өзгериү тезлигинен ғана, яғни  $d\Phi/dt$  түүйіндісінен ғәрзели.  $d\Phi/dt$  шамасының белгисі өзгергенде тоқтың бағыты да өзгереди. Усы айтылғанларды төмөндегидей мысалдың жәрдемінде түсіндірейик. 105-сүйретте 1 контуры сүретленген, ондағы  $i_1$  тоқ күшин реостаттың жәрдемінде өзгертиүге болады. Усы  $i_1$  тоғы 2 контуры арқалы өтетуғын магнит майданын пайда етеди. Егер  $i_1$  тоғының күшин үлкейтсек, онда 2 контурынан өтетуғын магнитлик индукцияның ағысы  $\Phi$  өседи. Бул жағдай 2 контурында гальванометрдин жәрдемінде өлшенетуғын  $i_2$  индукциялық тоқтың пайда болыўына алып келеди.  $i_1$  тоғын кемейтиў менен екинши контур арқалы өтетуғын магнит индукцияның ағысы кемейеди. Нәтийжеде екинши контурда бириңши жағдайдағыға қарағанда басқа бағыттағы индукциялық тоқтың пайда болыўына алып келеди. Индукциялық  $i_2$  тоғын 2 контурын бириңши контурға жақынлатыў ямаса алыслатыў жолы менен пайда етигүе де болады. Бундай еки жағдайда пайда болған тоқлардың бағыттары бир бирине қарама-қарсы болады. Ең ақырында, 2 контурын илгерилемелі қозғалтпай-ақ, оны тек контурға түсирилген нормаль менен майданың бағытының арасындағы мүйешти өзгертип электромагнитлик индукция құбылысын жүзеге келтириў мүмкін.



105-сүйрет.

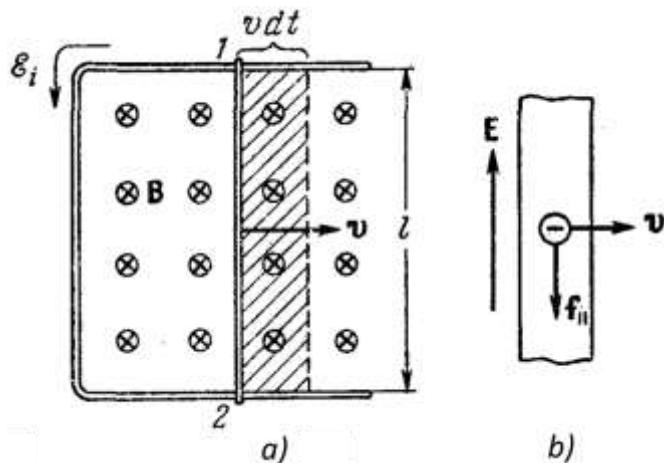
Майданы нолден өзгеше болған барлық кеңисликти басқа шарайтлар бирдей болған жағдайда бир текли магнетик пенен толтырыў индукциялық тоқты  $\mu$  есе үлкейтиўге алып келеди. Бул жағдай индукциялық тоқтың  $\mathbf{H}$  векторының ағысының өзгериүинин салдарынан емес, ал магнит индукциясының ағысының өзгериүинин салдарынан пайда болатуындығын көрсетеди.

Индукциялық тоқтың бағытын табыудың қағыйдасын Ленц тапты. Ленц қағыйдасы бойынша индукциялық тоқ барлық үақытта өзин пайда ететуғын себеплерге қарама-қарсы тәсир ететуғында болып бағытланған. Егер, мысалы,  $\Phi$  тиң өзгериүи контурдың орнын айыстырыудаң салдарынан жүзеге келетуғын болса, онда контурда сыртқы майдан тәрепинен ұзын контурдың қозғалысына қарсылық қылатуғын бағыттағы индукциялық тоқ пайда болады. 2-контур биринши контурға жақынлағанда магнит моменти сыртқы майданға қарама-қарсы бағытланған  $i_2'$  тоғы пайда болады (105-сүйрет,  $p_2'$  ҳәм  $\mathbf{B}$  векторларының арасындағы  $\alpha$  мүйеші  $\pi$  ге тең). Демек, (48.8)-формула бойынша 2 арқалы белгиленген контурға оны биринши контурдан ийтеретуғын күш жүзеге келеди. Екинши контурды биринши контурдан қашықлатқан жағдайда  $p_m''$  моменти ҳәм  $\mathbf{B}$  векторы менен бағытлас ( $\alpha = 0$ )  $i_2''$  тоғы пайда болады. Нәтижеде 2 контурғына тәсир ететуғын күш биринши контурға қарай бағытланған болады.

2 контуры қозғалмайтуғын ҳәм ондағы тоқ биринши контурдағы  $i_1$  тоғының өзгериүиниң салдарынан индукцияланатуғын болсын. Бундай жағдайда  $i_2$  тоғы индукцияланады да, оның бағыты өзин пайда еткен сыртқы ағысты ҳәлсирететуғдай бағытта болады.  $i_1'$  тоқтың шамасын үлкейткенде, яғни оңға қарай бағытланған сыртқы магнит ағысын арттырғанда магнит ағысы шеп тәрепке қарай бағытланған  $i_2'$  тоғы пайда болады.  $i_1$  тоғын киширейткенде  $i_2$  тоғы пайда болады ҳәм оның меншикли магнит ағысының бағыты сыртқы магнит ағысы менен бағытлас болды. Демек ол ол сыртқы магнит ағысын күшетиүге тырысады.

### § 56. Индукцияның электр қозғаушы күши

Шынжырда тоқты пайда етиў ушын э.қ.күшиниң болыўы зәрүр. Соңықтан электромагнитлик индукция қубылышы магнит ағысы болған  $\Phi$  тиң өзгериүи менен контурда индукцияның  $\mathcal{E}_i$  электр қозғаушы күшиниң пайда болатуғының көрсетеди.



106-сүйрет.

$\mathcal{E}_i$  менен  $\Phi$  тиң өзгериў тезлиги арасындағы байланыслы анықлаў ушын мынадай мысалды қарайық. Бир контур алайық, оның ұзынлығы  $l$  болған 1-2 участкасы контурдың басқа бөлими менен контакттың бузбай орнын айыстыра алатуғын болсын (106-а сүйрет). Оны контурдың тегислигине перпендикуляр болған бир текли магнит майданына орналастырайық (бул майдан сүйретте ортасында атанақ қойылған дөңгелек пенен сүйретленген,  $\mathbf{B}$  векторы бизден сыйылманың арғы тәрепине қарай бағытланған). Контурдың қозғалмалы бөлигин  $v$  тезлиги менен қозғалысқа келтирейик. Бундай жағдайда еткизиштеги заряд тасыўшылар болған электронлар да майданға салыстырғанда сондай

тезлик пенен орын алмастырады (106-б сүйрет), Соның нәтийжесинде ҳәр бир электронға модули бойынша

$$f_{\parallel} = evB \quad (56.1)$$

шамасына тең  $f_{\parallel}$  Лоренц күши тәсир етеди [(47.5)-формулаға қараңыз ҳәм бул (56.1)-формуладағы " $\parallel$ " индекси күштин өткізгіштің бойы менен бағытланғанлығын аңлатады].

Бул күш кернеўлиги

$$E = vB$$

шамасына тең болған майданының себебинен пайда болған электр күшинин тәсирине эквивалент (оның бағыты 106-б сүйретте көрсетилген). Бул майданының пайда болыў себеби электростатикалық емес. Оның контур бойынша циркуляциясы контурда индукцияланатуғын ә.к.күштин шамасын береди:

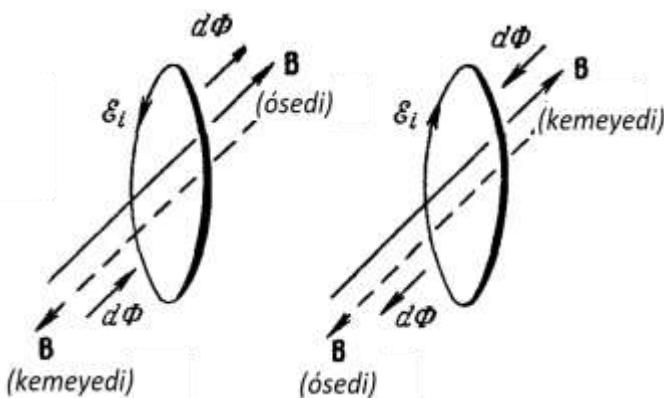
$$\mathcal{E}_i = \oint E_i dl = El = vBl = B \frac{l v dt}{dt} = B \frac{dS}{dt}. \quad (56.2)$$

Бул аңлатпадағы  $dS = l v dt$  көбеймеси контурдың майданының  $dt$  үақыты ишиндеғи өсими (бул өсім 106-а сүйреттеги штрихталған майданға тең). Циркуляцияны есаплағанда биз  $E_l$  дінг мәнисинин тек үзынлығы  $l$  болған участкада ғана нолден өзгеше екенligин ҳәм ұсы участканың барлық ноқатларында  $E_l = E$  екенligин есапқа алдық.

$BdS$  көбеймеси контур арқалы өтетуғын магнит индукциясы ағысының  $d\Phi$  өсімін береди. Демек, биз түйік контурда пайда болатуғын индукцияның  $\mathcal{E}_i$  ә.к.күшинин ұсы контур арқалы өтетуғын магнит индукциясының  $\Phi$  ағысының үақытқа байланыслы өзгериү тезлигине тең болады деген жуўмаққа келемиз. Бул теңлікти мынадай түрде жазыў қабыл етилген:

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (56.3)$$

(56.3)-формуладағы "-" белгиси  $\mathcal{E}_i$  ниң бағыты менен  $d\Phi$  шамасының бағытының шеп винт қағыйдасының жәрдемінде анықланатуғынлығын көрсетеди<sup>42</sup>. Бағыты сызылманың (106-сүйрет) арғы тәрепине қарай бағытланған магнит индукциясы ағысының он өсімінен сүйретте келтирилген бағыт сәйкес келеди. Ол сызылманың арғы тәрепіндеги шеп винт қағыйдасының жәрдемінде анықланады. Егер 1-2 өткізгіш онға емес, ал шепке қарай орын айыстырса, онда магнит индукциясының контур арқалы өтетуғын ағысы кемейген ҳәм  $\mathcal{E}_i$  ниң бағыты сүйретте көрсетилген бағытқа қарама-қарсы болған болар еди.



107-сүйрет.

107-сүйретте  $\mathbf{B}$  векторының ҳәр қылыш бағытына ҳәм  $B$  ниң үақытқа ҳәр қылыш тәрзелигине байланыслы болған  $\mathcal{E}_i$  ниң бағытлары көрсетилген.

<sup>42</sup>  $\Phi$  ағысы менен оның  $d\Phi$  өсімшеси-скаляр шамалар. Сонықтан олардың бағыты түралы, мысалы, тоқ бағытының үғымы қандай мағанада айттылса, тек сондай мағанада ғана айттыға болады. [(7.5)-формулаға берилген ескертийді қараңыз].

Вебер (вб) магнит индукциясының ағысының СИ системасындағы бирлиги болып хызмет етеди. Ол майданы  $1 \text{ м}^2$  болған бетті нормаль бағытта 1 теслаға тең  $B$  магнит индукциясы кесип өтетуғын ағысқа тең. Усы ағыс 1 вб/сек тезлиги менен өзгергенде контурда 1в шамасына тең ә.қ.күши индукцияланады.

Гаусс системасында (56.3)-формула былайынша жазылады:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt}. \quad (56.4)$$

Ф тиң усы системадағы бирлигине болып максвелл хызмет етеди (мкс). Оның мәниси  $B = 1 \text{ Гс}$  болған жағдайда  $1 \text{ см}^2$  бет арқалы нормаль бағытта ағатуғын ағысқа тең СИ менен Гаусс системаларындығы ағыстың бирликлеринң арасындағы қатнас былайынша жазылады:

$$1\text{вб} = 1\text{тл} \cdot 1\text{м}^2 = 10^4 \text{гс} \cdot 10^4 \text{см}^2 = 10^8 \text{мкс}. \quad (56.5)$$

(56.4)-формула бойынша  $\mathcal{E}_i$  ушын потенциалдың СГСЭ-бирликлериндеги бирлиги алынады.  $\mathcal{E}_i$  ни вольтлере алыў ушын алынған нәтийжени 300 ге көбейтиў керек.  $300/\text{с} = 10^{-8}$  болғанлықтан,

$$\mathcal{E}_i(\text{в}) = -10^{-8} \frac{d\Phi}{dt} \frac{\text{мкс}}{\text{сек}}. \quad (56.6)$$

Бизиң жоқарыда қараған мысалымызда контурдағы тоқты пайда ететуғын тәреплик күштиң орын Лоренц күши ийелейди. Э.қ.күштиң анықламасы бойынша бул күшлердин бир бирлик оң зарядтың үстинен ислейтуғын жумысы (32-параграфты қараңыз) нолден өзгеше болады. Бул жағдай 47-параграфта Лоренц күши зарядтың үстинен жумыс атқармайды деп айтылған жуўмаққа қарама-қарсы келетуғындай болып көринеди. Гәп соннан ибарат, (56.1)-күш электронға тәсир ететуғын барлық Лоренц күши емес, ал  $v$  тезлигинин бар болыў себебинен пайда болған күштиң өткізгишке параллель қураўшысы ғана болып табылады (108-сүүрет). Күштиң усындағы қураўшысының тәсиринде электрон өткізгиш бойлап  $\mathbf{f}$  тезлиги менен қозғалады. Нәтийжеде Лоренц күшинин өткізгишке перпендикуляр болған  $\mathbf{f}_\perp$  қураўшысы пайда болады<sup>43</sup>. Оның модули мынаған тең (108-сүүретті қараңыз):

$$f_\perp = evB. \quad (56.7)$$

Солай етип, электронға тәсир ететуғын толық Лоренц күши мынаған тең:

$$\mathbf{f}_L = \mathbf{f}_\parallel + \mathbf{f}_\perp.$$

Ал усы күштиң  $dt$  ўақытында ишинде электронның үстинен ислейтуғын жумысы

$$dA = f_\parallel u dt - f_\perp v dt$$

аңлатпасының жәрдеминде анықланады ( $\mathbf{f}$  ҳәм  $\mathbf{v}$  векторларының бағытлары бирдей, ал  $\mathbf{f}_\perp$  ҳәм  $\mathbf{v}$  векторларының бағытлары қарама-қарсы (108-сүүретке қараңыз)).  $f_\parallel = evB$  ҳәм  $f_\perp = evB$  екенлигин есапқа алсақ, онда толық Лоренц күшинин жумысы биз күткендей, ҳақыйқатында да, нолге тең болатуғынлығын көриў қыйын емес.

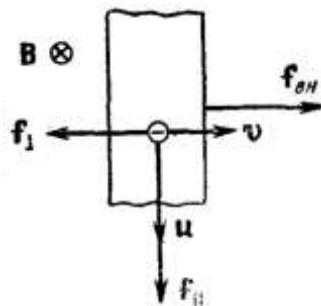
$\mathbf{f}_\perp$  күши өткізгиштиң  $v$  тезлигине қарама-қарсы бағытланған. Сонықтан өткізгиштиң 1-2 участкасының 108-сүүретте көрсетилгендей тұрақты  $v$  тезлиги менен орын айыстырыўы ушын оған сыртқы  $\mathbf{f}_{\text{сырт}}$  күшинин түсійі керек. Бул күш 1-2 участкада бар болған барлық электронларға тәсир ететуғын  $\mathbf{f}_\perp$  күшлеринин қосындысын тәнлестиреди. Усы күштиң ислеген жумысының есабынан контурда индукцияланған тоқтың тәсиринде бөлиніп шыққан энергия пайда болады. Ҳақыйқатында да  $f_{\text{сырт}}$  күшинин модулин мынадай көринисте көрсетиўге болады:

$$f_{\text{сырт}} = f_\perp nV = evBnV = evBnlS_{\theta},$$

---

<sup>43</sup> Бул қураўшы күш циркуляцияға ҳеш қандай тәсирин тийгизбейди, себеби оның өткізгиштиң бағытындағы проекциясы нолге тең.

Бул аңлатпада  $n$  арқалы бир бирлик көлемдеги еркін электронлар саны,  $V = lS_{\text{өт}}$  арқалы өткізгіштиң 1-2 участкасының көлемі,  $S_{\text{өт}}$  арқалы өткізгіштиң көлденен қесиминин майданы белгиленген.



108-сүйрет.

$f_{\text{сырт}}$  күшинин  $dt$  ўақыты ишинде ислеген жұмысы мынаған тең:

$$dA_{\text{сырт}} = f_{\text{сырт}} v dt = euBnlS_{\text{өт}} = vdt, \quad (56.8)$$

Контурда  $dt$  ўақыты ишинде тоқтың тәсиринде бөлиніп шығатуғын энергия мынадай теңликтің жәрдемінде анықланады [(37.2)-формулаға қараңыз]:

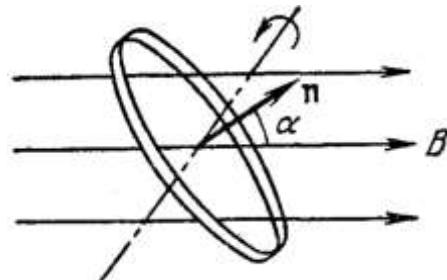
$$dQ = \mathcal{E}_i l dt = \mathcal{E}_i j S_{\text{өт}} dt.$$

Бул аңлатпада  $j$  - тоқтың тығыздығы. (31.4)-формулаға сәйкес тоқтың тығыздығы  $j = ept$  шамасына тең, (56.2)-формулаға сәйкес индукцияның э.қ.күшин  $\mathcal{E}_i = vBl$  түринде көрсетиүге болады. Усы  $j$  ҳәм  $\mathcal{E}_i$  шамаларының мәнислерин  $dQ$  ға арналған теңликтеке қойып,  $dA_{\text{сырт}}$  ушын арналған (56.8)-формула менен дәл келетуғын

$$dQ = vBlenuS_{\text{өт}} dt,$$

формуласына қайтып келемиз. Солай етеп,  $dQ = dA_{\text{сырт}}$  теңлигинин орынланатуғынлығын көрсеттік.

Биз қараған индукцияның э. қ. күшинин пайда болыўын түсіндіриў магнит майданы тұрақты, ал контурдың геометриясы өзгеретуғын жағдайға киреди. Бирақ, контур арқалы өтетуғын магнит ағысының өзгериси  $B$  векторының өзгериүинин себебинен де жүзеге келе алады. Бул жағдайда э.қ.күшинин пайда болыўын түсіндіриў басқаша болады. Ўақытқа байланыслы өзгеретуғын  $B$  магнит майданы құйын түриндеги  $E$  электр майданын пайда етеди (бул ҳақында 103-параграфта толығырақ айтылады).  $E$  майданының тәсиринде өткізгіштеги тоқты тасыўшылар қозғалысқа келеди, яғни индукцияланған тоқ пайда болады. Бул жағдайда да индукцияның э.қ.күши менен магнит ағысының өзгерисинин арасындағы байланыс (56.3)-формула менен тәрийипленеди.



109-сүйрет.

Э. қ. күши индукцияланатуғын контур бир орамынан емес, ал бирдей болған  $N$  орамнан тұратуғын болсын, яғни оны соленоид (ямаса тороид) деп болжайық. Соленоидтың орамлары избе-из тутасқан болғанлықтан,  $\mathcal{E}_i$  ҳәр бир орамда индукцияланатуғын э.қ.күшлердин қосындысына тең болады:

$$\mathcal{E}_i = - \sum \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d}{dt} \left( \sum \Phi \right).$$

Бундай жағдайда

$$\Psi = \sum \Phi \quad (56.9)$$

шамасын толық магнит ағысы деп атайды. Оны  $\Phi$  ағысы өлшенетуғын бирликлер менен өлшейди. Егер орамлардың ҳәр қайсысы арқалы өтетуғын ағыс бирдей болса, онда

$$\Psi = N\Phi \quad (56.10)$$

теңлигине ийе боламыз. Толық магнит ағысынан пайдаланып, соленоидта индукцияланатуғын э.қ.күш үшін аңлатпаны байлайынша жазыўға болады:

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Psi}{dt}. \quad (56.11)$$

Мысалы: Орамларының саны  $N$  болған катушка бир текли магнит майданында турақты  $\omega$  тезлик пенен айланып тур (109-сүйрет). Ондағы индукцияланатуғын э. қ. күшти табайық. Бир орам арқалы өтетуғын ағыстың шамасы  $\Phi = BnS = BS \cos \alpha$ . Бул теңликтегі  $S$  - орамның майданы,  $\alpha$  - орам тегислигіне түсірилген нормаль менен  $B$  векторының бағыты арасындағы мүйеш. Толық ағыс  $\varphi = N\Phi = NBS \cos \alpha$  шамасына тен.  $\alpha$  мүйешиниң шамасы ўақытқа байланыслы  $\alpha = \omega t$  нызамы бойынша өзгереди. Демек,

$$\Psi = NBS \cos \omega t = \Psi_m \cos \omega t$$

аңлатпасына ийе боламыз. Бул аңлатпада  $\Psi_m$  арқалы толық ағыстың амплитудалық мәниси белгиленген. (56.11)-формула бойынша

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Psi}{dt} = \Psi_m \omega \sin \omega t = \mathcal{E}_m \sin \omega t. \quad (56.12)$$

Солай етип, катушкада ўақытқа байланыслы гармоникалық нызам бойынша өзгеретуғын өзгермелі э. қ. күш индукцияланады екен.

## § 57. Магнит индукциясын өлшеудің усыллары

Қандай да бир түйік контур менен тутасқан толық ағыс  $\Psi_1$  мәнисинен  $\Psi_2$  мәнисине шекем өзгеретуғын болсын. Усындағы жағдайдағы контурдың ҳәр бир кесими арқалы ағып өтетуғын  $q$  зарядын табайық. Контуardaғы тоқ күшиниң бир заматтық иәниси мынаған тен:

$$i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = - \frac{1}{R} \frac{d\Psi}{dt}.$$

Буннан

$$i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = - \frac{1}{R} \frac{d\Psi}{dt},$$

теңлигине ийе боламыз. ("—" белгиси  $dq$  тасыўшыларының бағыты менен  $d\Psi$  дың бағытының шеп винт қағыйдасы менен байланыслы екенligin билдиреди).

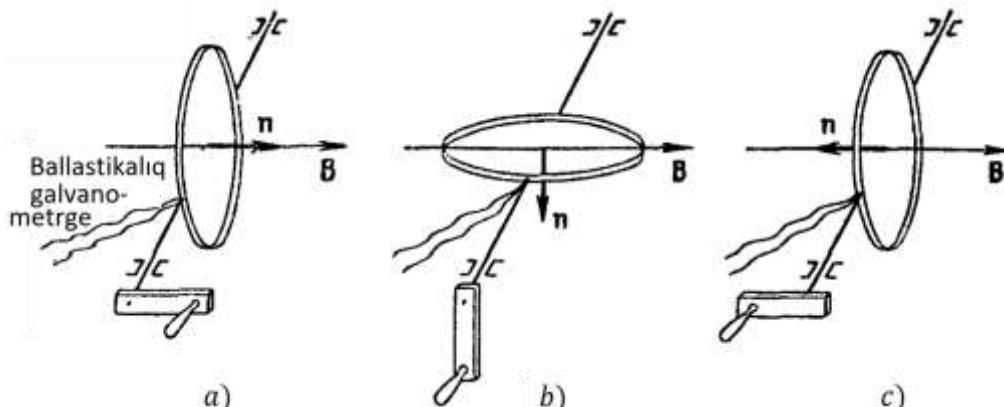
Бул теңлиkti интеграллап, толық зарядты табамыз:

$$q = \int dq = - \frac{1}{R} \int_1^2 d\Psi = \frac{1}{R} (\Psi_1 - \Psi_2). \quad (57.1)$$

(57.1)-қатнас А.Г.Столетов жетилистирген магнит индукциясын өлшеудің баллистикалық усылының тийкары болып табылады. Оның мәниси мыналардан ибарат: Биз қарап атырған майданың ноқатына орамларының саны  $N$  болған өлшемлери үлкен болмаған катушканы орналастырайық. Егер катушканы  $B$  векторы орамлардың тегислигіне перпендикуляр болатуғындай етип орналастырсақ (110-а сүйрет), онда толық магнит ағысы мынаған тен:

$$\Psi_1 = NBS.$$

Бул теңликтеке  $S$  - бир орамның майданы. Бул майдан соншама киши етил алынады, оның шеклеринде  $B$  векторының мәнислери бирдей болсын.



110-сүйрет.

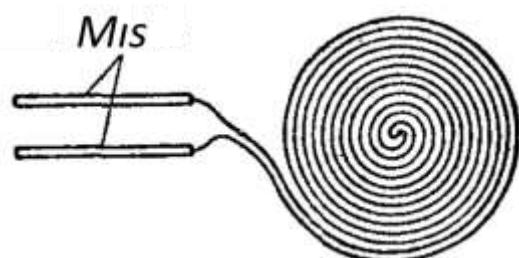
Егер катушканы  $90^0$  қа бұрсақ (110-б сүйрет), онда катушка арқалы өтетуғын ағыс нолге айланады ( $\mathbf{n}$  векторы  $\mathbf{B}$  векторына перпендикуляр), яғни  $NBS$  шамасына өзгереди. Қатушканы  $180^0$  қа бұрсақ (110-с сүйрет), онда катушка арқалы өтетуғын толық ағыстың өзгериси  $2NBS$  шамасына тең болады. Себеби ағыстың мәни мынаған тең болып қалады:  $\Psi_2 = -NBS$  ( $\mathbf{n}$  ҳәм  $\mathbf{B}$  векторларының бағытлары қарама-қарсы). Егер катушканы жеткилик дәрежеде тез бұрсақ, онда контурда қысқа ўақытлық тоқ импульси пайда болады ҳәм соған сәйкес (57.1)-формулаға сәйкес келетуғын

$$q = \frac{1}{R} 2NBS \quad (57.2)$$

заряды ағып өтеди (катушканы  $90^0$  қа бұрғанда да формула үсынданай көриниске ийе болады, бирақ 2 саны болмайды).

Қысқа ўақытлық тоқ импульси жүзеге келгенде контурдың бойы менен ағып өтетуғын зарядты баллистикалық гальванометр деп аталатуғын әсбаптың жәрдемінде өлшеүге болады. Бул әсбап меншикли тербелий дәүири үлкен болатуғын гальванометр.  $q$  ды өлшеп ҳәм  $R$ ,  $N$ ,  $S$  шамаларының мәнислерин отырып, (57.2)-формула бойынша  $B$  ны табыўға болады. Бул жағдайда  $R$  арқалы өзиниң ишине катушкалардың, гальванометрдин, тутастырыўшы сымлардың қарсылықтарының қосындысы болған шынжырдың толық қарсылығы белгиленген.

111-сүйрет.



Егер (57.2)-формуладағы  $q$  ды кулонларда,  $R$  ди омларда, ал  $S$  майданын кв. метрлерде аңлатсақ, онда  $B$  ушын тесла алынады.

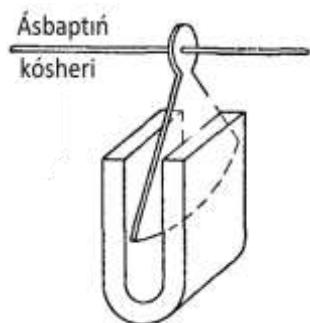
Катушканы бурыұдың орнына изертленетуғын магнит майданын пайда етийге (ямаса жоқ етийге) ямаса оның бағытын қарама-қарсы тәрепке қарай өзгертийге болады. Атап айтқанда, мысалы, А. Г. Столетов темирдин магнитлений иймеклигин изертлегендеге үсынданай усылдан пайдаланған.

Сондай-ақ, *B* ның шамасын өлшеү ушын висмуттың магнит майданының тәсиринде электрлик қарсылығының үлкейетуғынлығы, атап айтқанда тесланың ҳәр оннан бир үлесине (ҳәр бир 10000 гауссқа) өзгергенде шама менен 5 % ке үлкейетуғынлығы пайдаланады<sup>44</sup>. Соныңтан, алдын ала градуировкаланған висмут спиралын (111-сүйрет) магнит майданына орналастырып ҳәм оның қарсылығының салыстырмалы өзгерисин өлшеп, майданның магнит индукциясының шамасын анықлауға болады.

### § 58. Фуко тоқлары

Индукциялық тоқлардың тутас үлкен өткизгишлерде де қозыўы мүмкін. Бул жағдайда оларды Фуко тоқлары ямаса құйын тәризли тоқлар деп атайды. Тутас үлкен өткизгиштиң электрлик қарсылығы аз болғанлықтан, құйынлы тоқлардың шамасы жүдә үлкен бола алады.

Фуко тоқлары Ленц қағыйдасына бағынады - олар өткизгиштиң ишинде өзин пайда еткен себепке мүмкінligи болғнаша күшлирек қарсылық жасағандай жол менен бағытты таңлап алады. Соныңтан күшли магнит майданында қозғалатуғын жақсы өткизгишлер Фуко тоқлары менен магнит майданының өз-ара тәсирлесиүиниң себебинен күшли қарсылыққа ушырайды. Гальванометрлердин, сейсмографлардың ҳәм басқа да әсбаплардың қозғалышы бөлімлерин тынышландырыу (демптирлеу) ушын ұзын құбылысты пайдаланады. Әсбаптың қозғалмалы бөлигине сектор түриндеги өткизгиш (мысалы алюминий) пластинка күшли турақты магниттиң полюсларының арасында бекитиледи. Пластинка қозғалғанда онда системаны тормозлайтуғын құйын тәризли тоқлар пайда болады. Бундай дүзилистің артықшылығы тормозланыудың тек пластинка қозғалғандағанда болыуында, ал пластинка тынышлықта турған үақытта тормозланыу болмайды. Соныңтан электромагниттик тынышландырыш системаның тең салмақлық аүхалына келийине ҳеш қандай қарсылық қылмайды.



112-сүйрет.

Фуко тоқларының жыллыштық тәсири индукциялық пешлерде пайдаланылады. Бундай пеш күши үлкен, жоқары жийиликli тоқты пайдаланатуғын катушка болып табылады. Егер катушканың ишинде өткизгиш дene орналастыrsaқ, онда денени балқыуға шекем қыздыратуғын интенсивли құйын тәризли тоқ пайда болады. Металларды вакуумда балқытыу ұсынды үсүлдүң җәрдеминде әмелге асырылады. Бул жүдә таза болған материалларды алышуға мүмкінлик береди.

Вакуумлық дүзилислердин ишкі метал бөлімлерин газсызландырыу ушын қыздырыу да Фуко тоқларының жәрдеминде әмелге асырылады.

<sup>44</sup> Басқа металлардың да электрлик қарсылығы магнит майданында аз шамаға болса да өседи. Мысалы, мыстың қарсылығының үлкейиүи висмуттикине салыстырғанда шама менен  $10^4$  есе киши болады.

Қөплеген жағдайларда Фуко тоқлары үлкен зыян келтиреди ҳәм оларды пайда етпей ямаса оларға қасы ғүресіү үшін арнаұлы илажлар қолланыға түйрі келеди. Мысалы, трансформатордың өзеклериндеги құйын тәризли тоқтың тәсиринде қыздырыға кететуғын энергияның шығының болдырмау үшін оларды изоляциялаушы қабатлар менен бөлинген жуқа пластинкалардан соғады. Пластинкаларды Фуко тоқларының мүмкін болған бағытларына перпендикуляр болатуғындай етип жайластырады. Ферритлердин (үлкен электрик қарсылықтарға ие болатуғын магнитлик материаллардың) пайда болыўы өзеклерди тутас етип соғыға мүмкіншилик берди.

Өзгермели тоқлар өтетуғын сымларда пайда болатуғын құйын тәризли тоқлар сол сымлардың ишиндеги тоқларды ҳәлсирететуғын, ал сымның бетиндеги тоқтың шамасын үлкейтетуғындай болып бағытланған. Соның нәтийжесинде тез өзгеретуғын тоқ сымның кесими бойынша бир текли тарқалмайтуғын болып шығады, тоқ өткизгиштин бетине қысылып шығарылғандай болып көринеди. Бул қубылыс скин-эффект (инглиз тилиндеги skin - қабық) ямаса бетлик эффект деп аталады. Скин-эффект қубылысының жүзеге келийиниң себебинен жоқары жийиликли шынжырдағы өткизгишлердин ишки бөлимлери пайдасыз болып қалады. Сонықтан жоқары жийиликти шынжырларда түтике көринисинде өткизгишлер жийи қолланылады.

### § 59. Өзлик индукция қубылысы

Қәлеген контур арқалы өтетуғын электр тоғы  $i$  усы контур арқалы өтетуғын  $\Psi$  магнит ағысын пайда етеди. Тоқтың күши  $i$  өзгергенде  $\Psi$  де өзгереди, демек контурда э.қ.күши индукцияланады. Бул қубылысты өзлик индукция қубылысы деп атайды.

Био-Савар нызамына сәйкес  $B$  магнит индукциясы майдан пайда ететуғын тоқтың күшине туýры пропорционал. Буннан контурдағы  $i$  тоқ пенен контур арқалы өтетуғын магнит ағысы болған  $\Psi$  шамасының арасында туýры пропорционаллық байланыс жүзеге келеди:

$$\Psi = Li. \quad (59.1)$$

Ток күши менен толық магнит ағысы арасындағы  $L$  пропорционаллық коэффициентин контурдың индуктивилігі деп атайды<sup>45</sup>.

Егер контурды қоршап түрған орталықтың салыстырмалы магнитлик сиңиргишлигі  $\mu$  майданың кернеўлиги  $H$  қағәрезли болмаса, яғни ферромагнетиклер жоқ болса, тек усы жағдайда ғана  $\Psi$  дин  $i$  ге сыйықлы ғәрезлигі орын алады. Бундай болмаған жағдайда  $\mu$  шамасының тоқ  $i$  ге ( $H$  арқалы) ғәрезлигі қурамалы функция болып табылады (103-сүйретти қараңыз) ҳәм  $B = \mu_0 \mu H$  теңлигі орынлы болғанда  $\Psi$  дин  $i$  ге байланысы да айтартықтай қурамалы функция болады. Бирақ,  $L$  индуктивилігі  $i$  дин функциясы болып табылатуғын жағдайлар үшін да (59.1)-қатнасты усындағы жағдайлар үшін тарқатыға болады. Тоқтың күши  $i$  тұрақты болған жағдайларда толық  $\Psi$  ағысын контурдың формасы менен өлшемлерин өзгеріү жолы менен өзгертиүге болады.

Усы айтылғанлардан  $L$  индуктивилігиниң контурдың геометриясынан (яғни оның формасы менен өлшемлеринен) ҳәм контурды қоршаған орталықтың магнитлик қәсийетинен ( $\mu$  дең) ғәрезли екенлигі келип шығады. Егер контур қатты болса ҳәм оның әтирапында ферромагнетиклер болмаса, онда  $L$  индуктивилігиниң шамасы тұрақты болады,

СИ системасындағы индуктивликтиң өлшем бирлигі сыпатында өткизгиштеги тоқтың күши 1 а болғанда онда 1 вб ге тең толық  $\Psi$  ағыс пайда болатуғын усы өткизгиштин индуктивилігі қабыл етилген. Бул бирликті генри (гн) деп атайды.

---

<sup>45</sup> Өзлик индукция коэффициенти атамасы усы коэффициенттиң ески атамасы болып табылады.

Гаусс системасындағы  $L$  индуктивликти анықтайтуғын аңлатпанаң көриниси мынадай:

$$L = \frac{\Psi}{(i/c)} = c \frac{\Psi}{i}. \quad (59.2)$$

(59.2)-шамасының өлшемлигин табыў ушын (40.5)-формулаға сәйкес  $i$  тоқ күшинин бирлигин с ның бирлиги менен узынлықтың бирлигине [оны биз  $[l]$  символы менен белгилейик] бөлгөнгө тең болатуғын Гаусс системасындағы  $B$  ның бирлигин пайдаланайық. Онда, мынадай теңликтердин орынлы екенлигин көремиз:

$$[L] = [c] \frac{[\Psi]}{[i]} = [c] \frac{[B][S]}{[i]} = [c] \frac{[B][l]^2}{[i]} = [l].$$

Солай етип, Гаусс системасындағы индуктивликтиң бирлиги узынлықтың бирлигіндегі екен. Усыған сәйкес усы системада индуктивликтиң бирлигин сантиметр деп атайды. 1 см шамасына тең индуктивликке тоқ күши 1 СГСМ-бирлигине (яғни 10  $a$ ) тең болғанда 1 мкс ( $10^{-8}$  вб) шамасындағы ағыс болатуғын контур ийе.

$L$  дин СИ менен Гаусс системаларындағы бирликлеринң арасында мынадай қатнас орын алады:

$$1 \text{ гн} = \frac{1 \text{ вг}}{1 \text{ а}} = \frac{10^8 \text{ мкс}}{0,1 \text{ СГСМ}} = 10^9 \text{ см.} \quad (59.3)$$

Соленоидтың индуктивлигин есаплайық. Из жүзинде узынлығы шексиз үлкен деп есапланатуғын соленоидты алайық. Ол арқалы  $i$  тоғы өткенде оның ишинде магнит индукциясы (42.6)- ҳәм (44.24)-формулаларға сәйкес индукциясы  $B = \mu_0 \mu_i i$  шамасына тең бир текли майдан пайда болады. Орамлардың ҳәр қайсысы арқалы өтетуғын ағыс  $\Phi = BS$ , ал соленоид пенен байланысқан толық магнит ағысы мынаған тең:

$$\Psi = N\Phi = nlBS = \mu_0 \mu n^2 lSi. \quad (59.4)$$

Бул аңлатпада  $l$  арқалы соленоидтың узынлығы (оны жүдә узын деп болжаймыз),  $S$  арқалы оның көлденен қесиминин майданы,  $n$  арқалы узынлық бирлигіндеги орамлар саны ( $nl$  көбеймеси орамлардың толық  $N$  санын береди) белгиленген.

(59.4)- ҳәм (59.1)-қатнасларын салыстырып, жүдә узын соленоидтың индуктивлиги ушын мынадай теңликти аламыз:

$$L = \mu_0 \mu n^2 lS = \mu_0 \mu n^2 V. \quad (59.5)$$

( $V = lS$  көбеймеси соленоидтың көлемине тең). (59.5)-теңликтеги  $n$  ді  $N/l$  менен алмастырып, мынаған ийе боламыз:

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2}{l} S. \quad (59.6)$$

Гаусс системасындағы соленоидтың индуктивлигине арналған формуланың көриниси мынадай болады:

$$L = 4\pi \mu n^2 lS. \quad (59.7)$$

(59.6)-теңликке сәйкес,  $\mu_0$  дин бирлиги индуктивликтиң өлшем бирлигин узынлықтың өлшем бирлигине бөлгөнгө тең (салыстырмалы магнитлик сиңиргишлик  $\mu$  дин өлшем бирлигине ийе емес шама екенлигин еске түсиремиз). Сонықтан СИ системасында  $\mu_0$  генридиң метрге қатнасы менен өлшенеди [(38.3)-аңлатпаға қараңыз].

Контурдағы тоқ күши өзгергенде өзлик индукцияның э.к.күши  $\mathcal{E}_s$  пайда болады. Оның мәниси

$$\mathcal{E}_s = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d(Li)}{dt} = -\left( L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{dt} \right). \quad (59.8)$$

формуласының жәрдемінде есапланады [(56.11)-формулаға қараңыз].

Егер  $L$  дин мәниси тоқтың күши өзгерген ўақытта турақлы болып қалса (бул, бурын атап еткенимиздей, ферромагнетиклер жоқ болған жағдайда ғана мүмкін болады), онда  $\mathcal{E}_s$  ушын арналған теңліктиң көриниси мынадай болады:

$$\mathcal{E}_s = -L \frac{di}{dt}. \quad (59.9)$$

Гаусс системасында мынадай теңлік орынлы:

$$\mathcal{E}_s = -\frac{1}{c^2} L \frac{di}{dt}. \quad (59.10)$$

(59.9)-қатнас индуктивликти  $L$  ди контурдағы тоқтың күшиниң өзгериў тезлиги менен өзлик индукцияның ә.қ.күшиниң арасындағы пропорционаллық коэффициент сипатында анықлаўға мүмкіншиликті береди. Бирақ, бундай анықлама тек  $L = const$  болған жағдайда ғана дұрыс болады. Ферромагнетиклер бар болған жағдайда деформацияланбайтуғын контурдың  $L$  индуктивлигі  $i$  дин ( $H$  арқалы)-функция болып табылады. Сонлықтан  $\frac{dL}{dt}$  туўындысын  $\frac{dL}{di} \frac{di}{dt}$  түрінде жазыўға болады. (59.8)-формулаға ұсындаі алмастыриў жүргизип, мынаны келтирип шығарамыз:

$$\mathcal{E}_s = -\left(L + i \frac{dL}{di}\right) \frac{di}{dt}. \quad (59.11)$$

Буннан, ферромагнетиклер бар болған жағдайда  $\frac{di}{dt}$  менен  $\mathcal{E}_s$  шамаларының арасындағы пропорционаллық коэффициент  $L$  ге пүткіллей тен болмайды.

$L = const$  болған жағдайда индуктивлигі  $L = 1$  гн болған еткізгіште тоқ күши 1 а/сек тезлиги менен өзгерсе (59.9)-теңлікке сәйкес  $\mathcal{E}_s = 1$  в ә.қ.күшиниң пайда болыўына алып келеди.

## § 60. Шынжырдың түйіқланыўы менен ажыратылышы ұақтында пайда болатуғын тоқ

Ленц қәдеси бойынша өзлик индукцияның салдарынан еткізгішлерде пайда болатуғын қосымша тоқлар шынжыр бойынша өтетуғын тоқтың өзгерисине ҳамме ўақытта қарсылық жасайтуғында болып бағытланған. Бул шынжырдың түйіқланыўы ұақтында тоқтың турақлы шамасының орнаўы менен шынжырды ажыратқан ўақыттағы тоқтың кемейиүинин бирден емес, ал избе-из болатуғынлығын көрсетеди.

Ең алды менен шынжырды ажыратқан ўақыттағы тоқтың қалайынша өзгеретуғынлығын табайық. Мейли, тоқтың күши  $i$  ге ғәрзели емес  $L$  индуктивлик пенен  $R$  қарсылығы бар шынжырға ә. қ. күши  $\mathcal{E}$  шамасына тен болған тоқтың дереги тутастырылған болсын (113-сүйрет). Усы ә.қ.күштин тәсиринде шынжыр арқалы

$$I_0 = \frac{E}{R} \quad (60.1)$$

турақлы тоқ өтеди (тоқтың дерегинин қарсылығын есапқа алмастай киши шама деп есаплаймыз).

$t = 0$  ўақыт моментинде тоқтың дерегин ажыратайық ҳәм соның менен бирге шынжырды  $P$  қысқышының жәрдемінде қысқа түйіқтайық. Шынжырдағы тоқ күши кемейе басланған ўақытта өзлик индукцияның ә.қ.күши пайда болады. Сонлықтан ә.қ.күшиниң дерегин ажыратқаннан кейинги шынжырдағы тоқтың күши Ом нызамына сәйкес мына теңлемени қанаатландырады:

$$iR = \mathcal{E}_s = -L \frac{di}{dt}.$$

Бул теңлемени былайынша көширип жазайық:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0. \quad (60.2)$$

(60.2)-теңлеме 1-тәртипли бир текли сыйықлық дифференциаллық теңлеме болып табылады. Оны өзгериүшилерди ажыратып, яғни мұнадай көринисте жазамыз

$$\frac{di}{i} = -\frac{R}{L}dt.$$

Хәм буннан кейин аңсат интеграллаймыз:

$$\ln i = -\frac{R}{L}t + \ln const$$

(буннан кейин орынланатуғын түрлендириўлерди еске ала отырып, биз интеграллау тұрақтысын  $\ln const$  көринисинде жаздық).

Усы қатнасты потенциаллаудың нәтийжесинде мұнадай аңлатпа алынады;

$$i = const \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \quad (60.3)$$

(60.3)-функциясы (60.2)-теңлемениң улыўмалық шешими болып табылады.  $const$  тың мәнисин басланғыш шәртлерден табамыз.  $t = 0$  болғанда тоқ күшиниң мәниси (60.1) еди. Сонықтан  $const = I_0$  теңлигине ийе боламыз. Бул мәнисти (60.3)-теңликке қойып, мұнаны табамыз:

$$i = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (60.4)$$

Солай етип, ә.к.күшиниң дерегин ажыратқаннан кейин шынжырдағы тоқтың күшиниң бирден нолге айланбайтуғынлығын, ал оның (60.4)-экспоненциаллық нызам бойынша кемейтуғынлығын көремиз.  $i$  дің кемейиү графиги 114-сүретте (1 иймек сыйық) берилген. Кемейиүдің тезлиги өлшем бирлигі үақыттың өлшем бирлигіндегі болған

$$\tau = \frac{L}{R} \quad (60.5)$$

Шынжырдың үақыт тұрақтысы деп аталатуғын шама менен анықланады екен. (60.5)-белгилеўди пайдаланып, (60.4)-формулаға мұнадай түр бериүге болады:

$$i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (60.6)$$

Усы формулаға сәйкес  $\tau$  шамасы тоқ күшиниң  $e$  есе кемейтуғын үақыт болып табылады. (60.5)-қатнастан көринип турғанында, шынжырдың  $L$  индуктивилиги қаншама үлкен ҳәм оның  $R$  қарсылығы қаншама аз болса, онда  $\tau$  үақыт тұрақтысының соншама үлкен болатуғынлығын ҳәм шынжырдағы тоқ күшиниң соншама әстерек кемейтуғынлығын көремиз.

Енди шынжырдың түйікленаныўын қарайық. Тоқтың дерегине қосылғаннан кейин тоқтың күшиниң шамасы тұрақты болған (60.1)-мәнисине шекем үлкейгенше шынжырдағы  $\mathcal{E}$  ә.к.күшинен басқа өзлик индукцияның ә.к.күши де тәсир етеди. Сонықтан Ом нызамына сәйкес мұнаны жазыўға болады:

$$iK = \mathcal{E} + \mathcal{E}_s = \mathcal{E} - L \frac{di}{dt}.$$

Бул теңлемени былайынша түрлендирейик:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{\mathcal{E}}{L}. \quad (60.7)$$

Солай етип, биз бир текли емес сыйықлық теңлемеге келдик. Бул теңлемениң (60.2)-теңлемеден айырмасы соннан ибарат, оның оң тәрептеги бөліміндеги нолдиндегі орнында  $\mathcal{E}/L$  тұрақты шамасы түр. Дифференциаллық теңлемелер теориясынан бир текли болмаған сыйықлы теңлемениң улыўмалық шешимин оның қәлеген дара шешимин өзине сәйкес келетуғын бир текли теңлемениң улыўмалық шешимине қосыў жолы менен алыўға

болады. Бир текли теңлемениң улыўмалық шешиминиң көриниси (60.3)-аңлатпадай болады.  $i = I_0 = \mathcal{E}/R$  мәнисиниң (60.7)-теңлемениң дара шешими болатуғындағына көз жеткериў қыйын емес. Сонықтан (60.7)-теңлемениң улыўма шешимин былайынша жазыўға болады:

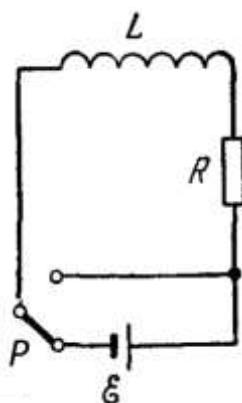
$$i = I_0 + \text{const} \cdot e^{-\frac{R}{L}t}.$$

Басланғыш моментте  $i$  тоқ күши нолге тең. Буннан  $\text{const}$  үшін  $\text{const} = -I_0$  мәниси алынады. Солай етип,

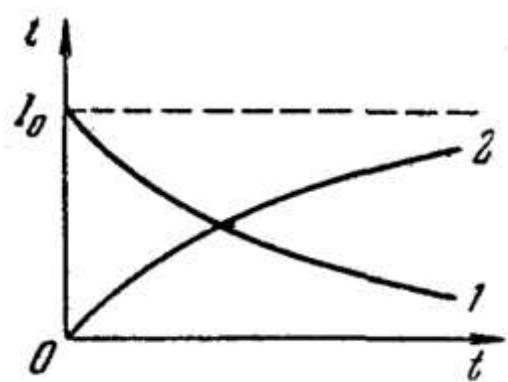
$$i = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \quad (60.8)$$

түриндеги функцияға ийе боламыз.

(60.8)-функция шынжырға э. қ. к. дерегин қосқаннан кейин тоқтың шамасының қалайынша үлкейетуғынлығын тәрийиплейди. Бул функциянын графиги 114-сүйретте (2-иймеклик) берилген.



113-сүйрет.



114-сүйрет.

Биз  $L$  индуктивлигін турақлы деп болжадық. Егер шынжырда темир өзеги бар катушка болса, онда  $\mathcal{E}_s$  (59.8)-формула бойынша анықланады. Бул жағдайда  $i \frac{dL}{dt}$  қосылыўшының есабынан өзлик индукцияның э.к.күшиниң мәнисиниң жүдә үлкен болыўы мүмкін. Бундай жағдайда тоқ күшиниң шамасы  $I_0$  ден әдеўир үлкен болады.

### § 61. Магнит майданының энергиясы

115-сүйреттеген шынжырды қарайық. Ең алды менен  $L$  соленоидты  $E$  батареясына түйікрайық. Бундай жағдайда  $i$  тоғы қәлиплеседи ҳәм соленоидтың орамлары менен байланыслы болған магнит майданы пайда болады. Егер соленоидты батареядан ажыратып, оны  $R$  қарсылығы арқалы түйікласақ, онда пайда болған шынжыр арқалы кем-кемнен кемейетуғын тоқ ағады. Усы тоқтың  $dt$  үақытында ишинде ислеген жұмысы мынаған тең:

$$dA = \mathcal{E}_s idt = -\frac{d\Psi}{dt} idt = -id\Psi. \quad (61.1)$$

Егер соленоидтың индуктивлигі  $i$ -ге ғәрэзли болмаса ( $L = \text{const}$ ), онда  $d\Psi = Ldi$  ҳәм (61.1)-теңлик мынадай көриниске енеди:

$$dA = -Ldi \quad (61.2)$$

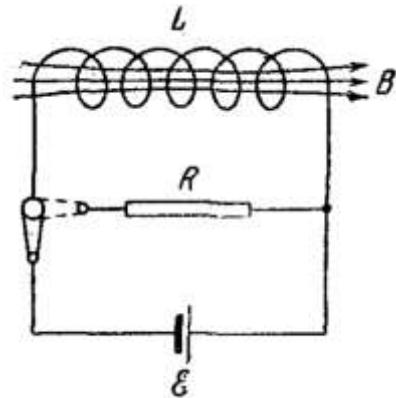
Бул теңликті  $i$  бойынша оның дәслепки мәнисинен нолге шекемги интервалда интеграллап, магнит майданының жоғалыўы орны алатуғын барлық үақыт ишинде шынжырда исленген жұмысты келтирип шығамыз:

$$A = - \int_i^0 L i d i = \frac{L i^2}{2}. \quad (61.3)$$

(61.3)-жумыс өткізгішлердің ишкі энергиясының өсіміне, яғни оларды қыздырып үшін жумсалады. Бул жумыстың орынланыўы дәслеп соленоидты қоршаған кеңісликте бар болған магнит майданының жоғалыўы менен қосылып жүреди. Электр шынжырын қоршаған денелерде ҳеш қандай басқа өзгерислер болмағанлықтан, магнит майданы энергияны тасыўшылар болып табылады ҳәм оның есабынан (61.3)-жумыс атқарылады деген жүймақ шығады. Солай етип, биз мынадай жүймаққа келемиз:  $i$  тоғы өтип турған индуктивлиги  $L$  ге тең өткізгіш

$$W = \frac{L i^2}{2} \quad (61.4)$$

энергиясына ииे болады ҳәм бул энергияның муғдары тоқ тәрепинен қоздырылған магнит майданының энергиясы болып табылады [бул формуланы зарядланған конденсатордың энергиясы үшін шығарылған (29.1)-теңлік пенен салыстырыңыз].



115-сүйрет.

Гаусс системасында тоғы бар контурдың энергиясы үшін жазылған теңлік мынадай көриниске ииे:

$$W = \frac{1}{c^2} \frac{L i^2}{2}. \quad (61.5)$$

(61.3)-теңлікти тоқ 0 ден  $i$  ге шекем үлкейиүү процессинде өзлик индукцияның э.қ.күшине қарсы ислеў керек болған ҳәм (61.4)-энергияға ииे магнит майданын пайда етиў үшін исленетуғын жумыс сыпатында түсіндіриўге болатуғынлығын ескертемиз. Ҳақыйқатында да да өзлик индукцияның э.қ.күшине қарсы исленген жумыс

$$A' = \int_0^i (-\mathcal{E}_s) i dt$$

аңлатпасының жәрдемінде анықланады. Биз (61.2)-теңлікти келтиріп шығарыў үшін пайдаланылған түрлендіриўге үқсас болған түрлендіриўди енгизип, мынаны аламыз:

$$A' = \int_0^i L i d i = \frac{L i^2}{2}. \quad (61.6)$$

Бул (61.3)-теңлікке сәйкес келеди. (61.6)-жумыс тоқтың мәнисиниң қәлиплесиў үақтында э. қ. к. дерегиниң есабынан исленеди ҳәм ол тольғы менен контур менен байланыслы болған магнит майданын пайда етиўге жумсалады. (61.6)-теңліктегі э. қ. к.

дерегинен тоқтың қәлиплесиү процесинде өткизгишлерди қыздырыға жумсалатуғын жумыс есапқа алынбайды<sup>46</sup>.

Магнит майданының (61.4)-энергиясын майданың өзин тәрийиплейтуғын шамалар арқалы аңлатайық. Шексиз (әмелде жұдә узын) соленоид болған жағдайда

$$L = \mu_0 \mu n^2 V, \quad H = ni$$

теңлигине иие боламыз. Буннан

$$i = \frac{H}{n}$$

теңлигин аламыз.

$L$  менен  $i$  дин үсы мәнислерин (61.4)-формулаға қойып ҳәм сәйкес түрлендириўлерден кейин мынадай формулаға иие боламыз:

$$W = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} V. \quad (61.7)$$

42-параграфта көрсетилип өтилгениндей, шексиз узын соленоидтың магнит майданы бир текли ҳәм тек соленоидтың ишинде ғана нолден өзгеше болады. Демек, (61.7)-энергия соленоидтың ишки бөлімінде топланған ҳәм оның көлемине тұрақты  $\omega$  тығызлығы менен тарқалған. Тығызлықтың бул мәнисин  $W$  ны  $V$  ға бөлиү жолы менен табыуға болады. Усындағы бөлиүди жүзеге асырып, мынаны аламыз:

$$\omega = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}. \quad (61.8)$$

(44.5)-қатнасты пайдаланып, магнит майданы + энергиясының тығызлығы ушын шығарылған формуланы мынадай көринисте жазыуға болады:

$$\omega = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu}. \quad (61.9)$$

Бизиң магнит майданы энергиясының тығызлығы ушын шығарған теңлемемиздиндеги көриниси электр майданының энергиясының тығызлығы ушын келтирип шығарылған (30.2)-теңлигине усайды. Тек оннан айырмашылығы ондағы электрлик шамалардың сәйкес магнитлик шамалар менен алмастырылғанлығында.

Гаусс системасында магнит майданының энергиясының тығызлығы ушын келтирип шығарылған формула мынадай түрге иие:

$$\omega = \frac{\mu H^2}{8\pi} = \frac{BH}{8\pi} = \frac{B^2}{8\pi}. \quad (61.10)$$

Егер магнит майданы бир текли болмаса, онда  $H$  пенен  $\mu$  қай орында үлкен болса, энергияның тығызлығы да сол жерде үлкен болады. Қандай да бир  $V$  көлемдеги магнит майданының энергиясын табыу ушын мына интегралды есаплау керек:

$$W = \int_V \omega dV = \int_V \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} dV. \quad (61.11)$$

---

<sup>46</sup> Ол жумыстың шамасы мынаған тең:

$$A'' = \int_0^i R i^2 dt.$$

## § 62. Өз-ара индукция

Бир бириңен үлкен болмаған қашықлықта жайласқан еки 1 ҳәм 2 контурын аламыз (116-сүйрет). Егер бириңи контур арқалы күши  $i_1$  ге тең болған тоқ өтсе, онда ол екинши контур арқалы шамасы  $i_1$  ге пропорционал болатуғын толық ағыс пайда етеди:

$$\Psi_2 = L_{21} i_1 \quad (62.1)$$

(усы ағыс пайда ететуғын майдан сүйретте тутас сыйықтар менен сүйретленген).

$i_1$  тоғы өзгерген жағдайда екинши контурда э. қ. күши индукцияланады:

$$\mathcal{E}_{i2} = -L_{21} \frac{di_1}{dt}. \quad (62.2)$$

Тап сол сыйықты, екинши контурда күши  $i_2$  шамасына тең тоқ өткенде бириңи контур арқалы мынадай ағыс пайда болады:

$$\Psi_1 = L_{21} i_1. \quad (62.3)$$

(бул ағысты пайда ететуғын майдан пункттир сыйықтар менен көрсетилген).

Ток  $i_2$  өзгерген жағдайда 1 контурында э. қ. күши индукцияланады:

$$\mathcal{E}_{i1} = -L_{12} \frac{di_2}{dt}. \quad (62.4)$$

1 ҳәм 2 контурлары байланысқан деп аталады, ал контурлардың биреүинде тоқ күши өзгерген жағдайда екиншисинде э. қ. күшиниң пайда болыў құбылысы өз-ара индукция деп аталады.

$L_{12}$  ҳәм  $L_{21}$  пропорционаллық коэффициентлері контурлардың өз-ара индуктивлиги (яmasa өз-ара индукцияның коэффициенти) деп аталады. Биз кейиниремек бул коэффициентлердин барлық үақытта бир бириңе тең екенлигин кейиниремек дәлеллеймиз:

$$L_{12} = L_{21}. \quad (62.5)$$

Өз-ара индуктивлик  $L_{12}$  контурлардың формасына, өлшемлерине ҳәм бир бириңе салыстырғандағы орналасыўына, сондай-ақ контурларды қоршаған орталықтың магнитлик сициргишлигине байланыслы болады. Индуктивлик  $L$  қандай бирликлерде өлшене  $L_{12}$  де сондай бирликлерде өлшенеди.

Контурдың екеўи пайда ететуғын магнит майданының энергиясын есапладап шығарайық. Егер тоқ тек контурлардың биреүи арқалы ғана, мысалы бириңиси арқалы өтсе, онда магнит майданының энергиясы (61.4)-формулаға сәйкес мынаған

$$W_1 = \frac{L_1 i_1^2}{2} \quad (62.6)$$

тең, ал энергияның тығыздығы

$$\omega_1 = \frac{\mu_0 \mu H_1^2}{2}$$

формуласының жәрдеминде анықланады. Бул формулада  $H_1$  арқалы  $i_1$  тоғы пайда ететуғын майданының кернеўлиги белгиленген.

Тап сол сыйықты, егер тоқ тек екинши контурда ғана бар болса, онда майданының энергиясы

$$W_2 = \frac{L_2 i_2^2}{2} \quad (62.7)$$

шамасына, ал оның тығыздығы

$$\omega_2 = \frac{\mu_0 \mu H_2^2}{2}$$

аңлатпасының жәрдеминде анықланады. Бул аңлатпада  $H_2$  арқалы  $i_2$  тоғы пайда ететуғын майданының кернеўлиги белгиленген.

Контурдың екеүинде де тоқ бар болған жағдайда қәлеген ноқаттағы майданның кернеўлиги суперпозиция принципине сәйкес мынаған тең:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2.$$

Улыўма алғанда

$$H^2 \neq H_1^2 + H_2^2.$$

Буннан

$$\omega \neq \omega_1 + \omega_2$$

теңсизлиги келип шығады ҳәм контурлардың толық энергиясы  $W$  (62.6)- ҳәм (62.7)- энергиялардың қосындысына тең болмайды.

$W$  энергиясын табыў ушын контурдың екеүине де қосылған тоқ дереклеринин атқаратуғын жумысын есаптайық. Тоқтың бул дереклері контурларда  $i_1$  ҳәм  $i_2$  тоқ күшлеринин пайда болыўы ҳәм сәйкес қосынды майданды пайда етиў ушын пайдаланылады. Дәслеп контурлардың екеүинде де тоқтың күшлери нолге тең болсын. Биринши контурда күши  $i_1$  болған тоқты пайда етиў ушын контурға жалғастырылған тоқтың дереги өзлик индукцияның  $\mathcal{E}_{s1}$  ә.қ.күшине қарсы жумыс атқарыўы тийис. (61.6)-формулаға сәйкес оның шамасы мынаға тең:

$$A'_1 = \frac{L_1 i_1^2}{2}.$$

Бул теңликтегі  $L_1$  арқалы биринши контурдың индуктивлигі белгиленген.

Енди  $i_1$  тоқ күшин өзгериссиз услай отырып, екинши контурдағы тоқтың күшин 0 ден  $i_2$  ге шекем арттырайық. Бундай жағдайда екинши контурға жалғастырылған тоқтың дереги мынадай жумысты атқарыўы керек:

$$A'_2 = \frac{L_2 i_2^2}{2}.$$

Бул теңликтегі  $L_2$  арқалы екинши контурдың индуктивлигі белгиленген.

Бирақ, мәселе тек буның менен шешилмейди.  $i_2$  тоғы өзгерген ўақытта биринши контурда (62.4)- ә.қ.күши индукцияланады. Усы ә.қ.күшинин пайда болыўы контурдағы тоқ күшинин өзгерисин пайда етпеўи ушын биринши контурға тутастырылған тоқтың көзи индукцияның ә.қ.күшине қарсы жумыс атқарыўы тийис:

$$A'_{12} = \int (-\mathcal{E}_{i1}) i_1 dt.$$

Бул аңлатпаға  $\mathcal{E}_{i1}$  ушын жазылған (62.4)-теңлиkti қойып ҳәм  $i_1$  тоқ күшинин тұрақты екенлигин есапқа алып, мынаны аламыз:

$$A'_{12} = i_1 \int_0^t L_{12} \frac{di_2}{dt} dt = i_1 \int_0^{i_2} L_{12} di_2 = L_{12} i_1 i_2.$$

Соның менен, тоқ күшлеринин мәнислери  $i_1$  ҳәм  $i_2$  шамаларына жеткен ўақытта контурлардың екеүине де тәсир ететуғын тоқ дереклеринин атқаратуғын толық жумысы

$$A' = A'_1 + A'_2 + A'_{12} = \frac{L_1 i_1^2}{2} + \frac{L_2 i_2^2}{2} + L_{12} i_1 i_2. \quad (62.8)$$

формуласының жәрдеминде есапланады.

Енди ең дәслеп екинши контурда тоқ күшинин шамасы 0 ден  $i_2$  шамасына шекем жеткен жағдай, сонан кейин биринши контурда тоқ күшинин шамасы 0 ден  $i_1$  шамасына шекем жеткен жағдай ушын алдыңғыдай ой жуўыртыўдың жәрдеминде атқарылатуғын жумыс ушын мынадай теңлиkti аламыз:

$$A' = \frac{L_1 i_1^2}{2} + \frac{L_2 i_1^2}{2} + L_{21} i_2 i_1. \quad (62.9)$$

[бул жағдайда  $i_2$  тоқ күшинин өзгериссиз қалыўы ушын  $L_{21}$  ге пропорционал болған индукцияның (62.2)-э.к.күшине қарсы жумыс атқарыў керек].

Атқарылатуғын жумыс тоқтын қандай избе-изликтे - дәслеп  $i_1$  дин, оннан кейин  $i_2$  нин ямаса керисинше, қайсы тоқтың бириңши болып пайда болыўына ғәрэзли болмағанлықтан, (62.8)- ҳәм (62.9)-теңликлеринин бир бирине тең болыўы тийис. Буннан (62.5)-қатнастың дұрыс екенлеги келип шығады.

Биз есаплап шығарған жумыстың шамасы магнит майданының  $W$  энергиясының пайда болыўына жумсалады. Соныңтан мынадай аңлатпаны жазыўға болады:

$$W = \frac{L_1 i_1^2}{2} + \frac{L_2 i_1^2}{2} + L_{12} i_1 i_2. \quad (62.10)$$

Бул формуладағы бириңши қосылыўшы  $i_1$  тоғының энергиясын, екинши қосылыўшы  $i_2$  тоғының энергиясын береди, ал  $L_{12} i_1 i_2$  қосылыўшыны  $i_1$  ҳәм  $i_2$  тоқларының өз-ара энергиясы деп аталағы.

$W$  энергияны  $i_1$  ҳәм  $i_2$  тоқларының екеўи де бир ўақытта нолден берилген мәниске шекем артады деген болжай тийкарында табамыз. Бул жағдайда бириңши контурда  $\mathcal{E}_{s1} + \mathcal{E}_{i1}$  мәнисине тең э. қ. к. индукцияланады, бундағы  $\mathcal{E}_{s1} = -L_1 \frac{di_1}{dt}$  - өзлик индукцияның э.к.күши, ал  $\mathcal{E}_{i1}$  - (62.4)-формуланың жәрдемінде анықланатуғын э. қ. күши. Екинши контурда  $\mathcal{E}_{s2} + \mathcal{E}_{i2}$  тәсир етеди. Усы э.к.күшлерге қарсы атқарылатуғын жумыс тоқлардың энергияларын пайда етиўге жумсалады. Соныңтан мынадай теңликті жазыўға болады:

$$\begin{aligned} W &= \int_0^t [-(\mathcal{E}_{s1} + \mathcal{E}_{i1})] i_1 dt + \int_0^t [-(\mathcal{E}_{s2} + \mathcal{E}_{i2})] i_2 dt = \\ &= \int_0^t \left( L_1 \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} \right) i_1 dt + \int_0^t \left( L_2 \frac{di_2}{dt} + L_{21} \frac{di_1}{dt} \right) i_2 dt. \end{aligned}$$

(62.5)-қатнасты пайдаланып бул теңликті мынадай түрге келтириўге болады:

$$W = \int_0^t L_1 i_1 \frac{di_1}{dt} dt + \int_0^t L_2 i_2 \frac{di_2}{dt} dt = \int_0^t L_{12} \left( i_1 \frac{di_2}{dt} + \frac{di_1}{dt} i_2 \right) dt.$$

Дәслепки еки интеграл сәйкес  $\frac{L_1 i_1^2}{2}$  ҳәм  $\frac{L_2 i_2^2}{2}$  шамаларын береди. Үшинши интегралды былайынша жазыўға болады:

$$\int_0^t L_{12} \frac{d(i_1 i_2)}{dt} dt = L_{12} i_1 i_2.$$

Солай етип, биз тағы да (62.10)-теңликтің қайтып келдік.

Тоқлардың энергиясы ушын шығарылған формулаға симметриялы түр бериўге болады:

$$W = \frac{L_1 i_1^2}{2} + \frac{L_2 i_2^2}{2} + \frac{L_{12} i_1 i_2}{2} + \frac{L_{21} i_2 i_1}{2}.$$

Бир бири менен байланысқан  $N$  дана контурдың энергиясы ушын ұсыған үқсас теңлик шығады:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^N L_{ik} i_i i_k. \quad (62.11)$$

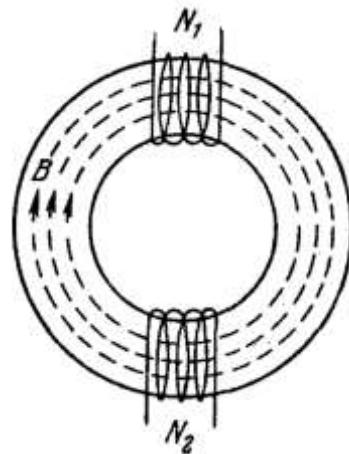
Бул аңлатпада  $L_{ik} = L_{ki}$  арқалы  $i$ - ҳәм  $k$ - контурлардың өз-ара индуктивлиги, ал  $L_{ii} = L_i$  арқалы  $i$ - контурдың индуктивлиги белгиленген.

Ең ақырында ортақ тороидлық темир өзекке оралған еки катушканиң өз-ара индуктивлигин табайық (117-сүрет). Магнит индукциясының сыйықтары өзектің ишинде топланғанлықтан [(45.5)-формуладан кейин келтирилген текстке қараңыз], қәлеген түтеде

қозатуғын магнит майданының кернеўлиги өзектиң барлық жерлеринде бирдей деп есаплаўға болады (магнит индукциясы сызықтарының жийилигиниң  $B$  ға пропорционал екенлигин ескертіп өтеді). Егер бириңши түтеде  $N_1$  дана орам болса ҳәм оның бойы менен күши  $i$  болған тоқ ақса, онда циркуляция ҳақындағы теоремаға сәйкес [(44.6)-формулаға қараңыз]

$$Hl = N_1 i_1 \quad (62.12)$$

теңлигин жазыўға болады (17-сүйрет). Бул теңликте  $l$  - өзектиң узынлығы.



117-сүйрет.

Өзектиң көлденең кесими арқалы өтетуғын магнит индукциясының ағысы  $\Phi = BS = \mu_0 \mu H S$  шамасына тең (бул теңликтегі  $S$  - өзектиң көлденең кесиминин майданы). Бул теңликтегі  $H$  тың мәнисин қойып ҳәм буннан шыққан теңликті  $N_2$  ге көбейтип, екинши түтеге бириккен толық ағыс ушын мынадай анлатпаны аламыз:

$$\Psi_2 = \frac{S}{l} \mu_0 \mu N_1 N_2 i_1.$$

Бул теңликті (62.1)-теңлик пенен салыстырып

$$\Psi_{21} = \frac{S}{l} \mu_0 \mu N_1 N_2 \quad (62.13)$$

теңлигине ийе боламыз.

Екинши түтеде күши  $i_2$  болған тоқ ағады деп болжап, бириңши түте менен байланыслы болған  $\Psi_1$  ағысты есапладап,  $L_{12}$  ушын да дәл усындағы теңликті алғыўға болады.

### § 63. Ферромагнетикти қайтадан магнитлеў жұмысы

Шынжырдағы тоқ өзгерген ўақытта өзлик индукцияның ә.қ.күшине қарсы атқарылатуғын жұмыс ушын

$$dA' = (-\mathcal{E}_s)idt = \frac{d\Psi}{dt} idt = id\Psi \quad (63.1)$$

теңлигин жазыўға болады.

Егер шынжырдың  $L$  индуктивлиги тұрақты болса (бул ферромагнетиклер жоқ болған жағдайда ғана орын алады), бул жұмыс толығы менен магнит майданының энергиясын пайда етиўге жумсалады:  $dA' = dW$ .<sup>47</sup> Ферромагнетиклер бар болған жағдайда истиң басқаша болатуғынлығын биз ҳәзир анықтаймыз.

<sup>47</sup> Бул жағдайда (63.1)-жұмыс былайынша жазылады:  $dA' = Lidi$  [(61.6)-теңликтегі қараңыз]

(63.1)-формуланы магнит майданын тәрийиплэйтұғын шамалар арқалы аңлатайық. Усы мақсетте жүдә үзын соленоидты қарайық. Бұл жағдайда  $H = ni$ ,  $\Psi = nlBS$ . Демек, мынадай аңлатпаны жазыуға болады:

$$i = \frac{H}{n} d\Psi = nlSdB.$$

Усы теңліктерди (63.1)-формулаға қойып, мынаған ииे боламыз:

$$dA' = HdB \cdot V, \quad (63.2)$$

бунда  $V = lS$  арқалы соленоидтың көлемі, яғни магнит майданының көлемі белгиленген.

(63.2)-теңлікти магнит майданы энергиясының өсими менен теңлестеріүге бола ма деген мәселени шешейик. Энергияның ҳал функциясы екенлигин еске түсірейік. Сонықтан энергияның өсимлеринің қосындысы бир ҳалдан екинши ҳалға өткендеги жолдан ғәрзели болмайды. Атап айтқанда, дәңгелек процесс ушын энергияның өсимлеринің қосындысы нолге тең:

$$\oint dW = 0.$$

(басқаша айтқанда,  $dW$  толық дифференциал болып табылады).

Егер соленоидты ферромагнетиклер менен толтырса, онда  $B$  менен  $H$  тың арасындағы байланыс 118-сүрретте көрсетілгендей болады. Гистерезис құрығының бойы менен айланып өткенде (яғни қайта магнитлениүдин бир циклинде)

$$\oint HdB$$

интегралы құрықтың  $S_m$  майданына тең болады. Соның менен бирге (63.2)-теңлигинен алғынған интеграл

$$\oint dA' \quad (63.3)$$

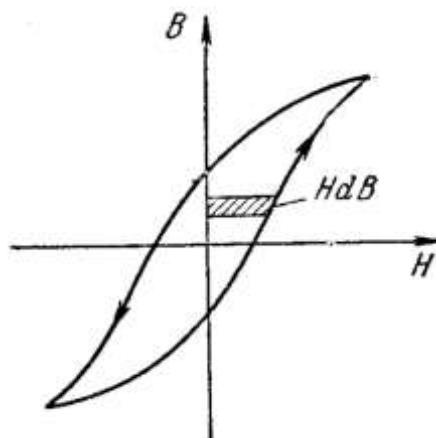
нолге тең болмайды.

Буннан ферромагнетиклер болған жағдайда (63.2)-теңлик пенен анықланған жумысты магнит майданының энергиясының өсими менен теңлестеріүге болмайды деген жүймақта келемиз. Ферромагнетиктиң бир бирик көлемі ушын есапланғанда (63.3)-жумыс мынаған тең болады:

$$\oint HdB = S_n. \quad (63.4)$$

Қайта магнитлениү циклы жүймақланғанда  $H$  пенен  $B$ , демек, магнит энергиясының шамасы өзининде дәслепки шамасына ииे болады. Демек, (63.4)-жумыс магнит майданының энергиясын пайда етиүге жумсалмайды. Тәжирибелер бұл жумыстың ферромагнетиктиң ишкі энергиясын үлкейтиүге, яғни оны қыздырыуға жумсалатуғынлығын көрсетеди.

118-сүррет.



Соның менен бирге, ферромагнетикти қайта магнитлеўдин өзінде өзгөрді. Бул цикли жүйе мақланған үақытта бир бирлик көлем ушын есапланған (63.4)-жумыс сан мәниси бойынша гистерезис құрығының майданына тең. Бул жумыс ферромагнетиклерди қыздырып ушын жумсалады.

Гаусс системасында бир бирлик көлем ушын есапланған ферромагнетикти қайта магнитлеў жумысы мынадай теңдиктиң жәрдемінде анықланады:

$$\frac{1}{4\pi} \oint H dB = \frac{1}{4\pi} S_n, \quad (63.5)$$

Яғни сан мәниси бойынша гистерезис құрығының майданын  $4\pi$  ге бөлгенге тең,

Ферромагнетиклер жоқ болған жағдайда  $B$  индукциясы  $H$  тың ( $B = \mu_0\mu H$ , бул көбеймеге  $\mu = const$ ) бир мәнисли функциясы ҳәм соңықтан (63.2)-теңдик толық дифференциал болып табылады:

$$dA' = \mu_0\mu H dH \cdot V.$$

О ден  $H$  қа шекем интеграллауы мынаны береди:

$$W = \int dA' = V\mu_0\mu \int_0^H H dH = \frac{\mu_0\mu H^2}{2} V.$$

Бул аңлатпа бир бирлик көлем ушын алынған (61.8)-формула менен бирдей түрге ийе. Соның менен бирге, ферромагнетиклер жоқ болған жағдайда (63.2)-жумыс, жоқарыда атап өткенимиздей, магнит майданының энергиясын пайда етиў ушын орынланады, яғни

$$d\omega = H dB \quad (63.6)$$

шамасы магнит майданының энергиясы тығызлығының өсими болып табылады.

Гаусс системасында

$$d\omega = \frac{1}{4\pi} H dB. \quad (63.7)$$

## ХІ БАП

**ЗАРЯДЛАНҒАН БӨЛЕКШЕЛЕРДИН ЭЛЕКТР  
ХӘМ МАГНИТ МАЙДАНЛАРЫНДАҒЫ ҚОЗҒАЛЫСЫ**

**§ 64. Зарядланған бөлекшениң бир текли магнит  
майданындағы қозғалысы**

Бир текли магнит майданына  $e'$  заряды  $\mathbf{B}$  векторына перпендикуляр  $\mathbf{v}$  тезлиги менен ушып киреди деп болжайық. Лоренц күшинин тәсиринде заряд сан шамасы бойынша тұрақты нормаль тезлениүге ийе болады:

$$\omega_n = \frac{f}{m} = \frac{e'}{m} v B \quad (64.1)$$

( $v$  менен  $\mathbf{B}$  векторының арасында туұры мүйеш болады).

Егер тезлик тек бағыты бойынша өзгеретуғын болса, онда шамасы бойынша тұрақты нормаль тезлениү менен жүзеге келетуғын қозғалыс радиусы  $\omega_n = v^2/R$  шәрти бойынша анықланатуғын шеңбер бойынша тең өлшеўли қозғалыс болып табылады (І томдағы 20-параграфты қараңыз). Бул теңликке  $\omega_n$  ушын жазылған (64.1)-теңликті қойып, ал буннан алынған теңлемени  $R$  ге қарата шешип, мынаны табамыз:

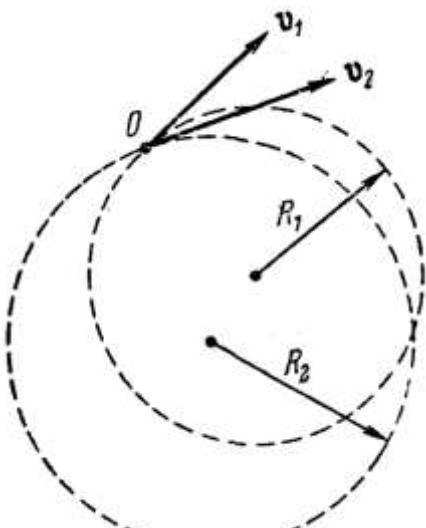
$$R = \frac{m}{e'} = \frac{v}{B}. \quad (64.2)$$

Солай етип,  $\mathbf{v}$  векторы  $\mathbf{B}$  векторына перпендикуляр болған жағдайда зарядланған бөлекшесінен радиусы  $R$  шеңбердегі тезлигине, майданындағы магнит индукциясына хәм бөлекшениң  $e'$  зарядының оның  $m$  массасына қатнасына ғәрэзли болған шеңбер бойынша қозғалады.  $e'/m$  қатнасын салыстырмалы заряд деп атайды.

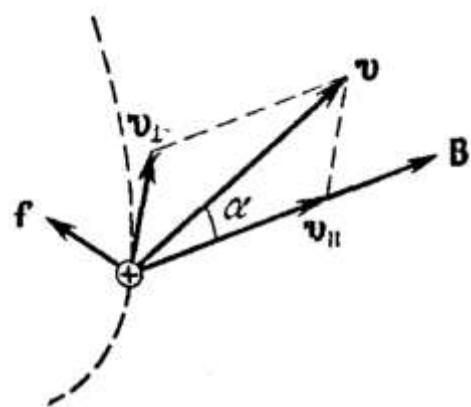
Бөлекшениң бир айланыұның қанша  $T$  үақытта жүзеге келетуғынлығын табайық. Бул ушын шеңбердин  $2\pi R$  ұзынлығын бөлекшениң  $v$  тезлигине бөлемиз. Соның нәтийжесинде мынадай теңликке ийе боламыз:

$$T = 2\pi \frac{m}{e'} \frac{1}{B}. \quad (64.3)$$

Бөлекшениң шеңбер бойы менен айланыў дәүири оның тезлигинен ғәрэзли болмайды екен. Дәүирдин мәниси тек бөлекшениң салыстырмалы заряды менен майданындағы магнит индукциясы бойынша ғана анықланады. 119-сүретте зарядлары бирдей, бирақ  $\mathbf{v}_1$  ҳәм  $\mathbf{v}_2$  тезликтери ҳәр қылыш болған еки бөлекшениң бир текли магнит майданындағы траекториялары көрсетилген. Егер бөлекшелер бир үақытта  $O$  ноқатынан шықса, онда олар бирдей үақыт ишинде толық бир рет айланып, қайтадан  $O$  ноқатында ушырасады.



119-сүйрет.



120-сүйрет.

Зарядланған бөлекшениң тезлиги бир текли магнит майданының бағыты менен  $\pi/2$  деген өзгеше  $\alpha$  мүйесин жасаған жағдайдағы усы бөлекшениң қалай қозғалатуғының анықтайдық.  $v$  векторын  $B$  векторына перпендикуляр  $v_{\perp}$  ҳәм усы  $B$  векторына параллель болған  $v_{\parallel}$  қураўшыларына жиқлейик (120-сүйрет). Бундай жағдайда

$$v_{\perp} = v \sin \alpha, v_{\parallel} = v \cos \alpha$$

теңликлериниң орынлы екенлегин көриў қыйын емес.

Лоренц күши мынаған тең:

$$f = e' v B \sin \alpha = e' v_{\perp} B$$

хәм ол  $B$  векторына перпендикуляр тегисликте жатады. Усындай күштин тәсиринде пайда болатуғын тезлениү  $v_{\perp}$  ушын перпендикуляр. Лоренц күшиниң  $B$  векторы бағытындағы қураўшысы нолге тең. Сонықтан бул күш  $v_{\parallel}$  қураўшысына тәсир ете алмайды. Солай етип, бөлекшениң қозғалысын еки қозғалыстың: 1)  $B$  векторы бағытындағы тұрақты  $v_{\parallel} = v \cos \alpha$  тезлиги менен орын алмастырыудың ҳәм 2)  $B$  векторына перпендикуляр тегисликте тең өлшеўли айланыудың қабатласыуы деп есаплаўға болады. Айланыў жүзеге келетуғын шенбердин радиусы (64.2)-формуланың жәрдеминде анықланады ҳәм бул жағдайда  $v$  шамасының орнына  $v_{\perp} = v \sin \alpha$  шамасы алынады. Қозғалыстың траекториясының көшери  $B$  векторының бағыты менен дәл келетуғын (121-сүйрет) спираль болып табылады. Спиральдин  $l$  адымын  $v_{\parallel}$  қураўшысын (64.3)-формула менен анықланатуғын  $T$  айланыў дәүирине көбейтіп табыўға болады:

$$l = v_{\parallel} T = 2\pi \frac{m}{e' B} v \cos \alpha. \quad (64.4)$$

Спираль буралатуғын бағыт бөлекшениң зарядының белгисине ғәрезли. Егер заряд он болса, онда спираль saat тилинениң қозғалыў бағытына қарама-қарсы буралады. Бойы менен терис зарядланған бөлекше қозғалатуғын спираль saat тилинин қозғалыс бағыты менен буралады (биз спиралға  $B$  векторының бағыты менен қарап тұрмыз деп болжаймыз, бундай жағдайда егер  $\alpha < \pi/2$  теңсизлиги орынлы болса, онда бөлекше бизден арман қарай ҳәм егер  $\alpha > \pi/2$  теңсизлиги орынлы болса, онда бөлекше бизге қарай қозғалады).

### § 65. Қозғалыстағы зарядланған бөлекшелердин электр ҳәм магнит майданларының тәсиринде бурылыўы

Бирдей зарядланған бөлекшелердин (мысалы, электронлардың) жицишке дәстесин қарайық. Бул дәсте өзине перпендикуляр қойылған экрандағы  $O$  ноқатына келип түседи

(122-сүрет). Бөлекшелер дәстесине перпендикуляр бағытланған бир текли электр майданының тәсир етийиниң салдарынан ұзынлығы  $l_1$  шамасына тең жолдағы усы бөлекшелер дәстесиниң изиниң қанша шамаға аүысатуғының анықлайық. Бөлекшениң дәслепки тезлиги  $v_0$  ге тең болсын. Майдан областына кириўи менен ҳәр бир бөлекше шамасы турақты ҳәм  $v_0$  векторына перпендикуляр бағытта  $w_{\perp} = \frac{e'}{m} E$  турақты тезленийи менен қозғалады ( $e'/m$  арқалы бөлекшениң салыстырмалы заряды белгиленген). Майданның тәсириндеги қозғалыс  $t = l_1/v_0$  үақыт дауам етеди. Усы үақыт ишинде бөлекше

$$y_1 = \frac{1}{2} \omega_{\perp} t^2 = \frac{1}{2} \frac{e'}{m} E \frac{l_1^2}{v_0^2} \quad (65.1)$$

қашықтығына орын алмастырады ҳәм  $v_0$  векторына перпендикуляр бағытта

$$v_{\perp} = \omega_{\perp} t = \frac{e'}{m} E \frac{l_1}{v_0}. \quad (16.24)$$

тезлигине ийе болады.

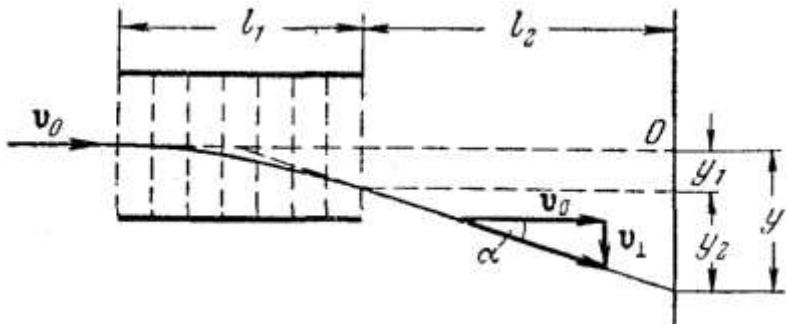
Буннан былай бөлекше  $v_0$  векторы менен  $\alpha$  мүйешин құрайтуғын бағытта түрі сызық траектория менен ушады, ал  $\alpha$  мүйешиниң шамасы мына шарттен анықланады:

$$\tan \alpha = \frac{v_{\perp}}{v_0} = \frac{e'}{m} E \frac{l_1}{v_0^2}. \quad (65.2)$$

Усының нәтийжесинде бөлекшелер дәстеси (65.1)-аүысығына қосымша мынадай аүысыға ийе болады:

$$y_2 = l_2 \tan \alpha = \frac{e'}{m} E \frac{l_1 l_2}{v_0^2}.$$

Бул теңдикте  $l_2$  - майданың шегарасынан экранға шекемги қашықтық.



122-сүрет.

Солай етип, бөлекшелер дәстесиниң траекториясының  $O$  ноқатына салыстырғандағы аүысығы мынаған тең болады:

$$y = y_1 + y_2 = \frac{e'}{m} E \frac{l_1}{v_0^2} \left( \frac{1}{2} l_1 + l_2 \right) \quad (65.3)$$

(65.2)-шартты еске ала отырып, соңғы теңдикти мынадай көринисте жазыға болады:

$$y = \tan \alpha = \left( \frac{1}{2} l_1 + l_2 \right).$$

Буннан мынадай жуўмақты шығарамыз: майдан областынан шыққан бөлекше майданды пайда ететуғын конденсатордың орайынан (65.2)-формула менен анықланатуғын  $\alpha$  мүйеши менен шыққандай болып үшүйүн дауам етеди деген жуўмақ келип шығады.

Енди ұзынлығы  $l_1$  шамасына тең жолдың ұзынлығының барлығында бөлекшелердин жолына олардың  $v_0$  тезлигине перпендикуляр болған бир текли магнит майданы пайда

етилген деп болжайық (123-сүйрет, майдан сүйрет тегислигине перпендикуляр, ал майдан областы пункттир шеңбер менен қоршалған). Майданның тәсиринен ҳәр бир бөлекшеше шамасы бойынша турақты  $\omega_{\perp} = \frac{e'}{m} v_0 B$  тезленийин алады. Бөлекшелер дәстесиниң майданның тәсиринен бурылыўын үлкен емес деп есаплаған жағдайда  $\omega_{\perp}$  тезленийин бағыты бойынша турақты ҳәм  $v_0$  векторына перпендикуляр деп есаплаұға болады. Бундай жағдайда бөлекшениң аўысыўын есаплаұға ушын бизиң бурын тапқан формулаларымызды пайдаланыўға болады. Бирақ олардағы  $\omega_{\perp} = \frac{e'}{m} E$  тезленийин  $\omega_{\perp} = \frac{e'}{m} v_0 B$  тезленийи менен алмастырыў керек. Соның нәтийжесинде бөлекшениң аўысыўы ушын (енди биз оны  $x$  арқалы белгилеймиз) мынадай аңлатпаны аламыз:

$$x = \frac{e'}{m} B \frac{l_1}{v_0} \left( \frac{1}{2} l_1 + l_2 \right). \quad (65.4)$$

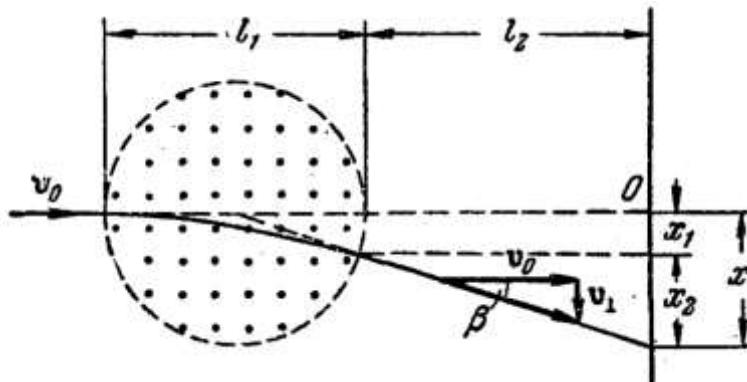
Бөлекшелер дәстесиниң магнит майданының тәсиринен бурылатуғын мүйешиниң шамасы мына теңлик пенен анықланады:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{e'}{m} B \frac{l_1}{v_0}. \quad (65.5)$$

(65.5)-теңлиkti еске ала отырып, (65.4)-формуланы былайынша жазыўға болады:

$$x = \operatorname{tg} \beta \left( \frac{1}{2} l_1 + l_2 \right). \quad (65.5)$$

Демек, бөлекшелердин бурылыўы киши болғанда олар магнит майданын таслап шыққанда шамасы (65.5)-теңлиги менен анықланатуғын  $\beta$  мүйеши менен усы майданының орайынан шыққандай болып ушады.



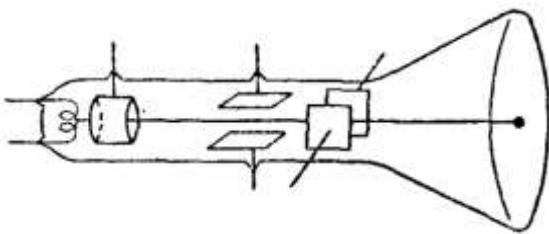
123-сүйрет.

Бөлекшениң электр майданы тәсиринен (65.3)-аңлатпа бойынша бурылыўы да, магнит майданы тәсиринен (65.4)-аңлатпа сәйкес бурылыўы да оның салыстырмалы зарядына ҳәм сәйкес майданың кернеўлигине (ямаса индукциясына) пропорционал екенлигин атап өтемиз. Еки бурылыў да  $v_0$  шамасынан да ғәрэзли болады.  $e'/m$  ҳәм  $v_0$  шамалары бирдей болған бөлекшелер майданлардың ҳәр қайсысында бирдей шамаға бурылады (яғни, олар экранның бир ноқатына барып түседи).

Электронлар дәстесиниң электр ямаса магнит майданларының тәсиринде бурылыўы электрон-нурлық трубкаларда пайдаланылады. Электронлар дәстесин беретуғын трубканың ишинде (124-сүйрет) тез ушатуғын электронлардың жиңишке дәстесин (электронлық нур) пайда ететуғын электронлық прожектор деп аталатуғын дүзилистен басқа, бир бирине перпендикуляр еки қос пластинкаларды орналастырады. Пластинкалардың қәлеген жубына кернеў түсірип, усы кернеўдиң шамасына пропорционал болатуғын (алынған пластинкаға перпендикуляр бағыттағы) электронлық нурдың аўысыўын пайда етиғе болады. Трубканың экранын флуоресценциялаушы

бирикпе менен қаплайды. Соныңтан электронлық нурдың экранға түскен жеринде жарқырап жақтылық шығарып туратуғын дақ пайда болады.

Электрон-нурлық трубкалар осциллографларда, тез өтетуғын процеслерди бақлауға ҳәм сүйретке түсириүге мүмкіншілік беретуғын әсбапларда кеңен қолланылады. Дәстениң бағытын буратуғын пластинканың бир жубына үақытқа байланыслы сыйықты түрде өзгеретуғын кернеў, ал екиншисине изертленетуғын кернеў бериледи. Электронлық нурдың инерциялығының дым киши болыуының себебинен, оның бурылышы буратуғын пластинкалардағы кернеўдің өзгериүі менен кешикпей жүзеге келеди. Усының менен бир қатарда электронлық нурға ийе болған осциллографтың экранында изертленетуғын кернеўдің үақытқа ғәрзелигин графиги сыйылады. Көп салындылық емес шамалардың өзлериңе сәйкес келетуғын дүзилистин (датчиктиң) жәрдемінде электрлік кернеўге (ямаса токқа) түрленийі мүмкін. Соныңтан осциллографлардың жәрдемінде тәбияты ҳәр қайлы болған процеслерди изертлейді.



124-сүйрет.

Электрон-нурлы трубкалар телевизиялық дүзилислердин ажырамас бөлиги болып табылады<sup>48</sup>. Телевидениеде электронлық нурды көбинесе магнит пенен басқаратуғын трубкалар қолланылады. Усындаи трубкаларда нурдың бағытын өзгертетуғын (буратуғын) пластинкалардың орнына трубкадан сыртта орналастырылған, өз-ара перпендикуляр еки катушка пайдаланылады. Олардың ҳәр қайсысы электронлық нурға перпендикуляр бағыттағы магнит майданын пайда етеди. Қатушкадағы тоқты өзгерте отырып, экрандағы электронлық нурдың тәсиринде пайда болатуғын жақты дақтың орнын өзгертемиз.

### § 66. Электронның заряды менен массасын анықлау

Электронның салыстырмалы зарядын, яғни  $e/m$  қатнасының шамасын биринши рет 1897-жылды Томсон 125-сүйретте көрсетилгендей разрядлы трубканың жәрдеми менен әмелге асырды. А анодындағы тесиктен шыққан электронлық дәсте (катодлық нурлар, [89-параграфты қараңыз] тегис конденсатордың пластинкаларының арасынан өтеди ҳәм буннан кейин флуоресценциялаушы экранға түсип, онда жақтылық дақ пайда етеди. Конденсатордың пластинкаларына кернеў түскенде электронлық дәстеге бир текли электр майданы менен тәсир етийге мүмкін. Трубка электромагниттің полюсларының арасына орналастырылды. Усының салдарынан электронлардың жолындағы биз қәлеген участкада әлтр майданына перпендикуляр болатуғын бир текли магнит майданын пайда етийге болды (усы магнит майданының областы 125-сүйретте пункттир дөңгелек пенен қоршалған). Майданлар болмаған үақытта электронлық дәсте экрандағы  $O$  ноқатына келип түседи. Майданлардың ҳәр қайсысы өз алдына электронлық дәстени вертикаль бағытта аүйстырады. Аүйсыұдың шамасы алдыңғы параграфта шығарылған (65.3)- ҳәм (65.4)-теңликлердин жәрдемінде анықланады.

<sup>48</sup> Бул гәп XX әсирдин екинши ярымына тийисли. XXI әсирге келгенде телевизорларда электронлық-нурлы трубкалар пүткиллей қолланылмайтуғын болды (Аударыўшылар).

Томсон магнит майданын пайда етип ҳәм оның тәсиринде жүзеге келген электронлық дәстениң экранда пайда еткен изинин

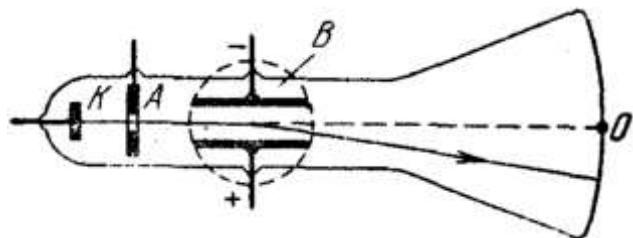
$$x = \frac{e}{m} B \frac{l_1}{v_0} \left( \frac{1}{2} l_1 + l_2 \right) \quad (66.1)$$

шамасына аўысыўын өлшегеннен кейин усы дәстени қайтадан 0 ноқатына алып келетүүндай электр майданын қосқан. Бундай жағдайда электр ҳәм магнит майданлары дәстениң электронларына бир ўақытта шамасы бойынша бирдей, бирақ қарама-қарсы бағытланған күшлер менен тәсир етеди, яғни мыйнадай шәрт орынланады:

$$eE = ev_0 B. \quad (66.2)$$

(66.1)- ҳәм (66.2)-теңлемелерин бирлікте шешип, Томсон  $e/m$  менен  $v_0$  шамаларының мәнислерин есаптай алды<sup>49</sup>.

125-сүйрет.



Буш электронлардың салыстырмалы зарядының муғдарын анықлау ушын магнитлик фокуслау усылын пайдаланды. Бул усылдың мәниси мыйнадан ибарат: Бир текли магнит майданындағы қандай да бир ноқаттан майданның бағытына салыстырғанда симметриялы түрде киши шамаға тарқалатуғын, шамасы бойынша бирдей  $v$  тезликтеги электронлар дәстеси ушып шығады деп болжайық. Электронлардың қозғалыу бағыты  $B$  векторының бағыты менен онша үлкен болмаған  $\alpha$  мүйешин жасайтуғын болсын. 64-параграфта көрсетилгендей, бул жағдайда электронлар спираль тәризли траектория бойынша қозғалады ҳәм олар бирдей ўақыт ишинде [(64.3)-формулаға қараңыз]

$$T = 2\pi \frac{m}{e} \frac{1}{B}$$

спираль бойынша толық бир рет айланады және майданның бағытында  $l$  қашықтығына жылышады. Оның шамасы мынаған тең:

$$l = v \cos \alpha \cdot T. \quad (66.3)$$

$\alpha$  мүйешиниң киши болыўының себебинен (66.3)-аңлатпа бойынша анықланатуғын қашықтық ҳәр қылыш электронлар ушын ис жүзинде бирдей ҳәм  $vT$  шамасына тең (киши мүйешлер ушын  $\cos \alpha \approx 1$ ). Демек, тарқалатуғын электронлар дәстеси сол электронлар ушып шыққан ноқаттан

$$l = vT = 2\pi \frac{m}{e} \frac{v}{B} \quad (66.4)$$

қашықтығында жайласқан ноқатта фокусланады.

Буш өткерген тәжирийбеде қызыған  $K$  катоды шығарған электронлар (126-сүйрет) катод пенен  $A$  анодының арасына түсирилген  $U$  потенциаллар айырмасынан өткенде тезлениү алады. Соның нәтийжесинде олар шамасы

$$eU = \frac{mv^2}{2} \quad (66.5)$$

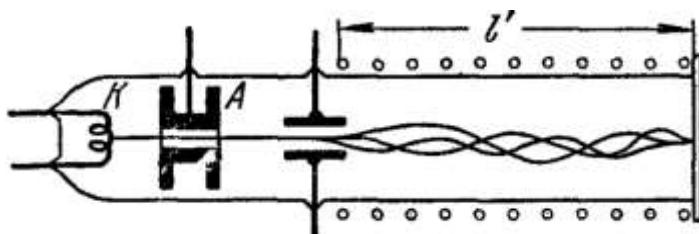
шәртинен табылатуғын  $v$  тезлигине ийе болады.

<sup>49</sup> Егер электронлық дәстениң дәслеп электр майданының тәсириндеги аўысыўын өлшесек, ал оннан кейин усы аўысыўды жоқ ететуғын магнит майданының шамасын өлшесек те тап усындаидай нәтийже алынған болар еди.

Буннан кейин анодтағы тесиктен ушып шыққан электронлар соленоидтың ишинде жайластырылған эвакуацияланған трубканың көшеринің менен параллель болған жиңишик дәстени пайда етеди. Соленоидқа кирер жерде өзгермели кернеү түсирилетуғын конденсатор орналастырылады. Қонденсатор пайда еткен майдан дәстениң электронларын өсбаптың көшеринен үақытқа байланыслы өзгерип тутатуғын  $\alpha$  мүйешине бурады. Нәтийжеде дәстениң "құйынланыўы" орын алады, яғни әлектронлар ҳәр қылыш спираль тәризли траекториялардың бойы менен қозғала баслайды. Соленоидтан шығатуғын орында флуоресценцияланыўшы экран орналастырылады. Егер конденсатордан экранға шекемги қашықлық болған  $l'$  шамасы

$$l' = nl \quad (66.6)$$

шәртин қанаатландыратуғындай етип  $B$  магнит индукциясын сайлап алысақ (бул аңлатпада  $l$  арқалы спиральдың адымы, ал  $n$  арқалы пүтин сан белгиленген), онда әлектронлардың траекториялары экранда бир ноқатта кесилиседи ҳәм экранда анық көринетуғын жарқырап турған ноқтты қоздырады. Егер (66.6)-шәрт орынланбаса, онда экрандағы жақтылық шығарып турған дақ жайылады. (66.4)-, (66.5)- ҳәм (66.6)-тәнлемелерди биргеликте шешип,  $e/m$  ҳәм  $v$  шамаларын табыуға болады.



126-сүйрет.

Әлектронның салыстырмалы заряды ушын ҳәр түрли үсыллар менен алынған нәтийжелерди есапқа алыў жолы менен қабыл етилген аса дәл мәнис мынаған тең<sup>50</sup>:

$$e/m = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ к/кг} = 5,27 \cdot 10^{17} \text{ СГС Э/г.} \quad (66.7)$$

(66.7)-аңлатпада келтирилген шама әлектронның зарядының оның тынышлықтағы массасы  $m_0$  ге қатнасын береди. Салыстырмалық теориясына сәйкес, қәлеген денениң массасы оның тезлигине мынадай нызам бойынша ғәрэзли болады:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (66.8)$$

Бул формулада  $m$  арқалы  $v$  тезлиги менен қозғалатуғын денениң массасы,  $c$  арқалы жақтылықтың вакуумдағы тезлиги, ал  $m_0$  арқалы тынышлықта турған жағдайдағы денениң массасы белгиленген. Оны тынышлықтағы масса деп атайды<sup>51</sup>.

Томсон өткерген тәжирийбелерде әлектронлардың тезлиги шама менен 0,1 с шамасына тең болды. Бул  $m$  нин мәнисиниң  $m_0$  дин мәнисинен 0,5 % ке өзгеше екенлигин

<sup>50</sup> Ҳәзирги үақытлары қабыл етилген аса дәл мәнис мынаған тең:  $\frac{e}{m} = -1,75882001076$  (53) ·  $10^{11}$  КІ/kg (Аўдарыўшылар).

<sup>51</sup> Бул жерде автор XX әсирдің орталарында кеңнен жайылған көз-қараслар тийкарында қәтеликке жол қойған. Салыстырмалық теориясы бойынша затлардың массалары тезликтен ғәрэзли емес, ал релятивистлик инвариант болып табылады. Ал денениң  $E$  энергиясы менен тезлик  $v$  ның арасында мынадай байланыс бар:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

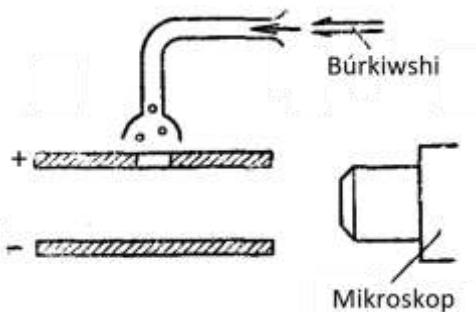
Сонлықтан  $E = mc^2$  тәжіригі массасы  $m$  болған денениң тынышлықтағы энергиясына сәйкес келеди (Аўдарыўшылар).

көрсетеди. Кейинирек өткерилиген тәжирийбелерде электронларың тезлигинин шамасы жүдә үлкен болды. Барлық жағдайда да өлшеўлерде алынатуғын  $e/m$  қатнасының мәнисинин  $v$  ның үлкейиүне байланыслы киширейетуғынлығы бақланды ҳәм ал  $v$  ның артығы  $t$  нин үлкейиүи (66.8)-форулаға дәл келеди.

Милликен 1909-жылы электронның зарядын жүдә үлкен дәллик пenen анықлады. Конденсатордың горизонт бағытында орналасқан пластинкаларының арасындағы жабық кеңисликке (127-сүйрет) Милликен майдың жүдә майда болған тамшыларын бүркиү жолы менен киргизди. Бүркиүдин салдарынан тамшылар электрленеди ҳәм конденсатордағы кернеүдің шамасы менен белгисин таңлап алып, оларды қозғалмайтуғындай етип тынышлықта услап турыўға болады. Бундай тең салмақтың ҳал мынадай шәрт орынланғанда жүзеге келеди.

$$P' = e'E. \quad (66.9)$$

Бул аңлатпада  $P'$  - салмақ күши менен  $\frac{3}{4}\pi r^3(\rho - \rho_0)g$  Архимед күшлеринин қосындысы,  $\rho$  - тамшының тығызлығы,  $r$  - оның радиусы,  $\rho_0$  - ҳаўаның тығызлығы.



127-сүйрет.

$r$  менен  $E$  нин мәнислерин биле отырып  $e'$  зарядының шамасын табыўға болады. Радиусты анықлау ушын майдан болмаған ўақыттағы тамшының тең өлшеўли түсіү тезлиги өлшениди. Механика курсынан [I томдағы (60.2)-формулаға қараңыз] бул тезликтин

$$v_0 = \frac{2(\rho - \rho_0)gr^2}{9\eta}. \quad (66.10)$$

шамасына тең екенлиги белгили.  $v_0$  ди өлшеп,  $\rho$ ,  $\rho_0$  ҳәм ҳаўаның жабысқақтық коэффициенти болған  $\eta$  шамасын биле отырып, (66.10)-формула бойынша  $r$  дин шамасын есаплау жолы менен анықлауға болады. Тамшының қозғалысы микроскоптың жәрдеминде бақланды.  $v_0$  тезлигин өлшеў ушын микроскоптың көриү майданына жайластырылатуғын еки сызықтың арасындағы қашықлықтағы тамшының өтиў ўақыты анықлады.

Тамшының тең салмақтығын дәл анықлау жүдә қыйын. Сонықтан (66.9)-шәртке сәйкес келетуғын майданың орнына тамшының киши  $v_E$  тезлиги менен жоқары қарай көтериле баслауына сәйкес келетуғын майданың шамасы алынады. Усындан жоллар менен анықланған  $v_E$  көтерилиү тезлиги  $P'$  күши менен сүйкелис күши болған білдірген шамасының қосындысы  $e'E$  күшин теңестиреби деген шәрттен анықланады:

$$P' + 6\pi\eta rv_E = e'E. \quad (16.24)$$

$P'$  шамасын  $\rho$ ,  $\rho_0$  ҳәм  $r$  арқалы аңлатып,  $r$  дин мәнисин (66.10)-формулаға қойып ҳәм теңликті  $e'$  ке қаратса шешип, мынаны аламыз<sup>52</sup>:

$$e' = 9\pi \sqrt{\frac{2\eta^3}{(\rho - \rho_0)g}} \sqrt{v_0} \frac{v_0 + v_E}{E}.$$

<sup>52</sup> Милликен бул формулаға тамшының өлшемин ҳаўа молекуласының еркін жүриў жолының шамасы менен салыстырыўға болатуғынлығын есапқа алған ҳалда дүзетиү киргизген.

Демек, тамшының еркин түсіү тезлиги  $v_0$  менен оның  $E$  электр майданының тәсисириңде көтерилиү тезлиги  $v_E$  ны өлшеп, тамшының  $e'$  зарядын табыға болды.

$v_E$  тезлигин өлшеп, Милликен пластинкалардың арасындағы кеңисликке рентген нұрын түсирип, ҳауаның ионласыўын жүзеге келтирди. айырым ионлар тамшыға жабысып, оның зарядын өзгерти, соның салдарынан  $v_E$  тезлиги де өзгерген.

Милликен өткерген өлшеўлер тамшының  $\Delta e'$  зарядының ҳәм  $e'$  зарядының өзиниң барлық үақытта пүтин сан еселенген  $e$  шамасына өзгеретүғынлығын көрсетti. Соның нәтийжесинде электр зарядының дискретлигі, яғни қәлелеген зарядтың шамасының бирдей элементар зарядлардан турыў факты экспериментте дәлелленди. Милликен өткенген өлшеўлерде ҳәм басқа да усылар менен алынған мағлыўматларды есапқа алсақ, онда элементар зарядтың шамасы мынаған тең<sup>53</sup>:

$$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ к} = 4,80 \cdot 10^{-10} \text{ СГСЭ} \quad (66.11)$$

Электронның зарядының шамасы да тап усындаі. Электронның тынышлықтағы массасы ушын (66.7)-шама менен (66.11)-шаманы есапқа алғанда мынадай мәнис келип шығады<sup>54</sup>:

$$m_0 = 0,91 \cdot 10^{-30} \text{ кг} = 0,91 \cdot 10^{-27} \text{ г.} \quad (66.12)$$

Солай етип, электронның массасы шама менен атомлардың ишиндеги ең жеңиلى болған водород атомының массасынан 1840 есе кем болады (І томдағы 92-параграфты қараңыз).

## § 67. Оң ионлардың салыстырмалы зарядын анықлау.

### Масс-спектрографлар

Буннан алдыңғы параграфта баянланған  $e'/m$  қатнасын анықлау усыллары дәстедеги барлық бөлекшелер бирдей тезлик пенен қозғалған жағдайда пайдаланылады. Дәстени пайда ететуғын электронлар катод (катодтан электронлар ушып шығады) пенен анодтың арасына түсирилген потенциаллар айырмасы тәрепинен тезлетиледи. Соныңтан дәстедеги электронлардың тезликлеринің мәнисіндеги пытыраңқылықтың шамасы жүдә киши. Егер усындаі жағдай орын алмағанда электронлардың дәстеси экранда күшли жайылған дақты пайда еткен болар еди ҳәм өлшеўлерди жүргизиү мүмкін болмаған болар еди.

Оң ионлар газ молекулаларының ионланыўының есабынан, мысалы, газ разряды үақытнда (84-параграфты қараңыз) пайда болады. Ионлар ҳәр қыйлы орынларда пайда болып, бирдей болмаған потенциаллар айырмасынан өтеди. Соның салдарынан олардың тезлиги ҳәр қыйлы болады. Солай етип, электронлардың салыстырмалы заряды анықланған усыллар ионлар ушын қолланылмайды. 1907-жылы Томсон усы қыйыншылықтан айланып өтийге мүмкіншилик беретуғын "парабола усылын" ислеп шықты.

Томсонның тәжирийбесинде оң зарядлы ионлардың жиңишке дәстеси усы дәстеге бир бирине параллель болған электр ҳәм магнит майданлары тәсир ететуғын область арқалы өтеди (128-сүйрет). Майданлардың екеүі де бир текли болады да, дәстениң дәслепки

<sup>53</sup> Бул жуұық шама. Ҳәзирги үақытлары элементар заряд ушын  
 $e = 1,602176634 \cdot 10^{-19}$  Кл

мәниси қабыл етилген (Аўдарыўшылар).

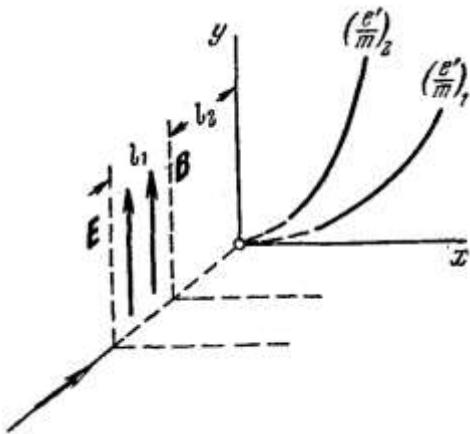
<sup>54</sup> Тап сол сияқты ҳәзирги үақытлары электронның массасы ушын  
 $m_e = 9,10938370115(28) \cdot 10^{-31}$  кг  
 мәниси қабыл етилген (Аўдарыўшылар).

бағыты менен туұры мүйеш жасайды. Магнит майданы дәстени  $x$  көшериниң бағытында, ал электр майданы дәстени  $y$  көшериниң бойында айыстырады.

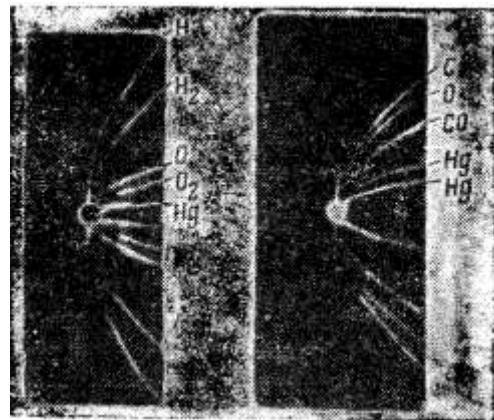
(65.4)-хәм (63.3)-формулаларға сәйкес усы айысыўлардың шамалары мынаған тең:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{e'}{m} B \frac{l_1}{v} \left( \frac{1}{2} l_1 + l_2 \right), \\ y &= \frac{e'}{m} E \frac{l_1}{v^2} \left( \frac{1}{2} l_1 + l_2 \right). \end{aligned} \right\} \quad (67.1)$$

Бул аңлатпада  $v$  - салыстырмалы заряды  $e'/m$  болған ионның тезлигі,  $l_1$  - майдан ионның дәстесине тәсир ететуғын областтың узынлығы,  $l_2$  - осы областтың шегарасынан өзине түскен ионларды регистрациялайтуғын фотопластинкаға шекемги қашықлық.



128-сүйрет.



129-сүйрет.

(67.1)-аңлатпадағы шамалар пластинкаға түскен салыстырмалы заряды  $e'/m$  хәм тезлигиниң шамасы  $v$  болған ионлар келип түсетуғын ноқаттың координаталары болып табылады. Салыстырмалы зарядлары бирдей, бирақ тезликтери ҳәр қыйлы болған ионлар пластинканың ҳәр қыйлы ноқатларына түседи. (67.1)-формуладағы  $v$  тезлигиниң мәниси қысқартып, салыстырмалы зарядының мәнислері бирдей ҳәм  $e'/m$  болған ионлардың излери болып табылатуғын иймекликтің теңлемесине ийе боламыз. (67.1)-теңлемелердин бириňшисин квадратқа көтерип ҳәм буннан кейин оны екинши теңлемеге бөлип, оннан кейинги бир қанша түрлендіриўлерден кейин мынадай квадратлық функцияға ийе боламыз:

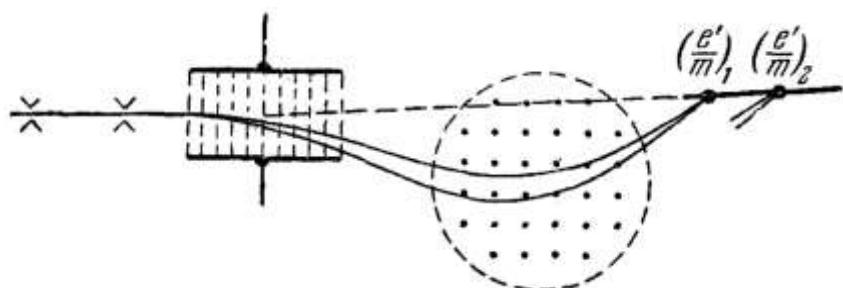
$$y = \left[ \frac{E}{l_1 B^2 (0.5 l_1 + l_2)} \right] \frac{m}{e'} x^2. \quad (67.2)$$

Демек, салыстырмалы заряды  $e'/m$  бирдей ҳәм  $v$  тезлиги ҳәр қыйлы болған ионлар пластинкада парабола көринисіндеги изди пайда етеди екен. Әсбаптың параметрлерин (яғни  $E, B, l_1$  ҳәм  $l_2$  шамаларын) биле отырып, у ҳәм  $x$  айысыўларын өлшесек, (67.2)-формула бойынша ҳәр бир параболаға сәйкес келетуғын ионлардың салыстырмалы зарядын табыу мүмкіншилиги пайда болады. Майданлардың биреүиниң бағытын өзгерткенде оған сәйкес келетуғын координатаның белгиси қарама-қарсы белгиге өзгереди. Бундай жағдайда дәслепки алынған параболаға симметриялы болған парабола пайда болады. Бир бирине салыстырғанда симметриялы жайласқан параболаның бир бирине сәйкес келетуғын ноқатларының арасындағы қашықлықты теңдей екіге бөлип,  $x$  пенен у лерди табыуға болады. Майданлар жоқ етилген ўақыттағы ионлар дәстесинин фотопластинкада қалдырған изи координаталар басын береди. 129-сүйретте Томсон бақлаған ең дәслепки параболалар көрсетилген.

Химиялық жақтан таза болған неон менен тәжирийбе жүргизиўдің барысында, Томсон усы газдин 20 ҳәм 22 шамаларына тең атомлық салмақларға сәйкес келетуғын еки

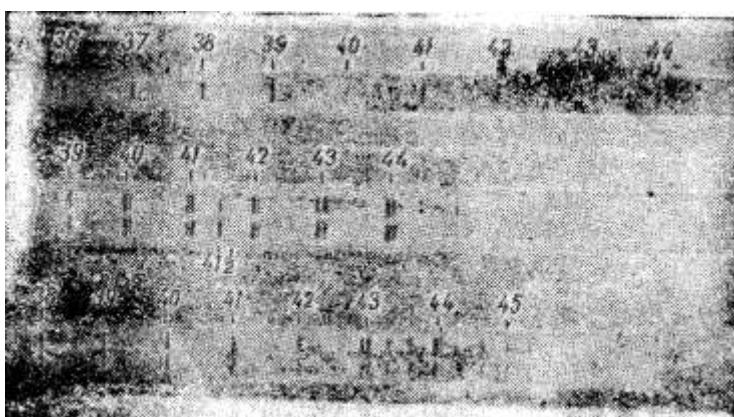
параболаны беретуғынлығын аңғарған. Усындағы нәтийжени түсіндіриүге қаратылған ҳәрекеттер неонның химиялық қасиеттері бойынша бир бириңен айырмасы жоқ болған еки түри бар деген болжауды ұсынышта алғы келди (хәзирги термоология бойынша неонның еки изотопы). Усындағы болжаудың дұрыс екенлегин ионлардың салыстырмалы зарядының анықлау ұсынын жетилистирген Астон дәлілледи.

Өзи масс-спектрометр деп атаған Астон соққан әсбаптың құрылышы 130-сүйретте схема түрінде көрсетілген. Санлақтар системасы арқалы айырып алғынған ионлардың дәстесі гезекпе-гезек электр ҳәм магнит майданлары арқалы өткерилиеди. Ал ұзын майданлардың бағыты қарама-қарсы тәреплерге қарай аүыстыратуғындағы етип бағытланған. Электр майданы арқалы өтиудің барысында салыстырмалы заряды берилген  $e'/m$  шамасына тең болған ионлардың тезликтери қаншама киши болса, соншама күшлирек аүысады. Соңықтан ионлар электр майданынан тарқалатуғын дәсте түрінде шығады. Магнит майданында да ионлардың тезлигі қаншама киши болған сайын, олар күшлирек аүысады. Усынның нәтийжесінде магнит майданынан шыққаннан кейин ионлар бир ноқатта жыйналатуғын дәстени пайда етеди.



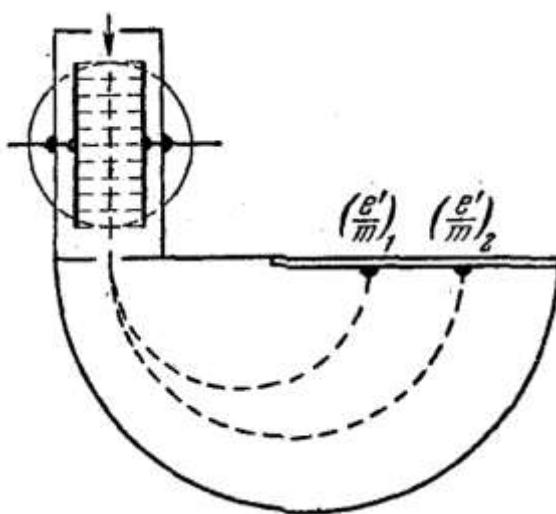
130-сүйрет.

Салыстырмалы зарядының мәни басқа болған ионлар басқа ноқатларда фокусланады (130-сүйретте  $e'/m$  салыстырмалы зарядлары тек бирдей болған ионлардың траекториялары көрсетілген). Сәйкес есаплаўлар  $e'/m$  қатнасының мәниси ҳәр қыйлы болатуғын ионлардан пайда болған дәслеп фокусланатуғын ноқатлардың шама менен бир түүрүнің бойында жататуғынлығын көрсетти. Усы түүрүнің бойына фотопластинканы орналастырып, Астон ҳәр қайсысы  $e'/m$  қатнасының бир мәнисине сәйкес келетуғын штрихлардың қатарын алды. Пластинкада алғынған сүйреттің оптикалық сызықтың спектрдин фотографиялық сүйрети менен уқасалығы Астонның оған масс-спектрограмма, ал ұзын масс-спектрограмма алғынған әсбапқа масс-спектрометр деген атаманы бериүине себепши болды. 131-сүйретте Астон алған масс-спектрограмма көрсетілген (штрихлардың қарсысында ионлардың массалық саны көрсетілген).



131-сүйрет.

Бейнбридж басқа типтеги әсбапты соқты. Бемнбридждин масс-спектрографында (132-сүйрет) ионлардың дәстеси ең алды менен тезликлер селекторы (ямаса фильтр) деп аталатуғын дүзилистен өтеди, ал бул селектор болса ионлардың дәстесинен белгili бир тезликтеги ионларды бөлип шығарады. Селекторда ионларға бир үақытта бир бирине перпендикуляр болған электр ҳәм магнит майданлары тәсир етеди. Усы майданлардың ҳәр қайсысы ионларды қарама-қарсы тәрепке қарай аұыстырады. Селектордың шығатуғын тесиги арқалы электр ҳәм магнит майданларының тәсирлері бир бирин толық компенсациялайтуғын ионлар ғана орын алады. Демек, селектордан шыққан ионлардың тезлигі олардың массасы менен зарядының қандай болыуына қарамастан, бирдей  $v = e/B$  шамасына тең болады.



132-сүйрет.

Селектордан шыққан ионлар өзлериниң тезлигине перпендикуляр индукциясы  $B'$  шамасына тең бир текли магнит майданы областына келип түседи. Бул жағдайда ионлар шеңбердин бойы менен қозғалады, ал усы шеңбердин радиусы (64.2)-формулаға сәйкес  $e'/m$  қатнасына ғәрэзли болады:

$$R = \frac{m}{e'} \frac{v}{B'}$$

Шеңбердин ярымын жүрип өткен ионлар саңлақтан  $2R$  қашықтығында жайласқан фотопластинкаға келип түседи. Демек,  $e'/m$  қатнасының мәниси бойынша анықланатуғын ионлардың ҳәр бир сорты фотопластинкаға жиңишке жолақ көринисіндеги изди қалдырады. Әсбаптың параметрлерин биле отырып, ионлардың салыстырмалы зарядының мәнисин есаплап шығарыуға болады. Ионлардың зарядлары пүтин еселенген  $e$  элементар зарядына тең болғанлықтан  $e'/m$  шамасының табылған мәнислери бойынша ионлардың массаларын анықлауға болады.

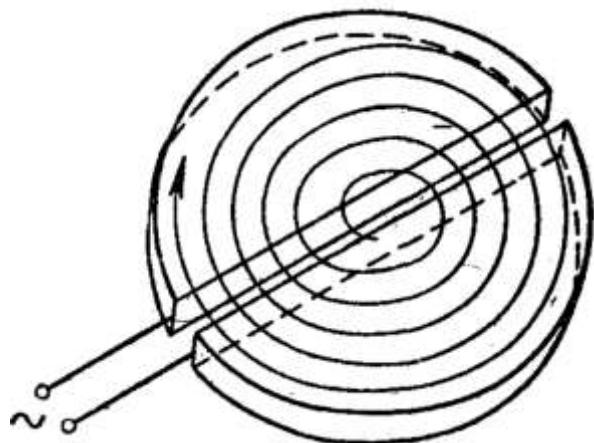
Хәзирги үақытлары масс-спектрографлардың көплеген жетилистирилген түрлери бар. Соның менен бирге ионларды фотопластинканың жәрдеминде емес, ал электрлік дүзилислердин жәрдеми менен регистрациялайтуғын әсбаплар да ислеп шығылған<sup>55</sup>. Олар масс-спектрометрлер атамасына ийе болды.

<sup>55</sup> Хәзирги үақытлары ионларды фотопластинкалардың жәрдемінде регистрациялау үсыллары дерлик толығы менен сапластырылды (Аўдарыўшылар).

### § 68. Циклотрон

Зарядланған бөлекшелердің бир текли магнит майданындағы айланыў дәүириның оның тезлигинен ғәрезли емес екенлиги [(64.3)-формулаға қараңыз] циклотрон деп аталатуғын зарядланған бөлекшелерди тезлеткишлерің жумыс ислеүинің тийкарында жатады. Бул әсбап дуантлар деп аталатуғын ярым дөңгелек құты түрінде соғылған еки электродтан туралы (133-сүйрет). Ҳаұасы сорып алынған корпусқа орналастырылған дуантлар үлкен электромагниттің полюсларының арасына орналастырылады. Электромагнит пайда ететуғын майдан бир текли ҳәм дуантлар тегислигіне перпендикуляр. Дуантларға жоқары жийиликли генератордың полюсларынан өзгермели кернеў түсириледи.

133-сүйрет.



Кернеў өзинин өңірінде зарядланған бөлекшени киргизейік. Бундай жағдайда бөлекшени электр майданы терис электродтың ишинде қарай тартып алып кетеди. Дуанттың ишиндеги кеңислик эквипотенциаллық кеңислик болып табылады, сонлықтан, ондағы бөлекше тек магнит майданының тәсіринде ғана болады. 64-параграфта анықлағанымыздай, бул жағдайда зарядланған бөлекше радиусы усы бөлекшениң тезлигине пропорционал болатуғын шеңбердин бойы менен қозғалады [(64.2)-формулаға қараңыз]. Дуантлардың арасындағы кернеўдин өзгериў жийилигін былайынша таңлап аламыз: бөлекше шеңбердин жартысы арқалы өтип, дуантлардың арасындағы саңлаққа келген үақытта олардың арасындағы потенциаллар айырмасы белгисин өзгертип, амплитудалық мәнисине жететуғындай моментti таңлап аламыз. Бундай жағдайда бөлекше және де тезлениў алады ҳәм екінши дуантқа оның бириңи дуанттағы қозғалғандағыға салыстырғанда еки есе үлкен энергия менен ушып киреби. Үлкен тезликке ийе болған бөлекше екінши дуантта радиусы үлкенирек ( $R \sim v$ ) болған шеңбердин бойы менен қозғалады. Бирақ бөлекшениң ярым шеңбер бойынша өтиў үақыты бурынғыдай болып қала береди (үақыттың мәниси  $v$  тезлигинен ғәрезли емес). Сонлықтан бөлекше дуантлардың арасындағы саңлаққа ушып кирген моментте олардың арасындағы кернеў және де белгисин өзгертип, ең үлкен шамасына жетеди.

Солай өтип, егер кернеўдин өзгериў жийилигін бөлекшениң (64.3)-формула менен анықланатуғын айланыў дәүирине тең етсек, онда бөлекше спиралға жақын келетуғын иймекликтің бойы менен қозғалады да, дуантлардың арасындағы саңлақ арқалы ҳәр бир өткенде  $e'U$  ( $e'$  бөлекшениң заряды,  $U$  генератордан түсирилетуғын кернеў) мәнисине тең болған қосымша энергияны алады. Шамасы үлкен болмаған өзгермели кернеў дерегине ийе болып ( $\sim 10^5$  в) циклотронның жәрдемінде протонды 25 МэВ энергияға шекем

тезлетиүге болады. Жұдә жоқары энергиялар бар болған жағдайда протонның массасының тезликке ғәрзилиги сезиле баслайды, яғни үлкейеди [(64.3)-формула бойынша ол масса  $t$  ге пропорционал] ҳәм бөлекшениң қозғалысы менен тезлеткиштеги майданның өзгериүи арасындағы синхронизм бузылады.

Синхронизмниң бузылуынан құтылсың ҳәм бөлекшениң үлкен энергияны алсың ушын дуантларға түсирилетуғын кернеүдин жийилигиниң ямаса магнит майданының индукциясының шамасының өзгериүин әмелге асырың керек. Бөлекшениң ҳәр бир порциясын тезлетиү процесинде соған сәйкес келетуғын тезлеткиштиң кернеүинин жийилигин киширейтетуғын әсбапты фазотрон (ямаса синхроциклotron) деп атайды. Тезлеткиштиң кернеүинин жийилиги өзгермейтетуғын, ал  $t/B$  қатнасы турақлы болып қалатуындай болып магнит майданының индукциясы өзгеретуғын тезлеткишти синхротрон деп атайды (бундай типтеги тезлеткишлер тек электронларды тезлетиү ушын қолланылады).

Синхрофазотрон деп аталатуғын тезлеткиште кернеүдин жийилиги де, магнит майданы да өзгереди<sup>56</sup>. Синхрофазотронда тезлетилетуғын бөлекшелер спиралдың бойы менен емес, ал радиусы турақлы болатуғын дөңгелек траекториясының бойы менен қозғалады. Бөлекшениң тезлиги менен массасы артқан сайын (64.2)-формула бойынша анықланатуғын радиус барлық үақытта турақлы қалатуындай болып магнит майданының индукциясы да үлкейеди. Бундай жағдайда айлансың үлкейидеги бөлекше массасының үлкейиүинин салдарынан да,  $B$  ның үлкейиүинин салдарынан да өзгереди. Тезлетиүши кернеүдин бөлекшениң қозғалысы менен синхронлы болыуы ушын усы кернеүдин жийилигинин өзине сәйкес келетуғын нызам бойынша өзгериү керек. Синхрофазотронда дуантлар болмайды. Соныңтан бөлекше траекториясының айырым участкаларында жийилиги өзгермели болған кернеў генераторының жәрдеминде пайда етилетуғын, электр майданының жәрдеминде тезлетиледи.

Хәзирги үақытлардағы (1969-ж.) элементар бөлекшелердин тезлеткишлеринин ең қуіаттысы болған протонлық синхротрон СССР да Жоқары энергиялар физикасы институтында (Москваның қасында Серпухов қаласында) 1967-жылы иске түсирилди. Ол протонды 76 ГэВ ( $76 \cdot 10^9$  эВ) шамасына тең энергияға шекем тезлетеди. Усындағы энергияға ийе болған протонның тезлиги бослықтағы жақтылықтың тезлигинин 0,01 процентине тең айырмаға ийе болады ( $v_1 = 0,99992$  с).

---

<sup>56</sup> Синхрофазотронды протонлық синхротон деп те атайды.

## XII БАП

## МЕТАЛЛАР МЕНЕН ЯРЫМ ӨТКИЗГИШЛЕРДЕГИ ЭЛЕКТР ТОҒЫ

## § 69. Металлардағы тоқты тасыўшылардың тәбияты

Металлардағы тоқты тасыўшылардың тәбиятын анықлау үшін бир қатар тәжирийбелер өткерилиген. Ең алды менен 1901-жылы өткерилиген Рикке тәжирийбесин атап өтейик. Рикке қапталлары мұқыятлы түрде тегисленген еки мыс ҳәм бир алюминий тәризли цилиндрди алған. Цилиндрлердин салмағы өлшенген, оннан кейин оларды мыс - алюминий - мыс избе-излигінде жалғаған. Усындағы қурамға ийе болған өткизгиш арқалы бир жыл даўамында бир бағытта үзликсиз тоқ өткерилиген. Сол ўақыт ишинде цилиндрлар арқалы  $3,5 \cdot 10^6$  к шамасына тең электр заряды өткен. Бир жылдан кейин өткерилиген өлшеўлер өткен тоқтың цилиндрлердин салмақларына ҳеш қандай тәсир етпегенин көрсетти. Цилиндрлердин бир бирине тийисип турған бетлерин микроскоптың жәрдемінде изертлегендегі бир металдың екинши металға өткенлигі бақланбаған. Рикке өткерген тәжирийбениң нәтийжеси металлардағы зарядларды тасыўшылардың атомлар менен байланыслы болмаған барлық металлардың қурамына киретуғын қандай да бир зарядланған бөлекшелердин қозғалысы менен жүзеге келетуғынлығы дәлелледи. Бундай бөлекшениң хызметин 1897-жылы Томсон ашқан электронлар атқара алады.

Металлардағы тоқты тасыўшылардың ҳақыиқатында да электронлар екенligин дәлиллеў үшін тоқты тасыўшылардың белгиси менен салыстырмалы зарядының шамасын анықлау керек болды. Усындағы мақсет пенен қойылған тәжирийбелер мынадай пикирлерге тийкарланды. Егер металда жеңіл қозғалатуғын зарядланған бөлекшелер бар болса, онда металл өткизгишлерди тормозлаған ўақытта бул бөлекшелер бир қанша ўақыт даўамында инерциясы бойынша қозғала бериүі керек. Усының салдарынан өткизгиште тоқ импульсы пайда болады да, қандай да бир муғдардағы заряд тасылады. Өткизгиш ең дәслеп  $v_0$  тезлиги менен қозғалатуғын болсын (134-сүйрет). Оны  $w$  тезленийі менен тормозлайық. Инерциясы бойынша қозғалатуғын заряд тасыўшылар өткизгишке салыстырғанда  $-w$  тезленийі менен қозғалады. Қозғалмайтуғын өткизгиште де зарядты тасыўшыларға усындағы тезленийі бериүге болады. Оның үшін өткизгиште кернеўлиги  $E = \frac{m\omega}{e'}$  шамасына тең болған электр майданын пайда етий, яғни өткизгиштин үшларына  $U = lE = -\frac{m\omega l}{e'}$ , шамасындағы потенциаллар айырмасын түсириў керек (бул теңликте  $l$  арқалы өткизгиштин ұзынлығы,  $m$  арқалы массасы, ал  $e'$  арқалы тоқты тасыўшылардың заряды белгиленген). Бундай жағдайда өткизгиш арқалы күши  $i = \frac{U}{R}$  шамасына тең тоқ ағады ( $R$  арқалы өткизгиштин қарсылығы белгиленген). Демек,  $dt$  ўақыты ишинде өткизгиштин ҳәр бир кесе-кесими арқалы мынадай муғдардағы заряд өтеди:

$$dq = idt = -\frac{m\omega l}{e' R} dt = -\frac{ml}{e' R} dv.$$

Барлық тормозланыў ўақытының ишинде мынадай заряд өтеди:

$$q = \int_0^t dq = - \int_{v_0}^0 \frac{ml}{e' R} dv = \frac{m}{e'} \frac{l v_0}{R}. \quad (69.1)$$

$q, l, v$  ҳәм  $R$  шамаларын өлшеўге болады. Солай етип, өткизгишти тормозлап ҳәм усы ўақытта шынжыр арқалы өтетуғын зарядты өлшеп, тоқты тасыўшылардың салыстырмалы зарядын табыўға болады. Тоқ импульсиниң бағыты заряд тасыўшылардың белгисин береди.

Тезлениү менен қозғалатуғын өткізгішлердин үстинен жүргизилген дәслепки тәжирийбени 1913-жылы Мандельштам менен Папалекси қойған. Олар сым оралған катушканы өзиниң көшериниң дөгерегинде тез айланбалы тербелиске келтирген. Қатушкадағы сымның ушларына телефон жалғастырылған ҳәм оннан тоқ импульслериниң тәсіринде пайда болған сес еситилген.

Санлы нәтийже 1916-жылы Толмен менен Стюарт тәрепинен алынды. Узынлығы 500 м сым оралған катушканы айланысқа келтиргенде орамлардың сыйықтық тезлиги 300 м/сек шамасына тең болған. Соナン кейин катушка кескин түрде тормозланған ҳәм баллистикалық гальванометрдин жәрдеминде тормозланыў үақыты ишинде шынжыр арқалы ағып өткен зарядтың муғдары өлшенген. (69.1)-формула бойынша есапладап шығарылған заряд тасыўшылардың салыстырмалы зарядының мәниси электронлар үшін алынған  $e/t$  қатнасының мәнисине жұдә жақын болып шыққан. Солай етип, металлардағы тоқты тасыўшылардың электронлар екенлигі экспериментте дәлилленген.

Металлардағы тоқты жұдә аз потенциаллар айырмасын түсириў арқалы да пайда етийге болады. Бул жағдайдан тоқты тасыўшылар болған электронлардың металлдың бойы менен еркін орын аўыстыра алады деп есаплауға болатуғынлығы келип шығады. Толмен менен Стюарт тәжирийбесиниң нәтийжеси де усындај жуўмаққа алып келеди.

Еркін электронлардың бар екенligин белайынша түсіндіриўге болады: кристаллық пәнжерениң пайда болыўы барысында металдың атомларынан ҳәлсиз байланысқан (валентли) электронлар бөлиніп шығып, олардың толығы менен металдың "коллективтик меншигинге" айланатуғынлығы менен де түсіндіриўге болады. Егер ҳәр бир атом бир бирден электронынан айрылса, онда еркін электронлардың концентрациясы (яғни олардың бир бирлик көлемдеги саны  $n$ ) бир бирлик көлемдеги атомлардың санына тең болады.  $n$  санының мәнисине баға берейик. Бир бирлик көлемдеги атомлардың саны  $\frac{\delta}{\mu} N_A$  шамасына тең. Бул аңлатпадағы  $\delta$  металдың тығызлығы,  $\mu$  килограмм-атомның массасы,  $N_A$  Авогадро саны. Металлар үшін  $\delta/\mu$  дің шамасы 20 кмоль/м<sup>3</sup> тан (калий үшін) 200 кмоль/м<sup>3</sup> ке шекемги шекте болады. Демек, еркін электронлардың концентрациясы үшін (ямаса оларды өткізгішлик электронлар деп те атайды) шама менен мынадай мәнис алынады:

$$n = 10^{28} - 10^{29} \text{ м}^{-3} (10^{22} \div 10^{23} \text{ см}^{-3}). \quad (69.2)$$

## § 70. Металлардың элементар классикалық теориясы

Еркін электронлар ҳақында түсінікке тийкарланып, Друде металлардың классикалық теориясын дөретti. Буннан кейин оны Лоренц жетилистirdи. Друде металлардағы өткізгішлик электронларын идеал газлердин молекулаларына үқсас деп болжаған. Соқлығысыўлар арасындағы қашықтықта молекулалар орташа қандай да бир  $\lambda$  жолын жүрип өтеди ҳәм бул жолда олар пүткіллей еркін қозғалады. Ҳақыйқатында да, жолының узынлығы молекулалардың бир бири менен соқлығысқан орынлары арасындағы аралық пенен анықланатуғын газ молекулаларынан айырмашылығы соннан ибарат, электронлар бир бири менен емес, ал металдың кристаллық пәнжересин пайда ететуғын ионлар менен соқлығысады. Бундай соқлығысыўлар электрон газы менен кристаллық пәнжерениң арасындағы жыллылық тең салмақтың орнауына алып келеди. Электронлар газине газлердин молекулалық-кинетикалық теориясының нәтийжелерин пайдаланыўға болады деп үйғара отырып, электронлардың жыллылық қозғалысларының орташа тезлигин мына формула бойынша баҳалауға болады [I томдағы (106.12)-формулаға қараңыз]:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}. \quad (70.)$$

Әжире температурасы ушын ( $\sim 300^{\circ}\text{K}$ ) бул формула бойынша есаплап шығарылған мәниси мынадай:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{3,14 \cdot 0,91 \cdot 10^{-30}}} \approx 10^5 \frac{\text{м}}{\text{сек}}. \quad (66.11)$$

Электр майданын қосқанда (70.1)-аңлатпа бойынша алынатуғын тезлик пенен жүзеге келетуғын тәртипсиз жыллылық қозғалысларына электронлардың қандай да бир  $\bar{u}$  орташа тезлигиндеги тәртиплескен қозғалысы қосылады. Бул тезликтин шамасын тоқтың тығыздығы  $j$ , бир бирлик көлемдеги тоқты тасыўшылардың саны  $n$ , олардың  $e$  заряды менен байланыстыратуғын формуладан аңсат табыўға болады:

$$j = ne\bar{u}. \quad (70.2)$$

Техникалық нормалар бойынша мыс сым ушын руқсат етилетуғын тоқтың тығыздығының шамасы  $10 \text{ а/мм}^2 = 10^7 \text{ а/м}^2$ .  $n$  ушын  $10^{23} \text{ см}^{-3}$  шамасын алған, мынаған ийе боламыз:

$$\bar{u} = \frac{j}{en} \approx \frac{10^7}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{29}} \approx 10^{-3} \text{ м/сек.}$$

Солай етип, тоқтың жұдә үлкен тығыздығы орын алғаның өзинде де зарядлардың тәртиплескен қозғалысының орташа тезлиги ( $\bar{u}$ ) жыллылық қозғалысларының орташа тезлигинан ( $\bar{v}$ )  $10^8$  есе аз болады екен. Сонлықтан есаплаўлардың барысында қосынды тезликтин модули болған  $|v + u|$  шамасын барлық үақытта жыллылық қозғалысының тезлигинин модули  $|v|$  менен алмастырыўға болады.

Электронлардың кинетикалық энергиясының орташа мәнисинин электр майданы пайда еткен өзгерисин табайық. Қосынды тезликтин орташа квадраты мынаған тең<sup>57</sup>:

$$\overline{(v + u)^2} = \overline{v^2 + 2vu + u^2} = \overline{v^2} + 2\overline{vu} + \overline{u^2}.$$

Бирақ  $v$  векторының орташа мәни нолге тең (31-параграфты қараңыз). Сонлықтан

$$\overline{(v + u)^2} = \overline{v^2} + \overline{u^2}.$$

Демек, тәртиплескен қозғалыс электронлардың  $\varepsilon_k$  кинетикалық энергиясын орташа мына шамаға арттырады:

$$\overline{\Delta\varepsilon_k} = \frac{\overline{mu^2}}{2}. \quad (70.3)$$

**Ом нызамы.** Друде кристаллық пәнжере менен гезектеги соқлысыўынан кейин электронның тәртиплескен қозғалысының тезлиги бирден нолге тең болады деп есаплаған. Майданның кернеўлиги өзгермейди деп болжайық. Бундай жағдайда майданның тәсиринде электрон  $eE/m$  шамасына тең тұрақты тезлениү алады да, жолдың ақырында тәртиплескен қозғалыстың тезлигинин мәниси өзинң орташа мәнисине жетеди:

$$\bar{u}_{max} = \frac{eE}{m} \tau. \quad (70.4)$$

Бул теңдикте  $\tau$  арқалы электронның пәнжерениң ионлары менен бириңен соң бири болатуғын еки рет соқлысыўларының арасындағы орташа үақыт белгиленген.

Друде электронлардың тезликлар бойынша тарқалыўын есапқа алмаған ҳәм барлық электрон ушын  $v$  тезлигинин бирдей мәнисин алған. Усындај жуғық түрдеги есаплаўларда

<sup>57</sup> Егер тосыннан алынатуғын еки  $a$  ҳәм  $b$  шамалары бир бириңен ғәрэсиз болса (бұл  $v$  ҳәм  $u$  тезликлери ушын орынлы болады), онда олардың көбеймесинин орташа мәниси олардың орташа мәнислеринин көбеймесине тең:

$$\overline{ab} = \bar{a} \cdot \bar{b}$$

$$\tau = \frac{\lambda}{v} \quad (66.11)$$

түриндеги теңлик алғынады. Бул теңликтеке  $\lambda$  - еркин жүрийү жолының ұзынлығының орташа мәниси,  $v$  - электронлардың жыллыштық қозғалысының тезлигі (биз бул жағдайда  $|v + u|$  модулининң ис жүзинде  $|v|$  модулине тең екенligin пайдаландық).  $\tau$  дың үсі мәнисин (70.4)-формулаға қойып:

$$\bar{u}_{max} = \frac{eE\lambda}{mv} \quad (70.5)$$

формуласына ийе боламыз.  $u$  тезлиги электронның еркин жүрийү үақыты ишинде сыйықты өзгереди. Соныңтан оның орташа (еркин жүрийү жолы ушын) мәниси максимум мәнисинин ярымына тең:

$$\bar{u} = \frac{1}{2} \bar{u}_{max} = \frac{eE\lambda}{2mv}.$$

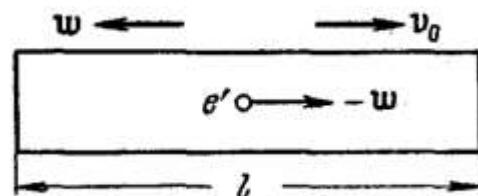
Усы теңлиkti (70.2)-формулаға қойып, мынаны аламыз:

$$j = \frac{ne^2\lambda}{2mv} E.$$

Тоқтың тығызлығы майданның кернеўлигине пропорционал болып шықты. Демек, биз Ом нызамын келтирип шығардық. (33.4)-формулаға сәйкес  $j$  менен  $E$  арасындағы пропорционаллық коэффициентti өткізгішлик болып табылады:

$$\sigma = \frac{ne^2\lambda}{2mv}. \quad (70.6)$$

Егер электронлар пәнжерениң ионлары менен соқлығыспайтуғын болса, онда еркин жүрийү жолының ұзынлығы, соған сәйкес, өткізгішлик шексиз үлкен болған болар еди. Солай етип, металлардың электрлік қарсылығы электронлардың металдың кристаллық пәнжересинин түйинлеринде орналасқан ионлар менен соқлығысының пайда болады екен.



134-сүрет.

**Джоуль-Ленц нызамы.** Еркин жүрийү жолының ақырында электрон қосымша кинетикалық энергияға ийе болады. Оның орташа шамасы (70.3)- ҳәм (70.5)-формулаларға сәйкес мынаған тең:

$$\overline{\Delta\varepsilon_k} = \frac{m\bar{u}_{max}^2}{2} \frac{e^2\lambda^2}{2mv^2} E^2. \quad (70.7)$$

Ионлар менен соқлығысқан электрон, бизиң болжаўымыз бойынша, еркин жүрийү жолында қозғалған үақыт ишинде ийе болған тезлигин толық жоғалтады, яғни ол (70.7)-аңлатпадағы энергиясын кристаллық пәнжереге береди. Бул энергия металдың ишкі энергиясын жоқарылатыұға жумсалады, ол металдың қызығы бойынша сезиледи. Ҳәр бир электрон бир секунд ишинде орташа  $1/\tau = v/\lambda$  дана соқлығысы үшін үшінші салынады. Ҳәр бир соқлығысы үшін (70.7)-формула бойынша есапаланған энергияны береди. Соныңтан бир бирлік көлемде бир бирлік үақыт ишинде мынадай жыллыштық муғдарының бөлініп шығыуы тиис:

$$\omega = n \frac{1}{\tau} \overline{\Delta\varepsilon_k} = \frac{ne^2\lambda}{2mv} E^2. \quad (66.11)$$

Бул формулада  $n$  арқалы бир бирлик көлемдеги өткізгишлик электронларының саны белгиленген.

$\omega$  шамасы тоқтың салыстырмалы құйаты болып табылады (34-параграфқа қараңыз).  $E^2$  шамасының алдындағы көбейтиүши  $\sigma$  ушын жазылған (70.6)-аңлатпаға дәл сәйкес келеди. Усындај жол менен биз Джоуль-Ленц нызамының (34.5)-теңлигine келдик.

**Видеман-Франц нызамы.** Тәжирийбелерден белгилі болғанындей, металлар жоқары электр өткізгишлігі менен бир қатарда үлкен жыллылық өткізгишлігі менен де ажыралып турады. 1853-жылды Видеман менен Франц мынадай эмпирикалық нызамды ашты: барлық металлар ушын  $\chi$  жыллылық өткізгишлік коэффициентинің  $\sigma$  электр өткізгишлік коэффициентіне қатнасы шама менен бирдей ҳәм абсолют температураға пропорционал өзгереди. Мысалы, өжире температураларында бул қатнас алюминий ушын  $5,8 \cdot 10^6$ , мыс ушын  $6,4 \cdot 10^{-6}$  ҳәм қорғасын ушын  $7,6 \cdot 10^{-6} \frac{\text{дж}\cdot\text{ом}}{\text{сек}\cdot\text{град}}$  шамаларына тең.

Жыллылық өткізгишлік қәсийетине тек металл ғана емес, ал диэлектрик кристаллар да иие бола алады. Бирақ, металлардың жыллылық өткізгишлігі диэлектриклердин жыллылық өткізгишлігінен әдеүір үлкен. Буннан металлардағы жыллылық өткізгишліктің тийкарынан кристаллық пәнжере тәрепинен емес, ал электронлар менен жүзеге келеди деген жуұмақты шығарыўғы болады. Электронларды бир атомлы газ сыпатында қарап, жыллылық өткізгишлік коэффициенті ушын газлердин кинетикалық теориясының теңлигин пайдаланыўға болады [I томдағы (113.6) формуланы қараңыз]:

$$\chi = \frac{1}{3} n \mu \lambda c_v.$$

( $n$  — арқалы газдың тығыздығы белгиленген,  $\lambda$ -ның орнына  $v$  алынған).

Бир атомлы газдин салыстырмалы жыллылық сыйымлығы  $C_V = \frac{2R}{3\mu} = \frac{3k}{2m}$  шамасына тең. Усы мәнисти  $\chi$  ушын шығарылған теңликке қойып, мынаны аламыз:

$$\chi = \frac{1}{2} n k v \lambda.$$

$\chi$  ны  $\sigma$  ушын келтирилип шығарылған (70.6)-теңликке бөлейик:

$$\frac{\chi}{\sigma} = \frac{k m v^2}{e^2}.$$

$\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2} k T$  алмастырыўын киргизип, мынадай қатнасқа келемиз:

$$\frac{\chi}{\sigma} = 3 \left( \frac{k}{e} \right)^2 T, \quad (66.11)$$

бул Видеман — Франц нызамын аңлатады.

$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  дж/град ҳәм  $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$  к мәнислерин пайдаланып, мынаны аламыз:

$$\frac{\chi}{\sigma} = 2,23 \cdot 10^{-8} T. \quad (66.11)$$

$T = 300^\circ K$  болған жағдайда  $\chi/\sigma$  қатнасы ушын  $6,7 \cdot 10^{-6} \frac{\text{дж}\cdot\text{ом}}{\text{сек}\cdot\text{град}}$  мәниси алынады. Бул шама экспериментлерде алынған мағлыұматлар менен (жоқарыда келтирилген  $Al$ ,  $Cu$  ҳәм  $Pb$  ушын мәнислерди еске түсіриңиз) жақсы сәйкес келеди. Бирақ, кейиннен анықланғанындей, соншама жақсы сәйкес келиў тосыннан болып шықты. Себеби Лоренц электронлардың тезликлер бойынша тарқалыўын нәзерде тута отырып, есаплаўлардың дәллигин жоқарылатқанда  $\chi/\sigma$  қатнасы ушын  $2 \left( \frac{k}{e} \right)^2 T$  мәнисин алған. Бул шама тәжирийбелерде алынған мағлыұматларға жақсы сәйкес келмейди<sup>58</sup>.

<sup>58</sup> Квантлық теорияға сәйкес

Соның менен, классикалық теория Ом менен Джоуль-Ленц нызамларын түсіндіре алды, сондай-ақ Видеман-Франц нызамын да сапалық жақтан түсіндіре алды. Усының менен бир қатарда болған теория жұдә айтарлықтай қызыншылықтарға да дуўшар болды. Олардың ишинде тийкарғылары екеў. (70.6)-формуладан металлардың қарсылығының (яғни  $\sigma$  ға кери шама)  $T$  ның квадрат түбіри сыпатында артыўы тийис деген жүймақ келип шығады. Ал, ҳақыйқатында  $n$  ҳәм  $\lambda$  шамаларының температураға тәрзелігі ҳақында болжай ушын ҳеш қандай тийкар жоқ. Ал жыллыштық қозғалысының тезлигі  $T$  ның квадрат түбірине пропорционал. Теорияның болған жүймағы тәжирийбелерде алынған мағлыұматтарға қайшы келеди. Тәжирийбелерде металлардың электрлік қарсылығының температура  $T$  ның биринши дәрежесине пропорционал екенлегин (33-параграфтың қараңыз), яғни  $\sqrt{T}$  ға қарағанда тезирек өсетуғынлығын көрсетеди.

Классикалық теорияның екинши қызыншылығы электрон газиниң  $\frac{3}{2}R$  шамасына тең моллик жыллыштық сыйымлығына ийе болыуының керек екенлеги менен байланыслы. Бул шаманы  $3R$  шамасына тең болған пәнжерениң жыллыштық сыйымлығына (I томдағы 141-параграфтың қараңыз) қоссақ, биз металдың килограмм-атомы ушын жыллыштық сыйымлығы ушын  $\frac{9}{2}R$  мәнисин көлтирип шығарамыз. Соның менен бирге классикалық электронлық теорияға сәйкес металдың килограмм-атомы ушын жыллыштық сыйымлығы диэлектриклердин жыллыштық сыйымлығына қарағанда 1,5 есе үлкен болыуы тийис. Ҳақыйқатында, металлардың жыллыштық сыйымлығы металл емес кристаллардың жыллыштық сыйымлығынан айтарлықтай айырмашылығы жоқ. Усындағы сәйкес келмеүшиликлерди тек металлардың кванттық теориясы ғана түсіндіре алады.

Классикалық теорияның бир қатар құбылыштарды түсіндіриүге мүмкіншилигинин жоқ екенлегине қарамастан, ол ҳәзируги үақыттарға шекем өзинин әхмийетин сақлады. Себеби еркін электронлардың концентрациясы киши болған жағдайда (бул ярым өткізгішлерде орын алған) классикалық теория толық қанаатландырлық нәтижелерди береди. Соның менен бир қатарда кванттық теория менен салыстырғанда классикалық теория әдеўир әпиүайы екенлеги менен ҳәм көргизбелиги менен көзге түседи.

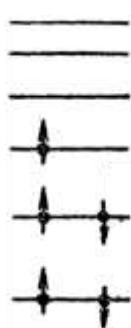
### § 71. Металлардың кванттық теориясының тийкарлары

Металлардың классикалық теориясында өткізгішлик электронларының энергияның қәлелеген мәнислерине ийе бола алатуғынлығы өз-өзинен түсінікли деп есапланған. Кванттық теорияға сәйкес қандай да кристаллық денедеги (атап айтқанда, металдағы) электронлардың энергиясы атомлардағы электронлардың энергиясы сыйқылды квантлалады. Энергияның бул мәнислері энергия қәддилери деп аталатуғын тек дискретлик (яғни шекли қашықтықтар менен бөлинген) мәнислерди ғана қабыллай алады. Кристаллардағы энергияның руқсат етилген қәддилери зоналарға топланады.

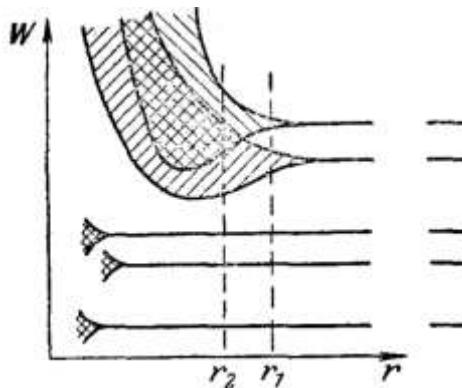
Зоналардың қалай пайда болатуғынлығын түсіниү ушын көз алдымызға атомлардың кристалға биригіүин көлтирейик. Дәслеп қандай да бир заттың изоляцияланған  $N$  атомы бар деп есаптайық. Қәлелеген атомның ҳәр бир электроны энергияның руқсат етилген мәнислеринин биреүине ийе болады (яғни руқсат етилген энергиялық қәддилеринин биреүинен орнын алады). Тийкарынан, атомның қозбаған ҳалында электронлардың қосынды энергиясының мүмкін болған ең киши мәниси болады. Соныңтан, барлық электронлар ең төменги қәддиде болыуы тийис сыйқылды болып көринеди. Бирак, электронлар Паули усынған қадаған етиў принципине бағынады. Ал бул принцип

$$\frac{\kappa}{\sigma} = \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{k}{e} \right)^2 T = 2,45 \cdot 10^{-8} T.$$

бойынша қәлеген квантлық системада (атомда, молекулада, кристалда, т. б.) энергияның ҳәр бир қәддинде ең көп дегенде еки электрон бола алады<sup>59</sup>. Соның менен бирге, бир үақытта бир қәддиде жайласқан электронлардың меншикли моментлеринин (спинлеринин) бағытлары қарама-қарсы болыўы шәрт<sup>60</sup>. Демек, атомның ең төменги энергиялық қәддинде тек еки электрон ғана орналаса алады ҳәм қалғандары қос-қостан жоқарырақ болған қәддилерди толтырады. 135-сүйретте 5 электроны бар атомның тийкарғы ҳалындағы электронлардың қәддилер бойынша тарқалыўы көрсетилген. Электронлар қәддилеринин схемасы масштаблары сақланбай, шәртли көринисте сүйретленген. Электронлар стрелкасы бар дәңгелеклердин жәрдеминде белгиленген. Стрелканың ҳәр қылышы бағытлары спинлердин қарама-қарсы бағытларына сәйкес келеди.



135-сүйрет.



136-сүйрет

Атомлар бир бириңен изоляцияланған жағдайдағы сүйрет олардың энергетикалық қәддилерине толық сәйкес келетуғын схема болып табылады. Ҳәр бир атомдағы қәддилердин электронлар менен толтырылышы басқа атомлардағы қәддилердин соған уқсас толтырыларына қарамастан жүзеге асырылады. Атомлар бир бириңе жақынлаған сайын олардың арасында барған сайын күшіне беретуғын өз-ара тәсирлесіү жүзеге келеди. Бул қәддилердин орынларының өзгеріүине себепши болады. Барлық  $N$  атом ушын бирдей болатуғын бир қәддинин орнына бир бириңе жұдә жақын жайласқан, бирақ бир бириңе дәл келетуғын  $N$  дана қәдди пайда болады. Солай етип, изоляцияланған атомның ҳәр бир қәдди кристалда бир бириңе жұдә жақын жайласқан  $N$  қәддиге айланады ҳәм соның нәтийжесинде жолақты ямаса зонаны пайда етеди.

Қәддинин ажыралыуының шамасы ҳәр қылыш қәддилер ушын бирдей емес. Атомдағы ядроға жұдә жақын (ишки) электронлар менен толтырылған қәддилер сыртқы электронлар менен толтырылған қәддилерге салыстырғанда азырақ қозады. 136-сүйретте атомлардың арасындағы  $r$  қашықлығының функциясы сыпатында ҳәр қылыш қәддилердин ажыралыуы көрсетилген. Сүйретте келтирилген  $r_1$  жәм  $r_2$  шамалары ҳәр қылыш болған еки кристалдағы атомлардың арасындағы қашықлыққа сәйкес келеди. Схемада көринип тұрғанында, кристаллардағы ишки электронлар орналасқан қәддилердин ажыралыуы жұдә киши. Тек валентлик электронлар орналасқан қәддилер ғана әдеүір үлкен өзгерислерге ушырайды.

<sup>59</sup> Энергияның бир мәнисинин бир неше квантлық ҳалға сәйкес келетуғын жағдайдың да орын алыўы мүмкін. Бул құбылысты азғыныў, ал энергиясы бирдей болатуғын ҳәр қылыш ҳаллардың саны азғыныўдың  $g$  еселиги деп аталады. Бул жағдайдада энергияның ҳәр бир қәддинде ең көп дегенде  $2g$  дана электрон бола алады.

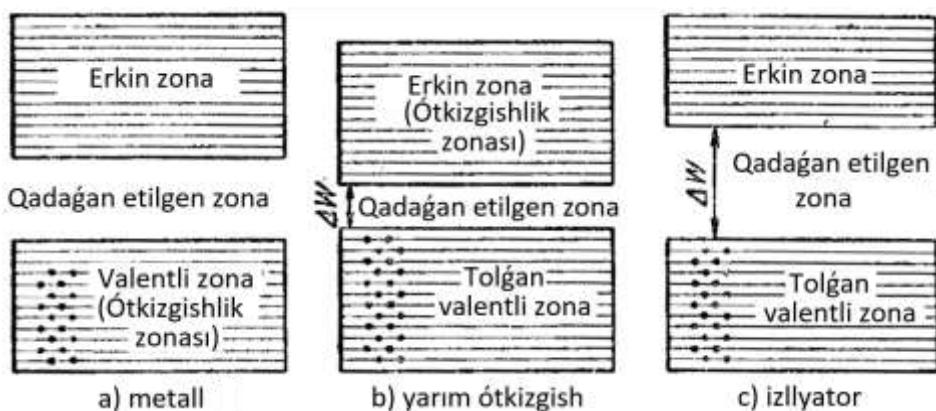
<sup>60</sup> Паули принципине тек электронлар ғана бағынып қоймай, соның менен бир қатарда спини ярым пүтин болған бөлекшелердин барлығы да бағынады [51-параграфты ҳәм (51.4)-формуладан кейин келетуғын текстти қараңыз.]

Усындағай ажыралыўға атомның тийкарғы ҳалындағы электронлар менен толтырылмаған жүдә жоқары қәддилер де ушырайды.

Атомлар арасындағы қашықлық айтарлықтай киши болғанда атомлардың қоңсылас еки қәддине сәйкес келетуғын зоналардың бир бириң үстине түсіүі мүмкін (атомлардың арасындағы  $r_2$  қашықтығына сәйкес келетуғын пункттир түұрыны қараңыз). Усындағай бириккен зонадағы қәддилердин саны сол еки атомдағы қәддилердин санларының қосындысына тең.

Өз-ара тәсирлесіүши атомлар бир квантлық система болып табылады ҳәм олардың шегинде Паули принципи ҳәрекет етеди. Демек, изоляцияланған атомлардағы қандай да бир қәддини толтырған  $2N$  дана электрон кристалдағы сәйкес жолақтағы  $N$  дана қәддилерде жуп-жуптан (спинлери қарама-қарсы болады) орналасады.

Атомлардағы ишкі электронлық ҳалларға сәйкес келетуғын қәддилердин қосылығынан пайда болған төменги зоналар электронлар менен толған, усы электронлардың ҳәр қайсысы кристалдың ишинде де өзлеринің атомлары менен беккем байланысын жоғалтпайды. Бул зоналар ҳәм оларды толтыратуғын электронлар буннан былай бизди қызықтырмайды.



137-сүйрет.

Валентлик электронлардың энергияларының рұқсат етилген мәнислери кристалда бир бириңен бөлинген зоналарға биригеди. Зонлардың арасындағы аралықтарда энергияның рұқсат етилген мәнислери болмайды. Бундай аралықтарды қадаған етилген зоналар деп атайды. Рұқсат етилген ҳәм қадаған етилген зоналардың қалыңлығы кристалдың өлшемлерине байланыслы болмайды. Солай етип, кристалдағы атомлардың саны қаншама көп болса, зонадағы қәддилер де соншама тығызырақ жайласады. Рұқсат етилген зоналардың қалыңлығы әдетте бир неше электронвольт шамасында болады. Демек, егер кристалда  $10^{23}$  дана атом болатуғын болса, онда зонадағы қоңсылас қәддилердин арасындағы қашықтық  $\sim 10^{-23}$  эВ шамасында болады.

Абсолют ноль температурда кристалдың энергиясының шамасы минималлық болыяны керек. Сонықтан валентлик электронлар рұқсат етилген зоналардың төменги қәддин жуп-жуптан толтырады. Ал бул зоналар атомның тийкарғы ҳалындағы валентли электронлар жайласатуғын қәддилерден пайда болады (биз оны валентлик зона деп атайды). Оннан жоқарырақ болған рұқсат етилген зоналардың барлығы да бос болады. Валентли зонаның электронлар менен толтырылуы дәрежесине ҳәм қадаған етилген зоналардың қалыңлығына байланыслы 137-сүйретте көрсетилгендей үш жағдайдың орын алыуы мүмкін. a) электронлар валентлик зонаны толық толтырмайды. Сонықтан жоқарғы қәддилерде жайласқан электронларды оннан да жоқары қәддиге көшириү ушын электронларға жүдә кишкене энергияны ( $\sim 10^{-23} \div 10^{-22}$  эВ) беріү жеткиликli болады.

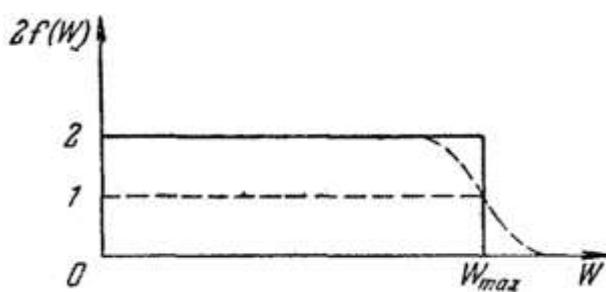
Температура 1 К болған жағдайдағы жыллылық қозғалысларының энергиясының шамасы ( $kT$ ) шама менен  $10^{-4}$  эВ ке тең (өжире температураларында шама менен  $1/40$  эВ). Демек, температура абсолют нольден өзгеше болғанда электронлардың бир бөлиги жоқары қәддилерге көшкен болады. Сырттан түсірилген электр майданының электронға тәсир етиүине байланыслы пайда болған қосымша энергия да электронлардың жоқары қәддилерге көшиүине жеткилики болады. Сонықтан бундай электронлар электр майданларының тәсиринде тезлениў алып, майданның бағытына қарама-қарсы бағытта қосымша тезликке ийе бола алады. Солай етип, энергия қәддилеринин усыған үқсас схемасы бар болған кристаллар металлар болып табылады.

Егер атомдағы ең соңғы толтырылған қәддиде тек бир ғана электрон болатуғын болса ямаса зоналардың бир биригинин үстине түсійи жүзеге келсе ( $136$ -сүйреттеги  $r_2$  қашықлықты қараңыз), онда валентлик зоналардың толық емес толтырылығы орын алады (металл болған жағдайда оны өткізгишлик зонасы деп атайды). Бириňши жағдайда  $N$  дана өткізгишлик электронлар жуп-жуптан валентли зонаның қәддилеринин тек ярымын ғана толтырады. Екинши жағдайда өткізгишлик зонасындағы қәддилердин саны  $N$  нен көп болады. Сонықтан, егер өткізгишлик электронлардың саны  $2N$  ге тең болған жағдайда да, олар зонаның барлық қәддилерин толтыра алмайды.

*b) ҳәм с)* жағдайларда валентли зонаның қәддилери электронлар менен толық толтырылған (зона толған). Электронның энергиясын үлкейтиў ушын оған қадаған етилген зонаның қалыңлығы  $\Delta W$ ден кем болмаған энергияны бериў керек. Электр майданы (кернеўлиги кристалды тесип өтиў ушын жеткилики болмаған электр майданы) электронға бундай энергияны бере алмайды. Бундай жағдайда кристалдың электрлік қасиеттери қадаған етилген зонаның қалыңлығы  $\Delta W$  менен анықланады. Егер  $\Delta W$  энергиясының шамасы үлкен болмаса (шама менен электронвольттың бир неше оннан бири), онда жыллылық қозғалысларының энергиясы электронлардың бир бөлегин жоқарыдағы бос зонаға көшириүге жеткилики болады. Бул электронлар металдағы валентли электронлар жайласқан шарайтлардай шарайтларда жайласқан. Олар ушын бос зона өткізгишлик зонасы болып табылады. Усының менен бир қатарда валентлик зонада жайласқан электронлардың жоқары қәддилердеги босаған орынларға көшиүине мүмкінлик туýылады. Бундай затты электронлық ярым өткізгиш деп атайды.

Егер тыйым салынған зонаның қалыңлығы  $\Delta W$  үлкен болса (шама менен бир неше электронвольт), онда жыллылық қозғалыслары бос зонаға электронлардың сезилерліктең санын жеткизе алмайды. Бул жағдайда кристаллар изолятор болып шығады.

Солай етип, квантлық теория бирдей көз-қарастан жақсы өткізгишлердин (металлардың), ярым өткізгишлердин ҳәм изоляторлардың бар екенлигин түсіндіре алады екен.



138-сүйрет.

Металдағы электронлардың өткізгишлик зонасындағы қәддилер бойынша тарқалыўын қарайық. Абсолют ноль температурада қәддилердин ҳәр қайсысында еки электроннан болады, ал қалған қәддилер электронлар менен толтырылмаған (бос).

Электронлардың усындағы болып тарқалыўы 138-сүретте тутас сыйық пенен көрсетилген. Ордината көшериниң бойына берилген қәддидеги электронлардың саны қойылған  $[2f(W)]$  белгисиниң мәниси кейинирек белгили болады]. Қәддини белгилеў ушын индекс сыйпатында оның  $W$  энергиясы пайдаланылған. Энергия қәддилериниң дискретлигине сәйкес, электронлардың тарқалыўы  $W_{max}$  шамасының шеп тәрепи бойынша ординатасы 2 болатуғын ноқатлардың жыйинағы менен, ал усы  $W_{max}$  шамасының оң тәрепи бойынша ординатасы 0 болған ноқатлардың жәрдеминде сүретленеди. Бирақ қәддилердин арасындағы қашықтық жүдә киши болғанлықтан, бул ноқатлар жүдә жийи жайласады ҳәм соған сәйкес тутас сыйықты пайда етеди.

Температура абсолют ноль болған жағдайда толған жоқарғы қәдди ушын квантлық теория мынадай мәнисти береди:

$$W_{max} = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3}.$$

Бул теңликтегі  $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$  Дж·сек,  $m$  - электронның массасы,  $n$  - бир бирлик көлемдеги еркін электронлардың саны.  $n = 10^{29} \text{ м}^{-3}$  деп қабыл етил,  $W_{max}$  ушын мынадай мәнисти алаамыз:

$$W_{max} = \frac{1,05^2 \cdot 10^{-68}}{2 \cdot 0,91 \cdot 10^{-30}} (3 \cdot 3,14^2 \cdot 10^{29})^{2/3} \approx 1,25 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 8 \text{ эВ}$$

Егер зонаның қәддилери энергия көшери бойынша турақты тығызлық пенен тарқалған болса (яғни энергияның  $dW$  интервалына сәйкес келетуғын қәддилердин  $dz$  саны  $W$  шамасының мәнисине ғәрэзли болмаса), онда электронлардың энергиясының орташа мәниси ең максималлық мәнистиң ярымына тең болған болар еди. Ҳақыйқатында да, қәддилердин тығызлығы  $\sqrt{W}$  шамасына пропорционал, яғни  $dz \sim \sqrt{W} dW$ . Есаплаўлар абсолют ноль болған жағдайда электронлардың орташа энергиясы ушын  $\bar{W} = \frac{3}{5} W_{max}$  мәнисин береди. Демек, ҳәтте температуралың 0 К мәнисинде де металлардағы өткізгишлик электронлар шама менен орташа 5 эВ қа тең болған жүдә үлкен кинетикалық энергияға ийе болады. Классикалық электрон газине усындағы энергияны бериү ушын оны шама менен төрт жұз мың градус Кельвин температураға шекем қыздырыу керек болады. Изолятордағы валентли электронлар да усындағы тез қозғалады. Бирақ, олар сырттан түсирилген электр майданы валентли электронлардың ҳалың өзгерте алмайтуғын ҳәм олардың қозғалысларының бир бағытта басым болыўын туғыза алмайтуғын жағдайларда болады.

0 K дан өзгеше температуралардағы ҳәр қыйлы қәддилерде электронлардың қандай итималлық пенен табылатуғының анықтайылған. Классикалық физикада бөлекшелердин энергияларының ҳәр қыйлы ҳаллар бойынша тарқалыўы Больцман функциясының жәрдеминде тәрийипленеди:

$$f_B(W) = A e^{\frac{W}{kT}}. \quad (71.1)$$

Бул аңлатпада  $A$  - пропорционаллық коэффициенти [I томдағы (109.6)-форма менен салыстырылысыз]. Бул функция бөлекшениң энергиясы  $W$  шамасына тең ҳалда тұрыўының итималлығын анықтайады.

Бөлекшелердин энергия бойынша тарқалыўын анықтайтуғын (71.1)-функция берилген ҳәр бир ҳалда шекленбен сандағы бөлекше бола алады деген болжайдың тийкарында алғынған<sup>61</sup>. Паулидин қадаған етий принципин есапқа алатуғын тарқалыў функциясын Ферми тапты. Оны былайынша жазамыз:

---

<sup>61</sup>  $T = 0$  болғанда (71.1)-функция энергияның  $W = 0$  болған мәнисинен басқа барлық мәнислерде нолге айланады. Бул барлық бөлекшелердин ноллик қәддиде жайласыўының керек екенлигиги билдиреди.

$$f_B(W) = \frac{1}{e^{(W-W_F)/kT} + 1}. \quad (71.2)$$

Бул аңлатпада  $W$  арқалы берилген қәддиниң энергиясы,  $W_F$  арқалы системаның Ферми қәдди деп аталатуғын параметри белгиленген.

(71.2)-функция берилген қәддиниң электронлар менен толық итималлығын береди. 138-сүйреттеги 2 көбейтишисине шекемги дәллік пенен алған тутас иймекликтің  $T = 0$  болған жағдай ушын (71.2)-функцияның графиги менен дәл келетуғынлығына көз жеткизиү қыйын емес. Ҳақыйқатында да бул жағдайда

егер  $W < W_F$  болса,  $f(W) = 1$

хәм

егер  $W > W_F$  болса,  $f(W) = 0$ .

Солай етип, 0 К болған жағдайда Ферми қәдди электронлар толған ең жоқарғы  $W_{max}$  қәдге сәйкес келеди.

$W = W_F$  ушын температуралың қәлеген мәнисинде (71.2)-функцияның  $\frac{1}{2}$  ге тең мәниси алынады. Демек, Ферми қәдди электрон менен толтырылышының итималлығы ярымға тең болған энергияның қәддине сәйкес келеди (бұндай қәддиде орташа есап пенен бир электрон болады).  $W_F$  шамасының мәнисин

$$\sum_k 2f(W_k) = N \quad (71.3)$$

шәртинен табыуға болады. Бул шәртте  $N$  арқалы кристалдағы валентли электронлардың толық саны белгиленген. Ҳәр бир қосылышы  $k$ -ншы қәддидеги электронлардың орташа саны болып табылады. Суммалау валентлик зонандағы хәм оның үстинде жатқан басқа зоналардағы барлық қәддилер бойынша жүргизиледи.

Руқсат етилген зоналардың шеклеринде қәддилер жүдә жийи орналасады. Сонықтан (71.3)-сумманы интеграл менен алмастырыуға болады.  $dW$  энергиясының үлкен болмаған интегралының шеклеринде жатқан барлық қәддилердин электронлар менен толтырылғанлығы ушын бирдей  $2f(W)$  ни жазыуға болады. Егер қәддилердин тығызлығы  $g(W)$  ге тең болса,  $dW$  интералдағы олардың саны  $g(W)dW$  шамасына тең болады. Бундай қәддилердин пайына орташа есап пенен  $dN_w = 2f(W)g(W)dW$  дана электрон сәйкес келеди. Ал, барлық қәддилердеги электронлардың толық санының мынаған тең болыуы тиис:

$$\int_0^{\infty} dN_w = \int_0^{\infty} 2f(W)g(W)dW = \int_0^{\infty} \frac{2g(W)dW}{e^{(W-W_F)/kT} + 1} = N. \quad (71.4)$$

$g(W)$  ны биле отырып, (71.4)-интегралды есаплауға болады (қадаған етилген зоналарға сәйкес келетуғын энергиялар интерваллары ушын  $g(W)$  ди нолге тең деп есаплау керек). Нәтижеде, алған теңлікте  $W_F$  хәм  $T$  шамалары болады. Сонықтан берилген  $N$  ушын температура  $T$  ның функциясы сипатында  $W_F$  ти табыуға болады. (71.4)-теңлиги шын мәнисинде  $f(W)$  функциясын нормировка шәрти болып табылады [I томдағы 106-параграфтағы (106.7)-формуланың алдындағы текстти қараңыз].

Металлар ушын жүргизилген есаплаулар  $W_F$  шамасының температурадан әззи тәрэзликке ийе екенligин көрсетеди. Демек, онша жоқары болмаған температураларда (егер  $kT \ll W_{F0}$  болса) Ферми қәддиниң мәниси абсолют ноль температурадағы  $W_{F0}$  мәнисинен киши шамаға айрылады.

0 K нен басқа температураларда (71.2)-функция менен тәрийипленетуғын электронлардың тарқалығы 138-сүйретте көрсетилген пункттир иймекликтің түриндей болады. Усы иймекликтің ординатасы қәддиниң электронлар менен үақыт бойынша толтырылғанлығының орташа мәнисин тәрийиплейди. Мысалы, 0,25 ке тең болған

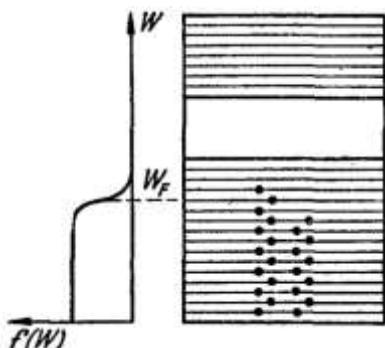
ордината қәддиде ўақыттың  $\frac{1}{4}$  инде бир электронның (ямаса  $1/8$  инде еки электронның) болғанлығын аңғартады. Ал қалған ўақытларда қәдди бос болады.

Жоқары энергиялар областында (яғни  $W - W_F \gg kT$  теңсизлиги орынлы болатуғын ўақытларды, бул электронлардың тарқалыў иймеклигинин "ақырындағы" областта орынланады) бөлшектин бөлиминдеги бирди есапқа алмаўға болады. Бұндай жағдайда (71.2)-функция

$$f(W) \approx e^{-\frac{W-W_F}{kT}} = \text{const} \cdot e^{-\frac{W}{kT}} \quad (71.5)$$

турине енеди, яғни Больцман тарқалыўы болған (71.1)-функцияға айланады.

Электронлардың қәддилер бойынша тарқалыўын 139-сүйреттегидей көргизбели етип көрсетиүге болады. Бул сүйретте Ферми тарқалыўының иймеклиги энергия зоналарының схемасы менен биргеликтे көрсетилген.



139-сүйрет.

Температура қаншама жоқары болса, иймекликтин төмен түсетуғын участкасы соншама созылған болады. Бирақ,  $T$  температурасындағы тарқалыўдың  $0$  К температурадағы сезилерлікей айырмасы шама менен температуралардың  $kT$  шамасына жақын болған областында ғана бақланады. Демек, жыллыштық қозғалыслары барлық электронлардың тек аз ғана бөлиминиң кинетикалық энергияларына ғана тәssir етеди екен. Соныңтан электронлардың орташа энергиясының температураға тәрэзлигі ҳәлсиз болады. Өткізгішлик электронларының металлардың жыллыштық сыйымшылығына айтартықтай тәssir етпеү факти усы жағдай менен түсіндіриледи. Солай етип, кванттық теория классикалық теория шеше алмаған тийкарғы қыйыншылықтардың бириң шешиүге мүмкіншиликтен береди.

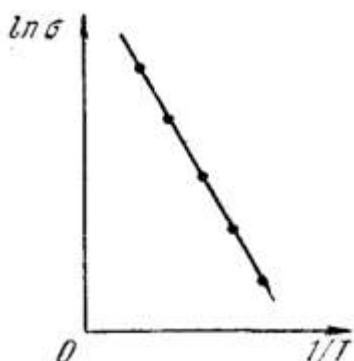
Металлардың электр өткізгішлегинин температураға тәрэзлигін де кванттық теория тәжірийбелер берген мағлыўматлар менен жақсы сәйкес келетуғын нәтийжелерди береди.

## § 72. Ярым өткізгішлер

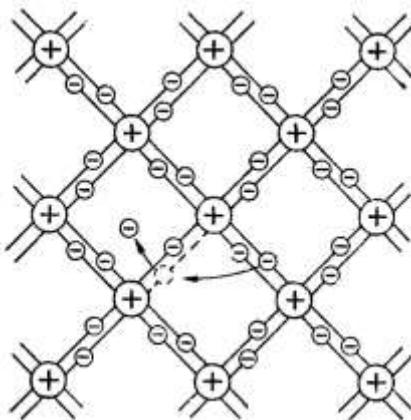
Ярым өткізгішлер деп атаманы алғыдың өзи электр өткізгішлегинин шамасы бойынша олардың металлар менен изоляторлардың арасындағы орында ийелейтуғыншылығына байланыслы. Бирақ, олар ушын тән жағдай электр өткізгішлегинин шамасы емес, ал олардың электр өткізгішлегинин температураларың жоқарылауына байланыслы өсетуғыншылығында (температураның жоқарылауы менен металлардың электр өткізгішлегинин кемейетуғыншылығын еске түсірейік). Валентлик зонасы толығы менен электронлар менен толған (137-б сүйретті қараңыз), ал қадаған етилген зонаның қалыңшылығы онша үлкен емес (меншикли ярым өткізгішлерде ең көп дегендеге 1 эВ) затлар ярым өткізгішлер болып табылады.

Меншикли ҳәм қосымталық ярым өткізгішлерди бир бириңен ажыратады.

**Меншикли өткизгишлик.** Меншикли өткизгишлик электронлардың валентли зонаның жоқарғы қәддилеринен өткизгишлик зонаға өтийдің нәтийжеде пайда болады. Бул жағдайда өткизгишлик зонасында бир қанша тоқты тасыўшылар пайда болады. Усының менен бир қатар валентлик зонадағы жоқарғы қәддилердин арасында соншама орынлар босайды. Абсолют ноль температурада электронлар менен толған валентлик зонаның қәддилериндеги электронлардан босаған усындай орынларды тесиклер деп атайды.



141-сүйрет.



142-сүйрет.

Электронлардың валентлик зона менен өткизгишлик зонасындағы қәддилер бойынша тарқалыуы (71.2)- Ферми функциясының жәрдеминде тәрийипленеди. (71.4)-формула бойынша жүргизилген есаплаұлар Ферми қәддидинің қадаған етилген зонаның дәл ортасында орналасатуының көрсетеди (140-сүйрет). Демек, өткизгишлик зонасына өткен электронлар ушын  $W - W_F$  шамасы қадаған етилген зонаның қалыңлығының ярымынан айырмасы киши болады. Өткизгишлик зонасының қәддилери тарқалыу иймеклигинің ең ақырында жайласады. Сонықтан олардың электронлар менен толтырылып итималлығын (71.5)-формуланың жәрдеминде табыуға болады. Бул формулада  $W - W_F = \Delta W/2$  теңлигі орынланады деп болжасақ, онда мынадай функцияға иие боламыз:

$$f(W) \approx e^{-\frac{\Delta W}{2kT}}. \quad (72.1)$$

Өткизгишлик зонасына өткен электронлардың саны (72.1)-итималлықта пропорционал еседи. Бул электронлар, сондай-ақ биз кейинирек танысадатуын жағдайдағыдай, пайда болған тап сондай сандағы тесиклер тоқты тасыўшылар болып табылады. Электр өткизгишликтің тоқты тасыўшылардың санына пропорционал болғанлықтан, оның (72.1)-теңликтке де пропорционал болыуы тийис. Демек, ярым өткизгишлердин электр өткизгишлигі температураға байланыслы тез өседи ҳәм мынадай нызам бойынша өзгереди:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta W}{2kT}}. \quad (72.2)$$

Бул аңлатпада  $\Delta W$  арқалы қадаған етилген зонаның қалыңлығы белгиленген.

Егер графикке  $\ln \sigma$  ның  $1/T$  ға ғәрезлигин салсақ, онда ярым өткизгишлер ушын 141-сүйретте көрсетилгендей туұрысызық алынады. Қадаған етилген зонаның қалыңлығын усы туұрының қыялығы бойынша анықлауға болады.

Менделеев дүзген дәүирлік системаның IV групласының элементтери болған германий менен кремний кең қолланылатуын ярым өткизгишлер болып табылады. Олар ҳәр бир атом өзинен бирдей қашықлықта жайласқан қонсылас төрт атом менен ковалентлик байланысқан (электронлар жубы менен байланысқан, 141-сүйрет) пәнжерени

пайда етеди (I томдағы 139-параграфты қараңыз). Атомлардың ұсындағы өз-ара жайласыўын 142-сүретте шәртли түрде көрсетилген тегис структура түринде көрсетілгө болады. "+" белгиси бар дөңгелеклер оң зарядланған атомлық қалдықларды (яғни валентлик электронлары шығып кеткеннен кейин қалатуғын атомның бөлімін), "-" белгиси бар дөңгелеклер валентлик электронларды, қос сызықтар ковалентлик байланысларды аңғартады.

Жеткилики болған жоқары температурада жыллыштық қозғалыслары базы бир қос электронлардың арасындағы байланыслы үзип, бир электронды босатып жибере алады (бундай жағдай 142-сүретте көрсетилген). Электрон таслап кеткен орын электрик жақтан нейтраль бола алмайды, оның әтирапында артық оң  $+e$  заряды пайда болады (тесик пайда болады). Бул орынға қоңылас қос электронлардың биреүинен бир электронның (секирип) өтийи мүмкін. Соның нәтийжеде, босаған электрон сыйқы, тесиктиң де кристалл бойлап саяхат жасауы басланады.

Егер еркін электрон тесик пенен ушырасса, олар рекомбинацияланады (биригеди). Бұл электронның тесиктиң әтирапындағы артық оң зарядты нейтралластыратуғынлығын ҳәм ол және де еркін ҳалға шығыў ушын кристаллық пәнжереден жеткилики муғдардағы энергияны алмағанша тоқты тасыў қәбилетлигинен айрылатуғынлығын билдиреди. Рекомбинация еркін электрон менен тесиктиң бир үақыттағы жоғалыўына алып келеди. Қәддилердин схемасында (140-сүрет) рекомбинация процесине электронның өткізгишлик зонасынан валентлик зонаның бос қәддилеринин биреүине өтийи сәйкес келеди.

Солай етип, ярым өткізгиште бир үақытта еки процесс жүреди: еркін электронлар менен тесиклердин жуп-жуптан туýылышы ҳәм электронлар менен тесиклердин жупларының жоғалыўына алып келетуғын рекомбинация. Бириňши процестин итималлығы температураға байланыслы тез өседи. Рекомбинацияның итималлығы еркін электронлардың санына да, тесиклердин санына да пропорционал болады. Демек, температураларың ҳәр бир мәниси ушын электронлар менен тесиклердин белгили бир тең салмақтық концентрациясы сәйкес келеди. Ал концентрацияның шамасы температураға байланыслы σ ушын келтирип шығарылған нызам бойынша өзгереди [(72.2)-формулаға караңыз].

Сыртқы электр майданы жоқ болған жағдайда өткізгишлик электронлар менен тесиклер тәртипсиз түрде қозғалады. Майданды қосқанда тәртипсиз қозғалысқа тәртипли қозғалыс қосылады: электронлар майданның бағытына қарсы, ал тесиклер майданның бағытында қозғалады. Усы қозғалыстың екеўи де, тесиклердин қозғалысы да, электронлардың қозғалысы да зарядларды кристалдың бойы менен тасыйды. Демек, меншикли электр өткізгишлик еки белгиге ийе болған зарядты тасыўшылардың (терис электронлар ҳәм оң зарядқа ийе тесиклер) бар болыўының себебинен жүзеге келеди.

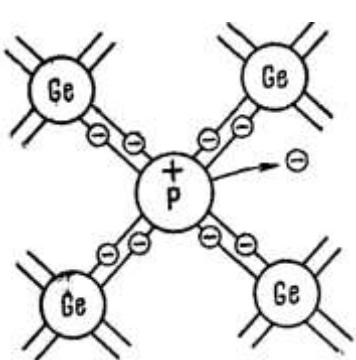
Меншикли өткізгишлик жеткилики дәрежедеги жоқары температурада барлық ярым өткізгишлердин барлығында бақланады.

**Қосымталық өткізгишлик.** Егер берилген ярым өткізгиштиң кристаллық пәнжересиниң түйинлериндеги базы бир атомларды валентлиги тийкарғы атомлардың валентлигинен бир санға артық атомлар менен алмастырсақ, өткізгишликтиң ұсындағы түри пайда болады. 143-сүретте бес валентли фосфор атомлары қосылған германийдин пәнжереси сүретленген. Қоңылас атомлар менен ковалентлик байланыслы пайда етиў ушын фосфор атомына төрт электрон жеткилики. Демек, фосфор атомының бесинши валентли электроны қоңылас атомлар менен байланыслы дүзиғе қатнаспайды ҳәм соңықтан ол атомнан жыллыштық қозғалысларының энергиясының есабынан аңсат ажыралып шығады ҳәм кристал бойынша қозғала алатуғын еркін электронға айланады. Бул жағдайдың жоқарыда қарап өтилген жағдайдан айырмашылығы соннан ибарат, еркін

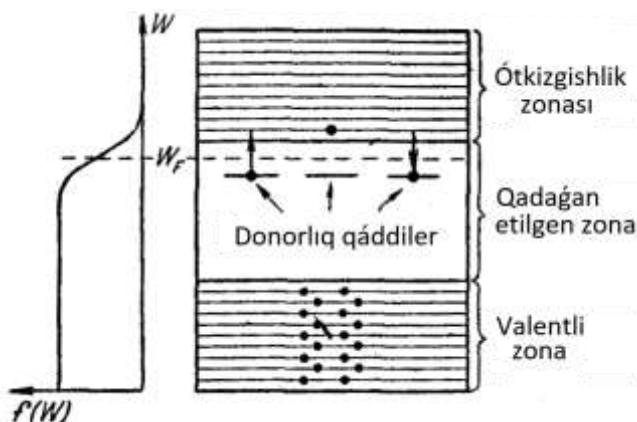
электронның пайда болыуы ковалентлик байланыстың бузылышының салдары болып табылады (яғнай тесиклердин түүшлүү менен қосылып жүрмейди). Қосымта атомның дөгерегинде артық оң заряд пайда болған болса да, бул оң заряд усы атом менен байланысқан ҳәм ол пәнжере бойлап еркин орын алмастыра алмайды. Усы зарядтың бар болыуының себебинен қосымта атом өзине жақынлап келген электронды өзине қосып алады. Бирақ бул электронның қосымта атом менен байланысы беккем болмайды ҳәм пәнжерениң жыллышық тербелисиниң есабынан ол қайтадан еркин электронға айланады.

Солай етип, бес валентли қосымтасы бар ярым өткизиште тоқты тасыўшылардың тек бир түри - электронлар ғана болады. Усыған сәйкес былайынша айтады: бундай ярым өткизгиш электронлық өткизгишилкке ийе болады ямаса  $n$  типиндеги ярым өткизгиш болып табылады (negative - терис деген сөздөн шыққан). Ярым өткизгишлерди электронлар менен тәмиийинлейтуғын қосымта атомлары доноңлар деп атайды.

Қосымта атомлар кристаллық пәнжерениң майданын майыстырады, ал ол энергиялық схемада кристалдың қадаған етилген зонасында жайласқан локаллық қәддилер деп аталатуғын қәддилердин пайда болыуына алып келеди (144-сүйрет). Валентлик зонаның ямаса өткизгишилк зонасының қәлеген қәддинде кристалдағы қәлеген орында болатуғын электронлар орналаса алады. Локаллық қәддиге сәйкес келетуғын энергияға усы локаллық қәддини пайда еткен қосымта атомға жақын жайласқан электрон ғана ийе бола алады. Демек, қосымталық қәддинде орналасқан электрон қосымта атомының қасында локализацияланған.



143-сүйрет

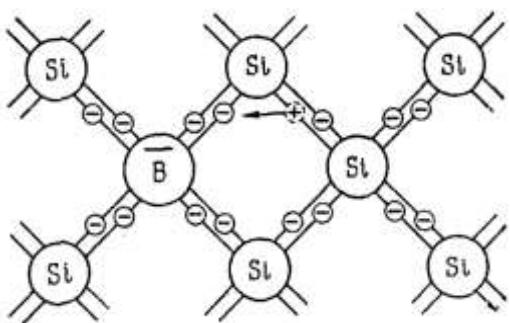


144-сүйрет.

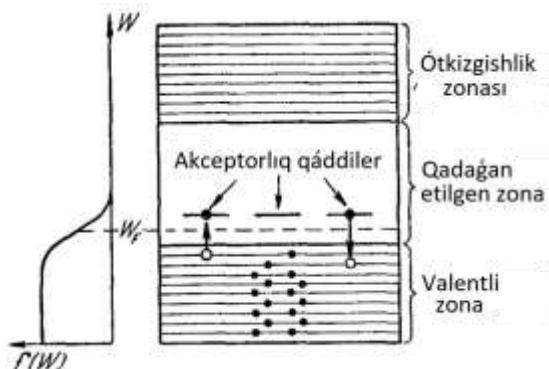
Егер доноңлық қәддилер валентлик зонаның жоқарғы төбесине жақын орналасқан болса, онда олар кристалдың электрлік қасиеттерине айтарлықтай тәсир ете алмайды<sup>62</sup>. Егер усындағы қәддилердин өткизгишилк зонасының астынан қашықлығы қадаған етилген зонаның қалыңлығына салыстырғанда әдеүір киши болған жағдайда ис басқаша болады. Бул жағдайда жыллышық қозғалысларының энергиясы ҳәтте әдеттегидей температураларда да электронларды доноңлық қәддиден өткизгишилк зонасына көшириү ушын жеткилики болады. Бул процеске 143-сүйреттеги бесинши валентлик электронның қосымта атомнан бөлиніп шығыуы сәйкес келеди. Қосымта атомның еркин электронларды услап алыуына 144-сүйреттеги электронның өткизгишилк зонасынан доноңлық қәддилердин биреүине өтийі сәйкес келеди.

<sup>62</sup> Бул бесинши валентли электронның өзинин, атомы менен беккем байланыста болатуғының аңғартады.

*n* типиндеги ярым өткизгишлерде Ферми қәдди донорлық қәддилер менен өткизгишлик зонасының ең астының арасында, ал жұдә жоқары емес температурауда шама менен олардың ортасында жайласады (144-сүйрет).



145-сүйрет.



146-сүйрет.

145-сүйретте үш валентли бор атомы қосылған кремнийдин пәнжереси шәртлы түрде сүйретленген. Бор атомының үш валентли электроны төрт қоңсызының барлығы менен байланыс дүзиү үшін жеткилики емес. Сонықтан байланыслардың биреүи дүзилмеген болып шығады ҳәм ол электронды өзиниң ишине қармап алғыфа қәбилети келетуғын орынға айланады. Бул орынға қоңсылас қос электронлардың биреүиниң электроны аүысқан үақытта тесик пайда болады да, ол кристал болап көшип жүре алады. Қосымта атомға жақын орынларда артық терис заряд пайда болады, бирақ ол усы атом менен байланысқан менен тоқты тасыўшылар бола алмайды. Солай етип, 3 валентли қосымтасы бар ярым өткизиште тек бир түрдеги тоқты тасыўшылар ғана - тесиклер пайда болады. Бул жағдайда пайда болған өткизгиштиң тесиклик өткизгишлик, ал ярым өткизгишti р-типке киребидеп атайды (positiv - оң сөзинен алынған). Тесиклерди пайда ететуғын қосымталарды акцепторлық қосымталар деп атайды.

Қәддилер схемасында (146-сүйрет) акцепторға қадаған етилген зонадағы оның түбине жақын орналасқан локаллық қәдди сәйкес келеди. Тесиктиң пайда болыуына электронның валентлик зонадан акцепторлық қәддиге өтийи сәйкес келеди. Буған кери болған өтий қосымта атомының қоңсылас атом менен төрт ковалентлик байланысының биреүиниң үзилийне ҳәм усының салдарынан пайда болған электрон менен тесиктиң рекомбинациясына сәйкес келеди.

*p* типиндеги ярым өткизгиштеги Ферми қәдди валентлик зонасын төбеси менен акцепторлық қәддилердин арасында, ал жұдә жоқары болмаған температурауда шама менен олардың ортасында жайласады.

Температура жоқарылаған сайын тоқты қосымталық тасыўшылардың концентрациясы тойының дәрежесине тез жетеди. Бул ис жүзинде барлық донорлық қәддилер босайды ямаса барлық акцепторлық қәддилер электронлар менен толады деген сөз. Усының менен бир қатарда температура жоқарылаған сайын электронлардың валентлик зонадан өткизгишлик зонасына тиккелей өтийиниң себебинен пайда болған ярым өткизгиштиң меншикли өткизгишлиги көбірек тәсир ете баслайды. Солай етип, жоқары температурауда ярым өткизгиштиң өткизгишлиги қосымталық ҳәм меншикли өткизгишликтерден қурадады. Төменги температурауда қосымталық өткизгишлик, ал жоқарғы температурауда меншикли өткизгишлик басым болады.

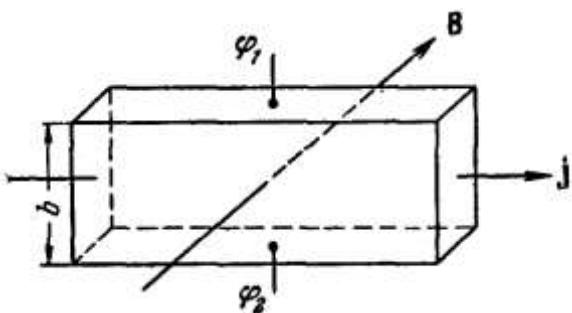
### § 73. Холл эффекти

1880-жылы Холл мынадай құбылысты аңғарды: егер бойы бойынша турақлы электр тоғы өтип турған металл пластинканы оған перпендикуляр болған магнит майданына орналастырсақ, онда тоқ пенен майданға параллель болған қаптал бетлердин (147-сүйрет) арасында  $U_H = \varphi_1 - \varphi_2$  потенциаллар айырмасы пайда болады. Оның шамасы мына теңдиктің жәрдемінде анықланады:

$$U_H = RbjB. \quad (73.1)$$

Бул аңлатпада  $b$  - пластинканың қалыңлығы,  $j$  - тоқтың тығызлығы,  $B$  - майданың магнит индукциясы,  $R$  - ҳәр қыйлы металлар ушын ҳәр қыйлы мәниске ийе болатуғын пропорционаллық коэффициенти. Оны Холл турақтысы деп атайды. Усы құбылыстың өзин Холл эффекти ямаса гальваномагнитлик құбылыс деп атайды.

Холл эффекти электронлық теорияның жәрдемінде жүдә аңсат түсіндіриледи. Магнит майданы жоқ болғанда пластинкадағы тоқ  $E_0$  электр майданының тәсирінде пайда болады (148-сүйрет). Усы майданың эквипотенциаллық беттери  $E_0$  векторына перпендикуляр болған тегисликлердин системасын пайда етеди. Сүйретте бул тегисликлер тутас туұры сызықтар менен сүйретленген. Ҳәр бир беттің барлық ноқатларындағы, демек, 1- ҳәм 2- ноқатлардағы потенциаллар бирдей болады. Тоқты тасыўшылар болған электронлар терис зарядланған болғанлықтан, олардың тәртиплескен қозғалысының үзелсіздігі тоқтың тығызлығының  $j$  векторына қарама-қарсы бағытланған.



147-сүйрет

Магнит майданы қосылған моменттен баслап ҳәр бир тоқты тасыўшыға Лоренц күши тәсир етеди. Бул күш пластинканың  $b$  қабырғасына параллель бағытланған (147-сүйрет) ҳәм модули бойынша мынаған тең:

$$f = euB. \quad (73.2)$$

Усындағы Лоренц күшининң жүзеге келийинин салдарынан электронлардың пластинканың жоқарғы (сүйреттеги) қаптал бетине бағытланған қозғалыстың қураўшысы пайда болады. Пластинканың бул беттінде артық терис зарядлар, усыған сәйкес тәменги беттінде артық терис зарядлар топланады. Демек, қосымша көлденең  $E_B$  электр майданы пайда болады. Усы майданының кернеўлигинин зарядқа тигизетин тәсіри (73.2)-күш пенен тең болатуғын шамаға жеткен үақытта зарядлардың көлденең бағыттағы стационарлық тарқалығы қәлиплеседи.

Усыған сәйкес келетуғын  $E_B$  ның мәниси  $eE_B = euB$  шартинен анықланады. Буннан  $E_B = uB$ . (73.3)

теңдигин алыў мүмкін.

$E_B$  майданы  $E_0$  майданы менен қосынды  $E$  майданын пайда етип қосылады. Эквипотенциаллық бет ҳәр бир ноқтатта, майданының кернеўлиги векторына перпендикуляр болады. Демек, олар бурыла ҳәм 148-сүйретте пункттир менен сүйретленген аүхалды ийелейди. Бурын бир ғана эквипотенциаллық бетте жайласқан 1 ҳәм 2 ноқатларының енди ҳәр қыйлы потенциалларға ийе болады. Усы ноқатлардың арасында пайда болатуғын

кернеўди табыў ушын  $E_B$  шамасын олардың арасындағы қашықлықта көбейтиў керек. Усының менен бир қатарда (73.3)-формуладағы  $i$  ды  $j$ ,  $n$  ҳәм  $e$  арқалы аңлатып,  $j = nei$  формуласына сәйкес [(70.2)-формуланы қараңыз] мынаны аламыз:

$$U_H = bE_B = \frac{1}{ne} bjB. \quad (73.4)$$

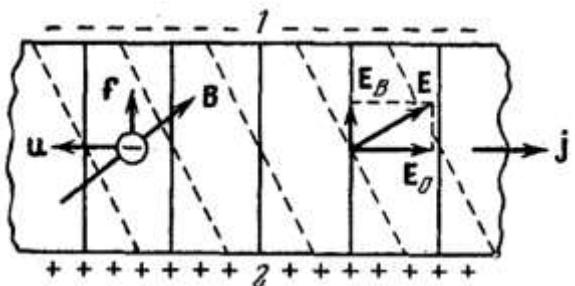
Егер

$$R = \frac{1}{ne} \quad (73.5)$$

теңлиги орынланады деп болжасақ, онда соңғы теңлик (73.1)-теңликке сәйкес келеди.

Солай етип, Холл турақтысын өлшеп, тоқты тасыўшылардың концентрациясын (яғни олардың бир бирлик көлемдеги санын) табыўға болады.

148-сүйрет



Тоқты тасыўшылардың қозғалғышлығы заттың әхмийетли характеристикаларының бири болып табылады. Қозғалғышлық деп кернеўлиги бирге тең майдандағы тоқты тасыўшылар алатуғын орташа тезликке айтамыз. Егер кернеўлиги  $E$  болған майдандағы тоқты тасыўшылар  $i$  тезлигине ийе болса, онда олардың қозғалғышлығы  $u_0$  мынаған тең:

$$u_0 = \frac{i}{E}. \quad (73.6)$$

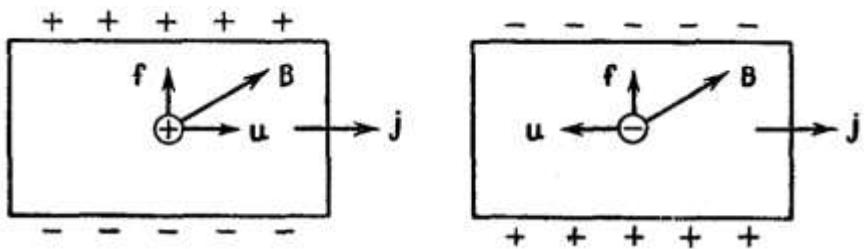
СИ системасында тезлик бир секунд ишиндеги метр менен, электр майданының кернеўлиги вольт бөлинген метр менен өлшенеди. Демек, қозғалғышлықтың бирлигі  $1 \text{ m}^2 \cdot \text{в}^{-1} \cdot \text{сек}^{-1}$  болады.

Қозғалғышлықты  $\sigma$  өткизгишлиги ҳәм тоқты тасыўшылардың концентрациясы менен байланыстырыўға болады. Оның ушын  $j = nei$  қатнасын майданның  $E$  кернеўлигине бөлемиз.  $j$  дин  $E$  ге қатнасының  $\sigma$  ны беретүүнүүшүүн, ал  $i$  ды  $E$  ге бөлгендө қозғалғышлықтың алынатууынүүшүүн еске ала отырып, мынаны аламыз:

$$\sigma = neu_0. \quad (73.7)$$

Холдың  $R$  турақтысын ҳәм  $\sigma$  өткизгишлигин анықладап, (73.5)- ҳәм (73.7)-формулалар бойынша сәйкес үлгидеги тоқты тасыўшылардың концентрациясы менен қозғалғышлығын табыўға болады.

Холл құбылысы тек металларда ғана емес, ал ярым өткизгишлерде де бақланады. Бундай жағдайда эффекттин белгиси бойынша ярым өткизгиштин  $n$ -тибине ямаса  $p$ -тибине жататууынүүшүүн анықлаўға болады. 149-сүйретте оң ҳәм терис тоқ тасыўшылары бар үлгилердеги Холл эффекти салыстырылған. Зарядлардың қозғалысының бағытын өзгерткенде де, зарядтың белгисин өзгерткенде де, эффекттин бағыты қарама-қарсы тәрепке қарай өзгереди. Демек, тоқтың бирдей бағытында оң ҳәм терис тоқ тасыўшыларға тәсир ететүүн Лоренц күшинин бағыты бирдей болады. Сонықтан оң тоқ тасыўшылар бар болған жағдайда пластинканың жоқарғы (сүйреттеги) тәрепинин потенциалы төменги тәрепинин потенциалына салыстырғанда жоқары, ал терис тоқ тасыўшылар бар болған жағдайда төмен болады. Солай етип, Холл эффектиндеги потенциаллар айырмасының белгисин анықладап, тоқ тасыўшылардың белгисин табыўға болады.



149-сүйрет.

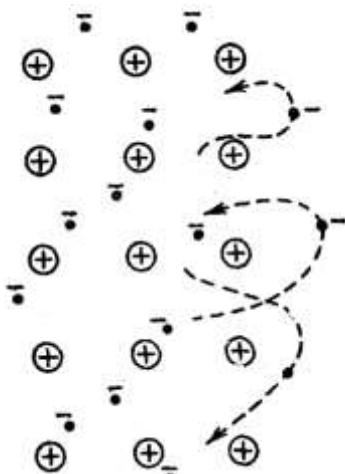
Базы бир металларда  $U_H$  шамасының белгисиңиң оң тоқ тасыўшыларға сәйкес келетуғынлығы таң қаларлық. Бул құбылыс зоналардың бир бириң айрықша түрде жаўып туратуғынлығы менен түсіндіриледи. Бул жағдайда электронлардың бир бөлеги валентлик зонаның жоқарғы қәддилеринен басқа зонаның төменги қәддилерине өтийі орын алады. Соның нәтийжесинде бирдей санлары бирдей болған еркін электронлар ҳәм тесиклер пайда болады. Усындағы металдың өткізгишилігі аралас (электронлық-тесиклик) характерге ийе. Холл эффектиниң аномаллық белгиси (металлар ушын) тесиклердин электронларға салыстырғанда үлкенирек қозғалғышлыққа ийе болыўының себебинен жүзеге келеди.

### § 74. Шығыў жумысы

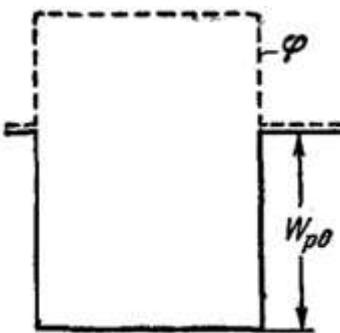
Металлар өзинен-өзи оң зарядқа ийе бола алмайды. Демек, айтарлықтай сандағы өткізгишилік электронлары өзлеринен-өзи металды тастап кете алмайды. Бул металдың электронлар ушын потенциаллық шуқыр болып табылатуғынлығы менен түсіндіриледи. Металлдың бетиндеги энергиясы потенциаллық барьер арқалы өтийге жететуғын электронлар ғана металды таслап кете алады. Усы барьердин бар болыўы себепли пайда болатуғын күшлердин пайда болыў себеби манадай: кристаллық пәнжерениң оң ионларының сыртқы қабатынан электронның тосаттан айрылып шығыўы электрон таслап кеткен орында артық оң зарядтың пайда болыўына алып келеди. Усы оң заряд пенен жүзеге келетуғын кулонлық тәсирлесіү тезлиги жүдә үлкен болмаған электронларды металға қарай кери қайтыўға мәжбүрлейди. Усының нәтийжесинде металл электронлар булты менен қапланған болады. Бул булт ионлардың сыртқы қабаты менен биргеликтे электрлік қос қабатты пайда етеди (150-сүйреттеги дөңгелеклер ионларға, қара ноқатлар электронларға сәйкес келеди). Усындағы қабаттағы электронға тәсир ететуғын күш металдың ишинде қарай бағытланған. Электронды металдан сыртқа шығарғанда усы күшлерге қарсы исленген жумыс электронның  $W_p$  потенциаллық энергиясын үлкейтийге жүмсалады.

Солай етип, металдың ишиндеги валентлик электронлардың потенциаллық энергиясы металдың сыртындағы электронның потенциаллық энергиясына салыстырғанда потенциаллық шуқырдың тереңлеги болған  $W_{p0}$  ге тең шамаға кем болады<sup>63</sup> (151-сүйрет). Потенциаллық энергияның секирмели өзгериси шама менен бир неше атомлық қашықтықтың узынлығында ( $\sim 10^{-9}$  м) узынлықтың ишинде жүзеге келеди. Сонықтан дийўалларын тик деп есаплаўға болады.

<sup>63</sup> Төменги зоналардың қәддилерин толтыратуғын (яғни өз атомлары менен беккем байланысқан) электронлар ушын потенциаллық шуқырдың тереңлеги үлкен болады. Усы параграфта айтылғанлардың бәри валентлик электронларға тийисли.



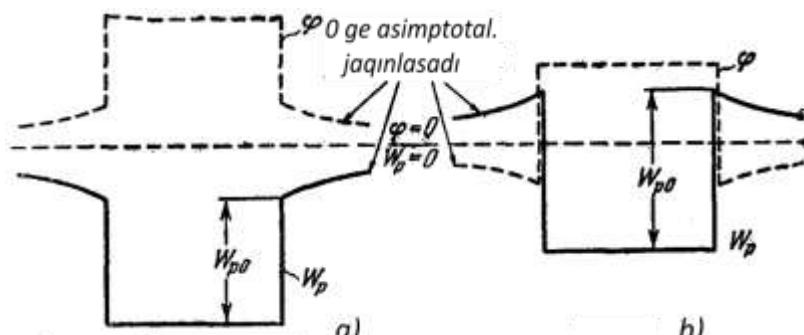
150-сүйрет.



151-сүйрет.

Электронның потенциаллық энергиясы үсы электрон түрған ноқаттың потенциалы менен  $W_p = -e\varphi$  аңлатпасы бойынша байланысқан [(10.5)-формулаға қарағыз]. Электронның заряды терис болғанлықтан, ноқаттың потенциалы менен электронның потенциаллық энергиясының белгилери ҳәр қыйлы болады. Буннан металдың ишиндеги потенциалдың оның бетине тиккелей жақын жатқан (қысқаша айтыў ушын биз әпиүайы түрде "бетинде" деймиз) потенциалға салыстырғанда  $W_{p0}/e$  шамасына көп болады.

Металға артық оң зарядты бериў оның бетиндеги потенциалды да, оның ишиндеги потенциалды да үлкейтеди. Ал электронның потенциаллық энергиясы болса соған сәйкес кемейеди (152-а сүйрет). 152-б сүйретте терис зарядланған металл үшын  $W_p$  ҳәм  $\varphi$  лер үшын иймекликлер берилген<sup>64</sup>.



152-сүйрет.

Металдағы электронлардың толық энергиясы потенциаллық ҳәм кинетикалық энергиялардың қосындысынан турады. 71-параграфта анықланғандай, өткізгишилик электронларының кинетикалық энергиясының мәниси абсолют ноль температурада ноллик қәддиден Фермидиң  $M_{max}$  қәддине шекемги қашықлықтың шеклеринде болады. 153-сүйретте өткізгишилик зонасының энергия қәддилери потенциаллық шукырдың ишинде сыйылған (пунктир менен 0 K температурадағы бос қәддилер сүйретленген). Металдан жулып шығарыў үшын ҳәр қыйлы электронларға ҳәр қыйлы болған энергияларды бериў керек. Мысалы, өткізгишилик зонасының ең төменгі қәддинде

<sup>64</sup> Соңғы жағдайда потенциаллық барьердин бийиклиги сәл төменлейди (соған сәйкес шауыңыў жумысының мәниси кемийеди). Бул құбылысты Шоттки эффекті деп атайды.

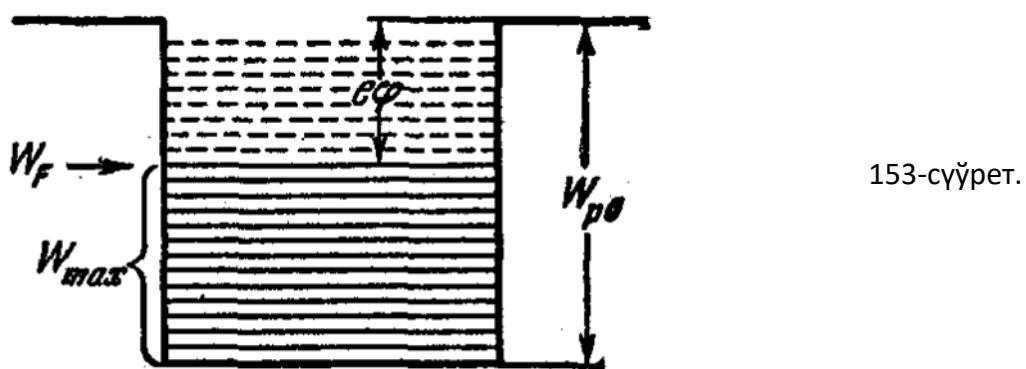
жайласқан электронға  $W_{p0}$  энергиясын бериү керек болады, ал Ферми қәддинде жайласқан электронға  $W_{p0} - W_{max} = W_{p0} - W_F$  энергиясы жеткилики.

Электронды қатты ямаса сүйік денеден вакуумға шығарыў ушын бериү керек болған ең аз энергияны шығыў жумысы деп атайды. Шығыў жумысын  $e\varphi$  арқалы белгилеў қабыл етилген (потенциалдың өлшем бирлигиндей өлшем бирликке ийе болған  $\varphi$  шамасын шығыў потенциалы деп атайды).

Жоқарыда айтылған жағдайларға сәйкес, электронның металдан шығыў жумысы мына теңліктиң жәрдемінде анықланады<sup>65</sup>:

$$e\varphi = W_{p0} - W_F. \quad (74.1)$$

Бул теңлікке биз металдың температурасы 0 К шамасына тең деген болжай менен келдик. Басқа температурада шығыў жумысын потенциаллық шуқыр менен Ферми қәддининң тереңлігінинң айырмасы сыпатында анықлады, яғни (74.1)-анықлама қәлелеген температура ушын жұрыс. Усы анықлама ярым өткізгішлер ушын да қолланылады.



Электронның металдан шығыў жумысы азмаз температураға да ғәрэзли болады. Бул, 71-параграфта атап өткенимиздей, Ферми қәдди болған  $W_F$  дың температураға байланыслы өзгерійининң нәтийжеси болып табылады. Соның менен бирге, атомлардың арасындағы орташа қашықлықтың жыллыштық кеңейійининң салдарынан өзгеретуғын болғанлықтан, потенциаллық шуқырдың тереңлігі  $W_{p0}$  де азмаз өзгериске ушырайды.

Шығыў жумысының шамасы металдың бетинин ҳалына, атап айтқанда, оның тазалығы менен құшли байланысқан. Металдың бетин сәйкес зат пенен қапладап, шығыў жумысының шамасын жүдә құшли киширейтійге болады. Мысалы, вольфрамның бетинде силтили жер металларының ( $Ca, Sr, Ba$ ) окисинин жуқа қабатын пайда етсек, ол шығыў жумысының шамасын 4,5 эВ шамасынан (таза  $W$  ушын) 1,5 - 2 эВ ке шекем төмендетеди.

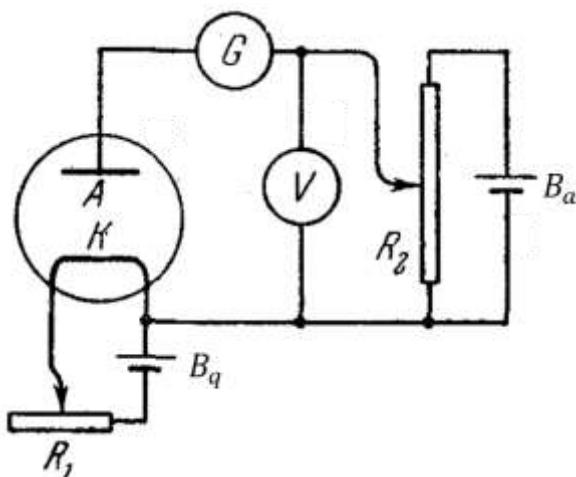
### § 75. Термоэлектронлық әмиссия. Электронлық лампалар

Термоэлектронлық әмиссия деп қызыған қатты ямаса сүйік денелердин электронлардың шығарылығын айтады. Биз бул параграфта тек металлардағы термоэлектронлық әмиссияға тоқтаймыз.

Термоэлектронлық әмиссия құбылысы былайынша түсіндіриледи: электронлардың энергия бойынша тарқалығының салдарынан айырым электронлардың энергиясы металлдың шегарасында болатуғын потенциаллық барьерди жениүге жеткилики болады. Температура жоқарылағанда үсындағы электронлардың мұғдары кескин артады ҳәм термоэлектронлық әмиссия құбылысы сезилерліктей болады.

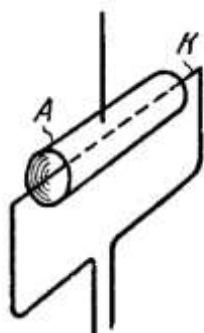
<sup>65</sup> Гейпара жағдайларда (74.1) шамасын эффективли шығыў жумысы, ал  $W_{p0}$  шамасын толық шығыў жумысы деп те атайды.

Термоэлектронлық эмиссияны изертлеуди 154-сүйретте келтирилген схеманың жәрдеминде жүргизген қолайлы. Схеманың тийкарғы элементи еки электродлы лампа болып табылады. Оны ваккумлық диод деп те атайды.. Бул ишинде  $K$  катод ҳәм  $A$  анод жеп аталатуғын еки электроды бар ишиндеги ҳаұасы сорылыш алынған металл ямаса шийше баллон болып табылады. Конструкциясы бойынша электродлар ҳәр қыйлы түрде соғылады. Ең әпиүайы болған жағдайда катод жиңишке түүры сым, ал анод оған коаксиаллық цилиндр формасына иие болады (155-сүйрет).

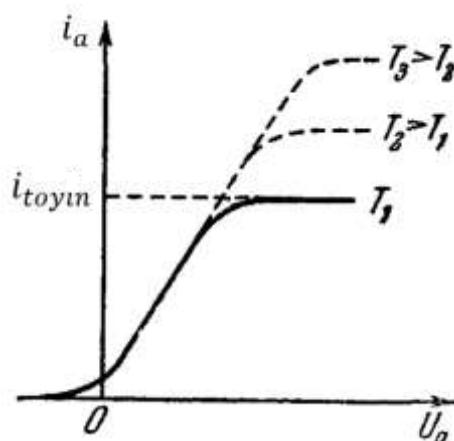


154-сүйрет.

Катод  $B_q$  қыздырыў батареялары пайда ететуғын тоқ пенен қызады. Катод арқалы ететуғын тоқтың құшин  $R_1$  реостатының жәрдеми менен өзгертиў жолы менен оның температурасын жоқарылатыўғы болады. Анодлық  $U_a$  кернеўдин шамасын  $R_2$  патенциометрдин жәрдеминде өзгертип, оны  $V$  вольтметринің жәрдеминде өлшейди (егер анодтың потенциалы катодтың потенциалынан жоқары болса, онда  $U_a$  ның мәнисин оң деп есаптайтын).  $G$  гальванометри анодлық тоқтың қүши  $i_a$  ны өлшеүге арналған.



155-сүйрет.



156-сүйрет.

Егер катодтың температурасын турақлы етип уласақ ҳәм анодлық тоқ  $i_a$  ның қүшинин анодлық  $U_a$  кернеўден ғәрезлигін изертлесек, онда 156-сүйретте көрсетилгендей иймеклик алынады (ҳәр қыйлы иймекликлер катодтың ҳәр қыйлы болған температураларына сәйкес келеди). Бул иймекликті вольт-амперлик характеристика деп атайды.

$U_a = 0$  теңлиги орынланғанда катодтан үшіп шыққан электронлар оның этирапында терис зарядлардың - электронлардың бултын пайда етеди. Бул булт катодтан үшіп шыққан

электронларды кери қарай ийтереди ҳәм, сонлықтан, олардың көпшилигин металға кери қайтарады. Бирақ, сонда да электронлардың айрымлары анодқа шекем ушып жетеди ҳәм соның нәтижесинде анодлық шынжырда ҳәлсиз тоқ ағады. Электронлардың анодқа келип жетиүин толық тоқтатыу, яғни  $i_a$  тоғын нолге тең етиў ушын, катод пенен анодтың арасына қандай да бир шамадағы терис кернеў түсириў керек. Демек, диодтың вольт-амперлик характеристикасы нолден емес, ал координата басының шеп тәрепинде басланады.

Анодлық  $U_a$  кернеўдин шамалы оң мәнислеринде анодлық тоқтың күши  $U_a^{3/2}$  шамасына пропорционал түрде өзгереди. Теориялық жоллар менен бул ғәрэзлик Ленгмюр ҳәм Богуславский тәрепинен табылды. Бул нызамды екіден үш нызамы деп атайды.

$U_a$  анодлық кернеўиниң шамасы өскен сайын электр майданы анодқа қарай көбірек электронды алып келеди, ең ақырында,  $U_a$  ның белгили бир мәнисинде электронлар бұлты толығы менен анодқа қарай тартылады ҳәм катодтан шыққан барлық электронлар анодқа келип жетиүге мүмкіншилик алады.  $U_a$  шамасының буннан байлай өсіүи анодлық тоқтың күшин арттыра алмайды - тоқтың шамасы  $i_{toyn}$  тойыныў дәрежесине жетеди.

Тойыныў тоғының электронлық эмиссияны тәрийиплейтуғыны сөзсиз. Егер бир бирлик үақыттың ишинде катодтың бир бирлик бетинен  $N$  дана электрон ушып шығатуғын болса, онда тойыныў тоғының тығызлығы (тойыныў тоғының күшиниң катодтың бир бирлик бетине қатнасы)  $j_{toyn} = Ne$  шамасына тең болады. Нәтижеде, тойыныў тоғының күшиниң катодты қыздыратуғын тоқ күшине ғәрэзлигин өлшейтуғын болсақ, онда ҳәр қылыш температуралардағы катодтың бир бирлик бетинен ушып шығатуғын электронлардың муғдарын табыуға болады.

156-сүретте бир неше температурада алынған вольт-амперлик характеристикалар сүретленген.  $U_a$  киши болғанда олардың барлығы да бирдей. Тойыныў тоғының тығызлығының температураға ғәрэзлиги 157-сүретте көрсетилген. Бундай тоқтың мәниси ушын квантлық теория мынадай формуланы береди:

$$j_{toyn} = AT^2 e^{-\frac{e\varphi}{kT}} \quad (75.1)$$

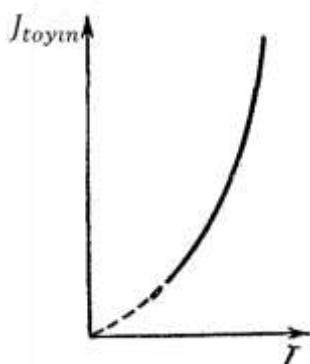
Бул формулада  $e\varphi$  - шығыў жұмысы,  $A$  - металдың тәбиятына ғәрэзли болмайтуғын константа. Оның теориялық мәниси мынаған тең:  $1,20 \cdot 10^6 \text{ а/m}^2 \cdot \text{град}^2$  ( $120 \text{ а/cm}^2 \cdot \text{град}^2$ ),  $A$  ның экспериментлерде алынған мәниси теориялық жоллар менен алынған мәнисине салыстырғанда шама менен еки есе киши болып шығады.  $j_{toyn}$  тойыныў тоғының тығызлығының температураға ғәрэзлигин формула толық сыйпатлайды.

(75.1)-формуланы Ричардсон-Дэшман формуласы ямаса әпиўайы түрде Ричардсон формуласы деп атайды<sup>66</sup>.

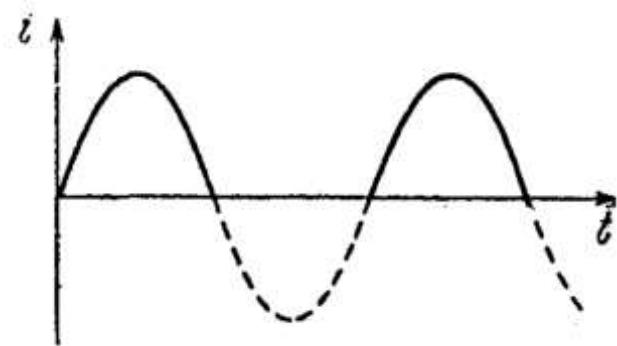
(75.1)-формуладан көринип түрғанындай,  $e\varphi$  шамасын кемейтиў эмиссияны кескин жоқарылатады (1160 К болған жағдайда, яғни  $kT = 0,10$  эВ теңлиги орынланғанда,  $e\varphi$  дин 3 тен 1 эВ ке шекем кемейиүи  $j_{toyn}$  тойыныў тоғының дерлик  $5 \cdot 10^8$  есе артыўна алып келетуғынлығына көз жеткизиў аңсат). Сонлықтан электронлық лампаларды соғыуда катодларды шығыў жұмысын төмендететуғын арнаўлы заттар менен қаплаў ҳәм оларды қайта ислеў ұсыллары қолланылады. Ҳәзирги үақытлардағы барий ямаса стронцийдин оксидлері менен қапланған никелден соғылатуғын оксидлик катодлар деп атatalутуғын катодлардағы шығыў жұмысы шама менен 1,0 - 1,2 эВ тыңайтын<sup>67</sup>.

<sup>66</sup> Ричордсон термоэлектронлық эмиссия ушын классикалық формуланы көлтирип шығады. Оның формуласының (75.1)-формуладан айырмашылығы  $T^2$  шамасының орнында  $\sqrt{T}$  шамасының түрғанлығынан ибарат. (75.1)-формуланы Дэшмен көлтирип шығарған.

<sup>67</sup> Бул гәpler 1970-жылларға тийисли (Аўдарыўшылар).

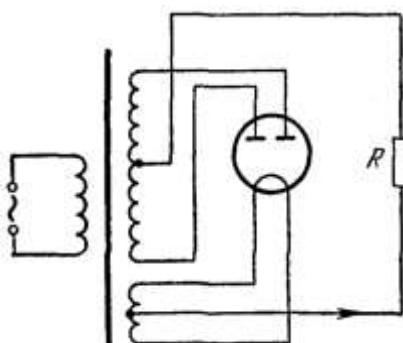


157-сүйрет.



158-сүйрет.

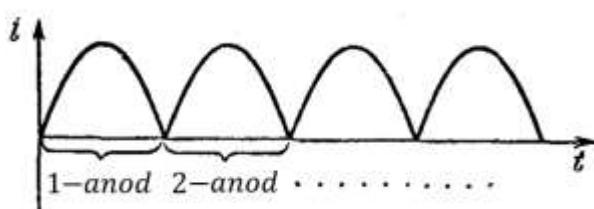
Усы параграфтың алдындағы параграфта сыртқы майданның потенциаллық барьердин бийиклигин киширейтетуғынлығы ҳәм соның салдарынан шығыў жумысының кемейетуғынлығы (Шоттки эффекти) атап өтілген еди. Бул жағдай тойының дәрежесине жеткеннен кейин диодтағы тоқ күшинин  $U_a$  кернеүинин үлкейиүине байланыслы азмаз үлкейетуғынлығын көрсетеди. Демек, оған сәйкес келетуғын вольт-амперлик характеристикиның участкасы горизонталлық емес (156-сүйретте көрсетилгендей), ал  $U_a$  көшери менен кишкене мүйеш жасайды.



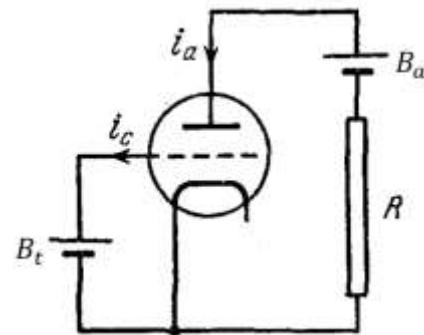
159-сүйрет.

Анодтың потенциалы катодтың потенциалына салыстырғанда жоқарырақ болған жағдайда ғана диод тоқты өткізеди. Терис кернеў түскен жағдайда анодтың шынжырда тоқ болмайды. Диодтың бул қәсийетин оны өзгермелі тоқты туұрылаў ушын пайдаланыўға мүмкіншилиқ береди. Усы мақсетке арналған диодты кенетрон деп те атайды. 158-сүйретте үақыт бойынша гармоникалық кернеў түсетуғын кенотрон арқалы өтетуғын тоқтың графиги көрсетилген. Бундай жағдайда шынжырда тоқ ярым дәүирдиң ишинде ғана өтеди. Усыған байланыслы тоқты туұрылаудың усындағы усылы бир ярым дәүирли усылы деп аталады. Бир үақытта еки кенотронды ямаса бир баллонда жыйналған қос диодты пайдаланып, еки ярым дәүирли туұрылауды жүзеге асырыўға болады. Усыған сәйкес келетуғын схема 159-сүйретте көрсетилген. Трансформатордың бириңи обмоткасына (орамына) өзгермелі кернеў түсириледи (яғни орам арқалы өзгермелі тоқ өтеди). Оның екинши орамы екеў. Кишкенеси катодты қыздырыў ушын хызмет етеди. Үлкен орамының ортасынан сыртқа өткізгіш шығарылады. Ол  $R$  қарсылығы арқалы катод пенен тутастырылған. Орамның ушлары анодқа келеди. Потенциалы катодтың потенциалына салыстырғанда жоқары болған бир ярым дәүирде бир анод, ал екинши ярым дәүирде екинши анод потенциалдың астында болады. Соның нәтийжесинде қарсылық арқалы 160-сүйретте график көрсетилгендей тоқ өтеди. Бундай пульсацияланатуғын тоқты тегислеўге болады.

Егер катод пенен анодтың арасына тор түріндеги үшинши электродты орналастырсақ, онда үш электродлы лампа - триод пайда болады (161-сүйрет; қыздырылған шынжыры схемада көрсетилмеген). Тордың, мысалы, катодты орап туратуғын спираль түрінде соғыл мүмкін. Егер торға катодқа салыстырғанда үлкे болмаған он потенциал түсірсек (бул жағдайда тор менен катодтың арасындағы  $U_m$  кернеүін он деп есаптаймыз), онда электронлар катодтан тезірек сорып алынады. Олардың биразлары торға келип түседи (соның нәтийжеде азғана  $i_m$  торлық тоғы пайда болады), бирақ тийкарғы бөлігі тор арқалы өтіп, анодқа келип жетеди. Тордың катодқа жақын жайласыўының себебінен тор менен катодтың арасындағы кернеүін азмаз ғана өзгериси анод тоғының күшине үлкен тәсір етеди.



160-сүйрет.



161-сүйрет.

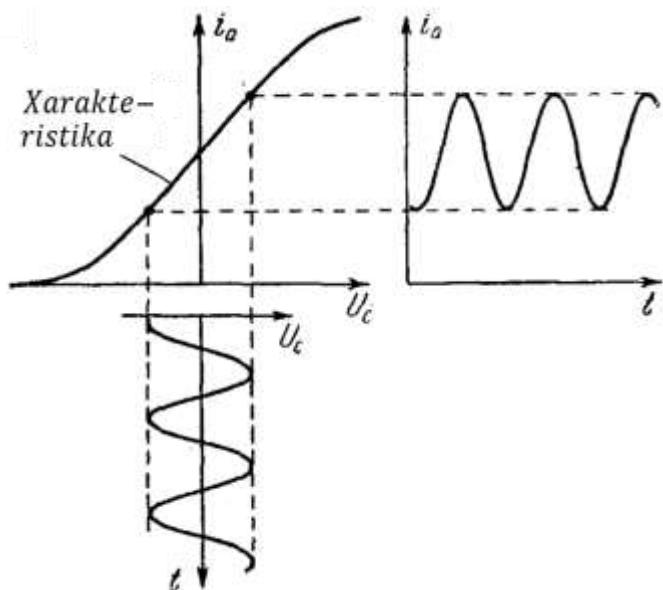
Терис  $U_m$  торлық кернеүі анодлық тоқты кемейтеди ҳәм ажеткиликли дәрежеде үлкен болған терис  $U_m$  кернеүі түскен жағдайда тоқ толығы менен тоқтайды - лампа жабылған болып шығады. Егер тұрақты  $U_a$  анодлық кернеүі ушын  $i_a$  анодлық тоғының  $U_m$  торлық кернеүіден ғәрзелигинин графигин сызысақ, онда 162-сүйретте көрсетілгендей иймеклик алынады.  $U_a$  кернеүинин ҳәр қыйлы мәнислери ушын сыйылған усындаи иймеклилердин жайнағы триодтың торлық характеристикасының семействосын пайда етеди. Бұндай жағдайда

$$S = \frac{di_a}{dU_c} \quad (75.2)$$

шамасы характеристиканың тиклиги деп аталады.

Характеристиканың әдеүір бөлеги туýры сыйықтан турады. Торға шамасы киши болған синусоидалық  $U_c$  кернеүін түсирип, анодлық тоқтың үлкен синусоидалық өзгерисин алыўға болады. Бұндай жағдайда  $R$  қарсылығынан амплитудасы  $U_c$  ның амплитудасынан әдеүір үлкен болған өзгермелі кернеүди алыўға болады. Қүшайткыш сыйыттың амплитудасы триодтың жумысы усыған тийкарланған. Усының менен бир қатарда триодтың өзгермелі тоқ пенен кернеүди түрлендірий (формасын өзгертий) ҳәм оларды генерациялау (қоздырыу) ушын пайдаланыўға да болады.

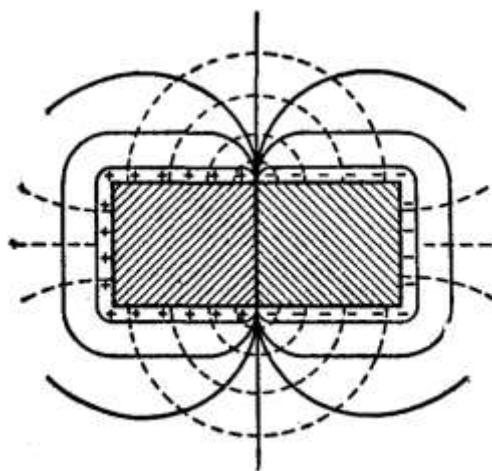
Электронлық лампаның характеристикасын жақсы қылыш үшын оған қосымша электродлар болған торлар киргизиледи. Төрт электродлы лампаны тетрод, бес электродлы лампа - пентод ҳ.т.б. деп атайды. Бир баллонның ишинде электродлардың еки системасы орналастырылған лампалар да кең қолланылады. Усындаи ҳәр бир лампа еки лампаның хызметин атқарады.



162-сүйрет.

### § 76. Потенциаллардың контактлық айырмасы

Егер ҳәр қыйлы еки металды бир бирине тийгизсек, олардың арасында контактлық деп аталауғын потенциаллар айырмасы пайда болады. Бул жағдайда металды қоршап турған орталықта электр майданы пайда болады. 163-сүйретте усы майданның эквипотенциаллық беттери (тутас сызықтар) ҳәм кернөү сызықтары (пунктир сызықтар) келтирилген. Металлардың ҳәр қайсысының беттери эквипотенциаллық бетлер болып табылады.



163-сүйрет.

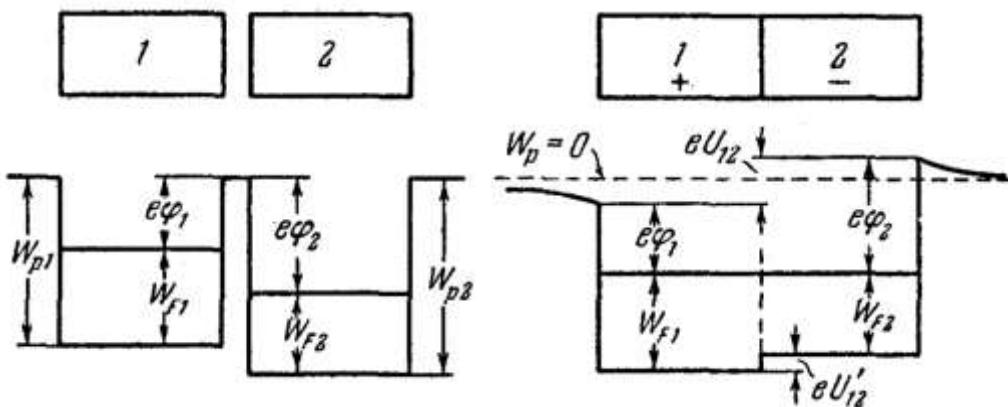
Потенциаллардың контактлық айырмасы металлардың бир бирине түйискен ўақтында бир қанша электронлардың бир металдан екинши металға өтийиниң себебинен пайда болады. 164-сүйреттің жоқарғы бөлімінде еки металл көрсетилген ҳәм бул сүйреттің шеп тәрепи металлардың бир бирине түйискенге шекемги, ал он тәрепи түйискеннен кейинги жағдайға сәйкес келеди. Сүйреттің төменги бөлімінде электронның потенциаллық энергиясының графиги берилген. Бизиң болжаўымыз бойынша биринши металдағы Ферми қәдди екинши металдағы Ферми қәддине салыстырғанда жоқары. Металлардың арасында контакт пайда болған жағдайда электронлар биринши металдағы ең жоқарғы қәддилерден екинши металдың ең төменде жайласқан бос қәддилерине өте баслайды. Соның нәтийжесінде биринши металдың потенциалы жоқарылайды, ал екинши металдың потенциалы кемейеди. Усыған сәйкес, биринши металдағы электронлардың потенциаллық энергиялары кемейеди, ал екинши металдың электронларының потенциаллық энергиясы

артады (металдың потенциалы менен ондағы электронлардың потенциаллық энергиясының белгилеринің ҳәр қыйлы болатуғынлығын еске түсірейік; 152-сүйретті қараңыз).

Статистикалық физикада бир бирине тиіп турған металлардың арасындағы (тап сол сияқты ярым өткізгішлердин арасындағы ямаса металл менен ярым өткізгіштің арасындағы) тең салмақтық шәртинің Ферми қәддилерине сәйкес келетуғын толық энергияның теңлигі бойынша анықланатуғынлығы дәлелленеді (164-сүйрет; бул жағдайда Ферми қәддилери бирдей бийикликте жайласқан). Усынданай шәртті сақлағанда бириńши металдың бетине тикелей жақын жайласқан электронның потенциаллық энергиясы екинши металдың бетине тикелей жақын жайласқан электронның потенциаллық энергиясына салыстырғанда ( $e\varphi_2 - e\varphi_1$ ) шамасына киши болады. Демек, бириńши металдың бетиндеги потенциал екинши металдың бетиндегиге қарағанда

$$U_{12} = \frac{e\varphi_2 - e\varphi_1}{e} = \varphi_2 - e\varphi_1 \quad (76.1)$$

шамасындај жоқары болады.  $U_{12}$  шамасы бириńши ҳәм екинши металлардың арасындағы потенциаллардың контакттық айырмасы болып табылады.



164-сүйрет.

(76.1)-формуладан көринип турғанында, бириńши ҳәм екинши металлардың арасындағы потенциаллардың контакттық айырмасы екинши ҳәм бириńши металлардың шығыў жұмысларының айырмасын элементтер зарядқа бөлгенге ямаса әпиýайы түрде екинши ҳәм бириńши металлар ушын шығыў потенциалларының айырмасына тең болады.

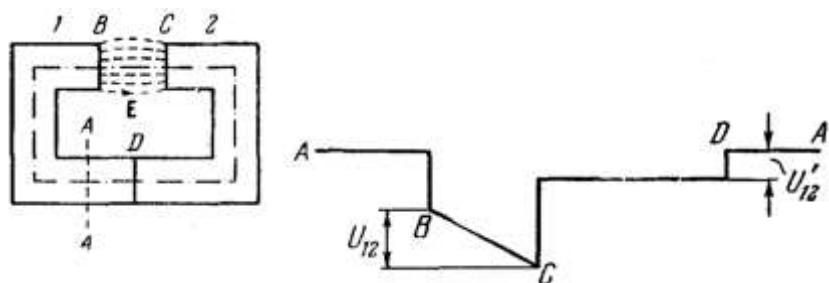
(76.1) потенциаллар айырмасы металдың сыртында, оның бетине тикелей жақын орналасқан ноқатлардың арасында пайда болады. Сонлықтан оны потенциаллардың сыртқы контакттық айырмасы деп атайды. Потенциаллардың контакттық айырмасы ҳақында гәп еткенде көбинесе оның сыртқы контакттық айырма екенлигі нәзерде тұтылады. Сондай-ақ, металлардың ишкі ноқатларының арасында да потенциаллар айырмасы болады. Буны потенциаллардың ишкі контакттық айырмасы деп атайды. 164-сүйреттеп көринип турғанында, бириńши металдағы электронның потенциаллық энергиясы екинши металдағы электронның потенциаллық айырмасына салыстырғанда  $W_{F1} - W_{F2}$  шамасына кем болады. Усыған сәйкес бириńши металдың ишиндеғи потенциал екинши металдың ишиндеғи потенциалға салыстырғанда

$$U'_{12} = \frac{W_{F1} - W_{F2}}{e} \quad (76.2)$$

шамасына жоқары болады.

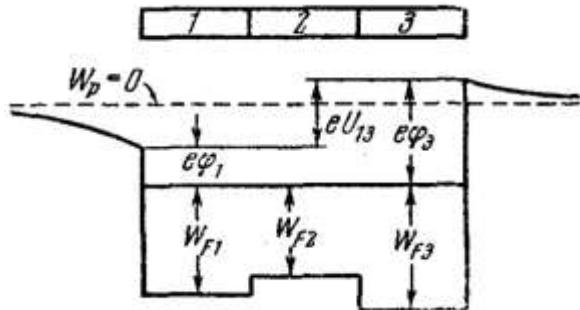
(76.2)-аңлатпа потенциаллардың ишкі контакттық айырмасын береди. Бириńши металдан екинши металға өткен жағдайда потенциал усынданай шамаға кемейеди.

165-сүйретте бир бирине тийип турған 1- ҳәм 2- еки металл ҳәм оның қасында штрих-пунктир сызығы менен белгиленген потенциалдың контурдың бойы менен өзгериүү сүйретленген.  $B - C$  сандлағында электр майданы пайда болады, оның кернеү сызықлары пункттир менен көрсетилген.

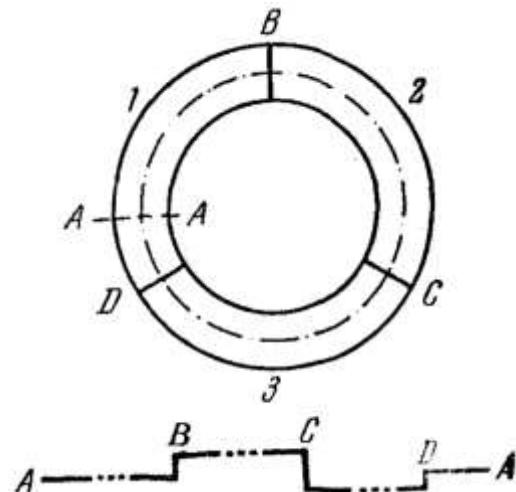


165-сүйрет.

166-сүйретте электронның потенциаллық энергиясының бир бири менен түйисеп турған ҳәр қыйлы үш (1, 2, 3) металлдың бойы менен жүрүсі көрсетилген. Сүйреттен көринип турғанында, бул жағдайда 1- ҳәм 3- металлардың арасындағы пайда болатуғын потенциаллар айырмасының олардың бир бири менен тиккелей түйискен ўақытта пайда болатуғын потенциаллар айырмасына дәл келеди<sup>68</sup>. Ҳәр қыйлы болған металлардың саны үлкен болған жағдайларда да шынжырдың ушларындағы потенциаллар айырмасы шынжырдың ең шетки буұынларының арасындағы потенциаллар айырмасына тең болады.



166-сүйрет



167-сүйрет.

Потенциаллардың сыртқы контакттық айырмасы металлардың ҳәр қыйлы жуплары ушын вольттиң оннан бир үлесинен бир неше вольтқа шекем өзгереди.

Потенциаллардың контакттық айырмасы металл менен ярым өткизгиштин арасындағы шегарада да, сондай-ақ еки ярым өткизгиштин арасындағы шегарада да пайда болады.

Жүймақлай келип, ҳәр қыйлы металлардың ямаса ярым өткизгишлердин қалеген санынан қурабан түйиқ шынжырда (167-сүйрет) потенциаллық секирмели өзгерислеринин қосындысының нолге тең екенлигин атап өтемиз. Демек, егер барлық дәнекерлеп қосылған орынларды бирдей температурада усласақ, онда шынжырда ә. қ.

<sup>68</sup> Бундай жағдайда потенциаллардың өзлеринин өзгериүү мүмкін. Атап айтқанда, шетки еки металлдың потенциалларының белгилеринин бирдей болатуғын жағдайлардың да орын алышы мүмкін.

күши пайда болмайды. Усындаштырылғанда тоқтың пайда болыуы термодинамиканың екинши басламасына қайшы келген болар еди. Ҳақыйқатында да, металлар менен ярым өткізгішлер арқалы тоқтың өтийиниң барысында химиялық өзгерислер жүзеге келмейтуын болғанлықтан, тоқ шынжырды қоршап турған орталықтан алышнатуын жыллылықтың есебінан жумысты орынлаған болар еди. Бундай жағдайда ҳеш қандай қосымша процеслер жүрмеген болар еди (мысалы, алыштан жыллылықтың бир бөлигин басқа денеге бериү). Усының нәтийжесинде екинши әүлад перпетуум мобиле (мәңги двигател) жүзеге келген болар еди.

### § 77. Термоэлектрик құбылыслар

Металлардағы жыллық ҳәм электрик процеслердин арасында (сондай-ақ ярым өткізгішлерде) базы бир өз-ара байланыслар бар болып, олар термоэлектрик құбылыслар деп аталатуын құбылысларды жүзеге келтиріди (Зеебек құбылысы, Пельте құбылысы ҳәм Томсон құбылысы).

**Зеебек құбылысы.** 1821-жылы Зеебек түйік шынжырды пайда ететуын ҳәр қайлы болған еки 1 ҳәм 2 металдан туратуын шынжырдың ушларын еки түрли температурада услаған жағдайда, усы шынжыр арқалы тоқтың өтетуынлығын бақлаған (168-сүйрет). Дәнекерлердин температурасының айырмасының белгисинин өзгериси тоқтың бағытының өзгериси менен биргеликті жүреді.

Термоэлектрик қозғаушы құштың (қысқаша термо ә. қ. қ.) пайда болыуының еки себеби бар. 71-параграфта Ферми қәддінин температураға байланыслы екенligи көрсетилген еди<sup>69</sup>. Соныңтан ҳәр қайлы температуралардағы бир бириңе дәнекерленген металлардың бириңен екиншисине өткендеги потенциалдың секирмeli өзгериси [ишик контакттық потенциаллар айырмасы, (76.2)-формулаға қараңыз] бирдей болмайды ҳәм пүткіл шынжыр ушын потенциаллардың секирмeli өзгерислеринин қосындысы нолден өзгеше болады. Бирақ, оның өзи-ақ 168-сүйретте стрелка менен көрсетилген бағыттағы тоқтың пайда болыуы ушын жеткилиken болған болар еди. Оның шамасы мынаған тең:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_{\text{конт}} &= U'_{AB}(T_1) + U'_{BA}(T_2) = \\ &= \frac{1}{e} \{ [W_{FA}(T_1) - W_{FB}(T_1)] + [W_{FB}(T_2) - W_{FA}(T_2)] \} = \\ &= \frac{1}{e} \{ [W_{FB}(T_2) - W_{FB}(T_1)] - [W_{FA}(T_2) - W_{FA}(T_1)] \}.\end{aligned}$$

Бул соңғы теңлікти былайынша жазыуға болады:

$$\mathcal{E}_{\text{конт}} = \int_{T_1}^{T_2} \left( \frac{1}{e} \frac{dW_{FB}}{dT} \right) dT - \int_{T_1}^{T_2} \left( \frac{1}{e} \frac{dW_{FA}}{dT} \right) dT. \quad (77.1)$$

Термо ә. қ. құштың пайда болыуының екинши себебин түсній ушын бойында температура градиенти бар болған бир текли металл өткізгішті қарайық (169-сүйрет). Бул жағдайда энергиясы жоқары ( $W > W_F$ ) болған қызған уштағы электронлардың концентрациясы салқын уштағы электронлардың концентрациясына салыстырғанда көп болады. Энергиясы төмен ( $W < W_F$ ) болған қыздырылған уштағы электронлардың концентрациясы, керисинше, кем болады. Өткізгіштиң бойында энергияларының мәниси

<sup>69</sup> Онша жоқары болмаған температураларда металлар ушын ( $kT \ll W_{F0}$  теңсизлигі орынланғанда) бул байланыс мынадай турде болады:

$$W_F = W_{F0} \left[ 1 - \frac{\pi^2}{12} \left( \frac{kT}{W_{F0}} \right)^2 \right].$$

Бул теңлікте  $W_F$  арқалы 0 K температурадағы Ферми қәдди белгиленген.

бойынша электронлардың концентрациясының градиенти пайда болады. Бул әдеүир тез қозғалатуғын электронлардың салқын ушқа, ал әдеүир киши тезликлер менен электронлардың температурасы жоқары болған ушқа қарай диффузиясын пайда етеди.

Тез қозғалатуғын электронлардың диффузиясының ағысы киши тезлик пенен қозғалатуғын электронлардың ағысынан күшли болады. Соныңтан шынжырдың салқын ушында электронлардың молшылығы, ал қызған ушында электронлардың жеткилиksизлиги пайда болады. Соның нәтийжесинде өткізгіштің ишинде температураның градиентине қарсы бағытлаған электр майданы жүзеге келеди. Ол тез қозғалатуғын электронлардың ағысын кемейтип, киши тезликлер менен қозғалатуғын электронлардың ағысын күштепеди. Еки ағыс тенделескенде өткізгіштің ҳәр бир кесекесиминде тең салмақтық ұалы орнайды. Бул жағдайда узынлығы  $dx$  болған өткізгіштің ҳәр бир участкасында температураның  $dT$  өзгерисине сәйкес келетуғын потенциалдың  $d\varphi$  шамаға өзгериси пайда болады. Мынадай белгилеуди киргизейик:

$$\beta = \frac{d\varphi}{dT}. \quad (77.2)$$

Улыұма жағдайда өткізгіштің бойындағы потенциал ҳәр қылыш себеплерге байланыслы өзгериүи мүмкін. (77.2)-тендиктеги  $d\varphi$  потенциалдың өзгериси ҳақында гәп еткенде потенциалдың тек градиентке байланыслы өзгерисин ғана нәзерде тутады.

Температуралары  $T_1$  ҳәм  $T_2$  болған өткізгішлердин ушларының арасында потенциаллар айырмасы мынаған тең:

$$\Delta\varphi_{\text{диф}} = \int_{T_1}^{T_2} \beta \, dT. \quad (77.3)$$

$\beta$  ның мәниси шама менен  $10^{-4}$  в/град. Соныңтан (77.3)-потенциаллар айырмасын бақлау қыйын.

Жоқарыда тәрийипленген бир текли емес қыздырылған өткізгіштің ушларындағы потенциаллар айырмасының пайда болыў процесси ярым өткізгішлерде де орын алады. Егер тоқты тасыўшылар электронлар болса, қызған уштың потенциалы, бизиң жоқарыда көргенимиздей, салқын уштың потенциалынан жоқары болады. Демек,  $p$  типиндеги ярым өткізгішлерде  $d\varphi$  менен  $dT$  шамалары бирдей белгиге ийе болады ҳәм усыған сәйкес  $\beta > 0$ . Ал тесиклик өткізгіш жағдайында тесиклер салқын ушқа қарай көп мұғдарда диффузияланып, сол областта оң ионлардың молшылығын пайда етеди. Солай етип,  $p$  типтеги ярым өткізгіштің салқын ушының потенциалы қызған ушының потенциалынан жоқары болады, яғни  $\beta < 0$ <sup>70</sup>.

168-сүйретке қайтадан итибар берейик. А ҳәм  $B$  участкалары ушын  $\beta$  ның бирдей болмаўының салдарынан стрелка менен көрсетилген бағытта э.қ.күши пайда болады. Оның мәниси мынаған тең:

$$\mathcal{E}_{\text{диф}} = \int_{T_1}^{T_2} \beta_A \, dT + \int_{T_2}^{T_1} \beta_B \, dT = \int_{T_1}^{T_2} \beta_A \, dT - \int_{T_1}^{T_2} \beta_B \, dT. \quad (77.4)$$

(интеграллау шегин анықлағанда э.қ.күшинин потенциалдың кемейиў бағытына қарай тәсир ететуғының еске алыў керек).

Термоэлектрлик қозғаушы күш  $\mathcal{E}_{\text{термо}}$  контактлердеги (71.1)-потенциаллардың секирмели өзгерисинин ҳәм тоқ тасыўшылардың диффузиясының салдарынан пайда болған потенциалдың (77.4)-өзгерисинин қосындысынан қурадады. Солай етип,

<sup>70</sup> Холл потенциаллар айырмасының белгиси оң заряд тасыўшыларға сәйкес келетуғын металлар ушын да  $\beta$  шамасы усындаи белгиге ийе (73-параграфтың соңғы абзацын қараңыз).

$$\mathcal{E}_{\text{термо}} = \mathcal{E}_{\text{конт}} + \mathcal{E}_{\text{дифф.}}$$

Бул теңлікке (77.1)- ұәм (77.4)-теңліклерин қойып ұәм қурамалы болмаған түрлендіриўлерди жүргизип, мынаны табамыз:

$$\mathcal{E}_{\text{термо}} = \int_{T_1}^{T_2} \left( \beta_A - \frac{1}{e} \frac{dW_{EA}}{dT} \right) dT - \int_{T_1}^{T_2} \left( \beta_B - \frac{1}{e} \frac{dW_{EB}}{dT} \right) dT. \quad (77.5)$$

Ал,

$$\alpha = \beta - \frac{1}{e} \frac{dW_F}{dT}$$

шамасы металдың ямаса ярым өткізгіштің характеристикасы ұәм термо-ә.к.к. коэффициенти деп аталады.

(77.5)-белгилеўди пайдаланып, термо-ә.к. үшін жазылған теңлікти тәмендегидей түрге келтиремиз:

$$\mathcal{E}_{\text{термо}} = \int_{T_1}^{T_2} \alpha_A - dT \int_{T_1}^{T_2} \alpha_B - dT. \quad (77.6)$$

Егер  $\alpha_A$  ұәм  $\alpha_B$  шамалары  $T_1 \div T_2$  интервалының шеклеринде температураға байланыслы дерлик өзгермейтуғын болса, онда мынадай аңлатпаны жазыўға болады:

$$\mathcal{E}_{\text{термо}} = \alpha_{AB}(T_1 - T_2). \quad (77.7)$$

Бул теңлікте  $\alpha_{AB}$  арқалы  $\alpha_A - \alpha_B$  айырмасы белгиленген.  $\alpha_{AB}$  шамасын берилген металл ямаса ярым өткізгиш жубының меншикли термо-ә.к.күши деп атайды. Көплеген металлардың жубы үшін  $\alpha_{AB}$  шамасының мәниси  $10^{-5} - 10^{-4}$  в/град, ал ярым өткізгішлер үшін оның шамасы оннан да үлкенирек болады ( $1.5 \cdot 10^{-3}$  в/град қа шекем). Бул өткізгішлигиниң типи ҳәр қыллы болған ярым өткізгішлер үшін α ның белгисиниң ҳәр қыллы болатуғынлығы менен түсіндіриледі<sup>71</sup>. Соның салдарынан  $|\alpha_{AB}| = |\alpha_A| + |\alpha_B|$ .

Гейпара жағдайларда меншикли термо-ә.к. температурадан әззи ғәрэзли болады. Бирак, дәнекерленген орынлардың температураларының айырмасының өсіүі менен  $\mathcal{E}_{\text{термо}}$  шамасы әдеттегидей туýры сызықты нызамлық бойынша емес, ал әдеýир қурамалы нызам бойынша, ҳәтте белгиси өзгеретуғында болып өзгереди. Мысалы, темир-мыс жубының дәнекерленген жериниң бириң  $0^{\circ}\text{C}$  температурада, ал екиншисин шама менен  $540^{\circ}\text{C}$  температурада услап тұрсақ, онда термо-ә.к.к. нолге айланады; дәнекерленген орынның температурасы тәмен болғанда  $\mathcal{E}_{\text{термо}}$  шамасы бир түрли, ал жоқары болса екинши түрли белгиге ийе болады.

Зеебек құбылысы температураларды өлшеў үшін қолланылады. Усыған сәйкес дүзилисти термопара деп атайды. Оның үшін термопараның дәнекериниң жериниң бириң тұрақты температурада услап (мысалы,  $0^{\circ}\text{C}$  да), екиншисин температурасы өлшенетуғын орталықта жайластырылады. Температураларың шамасын гальванометр менен өлшенетуғын термо-тоқтың күши бойынша анықлаўға болады. Егер пайда болған термо-ә.к.күшин компенсация усылы менен өлшетуғын болсақ, онда анағұрлым дәл болған нәтийжени аламыз. Термопаралардың жәрдемінде градустың жүзден бир үлесіндей дәллікте жоқары температураларды да, тәменги температураларды да өлшеүге болады.

---

<sup>71</sup> Температураларың жоқарылаўы менен қосынталы ярым өткізгішлерде Ферми қәдди қадаған етилген зонаның ортасына қарай, яғни ҳәр қыллы типтеги ярым өткізгішлер үшін қарама-қарсы бағытта жылысады. Өткізгішлигиниң типи ҳәр қыллы болған ярым өткізгішлер үшін (77.2)-шама ҳәр қыллы белгилерге ийе болады.

Металлар менен олардың құймаларынан соғылған термопаралардың пайдалы тәсир коэффициентиниң (п.т.к.) киши болыўы себепли (0,5 проценттен артпайды) оларды тоқтың дереги сыйпатында пайдаланбайды. Ярым өткізгишлерден соғылған термопаралардың п.т.коэффициенти анағурлым үлкен (7 процентке дейин). Оларды турмыста үлкен болмаған генераторлар сыйпатында қолланып атыр. Керосин лампасының моржасына киргизилип орналастырылған усындай генератордың энергиясы радио қабыллағышты ислеткисиү ушын жеткилики.

**Пельтье құбылысы.** 1834-жылы Пельтье ашқан бул құбылыстың мәниси мынадан ибарат: ҳәр қыйлы металлардан ямаса ярым өткізгишлерден туратуғын шынжыр арқалы тоқ өткенде дәнекерленген орынлардың бириңен жыллыштық бөлиніп шығады, ал екиншисинде жыллыштықты жутыў орын алады. Солай етип, Пельтье құбылысы Зеебек құбылысына кери құбылыс болып табылады. Бөлинген жыллыштықтың муғдары мына теңдиктиң жәрдемінде анықланады:

$$Q_{AB} = \Pi_{AB} \cdot q = \Pi_{AB} it. \quad (77.8)$$

Бул теңдиктерде  $q$  арқалы дәнекерленген орыннан өткен заряд, ал  $\Pi_{AB}$  арқалы Пельтье коэффициенти деп аталатуғын пропорционаллық коэффициент белгиленген (ток  $A$  буұыннан  $B$  буұынына қарай бағытланған).

Джоуль-Ленц жыллыштығынан Пельтье жыллыштығының айырмасы мынадан ибарат: ол тоқтың квадратына емес, ал бириңши дәрежесине пропорционал. Тоқтың бағытын өзгерктен жағдайда  $Q$  жыллыштығы да белгисин өзгертеуди, яғни жыллыштықтың бөлиніп шығыуының орнына тап сондай мөлшердеги (сондай  $q$  болған жағдайда) жыллыштықтың жутылышты орын алады. Демек,

$$\Pi_{AB} = -\Pi_{BA}.$$

Пельтье коэффициенти менен термо-э. қ. қ. коэффициенти арасында термодинамиканың нызамларынан келип шығатуғын мынадай қатнас бар:

$$\Pi_{AB} = \alpha_{AB} T. \quad (77.9)$$

Пельтье құбылысы былайынша түсіндіріледи: Дәнекерленген орыннан ҳәр тәрепке қарай бағытланған тоқ тасыўшылардың (электронлар менен тесиклердин) орташа энергиялары (бул жағдайда толық энергия - кинетикалық плюс потенциаллық энергия ҳақында гәп етилип атыр) ҳәр қыйлы болады. Егер тоқты тасыўшылар дәнекер арқалы энергиясы киши областқа өтсе, онда олар өзлериңін артық энергиясын кристаллық пәнжереге береди де, нәтийжеде дәнекерленген орын қызды. Екинши дәнекерленген орында тоқты тасыўшылар энергиясы үлкен болған тәрепке қарай өтеди. Бундай жағдайда өзлериңе жетпей турған энергияны пәнжереден алады да, дәнекердин температурасының төменлеўине алып келеди.

Өткізгишлиги ҳәр типтеги еки ярым өткізгишлердин тутасқан орынларындағы (конактындағы) жағдай пүткіллей басқаша. Бул жағдайда дәнекерленген орынның еки тәрепінде электронлар менен тесиклер бир бирине қарама-қарсы қозғалады. Олар ушырасқанда рекомбинацияланады:  $n$ -ярым өткізгиштин өткізгишлик зонасындағы электрон  $p$ -ярым өткізгишке өтип, валентлик зонадағы тесиктиң орнын ийелейди. Бундай жағдайда  $n$ -ярым өткізгиште еркін электронды ҳәм  $p$ -ярым өткізгиште тесикти пайда етиў ушын керек болған энергия, ҳәм электрон менен тесиктиң кинетикалық энергиялары бөлиніп шығады. Бул энергия кристаллық пәнжереге бериледи ҳәм дәнекерленген орынды қыздырыў ушын жумсалады. Екинши дәнекер арқалы өткен тоқ ярым өткізгишлердин шегарасындағы электронлар менен тесиклерди сорып алады. Шегаралық областтағы тоқты тасыўшылардың кемейиўи электронлар менен тесиклердин жуп-жуптан туўылыштығынан есабынан толықтырылады (бул жағдайда электрон  $p$ -ярым өткізгиштин өткізгишлик зонасынан  $n$ -ярым өткізгиштин өткізгишлик зонасына көшеди). Жуплардың

пайда болыўына пәнжереден алынған энергия жумсалады. Нәтийжеде дәнекер салқынлайды.

А. Ф. Иоффе Пельтье құбылысын салқынлатқышларды соғыў ушын қолланыў идеясын ұсынды. Жұмыс ислейтуғын элемент сыпатында  $n$ -хәм  $p$ - пипиндеги ярым өткизгишлерден туратуғын батарея атқаратуғын тәжирибелік үлгилер дәретилди. Бир түрдеги дәнекерленген орынлар (мысалы  $n$ -нен  $p$ -ге өтиўге сәйкес келетуғын) салқынлатылатуғын областта жайластырылады, ал екинши түрдеги дәнекерленген орынлар (мысалы  $p$ -дан  $n$ -ге өтиўге сәйкес келетуғын) салқынлатқыштың сыртына жайластырылады. Тоқтың бағытына сәйкес салқынлатқыштың ишиндеги дәнекерленген орынлар жыллылықты жутып, өзлерин қоршаған кеңисликтиң температурасын төмендетеди, ал сырттағы дәнекерленген орынлар сыртқы орталықта жыллылықты береди.

Пельтье құбылысын имаратларды қыздырыў мақсетинде қолланыў жүдә қызық. Бул жағдайда жыллылықты жутатуғын дәнекерди сыртқа, ал жыллылықты шығаратуғын дәнекерди қыздырылатуғын өжиреге орналастырыў керек. Сәйкес бағыттағы тоқты өткере отырып, есаплаўлардың көрсеткендей, ишкі дәнекерде быза бир жыллылық мұғдарын алғыға болады. Бул жыллылықтың мұғдары тоқтың өзин пайда етиўге жумсалған энергияның шығынынан еки есе (қалған жыллылық энергиясыны сыртқы орталықтан алынады) үлкен болады. Бундай жыллылық системасының және бир артықшылығы керек болған жағдайларда оны өжирениң температурасын төменлетиў ушын да (мысалы, ыссы құнлери) қолланыўға болатуғынлығында. Оның ушын тек тоқтың бағытын өзгертиў жеткиликли.

**Томсон құбылысы.** 1856-жылы Томсон өзиниң термодинамика ҳаққындағы идеяларына сүйенген ҳалда, бойында температураның градиенти бар бир текли өткизгиштен тоқ өткенде Пельтье жыллылығына үқас жыллылықтың бөлинүүинин (ямаса жутылышының) орын алатуғынлығын болжады. Кейинирек бул эффект экспериментлерде табылды ҳәм Томсон эффекти деп аталды.

Томсон құбылысындағы өткизгиште бөлинип шығатуғын меншикли құйат мынаған тең:

$$\omega = \tau \frac{dT}{dx} j, \quad (77.10)$$

Бул аңлатпада  $\frac{dT}{dx}$  - берилген орындағы температураның градиенти,  $j$  - тоқтың тығызлығы,  $\tau$  - Томсон коэффициенти деп аталатуғын пропорционаллық коэффициент. Бул коэффициент термо-э.к.к. коэффициенти ҳәм Пельтье коэффициенти менен термодинамикадан келип шығатуғын белгили бир қатнаслар менен байланыслы.

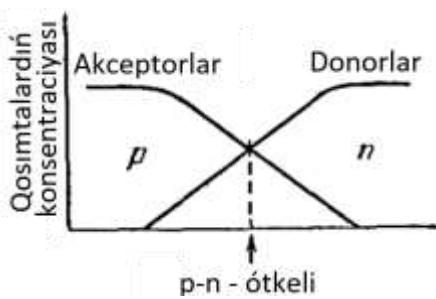
Томсон құбылысының мәниси Пельтье құбылысы бойынша түсіндіриледи. Тоқтың бағыты температураның жоқарылаў бағытында сәйкес келеди деп болжайық. Егер тоқты тасыўшылар электронлар болатуғын болса, онда олар өзлеринин қозғалысының барысында температурасы анағурлым жоқары орыннан (демек, орташа энергиясы үлкен болған орыннан) температурасы әдеўир төмен болған (яғнай орташа энергиясы киши болған) орынға өтеди. Электронлар өзлеринин артық энергиясын пәнжереге берип, жыллылықтың бөлинип шығыуна алып келеди. Егер тоқты тасыўшылар тесиклер болса, онда эффектtiң белгисинин кери болатуғынлығын көриў қыйын емес.

## § 78. Ярым өткизгиш диодлар менен триодлар

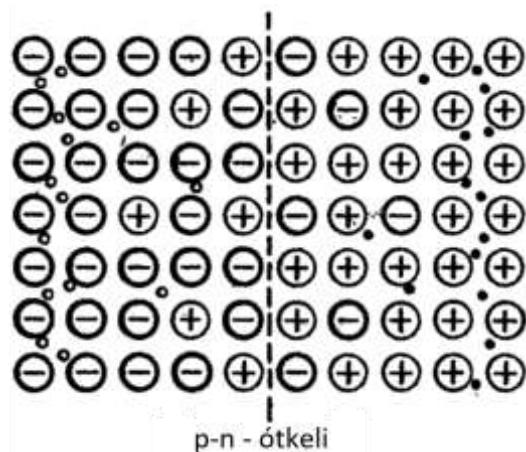
Тоқты туýрылаў ҳәм кернеўди күшетиўди ярым өткизгиш (ямаса кристаллық) диодар менен триодлар деп аталатуғын ярым өткизгишлерден соғылған дүзилислердин жәрдеминде әмелге асырыға болады. Ярым өткизгиш триодларды транзисторлар деп те атайды.

Ярым өткизгишлерден соғылған дүзилислерди еки топарға бөлиүге болады: ноқатлық контактке ийе ҳәм тегис контактты дүзилислер. Биз тегис диодлар менен транзисторларды қарау менен шекленемиз.

Тегис дүзилислердин тийкарғы элементи болып  $p - n$  өткели алынады. Ол қосымталы өткизгишликтиң типи менен айрылатуғын бир кристалдың еки областының арасындағы шегара болып табылады. Бундай өткелди соғыў ушын, мысалы, өткизгишлиги электронлық болған (қосымта атомлардың жүдә аз мұғдарының бар болыуының салдарынан пайда болған) жүдә таза германийден кесип алынған монокристалл алынады. Усындағы кристалдан кесип алынған жуқа пластинканың бир тәрепине индий элементинин кишкене бөлеги балқытылып жабыстырылады. Вакуумда ямаса инерт газдин атмосферасында жүргизилетуғын бул операцияның барысында индий атомлары германийди бойлап белгили бир тереңлікке шекем диффузияланады. Индий атомлары кирген областта германийдин өткизгишлиги тесиклик өткизгишил болып табылады. Усы областлардың шегарасында  $p - n$  өткели пайда болады.



170-сүйрет.

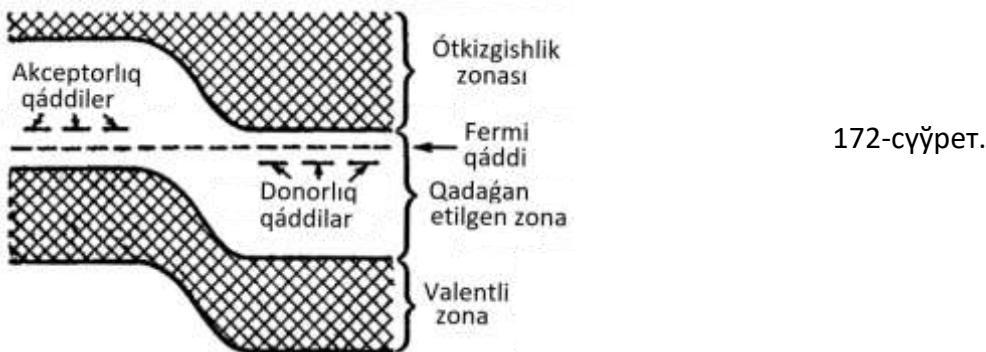


171-сүйрет.

170-сүйретте айрылып турған қабатқа перпендикуляр бағыттағы қосымта атомлардың концентрацияның өзгериси көрсетилген.  $p$ -областында тоқты тасыушылар болып қосымта атомлардың электронларды өзлерине қосып алғыуының салдарынан пайда болған тесиклер (бундай жағдайда акцепторлар терис ионлар болып табылады) болып табылады. Соның менен бир қатарда бул областта тийкарғы емес тоқ тасыушылар болған электронлардың азғана саны болады. Олар жыллылық қозғалысларының салдарынан электронлардың валентлик зонадан өткизгишил зонасына тиккелей өтийинин салдарынан пайда болады (бул процесс тесиклердин санын әдеүір көбейтеді).  $n$ -областында тийкарғы тоқ тасыушылар хызметин өткизгишил зонасына донорлар берген электронлар (бундай жағдайда донорлар оң ионларға айланады) атқарады. Жыллылық қозғалысларының есабынан электронлардың валентлик зонадан өткизгишил зонаға өтийинин салдарынан көп болмаған мұғдардағы тесиклердин пайда болады. Бул тийкарғы емес тоқ тасыушылардың пайда болыуына алып келеди.

Шегаралық қабат арқалы тесиклер менен электронлар қарама-қарсы бағытта диффузияланып, олар рекомбинацияланады. Сонықтан  $p - n$  өткели тоқ тасыушылардан айрылады да, үлкен қарсылықта ийе болады. Усының менен бир үақытта областлардың арасындағы шегарада қос электр қатламы пайда болады: Бул қатламлар акцепторлық қосымталардың терис ионлары (олардың заряды тесиклер тәрепинен компенсацияланбайды) ҳәм донорлық қосымталардың оң ионларынан туралы (олардың заряды енди электронлар менен компенсацияланбайды) (171-сүрет; кишкене дөнгелеклер

- ионлар, қара ноқатлар - электронлар, ақ ноқатлар тесиклер). Бул қабаттағы электр майданы тоқтың тийкарғы тасыўшыларының оннан арман қарай өтийнене қарсылық жасайтында болып бағытланған. Еки областтағы Ферми қәддилери бирдей болатуғын бийикликте тең салмақлық орнайды. Өтиў областындағы энергия зонасының майысыўы тең салмақлық ҳалда  $p$ -областының потенциалының  $n$ -областының потенциалына салыстырғанда төмен болыўының себебинен пайда болады. Усыған сәйкес  $p$ -областының потенциалы  $n$ -областының потенциалына салыстырғанда төмен болады. Валентлик зонаның төменги шегарасы өткелге перпендикуляр бағыттағы электронлардың  $W_{p\text{z}}$  потенциаллық энергиясының өзгериў барысын береди (173-а сүүреттеги тутас сзықты қараңыз). Тесиклердин заряды электронлардың зарядына қарама-қарсы болғанлықтан, олардың  $W_{pt}$  потенциаллық энергиясы  $W_{pe}$  киши болған орынларда көп ҳәм  $W_{pe}$  үлкен болған орынларда керисинше болады (173-а сүүреттеги пункттир иймеклиktи қараңыз).



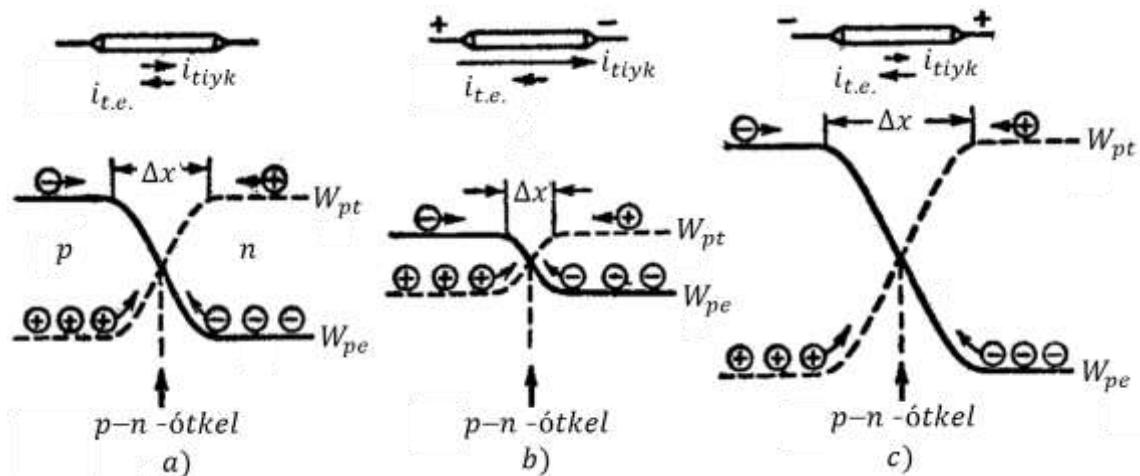
$p$ - ҳәм  $n$ -областларының арасындағы тең салмақлық қозғалмалы болады. Тоқтың тийкарғы тасыўшыларының базы биреўлери потенциаллық барьерди жеңе алады. Усының нәтийжесинде өткел арқалы үлкен болмаған  $i_{tiyk}$  тоғы өтеди (173-а сүүрет). Бул тоқ тийкарғы емес тасыўшылар пайда еткен қарама-қарсы бағытта өтетуғын  $i_{t.e.}$  тоғы менен компенсацияланады. Тийкарғы емес тасыўшылардың саны жұдә аз, бирақ олар потенциал барьер арқалы "домалап түсип" областтың шегарасыарқалы аңсат өте алады.  $i_{t.e.}$  шамасы ҳәр бир секундта пайда болатуғын тийкарғы емес тасыўшылардың саны бойынша анықланады да, потенциал барьериниң бийиклигинен дерлік ғәрэзли емес.  $i_{tiyk}$  шамасы, керисинше, потенциал барьериниң бийиклиги менен тиккелей байланыслы.  $i_{tiyk}$  ҳәм  $i_{t.e.}$  тоқлары бир бириң компенсациялаған жағдайдағы потенциаллық барьердин бийиклигінде тең салмақлық орнайды.

Кристалға сыртқы кернеўди "+" белгиси  $p$ -областына, ал "-" белгиси  $n$ -областына түсетуғындағы бағытта түсирийк (бундай кернеўди түүры кернеў деп атайды)<sup>72</sup>.

Бул  $p$ -областындағы потенциалдың өсийнене (яғни  $W_{pt}$  шамасының өсийнене ҳәм  $W_{pe}$  шамасының кемейиүнене) ҳәм  $n$ -областындағы потенциалдың кемейиүнене (яғни  $W_{pt}$  шамасының кемейиүнене ҳәм  $W_{p\text{z}}$  шамасының үлкейиүнене) алып келеди (173-б сүүрет). Нәтийжеде потенциал барьердин бийиклиги кемейеди ҳәм  $i_{tiyk}$  тоғы өседи. Ал  $i_{t.e.}$  тоғы ис жүзинде өзгериссиз қалады (жоқарыда айтылғандай, ол потенциал барьердин бийиклигине байланыслы емес). Демек, қосынды тоқ нолден өзгеше болады. Потенциал барьериниң төменлеўи түсирилген кернеўге пропорционал (ол  $eU$  ға тең). Барьердин бийиклигин төменлеткенде тийкарғы емес тасыўшылардың тоғы, усыған сәйкес қосынды

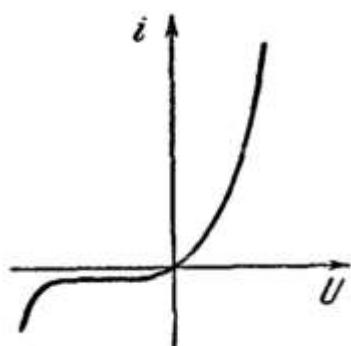
<sup>72</sup> Сыртқы кернеўдин түсирилийи тең салмақлықты бузады ҳәм еки областтағы Ферми қәддилери бир бириңе салыстырғанда жылысады. Түүры кернеў түскен жағдайда  $W_F$  қәдди  $n$ -областындағы  $p$ -областында төменде орналасады.

ток, кескин түрде өседи. Солай етип,  $p$ -областынан  $n$ -областына қарай  $p - n$  өткели тоқты өткизеди. Бул тоқтың күши түсирилген кернеўдин шамасы артқанда тез өседи. Бул бағытты туұры (ямаса өткизетуғын) бағыт деп атайды.

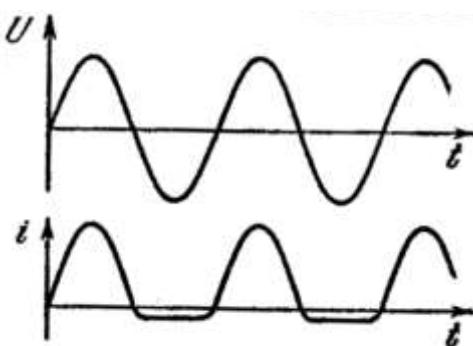


173-сүйрет.

Туұры кернеў түскен үақытта кристалда пайда болатуғын электр майданы тийкарғы тасыўшыларды областлардың шегарасында "қысып" алып келеди ҳәм соның нәтийжесинде тасыўшылардың саны кемейип кеткен өткелдин қабатының кеңлиги қысқарады<sup>73</sup>. Усыған сәйкес түскен кернеўдин шамасы қаншама үлкен болса, өткелдин қарсылығы да соншама киширейеди. Солай етип, өткериү областындағы вольт-амперлик характеристикасы туұры сзызық болмайды (174-сүйрет).



174-сүйрет.



175-сүйрет.

Енди биз кристалға потенциалдың "+" белгиси  $n$ -областқа, ал "-" белгиси  $p$ -областқа түсетуғындай етип кернеў түсириейик (174-сүйрет, бундай кернеўди кери кернеў деп атайды). Кери кернеў потенциаллық барьердин жоқарылауына ҳәм соған сәйкес тийкарғы тасыўшылар тоғы  $i_{t.i.yk}$  ның шамасының кемейиүйин тәммиинләйди (173-сүйрет). Бул жағдайда пайда болатуғын (кери деп аталағын) қосынды тоқ тез тойының ҳалына жетеди (яғни  $U$  ға ғәрэзли болыўдан қалады, 174-сүйрет) ҳәм  $i_{t.e.}$  шамасына тең болады. Солай етип  $n$ -областынан  $p$ -областына қараған бағытта (кери ямаса құлыпланған бағыт деп аталағын)  $p - n$  өткели арқалы тийкарғы емес тасыўшылардан пайда болған ҳәлсиз

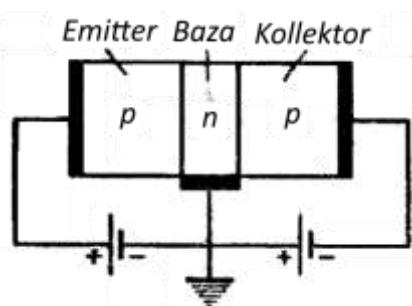
<sup>73</sup> Өтиў қабатының кеңлигинин киширейиүйин  $\frac{d\varphi}{dx}$  шамасының берилген мәнисиндеғи потенциалдың  $\Delta\varphi$  киши өзгериси  $\Delta x$  шамасының киши үзынлығында пайда болатуғының менен байланыслы.

тоқты өткізеди. Тек жұдә үлкен болған кери кернеўлерде өткелдин электрлік пробойының (электрлік тесип өтий) нәтийжеде тоқ күши кескін түрде өседи. Ҳәр бир  $p - n$ -өткели бузылмай қарсылық жасай алатуғын кернеўдин шеклик мәниси менен тәрийипленеди.

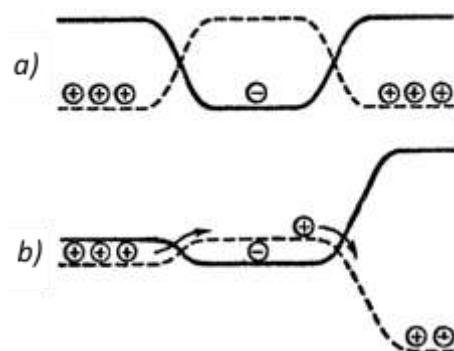
Кери кернеў түсирилгенде кристалда пайда болатуғын майдан тийкарғы тасыўшыларды областлардың арасындағы шегарадан "тартып" алып кетеди ҳәм соған сәйкес тоқты тасыўшылардың саны азайып қалған өтий қабатының қалыңлығын үлкейтеди. Нәтийжеде өткелдин қарсылығы жоқарылайды. Демек,  $p - n$ -өткели кери бағытта туұры бағытқа салыстырғанда үлкен қарсылыққа ийе болады. Бул айтылғандардан  $p - n$ -өткелин өзгермелі тоқты туұрылауға болады деген жүймақ келип шығады. 175-сүйретте түсирилген кернеў гармоникалық нызам менен өзгеретуғын жағдайдағы өткелден өтетуғын тоқтың графиги көрсетилген. Бул жағдайда тоқты тасыўшылардың саны азайып қалған өтий қабатының қалыңлығы ҳәм өткелдин қарсылығы кернеўдин өзгериси менен бир тактта пульсацияланады.

Германийден соғылған туұрылағышлар 1000 в шекемги кернеўге қарсылық көрсете алады. Кернеў 1 в болғанда туұры бағыттағы тоқтың тығызлығы 100 а/см<sup>2</sup> шамасына тең, ал кери бағытта өтетуғын тоқтың шамасы бир неше микроамперден артық емес. Кремнийден соғылған туұрылағышларға оннан да жоқары кернеўлерди түсириүге болады. Олар әдеўир жоқары температураларға да (германий ушын 100<sup>0</sup>C ның орнына 180<sup>0</sup>C) шыдам бере алады. Параметрлери ең тәмен, бирақ кең тарқалған туұрылағышлар селеннен соғылған туұрылағышлар болып табылады. Олар ушын руқсат етилген кери кернеўдин шамасы 50 в тең үлкен емес, ал туұры тоқтың ең үлкен тығызлығы 50 ма/см<sup>2</sup> шамасына жетеди.  $N$  дана туұрылағыш элементлерди (селен шайбаларын) шынжырға жалғап, кери кернеўге шыдамлығы  $N$  есе жоқары болған туұрылағышты алғыға болады<sup>74</sup>.

Ярым өткізгишли триод ямаса транзистор жуп  $p - n$ -өткели бар кристалл болып табылады. Өткізгишилигинин типлери ҳәр қайлы болған ярым өткізгишлердин гезеклесиүй бойынша  $p - n - p$  ҳәм  $n - p - n$  транзисторларын бир биринен айырады<sup>75</sup>. Травзистордың ортаңғы бөлімі (транзистордың типине байланыслы  $n$ - ямаса  $p$ -өткізгишиликке ийе болатуғын) оның базасы деп аталады. Ал базаның еки тәрепине тиипп түрған, өткізгишилигинин типи басқаша болған областлар эмиттер менен коллекторды пайда етеди.



176-сүйрет.



177-сүйрет.

176-сүйретте көрсетилген  $p - n - p$  типиндеги транзистордың жұмыс ислеўинин принципин қысқаша қарайық. Оны соғыў үшын электронлық өткізгишиликке ийе болған жұдә тазаланған германий пластинкасын алып, оның еки тәрепине индийди балқытып жабыстырады.

<sup>74</sup> Хәзирги ўақытлары селеннен соғылған туұрылағышлар пайдаланылмайды (Аўдарыўшылар).

<sup>75</sup> Әдеўир қурамалы болған транзисторлар да бар, мысалы:  $p - n - p - n$  ҳ.т.б.

Эмиттер менен коллектордағы, яғнай тесиклик областтағы тоқты тасыўшылардың концентрациясы, базадағы, яғнай электронлық областтағы тоқты тасыўшылардың концентрациясынан жоқары болады. 177-а сүйретте электронлар (тұтас сыйық) менен тесиклердин (пунктир сыйық) потенциаллық энергияларының иймекликлери көрсетилген.

Эмиттер-база өткелине тоқтың өтиў бағытына сәйкес келетуғын кернеў (176-сүйрет), ал база-коллектор өткелине кери бағыттағы үлкен кернеў түсириледи. Бул биринши өткелдеги потенциаллық барьердин төменлеўине, ал екинши өткелде оның өсиүине алып келеди (177-б сүйрет). Эмиттер шынжырындағы тоқтың өтиўи тесиклердин база областына өтиўи менен биргеликте жүреди (қарама-қарсы қозғалатуғын электронлардың саны аз, себеби олардың концентрациясы үлкен емес). Базаға кирип келип, тесиклер коллекторға қарай диффузияланады. Базаның калыңлығы киши болған жағдайда тесиклердин барлығы рекомбинацияланып үлгермейди ҳәм коллекторға келип жетеди. Бул жерде оларды майдан қамтып алады ҳәм соның нәтийжесинде коллектор шынжырының кери бағытындағы тоқты күшетеди.

Эмиттер шынжырындағы тоқтың қәлеген өзгериси коллекторға өтетуғын тесиклердин санын өзгертеди ҳәм соның салдарынан, коллектор шынжырындағы тоқ та өзгериске ушырайды. Коллектор шынжырындағы тоқтың өзгериси эмиттер шынжырындағы тоқтың өзгерисинен үлкен болмайтуғының анық<sup>76</sup>. Буннан баянланған дүзилистин пайдасы жоқ дүзилистей болып көриниўи мүмкін. Бирақ, тоқтың өтийине үлкен қарсылық көрсетилетуғын бағытта оған қарама қарсы бағыттағыға қарағанда үлкен қарсылыққа ийе болатуғының есапқа алыў керек. Сонықтан тоқлардың бирдей өзгериси ўақтында коллектор шынжырындағы кернеўдин өзгериўи эмиттер шынжырындағы тоқтың өзгериўинен бир неше есе көп болады. Демек, транзистор кернеўди де, қуўатты да күшетеди екен. Әсбаптан алынатуғын жоқары қуўат коллектор шынжырына қосылған тоқтың дерегинен есабынан алынады.

Германийден соғылған транзисторлар кернеў бойынша да, қуўат бойынша да 10000 есе күшетиўди бере алады.

---

<sup>76</sup>  $p - n - p - n$  типтеги транзисторларда тоқ бойынша күшетиўди де пайда етиўге болады.

### XIII БАП

#### ЭЛЕКТРОЛИТЛЕРДЕГИ ТОҚ

##### § 79. Еритпелердеги молекулалардың диссоциациясы

Тоқтың металлар ҳәм электронлы ярым өткизгишлер арқалы өтийи қандай да бир химиялық өзгерислердин жүзеге келийи менен қосылып жүрмейди. Бундай заттар биринши әүлад өткизгишлер деп аталады. Тоқ өткенде химиялық айланылар орын алатуғын заттарды екинши әүлад өткизгишлер ямаса электролиттер деп атайды. Олардың қатарына дузлардың, силтилердин ямаса қышқыллардың суудағы ҳәм тағы басқа сыйықтықтардағы еритпелери, сондай-ақ қатты ҳалда ионлық кристалл болып табылатуғын дузлардың құймалары киреди.

Электролиттерде тоқ тасыўшылар хызметин еритпеде ериген заттың диссоциаланған (ыдыраған) молекулалары атқарады. Диссоциация қубылышының қалайынша жүзеге келетуғынлығын анықлау ушын полярлық молекуланы, мысалы  $NaCl$  молекуласын алайық.  $Na$  менен  $Cl$  атомлары молекула болып бириккенде электронлардың атомлардың арасындағы қайтадан бөлиниүи орын алады.  $Na$  атомының бир валентлик электроны  $Cl$  атомының электронлық қабығына өтеди (бул қабықты тек бир электрон жетпей турған еди). Соның нәтийжесинде  $Na$  атомы он, ионға, ал  $Cl$  атомы терис ионға айланады. Молекуланың ишиндеги еки ионды электростатикалық (кулонлық) өзара тәсир етиў күши услап турады. Тап сол сыйықты, қәлеген басқа полярлық молекулалар да еки ямаса оннан да көп санлы ионлардан турады.

Еритпеде ериген заттың ҳәр бир молекуласы ериткиштиң молекулаларының қоршауында болады. Егер ериткиштиң молекулалары да тап сондай полярлық болса, онда олар ериген заттың молекулаларының арасында өзлери пайда еткен электр майданының бағдарлаушы тәсирине ушырайды. Сонлықтан ериткиштиң молекулалары өзиниң терис зарядланған "ушы менен" ериген заттың молекуласының он зарядланған бөлимине, ал өзиниң он зарядланған "ушы менен" ериген заттың молекуласының терис зарядланған бөлимине қарай бурылады (178-суүрет, тутас сыйық пенен ериген заттың молекулалары, ал, пункттир сыйық пенен ериткиштиң молекулалары қоршап көрсетилген). Ериткиштиң молекулаларының усындей жайласыуының салдарынан олар пайда еткен майдан ериген заттың молекулаларының ҳәр қыйлы белгиге ийе зарядларға ийе болған ионларының арасындағы байланыслы ҳәлсиретеди. Соның нәтийжесинде бул байланыс жыллыштық қозғалысларының энергиясының есабынан үзиледи. Бул жағдайда молекула еки ямаса оннан да көп санлы ҳәр қыйлы белгигерге ийе ионларға ажыралады (диссоциаланады).

Диполь пайда еткен майданың кернеўлиги оның электр моментиниң шамасына пропорционал [(6.5)-формулаға қараңыз]. Егер, ериткиштиң молекулалардың диполлик моментлери қашшама үлкен болса, яғни ериткиш сыйпатында алынған сыйықтықтың диэлектрик сициргишлиги қашшама үлкен болса, онда ериген заттың молекулаларындағы ионлардың арасындағы байланыс соншама ҳәлсирейди. Барлық сыйықтардың ишиндеги діэлектрик сициргишлиги үлкени суу болып табылады ( $\epsilon = 81$ ). Усыған сәйкес сууда ериткен жағдайда молекулалардың диссоциациясы жүдә үлкен болады.

Пайда болған ионлар еритпе арқалы қозғала баслайды. Егер белгилери ҳәр қыйлы болған ионлардың арасындағы қашық дым киширейсе, онда олар қайтадан молекулаға бириге алады. Диссоциация процесине кери болған бул процессти ионлардың рекомбинациясы (ямаса молизациясы) процесси деп атайды. Еритпеде бир үақытта еки процесстиң - жаңа молекулалардың диссоциациясы ҳәм ионлардың молекулаға рекомбинацияланылуы процесслери жүреди. Үақыттың бир бирлигинде

диссоциацияланышы молекулалардың саны ұсындағы үақыт ишинде рекомбинацияның нәтийжесинде пайда болатуғын молекулалардың санына тең болған жағдайда тең салмақтық орнайды. Бул ҳалға диссоциацияның белгили бир дәрежеси сәйкес келеди. Оны диссоциация коэффициенти  $\alpha$  менен тәрийиплейди. Ол ериген заттың молекулаларының қандай бөлімінің диссоциаланған ҳалда турғанлығын көрсетеди. Егер еритпениң бир бирлик көлеміндегі ериген заттың молекулаларының саны  $n$  ге тең болса, онда  $n' = \alpha n$  дана молекула еритпеде ион түринде, ал  $n'' = (1 - \alpha)n$  дана молекула диссоциацияланбаған молекула түринде ушырасады.

Еле ионға ыдырамаған ериген заттың ҳәр бир молекуласының бир секунд ишинде диссониацияланышының белгили итималлығы бар. Демек, бир бирлик үақытта бир бирлик көлемдегі диссоциацияланатуғын молекулалардың саны  $\Delta n'$  еле ионларға ыдырамаған молекулалардың саны  $n''$  ке пропорционал болыўы тийис:

$$\Delta n' = k' n'' = k'(1 - \alpha)n. \quad (79.1)$$

Пропорционаллық коэффициент  $k'$  ериткиш пенен ерийтуғын заттың тәбиятына байланыслы.  $\varepsilon$  ниң мәниси үлкен болған ериткишлер ушын  $k'$  коэффициенти де үлкен болады. Соның менен бир қатарда оның мәниси температура жоқарылаған сайын үлкейеди.

Ҳәр қайлы белгиге ийе болған еки ионның бир бири менен ушырасыў итималлығы он белгиге ийе ионлардың санына да, терис белгиге ийе ионлардың санына да пропорционал болады. Бул еки санның ҳәр қайсысы диссоциацияланған молекулалардың саны  $n'$  ке тең. Сонықтан бир бирлик көлемдегі бир бирлик үақыттың ишинде рекомбинацияның нәтийжеде пайда болатуғын молекулалардың саны  $n'^2$  шамасына пропорционал:

$$\Delta n'' = k'' n'^2 = k'' \alpha^2 n^2. \quad (79.2)$$

Тең салмақтық ҳалы ушын  $\Delta n' = \Delta n''$ . Сонықтан [(79.1)- ҳәм (79.2)-теңликтерди қараңыз]

$$k'(1 - \alpha)n = k'' \alpha n^2$$

ҳәм буннан

$$\alpha^2 + \frac{k'}{k'' n} \alpha - \frac{k'}{k'' n} = 0$$

теңликтерине ийе боламыз.

Бул теңлемелердин еки шешими былайынша жазылады:

$$\alpha = \frac{k'}{2k'' n} \pm \sqrt{\frac{k'^2}{4k''^2 n^2} + \frac{k'}{k'' n}}.$$

Түбір алдындағы "-" белгисин есапқа алмаймыз. Себеби  $\alpha$  шамасының терис болыўы мүмкін емес. Екінши шешимді мынадай көриниске келтириў аңсат:

$$\alpha = \frac{k'}{2k'' n} \left( \sqrt{1 + \frac{4k'' n}{k'}} - 1 \right). \quad (79.3)$$

Бул формула жуўық формула болып табылады. Егер ериген заттың молекулалары тек ериткиштиң молекулалары менен қоңылас болатуғын жағдайда ғана  $k'$  ҳәм  $k''$  коэффициентлері турақты болады деп есаплауға болады. Концентрациялардың үлкен мәнислеринде ериген заттың ҳәр бир молекуласын ериткиштиң молекулалары да, ериген заттың молекулалары да қоршап түріўы мүмкін. Соның нәтийжесинде диссоциацияның итималлығы өзгереди. Сондай-ақ ҳәр қайлы белгиге ийе ионлардың ушырасыўының салдарынан рекомбинациясының итималлығы да өзгериске ушырайды.

Киши  $n$  лерде ( $\frac{4k'' n}{k'} \ll 1$  теңсизлиги орынланғанда) (79.3)-функцияны мынадай түрде жуўықладап жазыўға болады:

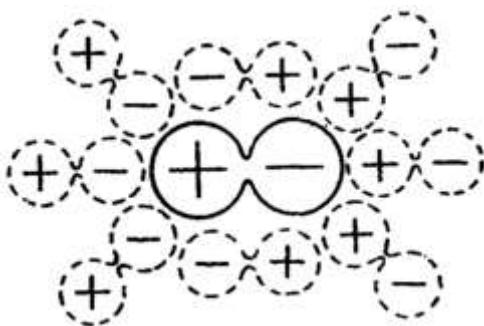
$$\alpha \approx \frac{k'}{2k''n} \left( 1 + \frac{2k''n}{k'} - 1 \right) = 1. \quad (79.4)$$

Демек, аса сүйиқ еритпелерде ериген заттың барлық молекулалары ис жүзинде толық диссоциацияланады. Бул жағдай  $n$  киши болғанда ионлардың бир бири менен дерлик соқылғыспайтұғынлығы менен түсіндіриледи. Соныңтан рекомбинация процесси жүзеге келмейди ҳәм үақыттың өтийи менен барлық молекулалар ионларға ыдырайды.

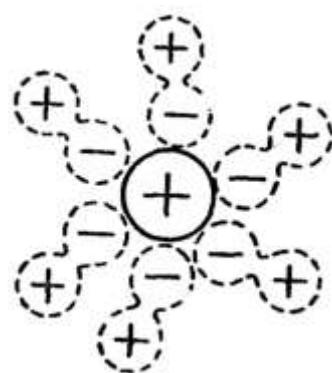
Ал  $n$  шамасы үлкен болғанда (егер  $\sqrt{\frac{4k''n}{k'}}$  менен  $\frac{4k''n}{k'}$  шамаларына салыстырғанда 1 диеске алмаға болатуғын жағдайларда) (79.3)-теңлик былайынша жазылады:

$$\alpha \approx \frac{k'}{2k''n} \sqrt{\frac{4k''n}{k'}} = \sqrt{\frac{k'}{k''n}} \sim \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

Бул жағдайда диссоциация коэффициенти  $\alpha$  жұдә киши (шәрт бойынша  $\frac{4k''n}{k'} \ll 1$ , демек,  $\frac{k'}{4k''n} \ll 1$ ) ҳәм концентрацияның өсиўи менен  $\frac{1}{\sqrt{n}}$  түринде кемейеди.



178-сүйрет.



179-сүйрет.

Температура жоқары болмаған жағдайларда ионлар оларға жабысқан еритпениң молекулалары менен қоршалған болады (179-сүйрет; усыған усаған жағдай терис ионлар болған жағдайда да бақланады). Бул құбылыш ионлардың сольватациясы (суудағы еритпелер болған жағдайда гидратация) деп аталады. Ал ионнан оны қоршап алып, майданның күши арқалы үслап тұратуғын ериткиштиң молекулаларынан тұратуғын қабатты сольват деп атайды. Әдеүир интенсивли жылдымдық қозғалыслары ион менен сольват қабатын пайда ететуғын молекулалардың арасындағы байланыслы бузады. Соныңтан температуралық жоқарылатқанда сольвавтың өлшемлери киширейеди ҳәм ең ақырында әдеүир жоқары болған температураларда солыват қабаты пүтіндей жоқ болып кетеди.

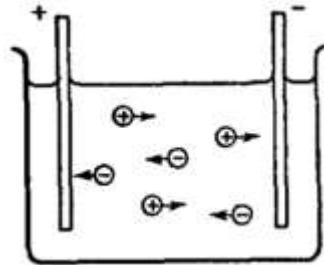
## § 80. Электролиз

Егер электролитке тоқ өткізгизетуғын қатты пластинкаларды (электродларды) енгизип, оларға кернеў түсірсек, онда ионлар қозғалысқа келип, электр тоғы пайда болады (180-сүйрет). Оң зарядқа ийе болған ионлар терис электродқа (катодқа) қарай қозғалады, соныңтан оларды катионлар деп атайды. Терис зарядлы ионлар оң электродқа (анодқа) қарай қозғалады, соныңтан оларды анионлар деп атайды.

Сәйкес электролитке жетип, ионлар оларға өзлеринин артық электронларын береди ямаса өзине жетпейтуғын электронларды олардан қосып алады. Усындағы жоллар менен ионлар нейтраллық атомлар менен молекулаларға айланады. Электрод пенен

электролитлердин химиялық тәбиятына байланыслы нейтралласқан ионлар электродларда бөлиніп шығады ямаса электрод пенен ямаса ериткиш пенен химиялық реакцияға кириседи. Усы нейтралласқан ионлар кирисетуғын химиялық реакцияны екінши ретлик химиялық реакция деп атайды. Екінши ретлик реакцияның өніми не электродларда бөлиніп шығады ямаса еритпеге өтеди.

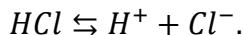
180-сүйрет.



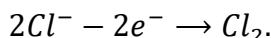
Солай етип, электролит арқалы тоқтың өтийі электродларда электролиттиң қураушы бөликлеринің бөлиніп шығыуына алып келеди. Бул құбылысты электролиз деп атайды.

Бир неше мысалды қарайық.

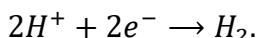
1. Электролит сыйратында дуз кислотасының суýдағы еритпесин алайық. Еритпеде  $HCl$  молекуласы оң зарядлы водородтың  $H^+$  ионына, ал хлор терис зарядланған  $Cl^-$  ионына диссоциацияланады:



Хлор ионлары анодқа жетип келип, оған өзининң артық электронларын берип, нейтраль болған хлор атомларына айланады ҳәм олар дәрхәл жуп-жуптан хлор молекуласына биригеди:



Қатодта нейтралланған водород атомлары еки-екиден  $H_2$  водород молекуласына биригеди:

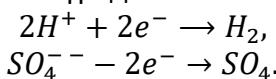


Демек, электролиз процессинде ериген зат жумсалады, ал электродларда болса газ тәрізли хлор менен водород бөлиніп шығады. Бул жағдайда екінши ретлик реакция жүрмейди.

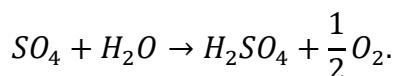
2. Электролит - құқырт кислотасының суýдағы еритпеси. Еритпеде  $H_2SO_4$  молекуласы бир зарядлы еки дана оң водородтың бир зарядлық ионына ҳәм еки зарядлы терис  $SO_4^{2-}$  ионға диссоциацияланады:



Электродларда мынадай процесс жүреди:



Водород катодта көбиклер түріндегі бөлинеди. Атомлардың нейтраль группасы болған  $SO_4$  бирикпеси химиялық жақтан жүдә актив ҳәм екінши ретлик реакцияға кириседи. Егер электрод, мысалы, платинадан ямаса никелден соғылған болса, онда  $SO_4$  молекуласы суý менен тәсирлеседи:

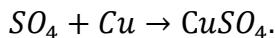


Құқырт кислотасының молекуласы еритпеге араласады, ал кислород болса көбиклер түріндегі анодта бөлинеди. Бул жағдайда екінши ретлик реакция ериткиш пенен жүреди.

3. Мыс электродлары мыс купорсоның суýдағы еритпесине батырылған. Диссоциация мынадай схема бойынша жүреди:



Мыстың нейтралланған атомлары қатты қалдық түрінде катодта жыйналады. Нейтраль болған  $SO_4$  группасы көбірек сүй менен емес, ал құқи्रт пенен реакцияға түседи. Соныңтан екинши ретлик реакция анодтың материалы менен жүреди:



Пайда болған молекула еритпеге араласады. Солай етип, электролиздың барысында анодтың ерийи ҳәм мыстың катодтағы отырыўы орын алады ҳәм, нәтижеде, электролит өзгериске ушырамайды.

### § 81. Фарадей нызамлары

Электролиз нызамларын эксперименталлық жоллар менен 1836-жылы Фарадей тәрепинен ашылды. Бул нызамлар жұдә әпиүайы. Оның бириңиси мынадай жағдайды тастығықлады: электродта бөлиніп шыққан заттың мүфдары электролит арқалы өткен зарядқа пропорционал:

$$m = Kq = K \int_0^t idt; \quad (81.1)$$

Бул теңликлерде  $m$  арқалы бөлиніп шыққан заттың массасы,  $K$  арқалы заттың тәбиятына байланыслы коэффициент белгиленген. Оны электрохимиялық эквивалент деп атайды.  $q = 1$  теңлиги орынланғанда  $m$  сан мәниси бойынша  $K$  ға тең. Демек, электрохимиялық эквивалент электролит арқалы бир бирлик заряд өткенде электродта бөлиніп шығатуғын заттың массасына тең екен.

Фарадейдин екинши нызамы заттың электрохимиялық эквиваленти  $K$  ны оның химиялық эквиваленти  $A/z$  пенен байланыстырады ( $A$  - атомлық салмақ,  $z$  - берилген заттың валентлигі)<sup>77</sup>. Бул нызам былай айтылады: барлық затлардың электрохимиялық эквиваленти олардың химиялық эквивалентине пропорционал. Пропорционаллық коэффициенти  $\frac{1}{F}$  көринисинде жазылады.  $F$ -шамасы Фарадей саны деп аталады.

Фарадейдин екинши нызамы былайынша жазылады:

$$K = \frac{1}{F} \frac{A}{z}. \quad (81.2)$$

(81.2)-теңликті (81.1)-формулаға қойып, биз еки нызамды бириктиремиз. Нәтижеде мынаны аламыз:

$$m = \frac{A}{z} \frac{q}{F}. \quad (81.3)$$

<sup>77</sup> Элементтиң химиялық эквиваленти деп химиялық бирикпелердеги 1,0078 г водородтың орнына жүретуғын, граммлар менен берилген (ямаса менен) массага сан мәниси бойынша тең келетуғын өлшем бирлиги жоқ шамаға айтады.

Элементтиң валентлигі  $z$  деп химиялық бирикпелерде усы элементтиң бир атомының орнына алынатын водород атомларының санын айтады.

Бир валентті элемент ушын химиялық эквивалент оның атомлық салмағына тең.  $z$ -валентли элемент ушын химиялық эквивалент  $A/z$  шамасына тең.

Граммларда алынған массасы сан мәниси бойынша химиялық эквивалентке тең элементтиң мүфдары грамм-эквивалент деп аталады. Массасы  $A/z$  килограммға тең заттың мүфдары килограмм-эквивалент деп аталады.

Химиялық эквивалент, сондай-ақ грамм-эквивалент ҳәм килограмм-эквивалент түсніклерин электролиздин барысында электродта бөлиніп шығатуғын атомлардың группаларына да қолланыўға болады.

$q$  шамасы сан мәниси бойынша  $F$  ке тең болғанда масса  $m$  сан мәниси бойынша  $\frac{A}{z}$  ке тең болады. Солай етип, электродта қәлеген заттың килограмм-эквивалентин ямаса грамм-эквивалентин алғыу ушын электролит арқалы сан мәниси бойынша  $F$  шамасына тең электр зарядын өткериү керек екен. Тәжирийбе жүзинде мына шама анықланған:

$$F = 96,497 \cdot 10^6 \frac{\text{кулон}}{\text{килограм} \cdot \text{эквивалент}} \quad (81.4)$$

$\left( \text{жуўықлағанда } 96,5 \cdot 10^6 \frac{\text{к}}{\text{кг} \cdot \text{экв}} \right)$

ямаса

$$F = 96497 \frac{\text{кулон}}{\text{килограм} \cdot \text{эквивалент}}.$$

Фарадейдин нызамлары электрдин атомлық (яғни дисcretлик) тәбиятын ашыуда үлкен орынды ийеледи. Қәлеген заттың килограмм-эквивалентинде  $N' = N_{A/z}$  атом бар ( $N_A$  - Авогадро саны). Демек,  $N_{A/z}$  дана ион  $F$  шамасына тең зарядты тасыйды. Хәр бир ионның үлесине сәйкес келетуғын зарядтың муғдары мынаған тең:

$$e' = \frac{F}{N'} = \frac{F}{N_A} z.$$

Демек, ионның заряды

$$e = \frac{F}{N_A} \quad (81.5)$$

шамасына тең зарядты пүтин санға көбейткенге тең болады екен.

(81.5)-теңликтегі  $F$  ушын (81.4)-аңлатпадағы мәнisti қойып,  $N_A = 6,02 \cdot 10^{26}$  киломоль<sup>-1</sup> екенлигин есапқа алып, элементар зарядтың шамасына, яғни (66.11)-теңликтеги элементар зарядқа қайтадан келемиз.

(81.5)-қатнас Авогадро санын анықлау ушын қолланылды. Бул жағдайда  $F$  шамасының электролиз бойынша тәжирийбелерден алынған мәниси ҳәм  $e$  нин Милликен (66-параграфты қараңыз) тәрепинен алынған мәниси алынды.

## § 82. Электролиттик өткизгишлик

Электр майданын қосқанда ионлардың хаослық жыллылық қозғалысына майданның бағытындағы оң ионлардың, майданға қарама-қарсы бағытта терис ионлардың тәртиплескен қозғалысы қосылады. Ионлардың сызықтық өлшемлери электронлардың өлшемлеринен әдеүір (солватлардикі оннан да) үлкен болғанлықтан, ионды қоршаған молекулалар оған үзлиksiz түрде тәсир етеди (металлардағы электронлардың пәнжерелдердеги ионлар менен еки соқлығысынан аралығындағы қозғалысын еркин қозғалыс деп есаплауға болатуғынлығын еске түсірейік). Бул тәсирдин салдарынан қандай да бир жабықсақ орталықта қозғалатуғын шарикке қарсылық күшиниң пайда болыуы сыйқы, ионның қозғалысының барысында оның тезлигіне пропорционал болған қарсылық күшлери пайда болады. Демек,  $E$  майданың кернеўлигиниң ҳәр бир мәнисине  $e'E = ku$

шәрти менен анықланатуғын ионлардың тең өлшеўли қозғалысының и тезлигі сәйкес келеди. Бул теңликтеги  $e'$  - ионның заряды,  $k$  - ионның тезлигі менен оның қозғалыуына орталықтың түсіретуғын қарсылық күши арасындағы пропорционаллық коэффициент.

Солай етип,  $E$  майданының кернеўлигиниң тәсиринде ион (майдан бағытында ямаса оған қарама-қарсы бағытта) мынадай тұрақты тезлик пенен қозғалады:

$$u = \frac{e'}{k} E. \quad (82.1)$$

Бул теңлікти (73.6)-формула менен салыстырып,  $\frac{e'}{k}$  қатнасының ионлардың  $u_0$  қозғалғышлығы екенligин көремиз. Ҳәр қыйлы белгиге ийе ионлардың шамасы бойынша ҳәр қыйлы болған  $e'$  заряды бола алады. Соның менен бирге, олар ушын  $k$  коэффициенти де ҳәр қыйлы болады. Соныңтан ҳәр қыйлы белгиге ийе ионлардың  $u_0$  қозғалғышлығы да ҳәр қыйлы.

Ионлардың қозғалғышлығы оның тәбияты менен ериткиштиң кәсийетлерине байланыслы. Температуралың жоқарылауы менен қозғалғышлық та өседи. Бул ион қозғалатуғын орталықтың жабысқақлығының кемейиүинен, әсиресе температуралың жоқарылауына байланыслы ионды қоршаған сольваттық қабықтың өлшемлерининг киширейиүинен жүзеге келеди.

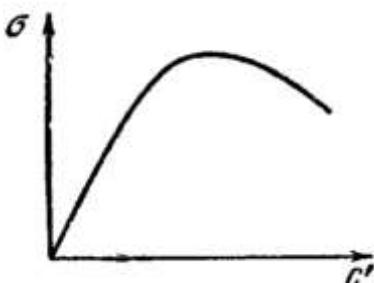
Электролитлердеги ионлардың қозғалғышлығы жүдә киши. Өжире температурасындағы суү еритпелеринде оның мәниси жуұық түрде  $10^{-8} - 10^{-7} \frac{\text{м/сек}}{\text{в/м}} \left( 10^{-4} - 10^{-3} \frac{\text{см/сек}}{\text{в/см}} \right)$  шамасына тең.

Электронлардың металлардағы қозғалғышлығы шама менен төрт тәртипке үлкен ( $\sim 10^{-4} \frac{\text{м/сек}}{\text{в/м}}$ ).

Ионлардың қозғалысы тығызлығы

$$j = (n^+ e^+ u_0^+ + n^- e^- u_0^-) E$$

шамасына тең электр тоғын пайда етеди. Бул теңліктегі  $n^+$  - бир бирлик көлемдеги оң ионлардың саны,  $e^+$  - олардың заряды, ал  $u_0^+$  - оң зарядланған ионлардың қозғалғышлығы,  $n^-$ ,  $e^-$  ҳәм  $u_0^-$  - терис ионлардың усыған сәйкес шамалары [(31.4)-формула менен салыстырыңыз].



181-сүйрет.

Қаұсырманың ишинде турған шама  $E$  ден ғәрэзли емес. Соныңтан, электролиттеги тоқтың тығызлығы майданның кернеўлигине пропорционал. Бул электролиттер ушын Ом нызамының орынланатуғының билдиреди. Егер молекула еки ионға диссоциацияланса, онда  $e^+ = e^- = e'$  ҳәм  $n^+ = n^- = n' = \alpha n$  (диссоциацияланған молекулалардың саны). Бул жағдайда тоқтың тығызлығы ушын

$$j = \alpha n e' (u_0^+ + u_0^-) E \quad (82.2)$$

түрндеги теңлікке ийе боламыз.

(82.2)-теңлік электродтан көп болмаған қашықлықтарда ғана орынлы. Электродларға тиккелей жақын орынларда тоқ тек бир белгиге ийе болған ионлар тәрепинен, яғни анондтың қасында анионлар ҳәм катодтың қасында катионлар тәрепинен пайда етиледи.

(82.3)-формулаға сәйкес, электролиттің өткізгишлиғы мынадай теңлік пенен анықланады:

$$\sigma = \alpha n e' (u_0^+ + u_0^-).$$

Бул теңлікти заттың килограмм-эквивалентіндеги молекулалардың саны болған  $N' = \frac{N_A}{z}$  шамасына көбейтіп ҳәм бөлип, мынаны аламыз:

$$\sigma = \alpha \frac{n}{N'} (e' N') (u_0^+ + u_0^-).$$

$e'N'$  көбеймеси  $F$  Фарадей санына тең.  $\frac{n}{N}$ , қатнасы еритпениң бир бирлик көлеминдеги ериген заттың килограмм-эквивалентиниң санын береди. Оны ериген заттың эквивалентлик концентрациясы деп атайды. Бул концентрацияны  $\eta$  ҳәрипи менен белгилейик. Бундай жағдайда электролиттиң өткизгишилиги ушын теңліктибылайынша жазылуға болады:

$$\sigma = \alpha \eta F (u_0^+ + u_0^-). \quad (82.3)$$

Температуралы жоқарылатқанда диссоциация коэффициенти  $\alpha$  менен ионлардың қозғалышлығы артады. Соныңтан электролиттердин өткизгишилиги  $\sigma$  температуралы жоқарылауы менен артады. Өткизгишиликтиң концентрацияға ғәрзелиги әдеүир қурамалы түрге ийе. Бул  $\sigma$  ның  $\eta$  дан тикелей ҳәм  $\alpha$  дан ғәрзели екенligine келип шығады. Киши концентрацияларда (бундай жағдайда  $\alpha \approx 1$ ) [(79.4)-формулаға қараңыз],  $\sigma$  шамасы  $\eta$  ға пропорционал өседи.  $\eta$  ның буннан былай өсиюи менен диссоциация коэффициенти  $\alpha$  ның мәниси кемейе баслады. Соныңтан өткизгишиликтиң өсиюи тәменлейди ҳәм оннан кейин ол кемейе баслады. 181-сүретте күкірт кислотасының сұйдағы еритпесиниң  $\sigma$  өткизгишилигинин еритпениң концентрациясы болған  $c'$  шамасына ғәрзелиги көрсетилген.

### § 83. Электролиздин техникадағы қолланылыуы

Электролиздин техникада көп санлы қолланылыуын тапты. Олардың айырымларын қысқаша тәрийиплейик.

**1. Гальванопластика.** 1837 жылды Б.С.Якоби электролизди рельефлик моделлерден олардың металл нусқаларын таярлау ушын пайдаланған. Мумнан ямаса басқа бир пластика тәризли материалдан соғылған моделден тоқ өткизетуғын қабатты алғы ушын оның бетине графиттиң унтағы жалатылады ҳәм ол буннан соң электролиздин барысында катод сыпатьында шынжырға қосылады. Электролит хызметин нусқасы алыныуы тийис болған металл қосылған дүздүң еритпеси атқарады. Металл катодқа қабат түринде моделдин бетиниң дәл нусқасын пайда етіп шөгеди. Алынған нусқа катодтан аңсат сыйырып алынады. Усындей усыллардың жәрдеминде гейде типография клишелерин де (қәлиплерин) таярлайды.

**2. Гальваностегия.** Электролиздин жәрдеми менен металл буйымлардың бетине басқа металдан жуқа қабат тусириледи. Бул сулыұлық бериү (алтын жалатыу, гүмис жалатыу, платина жалатыу), сондай-ақ коррозияға қарсы қаплау (никеллеу, хромлау, кадмийлеу ҳ.б.) мақсетлерде қолланылады.

**3. Электрометаллургия.** Балқытылған рудаларды электролизлеу арқалы алюминий, натрий, магний, берилий ҳәм басқа металларды алады. Мысалы, алюминий алатуғын шийки зат сыпатьында глиноземи ( $Al_2O_3$ ) бар минераллар - бокситлер қолланылады. Электролит сыпатьында көмир пластинкалары пайдаланылады. Тоқтың өтиюи менен бөлинген жыллылықтың есабынан руда балқыған ҳалын сақлап тұра алады.

Электролиз сондай-ақ металларды рафинациялау (яғни тазалау) мақсетинде де қолланылады. Оның ушын тазалатылатуғын металл пластинка сәйкес электр ваннасының аноды сыпатьында шынжырға қосылады. Электролит хызметин тазаланатуғын металл дүзының еритпеси атқарады. Кернеүдің белгіли болған мәнисинде катодта тек берилген металл бөлинеп шығады, ал қосынталар ыдыстың түбине шөгеди. Усындей жол менен электролиттик деп атлатуғын жүдә таза мыс алынады.

**4. Электролиттик полировкалау.** Электродқа шөгетуғын ямаса электродтан еритпеге өтетуғын заттың муғдары тоқтың тығызлығына пропорционал. Электр майданының  $E$  кернеүлигинин, гедир-будыр орынларда үлкен болатуғының белгили. Демек, бул орынларда тоқтың тығызлығы да үлкен болады. Керисинше, гедир-будыр орынлардың

арасындағы тегис орынларда тоқтың тығызлығы киши болады. Соныңтан бети тегис болмаған бүйімды электр ваннасының аноды сыйпатында пайдалансақ, онда гедирбұдырлардан олардың оның арасындағы орынларға салыстырғанда еритпеге металлар көбірек бөлинеди. Соның нәтийжесинде гедир-бұдыр бет тегисленеди. Усы принципте металларды электрополировкалау иси жүзеге асырылады.

**5. Аўыр суұды алыў.** Аўыр суұ ( $D_2O$ ) деп водород атомының орнына атомлық салмағы 2 ге тең болған водородтың изотопы дейтерий ( $D$ ) атомы қосылған суұды айтады. Аўыр суұ аз мұғдарда әдеттеги сууда да болады.  $D^+$  ионлары  $H^+$  ионларына салыстырғанда әстерек қозғалады. Соныңтан электролиздин барысында бөлинген газде дәслепки суұдағыға салыстырғанда аўыр водород аз мұғдарда болады, ал электролиттеги аўыр суұдың концентрациясы жоқарылайды. Егер электролизди жеткиликli дәрежеде узақ үақыт жүргизсе, онда  $D_2O$  молекулалары мол болған суұды алыўға болады.

**6. Электролиттик конденсаторлар.** Егер бор силтисиниң (бор қышқылы менен аммиактың араласпасы) еритпесине алюминий электродларын батырып, оларға кернеү түсірсек, онда анод жұдә жуқа болған тоқ өткізбейтуғын алюминий тотығының қабаты менен қапланады да, тоқтың өтийі тоқтайды. Бул изолятор қабат электролиздин есабынан үслап турылады да, полюслерди өзгерктенде жоғалады. Солай етип, анод пенен электролит жұдә жуқа изолятор қабат пенен бөлинеди ҳәм сыйымлығы әдеүір үлкен болған конденсатор (конденсатордың сыйымлығы оның астарларының арасындағы қашықтыққа кери пропорционал) пайда болады.

"Күрғак" электролиттик конденсаторларда электролитті қойыў паста түринде таярлайды ҳәм оны астарлардың арасына салынатуғын қағазға синдиреди. Киши өлшемлерге иие болған бундай конденсаторларлардың сыйымлығы жүзлеген микрофараада шамасында болады. Оларды тоқтың дерегине қосқанда белгиленген полюслерди қатаң түрде алмастырмау керек. Егер электродты оның бетинде пайды болған оқистин қатламы менен шынжырдың минусына (яғнай кери бағыттағы) жалғаса, онда изоляция қабаты жойылады ҳәм тоқтың күши кескин түрде артып, конденсатордың бузылығына алып келеди. Усындағ хәр бир конденсатор белгили бир кернеүге есапланған болады. Түскен кернеүдин мәниси жоқарылағанда изоляциялаушы қабат тесиледи ҳәм конденсатор истен шығады.

**XIV БАП****ГАЗЛЕРДЕГИ ЭЛЕКТР ТОГЫ****§ 84. Газ разрядларының түрлери.**

Газ арқалы электр тоғының өтийи газ разрядлары деп аталады. Металларда, ярым өткизгишлерде ҳәм электролитлерде тоқтың өтийү процесине байланыссыз тоқ тасыўшылар барлық үақытта бола береди. Электр майданы болса тек бурыннан бар болған зарядлардың тәртиплескен қозғалысын пайда етеди. Әдеттеги жағдайларда газ изолятор болып табылады. Онда тоқты тасыўшылар жоқ. Тек арнаұлы шәртлерди сақлаған жағдайларда ғана газлерде тоқ тасыўшы зарядлар (ионлар, электронлар) пайда болып, электр разрядының пайда болыуы мүмкін.

Газлердеги тоқ тасыўшылардың электр майданының бар екенлигинен байланыссыз болған сыртқы тәсирлердин нәтийжеде пайда болыуы мүмкін.

Бундай жағдайларды газлердин өз бетинше емес өткизгишлігі деп атайды. Өз бетинше емес разряд газлердин жоқары температураға шекем қызыўынан (жыллыштық ионизациясы), ультрафиолет ямаса рентген нурларының, сондай-ақ радиоактивти нурлардың тәсиринен пайда болыуы мүмкін.

Егер газдеги тоқ тасыўшылар усы газге түсирилген электр майданы пайда еткен процеслердин нәтийжеде пайда болса, онда бундай өткизгишлікти өз бетинше өткизгишлик деп атайды.

Газ разрядларының характеристикасынан байланыслы: газдин ҳәм электродлардың химиялық тәбиятына, газдин температурасы менен басымына, электродлардың формасына, өлшемлерине, олардың өз-ара орналасыўына, кернеўге, тоқтың тығыздығы менен құйатына ҳ.т.б. байланыслы болады. Сонлықтан газ разряды көп санлы формаларға иие бола алады. Мысалы, газ разрядлары, атап айтқанда, жақтылықты шығарыу, ҳәр қыйлы сеслерди шығарыу (ысылдау, сыйырлау, сатырлау) эффекттери менен қоса жүреди.

**§ 85. Өз бетинше емес газ разряды**

Мейли, бир бирине параллель болған тегис электродлар арасында жайласқан газ (182-сүйрет) интенсивлігі турақты үзликсиз қандай да бир ионлаұшы агенттің (мысалы, рентген нұрының) тәсирине ушырады деп болжайық.

Ионизатордың тәсирі газдин базы бир молекуласынан бир ямаса бир неше электронның ажыралып шығыўына алып келеди<sup>78</sup>. Нәтийжеде усы молекулалар оң ионларға айланады. Басым жүдә төмен болмаған жағдайларда бөлиніп шыққан электронлар әдетте нейтрал молекула тәрепинен қамтып алынады ҳәм, сонлықтан, ол терис зарядқа иие ионға айланады. Бир бирлик көлемде ҳәр секундтың ишинде ионизатор тәсиринен пайда болған жуп ионлардың санын  $\Delta n_i$  арқалы белгилейик.

Ионланыў процеси менен бир қатарда газде ионлардың рекомбинациясы да (яғни белгилери ҳәр қыйлы болған ионлардың ушырасыўындағы нейтралланыўы ямаса оң ион менен электронның нейтраль болған молекулаға қайта қосылыўы) жүреди. Бир бирлик көлемде бир секунд ишиндеги рекомбинацияланған қос ионлардың саны  $\Delta n_r$ , болсын ҳәм оның мәниси электролит жағдайдағы сыйықтың, бир бирлик көлемдеги жуп ионлардың  $n$  санының квадратына пропорционал:

<sup>78</sup> Атомды да биз молекула деп есаптаймыз (бир атомлы).

$$\Delta n_r = rn^2 \quad (85.1)$$

( $r$  - пропорционаллық коэффициент).

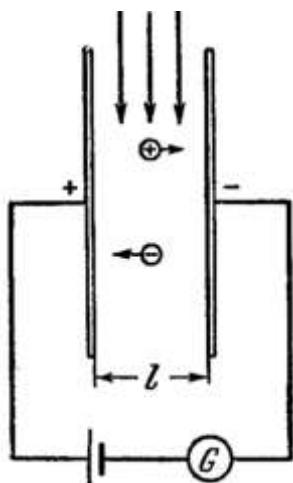
Тең салмақлық жағдайда  $\Delta n_i$ , шамасының  $\Delta n_r$  ге тең болыуы тиис, яғни

$$\Delta n_i = rn^2 \quad (85.2)$$

Буннан ионлардың тең салмақлық концентрациясы (бир бирлик көлемдеги жуп ионлардың саны) ушын төмендегидей теңлик алынады:

$$n = \sqrt{\frac{\Delta n_i}{r}}. \quad (85.3)$$

Космослық нурлардың тәсиринен ҳәм жердин сыртқы қабығында радиоактивли затлардың бар болыуының себебинен атмосфералық ҳаўаның  $1 \text{ см}^3$  ында ҳәр секунд сайын орташа есап жуп ионлардың бир неше жубы пайда болады. Ҳаўа ушын коэффициент  $r = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$ . Ионлардың тең салмақлық концентрациясы шама менен  $10^3 \text{ см}^{-3}$  ди курайды. Бул концентрация бақланғандай өткизгишилкти пайда етиў ушын жеткиликтес. Құрғақ таза ҳаўаның жүдә жақсы изолятор екенлеги көпшиликтек мәлим.



182-сүйрет.

Егер электродларға кернеў түсиретуғын болсақ, онда ионлардың азайыуы тек рекомбинацияның салдарынан ғана емес, ал соның менен бир менен катарда ионлардың майдан арқалы электродларға сорылышының себебинен де болады. Бир бирлик көлемнен ҳәр секунд сайын  $\Delta n_i$  дана жуп ион сорылды деп болжайық. Егер ҳәр бир ионның заряды  $e'$  болса, онда электродта бир қос ионның нейтраллануы шынжыр арқалы  $e'$  зарядының тасылыуы менен биргеликтен жүреди. Ҳәр бир секунд сайын электродқа  $\Delta n_i Sl$  дана ионлардың жубы ( $S$  - электродтың бетинин майданы,  $l$  - электродлардың арасындағы қашықтық,  $Sl$  - электродлардың арасындағы кеңисликтиң көлемі) келип жетеди. Демек, шынжырдағы тоқ күши мынаған тең болады:

$$I = e' \Delta n_i Sl.$$

Буннан

$$\Delta n_j = \frac{I}{e' l S} = \frac{j}{e' l} \quad (85.4)$$

теңлигине иие боламыз (бул теңликтен  $j$  арқалы тоқтың тығызлығы белгиленген).

Тоқ өтип турғандағы тең салмақлық былайынша жазылады:

$$\Delta n_i = \Delta n_r + \Delta n_j.$$

Бул теңликтен (85.1)- ҳәм (85.4)-теңликлердеги  $\Delta n_r$  ҳәм  $\Delta n_j$  шамаларының мәнислерин қойып, мынадай қатнасқа иие боламыз:

$$\Delta n_i = rn^2 + \frac{j}{e'l}. \quad (85.5)$$

Соның менен бир қатарда электролиттеги тоқтың тығызлығы ушын (82.2)-теңликтеке үқсас болған теңликті жазыуға болады:

$$j = e'n(u_0^+ + u_0^-)E. \quad (85.6)$$

Бул аңлатпада  $u_0^+$  ҳәм  $u_0^-$  лар арқалы оң ҳәм терис ионлардың қозғалғышлығы белгиленген. (85.5)-қатнастан көринип түрғандай, бул теңликтеги  $n$  шамасы  $j$  дин функциясы, яғни ақырғы есапта  $E$  нин функциясы болып табылады.

(85.5)- ҳәм (85.6)-теңликлерден  $n$  ди қысқартып ҳәм алынған квадрат теңлемени шешип,  $j$  ушын төмендеги формуланы табыуға болады:

$$j = \frac{e'(u_0^+ + u_0^-)^2}{2rl} E^2 \left( 1 + \sqrt{\frac{4\Delta n_i rl^2}{(u_0^+ + u_0^-)^2 E^2}} - 1 \right). \quad (85.7)$$

(екинши шешим терис мәниске ийе болғанлықтан оның физикалық мәниси жоқ ҳәм сонлықтан ол алып тасланды).

Хәлсиз ҳәм күшли майданларды қарайық.

1. Майдан хәлсиз болғанда тоқтың тығызлығы жүдә аз болады ҳәм (85.5)-теңликтеги  $j/e'l$  қосылышыны  $rn^2$  қосылышы менен салыстырғанда есапқа алмауға болады (бул электродлардың арасындағы кеңисликтеги ионлардың азайыўы тийкарынан рекомбинацияның есабынан болатуғынлығын аңғартады<sup>79</sup>). Бундай жағдайда (85.5)-теңлик (85.2)-теңликтеке айланады ҳәм ионлардың концентрациясының тең салмақтың ушын (85.3)-теңлик пайда болады.  $n$  нин бул мәнисин (85.5)-аңлатпаға қойып, мынаны аламыз:

$$j = e' \sqrt{\frac{\Delta n_i}{r}} (u_0^+ + u_0^-) E. \quad (85.8)$$

(егер  $\frac{4\Delta n_i rl^2}{(u_0^+ + u_0^-)^2 E^2}$  шамасы 1 ге салыстырғанда есапқа алмауға болатуғын жағдайда бул формула (85.7)-аңлатпадан алынады).

(85.8)-формуладағы  $E$  нин алдында түрған көбейтиш майданың кернеўлигинен ғәрэзли емес. Демек, хәлсиз майдан бар болған жағдайда өз бетинше емес пайда болған газ разряды Ом нызамына бағынады екен.

Газлердеги ионлардың қозғалғышлығы электролиттеги ионлардың қозғалғышлығына салыстырғанда әдеүир үлкен, яғни  $10^{-4} \frac{\text{м/сек}}{\text{в/сек}} \left( 1 \frac{\text{см/сек}}{\text{в/сек}} \right)$  шамасында. Ланжеван ионлары деп аталатуғын базы бир ионлардың қозғалғышлығы 100 - 1000 есе киши. Олар әдетте шан, сүй тамшылары тағы басқалар менен қосылған әдеттеги ионлар болып табылады.

$n = 10^9 \text{ м}^{-3} = 10^3 \text{ см}^{-3}$  шамасына тең тең салмақтың концентрациясында ҳәм майданың кернеўлиги  $E = 1 \text{ в/м}$  шамасына тең болғанда (86.6)-формулаға сәйкес тоқтың тығызлығы мынадай болады:

$$j = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^9 (10^{-4} + 10^{-4}) \cdot 1 \sim 10^{-14} \text{ а/м}^2 = 10^{-18} \text{ а/см}^2$$

(ионларды биз бир зарядлы деп есапладық).

2. Майдан күшли болғанда (85.5)-формуладағы  $j/e'l$  менен салыстырғанда  $rn^2$  шамасын есапқа алмауға болады. Бул пайда болған барлық ионлар рекомбинацияланып үлгерместен, электродларға барып жетеди деген сөз. Бул шәртке сәйкес (85.5)-қатнас мынадай түрге ийе болады:

<sup>79</sup> Рекомбинацияланатуғын ҳәм майдан тәрепинен сорып алынатуғын ионлардың санының тап усындағы қатнасы электролиттерде де орын алады.

$$\Delta n_i = \frac{j}{e'l}$$

Буннан

$$j = e' \Delta n_i \cdot l \quad (85.9)$$

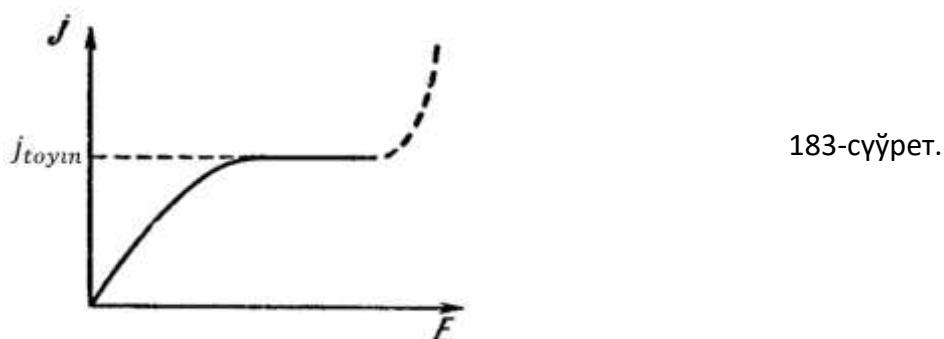
теңлигине ийе боламыз (бул теңликти жүдә киши  $x$  ушын қолланылатуғын  $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x$  түрлендириуди пайдаланып, (85.7)-аңлатпадан да алыўға болады).

(85.9)-аңлатпаның жәрдеминде есапланатуғын тоқтың тығызлығы кесе-кесиминиң майданы 1 ге тең болған электродлардың арасындағы газ бағанысында ионизатор пайда еткен барлық ионлардан пайда болады. Демек, тоқтың бул тығызлығы ионизатордың берилген интенсивлигингедеги хәм электродлардың арасындағы  $l$  қашықтықтың ең үлкен мәнисинде тоқтың ең үлкен тығызлығы болып табылады. Оны тойының тоғының тығызлығы деп атайды хәм  $j_{toyin}$  арқалы белгилейди.

Тойының тоғын болған  $j_{toyin}$  шамасын мынадай жағдай ушын есаплап көрейик:  $\Delta n_i = 10^7 \text{ м}^{-3} = 10 \text{ см}^{-3}$  (хауа атмосферасында әдеттеги жағдайларда  $1 \text{ см}^3$  көлемде ҳәр секунд сайын бир неше жуп ионның пайда болатуғынлығын еске түсірейик),  $l = 0,1 \text{ м}$  ( $10 \text{ см}$ ). (85.9)-формула бойынша

$$j_{toyin} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^7 \cdot 10^{-1} \sim 10^{-13} \text{ а/м}^2 = 10^{-17} \text{ а/см}^2$$

Бул нәтийже әдеттеги жағдайларда ҳауаның өткізгішлігиниң жүдә киши болатуғынлығын көрсетеди.



(85.7)-функцияның графиги 183-сүйретте келтирілген (тутас иймеклик). Майданың кернеүлигиниң айтarlықтай үлкен мәнисинде тоқ кескин түрде өседи (иймек сызықтың пункттир бөлімин қараңыз). Бул жағдайда сыртқы ионизаторлар тәрепинен пайда етилген электронлар электродлардың арасындағы өзлериниң еркін жүрий жолында молекулалар менен соқлығысқан жағдайда оларды ионластырыұшын жеткилиken болған энергияны алыша үлгереди (уралырудың салдарынан пайда болған ионласыў)<sup>80</sup>. Бундай жағдайда пайда болған еркін электронлар тезлениң менен қозғалып, өз гезегинде және де ионланыруды пайда етеди. Солай етип, сыртқы ионизатор пайда еткен дәслепки ионлардың нөсер түриндеги көбейиүи хәм разрядлы тоқтың күшнейиүи орын алады. Бирақ, процесс өз бетинше болмаған разряд сырпатын жоғалтпайды. Себеби сыртқы ионизатордың тәсири тоқтағаннан кейин барлық электронлар (бириңи ҳәм екінші ретлик) анодқа (ионластыратуғын бөлекшелер болған электронлар бар кеңисликтиң артқы тәрепиндеғи шегара анодқа қарай жылысады) анодқа жеткенге шекем дауам етеди. Разрядтың өз бетинше жүрий ушын бир бирине қарай қозғалатуғын ионлардың нөсерлериниң болыуы керек. Бул еки белгиге ийе болған тоқты тасыушылардың барлығы да соққы менен ионластыра алатуғын жағдайда жүзеге келеди.

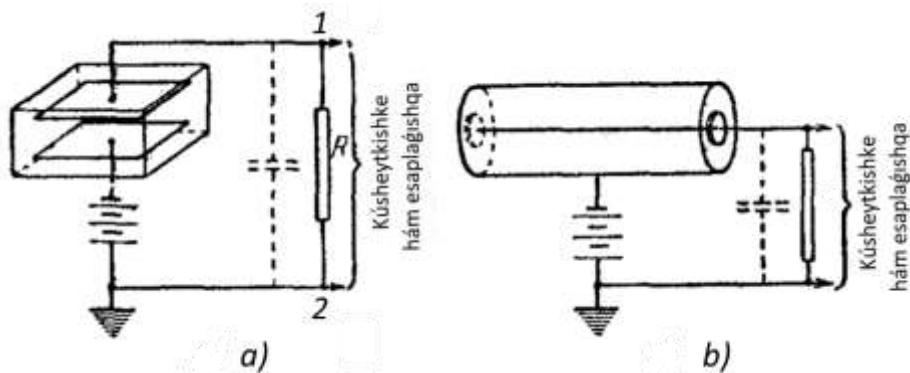
<sup>80</sup> Еркін жүрий жолының узынырақ екенлигине байланыслы электронлар газдин ионларына салыстырғанда ионизациялау қәбилетлигине ертерек ийе болады.

Тоқты тасыўшылардың көбейиўиниң есабынан күшейген өз бетинше болмаған разрядлы тоқлардың сыртқы ионизатор тәрепинен пайда етилетуғын дәслепки ионлардың санына пропорционал болатуғынлығы жүдә әхмийетли. Разрядтың усындағы қәсийети пропорционаллық есаплағышларда пайдаланылады (келеси параграфты қараңыз).

### § 86. Ионизациялық камералар ҳәм есаплағышлар

Ядролық бөлекшелерди табыў ҳәм есаплаў ушын қолланылатуғын ионизациялық камералардың, соның менен бирге рентген ҳәм гамма нурларының интенсивлигін есаплаў ушын арналған приборлардың жумыс ислеўі өз бетинше емес газ разрядын пайдаланыўға тийкарланған.

Ионизациялық камералар менен есаплағышлардың принципиаллық схемалары бирдей (184-сүйрет). Олардың бир бириңен жумыс ислеўиниң тәртиби менен конструкциясының ҳәр қыйлы болатуғынлығы менен айрылады. Есаплағыш (184-сүйрет) көшеринин бойы менен изоляторларға бекитилген жиңишке сым тәризли электрод (анод) орнатылған цилиндр корпустан тұрады. Екинши электрод (катод) хызметин есаплағыштың корпусы атқарады. Гейпара жағдайларда есаплағышты шийшеден исленген қапқа орналастырады. Ионлаұшы бөлекшелерди киргизиў ушын есаплағыштың алдына алюминий фольгасынан ямаса слюдадан терезе соғылады. Базы бир бөлекшелер, сондай-ақ рентген ҳәм гамма нурлары есаплағышқа ямаса ионластырыў камерасына тиккелей олардың дийўаллары арқалы киреди. Ионизациялық камерада (184-а сүйрет) ҳәр қыйлы формадағы электродлар бар болады. Атап айтқанда, олар есаплағышлардағыдай формаға ямаса бир бириңе параллель болған тегис пластинкалар ҳ.т.б. түрде болыўы мүмкін.

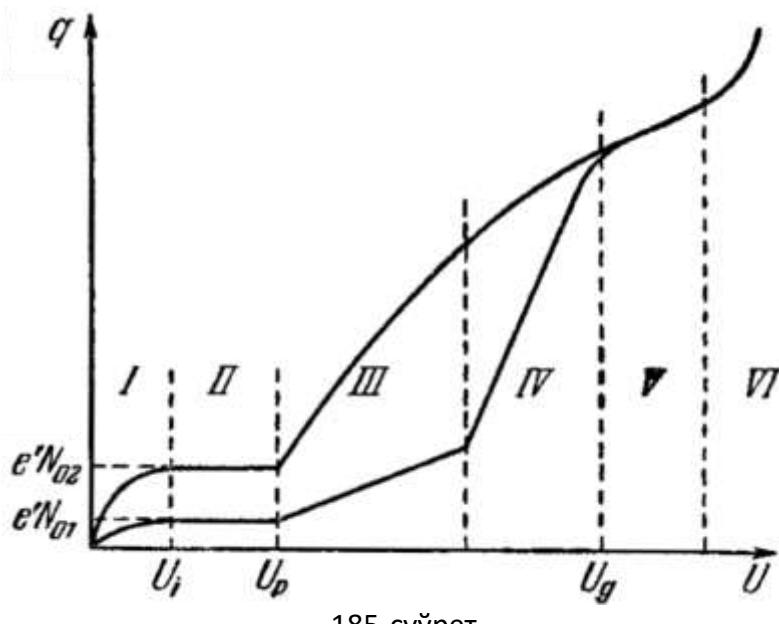


184-сүйрет.

Электродлардың арасындағы кеңисликке зарядланған тез қозғалатуғын бөлекшелер (мысалы,  $\alpha$ - ямаса  $\beta$ - бөлшеклері) ушып кирсін деп болжайық. Олар бириңи ретлик  $N_0$  дана жуп ионларды (электронлар менен оң зарядланған ионлар) пайда етеди. Пайда болған ионлар майдан арқалы электродларға қарай тартылады, соның нәтижесинде  $R$  қарсылығы арқалы биз тоқ импульсы деп есаптайтуғын базы бир  $q$  заряды өтеди. 185-сүйретте шамасы бойынша бир бириңен үш есе үлкен болған ( $N_{02} = 3N_{01}$ ) еки түрли бириңи ретлик  $N_0$  ионлар саны ушын  $q$  тоқ импульсының электродлар арасындағы  $U$  кернеўге ғәрзелиги көлтирилген. Графикте рим цифрлары менен белгиленген алты түрли областты бөлип көрсетиўге болады. I ҳәм II областлар өткен параграфта майда-шүйдемине шекем қарап өтилди. Атап айтқанда, II область тойыныў тоғының областы, яғни ионизатор пайда еткен барлық ионлар рекомбинацияланып үлгермей, электродларға келип жетеди. Бул жағдайда тоқ импулсінин кернеўге байланыслы болмайтуғынлығы тәбiiйий.

Майдан кернеүдин  $U_p$  мәнисинен баслап электронлар молекулалар менен соқылышқанда ионластыра алатуғын мүмкіншиликке ийе болады. Соныңтан электронлар менен ионлардың саны нөсер тәризли болып өседи. Нәтийжеде электронлардың ҳәр қайсысына  $AN_0$  дана ионнан келип түседи.  $A$  шамасы газлик күшетиү коэффициенти деп аталады. III областта бул коэффициент биринши ретлик  $N_0$  ионлар санынан ғәрәзсиз (бирақ кернеүден ғәрәзли). Соныңтан, егер кернеүди тұрақты етеп уласақ, тоқ импульсының шамасы ионизатор пайда еткен биринши ретлик ионлардың санына пропорционал болады.

III область пропорционаллық областы, ал  $U_m$  шамасын пропорционаллық областтың табалдырығы деп атайды. Газлик күшетиү коэффициенти бул областта басында дәслеп 1 дән, акырында  $10^3 \div 10^4$  шамасына шекем үлкейеди (185-сүйрет  $q$  көшери бойынша масштабты сақ сақламай соғылған, тек II ҳәм III областлардағы иймекликлердин ординатасының 1:3 қатнасы ғана сақланған).



185-сүйрет.

Толық емес пропорционаллық деп аталауғын IV областта газлик күшеткиш коэффициенти болған  $A$  шамасының  $N_0$  ге ғәрәзлиги күшетиү, соның салдарынан ҳәр қыйлы муғдардағы биринши ретлик ионлардың пайда ететуғын тоқ импульслеринин шамаларының арасындағы айырма азаяды (тегисленеди).

V областқа сәйкес келетуғын кернеүде (бұны Гейгер областы, ал  $U_d$  кернеүин ұзынлықтарынан табалдырығы деп аталады) процесс өз бетинше разряд сыпатына ийе болады. Биринши ретлик ионлар оның пайда болыўы ушын дәслепки соққыны ғана береди. Бул областта тоқ импульсинин шамасы биринши ретлик ионлардан пүткіллей ғәрәзсиз.

VI областта кернеүдин соншама жоқары болады, пайда болған разряд пайда пайда болып, бүннан кейин ҳеш тоқтамайды. Соныңтан оны ұзлиksiz разряд областы деп атайды.

**Ионизациялық камера.** Ионизациялық камера деп газлик күшеткишсиз, яғни II областқа сәйкес келетуғын кернеүде жұмыс ислейтуғын әсбапқа айтады. Ионизациялық камераның еки типтеги камера айырым бөлекшелердин импульслерин (импульсылық камералар) регистрациялау ушын қолланылады. Камераға ушып келген бөлекше бир неше ионларды пайда етеди. Нәтийжеде  $R$  қарсылығы арқалы  $i$  тоғы журеди. Бул 1 ноқатының потенциалының (184-сүйретті қараңыз) өсип,  $iR$  шамасына тең болыўына

алып келеди (дәслеп бул ноқаттың потенциалы жерге тутастырылған 2 ноқатының потенциалындағы еди). Бул потенциал күшеткишке жетип келеди ҳәм оның шамасы күшеткеннен соң есаплау дүзилисін иске қосады. Ишки электродқа келип түскен барлық зарядлар  $R$  қарсылығы арқалы өткеннен кейин тоқ тоқтайды ҳәм 1 ноқатының потенциалы қайтадан нолге тең болады. Камераның жұмысының характеристири бир бөлекше пайда еткен импульстің үақыт бойынша қанша даўам ететуғынлығына байланыслы

Импульстің үақыт бойынша қанша даўам ететуғынлығының неге байланыслы екенлигин анықлау ушын конденсатор  $C$  ҳәм қарсылық  $R$  дән туратуғын шынжырды қарайық (186-сүйрет). Егер конденсатордың астарларына  $q_0$  шамасындағы белгилери ҳәр қайылы болған зарядларды берсек, онда  $R$  қарсылығы арқалы тоқ жүреди ҳәм соған сәйкес конденсатордың астарларындағы  $q$  зарядының шамасы азаяды. Қарсылыққа түскен кернеудің бир заматлық мәниси  $U = q/C$  шамасына тең. Демек, тоқтың күши ушын

$$i = \frac{U}{R} = \frac{q}{RC} \quad (86.1)$$

аңлатпасы орынлы болады. Астарлардағы  $-dq$  зарядының азайыұы  $i dt$  шамасына тең. Солай етип, (86.1)-теңлемедеги  $i$  ди  $\frac{dq}{dt}$  да алмастырыуға болады. Нәтийжеде мынадай дифференциаллық теңлеме келип шығады:

$$-\frac{dq}{dt} = \frac{q}{RC}.$$

Өзгермели шамаларды ажыратып, мынаны аламыз:

$$\frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} dt.$$

(86.1)-аңлатпаға сәйкес,  $\frac{dq}{q} = \frac{di}{i}$ . Соңықтан былайынша жазыуға болады;

$$\frac{di}{i} = -\frac{1}{RC} dt.$$

Бул теңликті интеграллап, мынадай аңлатпаны аламыз:

$$\ln i = -\frac{1}{RC} t + \ln i_0. \quad (86.2)$$

Бул аңлатпада  $\ln i_0$  арқалы интеграллау тұрақтысы белгиленген.

Ең ақырында (86.2)-аңлатпаны потенциаллап, мынаны аламыз:

$$i = i_0 e^{-\frac{t}{RC}}. \quad (86.3)$$

$t = 0$  теңлиги орынланғанда  $i = i_0$ . Солай етип,  $i_0$  шамасы тоқ күшинин дәслепки мәнисин береди екен.

(86.3)-теңликтен

$$\tau = RC \quad (86.4)$$

Үақыт ишинде тоқтың күшинин  $e$  есе кемейтуғынлығы келип шығады. Усыған сәйкес (86.4) шамасын шынжырдың үақыт тұрақтысы деп атайды. Бул шама қаншама үлкен болса, шынжырдағы тоқтың шамасы соншама астелик пенен азаяды.

Ионизация камерасының (184-а сүйрет) схемасы 186-сүйретте көлтирилген схемаға үқсас.  $C$  ның хызметин сүйретте пункттир менен көрсетилген электродлардың арасындағы сыйымлық атқарады. Қарсылық  $R$  дин мәниси қаншама үлкен болса, тоқтың берилген мәнисиндеги 1 ноқаттағы кернеудің мәниси соншама күшли көтериледи, яғни импульсты бақлау қолайлы болады. Соңықтан  $R$  қарсылығының шамасын мүмкін болғанынша үлкен етип алғыуға тырысады. Соның менен бир қатарда, камераның биринен соң бири тез келип түсетуғын бөлекшелердин пайда еткен тоқ импульсларын бөлек-бөлек регистрациялауы ушын үақыттық тұрақтының мәнисиниң үлкен болмауы керек. Соңықтан импульстық камералар ушын  $R$  шамасын таңлап алғыда компромиске келий

көрек болады. Әдетте  $R$  ди  $10^8$  ом шамасында алады. Бундай жағдайда  $C = 10^{-11} \phi$  болған жағдайда үақыт турақтысы  $10^{-3}$  сек шамасына тең болады.

Ионлаұ камерасының басқа типине интеграллық камералар киреди. Олар ушын  $R \approx 10^{15}$  ом шамасындағы қарсылық алынады.  $C = 10^{-11} \phi$  болған жағдайда үақыт турақтысы  $10^4$  сек шамасына тең. Бул жағдайда айырым ионлаұшы бөлекшелер пайда ететуғын тоқ импульслары тутасып, қарсылық арқалы турақты тоқ түринде өтеди. Оның шамасы бир бирлик үақыт ишинде камерада пайда болатуғын ионлардың қосынды зарядларын тәрийиплейди.

Солай етип, еки типтеги ионизация камералары бир бириңен  $RC$  үақыт турақтысының шамасы бойынша ажыралады екен.

**Пропорционаллық есаплағышлар.** Егер электродлардың арасына түсетуғын кернеў (185-сүйрет) III областқа сәйкес келетуғын болса, онда айырым бөлекшелер пайда ететуғын импульслер әдеүір күшетилген болады ( $10^3 \div 10^4$  есе). Усындағай режим менен жумыс истейтуғын әсбапты пропорционаллық есаплағыш деп атайды. Есаплағыштың ишки электроды диаметри миллиметрдин жүзден бириңдей болған сымнан соғылады. Бул электрод анодтың хызметин атқарады. Электродлардың аралығындағы кернеў  $\frac{1}{r}$  нызамы бойынша өзгереди [(8.8)-формулаға қараңыз] ҳәм сонлықтан сымның қасында ол өзиниң ең үлкен мәнисине жетеди. Электродлардың арасындағы кернеў жеткилики дәрежеде үлкен болғанда сымның дөгерегинде пайда болған электронлар майданың тәсириңен молекулаларды соқырысыўдың нәтийжесинде ионластыра алатуғындағы энергияны алады. Нәтийжеде ионлардың "көбейиўі" процесси жүреди. Усы көбейиў жүзеге келетуғын шектеги көлемниң шамасы кернеўдин өсиўи менен үлкейеди. Усыған сәйкес газдлик күшетиў коэффициенти де өседи.

Бириңи ретлик ионлардың саны импульсты пайда ететуғын бөлекшелердин тәбияты менен энергиясына байланыслы. Сонлықтан, пропорционаллық счетчиктен шығатуғын орындағы импульслердин шамасына қарап, тәбияты ҳәр қайлы болған бөлекшелерди бир бириңен ажыратыўға, сондай-ақ тәбияты бирдей болған бөлекшелерди олардың энергиясы бойынша сортлаўға болады.

Пропорционаллық счетчиклер нейтронларды да регистрациялай алады. Бул жағдайда есаплағыш газ тәризли үш фторлы бор менен ( $BF_3$ ) толтырылады. Нейтронлар массалық саны 10 болған ( $B^{10}$ ) бор изотопы менен ядролық реакцияға кирисади. Нәтийжеде бириңи ретлик ионизация пайда ететуғын  $\alpha$  бөлекшелери пайда болады.

**Гейгер-Мюллер есаплағышы.** Есаплағышты Гейгер областында жумыс ислеўге мәжбүрлеп (185-сүйреттеги V область), импульсты оннан да күшетиўге болады екен ( $10^8$  есеге шекем). Бундай режимде жумыс ислеўтуғын есаплағышты Гейгер-Мюллер есаплагышы (қысқаша Гейгер есаплағышы) деп атайды. Жоқарыда атап өтилгендей, бул областтағы разряд өз бетинше жүзеге келетуғын разрядқа өтеди. Ионлаұшы бөлекшелер пайда еткен бириңи ретлик ионлар тек разрядты "өткереди". Сонлықтан, импульстин шамасы дәслепки ионласыўға байланыслы емес. Ҳәр бир бөлекshedен бир бириңен ажыралып туратуғын импульсти алыў үшын пайда болған разрядты тез үзиў (өшириў) көрек. Буны сыртқы қарсылық арқалы (өзинен өзи өшпейтуғын есаплағышларда) ямаса есаплағыштың өзиндеги пайда болатуғын процеслер арқалы орынланады. Соңғы жағдайда өзлигинен сөнетуғын есаплағышлар деп аталады.

Разрядтың сыртқы қарсылық арқалы сөндирiliйи разряд тоғы өткенде усы қарсылыққа кернеўдин түсүйинин жүдә үлкен шамада болатуғынлығы менен түсндириледи. Нәтийжеде түсирилген кернеўдин бир бөлиги ғана электродлардың арасына түседи ҳәм кернеўдин усы бөлеги разрядты сақлап тұра алмайды.

Өзлигинен сөнетуғын есаплағышлардағы разрядтың тоқтауы мынадай себеплерге байланыслы. Электронлардың қозғалғышлығы оң зарядланған ионлардың қозғалғышлығына салыстырғанда жүдә үлкен болады (шама менен 1000 есе). Сонлықтан электронлар сымға жететуғын ўақыттың ишинде ионлар орынларынан қозғалып та үлгермейди. Бул ионлар өткізгіш сымның дәгерегиндеги майданды ҳәлсиретуғын оң кеңисликкілік зарядты пайда етеди ҳәм сонлықтан разряд тоқтайды. Бул жағдайда разрядтың сөниүине қосымша процеслер қарсылық етеди (биз оны ҳәзир қарамаймыз). Бул қарсылықты пайда етпеү ушын есаплағышты толтырып туратуғын газге (әдетте аргонға) көп атомлы органикалық газдин араласпасы қосылады (мысалы, спирттің пуұы). Бундай есаплағыш биринен соң бири ҳәр бир  $10^{-4}$  сек ўақыт аралығында келетуғын бөлекшелердин импульсларын айыра алады.

### § 87. Өз бетинше разрядтағы тоқ тасыўшылардың пайда болыўына алып келетуғын процеслер

Тоқты тасыўшылар болған электронлар менен ионлар өз бетинше разрядта ҳәр қыйлы процеслердин есабынан пайда болыўы мумкин. Биз разрядтың айырым түрлерин тәрийиплеўге кириспестен бурын олардың айырымларын қараймыз.

**Электронлардың молекулалар менен соқлығысы.** Электронлардың (сондай-ақ ионлардың) молекулалар менен соқлығысы үшін серпимли ҳәм серпимли емес болыўы мүмкін. Молекулалар, атомлар сыйқылды, дискрет энергиялық ҳалларда болады. Энергиясы ең киши болған ҳалды тийкарғы ҳал деп атайды. Молекуланы тийкарғы ҳалдан қозған ҳалға өткериў ушын  $W_1$ ,  $W_2$  тағы басқа энергиялардың белгили бир мәнислери керек. Молекулаға әдеўир үлкен болған  $W_i$  энергиясын берип, оны ионластырыўға болады.

Қозған ҳалға өткен молекула бундай ҳалда тек  $10^{-8}$  сек ғана болып, оннан соң артық энергиясын жақтылықтың квантты болған фотон түрінде бөлип шығарып, қайтадан тийкарғы ҳалға келеди. Метастабиллік деп аталатуғын қандай да бир ҳалда молекула әдеўир үзағырақ, шама менен  $10^{-3}$  сек ўақыт жасайды.

Бөлекшелердин соқлығысы үшін жақтылығында энергия менен импульстің сақланыў нызамлары орынланады. Сонлықтан соқлығысы үшін процессинде энергияның берилиүине белгили бир шек қойылады, яғни соқлығысқан бөлекшеге энергиясының бәрін екінши бөлекшеге бере алмайды.

Егер соқлығысы үшін процессинде молекулаға оның қозыўына жетерліктей энергия берилмесе, онда бөлекшелердин кинетикалық энергияларының қосындысы өзгеріссиз қалады да, соқлығысы үшін серпимли болады. Массасы  $m_1$ , тезлигі  $v_{10}$  болған бөлекшеге массасы  $m_2$  болған тыныш түрған бөлекшеге соқлығысатуғын болсын ( $v_{20} = 0$ ). Орайлық соқлығысы үшін шарттардың орынланыўы керек:

$$\frac{m_1 v_{10}^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2},$$

$$m_1 v_{10} = m_1 v_1 + m_2 v_2.$$

Бул теңліклерде  $v_1$  ҳәм  $v_2$  арқалы бөлекшелердин соқлығысы үшін кейинги тезликлери белгиленген.

Бул теңлемелер системасын  $v_1$  ҳәм  $v_2$  белгисизлерине қарата (I томдағы 30-параграфты қараңыз), шешип, мынаны аламыз:

$$v_2 = \frac{2 v_{10} v_1}{m_1 + m_2}.$$

Солай етип, серпимли соқлығысы үшін екінши бөлекшеге берилетуғын энергия ушын мынадай теңлик алынады:

$$\Delta W_{\text{серп}} = \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_{10}^2}{2} \cdot \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

Егер  $m_1 \ll m_2$  теңсизлиги орынланатуғын болса, бул теңлікти жүйе қолап, былай жазыўға болады:

$$\Delta W_{\text{серп}} = \frac{m_1 v_{10}^2}{2} \cdot \frac{4m_1}{2} = W_{10} \frac{4m_1}{m_2}. \quad (87.1)$$

Бул теңліктегі  $W_{10}$  арқалы соқлығысқан бөлекшениң соқлығысы ўға шекемги энергиясы.

(87.1)-формуладан жеңил бөлекшениң (электронның) аўыр бөлекшеге (молекулаға) соқлығысқанда оған өзиниң энергиясының тек киши бөлегин беретуғынлығын көремиз ( $\frac{m_1}{m_2} \ll 1$ ). Жеңил бөлекше дийүлға урылған топ сыйқылар аўыр бөлекшеден тезлігинин шамасын өзгерпестен қайта "секиреди". Сәйкес есаплаўлардың көрсетиўи бойынша орайлық емес соқлығысы ўда берилетуғын энергияның үлеси оннан да киши болады.

Керип урылатуғын бөлекшениң (электрон ямаса ион) энергиясы жеткилиken болғанда молекула қозады ямаса ионласады. Бундай жағдайда бөлекшелердин кинетикалық энергияларының қосындысы сақланбайды - энергияның бир бөлигі қоздырыуға ямаса ионластырыуға жумсалады, яғни соқлығысатуғын бөлекшелердин ишкі энергиясын үлкейтиў ушын жумсалады. Бундай соқлығысы ўларды бириңиши әүлад серпимли емес соқлығысы ўлар деп атайды.

Қозған ҳалда түрған молекула екинши бир бөлекше менен (электрон, ион ямаса нейтраль молекула менен) соқлығысқанда өзиниң артық энергиясын шығармастан, оны электронға берип, тийкарғы ҳалға өтийи мүмкін. Бундай жағдайда бөлекшелердин соқлығысқаннан кейинги кинетикалық энергияларының қосындысы соқлығысы ўға шекемги энергиядан артық болады. Бундай соқлығысы ўларды екинши әүлад серпимли емес соқлығысы ўлар деп атайды. Молекуланың метастабилли ҳалдан тийкарғы ҳалға өтийи усы екинши әүлад соқлығысы ўның есабынан болады.

Бириңиши әүлад серпимли емес соқлығысы ўдағы энергия менен импульстиң сақланыў нызамларының аңлатпалары былайынша жазылады:

$$\left. \begin{aligned} \frac{m_1 v_{10}^2}{2} &= \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \Delta W_{i\text{ш}}, \\ m_1 v_{10} &= m_1 v_1 + m_2 v_2, \end{aligned} \right\} \quad (87.2)$$

Бул теңліктегі  $\Delta W_{i\text{ш}}$  арқалы молекуланың қозыў ҳалына өтийине сәйкес ишкі энергиясының өсиўи.

(87.2) теңлемеден  $v_1$  ди қысқартып, мынаны аламыз:

$$\Delta W_{i\text{ш}} = m_2 v_{10} v_2 - \frac{m_1 + m_2}{m_1} \frac{m_2 v_2^2}{2}. \quad (87.3)$$

Соқлығысатуғын бөлекшелердин тезліклери бирдей болғанда ( $v_{10}$ ) молекуланың ишкі энергиясының өсими  $\Delta W_{i\text{ш}}$  сол молекуланың соқлығысқаннан кейинги тезлігі  $v_2$  дең ғәрэзли.  $\Delta W_{i\text{ш}}$  шамасының мүмкін болған ең үлкен мәнисин табыу ушын (87.3)-функцияны  $v_2$  бойынша дифференциаллаймыз ҳәм алынған теңлікти нолге теңlestireмиз:

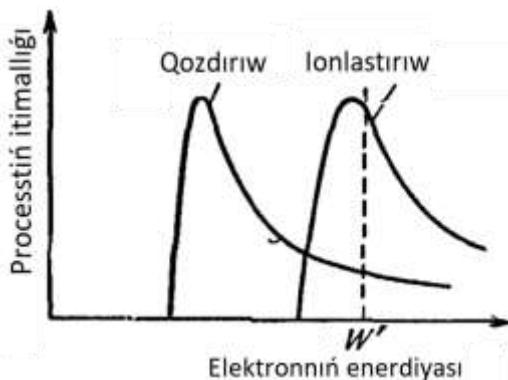
$$\frac{d(\Delta W_{i\text{ш}})}{dv_2} = m_2 v_{10} - \frac{m_1 + m_2}{m_1} m_2 v_2 = 0.$$

Бүннан  $v_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{10}$  теңлігине ийе боламыз.  $v_2$  ниң табылған мәнисин (87.3)-формулаға қойып, мынаны табамыз:

$$\Delta W_{i\text{ш max}} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 v_{10}^2}{2} \quad (87.4)$$

Егер келип урылатуғын (соқлығысатуғын) бөлекше соқлығысатуғын бөлекшетен әдеүир жеңіл болса ( $\frac{m_1}{m_2} \ll 1$ ), онда (87.4)-теңдиктеги  $\frac{m_1 v_{10}^2}{2}$  көбейткисинің мәниси бирге жақын болады. Солай етип, жеңіл бөлекшениң (электронның) аүйр бөлекшеге (молекулаға) урылығында келип урылышы бөлекшениң барлық энергиясы молекуланың қозығына ҳәм ионласығына жумсалады екен<sup>81</sup>.

Бирақ, келип соқлығысатуғын бөлекшениң (электронның) энергиясы жеткилиki дәрежеде үлкен болған жағдайларда да соқлығысы ў процессинің қозыға ямаса ионласыға алып келийи шәрт емес. Бул еки процестің жүзеге келийиниң электронның тезлигине, яғни энергиясына ғәрзели болған итималлышы бар. 187-сүйретте усы итималлыштың өзгериүинің барысы көрсетилген. Электрон қаншама үлкен тезлик пенен ушса, оның молекуланың қасынан ушып баратырғанда оның менен аз үақыт аралығында тәсирлеседи. Сонықтан еки итималлыш та максимумына тез жетеди ҳәм оннан кейин киширийеди. Сүйреттен көринип турғанында, мысалы,  $W'$  энергиясыны ииे электронның молекуланы қоздырығына салыстырғанда оны ионластырығының итималлышының жоқары болатуғынлығын көремиз.



187-сүйрет.

**Екинши электронлық эмиссия.** Екинши электронлық эмиссия деп электронлар ямаса ионлар менен бомбалаудың салдарынан қатты ямаса сүйық заттың бетинен электронлардың бөлиніп шығыў процессине айтады. Екинши ретлик электронлардың санының ( $N_2$ ) эмиссияны пайда етиўши бөлекшелердин санына ( $N_1$ ) қатнасы екинши ретлик эмиссия коэффициенті деп аталады:

$$\delta = \frac{N_2}{N_1} \quad (87.5)$$

Екинши ретлик эмиссия коэффициенті беттиң ҳәм оны бомабалайтуғын бөлекшелердин тәбиятынан, сондай-ақ усы бөлекшелердин энергиясынан ғәрзели. Екинши ретлик электронлардың тезлиги онша үлкен емес ҳәм тезликтин мәниси дәслепки бөлекшелердин энергиясына байланыслы болмайды.

Металдың бетин электронлар менен бомбалағанда екинши ретлик эмиссия коэффициентинің шамасы бириңи ретлик электронлардың энергиясы бир неше жүз (хәр қайлы металлар ушын 200 дең 800 эВ шамасына шекем) электронвольт болғанда максимумға жетеди.  $\delta_{max}$  коэффициентинің ең үлкен мәниси 0,5 дең (бериллий ушын) 1,8 ге (платина ушын) шекемги шеклерде болады. Ярым өткізгішлер ушын  $\delta_{max}$  шамасының мәниси әдеүир үлкен (10 ның әтирапында). Солай етип, сәйкес түрде таңлап алынған беттен шығатуғын екинши ретлик электронлық эмиссиясын дәстедеги электронлардың

<sup>81</sup> Ионизация орын алған жағдайда (87.2)-теңлеме қурамаласады. Себеби соқлығысынан кейин еки емес, ал үш бөлекше болады. Сондай болса да электронның барлық энергиясын ионластырыу ушын жумсалады деген жуўмақ өзиниң күшин сақтайты.

санын "көбейтиү" ушын пайдаланыўға болады. Ең бириňши рет А.А.Кубецкий ұсынған электронлық көбейткішлерде избе-из жайласқан ҳәр бир электродтан шыққан екинши ретлик электронлардың электр майданы тәрепинен тезлетилип, келеси электродты бомбалайды. Бундай әсбаплардың жәрдеминде дәстедеги электронлардың саны 100 есе көбейеди.

**Автоэлектронлық эмиссия.** Егер металдың бетине жақын орынларда жүдә үлкен кернеўлукке ийе болған ( $\sim 10^6$  в/см) электр майданын пайда етсек, онда автоэлектронлық (яmasа салқын) эмиссия деп аталауғын құбылыстың, яғни беттен электронлардың ажыралып шығыўы бақланады. Бул құбылысты гейде электр майданы тәрепинен электронларды жулып алыў құбылысы деп те атайды. Автоэлектронлық эмиссия квантлық теорияның тийкарында түсіндіриледи. Күшли майданың болыуының себебинен металдың бетинен электронлардың шығыўына қарсылық түсетуғын потенциаллық барьердин өзгериси 188-сүйретте көрсетилгендей түрде сәўлелендіриледи. Квантлық механикаға сәйкес, элементар бөлекшениң энергиясы барьердин бийиклигинен киши болған жағдайда да оның сол потенциаллық барьер арқалы өтийиниң итималлығы нолге тең болмайды. Бөлекше барьерден туннель арқалы өткен сыйқы болып көринеди. Сонлықтан бул құбылысты туннеллик эффект деп атайды. Туннеллик эффекттин итималлығы барьердин кеңлигинин киширейиўи менен өседи. Сонлықтан автоэлектронлық эмиссия тек жүдә күшли майданларда ғана бақланады.

188-сүйрет.



**Фотоионластырыў.** Электромагнитлик нурланыў ("жақтылық") фотонлар деп аталауғын элементар бөлекшелерден туралды. Фотонның энергиясы  $h\nu$  шамасына тең, бул теңліктери  $h$ - Планк тұрақтысы,  $\nu$ -жийилик. Фотонды молекуланың жутыўы мүмкін (306-беттеги силтемени қараңыз) ҳәм ұсындағы процесстің салдарынан оның энергиясы қоздырыў ямаса ионластырыў ушын жумсалады. Ұсындағы жағдайдағы молекуланың ионласыўын фотоионласыў деп атайды. Ультрафиолет нурлар тиккелей (туұры) фотоионласыўды жүзеге келтире алады. Көзге көринетуғын нурлар (киши жийиликке ийе болатуғын) басқышлы фотоионизация деп аталауғын процессті жүзеге келтире алады. Көзге көринетуғын жақтылық фотонларының энергиясы молекулалардан электронды жулып алыў ушын жеткиликсиз. Бирақ, оның энергиясы молекуланы қозған ҳалларының бирине көшириўге жетеди. Қозған ҳалда турған молекуланы ионластырыў ушын керек болатуғын энергия тийкарғы ҳалда турған молекуланы ионластырыў ушын керек болған энергиядан киши. Сонлықтан фотон тәрепинен қозған молекуланың ионласыўы сол молекуланың басқа молекула менен соқылышысының салдарынан әмелге асыўы мүмкін.

Газ разряды үақтында фотоионизацияны пайда ете алатуғын қысқа толқынлы жақтылық нурларының пайда болыуы мүмкін. Жүдә тез қозғалатуғын электронлар соқылышынан үақытта молекуланы тек ионға айландырып қоймай, пайда болған сол ионды қоздырыуы да мүмкін. Ионның тийкарғы ҳалға қайта өтийи нейтраль молекуланың нур шығарғанына салыстырғанда қысқа толқынлы (яғни, жийилиги үлкен) нурды шығарыўы

менен жүрди. Усындағы нурланыўдың фотонының энергиясы тикелей фотоионластырыў ушын жеткиликли.

Айтылып өтилген процеслерден басқа, өз бетинше жүретуғын газ разрядының базы бир түрлеринде 75-параграфта қаралған термоэлектронлық эмиссия қубылысы үлкен орынды ийелейди. Сондай-ақ, металдың ямаса ярым өткізгіштиң бетин толқын узынлығы жеткиликли дәрежеде киши болған жақтылық пенен жақтыландырғанда олардың бетинен электронлардың ушып шығыўынан ибарат болған фотоэлектронлық эмиссия (ямаса сыртқы фотоэффект) қубылысы да әхмийетли физикалық қубылыс болып табылады. Бирақ, биз өз бетинше разрядтың ҳәр қылыш түрлери ушын фотоэлектронлық эмиссия қубылысының атқаратын ролин қарамаймыз.

### § 88. Газ разрядлы плазма

Өз бетинше жүзеге келетуғын разрядтың базы бир түрлеринде газдың ионласыў дәрежеси жұдә жоқары болады. Құшли ионласқан ҳалдағы ҳәр бир бирлик элементар көлеминдеги электронлар менен ионлардың зарядларының қосындысы нолге тең (ямаса жақын) болған газ плазма деп аталады<sup>82</sup>.

Плазма заттың айрықша ҳалы болып табылады. Температуrasesы онлаған миллион градус болған Құяш ҳәм басқа жулдызлардың терең қабатларындағы заттар усындағы ҳалға түседи. Аса жоқары температураның пайда болған плазма жоқары температуралық (ямаса изотермалық) плазма деп аталады. Газ разрядының салдарынан пайда болатуғын плазманы газ разрядлы плазма деп атайды.

Плазманың стационар ҳалда болыўы ушын рекомбинацияның нәтийжесинде кемейетуғын ионлардың санын толықтырып туратуғын процестин жүрийи шәрт. Жоқарғы температуралық плазмада ионласыў жылдылық қозғалысларының, ал газ разрядлы плазмада электр майданында тезлениў алған электронлардың соқлығысыўының салдарынан ионласыўдың есабынан жүреди. Плазманың және бир түри ионосферада (атмосфераның қабатларының бири) бар. Бул жағдайда молекулалардың жоқары дәрежеде ионласыўы (~1%) Құяштан шыққан қысқа толқынлы нурлардың тәсириндеги ионласыўдың салдарынан жүзеге келеди.

Газ разрядлы плазмада электронлар еки қозғалысқа қатнасады: бириңиси, орташа тезлиги базы бир  $\bar{v}$  шамасына тең болған тәртипсиз хаослы қозғалыс, екіншиси  $E$  ге қарама-қарсы бағыттағы орташа мәниси  $\bar{f}$  тең тәртиплескен қозғалыс ( $\bar{v}$   $f$  салыстырғанда әдеўир киши). Плазма болған жағдайда шәрт мынадан ибарат: электр майданы электронлардың тәртиплескен қозғалысын пайда етеп ғана қоймай, олардың хаослық қозғалысындағы  $\bar{v}$  орташа тезликті де үлкейтеди.

Мейли, газде майданды қосқан ўақытта орташа тезлиги газдин  $T_g$  температурасына сәйкес келетуғын бир қанша электронлар бар болсын деп болжайық  $\left(\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2}kT_g\right)$ . Электронның газ молекулалары менен еки соқлығысыўының аралығында орташа шама менен  $\lambda$  жолын өтеди (189-сүйрет, электронның траекториясы  $-eE$  күшиниң тәсиринде азмаз қыйсайғын). Бул жағдайда майдан электронның үстинде мынадай жұмысты ислейди:

$$A = eEl_f, \quad (88.1)$$

---

<sup>82</sup> Плазманы сыртқы электр майданы әсеринен бөлекшелердин бағытланған қозғалысына қарағанда ҳаостық қозғалысы басым жұдә күشتі ионланған квазы нейтрал (яғни пүтиндей нейтрал) орта сыпатында анықлады.

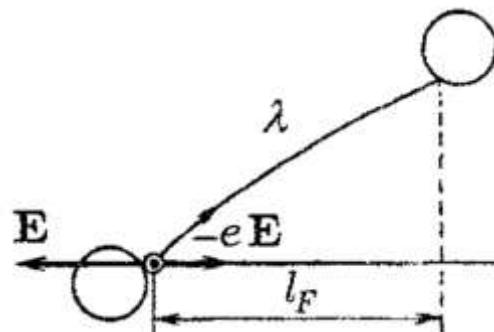
Бул теңликтеке  $l_f$  арқалы электронның орын алмастырыуының күштин бағытына түсірилген проекциясы белгиленген.

Молекулалар менен соқлығысыұдың салдарынан электронлардың қозғалыс бағыты барлық үақытта тосыннан өзгериске ушырайды. Соныңтан (88.1)-жумыс траекторияның айырым бөлімлери ушын шамасы бойынша да, белгиси бойынша да ҳәр қылыш болады. Бир участкада майдан электронның энергиясын үлкейтсе, екиншисинде кемейтеди. Егер электронлардың тәртиплескен қозғалысы жоқ болса, онда орташа шама болған  $l_f$ , соған сәйкес (88.1)-жумыс та нолге тең болған болар еди. Бирақ, тәртиплескен қозғалыстың болыўы  $A$  жумысының орташа мәнисинң нолден өзгеше болыўына, соның менен бирге оң мәниске ииे болыўына алып келеди. Ол мынаған тең:

$$\bar{A} = eE\bar{u}t = eE\bar{u}\frac{\lambda}{\bar{u}}. \quad (88.2)$$

Бул аңлатпада т арқалы электронның еркін жүрий жолының орташа мәнисинде қанша үақыт қозғалатуғынлығына сәйкес келетуғын шама белгиленген ( $\bar{u} \ll \bar{v}$ ).

189-сүйрет.



Демек, майдан орташа электронның энергиясын үлкейтеди. Электронның молекула менен соқлығысып, өзиниң энергиясының бир бөлегин оған беретуғынлығы ҳақыйқат. Бирақ, өткен параграфта көрсетилип өтилгениндей, серпимли соқлығысыұда берилген энергияның шамасы δ жүдә киши ҳәм орта есап пенен  $\delta = 2m/M$  шамасына тең. Бул теңликтеке  $m$  - электронның, ал  $M$  - молекуланың массасы.

Жүдә сийреклетилген газде ( $\lambda$  басымға кери пропорционал) ҳәм майданнаның кернеўлиги  $E$  жеткиликли дәрежеде үлкен болғанда (88.2)-жумыс ҳәр бир соқлығысыұ процессинде орта есап пенен молекулаға берилетуғын  $\delta \frac{mv^2}{2}$  энергиядан артық болыўы мүмкін. Соныңтан электронның хаослық қозғалысының энергиясы өседи. Ақыр-аяғында оның мәниси молекуланы қоздыра алатуғын ямаса ионластыра алатуғын мәниске жетеди. Усы моменттен баслап соқлығысыұлардың бир бөлими серпимли болыўдан қалады ҳәм үлкен энергияның жоғалыўы менен жүреди. Соныңтан берилетуғын энергияның орташа үлеси δ артады.

Солай етип, электронлар ионластырыў ушын керек болған энергияны еркін жүрий жолында емес, ал бир қатар еркін жүрий жолларында топлайды. Ионласыў көп сандағы электронлар менен оң ионлардың пайда болыўына алып келеди. Нәтийжеде плазма пайда болады.

Плазмадағы электронның мынадай шәрт бойынша анықланады: бир еркін жүрий аралығында майданнаның электронның үстинен ислейтуғын жумысының орташа шамасы электронның молекула менен соқлығысыұында оған беретуғын энергиясының орташа тең болыўы керек:

$$eE\bar{u}\frac{\lambda}{\bar{u}} = \delta \frac{mv^2}{2}$$

(бул қатнастағы δ тезлик ұ ның қурамалы функциясы).

Тәжирийбелер газ разрядлы плазмадағы электронлар ушын тезлик бойынша Максвеллик тарқалыўдың орын алатуғының көрсетеди. Электронлардың молекулалар менен әззи тәсирлестуғының салдарынан (серпимли соқлығысында δ ның мәниси жүдә киши, ал серпимли емес соқлығысында салыстырмалы саны жүдә киши) электронлардың хаослық қозғалысының орташа тезлиги газдың  $T_g$  температурасына сәйкес келетуғын тезліктен көп есе үлкен болады.

Егер электронның температурасы ушын  $T_e$  белгисин енгизип ҳәм оны

$$\frac{m\bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2} kT_e$$

қатнасының жәрдемінде анықласақ, онда  $T_e$  ның мәниси бир неше онлаған мың градус болады.  $T_g$  ҳәм  $T_e$  температураларының арасындағы айырма газ разрядлы плазмада электронлар менен молекулалардың арасында термодинамикалық тең салмаклықтың жоқ екенligin дәлеллейді<sup>83</sup>.

Плазмадағы тоқты тасыўшылардың концентрациясы жүдә жоқары. Соныңтан плазманың жүдә жақсы электр өткізгішликке ие болады. Жоқарыда айтылғандай, электронлардың қозғалғышлығы ионлардың қозғалғышлығына салыстырғанда үш еседей үлкен. Соның салдарынан плазмада тоқты тийкарыйдан электронлар тасыйды.

### § 89. Пысқыўшы разряд

Газдин басымына, электродлардың конфигурациясына ҳәм сыртқы шынжырдың параметрлерине байланыслы өз бетинше жүзеге келетуғын разряд ҳәр қайлы формаларға ие бола алады. Разряд пенен биргеликте қосылып жүретуғын физикалық қубылыслар жүдә қурамалы. Биз базы бир деталларына итибар бермей, биз өз бетинше жүзеге келетуғын разрядтың тийкарғы түрлерин қараймыз.

Пысқыўшы разряд тәменги басымларда пайда болады. Оны ұзынлығы 0,5 м ҳәм еки ушына тегис металл электродлар дәнекерленип жабысырылған шийше найдың ишинде бақлауға болады (190-сүйрет).

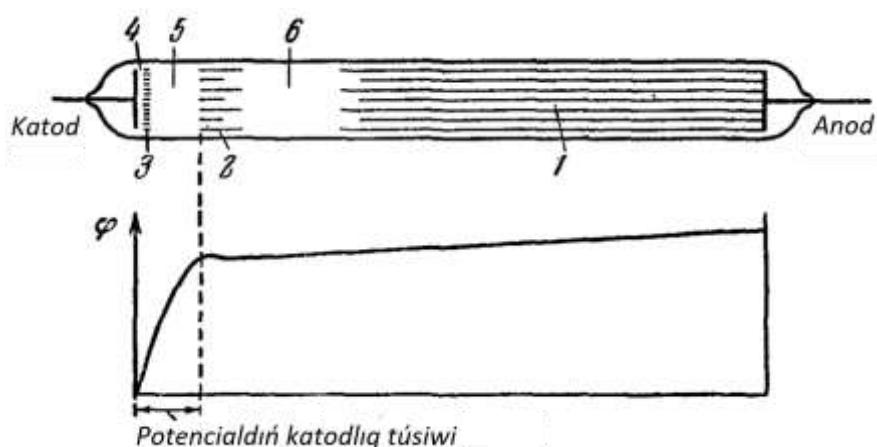
Электродларға 1000 в кернеў түсириледи. Атмосфералық басымда най арқалы тоқ өтпейди. Егер найдағы басымды тәменлетсек, онда шама менен 40 мм сынап бағанасының басымындай басымда анодты катод пенен тутастыратуғын ийрек-ийрек жиңишке жип тәризли разряд пайда болады. Басымды тәменлеткен сайын жип жуўаный береди ҳәм басымның шамасы шама менен 5 мм сынап бағанасының тең болғнада найды толық толтырып турататуғын пысқыўшы разряд жүзеге келеди. Оның тийкарғы бөлімлери 190-сүйретте көрсетилген. Қатодқа жақын орынларда катодлық жақтылық шығаратуғын пленка (3) деп аталатуғын жақтылық шығарып турған қатлам пайда болады. Катод пенен шығарып турған пленканың астон қараңғы кеңислиги (4) жайласады. Жақтылық шығарып турған пленканың екинши тәрепинде оған қарағанда әдеўир гүңгірт болған қатлам пайда болады ҳәм оны крукслық қараңғы кеңислигі (5) деп атайды. Бул қабат пысқыў менен жақтылық шығарыў областына өтеди. Жоқарыда аталып өтилген қабатлардың барлығы пысқыўшы разрядтың катодлық бөлімн қурайды.

Пысқыў менен жақтылық шығарыў областы менен фарадейдин қараңғы кеңислиги (6) шегараласады. Олардың арасындағы шегара жайылған. Ал трубканың қалған бөлими жақтылық шығарып турған газ бенен толған: оның бағана (1) деп атайды. Басым тәменлегендеге разрядтың катодлық бөлигі менен Фарадейдин қараңғы кеңислиги

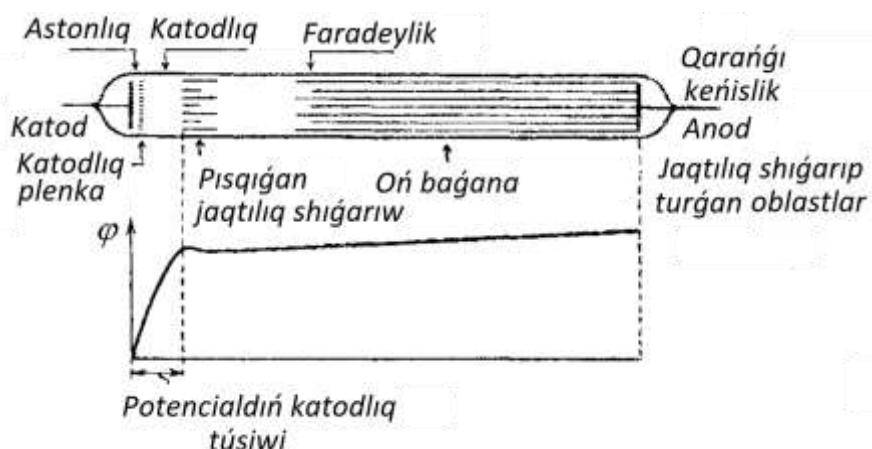
<sup>83</sup> Жоқары температуралы плазмада молекулалардың, электронлардың ҳәм ионлардың орташа энергиясы бирдей. Бул оның изотермалық деп басқаша аталыўы менен түсіндіриледи.

кеңеиеди, ал оң бағана қысқарады. 1 мм сын. бағ. шамасындағы басымда оң бағана страт деп аталатуғын бир бири менен гезеклесетуғын қараңғы ҳәм жақтылы майсқан қатламларға бөлинеди.

Зондлардың жәрдеминде орынланған (трубканың бойы менен ҳәр қандай ноқатларға дәнекерленген жиңишике сымлар) ҳәм басқа да усыллар менен жүргизилген өлшеўлер найдың бойы менен потенциалдың тең өлшемли емес өзгеретуғынлығын (190-сүйреттиң графигин қараңыз) көрсетти. Потенциалдың дерлик барлық түсійи пүткил крукстың қараңғы кеңислигиниң дәслепки үш участкасына сәйкес келеди (потенциалдың катодлық түсійи). Пысқыған жақтылық шығарыў областында потенциал өзгермейди - бул областта майданның кернеўлиги нолье тең. Ақырында, Фарадейдин қараңғы кеңислигидеги ҳәм оң бағанда потенциал әстелик пенен өседи. Потенциалдың бундай тарқалыўы оң ионлардың крукс қараңғы кеңисликтік областтында оң кеңисликтік зарядларының пайда болыўы менен байланыслы.



190-сүйрет.



12.8-сүйрет<sup>84</sup>

Пысқыған разрядты услап турыў ушын зәрүрли болған тийкарғы процеслер оның катод бөлегинде жүреди. Разрядтың басқа бөлиминин әхмийети жұдә кем, олардың пүткиллей болмаўы да мүмкін (электродлар бир бирине дым жақын жайласса ямаса басым дым төмен болғанда). Тийкарғы процестинң саны екеў. Бул - катодты оң ионлар менен

<sup>84</sup> Бул сүйрет китаптың 2021-жылды шыққан басылымынан алынды.

бомбалаудың салдарынан пайда болған екинши ретлик электронлық эмиссия ҳәм газ молекулаларының электронлар менен соқырысыуының салдарынан ионланыўы.

Катодтық потенциалдың түсиүиниң нәтийжесинде тезлетилген оң ионлар катодты бомбалап, оннан электронларды жулып шығарады. Екинши ретлик электронлардың катодтан шығыу тезлиги үлкен болмайды. Астон қараңғы кеңислигинге олар электр майданының тәсиринде тезлетиледи. Жеткиликли мұғдардағы энергияға ийе болып, электронлар газ молекулаларын қоздырады. Нәтийжеде катодтық жақтылық шығаратуғын планка пайда болады. Соқырысыуға ушырамай крукс қараңғы кеңислигине кирип келген электронлардың энергиясы үлкен болғанлықтан, олар молекулаларды дерлик ионластырмайды, ал қоздырады (187-сүйретті қараңыз). Солай етип, газдың жақтылық шығарыў интенсивлиги кемейеди. Бирақ оның есесине крукс қараңғы кеңислигинде көп санлы электронлар менен оң зарядланған ионлар пайда болады. Дәлепки үақытлары пайда болған ионлардың тезлиги кишине болады. Сонлықтан крукс қараңғы кеңислигинде оң кеңисликий заряд пайда болады ҳәм бул құбылыс найдың бойы менен потенциалдың қайта тарқалыўына ҳәм катодтық потенциалдың кемейиүине алып келеди.

Крукс қараңғы кеңислигиндеги ионласыудың себебинен пайда болған электронлар бурыннан бар электронлар менен бирге пысқыу менен жақтылық шығарыў областына кирди. Бул область электронлар ҳәм оң ионлардың жоқары концентрациясы менен ҳәм қосындысы нолге жақын болған кеңисликий зарядлар (плазма) менен тәрийипленеди. Сонлықтан бул областта майданың кернеўлиги киши болады, майдан электронлар менен ионларды тезлете алмайды. Пысқып жақтылық шығарыў областында электронлар менен ионлардың концентрациясының жоқары болғанлықтан рекомбинация процесси интенсивли түрде жүреди. Рекомбинацияның салдарынан бөлиніп шықан энергия жақтылықтың шығарылыўы ушын жумсалады. Солай етип, пысқып жақтылық шығарыў тийкарынан рекомбинациялық жақтылық шығарыў болып табылады.

Пысқып жақтылық шығарыў областынан электронлар менен оң зарядлы ионлар фарадейдин қараңғы кеңислигине диффузияның есабынан өтеди (бул областлардың арасындағы шегарада майдан болмайды, бирақ оның есабынан электронлар менен ионлардың концентрациясының үлкен градиенти болады). Зарядланған бөлекшелердин концентрациясының төмен болыўына байланыслы Фарадей қараңғы кеңислигинде рекомбинацияның итималлығы жүдә төменлейди. Сонлықтан Фарадей кеңислиги де қараңғы болады.

Солай етип, Фарадей қараңғы кеңислигинде майдан бар екен. Усы майданың тәсиринде электронлар әстелик пенен энергияны топлады. Ең соңында плазманың пайда болыўы ушын зәрүрли болған жағдай пайда болады. Оң бағана газ разрядлы плазмадан турады. Ол разрядтың анод пенен катод бөлимлерин түйілдайтуғын өткізишиң хызметин атқарады. Оң бағананың жақтылық шығарыўы қозған молекулалардың тийкары ҳалға өтийиниң салдарынан жүзеге келеди. Бундай жағдайда ҳәр қыйлы газлердин молекулалары ҳәр қыйлы толқын узынлықтарындағы нурларды шығарады. Сонлықтан оң бағананың жақтылық шығарыўы ҳәр бир газге тән болған реңди береди. Бул жағдай жақтылық шығарып туратуғын рекламалар менен жазыўларға арналған жақтылық газли найларда қолланылады. Бул жазыўлардың барлығы пысқыған разрядтың оң бағанасы сыйқылы болып көринеди. Неон газ разрядлы найы қызыл, аргон - көкшил-жасыл жақтылықты шығарады.

Егер электродлардың ара қашықтығын әстелик пенен киширейтсек, разрядтың катодтық бөлими өзгериссиз қалады, ал оң бағананың узынлығы бағана толық жоғалып кеткенше киширейди. Буннан кейин Фарадей қараңғы кеңислиги жоқ болады ҳәм пысқыўшы жақтылықтың узынлығы қысқарады. Бирақ усы жақтылықтың крукс кеңислиги

менен шегарасы өзгермей қалады. Анод пенен усы шегараға шекемги қашықлық жүдә киши болғанда разряд тоқтайды.

Сигналлық неонлық лампаларда (191-сүйрет) электродлар, олардың арасында он, бағана жоқ болатуғында қашықлықта жайласқан, ал жақтылықтың шығарылышы пысқып жақтылық шығарыудан ибарат. Электродлардың бетлерин арнаұлы түрде қайта ислеу жолы менен разрядтың тутаныў кернеүинин шамасы 50 в шамасына шекем төменлетиүге болады. Бул лампалар берилген тармақта кернеүдин бар екенлигин көрсетип тұрыў ушын қолланылады.

191-сүйрет.



Басым төменлеген жағдайда разрядтың катодтық бөлими кеңисликтиң электродлардың арасындағы тийкарғы бөлімди ийелейди. Жеткиликли дәрежедеги төмен басымларда крукс қараңғы кеңислиги дерлик пүткіл ыдысқа тарақалады. Бул жағдайда газдың жақтылық шығарыўы билинбейди. Бирақ найдың дийўаллары жасыл реңли жақтылық шығара баслайды. Катодтан ушырып шығарылған ҳәм потенциалдың катодтық түсійиниң салдарынан тезлетилген электронлар газ молекулалары менен ҳеш соқлығыспай, найдың дийўалына шекем ушып барады ҳәм оның менен соқлығысып, жақтылық шығарады. Тарийхий себеплерге байланыслы басым жүдә киши болғанда газ разрядлық найдың катоды шығарған электронлардың ағысын катод нурлары деп аталған. Тезлетилген электронлардың болмалауының салдарынан жақтылықтың шығарылышын катодтық люминесценция деп атайды.

Егер газ разрядлы найдың катодында жицишке каналды пайда етсек, онда он зарядлы ионлардың бир қанша бөлеги катодтан кейинги кеңисликтің өтеди ҳәм каналлық (яmasa он) нурлар деп аталауғын ионлардың дәстесин пайда етеди. Он ионлардың дәстесин алыудың бул ұсылы бүгинге шекем өзинин әмелий әхмийетин жоғалтқан жоқ.

### § 90. Доғалы разряд

1802 жылы В. В. Петров үлкен гальваникалық батареяға тутастырылған ҳәм дәслеп бир бири менен түйисип турған көмир электродларды бир биринен айырғанда олардың арасында көзди қамастыратуғын жақтылықтың пайда болатуғының тапты. Электродларды горизон бағытында жайластырғанда қызған жақтылық шығарып турған газдин доға тәризли ийилетуғынлығы табылған. Ұсыған байланыслы Петров ашқан құбылысты вольта (яmasa электр) доғасы деп аталды.

Доғадағы тоқтың күши онлаған вольт кернеүдин өзинде де үлкен (мың ҳәм онлаған мың ампер) мәниске жетеди.

Доғалық разряд төмен басымда да (бир неше мм сын. бағ. басымындағы басымда) ҳәм жүдә жоқары (1000 ат шамасына шекем) басымларда да бақланады. Тийкарғы процеслер мыналар болып табылады: қызған катодтың бетиндеги термоэлектронлық әмиссия ҳәм

газдин температурасының жоқарылауының салдарынан молекулалардың жыллылық ионласыўы. Электродлардың арасындағы барлық қашықлық жоқары температуралы плазма толған. Ол катод шығарған электронлардың анодқа жетиүинде өткізгіштин хызметин атқарады

Плазманың температурасы 6000 К ниң әтирапында болады. Ала жоқары басымдағы (1000 ат шамасына шекем) доғада плазманың температурасы 10000 К ге шекем жетеди (Қуяштың бетинин температурасының 5800 К екенлигин еске түсірейік). Оң зарядлы ионлардың бомбалауының нәтийжесинде катод 3600 К қа шекем қызғанда балқыйды. Электронлардың қуұтлы дәстесиниң бомбалауының нәтийжесинде анод оннан да бетер қызады. Бул анодтың пүүланыўына, ақырында, оның бетинде ойыслықтардың - кратерлердин пайда болыуына алып келеди. Кратерлер доғаның ең жақтылық орынлары болып табылады.

Доғалық разряд кемейетуғын вольт-амперлик характеристикаға ийе болады (192-сүйрет). Бул тоқтың күши артқанда катодтан шығатуғын термоэлектронлық эмиссия менен газ разрядтың арасындағы ионланыў дәрежесинң артыўы менен түсіндіриледи.



192-сүйрет.

Жоқарыда тәрийипленген термоэлектронлық доғадан (яғнай қызған катодтың бетинен шығатуғын термоэлектронлық эмиссия менен байланыслы болған разрядтан) басқа салқын катодқа ийе доға да болады. Бул жағдайда катод сыпатында ҳаўасы сорып шығарылған баллонға құйылған әдеттеги сүйық сынап алынады. Разряд сынап пүүларында пайда болады. Электронлар катодтан автоэлектронлық эмиссияның есабынан ушып шығады. Буның ушын катодтың бетинин қасындағы зәрүрли болған күшли майданды ионлар тәрепинен пайда етилген кеңисликий оң зарядлар пайда етеди. Электронлар катодтың бетинин барлығынан емес, ал оның ашық жақты шығарып турған, соның менен бирге үзлиksiz түрде орын алмастырып туратуғын катодлық дақтан шығады. Бул жағдайда газдың температурасы жоқары болмайды. Плазмадағы молекулалардың ионласыўы пысқыўшы разряд үақтындағы сыйқылдық электронлардың бомбалауының себебинен жүзеге келеди.

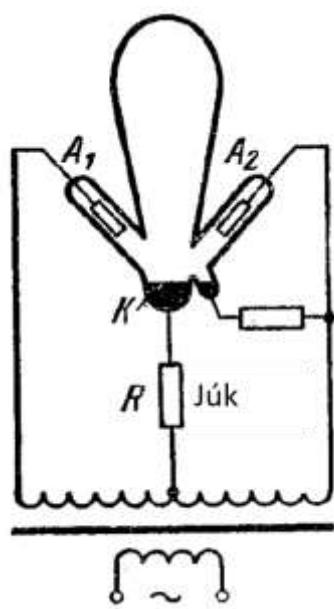
Доғалық разряд ҳәр қыилы қолланыўларын тапты. 1882-жылы рус инженери Н.Н.Бенардос электр доғасын металларды кепсерлеў ушын пайдаланыўды усынды. 1888-жылы Н.Г.Славянов көмир электродларды металл электродлар менен алмастырып, электр менен кепсерлеуди жетилистирди.

Электр доғасы қуұтлы жақтылық дереклери сыпатында да колданылады. Аса жоқары басымдағы доғалық лампаларда (СВД лампаларында) разряд вольфрам электродлардың арасында басымы 100 ат шамасына шекемги сынап пүүының атмосферасында ямаса басымы 20 ат болған инерт газде (неон, аргон, криpton ямаса ксенонда) пайда болады. Лампаның усындей типи 193-сүйретте көрсетилген. Қапталда жайласқан электродтың хызмети жоқары кернеў түсіриўдин нәтийжесинде лампаны иске қосыўдан (тутатыўдан) ибарат. СВД лампалары күшли қызатуғын болғанлықтан, оның баллоны кварцтан (шийшеге салыстырғанда әдеўир жоқары температурада жумсаратуғын) соғады. Сынаплы лампа

салқын ҳалда үлкен болмаған басымдағы (бир неше мм. сын. бағ. басымындей) аргон менен сынап тамшыларынан турады. Доғалық разряд дәслеп аргонда пайда болады. Лампаның қызығы менен сынап пүўланады ҳәм буннан кейин разряд сынаптың пүўында жүре баслады.



193-сүйрет.



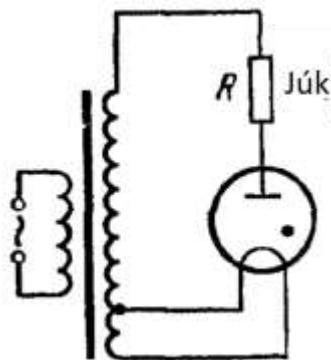
194-сүйрет.

Сынап пүўларында жағып турған доға ультрафиолет нурланыудың қуятулы ағысын шығарады. Кварцтан соғылған баллоны бар сынаплы лампа (кварц ультрафиолет нурды өткереди, ал әдеттеги шийше бундай нурларды жутады) медицинада ҳәм илимий изертлеўлерде ультрафиолет нурлардың дереги сыпатында қолланылады. Күндизги жақтылық лампаларында разрядлы найлардың дийўалларына арнаұлы затларды жағады (люминофорлар менен). Бул люминофорлар сынап пүўының ультрафиолет нурларының тәсиринде өз гезегинде жақтылық шығара баслады. Бул жақтылықтың спектринин құрамы күндизги жақтылықтың спектринин құрамына жақын. Бундай жақтылық лампалары қыздырыў лампаларына салыстырғанда әдеўир үнемли болады.

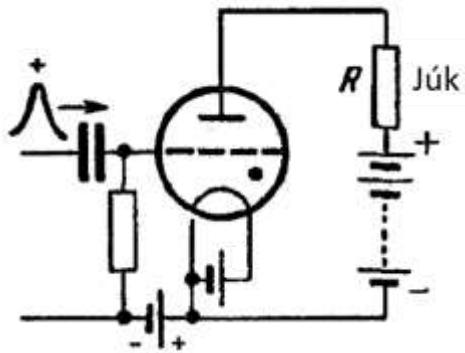
Төменги басымлардағы сынап пүўларындағы сынап пүўларындағы доғалық разряд сынап туўрылағыштарында пайдаланылады. 194-сүйретте еки ярым дәўирлы сынап туўрылағыштың схемасы берилген. Тоқ  $K$  катодқа қайсысы усы катодқа салыстырғанда он потенциалда турғанлығына байланыслы  $A_1$  ямаса  $A_2$  анодларының өтеди. Нәтийжеде  $R$  қарсылығы (жүги ямаса рус тилинде "нагрузка") арқалы бир бағытта тоқ өтеди. Қапталға шығып турған сынаплы электрон разрядты тутатындырыўшы хызметин атқарады. Туўрылағышты иске қосыў ушын колбаны катод сынабы менен қапталдағы электродтың сынабы бириккенше қыйсайтады. Колбаны вертикаль аүчалға қайтадан алып келгенде сынаптың үзилген жеринде доға пайда болады ҳәм буннан кейин разряд анодлардың бирине өтеди.

Газотрон ҳәм тиратрон деп аталатуғын әсбаплардің жумыс ислеўинин тийкарында доғалық разряд жатады. Газотрон қыздырылған катоды бар басымы онша жоқары емес сынаптың пүўы ямаса аргон менен толтырылған диод болып табылады. Қатодтан электронлық эмиссияның салдарынан ушып шығатуғын электронлар газ молекулаларын ионластырып, газ разрядлы плазманың (бул процеслер доғалық разрядқа тән) пайда болыуына алып келеди. Плазманың өткізишилиги катодтың қасындағы электрон бултының (вакуумлық диодтағы сыйқы) пайда болыуына қарсылық етеди. Сонықтан газотрон

электродлардың арасына үлкен болмаған (15-20 в) кернеў түскен ўақытта да үлкен тоқты өткереди (10 а шамасындағы). Газотрон арқалы анодқа оң (катодқа салыстырғанда) кернеў түскен жағдайда ғана тоқ өтетуғын болғанлықтан, оны туўрылағыш сыпатында пайдаланады. 195-сүйретте бир ярым дәүирли газотронлық туўрылағыштың схемасы көрсетилген (схемадағы  $R$  тоқты пайдаланатуғын жүк)<sup>85</sup>. 195-сүйретте көрсетилген схеманы еки газотрон ушын жалғастырып, еки ярым дәүирли туўрылағышты пайда етиўге болады.



195-сүйрет.



196-сүйрет.

Тиратронның газотроннан айырмашылығы үшинши электродының - тордың болыуында. Бул әсбап тоқты тез қосқосатуғын дүзилистиң хызметин аткарады. Сәйкес схема 196-сүйретте көрсетилген. Әдеттеги жағдайда тор катодқа салыстырғанда терис потенциалға ийе болады. Сонықтан катодтан ушып шықкан электронлар майдан тәрепинен кери қарай ийтериледи ҳәм, сонықтан, тиратрон арқалы тоқ өтпейди. Торға ең болмағанда үйісқа ўақыт ишинде оң импульс берилсе, онда тиратронда доғалық разряд жүзеге келип, күшли тоқ жүре баслайды. Пайда болған плазманың өткізгішліги жоқары болса да, торды экранлайды<sup>86</sup>, усының салдарынан тордағы потенциалдың өзгериси буннан кейин разрядқа тәсир ете алмайды. Тиратронның жәрдемінде тоқты қосыў жүдә қысқа ўақыттың ишинде әмелге асырылады ( $10^{-7}$  сек ишинде). Солай етип, тиратрон тоқтың инерциясыз қосқышы болып табылады. Сонықтан ол автоматика менен телемеханикада кеңнен колланылады. Тоқты тоқтатыў ушын жүдә киши ўақытқа ( $\sim 10^{-5}$  сек) анодлық кернеўди алып таслаў керек. Бул ўақыттың ишинде рекомбинациясының нәтийжесінде плазма жоғалады ҳәм тутанғанға шекемги ҳал қайтадан тикленеди.

### § 91. Ушқынлы ҳәм таж тәризли разряд

Ушқынлы разряд электр майданының кернеўлиги усы газ ушын өзинин тесип етиў  $E_{\text{тө}}$  мәнисине жеткенде пайда болады.  $E_{\text{тө}}$  кернеўлигинин шамасы газдың басымына байланыслы. Атмосфералық басымдағы ҳауа ушын оның мәниси шама менен 30000 в/см ди қурайды. Басымның жоқарылауы менен  $E_{\text{тө}}$  шамасының мәниси өседи. Пашенниң эксперименталлық нызамына сәйкес майданының тесип етиў кернеўлигинин басымға қатнасы жууық түрде тұрақты болады:

$$\frac{E_{\text{тө}}}{p} \approx \text{const.}$$

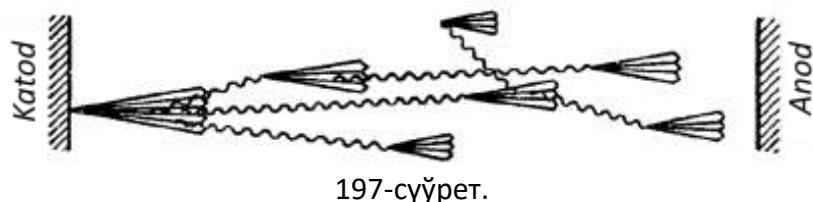
<sup>85</sup> Схемаларда газ толтырылған лампаларды вакуумлық лампалардан айырыў ушын ноқат қойылады.

<sup>86</sup> Эранлаў тордың қасында ионлардың топланыўының себебинен жүзеге келеди.

Ушқынлы разряд аса жарқыраған ийрек-ийрек ҳәм тармақланған каналдың пайда болыўы менен биргеликте жүреди. Бул каналдың бойы менен қысқа ўақыттың ишинде жұдә күшли тоқ импулси өтеди. Буған жылдырым мысал бола алады. Оның узынлығы 10 км шамасына дейин, каналының диаметри 40 см шамасына дейин, тоқтың күши 100 000 ампер, гейде оннан да жоқары болады, ал импульсiniң узақтығы  $10^{-4}$  сек шамасында. Ҳәр бир жылдырым бир каналда бирине соң бири пайда болатуғын бир неше импултен (50 ге дейин) турады. Олардың улыўма узақтығы бир неше секундқа созылады.

Ушқынлы каналдағы газ температурасы жұдә жоқары 10 000 К шамасына шекем жетеди. Газдың жұдә үлкен тезлик пенен қызыўы басымның кескин түрде артыўына, соққы ҳәм сес толқынларының пайда болыўына алып келеди. Соныңтан ушқынлы разряд сес құбылысы менен биргеликте жүреди (киши ушқын болған жағдайда ҳәлсиз сыйтырлыдан баслап жылдырымнан соң гүлдирмаманың гүркіреўине шекем).

Ушқынның пайда болыўы газда стример деп аталатуғын күшли ионласқан каналының пайда болыўына алып келеди. Бул канал ушқынның жолында айырым электронлық нөсерлердин бир бири менен бетлесиўиниң салдарынан қәлиплеседи. Ҳәр бир нөсердин тийкарын фотоионласыўдың салдарынан пайда болған электрон салады. Стримердин рауажланыў схемасы 197-сүйретте көрсетилген. Майданың кернеўлиги қандай да бир процестің салдарынан катодтан ушып шықкан электрондың өзиниң еркін жұрыў жолының барысында ионластырыўға жеткилики энергияны топлағандай шамада болады. Соныңтан электронлардың көбейиўи - нөсердин пайда болыўы жүзеге келеди (бул ўақытта пайда болатуғын оң ионлардың қозғалғыштығы дым киши болғанлықтан, әхмийетли орынды ийелемейди, олар тек потенциалдың қайта тарқалыўын пайда ететуғын көңисликтік зарядты пайда етеди). Ионласыў процессинде ишкі электронларының биринен айрылған атомның нур шығарыўы (схемада бул нур ийрек сыйықтар менен көрсетилген) молекулалардың фотоионланыўын пайда етеди. Усының нәтийжесинде пайда болған жаңа электронлар жаңа нөсерлерди пайда етеди. Нөсерлер бир бири менен қосылғаннан кейин тоқты жақсы өткеретуғын канал - стимер пайда болады. Бул стример бойынша катодтан анодқа қарай электронлардың күшли дәстеси ағады ҳәм тесиў орын алады.



197-сүйрет.

Егер электродларды олардың арасындағы көңисликтеги майдан бир текли болатуғындай формада алсақ (мысалы, диаметри жұдә үлкен шар түринде), онда ушқын белгили бир  $U_{te}$  кернеў түскенде ғана пайда болады. Оның шамасы шарлардың арасындағы қашықтық  $l$  ге ғәрэзли болады ( $E_{te} = U_{te}/l$ ). Усы құбылысқа жоқары кернеўди ( $10^3 - 10^5$  в шамасындағы) өлшеўге арналған ушқынлы вольтметрдин жумысы тийкарланған. Өлшеў ўақыттың ушқын пайда болатуғын ең үлкен қашықтық  $l_{max}$  анықланады.  $U_{te}$  дин шамасын  $l_{max}$  шамасына көбейтип, өлшенетуғын кернеўди табады.

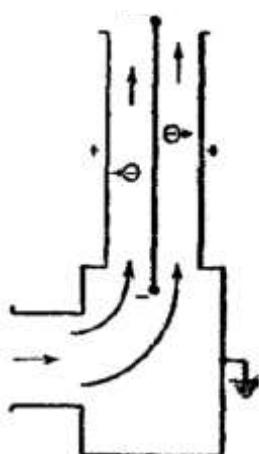
Ушқындағы жоқары температура менен басым электродқа күшли механикалық тәсир етеди. Б.Р. ҳәм Н.И.Лазаренколар тәрепинен металларды электр ушқынлары менен қайта ислеў усылы үсірлеуден тийкарында табылды.

Егер электродлардың бириниң (яmasa екеўиниң де) бетиниң иймеклиги үлкен болса (мысалы, электрод сыпатьнанда жиңишке сым ушы шығарылған предмет), ең даслеп таж

тәризли разряд деп аталатуғын разряд пайда болады. Кернеүдин үзүндө бүннан байлай өсиүнде бул разряд ушқынлы ямаса доғалық разрядқа айланады. Таж тәризли разряд үақтында молекулалардың ионласыўы менен қозыўы электродлардың арасындағы кеңисликте емес, ал тек иймеклик радиусы киши болған электродтың қасындағы майданның кернеўлигі  $E_{te}$  мәнисине тең ямаса оннан көбірек болған орынларда ғана өтеди. Разрядтың бул бөліминде газ жарқырап жақтылық шығаратады. Жақтылық шығаратуғын область электродлардың қоршап турған таж түрине ийе болғанлықтан, разрядқа тап сондай атама берген. Ушлы предметтеги таж тәризли разряд жарқыраған шашақланған солқымның көрінісінде болады. Усыған байланыслы оны гейде шашақлы разряд деп те атайды. Тажды пайда ететуғын электродтың зарядының белгисина байланыслы он ҳәм терис таж ҳаққында гәп өтеди. Тажды пайда ететуғын қабат пенен тажды пайда етпейтуғын электродтың арасында таждың сыртқы области жайласқан. Тесип өтиў режими ( $E \gg E_{te}$ ) тажланыўшы қабаттың шеклеринде ғана болады. Сол себепли таж тәризли разряд тесип өтиў толық жүзеге келмейтуғын газдин үзүндө болып табылады.

Терис тәнисли таж болған жағдайда катодтағы құбылыс пысқыўшы разрядтың катодындағы құбылысқа үсайды. Құшлы майдан менен тезлетилген он ионлар катодтан тажды пайда ететуғын қабаттағы молекулалардың қозыўын ҳәм ионланыўын пайда ететуғын электронларды ушырып шығаратады. Ал таждан сыртқы областта майдан электронларға ионластырыў ушын жеткилики энергияны бериў ушын жеткиликсиз. Соңықтан бул областқа кирген электронлар майданның тәсиринде анодқа қарай қозғалады (дрейфленеди). Электронлардың бираз бөлігі молекулаларға қосылып, терис ионларды пайда өтеди. Солай етип, сыртқы областтағы тоқ тек терис тасыўшылардың есабынан болады (электронлар менен терис нонлардың). Бул областта разряд өзлик характерге ийе болмайды.

Он тажда электронлардың нөсері таждың сыртқы шегарасында туўылады ҳәм тажланыўшы электрод болған анодқа қарай умтылады. Нөсер туўдырыўшы электронлардың пайда болыўы тажланыўшы қабаттың жақтылық шығарыўының себебинен пайда болған фотононласыўдың салдарынан болады. Таждың сыртқы областындағы тоқты тасыў хызметин майданның тәсиринде катодка қарай дрейфленетуғын он ионлар атқарады.



198-сүрет.

Егер еки электродлардың (еки тәжланыўшы электродлардың) бетлериниң иймеклик радиусы дым үлкен болса, онда берилген белгиге ийе болған тажланыўшы электродқа тән болатуғын процесслер жүзеге келеди. Тажланыўшы қабаттың екеўи де он ҳәм терис тоқ тасыўшыларының қарама-қарсы бағыттардағы ағыслары орын алатуғын сыртқы область пенен бөлинеди. Бундай тажды қос полюске ийе деп атайды.

86-параграфта есаплағышларды қарағандағы өз бетинше газ разряды таж тәризли разряды болып табылады.

Тажданыштың қабаттың қалыңлығы ҳәм разряд тоғының күши кернеудиң жоқарылауы менен өседи. Кернеудиң мәниси үлкен болмағанда таждың өлшемлери киши ҳәм оның жақтылық шығарыуы селилерліктей болмайды. Бундай микроскопиялық таж электр самалы келетуғын сүйир үшқа жақын орынларда пайда болады (21-параграф).

Атмосфералық электрдин тәсиринен корабль мачталары менен ағашлардың ҳ.т.б. ушында пайда болатуғын таждарды өртеде әүлийе Эльма отлары атамасын алды.

Жоқары вольтли дүзилислерде, атап айтқанда, жоқары вольтли электр тармақтарында таж тәризли разряд тоқтың зыянлы болған ағысларына алып келеди. Соныңтан оған қарсы илажларды ислеў керек болады. Усы мақсетте жоқары вольтлы электр тармақтарындағы кернеү қаншама жоқары болса, онда өткизгишлердин диаметрлерин соншама үлкен етип алады.

Электрофільтрлерде таж тәризли разрядының техникадағы пайдалы орны табылды. Тазаланыштың керек болған газ най бойынша қозғалады ҳәм бул найдың көшерине тажданатуғын терис электрод орнатылған (198-сүйүрет). Таждың сыртқы областында бар болған көп мұғдардағы терис ионлар газди патаслайтуғын бөлекшелер менен тамшыларға шөгеди ҳәм олар менен бирге тажданбайтуғын сыртқы электродқа қарай алып кетиледи. Бул электродқа жетип келген бөлекшелер нейтралланып, оған шөгеди. Усындай тұтып алынған бөлекшелерден тұратын қалдықтар най менен соқырысқанда жыйнағышқа тәгиледи.

## ХV БАП

## ӨЗГЕРМЕЛИ ТОҚ

## § 92. Квазистационар тоқ

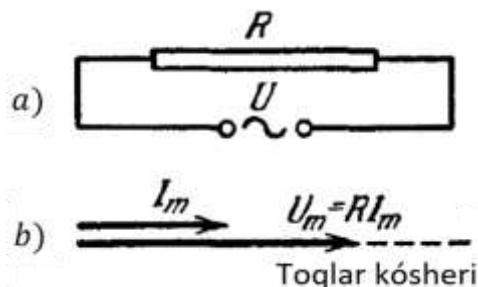
Ом нызамы (35.2) ҳәм оннан келип шығатуғын Кирхгофтың (36.1)- ҳәм (36.2)- қағыйдалары тұрақты тоқ ушын табылды. Бирақ, олар өзгермeli тоқ пенен кернеүдин, бир заматлық мәнислері ушын да өзлериниң күшинде қалады (егер олар жудә үлкен тезликтерде өзгеретуғын болмаса). Электромагниттик үйитқыш шынжыр бойы менен с жақтылық тезлигине тәндей болған оғада үлкен тезлик пенен тарқалады. Егер шынжырдың ең алыстағы ноқатына үйитқыштың жеткизип бериү ушын зәрүрли болған  $\tau = l/c$  үақыты ишинде тоқтың күши сезилердиктей өзгермейтуғын болса, онда шынжырдың барлық кесекесиминдеги тоқтың бир заматлық мәниси ис жүзинде бирдей болады. Усындаш шәртті қанаатландыратуғын тоқты квазистационар тоқ деп атайды. Дәүирли түрде өзгеретуғын тоқ ушын квазистационарлық шәрти байланыша жазылады:

$$\tau = \frac{l}{c} \ll T.$$

Бул таңлатпада  $T$  арқалы өзгериү дәүири аңлатылған.

Өлшеми шама менен 3 м болған шынжыр ушын  $\tau = 10^{-8}$  сек. Сондықтан,  $10^{-6}$  сек шамасына шекемги  $T$  лар ( $10^6$  гц жийиликке сәйкес келетуғын) ушын тоқты квазистационар деп есаплауға болады. Өндирислик жийиликтеги ( $v = 50$  гц) тоқтың узынлығы 100 км шынжыр ушын квазистационар болады.

199-сүрет.



Квазистационар тоқлардың бир заматлық мәниси Ом нызамына бағынады. Демек, олар ушын Кирхгоф қағыйдалары да дұрыс.

Индуктивлик пенен сыйымлыққа ийе болмайтуғын  $R$  қарсылығының (бундай қарсылықты актив қарсылық деп атайды) ушларына (199-а сүрет)

$$U = U_m \cos \omega t \quad (92.1)$$

нызамы бойынша өзгеретуғын кернеү түсірдік деп болжайық ( $U_m$  арқалы кернеүдин амплитудалық мәниси белгіленген). Қвазистационарлық шәрти орынланғанда қарсылық арқалы өткен тоқ Ом нызамы арқалы анықланады:

$$i = \frac{U}{R} = \frac{U_m}{R} \cos \omega t = I_m \cos \omega t. \quad (92.2)$$

Солай етип, тоқ пенен кернеүдин амплитудалық мәнислериниң арасында мынадай қатнас орын алады:

$$I_m = \frac{U_m}{R}. \quad (92.3)$$

Өзгермeli тоқ пенен кернеүдин арасындағы қатнасты оларды векторлық көринисте сүретлеген жағдайда (гармоникалық тербелислерди сүретлеген сияқты) жудә көргизбели болып шығады (I томдағы 68-параграфты қараңыз). Тоқтың көшери деп

аталатуғын көшерди ықтыйларлы түрде сайлап алайық (199-б сүйрет). Усы бағыттың бойына узынлығы  $I_m$  болған тоқ векторының орналастырайық. Қернеў менен тоқ биз қарап атырған жағдайда синфазлы түрде өзгеретүғын болғанлықтан, кернеў векторы да сол көшер менен бағытлас болады. Оның узынлығы  $R I_m$  шамасына тең. Кернеў менен тоқ векторларының жыйнағы усы шынжырдың векторлық диаграммасын береди.

### § 93. Индуктивлик арқалы өтетүғын өзгөрмелі тоқ

Қарсылығы есапқа алмаға болмайтуғын дәрежеде киши болған  $L$  ге тең индуктивлигитиң (мысалы, катушканың) ушларына өзгөрмелі кернеў түсирейик (220-а сүйрет). Индуктивлик арқалы өзгөрмелі тоқ өтетүғын болғанлықтан, өзлик индукцияның ә.к.күши пайда болады [(59.9)-формуланы қараңыз]:

$$\mathcal{E}_s = -L \frac{di}{dt}.$$

( $L$  дин шамасы  $i$  ден ғәрэзсиз деп болжаймыз). Ом нызамының (35.1)-теңлемеси былайынша жазылады ( $R = 0$ , потенциалдар айырмасы  $U$  ға тең,  $\mathcal{E}_{12} = \mathcal{E}_s$ ):

$$U_m \cos \omega t - L \frac{di}{dt} = 0,$$

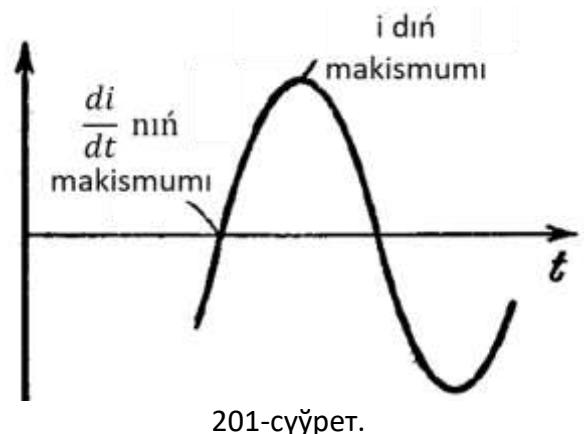
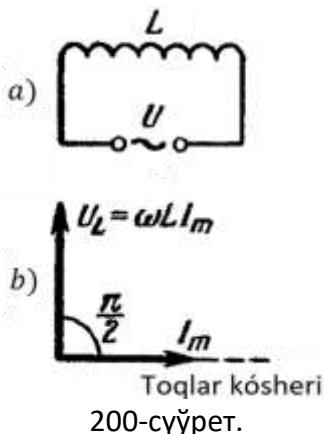
Буннан

$$L \frac{di}{dt} = U_m \cos \omega t \quad (93.1)$$

теңлемесине иие боламыз. Бул жағдайда барлық сыртқы кернеў  $L$  индуктивликке түсирилген. Демек,

$$U_L = L \frac{di}{dt} \quad (93.2)$$

шамасы индуктивликке түскен кернеў болып табылады.



(93.1)-теңлемени мына көринисте қайта жазайық:

$$di = \frac{U_m}{L} \cos \omega t dt.$$

Интеграллаў мынаны береди:

$$i = \frac{U_m}{\omega L} \sin \omega t + const.$$

Тоқтың турақлы қураўшысының жоқ екенлиги белгили. Соңлықтан  $const = 0$ . Солай етип,

$$i = \frac{U_m}{\omega L} \sin \omega t = I_m \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) \quad (93.3)$$

теңликтерине ийе боламыз. Бул теңликтен

$$I_m = \frac{U_m}{\omega L}. \quad (93.4)$$

(92.3)- ұм (93.4)- қатнасларын салыстырып, бул жағдайда қарсылықтың орнын

$$X_L = \omega L \quad (93.5)$$

шамасының ийелейтуғынлығын көремиз. Бүндай қарсылықты реактив индуктивлик қарсылық ямаса әпиүайы түрде индуктивлик қарсылық деп атайды. Егер  $L$ -ди генри,  $\omega$  ны сек<sup>-1</sup> ларда өлшесек, онда  $X_L$  шамасының бирлиги ом болады.

(93.5)-теңликтен көрип турғанымыздай, индуктивлик қарсылықтың шамасы  $\omega$  жийиликке пропорционал өседи. Турақты тоққа ( $\omega = 0$ ) индуктивлик қарсылық етпейди. (93.1)-теңликтеги  $U_m$  шамасын  $\omega L I_m$  арқалы аңлатып, индуктивликтеги кернеүдин түсіүи ушын аңлатпаны былайынша жазамыз:

$$U_L = \omega L I_m \cos \omega t. \quad (93.6)$$

(93.3)- ұм (93.6)-теңликлерди салыстырыудан индуктивликтеги кернеүдин түсіүи фазасы бойынша индуктивлик арқалы өткен тоқтан  $\pi/2$  шамасына алда жүретуғынлығы келип шығады. Егер тоқ көшерин 199-сүүретте көрсетилгендей етип горизонт бағытында жайластырсақ, онда 200-б сүүретте көрсетилгендей векторлық диаграмма келип шығады.

Егер косинустың мәниси нолге тең болғанда сол косинустың туўындысының ең үлкен мәниске тең болатуғынлығына итибар беретуғын болсак, онда индуктивликтеги кернеү менен тоқтың фазалары бойынша жылысқанлығын аңсат түсіниүге болады. Соның менен бирге туўындының максимумына косинустың өзиниң максимумына салыстырғанда дәүирдин  $\frac{1}{2}$  дәүирине бурынырақ жетеди (201-сүүрет).

## § 94. Сыйымлық арқалы өтетуғын өзгемели ток

Мейли, (92.1)-кернеүи  $C$  сыйымлықта түсирилген болсын (202-а сүүрет). Шынжырдың индуктивлигі менен сымлардың қарсылықтарын есапқа алмаймыз. Сыйымлық үзликсиз қайта зарядланады ұм сонлықтан шынжыр арқалы өзгемели тоқ өтеди. Жалғастырышы сымлардың қарсылықтары дым киши болғанлықтан, конденсаторға түскен  $U_c = q/c$  кернеүин сыртқы  $U$  кернеүге тең деп есаплауға болады:

$$U_c = \frac{q}{c} = U_m \cos \omega t. \quad (94.1)$$

$q$  дан  $t$  бойынша алынған туўынды шынжырдағы  $i$  тоғының күшин береди. (94.1)-теңликті  $C$  ға көбейтип,  $t$  бойынша дифференциаллап ұм буннан кейин  $q$  ды  $i$  арқалы алмастырып, мынаны аламыз:

$$i = -\omega C U_m \sin \omega t = I_m \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (94.2)$$

Бул теңликтен

$$I_m = \omega C U_m = \frac{U_m}{\left( \frac{1}{\omega C} \right)}. \quad (94.3)$$

Алынған

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (94.4)$$

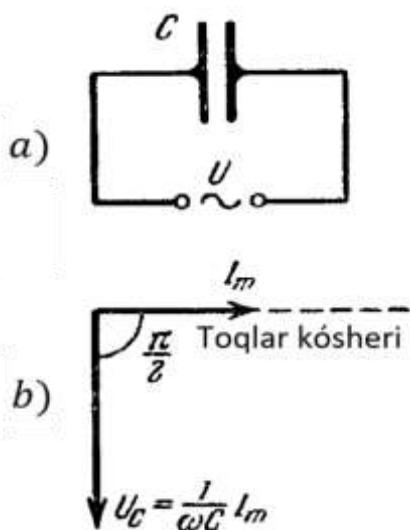
шамасы реактивли сыйымлылық қарсылық ямаса сыйымлылық қарсылығы деп аталады. Егер  $C$  ны фарада да,  $\omega$  ны сек<sup>-1</sup> ларда алсак, онда  $X_C$  шамасы ом да аңлатылады.

Турақты тоқ ушын ( $\omega = 0$ )  $X_C = \infty$  - конденсатор арқалы турақты тоқ өте алмайды. Өзгемели тоқтың ( $\omega \neq 0$ ) конденсатор арқалы өтийи мүмкін. Соның менен бирге тоқтың жийилигі  $\omega$  ұм конденсатордың сыйымлығы  $C$  қанша үлкен болса, конденсатордың қарсылығы соншама киши болады.

(94.1)-теңлемедеги  $U_m$  шамасын  $\frac{1}{\omega C} I_m$  шамасы менен алмастырып, сыйымлықтағы кернеүдин түсиүи ушын жазылған теңлікти аламыз:

$$U_c = \frac{1}{\omega C} I_m \cos \omega t. \quad (94.5)$$

(94.2)- ҳәм (94.5)-теңліклерин салыстырып, сыйымлықтағы кернеүдин түсиүинин сыйымлық арқалы өткен тоқтан фазасы бойынша  $\pi/2$  шамсына артта қалатуғынын табамыз (202-б сүйреттеги векторлық диаграмманы қараңыз). Оның себеби мынадан ибарат: тоқ бир бағытта өткенде конденсатордың астарларындағы заряд көбейеди, тоқ күши максимум арқалы өткеннен соң азая баслайды (203-сүйрет), ал заряд (демек,  $U_c$  да) есийин даўам ете береди ҳәм  $i$  шамасы ноль болғанда максимумға жетеди. Усының изинше тоқ та бағытын өзгертереди ҳәм астарлардағы зарядтың муғдары азая баслайды.



202-сүйрет.



203-сүйрет.

### § 95. Сыйымлық, индуктивлик ҳәм қарсылығы бар өзгермелі тоқ шынжыры

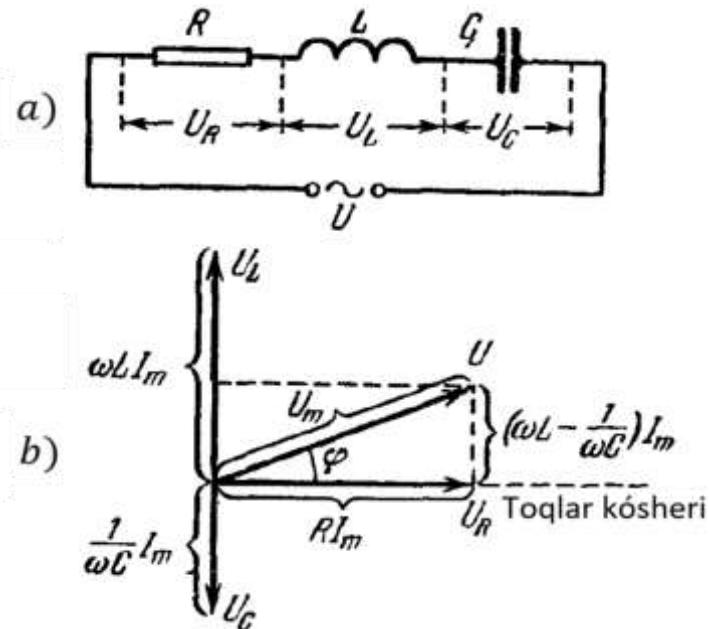
Актив  $R$  қарсылықтан,  $L$  индуктивликтен ҳәм  $C$  сыйымлықтан туратуғын шынжырды (204-а сүйрет) қарайық. Бул қарсылықтың үшларына жийилиги  $\omega$  болған (92.1)-турге ийе болған кернеүди түсірейик. Шынжырда жийилиги дәл сондай, ал  $I_m$  амплитудасы менен фазасы  $R$ ,  $L$  ҳәм  $C$  параметрлері бойынша анықланатуғын өзгермелі тоқ пайда болады. Бул тоқтың актив қарсылықтағы амплитудасы  $RI_m$  шамасына тең  $U_R$  кернеүдин түсиүин пайда етеди (199-б сүйретти қараңыз). Оның фазасы тоқтың фазасындей. Сонықтан векторлық диаграммада (204-б сүйрет)  $U_R$  шамасын сүйретлейтуғын векторды тоқлар көшерине түсіриў керек.  $U_L$  индуктивликтеги кернеүдин түсиүи (амплитудасы  $\omega L I_m$  шамасына тең) тоқтан фазасы бойынша  $\frac{\pi}{2}$  шамасына озады (200-б сүйретке қараңыз). Сонықтан  $U_L$  ды сүйретлейтуғын вектор тоқ көшерине салыстырғанда saat тилиниң қозғалыў бақытына қарама-қарсы бағытта  $\pi/2$  мүйешине бурылған болады. Ал сыйымлықта түскен кернеў  $U_c$  (оның амплитудалық мәниси  $\frac{1}{\omega C} I_m$  шамасына тең) фазасы бойынша тоқтан  $\frac{\pi}{2}$  шамасына артта қалады (202-б сүйретти қараңыз). Демек,  $U_c$  шамасын сүйретлейтуғын вектор тоқ көшерине салыстырғанда saat тилиниң қозғалыс бағыты бойынша  $\pi/2$  шамасындағы мүйешке бурылышы керек.

$U_R$ ,  $U_L$ ,  $U_c$  кернеў түсійлеринин қосындысы шынжырға түсирилген  $U$  кернеўине тең болыўы керек. Сонықтан  $U_R$ ,  $U_L$  ҳәм  $U_c$  векторларын қосып, биз  $U$  ды сүйретлейтуғын

векторды аламыз (оның узынлығын  $U_m$  арқалы белгилеймиз). Бул вектордың бағыты менен тоқ көшериниң бағыты арасындағы мүйеш  $\varphi$  ге тең. 204-б сүйреттен көринип түрғандай, оның тангенсі

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (95.1)$$

аңлатпасының жәрдеминде анықланады.



204-сүйрет.

$\varphi$  мүйеші  $U$  кернеў менен  $I$  тоқ күшиниң арасындағы фазалар айырмасын береди. Гипотенузасы  $U_m$  болған туұры мүйешли үш мүйешлікten мынадай теңлік келип шығады:

$$(RI_m)^2 + \left[ \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) I_m \right]^2 = U_m^2$$

Буннан тоқ ушын

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \quad (95.2)$$

теңлигине ийе боламыз. Соның менен бирге, шынжырдың үшларындағы кернеў

$$U = U_m \cos \omega t$$

нызамы менен өзгеретуғын болса, онда шынжыр бойынша

$$i = I_m \cos(\omega t - \varphi) \quad (95.3)$$

шамасындағы тоқ өтеди. Бул аңлатпадағы  $\varphi$  ҳәм  $I_m$  шамалары (95.1)- ҳәм (95.2)-формулалар бойынша анықланады.

(95.2)-формуланың бөліміндеги

$$Z = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (95.4)$$

шамасы шынжырдың толық қарсылығы деп аталады. Ал,

$$X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C} \quad (95.5)$$

шамасы реактив қарсылық деп аталады. Оның ушын

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (95.6)$$

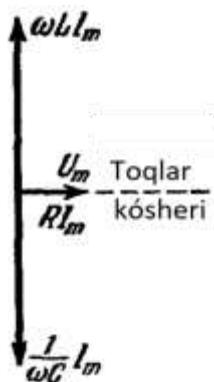
теңлиги орынлы болады екен.

Тоқ  $X_L$  менен  $X_C$  арасындағы қатнасларға байланыслы  $\varphi > 0$  теңсизлиги орынлы болғанда кернеўден артта қалады ямаса  $\varphi < 0$  теңсизлиги орынланғанда оннан алға кетеди.  $\omega L > \frac{1}{\omega C}$  теңсизлиги орынланғанда тоқ кернеўден артта қалады, ал  $\omega L < \frac{1}{\omega C}$  теңсизлиги орынланғанда тоқ кернеўден озады. Егер  $\omega L = \frac{1}{\omega C}$  теңсизлиги орынланатуғын болса, онда тоқ пенен кернеўдин өзгериси синфазлы (бирдей фазада) болады ( $\varphi = 0$ ). Усы шәртті қанаатландыратуғын

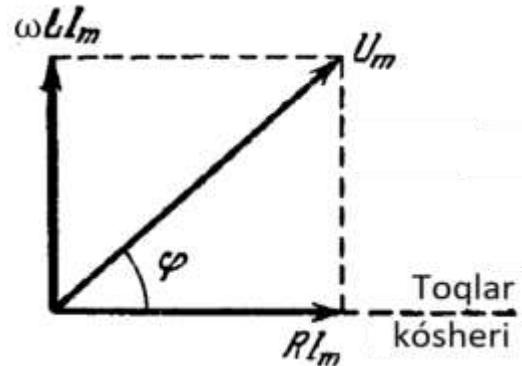
$$\omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (95.7)$$

жийилигинде шынжырдың толық қарсылығы болған  $Z$  шамасы берилген  $R, L, C$  шамаларында  $R$  ге тең болған ең киши мәниске ийе болады. Усыған сәйкес, тоқтың күши ең үлкен болған мәниске жетеди (берилген  $U_m$  дың мәнисинде мүмкін болатуғын). Бул жағдайда актив қарсылықтың кернеўдин түсіруи шынжырға түсирилген сыртқы кернеўге тең болады.

$U_c$  сыйымлығындағы ҳәм  $U_L$  индуктивлигидеги түсетуғын кернеўлердин амплитудалары бирдей, бирақ фазалары қарама-қарсы болады. Бул құбылыс кернеў резонансы, ал (95.7) жийилик болса резонанслық жийилик деп аталады. Кернеў резонансы орын алғандағы векторлық диаграмма 205-сүйретте көрсетилген.



205-сүйрет.



206-сүйрет.

Индуктивліктери ( $U_L = \omega L I_m$ ) ҳәм сыйымлықтағы ( $U_c = \frac{1}{\omega C} I_m$ ) кернеў амплитудаларының теңлигине (95.7)-резонанслық жийиликтиң мәнисин қойып, мынаны алаңыз:

$$U_{L_{рез}} = U_{c_{рез}} = \sqrt{\frac{L}{C}} I_m = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} U_m.$$

Егер  $\sqrt{\frac{L}{C}} > R$  теңсизлиги орынланатуғын болса, онда индуктивліктери ҳәм сыйымлықтағы кернеўлердин мәнислері шынжырға түсирилген кернеўден үлкен болады.

Кернеў резонансы құбылысина тән нәрсе мынадан ибарат: шынжырдың толық қарсылығы таза актив қарсылық болып табылады (тоқ ҳәм кернеў синфазада өзгереди). Бул шынжырдың параметрлерине сәйкес келетуғын ең киши қарсылық болып табылады.

Егер шынжырда сыйымлық болмаса, онда түсирилген кернеў қарсылық пенен индуктивлікке түскен кернеўлердин қосындысына тең болады:

$$U = U_R + U_L.$$

Бул жағдай 206-сүйретте көрсетилген векторлық диаграммаға сәйкес келеди. Бул жағдайда, сүйреттен көринип турғандай, мынадай теңликтер орынлы болады:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L}{R}, I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}.$$

(95.1)- ҳәм (95.2)-формулала  $\frac{1}{\omega C} = 0$ , яғни  $C = \infty$  болған жағдайға сәйкес келеди. Солай етип, шынжырда сыйымлықтың болмауы биринши қарағанда  $C = 0$  теңлиги орынлататуғында болып көрингени менен  $C = \infty$  теңлигинин орынланыуына сәйкес келеди екен. Буны былайынша түсіндіриүге болады: сыйымлығы бар шынжырдан избезиз сыйымлығы жоқ шынжырға көший ушын конденсатордың пластинкаларын бир бирине қосылатуғын жағдайға шекем жақылата бериў керек. Бул жағдайда астарлардың арасындағы қашықлық нолге жақынлайды, ал сыйымлықтың шамасы шексизликке умтылады [(25.2)-формулаға қараңыз].

### § 96. Өзгермели тоқ шынжырынде бөлинип шығатуғын құйат

Шынжырдағы құйаттың бир заматлық мәниси кернеў менен тоқ күшинин бир заматлық мәнислериниң көбеймесине тең [(37.2)-формула менен салыстырыңыз]:

$$P(t) = U(t)i(t) = U_m \cos \omega t I_m \cos(\omega t - \varphi).$$

Алгебрадан белгили болған

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$$

формуладан пайдаланып, құйаттың бир заматлық мәнисине мынадай тур бериўге болады:

$$P(t) = \frac{1}{2} U_m I_m \cos \varphi + \frac{1}{2} U_m I_m \cos(2\omega t - \varphi). \quad (96.1)$$

Ис жүзинде бизге  $P(t)$  ның үақыт бойынша алынған орташа мәниси керек, оны  $P$  арқалы белгилейик.  $\cos(2\omega t - \varphi)$  шамасының орташа мәниси нолге тең болғанлықтан

$$P = \frac{U_m I_m}{2} \cos \varphi. \quad (96.2)$$

формуласына ийе боламыз. Солай етип, (96.1)-бир заматлық құйат (96.2)-орта мәнисиниң әтирапында тоқтың жийилигинен еки есе үлкен болған  $2\omega$  жийилиги менен тербеледи екен (207-сүйрет).

Егер шынжырдағы тоқ механикалық жумыс ислемесе, онда орташа құйат (96.2)-актив қарсылығында жыллыштық түринде бөлинип шығады. (95.1)-формулаға сәйкес

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{R}{Z}. \quad (96.3)$$

$\cos \varphi$  дин үақыттың бул мәнисин (96.2)-формулаға қойып ҳәм  $\frac{U_m}{Z} = I_m$  екенлигин еске алсақ, онда [(95.2)-формулаға қараңыз] мынаны аламыз:

$$P = \frac{RI_m^2}{2}. \quad (96.4)$$

Дәл үсындағы құйатқа құши

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (96.5)$$

шамасына тең тұрақты тоқ ийе болады.

(96.5)-шама тоқ күшинин тәсир етиўши (ямаса эффективлик) мәниси деп аталады. Тап сол сыйяқты,

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad (96.6)$$

шамасы кернеўдин тәсирлик мәниси деп аталады.

Бир заматлық мәнислерди пайдаланып, орташа қүйіттың формуласы болған (96.2)-формулаға мынадай түр бериүге болады:

$$P = UI \cos \varphi. \quad (96.7)$$

Қүйіт ушын жазылған аңлатпаға қүйіт коэффицинети деп аталатуғын  $\cos \varphi$  көбейтишиси киреди. Егер реактив қарсылық  $X = \omega L - \frac{1}{\omega C}$  нолге тең болса (бул  $X_L = X_C = 0$  жағдайда да орын алады), онда (96.3)-аңлатпаға сәйкес  $\cos \varphi = 1$  ҳәм  $P = UI$ . Таза реактив қарсылығы болғна жағдайда ( $R = 0$ )  $\cos \varphi = 0$  ҳәм сонлықтан шынжырдан бөлинетуғын қүйіттың орташа мәниси нолге тең болады. Бул жағдайда тоқтың биринши шереги дәүириңде энергия сырттан шынжырға бериледи, ал келеси шеректин даўамында кери қайтады (бир заматлық қүйіт  $2\omega$  жиилиги менен өзгереди). Солай етип,  $\cos \varphi = 0$  теңлиги орынланған жағдайда тоқтың күши кандай болғанда да шынжырда нолден басқаша орташа қүйітты алыў мүмкін емес. Техникада  $\cos \varphi$  шамасын мүмкіншилиги болғанынша үлкен етип алыўға тырысады.  $\cos \varphi$  шамасы киши болғанда шынжырда зәрүрли болған қүйітты өндериў ушын күшли тоқ талап етиледи. Бундай жағдайда тутастырыўшы сымдардағы шығын артады ҳәм олардың көлденең кесимин үлкейтишеге туýры келеди.

### § 97. Символлық усыл

Егер символлық усыл деп аталатуғын усылды пайдаланса, онда өзгермели тоқ шынжырын есаплауды әдеўир әпиүайыластырыўға болады. Бул усыл мынаған тийкарланған: математика курсынан координата тегислигинде жатқан ҳәр бир  $A$  векторын

$$\hat{A} = a + bj = Ae^{j\alpha} \quad (97.1)$$

комплекс санына салыстырыўға болатуғынлығы мәлім. Бул аңлатпадағы  $a$  ҳәм  $b$  санлары вектордың координата көшерине түсирилген проекциялары (вектордың басы координаталар көшеринин басы менен сәйкес келеди деп болжаймыз),  $A$  - комплекс санның (вектордың модули менен дәл келетуғын) модули,  $\alpha$  - комплекс санның аргументи (вектор менен  $x$  көшеринин арасындағы мүйеш),  $j$  - жормал сан<sup>87</sup>.  $a, b, A$  ҳәм  $\alpha$  шамаларының арасында мынадай қатнаслар бар:

$$\left. \begin{aligned} A &= \sqrt{a^2 + b^2}, \\ \frac{b}{a} &= \tan \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (97.2)$$

Комплекс санларды қосқанда олардың затлық бөлімин өз алдына, ал жормал бөлигин өз алдына қосады:

$$\hat{A} = \sum \hat{A}_k = \sum a_k + j \sum b_k.$$

$\hat{A}$  ның  $\hat{A}_k$  комплекс санларының жәрдемінде сүретленетуғын векторлардың қосындысына сәйкес келетуғынлығын көриў қыйын емес (209-сүрет).

Еки комплекс санды көбейтиў қағыйдасынан

$$Ae^{j\alpha} \cdot Be^{j\beta} = AB e^{j(\alpha+\beta)}.$$

<sup>87</sup> Математикада қабылланған  $i$  белгисиниң орнына электротехникада  $\sqrt{-1}$  шамасын  $j$  ҳәрибиниң жәрдемінде белгилеїди. Бул белгилеўди, сондай-ақ мүйеш пенен фазаны  $\varphi$  ҳәриби менен белгилеў ҳеш қандай гүманды пайда етпейди, себеби XV ҳәм XVI бапларда тоқтың тығыздығы менен потенциал түснингине қайта келмеймиз.

Электротехникада комплекс санларды белгилеўде "қалпақшаның" (мысалы  $\hat{U}$ ) орнына ноқат  $\hat{U}$  қолланылады. Биз бундай белгилеўди пайдаланбаймыз, себеби физикада шаманың символының үстіндеги ноқат үақыт бойынша түүндыны билдиреди.

$A$  векторды сүүретлейтуғын (210-сүүрет)  $\hat{A} = Ae^{j\alpha}$  комплекс санын  $e^{j\varphi}$  комплекс санына көбейтиү  $A$  векторын saat стрелкасының бурылыш бағытына қарама-қарсы  $\varphi$  мүйешке бурыш менен барабар. Егер  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  болса, онда  $e^{j\varphi} = \cos \frac{\pi}{2} + j \sin \frac{\pi}{2} = j$ . Солай етип, векторды  $j$  шамасына кебейтиү оны saat тилине қарсы  $\frac{\pi}{2}$  мүйешке бурышта сәйкес келеди. Тап сол сыяқты, векторды  $\frac{1}{j} = -j$  шамасына көбейтиү, оны saat тили бойынша  $\frac{\pi}{2}$  мүйешине бурыш менен барабар.

Символлық усылдың артықмаш екенлигин көрсетиү үшүн, оның жәрдеминде индуктивлик пенен сыйымлықтағы кернеүдин түсиүине есаплаўлар жүргиземиз. (93.2)-формуланы символлық көринисте былайынша жазамыз:

$$\hat{U}_L = L \frac{d\hat{i}}{dt}.$$

Егер индуктивлик арқалы

$$\hat{i} = I_m e^{j\omega t} \quad (97.3)$$

тоғы өтсе, онда түсетеуғын кернеүдин шамасын былайынша анықтаймыз:

$$\hat{U}_L = L \frac{d}{dt} (I_m e^{j\omega t}) = j\omega L I_m e^{j\omega t} = j\omega \hat{L} i. \quad (97.4)$$

Солай етип, кернеү векторы болған  $U_L$  векторын алыш үшүн тоқ күши векторын  $\omega L$  ге көбейтиү керек ҳәм saat стрелкасының қозғалыш бағытына қарама-қарсы бағытта  $\pi/2$  мүйешине бурыш керек. Бул 206-б сүүрет пенен сәйкес келеди.

(94.1)-теңлик бойынша  $U_c = q/C$ . Конденсатордағы зарядты мына көринисте жазыўға болады:

$$q = \int i dt.$$

Бул теңликті  $U_c$  үшүн жазылған формулаға қойып ҳәм буннан кейин символлық жазыўға көшип, мынаны аламыз:

$$\hat{U}_c = \frac{1}{C} \int \hat{i} dt.$$

Егер шынжыр арқалы (97.3)-тоқ өтсе, онда

$$\hat{U}_c = \frac{1}{C} \int I_m e^{j\omega t} dt = \frac{1}{j\omega C} I_m e^{j\omega t} dt = -j \frac{1}{\omega C} \hat{i} \quad (97.5)$$

(кернеүдин турақты қураушысын жоқ деп есаптаймыз, сонлықтан интеграллаў турақтысы нолге тең). Алынған нәтийже 202-б сүүретке сәйкес болады.

Актив қарсылықтағы кернеүдин түсиүиниң мынаған тең болатуғынлығы түснікли:

$$\hat{U}_R = R \hat{i}. \quad (97.6)$$

204, а-сүүретте көрсетилген шынжыр жағдайда (97.4), (97.5) ҳәм (97.6) шамаларының қосындысы сыртқы  $U$  кернеүди береди:

$$R \hat{i} = j\omega L \hat{i} - j \frac{1}{\omega C} \hat{i} = \hat{U}.$$

$i$  ди қаұсырманың сыртына шығарып, мынаны аламыз:

$$\hat{i} \left[ R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right] = \hat{U}. \quad (97.7)$$

Қаұсырманың ишиндеги

$$\hat{Z} = R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = R + jX \quad (97.8)$$

шамасы комплексли қарсылық деп аталады. (97.2)-формулаға сәйкес оның модули (95.4)-толық қарсылыққа, ал аргументи (95.1)-формуланың жәрдеминде анықланады, яғни кернеү менен тоқтың арасындағы фазаның аүйысышы  $\varphi$  ге тең. Демек,

$$\hat{Z} = Z e^{j\varphi}. \quad (97.9)$$

Комплексли қарсылықтың киргизилиүине байланыслы (97.7)-формула мынадай түрге енеди:

$$\hat{i}\hat{Z} = \hat{U},$$

яғый бул аңлатпа тұрақлы тоқ ушын арналған Ом нызамына сәйкес келеди.

$$\hat{U} = \hat{i}\hat{Z} = iZe^{j\varphi}$$

қатнасынан кернеў векторы  $\hat{U}$  ды  $i$  тоқ күши векторын  $Z$  ға көбейтип ҳәм saat тилиниң қозғалыў бағытына қарама-қарсы бағытта  $\varphi$  мүйешке бурыў арқалы алғыға болатуғының көринип түр. Бул 204-б сүретке сәйкес келеди.

Жеке алынған участкалары  $\hat{Z}_k$  комплексли қарсылығы менен тәрийипленетуғын шынжырды көз алдымызға елеслетейик (211-сүрет). (97.10)-аңлатпаға сәйкес, ҳәр участкадағы кернеўдин түсійи мынаған тең:

$$\hat{U}_k = \hat{i}\hat{Z}_k.$$

Барлық  $\hat{U}_k$  кернеўлеринин қосындысы шынжырға түсирилген  $\hat{U}$  кернеўине тең болыуы керек:

$$\hat{U} = \sum \hat{i}\hat{Z}_k = \hat{i} \sum \hat{Z}_k = \hat{i}\hat{Z}.$$

Солай етип, избе-из жалғанған шынжырдың комплексли қарсылығы оның жеке участкаларының комплексли қарсылықтарының қосындысына тең:

$$\hat{Z} = \sum \hat{Z}_k. \quad (97.11)$$

Хәр қайсысы  $\hat{Z}_k$  комплексли қарсылық менен тәрийипленетуғын элементлерди параллель қосқан жағдайдағы (212-сүрет) толық тоқ мынаған тең:

$$\hat{i} = \frac{\hat{U}}{\hat{Z}}.$$

Бул теңликтегі  $\hat{U}$  - түсирилген кернеў,  $\hat{Z}$  - шынжырдың комплексли қарсылығы. Усының менен бирге  $\hat{i}$  тоғы шынжырдың ҳәр бир элементи арқалы өтетуғын ҳәм  $\hat{i}_k = \hat{U}/\hat{Z}_k$  формуласының жәрдеминде анықланатуғын  $\hat{i}_k$  тоқларының қосындысынан түрлүү керек:

$$\hat{i} = \sum \frac{\hat{U}}{\hat{Z}_k}.$$

Соңғы еки теңликті теңлестирип, параллель шынжырлардың комплекстик қарсылығын анықтайтуғын формуланы табамыз:

$$\frac{1}{\hat{Z}} = \sum \frac{1}{\hat{Z}_k}. \quad (97.12)$$

Кирхгоф қағыйдасы комплексли көринисте белгилейнша жазылады:

$$\left. \begin{aligned} \sum \hat{i}_k &= 0 \\ \sum \hat{Z}_k \hat{i}_k &= \sum \hat{\mathcal{E}}_k, \end{aligned} \right\} \quad (97.13)$$

Бул теңликтеги  $\hat{\mathcal{E}}_k = \hat{\mathcal{E}}_{mk} e^{j(\omega t + \alpha_k)}$  арқалы усы контурда бар болған  $k$ -э. қ.к. болып табылады. Амплитудалық мәнислердин орнына тоқлардың, кернеўлердин ҳәм ә.қ.күшлеринин ҳәрекеттеги мәнислерин алған жағдайда да бул параграфта келтирілген барлық формулалар өзлериниң күшин сақлады.

## § 98. Тоқлардың резонансы

Индуктивлик пенен сыйымлығы параллель қосылған шынжырды қараймыз (213-сүрет). Еки шақаның да актив қарсылығы жүдә киши болғанлықтан, оны есапқа алмаймыз. Бул жағдайда (97.4)- ҳәм (97.5)-формулалар бойынша

$$\begin{aligned} \hat{i}_1 &= j\omega C \hat{U}, \\ \hat{i}_2 &= \frac{\hat{U}}{j\omega L} = -j \frac{\hat{U}}{\omega L} \\ \hat{U}_c &= \hat{U}_L = \hat{U}. \end{aligned} \quad (98.1)$$

теңликтерине ийе боламыз.

(98.1)-теңликтен  $i_1$  ҳәм  $i_2$  тоқларының қарама-қарсы фазада (индуктивликтеги тоқ  $U$  дан  $\frac{\pi}{2}$  шамасына кейин қалады, ал сыйымлықтағы тоқ  $U$  дан  $\pi/2$  шамасына озады). Тутастырышты өткізгішлердеги  $\hat{i}$  тоғы  $\hat{i}_1$  ҳәм  $\hat{i}_2$  тоқларының қосындысына тең:

$$\hat{i} = \hat{i}_1 + \hat{i}_2 = j \left( \omega C - \frac{1}{\omega C} \right) \hat{U}.$$

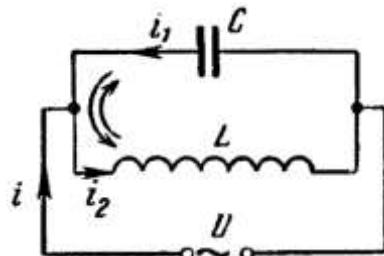
Биз

$$\omega C - \frac{1}{\omega C} = 0 \quad (98.2)$$

шәрти орынланған жағдайда айырым шынжырлардағы  $\hat{i}_1$  ҳәм  $\hat{i}_2$  тоқларының мәниси үлкен болатуғын жағдайларда да деректен шығатуғын өткізгіште  $\hat{i}$  тоғының болмайтуғынлығын көремиз. Бул құбылысты тоқлардың резонансы деп атайды. (98.2)- шәрттен резонанслық жийилик ушын резонанслық кернеүдегидей [(95.7)-формуланы қараңыз] мәнис алынады шығады.

Резонанстың үақтында жоқарыда көрсетилгендей,  $\hat{i}_1$  ҳәм  $\hat{i}_2$  тоқлары амплитудалары бойынша бирдей, бирақ фазалары бойынша қарама-қарсы болады. Демек, индуктивлик ҳәм сыйымлықтан туратуғын контурда тоқ конденсатордың астарларын үзлиksiz зарядлап туратуғындай болып айланыста болады.

213-сүрет.



$\hat{i}_1$  ҳәм  $\hat{i}_2$  тоқларының арасындағы қатнасты векторлық диаграмманың жәрдеминде көргизбели етип сүретлеүге болады. Кернеү диаграммасында (204-б сүретке қараңыз)  $\hat{U}$  векторы тоқ көшерине қатнасы бойынша салынған. Тоқлар диаграммасын құрғанда  $\hat{i}$  векторын кернеү көшерине қатнасы бойынша орналастырыў керек. Усындағы көшер сыптында  $x$  көшерин таңлап алайық (214-сүрет). Индуктивликтеги тоқ кернеүден  $\pi/2$  шамасына артта қалады. Сонықтан, кернеү көшерине салыстырғанда saat стрелкасының қозғалыс бағытында  $\pi/2$  мүйешке бурылған вектор түринде сәүлелендириледи. Сыйымлықтағы тоқ кернеүден  $\pi/2$  шамасына алда болады. Усыған сәйкес кернеү көшерине салыстырғанда saat стрелкасының қозғалыс бағытына қарсы  $\pi/2$  мүйешке бурылған. Резонанстың үақтында еки тоқ векторының узынлықтары бирдей ҳәм қосынды тоқтың шамасы нолге тең болады.

Хақында, индуктивлик (мысалы, катушка) ҳәммеге үақытта да актив  $R$  қарсылығына ийе болады (215-сүретте бул қарсылық ҳәм индуктивлик бөлек-бөлек көрсетилген)<sup>88</sup>. Демек, тоқтың кернеүден артта қалыўы  $\pi/2$  шамасынан киши болады ҳәм мына формууланың жәрдеминде анықланады:

<sup>88</sup> Бул гәп конденсаторға да тийисли. Бирақ конденсатордың шынжырындағы актив қарсылық индуктивлик шынжырындағы актив қарсылықтан әдеүир киши болып соғылышы мүмкін.

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L}{R}.$$

Бул жағдайда  $\hat{i}_1$  ҳәм  $\hat{i}_2$  векторлары коллинеарлы емес, олардың қосындысы да нолге тең болмайды.(216-а сүрет). Еки шақаның комплексли қарсылықтары (215-сүретке қараңыз) мынаған тең:

$$\hat{Z}_1 = \frac{1}{j\omega C}, \quad \hat{Z}_2 = R + j\omega L.$$

Пүткіл шынжырдың қарсылығын (97.12)-формула бойынша есаптаймыз:

$$\frac{1}{\hat{Z}} = j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L} = \frac{(1 - \omega^2 LC) + j\omega CR}{R + j\omega L}.$$

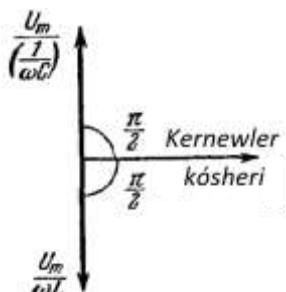
Буннан қарсылық ушын

$$\hat{Z} = \frac{R + j\omega L}{(1 - \omega^2 LC) + j\omega CR}$$

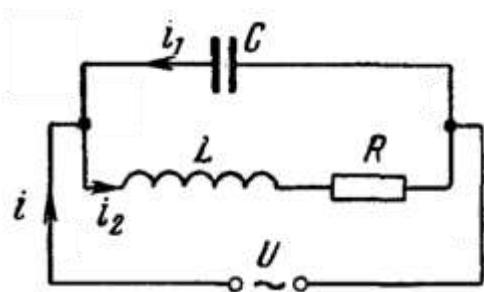
аңлатпасына иие боламыз. Бул аңлатпаның алымын да, бөлімін де бөлімине комплексли түйинлес шамаға көбейтсек, мынаны аламыз:

$$\hat{Z} = \frac{R + j[\omega L(1 - \omega^2 LC) - CR^2]}{(1 - \omega^2 LC)^2 + j(\omega CR)^2}. \quad (98.3)$$

$\hat{Z}$  шамасының модули параллель шынжырдың толық қарсылығын, ал ұзы  $\hat{Z}$  шамасының реактив ҳәм актив қураушыларының қатнасы тоқ пенен кернеўдин арасындағы фазаның айырым анықлайтуғын  $\varphi$  мүйешиниң тангенсін береди.



214-сүрет.



215-сүрет.

Толық қарсылық болған  $Z$  шамасының максимумының (яғни тоқлар резонансы жүзеге келген жағдайдағы) оның реактив қураушысының нолге айланғанда, яғни толық қарсылық тек таза актив қарсылықтан туратуғын жағдайда алынатуғынлығын көрсетиүгө болады (216-б сүрет). (98.3)-теңліктиң жормал бөлімін нолге теңlestirip резонанс жийилигин табыўға болады:

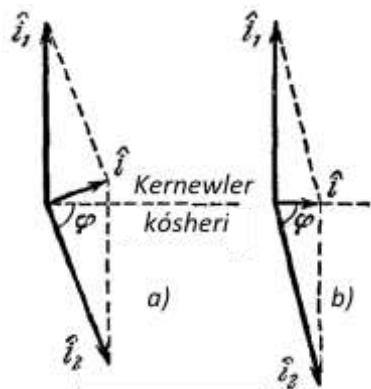
$$\omega L(1 - \omega^2 LC) - \omega CR^2 = 0.$$

Буннан

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}} \quad (98.4)$$

теңлигине иие боламыз ҳәм  $R = 0$  теңлиги орынланғанда бул формуланың (95.7)-формулаға айланатуғынлығын көремиз.

Солай етип, тоқлар резонансы ушын мыналар тән: шынжырдың толық қарсылығы актив қарсылық болып табылады ҳәм шынжырдың берилген параметрлеринде мүмкін болған ең үлкен мәнисине жетеди (кернеў резонансы болған жағдайда  $Z$  шамасы ең киши мәниске тең). Бул жағдайда  $\hat{i}_1$  ҳәм  $\hat{i}_2$  тоқлары тоқтың дереги арқалы өтетуғын  $\hat{i}$  тоғынан әдеўир үлкен болады. Тоқтың дереги өндирген құйат шынжырдың  $R$  актив қарсылығында бөлинип шығады.



216-сүйрет.

Қарсылығы  $R$  киши болған контурда жийилиги (98.4)-аңлатпада берилген тоқ үшін қарсылықтың шамасы  $R$  қаншама киши болса, соншама үлкен болады ( $R \rightarrow 0$  болғанда контурдың  $Z$  қарсылығы шексизликке умтылады).

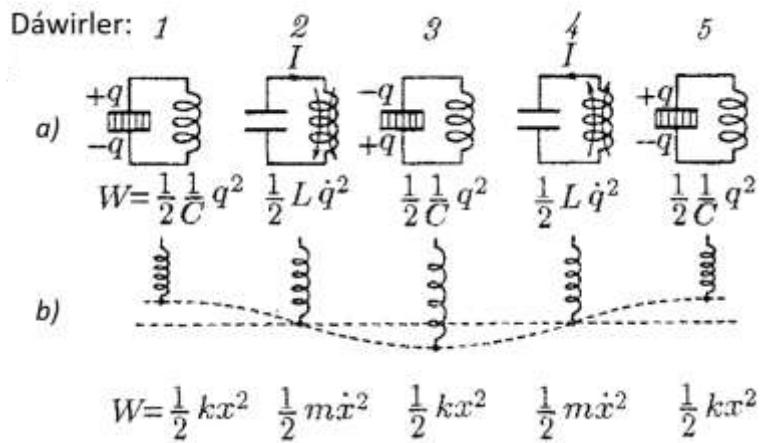
## XVI БАП

## ЭЛЕКТР ТЕРБЕЛИСЛЕРИ

**§ 99. Актив қарсылығы жоқ контурдағы еркин тербелислер**

Электр тербелислери индуктивлиги менен сыйымлығы бар шынжырда пайда бола алады. Бұндай шынжырды тербелмeli контур деп атайды. 217-а сүйретте актив қарсылығы нолге тең идеал контурдағы тербелис процесинің избе-из дәүирлери сүйретленген.

Тербелисти пайда етиў ушын индуктивликten ажыратылған конденсаторды тоқтың дерегине қосыу керек. Нәтийжеде, конденсатордың астарларында шамасы  $q_m$  ге тең белгилери хәр қыйлы болған зарядлар хәм соған сәйкес астарлардың арасында энергиясы  $\frac{1}{2} \frac{1}{C} q_m^2$  шамасына тең электр майданы пайда болады (1-дәүир) [(29.1)-формулаға қараңыз]. Егер буннан кейин тоқтың дерегин айырып, конденсаторды индуктивлик пенен түйікласақ, сыйымлық зарядсызланған баслайды хәм контурдың бойы менен тоқ өтеди. Нәтийжеде электр майданының энергиясы кемейе баслайды хәм оның орнына индуктивлик арқалы өтип атырған тоқтың тәсиринде пайда болатуғын магнит майданының өсетуғын энергиясы пайда болады. Бул энергияның шамасы  $\frac{1}{2} L \dot{I}^2$  қа тең [(61.4)-формулаға қараңыз].



217-сүйрет.

Шынжырдың актив қарсылығы нолге тең болғанлықтан, электр майданының  $\frac{1}{2} \frac{1}{C} q^2$  энергиясы менен магнит майданының  $\frac{1}{2} L \dot{I}^2$  энергиясының қосындысынан тұратуғын толық энергия конденсатордың астарларын қыздырыуға жумсалмастан, турақлы болып қалады. Сонықтан конденсатордағы кернеў, демек, электр майданының энергиясы нолге айналған моментте, магнит майданының энергиясы да, тоқ та өзлериниң ең үлкен мәнислерине жетеди (2-дәүир, усы моменттен баслап тоқ өзлик индукцияның ә.к.күшлериниң есабынан өтеди). Буннан кейин тоқтың шамасы кемейе баслайды, астарлардағы заряд өзиниң дәслепки  $q_m$  шамасына жеткен үақытта тоқтың күши нолге тең болады (3-дәүир). Буннан кейин процесслер кери бағытта өтеди (4- хәм 5-дәүирлер), хәм система дәслепки ҳалына келеди (5-дәүир). Солай етип, барлық цикл қайтадан қайталанады. Тәрийипленген процестин барысында астарлардағы  $q$  заряды, конденсатордың астарларына түскен  $U$  кернеў хәм индуктивлик арқалы өтетуғын тоқтың күши  $i$  дәүирли түрде өзгериске ушырайды (яғни тербелис жүзеге келеди). Тербелис

электр майданының энергиясы менен магнит майданының энергиясының бир бирине айланыуы менен жүреди.

217-б сүретте контурдағы тербелис пружиналы маятниктиң тербелиси менен салыстырылған. Қонденсатор астарларына түсирилген заряд маятники сыртқы күшлердин тәсиринде тең салмақтың ұлдан шығарыуға ҳәм оған берилген алғашқы  $x_m$  аүйсүйінде сәйкес келеди. Бул жағдайда пружинаның серпимли деформациясының потенциаллық энергиясы пайда болады [I томдағы (62.3)-формулаға қараңыз]. 2-дәүир маятниктиң тең салмақтың ұлды арқалы өтийине сәйкес келеди. Усы моментте квази серпимли күштин шамасы нолге тең болады ҳәм маятник инерциясы бойынша қозғалысын дауам етеди. Усы үақытта маятниктиң энергиясы толығы менен кинетикалық энергияға айланады ҳәм оның мәниси  $\frac{1}{2}mv^2$  теңлигинин жәрдемінде анықланады. Буннан кейинги дәүирлерди бир бири менен салыстырыуды китапты оқыушылардың өзлерине ұсынамыз.

Электрлик ҳәм механикалық тербелислерди салыстырыудан электр майданының  $\frac{1}{2}Cq^2$  энергиясының серпимли деформацияның потенциаллық энергиясына үқсас екенлеги, ал магнит майданының  $\frac{1}{2}Li^2$  энергиясының кинетикалық энергияға үқсас екенлеги келип шығады.  $L$  индуктивлигі масса  $m$  нин, ал сыйымлыққа кери болған ( $1/C$ ) шама қаттылық коэффициенті  $k$  ның орнын ийелейди. Ақырында,  $q$  зарядына маятниктиң тең салмақтың ұлдан аүйсүйі  $x$ , ал  $i = \dot{q}$  тоқтың күшине ұз тезлиги сәйкес келеди. Биз төменде электр ҳәм механикалық тербелистиң арасындағы үқасалықтың оларды сипаттайтуын математикалық теңлемелерге де тарқалатуынлығын көремиз.

Тербелистиң барысында контурға сырттан кернеў түсирилмейди. Сонлықтан сыйымлыққа түсетуын кернеў  $U_c = \frac{q}{C}$  менен индуктивликті түсетуын кернеў  $U_L = L \frac{di}{dt}$  дин қосындысы нолге тең болыуы керек:

$$L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0.$$

Бул, теңлікти  $L$  ге бөлип ҳәм  $\frac{di}{dt}$  катнасын  $\ddot{q}(i = \dot{q})$  арқалы алмастырып, мынадай теңлікке келемиз:

$$\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0. \quad (99.1)$$

Егер

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (99.2)$$

белгилеўин пайдалансақ, онда (99.1)-теңлеме механикалық тербелислер ұққындағы тәlimаттан бизге жақсы таныс болған көриниске енеди [I томдағы (62.6) теңлемени қараңыз]:

$$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0. \quad (99.3)$$

Бул теңлемениң шешиминин

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \alpha) \quad (99.4)$$

түриндеги функция болып табылатуынлығын биз жақсы билемиз.

Солай етип, конденсатор астарларындағы заряд жийилиги (99.2)-теңлик пенен анықланатуын гармоникалық нызам бойынша өзгереди. Бул жийилик контурдың меншикли жийилиги деп аталады (ол гармоникалық осциллятордың меншикли жийилигине сәйкес келеди). Тербелис дәүири ушын Томсон формуласы деп аталатуын формуланы аламыз:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (99.5)$$

Конденсатордағы кернеўдин шамасы зарядтың шамасынан  $1/C$  көбейткиси менен айрылады:

$$U = \frac{q_m}{C} \cos(\omega_0 t + u) = U_m \cos(\omega_0 t + \alpha). \quad (99.6)$$

(99.4)-функцияны үақыт бойынша дифференциаллап, тоқ күшине арналған

$$i = -\omega_0 q_m \sin(\omega_0 t + \alpha) = I_m \cos\left(\omega_0 t + \alpha + \frac{\pi}{2}\right) \quad (99.7)$$

теңлигин аламыз.

(99.4)-менен (99.7)-формулаларды салыстырып, тоқтың шамасы өзинин් максималлық мәнисине жеткенде зарядтың (сондай-ақ кернеудиң) нолге айланатуғының ҳәм керисинше қубылыштың орын алатуғының көремиз. Заряд пенен тоқ арасындағы сондай қатнасты биз бурын энергетикалық көз-қарасларға тийкарланып алған едик.

(99.6)- ҳәм (99.7)-формуладан

$$U_m = \frac{q_m}{C}, I_m = \omega_0 q_m \quad (99.7)$$

екенлиги келип шығады.

(99.2)-формула бойынша  $\omega_0$  ны алмастырып, мынаны аламыз:

$$U_m = \sqrt{\frac{L}{C}} I_m. \quad (99.8)$$

Бул формуланы электр майданының энергиясының үлкен мәнисинин  $[\frac{1}{2} C U_m^2]$ , (29.1)-формулаға қараңыз] магнит майданының энергиясының ең үлкен мәнисине тең болатуғынына сүйенип алғыўға болады.

## § 100. Еркин сөниүши тербелислер

Қәлеген ҳақыйқый контур актив қарсылыққа иие болады. Контурда топланған энергия усы қарсылықта жыллыштың бөлиніп шығыўына жұмсалады. Сонлықтан, еркин тербелислер үақыттың өтийи менен өшеди. Тербелис теңлемесин сыйымлыққа, индуктивликке ҳәм актив қарсылыққа түскен кернеўлердин қосындысының нолге тең болыўы шәртинен келтирип шығарыўға болады:

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} q = 0.$$

Бул теңликті  $L$ -ге бөлип ҳәм  $i$ -ди  $\dot{q}$  арқалы, ал  $\frac{di}{dt}$  туғындысын  $\ddot{q}$  арқалы аңлатып, мынаны аламыз:

$$\ddot{q} + \frac{R}{L} \dot{q} + \frac{1}{LC} q = 0. \quad (100.1)$$

$\frac{1}{LC}$  шамасының контурдың  $\omega_0$  меншикли жийилигинин квадратына тең екенлигин есапқа алып [(99.2)-формулаға қараңыз] ҳәм

$$\beta = \frac{R}{2L} \quad (100.2)$$

белгилеўин пайдаланып, (100.1)-теңлемени мынадай түрге алып келиўге болады:

$$\ddot{q} + 2\beta \dot{q} + \omega_0^2 q = 0. \quad (100.3)$$

Соңғы теңлеме өшиўши механикалық тербелистиң дифференциаллық теңлемеси менен дәл сәйкес келеди [I том, (73.2)-формулаға қараңыз].  $\beta^2 < \omega_0^2$  шәрти орынланғанда, яғни  $\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC}$  болғанда, (100.3)-теңлемениң шешими былайынша жазылады:

$$q = q_{m0} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha). \quad (100.4)$$

Бул аңлатпада  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ . (100.4)-аңлатпаға  $\omega_0$  ның (99.2)-теңликтеги мәнисин,  $\beta$  ның (100.2)-мәнисин қойып, мынаны табамыз:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}. \quad (100.5)$$

Солай етип, өшетуғын тербелистин җийилиги  $\omega$  меншикли җийилик  $\omega_0$  дан киши болады.  $R = 0$  болғанда (100.5)-теңлик (99.2)-теңликтегі өтеди.

(100.4)-аңлатпаны сыйымлық  $C$  ға бөлип, конденсатордағы кернеүди аламыз:

$$U = \frac{q_m}{C} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) = U_{m0} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha). \quad (100.6)$$

Тоқтың күшин табыў ушын (100.4)-аңлатпаны үақыт бойынша дифференциаллаймыз:

$$i = \dot{q} = q_{m0} e^{-\beta t} [-\beta \cos(\omega t + \alpha) - \omega \sin(\omega t + \alpha)].$$

Бул теңликті  $\sqrt{\omega^2 + \beta^2} = \sqrt{\omega_0^2} = \omega_0$  шамасына көбейтемиз ҳәм бөлемиз. Нәтийжеде

$$i = \omega_0 q_{m0} e^{-\beta t} \left[ -\frac{\beta}{\sqrt{\omega^2 + \beta^2}} \cos(\omega t + \alpha) - \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + \beta^2}} \sin(\omega t + \alpha) \right]$$

теңлигине ийе боламыз. Енди

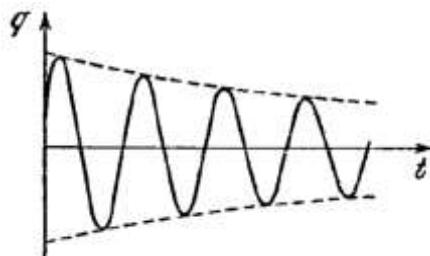
$$\cos \varphi = -\frac{\beta}{\sqrt{\omega^2 + \beta^2}} = -\frac{\beta}{\omega_0}, \sin \varphi = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + \beta^2}} = \frac{\omega}{\omega_0}.$$

шәртлеринен анықланатуғын  $\varphi$  мүйешин киргизип, тоқ ушын аңлатпаны былайынша жазыўға болады<sup>89</sup>:

$$i = \omega_0 q_{m0} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha + \varphi). \quad (100.7)$$

$\cos \varphi < 0$ , ал  $\sin \varphi > 0$  болған жағдайда  $\frac{\pi}{2} < \varphi < \pi$  теңсизликтеринин орынлы екенлиги есапқа алынған. Солай етип, контурда актив қарсылық бар болған жағдайда тоқ фазасы бойынша конденсатордағы кернеүден  $\frac{\pi}{2}$  шамасынан үлкен шамаға алға кетеди екен ( $R = 0$  болғанда озы́  $\frac{\pi}{2}$  шамасын қурайды).

(100.4)-функцияның графиги 218-сүйретте көрсетилген. Кернеў менен тоқтың графиклеринин түрлери бир бирине уқсас.



218-сүйрет.

Тербелислердин өшиўин өшиўдин логарифмлик декременти менен тәрийиплеў қабыл етилген [I томдағы (73.12)-формулаға қараңыз].

$$\lambda = \ln \frac{a(t)}{a(t+T)} = \beta T.$$

Бул теңликтегі  $a(t)$  арқалы сәйкес шамалардың ( $q, U$  ямаса  $i$ ) амплитудалары белгиленген.

Өшиўдин логарифмлик декременти амплитуданың шамасының  $e$  есе кемейетуғын үақыт ишиндеги жүзеге келген  $N_e$  тербелис санына кери шама болады:

$$\lambda = \frac{1}{N_e}.$$

<sup>89</sup> Бул шәртке  $\operatorname{tg} \varphi = -\frac{\omega}{\beta}$ ,  $\cos \varphi < 0$  турин де бериүге болады.

Тербелмели контурды оның төзимлиги менен ( $Q$ ) жийи сипатлайды. Ол өшиүдин логарифмлик декрементине кери пропорционал шама түринде анықланады:

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \pi N_e. \quad (10.8)$$

(100.8)-теңлемеден контурдың төзимлиги қаншама жоқары болса, онда амплитуда  $e$  есе кемейгенге шекем көп тербелип үлгиреди.  $\lambda$ -ның орнына онын  $\beta T$  мәнисин алғып, мынаны табамыз:

$$Q = \frac{\pi}{\beta T} = \frac{1}{2\beta} \left( \frac{2\pi}{T} \right) = \frac{\omega}{2\beta}.$$

Егер өшиў аса үлкен болмаса ( $\beta^2 \ll \omega_0^2$ ), онда  $\omega = \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$  теңликлери орынлы болады деп болжаўға болады. Бундай жағдайда

$$Q \approx \frac{\omega_0}{2\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{L}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{1}{LC}}.$$

[(100.2)-ге сәйкес  $2\beta = R/L$ ]. Солай етип, өшиў әстелик пенен жүзеге келетуғын жағдайда

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{1}{C}}. \quad (100.9)$$

Контурдағы тоқ күшиниң амплитудасы  $e^{-\beta t}$  нызамы бойынша киширейеди. Контурда топланған  $W$  энергия тоқтың күшиниң амплитудасының квадратына (яmasа конденсатордағы кернеүдин амплитудасының квадратына) пропорционал; демек,  $W$  шамасы  $e^{-\beta t}$  нызамы бойынша кемейеди. Бир дәүирдин ишиндеги энергияның салыстырмалы кемейиүи мынаған тең:

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{W(t) - W(t+T)}{W(t)} = \frac{1 - e^{-2\beta T}}{1} = 1 - e^{-2\lambda}.$$

Өшиў әстелик пенен жүзеге келетуғын болса (яғни  $\lambda \ll 1$  шәрти орынланғанда)  $e^{-2\lambda}$  шамасын  $1 - 2\lambda$  менен жууық түрде алмастырыўға болады:

$$\frac{\Delta W}{W} = 1 - (1 - 2\lambda) = 2\lambda.$$

Бул теңликтеги  $\lambda$  ны (100.8)-формула бойынша контурдың  $Q$  төзимлиги менен алмастырып ҳәм алынған теңлиktи  $Q$  ға қарата шешип, мынаны аламыз:

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W}. \quad (100.10)$$

Солай етип, әстелик пенен өшиўде контурдың төзимлиги контурда топланған энергияның усы энергияның тербелистиң бир дәүири ишиндеги кемейиүине қатнасына пропорционал болады екен.

Жүймақтап келип,  $\beta^2 \geq \omega_0^2$ , яғни  $\frac{R^2}{4L^2} \geq \frac{1}{LC}$  теңсизлиги орынлы болғанда, тербелистиң орнына конденсатордың дәүирли болмаған разряды жүзеге келетуғының атап өтемиз. Дәүирли процестиң дәүирли болмаған процесске айланыуына сәйкес келетуғын контурдың қарсылығын критикалық қарсылық деп атайды. Критикалық қарсылықтың мәнси болған  $R_k$  шамасы  $\frac{R_k^2}{4L^2} = \frac{1}{LC}$  шәртинин тиикарында анықланады. Буннан

$$R_k = 2 \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (100.11)$$

формуласы келип шығады.

## § 101. Мәжбүрий электр тербелислери

Мәжбүрий тербелисти пайда етиў ушын системаға дәүирли түрде өзгерип туратуғын сырттан тәсир түсириў керек. Электр тербелислери жағдайында буны контурдың элементлерине избе-из қосылған өзгермели э.к.күшин ямаса контурды үзип, пайда болған контактке өзгермели  $U$  кернеўин түсириў арқалы әмелге асырыўға болады. Соңғы жағдай алдыңғы бапта толық қарап өтилди (204-а сүйретке қараңыз)<sup>90</sup>. Бирак, электрлік ҳәм механикалық тербелислердин арасындағы үқсаслықты көриўди ақырына шекем жүргизиў ушын биз теңлемелерге басқаша түр бериў арқалы мәжбүрий электр тербелислерин қараймыз.

Контурдың элементлерине түскен кернеўлердин қосындысын сырттан түсирилген кернеўге теңлестиремиз:

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} q = U_m \cos \omega t.$$

$i$  тоқтан  $q$  зарядына өтип, (99.2)- ҳәм (100.2)-белгилеўлерди пайдаланып, мына теңлемени аламыз:

$$\ddot{q} + 2\beta \dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{U_m}{L} \cos \omega t.$$

Бул теңлеме мәжбүрий механикалық тербелистин дифференциаллық теңлемеси менен бирдей [I томдағы (75.2)-формулаға қараңыз]. Усы теңлемениң дара шешими мына түрде жазылады:

$$q = q_m \cos(\omega t - \varphi). \quad (101.1)$$

Бул аңлатпада мынадай белгилеўлер киргизилген:

$$q_m = \frac{\left(\frac{U_m}{L}\right)}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}, \quad (101.1)$$

$$\tan \varphi = \frac{2\beta \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

[I томдағы (75.7)- ҳәм (75.8)-формулаларға қараңыз].

Усы теңликтердеги  $\omega_0^2$  пенен  $\beta$  ның орнына (99.2)- ҳәм (100.2)-аңлатпалардағы мәнислерин қойсақ, мынадай формулаларды аламыз:

$$q_m = \frac{U_m}{\omega \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad (101.2)$$

$$\tan \varphi = \frac{R}{\frac{1}{\omega C} - \omega L}. \quad (101.3)$$

Егер (101.1)-дара шешимге сәйкес бир текли теңлемениң улыўма шешимин қоссак, онда улыўмалық шешимди аламыз. Бұндай шешим алдыңғы параграфта алынған еди [(100.4)-формулаға қараңыз] ҳәм ол экспоненциаллық  $e^{-\beta t}$  көбейткишине ийе. Соңықтан тербелис басланғаннан кейин оның қәлиплесиүи ушын кеткен үақыттың ишинде бул көбейткиштиң мәниси киши болып шығады ҳәм оны есапқа алмаўға болады. Демек, қәлиплескен мәжбүрий тербелис (101.1)-функция менен тәрийипленеди екен. Бул параграфтың алдындағы параграфта тек қәлиплескен тоқ пенен кернеўдин қарап өтилгенлигин ескертемиз.

Заряд  $q$  ды сыйымлық  $C$  ға бөлип, конденсатордағы кернеўди аламыз:

---

<sup>90</sup> Телемедеги э.к.к ны сол қалпинде қалдырыў ушын  $U = U_m \cos \omega t$  функциясын  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \cos \omega t$  функциясы менен ғана алмастырыў керек болған жағдайда.

$$U_c = \frac{q_m}{C} \cos(\omega t - \varphi) = U_m \cos(\omega t - \varphi).$$

Бул аңлатпада

$$U_{C_m} = \frac{q_m}{C} = \frac{U_m}{\omega C \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (101.4)$$

(101.1)-функцияны  $t$  бойынша дифференциаллап, контурда қәлиплескен тоқты табамыз:

$$i = -\omega q_m \sin(\omega t - \varphi) = I_m \cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right). \quad (101.5)$$

Ток амплитудасының (95.2)-теңлик пенен сәйкес келетүүн

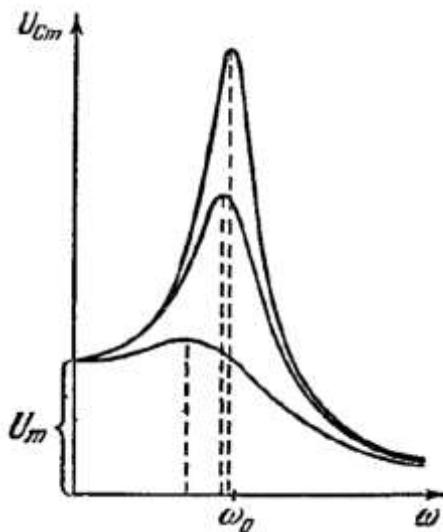
$$I_m = \omega q_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (101.6)$$

мәнисине ийе болады.

(101.5)-аңлатпаға  $\varphi = \psi - \pi/2$  белгилеүин киргизип, биз (95.3)-формула менен бирдей болған  $i$  ушын жазылған теңлемеге келемиз. (101.3)-аңлатпаға сәйкес мынаны аламыз:

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \left( \varphi - \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Солай етип, биз (95.1)-формулаға қайта келдик.



219-сүүрөт.

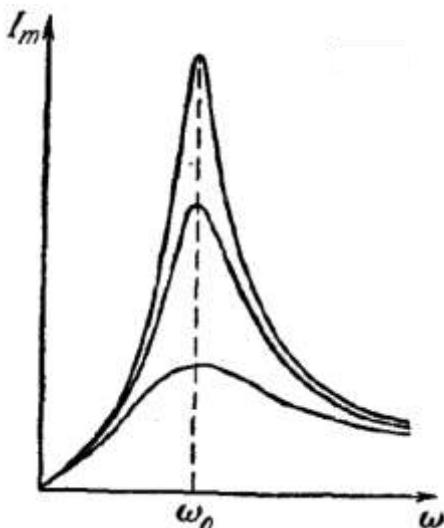
$q$  заряды ушын резонанслық жийилик пенен конденсатордағы  $U_c$  кернеүи мынаған тен [I томдағы (75.11)-формулаға қараңыз]:

$$\omega_q = \omega_U = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} \leq \omega_0. \quad (101.7)$$

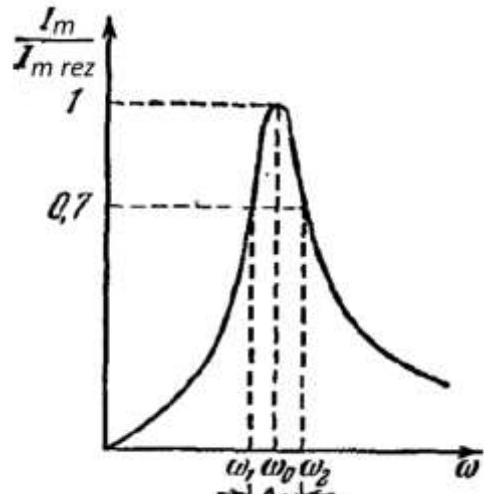
219-сүүрөтте  $U_c$  ушын резонанслық иймеклик сүүретленген ( $q$  дың резонанслық иймеклиги де дәл сондай). Бул иймекликлер механикалық тербелислер ушын алынған резонанслық иймекликлерге үкസ (I томдағы 189-сүүретти қараныз).  $\omega \rightarrow 0$  болғанда резонансстық иймек сыйықтар  $U_{C_m} = U_m$  ға умтылады (конденсаторды тұрақты болған  $U_m$  кернеүдиндерегине қосқанда оның ушларында пайда болатуғын кернеүге умтылады).  $\beta = R/2L$  шамасы қаншама киши болса, яғни контурдың актив қарсылығы киши, ал

индуктивлик үлкен болса, онда резонанстың максимумы соншама бийик ҳәм оның формасы сүйирлеў болады.

Тоқтың күши ушын резонанслық иймекликлер 220-сүйретте көрсетилген. Олар механикалық тербелестеги тезликтиң резонанслық иймеклигиге сәйкес келеди.  $\omega L - 1/\omega C = 0$  теңлиги орынланғанда (101.6)-тоқ күшинин амплитудасы максимальдық мәнисине ийе болады. Демек, тоқ күшинин резонанслық жийилигиге контурдың меншикли жийилигиги  $\omega_0$  ның шамасына дәл сәйкес келеди.  $I_m$  көшериндеги резонанслық иймеклик пенен кесилисетеүін кесиндинин ұзынлығы нолге тең - турақты кернеүде конденсаторы бар шынжыр арқалы қәлиплескен тоқ өтө алмайды.



220-сүйрет.



221-сүйрет.

Өший киши болғанда ( $\beta^2 \ll \omega_0^2$ ) кернеү ушын (101.7)-резонанслық жийиликти  $\omega_0$  ге тең деп болжаўға болады:

$$\omega_U \approx \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \omega_U L - \frac{1}{\omega_U C} \approx 0.$$

(101.4)-формулаға сәйкес, резонанс үақтындағы конденсатордағы кернеүдин амплитудасы болған  $U_{C_m rez}$  шамасының сыртқы кернеүдин амплитудасы  $U_m$  ге қатнасы тең болады:

$$\frac{U_{C_m rez}}{U_m} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{LC}} C \sqrt{R^2}} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = Q.$$

Бул теңликтерде  $Q$  арқалы контурдың төзимлиги белгиленген [(100.9)-формулаға қараңыз].

Контурдың төзимлигиге резонанслық иймекликтин қанша дәрежеде сүйир екенлигин де тәрийиплейди. Бұған көз жеткеріү ушын тоқ ушын резонанслық иймекликтин бийиклигинин ярымына тең болған резонанслық иймекликтин кеңлигиге деп аталатуғын шаманы есаптаймыз. Бул ярым кеңлик ҳақында гәп еткенде  $I_m^2$  шамасы резонанслық мәнисинин 0,5 үлесине сәйкес келетуғын резонанслық жийилик  $\Delta\omega$  ны түсінемиз ( $I_m \approx 0,7I_{m rez}$ ; 221-сүйрет)

(101.6)-формула бойынша тоқтың күшинин амплитудасының квадраты мынаған тең:

$$I_m^2 = \frac{U_m^2}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Резонанс жүзеге келген жағдайда  $I_m^2$  мына шамаға тең:  $I_{m \text{рез}}^2 = \frac{U_m^2}{R^2} \cdot I_m^2$ . Амплитуданың квадраты болған  $I_m^2$  шамасы

$$\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 = R^2$$

шәртін қанаатландыратуғын жийиликте  $0,5 I_m^2$  үлесин қурайды.

Қаұсырманы ашып, жұдә құрамалы болмаған түрлендірўлерден кейин мынадай теңлемеге келемиз:

$$\frac{\omega^4}{\left(\frac{1}{LC}\right)^2} - 2 \frac{\omega^2}{\left(\frac{1}{LC}\right)} - R^2 \frac{C}{L} \frac{\omega^2}{\left(\frac{1}{LC}\right)} + 1 = 0.$$

(100.9)-формулаға сәйкес

$$R^2 \frac{C}{L} = \frac{1}{Q^2}, \quad \frac{1}{LC} = \omega_0^2.$$

Сонлықтан мынадай теңлемени жазыўға болады:

$$\frac{\omega^4}{\omega_0^4} - \left(2 + \frac{1}{Q^2}\right) \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 1 = 0.$$

Бул теңликті  $\omega^2 / \omega_0^2$  қатнасына қарата шешемиз:

$$\frac{\omega^2}{\omega_0^2} = 1 + \frac{1}{2Q^2} \pm \sqrt{\left(1 + \frac{1}{2Q^2}\right)^2 - 1} = 1 + \frac{1}{2Q^2} \pm \frac{1}{Q} \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}}.$$

Төзимлик жоқары болғанда бөлімдеги  $Q^2$  шамасын 1 ге салыстырғанда есапқа алмаўға болады. Бундай жағдайда:

$$\frac{\omega^2}{\omega_0^2} = 1 + \frac{1}{Q} \approx \left(1 \pm \frac{1}{2Q}\right)^2$$

Хәм буннан

$$\frac{\omega^2}{\omega_0^2} = 1 \pm \frac{1}{2Q}$$

түріндеги аңлатпаларды келтирип шығарамыз.

Солай етип, жийиликтиң изленип атырған мәнислери мынаған тең:

$$\omega_1 = \omega_0 \left(1 - \frac{1}{2Q}\right), \quad \omega_2 = \omega_0 \left(1 + \frac{1}{2Q}\right).$$

$\omega_2 - \omega_1$  айырмасын алып, иймекликтің кеңлиги болған  $\Delta\omega$  шамасын табамыз. Иймекликтің салыстырмалы кеңлиги болған  $\frac{\Delta\omega}{\omega_0}$  шамасы контурдың  $Q$  төзимлигіне кери шама болады екен:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{1}{Q}. \quad (101.8)$$

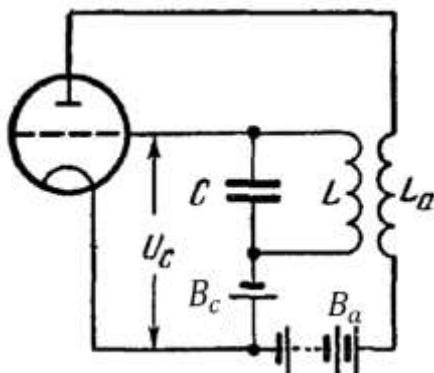
Бул формуланың  $Q$  дың үлкен мәнислеринде, яғнай контурдағы еркин тербелестиң өшийи киши болған жағдайлардаға дұрыс болатуғынлығын ескертемиз.

Биз тербелмелі контурдың элементтерине сыртқы кернеўди избе-из қосқан жағдайда пайда болған мәжбүрий тербелести қарадық (204-а сүйрет). Соның менен бир қатарда мәжбүрий тербелести кернеўдиндерегиң тербелмелі контурға параллель қосу арқалы да пайда етиўге болады (215-сүйретті қараңыз). Бул жағдайда резонанслық жийилик (98.4)-формуланың жәрдемінде анықланады.

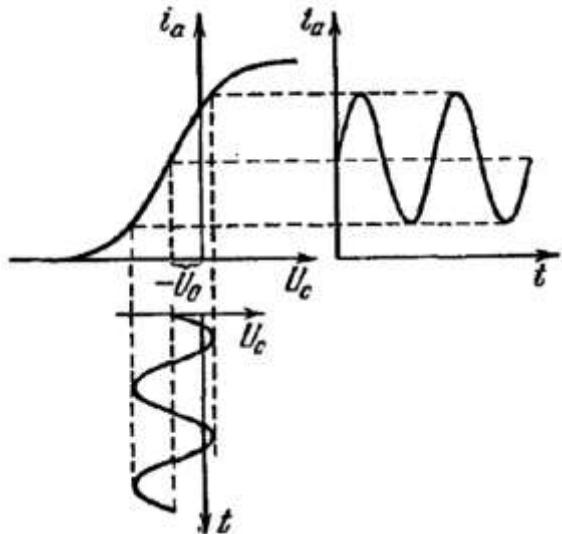
Резонанс қубылышы құрамалы болған кернеўден керек болған қураўшыларды бөлип алыў үшін пайдаланылады. Мейли, контурға түсирилген кернеў

$$U = U_{m1} \cos(\omega_1 t + \alpha_1) + U_{m2} \cos(\omega_2 t + \alpha_2) + \dots$$

түринде жазылатуғын болсын. Контурды  $\omega_1, \omega_2$  т. б. жийиликтердин бирине түйралап (яғни сәйкес болған  $C$  ҳәм  $L$  параметрлерин таңлап ала отырып), конденсаторда берилген қураўшының шамасынан  $Q$  есе үлкен болған кернеуди алыша болады. Бундай жағдайда конденсаторда баска қураўшыларға сәйкес келетуғын кернеүлер ҳәлсиз болады. Бундай процесс, мысалы, радиоқабыллағышты керекли болған толқын ұзынлығына түйралауда жүзеге асырылады.



222-сүйрет.



223-сүйрет.

### § 102. Өшпейтуғын тербелислерди алыш

Өшпейтуғын электр тербелислерин қоздырыў ушын лампалы генераторлар деп аталағын электронлық лампалары бар автотербелисли системалар қолланылады. Усындағы генератордың әпиўайы схемасы 222-сүйретте берилген. Тербелис қозатуғын тербелис контуры триодтың катоды менен торының арасына қосылған. Анодлық шынжырға контурдың  $L$  катушкасы менен индуктивли байланысқан  $L_a$  катушкасы қосылған.  $B_c$  батареясы лампаның жумыс ислейтуғын ноқатын характеристиканың түйрі сызықты участкасының ортасына жылыстырыў ушын хызмет етеди (223-сүйрет). Контурда тербелис пайда болғанда тордағы  $U_c$  кернеүи батареяның  $B_c$  кернеүи менен конденсатордағы  $U_c = q/C$  кернеудин қосындысынан турады:

$$U_c = U_0 + \frac{q}{C}. \quad (102.1)$$

224-сүйретте усы кернеудин графиги контурдағы  $q$  заряд пенен тоқ күшинин  $i = q$  графиги менен салыстырылып көрсетилген. Егер тербелис жүдә үлкен болмаса, онда  $U_c$  кернеүи характеристиканың түйрі сызықты участкасының шеклеринде қалады. Бул жағдайда анодлық тоқ пенен тордың  $U_c$  кернеүинин арасында мынадай байланыс орын алады:

$$i_a = i_0 + S U_c.$$

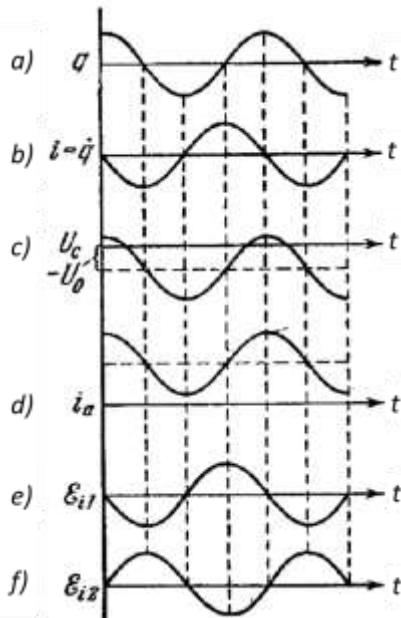
Бул аңлатпада  $S$  арқалы дүзиў сызықты участкадағы характеристиканың қыялдығы, яғни тұрақты шама [(75.2)-формулаға қараңыз] белгиленген. Усыған  $U_c$  ушын жазылған (102.1)-теңлікти қойып, мынаны аламыз:

$$i_a = i_0 + S U_0 + S \frac{q}{C} = i_{\text{түр}} + \frac{S}{C} q. \quad (102.2)$$

Солай етип,  $L_a$  катушкасында  $q$  зарядының синусоидалы өзгерислеринде тоқтың тұрақлы  $i_{\text{тур}}$  қураўшысынан басқа, өзгериүі  $q$  дың өзгериүі менен бир текте өзгеретүғын  $i_{\text{өзг}} = \frac{S}{C} q$  қураўшысы да болады (224-г сүйрет). Бул қураўшы  $L$  катушкада өз-ара индукцияның өзгермели ә.қ.күшин бағытлайтуғын болады:

$$\mathcal{E}_i = -L_{12} \frac{di_a}{dt} = -\frac{L_{12}S}{C} q. \quad (102.3)$$

Бул теңликлерде  $L_{12}$  арқалы  $L$  ҳәм  $L_a$  катушкаларының өз-ара индуктивлиги белгиленген.



224-сүйрет.

Егер  $L_a$  катушкасының ушын қайтадан қоссақ (бул оны  $180^\circ$  мүйешке бурған менен барабар),  $\mathcal{E}_i$  ниң бағыты қарама-қарсы тәрепке қарай өзгереди. 224-е ҳәм f сүйретте  $L_a$  ны қосыўдың еки усылына арналған  $\mathcal{E}_i$  дин ғрафиклері көрсетилген. Сүйреттен көрип түрғанындай, e) жағдайда фазасы бойынша  $\mathcal{E}_i$  контурдағы тоқ пенен дәл сәйкес келеди, демек, катушкалардың арасындағы күшли байланыс орнағанда тербелести өшпейтуғын етип услап турады. Қонтурдағы энергияның кемейиүі  $B_a$  тоқтың дерегиниң есабынан толықтырылып түрүлады.  $L_a$  катушкасын 224-f сүйретке сәйкес келетуғындай етип қосқанда  $\mathcal{E}_i$  шамасы  $i$  менен қарама-қарсы фазада болады ҳәм соның салдарынан контурдағы тербелиске қарсылық етеди.

Генераторда өтетуғын процеслердин мәниси мынадан ибарат: тербелмeli контур лампаның анодлық шынжырына тәсир етеди, ал ол өз гезегинде контурға тәсир етеди. Тербелести алыўдың усындау усылы кери байланыс деп аталады. Усылған сәйкес  $L_a$  катушкасын кери байланыс катушкасы деп атайды.

Лампалы генератордың теориясы (улыўма алғанда қәлеген автотербелмeli системалардың, соның ишинде механикалық системаның) жүдә қурамалы. Себеби бул жағдайда сызықтық емес болған дифференциаллық теңлемеге алып келинеди. Сызықтық емеслик барлық автотербелис орын алатуғын системаларға тән қәсийет.

**XVII БАП****ЭЛЕКТРОМАГНИТЛИК МАЙДАН****§ 103. Құйын тәризли электр майданы**

Тоғы индукцияланатуғын контур қозғалмай түрған, ал магнит индукциясы ағысының өзгериси магнит майданының өзгерисинен болатуғын жағдайдағы электромагнитлик индукцияны қараймыз. Индукциялық тоқтың пайда болыўы магнит майданының өзгерисинин салдарынан контурда тоқты тасыўшыларға тәсир ететуғын тәреплик күшлеринин пайда болатуғынлығын дәлеллейди. Бул тәреплик күш контурдағы химиялық процес пенен де, жыллылық процесси менен де байланыслы емес; олар Лоренц күши де бола алмайды, себеби Лоренц күши зарядтың үстинен жұмыс ислемейди. Буннан индукциялық тоқты контурда пайда болған электр майданының тәсиринде жүзеге келеди деп жүймаққа келемиз. Усы майданының кернеўлигин  $E_B$  арқалы белгилеймиз<sup>91</sup>. (32.2)-формула бойынша индукцияның ә.к.күши контур бойынша  $E_B$  векторының циркуляциясына тең:

$$\mathcal{E}_i = \oint E_{Bl} dl. \quad (103.1)$$

(56.3)-формулаға сәйкес

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S B_n dS \quad (103.2)$$

теңликлерин жазамыз ҳәм пайда болған интеграл контурға тирелетуғын ықтыярлы бет бойынша алынады. Контур қозғалмайтуғын болғанлықтан, үақыт бойынша дифференциаллау ҳәм бет бойынша интеграллау әмеллеринин орынларын былайынша алмастырыўға болады:

$$\frac{d}{dt} \int_S B_n dS = \int_S \left( \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right)_n dS. \quad (103.3)$$

$\mathbf{B}$  векторы үақытқа да, координатаға да байланыслы. (103.3)-теңлемениң он бөлигидеги үақыт бойынша  $B$  дан алынған түүйндү кеңисликтиң өзгермейтуғын ноқатына сәйкес келеди деп есаплау қерек. Сонлықтан интегралдың астындағы теңлик ушын үақыт бойынша алынған дара түүйндүның символы қолланылған.

(103.2)-формулада (103.3)- аңлатпа менен алмастырып, оннан кейин  $\mathcal{E}_i$  ушын жазылған (103.1)- ҳәм (103.2)-теңликлерин теңлестирип, мынаны аламыз:

$$\oint E_{Bl} dl = - \int_S \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)_n dS. \quad (103.4)$$

Максвелл, үақыт бойынша өзгермели магнит майданының кеңисликте  $E_B$  майданын пайда ететуғынлығын ҳәм бул құбылыстың усы кеңисликте өткізгиш контурдың бар ямаса жоқ екенлигинен ғәрэзсиз болатуғынлығын болжап айтқан еди. Контурдың бар болыўы тек ондағы индукциялық тоқтың пайда болыўы бойынша кеңисликтиң сәйкес ноқатларында электр майданының бар екенлигин табыў ушын ғана мүмкіншилик береди.

Солай етип, Максвелдиндеги идеясы бойынша үақыт бойынша өзгермели магнит майданы электр майданын пайда етеди. Кеңисликтеги бул  $E_B$  майданының қозғалмайтуғын

<sup>91</sup> Бул белгилеў де, буннан кейин қолланылатуғын  $E_q$  белгиси де жәрдемши белгилеўлердин қатарына киреди. Кейинирек  $B$  ҳәм  $q$  индекслерин қалдырып кетемиз.

зарядлар пайда еткен  $E_q$  электростатикалық майданынан үлкен айырмашылығы бар. Электростатикалық майдан потенциаллық майдан болып табылады. Оның кернеўлигининң сызықтары зарядларда басланып, зарядларда тамам болады.  $E_q$  векторының қалеген контур бойынша циркуляциясы былыйынша жазылады [(9.2)-формулаға қараңыз]:

$$\oint E_{ql} dl = 0. \quad (103.5)$$

(103.4)-формула бойынша  $E_q$  векторының циркуляциясы нолден өзгеше. Демек,  $E_q$  майданы магнит майданы сияқты, құйын тәризли болады.  $E_q$  майданының кернеўлик сияқтары түйікленған.

Солай етип, электр майданы потенциаллық та ( $E_q$ ), құйын тәризли де ( $E_B$ ) болыуы мүмкін. Улыұма жағдайда электр майданы зарядлардың бар болыуының себебинен пайда болған  $E_q$  майданы менен үақыт бойынша өзгермeli магнит майданының себебинен пайда болатуғын  $E_B$  майданларының қосындысынан тұрады. (103.5)- ҳәм (103.4)-теңликлерди бириктирип, қосынды майданының кернеўлиги  $E = E_q + E_B$  үшін төмендегидей қатнасты аламыз:

$$\oint E_i dl = - \int_S \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)_n dS. \quad (103.6)$$

Теңликтин шеп тәрепиндеги интеграл ықтыярлы түрде алынған түйік контур бойынша, ал он тәрепиндеги интеграл болса контурды өзиниң ишине алатуғын ықтаярлы бет бойынша алынады.

(103.6)-аңлатпа Максвелдин әлектромагнитлик теориясының тийкарғы теңлемелеринің бири болып табылады.

## § 104. Бетатрон

Құйын тәризли электр майданы электронлардың бетатрон деп аталатуғын индукциялық тезлеткишинде қолланылады. Бул прибор арнаұлы формаға ийе әлектромагнит полюслеринің арасына орналастырылған тороидтың эвакуацияланған камералардан тұрады (225-сүйрет). Әлектромагниттің обмоткасы жийилиги 100 гц болған өзгермeli тоқтың дерегине тутастырылады. Буннан пайда болған өзгермeli магнит майданы еки функцияны орынлайды: бириңиден, электронларды тезлететуғын құйын тәризли электр майданын пайда етеди, екіншиден, орбитасы камераның көшери менен сәйкес келетуғын орбитада электронларды услап тұрады.

Радиусы турақты болған орбитада электронларды услап тұрыу үшін олардың тезликлеринің үлкейиүнене қарай майданының магнитлик индукциясын арттырыу керек [(64.2)-формула бойынша орбитаның радиусы  $v/B$  шамасына пропорционал]. Сонлықтан оларды тезлетиү үшін тоқтың дәүириниң тек 2- ҳәм 4-шереклеринің қолланылығы мүмкін. Ал дәслеп бул магнит обмоткасындағы тоқ нолге тең. Солай етип бетатрон импульсlik режимде жұмыс ислейди. Импульстиң басында камераға электронлық пушкадан электронлық дәсте бериледи. Бул дәсте құйын тәризли электр майданы менен қамтып алынып, үлкейетуғын тезлик пенен дөңгелек орбитаның бойы менен қозғала баслайды. Магнит майданының үлкейиүнинң брысында ( $10^{-3}$  сек) электронлар миллионға шекем айланып үлгереди ҳәм бир неше жүзлеген МэВ ке шекемгі энергияға ийе болады. Усындау энергияға ийе болған электронның тезлиги вакуумдеги жақтылықтың тезлигине с ға дерлик тең болады.

Тезлетилген электронның радиусы турақты  $r_0$  болған орбитаның бойы менен қозғалығы үшін орбита бойлап магнит майданының магнит индукциясы менен оның

ишинде магнит индукциясының арасында әпиүайы қатнастың орынланыуы керек. Усы қатнасты ҳәзир табайық. Құйын тәризли майдан электрон козғалатуғын орбитада урынбаның бойы менен бағытланған. Демек, усы орбитаның бойындағы  $\mathbf{E}$  векторының циркуляциясын  $2\pi r_0 E$  түринде көрсетиүге болады. Соның менен бирге, (103.1)- ҳәм (103.2)-формула бойынша  $\mathbf{E}$  векторының циркуляциясы  $-\frac{d\Phi}{dt}$  шамасына тең. "-" белгиси  $\mathbf{E}$  нин бағытын көрсетеди. Бизге майданның кернеўлигиниң шамасы ғана керек. Сонықтан "-" белгисин буннан байлай таслап кетемиз. Циркуляцияның еки аңлатпасын бир бириңе теңлестирип, мынаны табамыз:

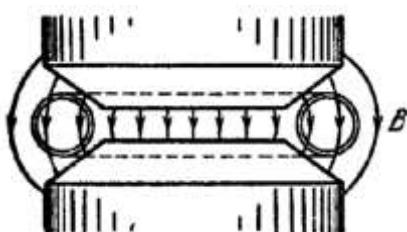
$$E = \frac{1}{2\pi r_0} \frac{d\Phi}{dt}.$$

Электронның қозғалысының теңлемесин байлайынша жазыўға болады:

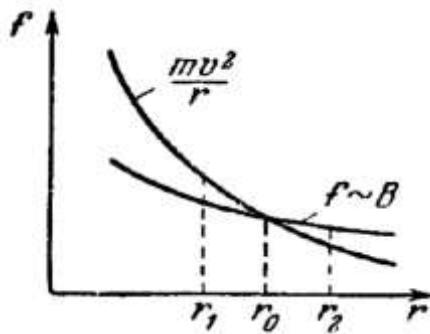
$$\frac{d(mv)}{dt} = eE = \frac{e}{2\pi r_0} \frac{d\Phi}{dt}, \quad (104.1)$$

$$\frac{mv^2}{r_0} = evB_{\text{орб}}. \quad (104.2)$$

(егер электронның массасын орайға умтылышы тезлениүге көбейтсек, онда соңғы теңлеме келип шығады;  $B_{\text{орб}}$  орбитадағы майданның магнит индукциясы).



225-сүйрет.



226-сүйрет.

Үақытты  $v$  менен  $\Phi$  нолге тең болатуғын моменттен баслап есапладап, (104.1)-теңлемени 0 ден  $t$  ға шекем интеграллап, мынаны аламыз:

$$mv = \frac{e}{2\pi r_0} \Phi.$$

Магнит майданы орбита тегислигине перпендикуляр, сонықтан  $\Phi = \pi r_0^2 \bar{B}$  теңлиги орынлы болады (бул теңліктегі  $\bar{B}$  орбитаның майданы бойынша магнит индукциясының орташа мәниси). Сонықтан

$$mv = \frac{e r_0}{2} \bar{B}$$

теңлигине ийе боламыз. Соңғы қатнасты (104.2)-мен салыстыра отырып, излеп атырған шартти табамыз:

$$B_{\text{орб}} = \frac{1}{2} \bar{B}.$$

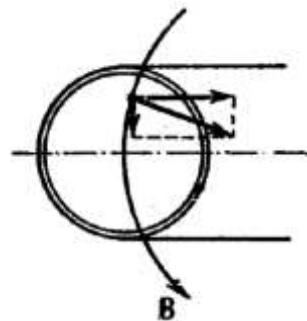
Солай етип, электронның барлық үақытта радиусы  $r_0$  болған орбитаның бойы менен қозғалыуы ушын орбитадағы магнит индукциясы орбитаның ишинде магнит индукциясының орташа мәнисинин ярымын қурауы тийис. Бұған кесик конус түріндеги полюслик ушларды соғыудың есабынан жетиүге болады (225-сүйретті қараңыз).

Орбитадағы электронлардың орнықлылығы ушын электронлардың тосыннан болатуғын радиаллық бағыттағы айысыўлары жүзеге келгенде оларды қайтадан радиусы  $r_0$  болған орбитаға қайтаратуғын күштин пайдада болыуы керек. Оның ушын электрон

орбитаның шетине қарай орайдан  $r$  шамасына қашықлағанда магнит индукциясы  $1/r$  ге пропорционал киширейиүй керек (226-сүйрет). Демек, электронлар радиусы  $r_1 < r_0$  болған орбитаға өткенде Лоренц қүши электрон үшін керекли болған орайға умтылыўшы тезлениў бериў үшін жеткилиksiz болады екен. Соның салдарынан ол орайдан қашықлап барып, радиусы  $r_0$  болған орбитаға қайтып келеди. Ал электронлардың радиусы  $r_2 > r_0$  орбитаға өтийиниң барысында Лоренц қүши  $v^2/r_0$  тезлениў бере алатуғын күштен үлкен болады. Соның салдарынан ол электронды радиусы  $r_0$  шамасына тен болған орнықлы орбитаға қайтарады.

Электронның көшерлик орнықлығы магнит майданының "бочка тәризли" болыўының салдарынан тәмийинленеди (225-сүйретті қараңыз). Лоренц қүши  $\mathbf{B}$  индукциясызықларына перпендикуляр. Демек, электронның орбита тегислигинен (яғни көшердин бағытынан) айысыұы үақтында, 227-сүйреттеп көрип турғанымыздай, электронның орбитасын бұрынғы ийелеген орнына қайтаратуғын күстин қураушылары пайда болады.

227-сүйрет.



Циклдың ақырында тезлетилген электронларды стационар орбитадан бұрып, оларды камераның ишинде орналасқан арнаұлы нышанаға бағыттайтуғын қосымша магнит майданы қосылады. Нышанаға келип тийген электронлар қатты электромагниттик нурларды шығарады ( $\gamma$ -нурлары, рентген нурлары).

Бетатронлар тийкарынан ядролық изертлеў жумыслардында қолданылады. Энергиясы 50 МэВ ке шекемги үлкен болмаған тезлеткишлер үлкен массаларға иие болған буйымларды дефектоскофиялық изертлеўлерды өткериў үшін пайдаланылатуғын қатты рентген нурларын алыў үшін пайдаланылмақта.

### § 105. Айысыў тоғы

103-параграфта анықлағанымыздай, электромагниттик индукция құбылысынан мынадай жуўмақты шығарыўға болады: кеңисликте өзгеретуғын магнит майданының болыўы құйын тәризли электр майданының пайда болыўына алып келеди екен. Максвелдин тийкарғы идеясы мынадан ибарат: электр ҳәм магнит майданларының арасында кери қатнаста бар, яғни электр майданы үақыт бойынша өзгеретуғын жағдайда магнит майданының пайда болыўы керек. Бул идея жұдә нәтийжели болды. Усы идеяның тийкарында испеп шығылған Максвелдин электромагниттик теориясы жарқын эксперименталлық тастыйықланыўын тапты.

Өзгермeli электр ҳәм пайда болатуғын магнит майданларының арасындағы салық қатнасты табыўдың барысында Максвелл айысыў тоғы деп аталатуғын түсиникти киргизди. Конденсаторы бар квазистационар өзгермeli тоқ шынжырын қарайық (228-сүйрет). Еркин заряд тасыўшыларының қозғалысы, яғни өткизгишилик тоғы конденсатордың астарларының арасындағы саңлақтан басқа шынжырдың барлық участкаларында орын алады. Демек, өткизгишилик тоғының салықлары астарлардың

шегарасында үзилиске ушырайды. Бирақ, оның есесине астарлардың арасындағы кеңисликте  $\mathbf{D}$  аұысыўы менен тәрийиплеўге болатуғын өзгермели электр майданы пайда болады. Максвелл, өткізгишлик тоқ сыйықтарының астарлар шегарасында аұысыў тоғы деп аталатуғын тоқ сыйықтарына үзлиksiz түрде тутасатуғынлығын болжады<sup>92</sup>.

Ток күшиниң бир заматтық мәниси  $i = \dot{q}$  шамасына тең. Өткізгишлик тоғының тығызлығы астарлардың бетине тикелей жақан орынларда

$$j_{\text{өт}} = \frac{\dot{q}}{S} = \frac{d}{dt} \left( \frac{q}{S} \right) = \dot{\sigma}$$

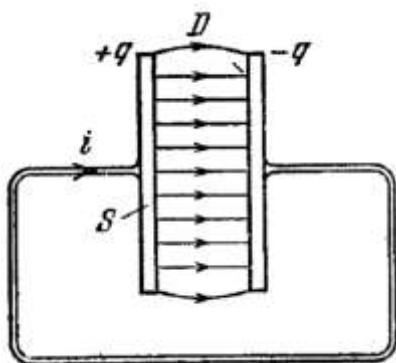
теңлигинин жәрдеминде анықланады. Бул теңликтегі  $S$  арқалы астарлардың майданы,  $q$  арқалы оның бетинде тарқалған заряд,  $\sigma$  арқалы зарядтың бетлик тығызлығы белгиленген.

Аұысыў тоғының сыйықтарының тығызлығының өткізгишлик тоғының сыйықтарының тығызлығындай болыўы ушын  $j_{\text{аý}}$  аұысыў тоғының тығызлығы да  $\dot{\sigma}$  шамасына тең болыўы керек.  $j_{\text{аý}}$  шамасын саңлақта бар электр майданының параметрлері арқалы аңлатайық. (16.19)- ҳәм (8.6)-формулалар бойынша астарлардың арасындағы саңлақтағы электр аұысыўы ушын  $D = \epsilon_0 E_0 = \sigma$  теңликлери орынлы болады. Буннан  $\dot{\sigma} = \dot{D}$  теңлиги келип шығады.

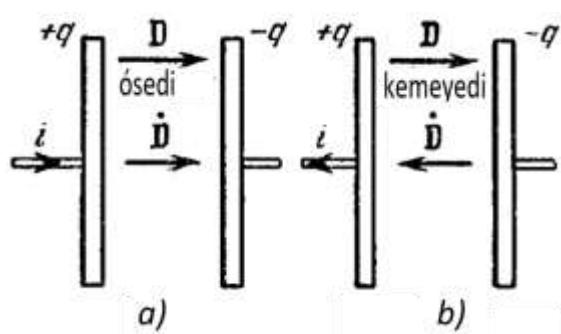
Солай етип,

$$j_{\text{аý}} = \dot{D} \quad (105.1)$$

теңлиги орынланады деп болжаўға болады.



228-сүйрет.



229-сүйрет.

229-сүйрет  $\mathbf{D}$  векторының бағыты менен  $j_{\text{өт}}$  векторының, соған сәйкес,  $j_{\text{аý}}$  векторының бағытлас екенлигин көрсетеди. 229-а сүйретте көрсетилген зарядтың белгиси менен  $i$  тоғының бағыты  $j_{\text{өт}}$  векторының шептен оңға қарай бағытланған екенлигин билдиреди. Тоқтың 229-б сүйретте көрсетилген бағытында  $\mathbf{D}$  векторы шамасы бойынша киширейеди. Демек,  $\dot{\mathbf{D}}$  векторы оңдан шепке қарай бағытланған, яғни бул жағдайда да  $j_{\text{өт}}$  векторы менен бағытлас. Усы тийкарда (105.1) теңлигин векторлық көринисте байлайынша жазыўға болады:

$$j_{\text{аý}} = \dot{\mathbf{D}}. \quad (105.2)$$

Аұысыў тоғының тығызлығын анықладытуғын (105.2)-формуланы Максвелл қәлеген көринистеги электр майданына, соның ишинде қуын тәризли майданға қолланды<sup>93</sup>. Максвелл өткізгишлик тоғына тән болған барлық физикалық қәсийетлердин ишинен

<sup>92</sup> Маквелдин үақтында электр майданы дүньялық әфир деп аталатуғын гепотезалық серпимли орталықтағы механикалық кериўлерден туады деп есапланды. Бул керилиўдин нәтийжеинде әфир бөлекшелериниң тең салмақтық ҳалдан аўысыўы орын алады деп түсинген.

<sup>93</sup>  $\dot{\mathbf{D}}$  деп жазғанда биз  $\frac{d\mathbf{D}}{dt}$  түүйндысын нәзерде тутамыз, себеби  $D$  тек үақытқа емес, ал координатаға да ғәрэзли.

аұысың төртіншінде магнит майданын пайда ететуғын бир ғана қәсійетин алды. Максвелл бойынша магнит майданын есаплағанда формулаларға өткізгішлик тоғының тығыздығы менен аұысың тоғының тығыздығынан туратуғын тоқтың, толық тығыздығын қойыў керек:

$$\mathbf{j}_{\text{толық}} = \mathbf{j}_{\text{өт}} + \mathbf{j}_{\text{аү}} = \mathbf{j}_{\text{өт}} + \dot{\mathbf{D}}. \quad (105.3)$$

Атап айтқанда, қәлеген контур бойынша  $H$  векторының циркуляциясы [(44.7)-формулаға қараңыз] мынаған тең болыўы керек:

$$\oint_S H_i dl = \int_S (\mathbf{j}_{\text{толық}})_n dS = \int_S (\mathbf{j}_{\text{өт}} + \dot{\mathbf{D}})_n dS. \quad (105.4)$$

(105.4)-теңлеме Максвелл теориясындағы екинши тийкарғы теңлеме болып табылады.

(105.2)-формула бойынша аұысың тоғы өзгеретуғын электр майданы бар барлық орынларда болады. Демек, ол бойы арқалы өзгермели электр тоғы өтип турған өткізгіштиң ишинде де бар екен. Бирак, өткізгіш сымның ишиндеги  $j_{\text{аү}}$  әдетте  $j_{\text{өт}}$  пенен салыстырғанда есапқа алмастай дәрежеде киши болады.

Гаусс системасында аұысың тоғын анықтайтуғын теңлеме мына түрде жазылады:

$$j_{\text{аү}} = \frac{1}{4\pi} \dot{D}. \quad (105.5)$$

## § 106. Электромагнит майданы

Максвелл идеясы бойынша өзгермели магнит майданы барлық үақытта өзин пайда еткен электр майданы менен, ал өз гезегинде өзгермели электр майданы өзин пайда еткен магнит майданы менен байланыслы. Солай өтип, электр ҳәм магнит майданлары бир бири менен ажыралмалы байланыслы болып, бирден бир электромагнитлик майданды пайда етеди.

Майкельсонның фундаменталлық тәжирийбесине<sup>94</sup> ҳәм басқа да тәжирийбелерде алынған фактлерге таллау өткериүдин тийкарында Эйнштейн механикалық құбылыслар ушын Галилей ашқан салыстырмалық принципин (I томдағы 17-параграфқа қараңыз) басқа да физикалық құбылысларға да қолланыўға болады деген жуўмаққа келди. Эйнштейн келтирип шығарған салыстырмалық принципи бойынша барлық физикалық құбылыслардың, солардың ишинде электромагниттик құбылыслардың нызамлары барлық инерциаллық есаплау системаларында бирдей түрге иие (яғни бирдей теңлемелер менен тәрийипленеди).

Салыстырмалық принципинен электр ҳәм магнит майданларын бир биринен бөлип қаралып, тек салыстырмалы мәниси ғана бар. Ҳақыйқатында, электр майданы қозғалмайтуғын зарядлар системасы тәрепинен пайда етиледи. Бирак, зарядлар қандай да бир инерциаллық есаплау системасына салыстырғанда қозғалмайтуғын болса, онда бул зарядлар басқа инерциаллық есаплау системаларына салыстырғанда қозғалатуғын болады. Демек, олар тек электр майданын ғана емес, магнит майданын да (қозғалыстағы заряд тоққа эквивалент) пайда етеди. Турақты тоқ өтип турған қозғалмайтуғын өткізгіш кеңисликтиң ҳәр бир ноқатында турақты магнит майданын пайда етеди. Бирак, басқа инерциаллық системаға салыстырғанда бул өткізгіш козғалыста болады. Соныңтан олардан пайда болған магнит майданы координаталары  $x, y, z$  болған қәлеген ноқатта өзгериске ушырайды, яғни, құйын тәризли электр майданын пайда етеди, Солай өтип, қандай да бир есаплау системасы менен байланыслы болған майдан "таза" электрлік ҳәм

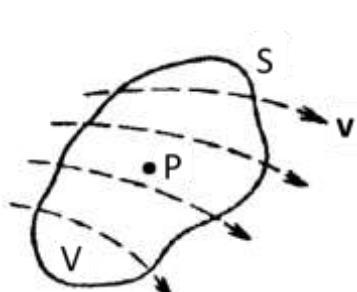
<sup>94</sup> Бул тәжирийбе Оптикада баянланады.

"таза" магнитлик майдан болады да, бирақ басқа есаплау системаларына салыстырғанда электр ҳәм магнит майданлардың жыйнағы болады.

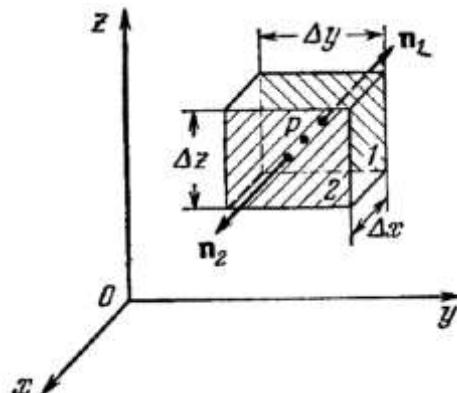
### § 107. Векторлық майданлардың қәсийеттерин тәриииплеу

Қандай да бир бет арқалы өтетуғын вектордың ағысы менен берилген контур бойынша вектордың циркуляциясы векторлық майданның характеристин билиүге мүмкіншилик береди. Бирақ, бул шамалар майдан ағысы анықланатуғын бет өзинин ишине алатуғын көлемниң шегиндеги ямаса циркуляция алышатуғын контурдың қасындағы майданың орташа характеристикасын береди. Беттің ямаса контурдың мұғдарын кемейтип (оларды ноқатқа алып келип), берилген ноқаттағы векторлық майданды сыпаттайтуғын шамаға өтигүе болады. Усы шамаларды киргизиү ушын ағыс пенен циркуляция түснігінин мәнисине тереңрірек кириүге туұры келеди.

Бизге үзилмейтуғын ҳәм қысылмайтуғын сүйықлықтың тезлиги векторының майданы берилген деп болжайық. Қандай да бир бет арқалы өтетуғын тезлик векторының ағысының усы бет арқалы бир бирлик үақыт ишинде ағып өткен сүйықлықтың көлемин беретуғыны белгили.  $P$  ноқатының әтирапындағы ойымызда  $S$  түйік бетин алайық (230-сүйрет). Егер бет пенен шекленген  $V$  көлемде сүйықлық пайда болмаса ямаса жоғалмаса, онда бет арқалы сыртқа аққан ағыстың нолге тең болатуғыны өз-өзинен түснікли. Ағыстың нолден өзгеше болыуы беттің ишинде сүйықлықтың дереклеринин ямаса сүйықлық жоқ болатуғын орынлардың, яғни сүйықлықтың көлемге киретуғын (дереклер) ямаса усы көлемнен шығатуғын (ағып кететуғын) ноқатлардың бар екенлегин көрсетеди. Ағыстың шамасы сүйықлықтың дереги менен оның ағып шығыўға сәйкес келетуғын құйатының алгебралық қосындысына тең<sup>95</sup>. Сүйықлықтың дереги ағып шығыўдан үлкен болғанда ағыстың шамасын он, ал сүйықтың ағып кетиүи басым болғанда терис болады.



230-сүйрет.



231-сүйрет.

Ағыс ушын жазылған  $\frac{\Phi_{\text{сүйық}}}{V}$  шамасын усы ағыс орын алатуғын көлемниң шамасына бөлсек, яғни

$$\frac{\Phi_{\text{сүйық}}}{V} \quad (107.1)$$

шамасын  $V$  көлеминдеги сүйықлықтың дерегинин орташа салыстырмалы құйаты деп атайды.  $P$  ноқатын өзинин ишине алатуғын  $V$  көлемі қаншама киши болса, онда орташа

<sup>95</sup> Сүйық көзинин (ағып шығыўының) құйаты деп бир бирлик үақыт ишинде бөлинip шығатуғын (жутылатын) сүйықлықтың көлемине айтады. Сүйықтың ағып шығыў құйатын терис белги менен алынған сүйықлықтың дереги сыпатында қараўға болады.

қүйаттың мәниси орташа алынған ҳақырымалы қүйатқа жақын болады.  $V$  нің нолге умтылы́шегинде, яғни  $V$  көлемди ноқатқа киширейткен үақытта (107.1)-теңлик  $P$  ноқатындағы сүйекліктың дерегиниң ҳақырымалы қүйатын береди. Бул шаманы  $\mathbf{v}$  векторының дивергенциясы (яmasa таралыуы) деп аталады. ( $\operatorname{div} \mathbf{v}$  деп белгиленеди). Демек, анықлама бойынша

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = \lim_{V \rightarrow P} \frac{\Phi_{\text{сүйек}}}{V}.$$

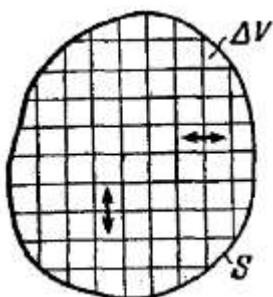
Тап сол сыйқылдың қәлеген  $\mathbf{A}$  векторының дивергенциясы байлай анықланады:

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = \lim_{V \rightarrow P} \frac{\Phi_A}{V} = \lim_{V \rightarrow P} \frac{1}{V} \oint_S A_n dS. \quad (107.2)$$

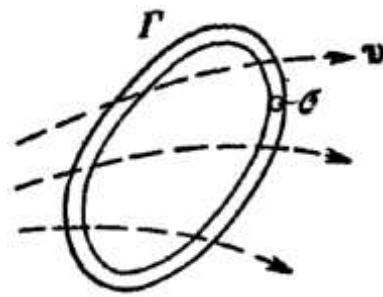
Интеграл  $V$  көлемди шеклеп түрған ықтыярлы түрде алынған түйік бет арқалы алынады.  $S$  нолге умтылғанда  $V \rightarrow P$  өтийи орын алатуғын болғанлықтан, (107.2)-теңлик беттин формасына ғәрезли бола алмайды.

Дивергенцияның берилген ноқатының қасындағы  $\mathbf{A}(P)$  векторлық функцияның қалайынша өзгеретуғынлығы бойынша анықланатуғынлығына, яғни кеңисликтиң бир ноқатынан екиншисине өткенде  $\mathbf{A}$  векторының (яmasa оның  $A_x, A_y, A_z$  қураушыларының) қалайынша өзгеретуғынлығын анықтайтуғынлығына исениү қыйын емес.

(107.2)-анықламадан дивергенцияның ноқаттың кеңисликтеги орынларын анықтайтуғын (қысқаша - ноқаттың функциясы) координаталардың скаляр функциясы екенлиги келип шығады. (107.2)-анықлама координата системаларын таңладап алыуға байланыссыз болған ең улыўмалық анықлама болып табылады.



232-сүйрет.



233-сүйрет.

Декарт координата системасындағы дивергенция ушын жазылған теңликті табайық.  $P(x, y, z)$  ноқатының әтирапында қабырғалары координата көшерлерине параллель етип алынған параллелепипед түриндеги (231-сүйрет) кишкене көлемди қарайық [(107.2)-теңликтеги интеграл алынған беттин формасы ықтыярлы деп есаплаймыз]. Көлемнің киши болыўының себебинен [(107.2)-теңлик бойынша биз оны нолге умтылдырамыз] параллелепипедтің ҳәр бир алты бетиниң арасындағы  $A_x, A_y, A_z$  шамаларын тұрақты деп есаплауға болады. Пүткил түйік бет арқалы өтетуғын ағыс алты беттин ҳәр бири бойынша өткен ағыслардан турады.

$x$  көшерине перпендикуляр (231-сүйретте бул қаптал бет қыя бағыттағы штрихланған сзығы пенен көрсетилген ҳәм 1 және 2 цифралары менен белгиленген) қос қаптал бетлер арқалы өтетуғын ағысты табайық. 2- қаптал бетке бағытланған ишки  $\mathbf{n}_2$  нормалы  $x$  көшери менен бағытлас. Демек,  $A_{n2} = A_{x2}$  ҳәм 2-жақ арқалы өтетуғын ағыс  $A_{x2}\Delta y \Delta z$  шамасына тең (бул аңлатпадағы 2 индекси  $A_x$  шамасының 2-жақ орналасқан орында алынатуғынлығын билдиреди). 1-жақта жүргизилген  $\mathbf{n}_1$  нормалы  $x$  көшерине қарама-қарсы бағытланған болады. Сонықтан  $x$  көшериндеги ҳәм  $\mathbf{n}_1$  нормалындағы вектордың проекциясы қарама-қарсы белгиге ийе болады. Солай етип,  $A_{n1} = A_{x1}$ , ал 1-жақ арқалы өткен ағыс  $A_{x1}\Delta y \Delta z$

шамасына тең (бул жағдайда 1 индекси  $A_x$  шамасының 1-жақ орналасқан орында алынатынлығын көрсетеди). 1- ҳәм 2-жақлар арқалы өтетуғын қосынды ағыс мына теңликтин жәрдеминде анықланады:

$$(A_{x2} - A_{x1})\Delta y \Delta z. \quad (107.3)$$

$A_{x2} - A_{x1}$  айырмасы  $A_x$  шамасының  $x$  көшеринин бойы менен  $\Delta x$  шамасына жылжығнадағы өсімін береди.  $\Delta x$  шамасының киши екенлигинен өсімди мына көринисте тәрийиплеўге болады:  $\frac{dA_x}{dx} \Delta x$ . Сонықтан (107.3)-аңлатпа

$$\frac{\partial A_x}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z = \frac{\partial A_x}{\partial x} \Delta V$$

аңлатпасына айланады. Усыған үқсас таллауды  $y$  ҳәм  $z$  көшерлерине перпендикуляр болған қос жақлар арқалы өткізилген ағыс ушын да алыға болады:

$$\frac{\partial A_y}{\partial y} \Delta V \text{ ҳәм } \frac{\partial A_z}{\partial z} \Delta V.$$

Демек, пүткил түйік бет арқалы өткен толық ағыс мына теңликтин жәрдеминде анықланады:

$$\Phi_A = \left( \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right) \Delta V.$$

Усы теңликті  $\Delta V$  шамасына бөліп,  $P(x, y, z)$  ноқатындағы  $\mathbf{A}$  векторының дивергенциясын табамыз:

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (107.4)$$

(хәр бир жақтың шеклеринде  $A_x, A_y$  ҳәм  $A_z$  қураўшыларын тұрақлы деп болжап,  $V \rightarrow P$  шеклик өтийдің орын алатуғынлығы алдын-ала болжадық).

Кеңисликтиң ҳәр бир ноқатында  $\mathbf{A}$  векторының дивергенциясын биле отырып, шекли өлшемдеги қәлеген бет арқалы усы вектордың ағысын есаплаға болады. Оның ушын  $S$  бети менен шекленген көлемди шексиз көп (шексиз көп шекте) кишкане (шексиз киши шекте) көлемлерге бөлемиз (232-сүйрет). (107.2)-формулаға сәйкес усы кишкане көлемлердин ҳәр қайсысынан аққан  $\mathbf{A}$  векторының ағысын былайынша жазыға мүмкін:

$$\text{Ағыс} = \operatorname{div} \mathbf{A} \Delta V.$$

Егер усы аңлатпаны барлық кишкане көлемлер бойынша суммаласқ, онда оның он тәрепи  $S$  бет пенен шекленген пүткил көлем бойынша интеграл болған  $\int_V \operatorname{div} \mathbf{A} dV$  интегралы деп, ал шеп тәрепин  $S$  бети арқалы өткен  $\mathbf{A}$  векторының ағысы екенлигине аңсат көз жеткериўге болады. Ҳақыйқатында да, қоңылас еки кишкане көлемди бөліп турған жақ арқалы өткен ағыстың ҳәр қайсысын қосқанда ҳәр бир ағыс еки рет қарама-қарсы белги менен шығады (қоңылас киши көлемлер ушын  $A_n$  нин мәниси абсолют мәниси бойынша бирдей, ал белгилери бойынша қарама-қарсы болады). Сонықтан ишки өткеллер арқалы аққан ағыс бир бириң жыйыстырып, орнын толмайтуғынлар сипатында тек кишкане көлемлердин сыртқы жақлары арқалы өтетуғын ағыслар ғана қалады. Оларды суммалағанда  $S$  арқалы өткен ағысты береди.

Солай етип, биз мынадай теңликті келемиз:

$$\oint_S A_n dS = \int_V \operatorname{div} \mathbf{A} dV, \quad (107.5)$$

Бул аңлатпаны Остроградский-Гаусс теоремасы деп атайды.

Қысылмайтуғын идеал сүйіқта қайта келейик. Түйік сзызық болған  $\Gamma$  контурын алдық деп болжайық. Қандай да бир усылдың жәрдеминде усы  $\Gamma$  контурды өзинин үшінне алатуғын жүдә жиңишке каналдан басқа ағыслардың барлығын қатарап тасладық деп болжайық (233-сүйрет). Ағыстың харakterине қарай (тезлик векторының майданының

характерине қарай) пайда болған каналдағы сүйеклық қозғалыссыз қалады ямаса контурдың бойы менен мүмкін болған еки бағыттың бири бойынша козғалады (циркуляцияланады). Усы қозғалыстың өлшеми сыпатында каналдағы сүйеклықтың тезлигин контурдың узынлығы болған  $l$  шамасына көбейткендеги шаманы аламыз. Оны  $\mathbf{v}$  векторының,  $\Gamma$  контурының бойындағы циркуляциясы деп атайды<sup>96</sup>.  $\Gamma$  контурының бойындағы циркуляциясы  $= \nu l$ .

(каналдағы ағысты турақты деп болғанлықтан тезликтиң модули  $\nu = \text{const}$ ).

Қаналдағы сүйеклық бөлекшелеринин ҳәр қайсысының дийўалларының қатыў моментаинде тезликтиң дийўалға перпендикуляр болған қураўшысы жоғалып, тек контурға урынба болған тезликтиң  $\nu_1$  қураўшысы ғана қалады. Бул қураўшы менен  $d\rho_l$  импульсы байланыста болады. Узынлығы  $dl$  болған каналдың кесиндиндеги сүйеклықтың бөлекшелери ушын бул импульстин модули  $\rho\nu_1 dl$  шамасына тең ( $\rho$  сүйеклықтың тығызлығы,  $\sigma$  каналдың көлденең кесиминин майданы). Сүйеклық идеал болғанлықтан, қабырғаның тәсири оның шамасын емес, тек  $d\mathbf{p}_l$  векторының бағытын ғана өзгерти. Сүйеклықтың бөлекшелеринин арасындағы өз-ара тәсирлесіү олардың арасындағы барлық бөлекшелердин тезликтерин теңлестиретүүн импульстин қайта тарқалыўын пайда етеди. Бул жағдайда импульслердин алгебралық қосындысының өзгериүи мүмкін емес: өз-ара тәсирлесетүүн бөлекшелердин биреүинин алған импульсы екиншисинин жоғалтқан импульсine тең. Бұның өзи мынаны билдиреди:

$$\rho\sigma\nu l = \int_{\Gamma} \rho\sigma\nu_l dl.$$

Бул теңликтен  $\nu$  циркуляцияның тезлиги,  $\nu_l$  арқалы  $\sigma dl$  көлемдеги каналдың қабырғаларының қатыўы орын алған үақыт моментинин алдындағы сүйеклықтың тезлигинин урынба қураўшысы.

$\rho$  шамасына қысқартып, мынаны аламыз:

$$\Gamma \text{ бойынша } \mathbf{v} \text{ векторының циркуляциясы} = \nu l = \oint_{\Gamma} \nu_l dl.$$

Ықтаярлы түрде алынған  $\Gamma$  контуры бойынша қәлеген  $A$  векторының циркуляциясы да тап сондай болып анықланады:

$$\Gamma \text{ бойынша } \mathbf{A} \text{ векторының циркуляциясы} \bar{A}_l l = \oint_{\Gamma} A_l dl. \quad (107.6)$$

Бул теңликтен  $\bar{A}_l$  арқалы  $\mathbf{A}$  векторының урынба қураўшысының контур бойындағы орташа мәниси белгиленген.

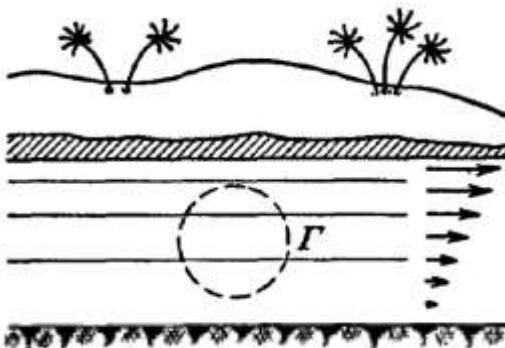
Циркуляцияны нолден айрыу үшін векторлық сзықтар контурдың бойы менен орау бағытында түйүк ямаса ең болмағанда иймейген деп ойлаўымызды болады. Бундай болжамның қате екенлигіне аңсат түрде көз жеткизиўге болады. Жаптағы сүйеклықтың ламинар ағысын қарайық. Сүйеклықтың жаптың тикелей түбиндеги тезлиги нолге тең ҳәм тезликтиң мәниси сүйеклықтың бетине жақынлағанда үлкейеди (234-сүрет). Тоқ сзығы ( $\mathbf{v}$  векторының сзығы) туўры сзықты. Усыған қарамастан пункттир менен белгиленген контур бойынша  $\mathbf{v}$  векторының циркуляциясының нолден өзгеше болатуғыны өз-өзинен көринип түр.

<sup>96</sup> Циркуляцияның мәнисине берилген усындан түснікинде идеясы Фейнманнан алынды (қараңыз: Фейнмановские лекции по физике, вып., 5, стр 17, "Мир" 1966).

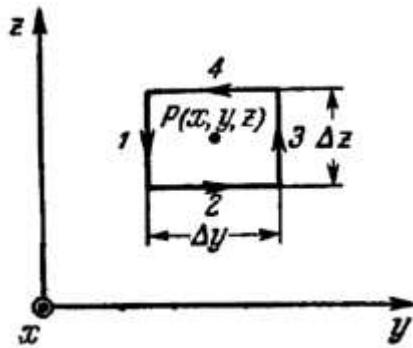
Циркуляция  $\Gamma$  контурдың кесе-кесиминиң майданына барабар болған область бойынша орташа мәниси алған майданың қәсийетин тәрийиплейди.  $P$  ноқатындағы майданың қәсийетиниң характеристикасын алыу ушын  $\Gamma$  контурының өлшемин  $P$  ноқатына жақынлатыў жолы менен киширейтиў керек. Бирақ, бул жағдайда циркуляцияның өзи нолге умтылады. Ҳақыйқатында да,  $A_l$  ның орташа мәниси шекли шама, ал контурдың ұзынлығы  $l$  болса бундай жағдайда нолге тең. Демек,  $\bar{A}_l l$  көбеймеси де нолге умтылады. Соныңтан  $P$  ноқатындағы  $\mathbf{A}$  векторлық майданының характеристикасы сыпатында усы ноқатқа топласатуғын  $\Gamma$  контурының бойы менен  $\mathbf{A}$  векторының циркуляциясының контурдың  $S$  майданының шамасына қатнасының шегин алған орынлы<sup>97</sup>:

$$\lim_{S \rightarrow P} \frac{\text{Г контуры бойынша } \mathbf{A} \text{ векторының циркуляциясы}}{S}. \quad (107.7)$$

Бирақ, (107.7)-шекли тапқан үақытты тәмендегидей қыйыншылық пайда болады: бул шектин шамасы  $P$  ноқаттағы майданың қәсийетинен ғана емес, ал кеңисликтеги контурдың бағытынан да ғәрэзли болады. Бул бағыт контурдың тегислигine түсирилген  $\mathbf{n}$  оң нормалының бағыты менен берилийи мүмкін (оң бурғы қағыйдасы менен интеграллағанда контурды айланып шығыў бағыты менен байланыслы болған нормалды оң нормаль деп атайды).  $\mathbf{n}$  нин ҳәр қыйлы бағытлары ушын сол  $P$  ноқаттағы (107.7)-шектi анықтаудың барысында биз ҳәр қыйлы мәнислерди аламыз. Соның менен бир қатарда қарама-қарсы бағытлар ушын бул мәнислер тек белгилери менен ғана айрылады ( $\mathbf{n}$  нин қарама-қарсы бағытқа өзгериүи интеграллағанда контурдың бойы менен қозғалыў бағытының өзгерисине эквивалент, бул жағдай циркуляцияның белгисиниң өзгериүин ғана болдырады). Нормалдың қандай да бир бағыты ушын берилген ноқаттағы (107.7) шамасы максималлық болады.



234-сүйрет.



235-сүйрет.

Солай етип, (107.7) шамасы өзин контурдың циркуляция алынатуғын тегислигине түсирилген нормалдың бағытына түсирилген проекция сыпатында көрсетеди. (107.7)-шаманың максимал мәниси усы вектордың модулин анықтайтын, ал максимал мәниске сәйкес келетуғын  $\mathbf{n}$  вектордың бағытын береди. Бул вектор  $\mathbf{A}$  векторының роторы (яmasа қуыны) деп аталады.

Усы белгилеуди пайдаланып, (107.7)-теңлікти былайынша жазыўға болады:

$$\lim_{S \rightarrow P} \frac{\text{Г бойынша } \mathbf{A} \text{ векторының циркуляциясы}}{S} = (\text{rot } \mathbf{A})_n. \quad (107.8)$$

<sup>97</sup> Дивергенция жағдайда бет бойынша интегралдың усы бетти қамтып турған көлемге қатнасы алынады. Берилген жағдайда контур бойынша интегралдың усы бетти қамтытын бетке қатнасы алынады.

$(\text{rot } \mathbf{A})_n$  арқалы  $\text{rot } \mathbf{A}$  векторының  $\Gamma$  контуры қамтылғанда  $S$  майданға түсирилген он нормалдың бойындағы проекциясы белгиленген.

(107.8)-теңлік  $\text{rot } \mathbf{A}$  векторының анықламасы бола алады. Буннан ротордың  $P$  ноқатының векторлық функциясы екенлиги келип шығады.

(107.8)-анықлама координата системасын таңлап алыў менен байланыссыз болған ең улыўмалық анықлама болып табылады. Декарт координаталары системасының көшериндеги  $\text{rot } \mathbf{A}$  векторының проекциялары ушын аңлатпаларды табыў ушын (107.8)-аңлатпадағы шамалардың мәнислерин  $S$  бетине түсирилген  $\mathbf{n}$  нормаль  $x, y, z$  көшерлеринин бири менен дәл келетуғындай жағдайды алыў керек. Егер  $\mathbf{n}$  нормалын  $x$  көшеринин бойы менен бағытласақ, онда (107.8)-шама  $(\text{rot } \mathbf{A})_x$  шамасы айланады. Бул жағдайда  $\Gamma$  контуры уз координата тегислигине паралель тегисликте орналасқан. Бул контурды тәреплери  $\Delta x$  ҳәм  $\Delta y$  болған түрөрү мүйешлик түрінде сайлап аламыз (235-сүрет; бул жағдайда  $x$  көшери бизге қарай бағытланған; сүретте көрсетилген орап алыў бағыты  $x$  көшери менен он бурғы қағыйдасы бойынша анықланады). Шеклик  $S \rightarrow P$  өтийин еске ала отырып,  $A_y$  ҳәм  $A_z$  шамаларының мәнислерин контурдың төрт жағының ҳәр қайсысында турақлы деп есаплаўға болады. Контурдың 1 участкасы  $z$  көшеринин бағыты менен қарама-қарсы. Сонықтан бул участкада  $A_l$  қураўшысы  $A_{z1}$  ге сәйкес келеди (1 индекси  $A_z$  қураўшысының усы 1 участкасы орналасқан жерде алышатынлығын көрсетеди). Усылайынша таллап,  $A_l$  дин 2-, 3- ҳәм 4- участкаларға сәйкес  $A_{y2}, A_{z3}$  ҳәм  $-A_{y4}$  шамаларына тең болатуғынлығын көремиз. Жүймәнда циркуляция ушын мынадай мәнисти аламыз:

$$(A_{z3} - A_{z1})\Delta z - (A_{y4} - A_{y2})\Delta y. \quad (107.9)$$

$A_{z3} - A_{z1}$  айырмасы у көшеринин бойы менен  $\Delta y$  өсими алышатындағы  $A_z$  шамасының өсімін береди.  $\Delta y$  киши болғанлықтан, бул кишкене өсімди  $\frac{dA_z}{dy}\Delta y$  көринисінде жазыўға болады. Бул теңлікти (107.9)-аңлатпаға қойып, ортақ көбейтишени қаўсырманың сыртына шығарып, мынаны аламыз:

$$\mathbf{A} \text{ векторының циркуляциясы} = \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \Delta y \Delta z = \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \Delta S$$

Бул аңлатпада  $\Delta S$  - контурдың майданы. Циркуляцияны  $\Delta S$  ке бөлип  $\text{rot } \mathbf{A}$  ның  $x$  көшерине түсирилген проекциясының аңлатпасын аламыз:

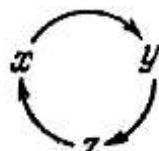
$$(\text{rot } \mathbf{A})_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}. \quad (107.10)$$

(контурдың ҳәр бир участкасында  $A_y$  ҳәм  $A_z$  шамаларын турақлы деп есапладап, шекли  $S \rightarrow P$  өтийин биз жоқарыда болжадық). Тап усы сыйқылды таллаўларды өткерип, мыналарды табыўға болады:

$$(\text{rot } \mathbf{A})_y = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}, \quad (107.11)$$

$$(\text{rot } \mathbf{A})_z = \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}. \quad (107.12)$$

(107.10)-(107.12)-теңліклердин ҳәр қайсысын алдынғы теңліклерден координаталардың орынларын цикличиқ алмастырыў схемасының жәрдемінде көлтирип шығарыўға болатуғынлығына аңсат көз жеткизиўге болады. [(107.10)-аңлатпа ушын алдынғы деп (107.12)-аңлатпаны есаплаўға болады]. Координаталарды цикллық орын алмастырыў схемасы мынадай:



Соның менен  $\mathbf{A}$  векторының роторы декарт координаталар системасында былайынша жазылады:

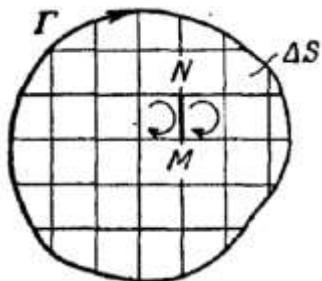
$$\text{rot } \mathbf{A} = \mathbf{i} \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \mathbf{j} \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \mathbf{k} \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right). \quad (107.13)$$

Төменде биз усы тенликтин әдеүир ықшамлы түрдеги жазылышын көрсетемиз.

Қандай да бир  $S$  беттин ҳәр бир нөккәттағы  $\mathbf{A}$  векторының роторын биле отырып,  $S$  пенен шекленген усы вектордың контур бойындағы циркуляциясын есаплауға болады. Оның ушын бетти жұдә кишкене  $\Delta S$  элементлерге бөлемиз. (107.8)-ге сәйкес  $\Delta S$  пенен шекленген  $\mathbf{A}$  векторының контур бойындағы циркуляциясы былайынша жазылады:

$$\mathbf{A} \text{ векторының циркуляциясы} = (\text{rot } \mathbf{A})_n \Delta S,$$

Бул аңлатпадағы  $\mathbf{n}$  беттин  $\Delta S$  элементине түсирилген нормаль. Усы тенлиktи пүткил  $S$  бети бойынша суммалап, оң тәрепте  $\int_S (\text{rot } \mathbf{A})_n dS$  шамасын, ал сол тәрепте  $\Gamma$  контуры бойындағы  $\mathbf{A}$  векторының циркуляциясын аламыз. Ҳақыйқатында да, беттин қоңсылас элементлерин бөлип түрған кесиндиғе жуўап беретуғын  $A_l \Delta l$  шамаларын суммалағанда қосылыўшылар бир бириң жыйстырады. Мысалы,  $MN$  ниң шеп тәрепинде жатқан  $\Delta S$  ушын (236-сүйрет), циркуляцияны анықлауда бул участка  $N \rightarrow M$  бағытында өтеди, ал  $MN$  ниң оң тәрепинде жатқан  $\Delta S$  ушын  $M \rightarrow N$  бағытында өтеди. Демек,  $MN$  ге жуўап беретуғын  $A_l \Delta l$  қосылыўшылары қоңсылас майданлар ушын тек белгиси менен ғана айырылады да, суммалағанда нолге тең болады. Жеке контурлардың сыртқы участкалары ушын (барлық  $S$  бетке салыстырғанда),  $A_l \Delta l$  қосылыўшы ғана сақланып қалады ҳәм олар қосылып  $\oint_{\Gamma} A_l dl$  интегралын береди.



236-сүйрет.

Солай етип, биз мына аңлатпаға келемиз:

$$\oint_{\Gamma} A_l dl = \int_S (\text{rot } \mathbf{A})_n dS. \quad (107.14)$$

Бул аңлатпаны Стокс теоремасы деп атайды.

Егер  $\nabla$  (набла) белгиси менен белгиленетуғын набла операторын ямаса Гамильтон операторы деп аталатуғын векторлық дифференциаллық операторды алсақ, онда векторлық анализ формулаларының жазылышы әдеүир жеңиллеседи ҳәм әпиүайы көринисте болады.

Набла операторы деп,  $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}$  ҳәм  $\frac{\partial}{\partial z}$  қураўшылары бар векторды айтамыз. Демек,

$$\nabla = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z}. \quad (107.15)$$

Бул вектордың өзи мәниске ийе емес. Ол скаляр ямаса векторлық функция менен биргеликте ғана мәниске ийе болады. Мысалы, егер  $\nabla$  векторын  $\varphi$  скалярға көбейтсек, онда

$$\nabla = \mathbf{i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad (107.16)$$

векторын аламыз ҳәм ол биз билетуғын (11-параграфты қараңыз) ϕ функциясының градиенти деп аталаады,

Егер  $\nabla$  векторын  $\mathbf{A}$  векторына скаляр көбейтсек, онда

$$\nabla \mathbf{A} = \nabla_x A_x + \nabla_y A_y + \nabla_z A_z = \frac{\partial A_x}{\partial x} + j \frac{\partial A_y}{\partial y} + k \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (107.17)$$

скалярын аламыз, бул  $\mathbf{A}$  векторының дивергенциясы болып табылады [(107.4)-теңликтегі қараңыз].

Ақырында, егер  $\nabla$  ны  $\mathbf{A}$  ға векторлық көбейтсек, онда қураўшылары

$$[\nabla \mathbf{A}]_z = \nabla_y A_z - \nabla_z A_y = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}$$

х.т.б. болған векторды аламыз. Бул  $\text{rot } \mathbf{A}$  векторының қураўшылары менен дәл сәйкес келеди [(107.10)-(107.12) аңлатпаларға қараңыз]. Демек, анықлаўшының жәрдеми менен векторлық көбеймениң жазылыў тәртибин пайдаланып, биз мынадай формулаға ийе боламыз:

$$\text{rot } \mathbf{A} = [\nabla \mathbf{A}] = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}. \quad (107.18)$$

$\nabla$  векторын пайдаланып, оның өзинин өндөреп турған барлық функцияларға тәсир ететуғын дифференциаллық оператор екенлигин еске түсириўге болады. Сонықтан  $\nabla$  қатнасадығын аңлатпаларды түрлендириўде векторлық алгебраның қағыйдаларынан да, дифференциаллық есап қағыйдаларынан да пайдаланыў керек. Мысалы, ϕ ҳәм ψ функцияларының көбеймесинин туўындысы мынаған тең:

$$(\phi\psi)' = \phi\psi + \phi'\psi.$$

Усыған сәйкес

$$\text{grad}(\phi\psi) = \nabla(\phi\psi) = \psi\nabla\phi + \phi\nabla\psi = \psi\text{grad}\phi + \phi\text{grad}\psi$$

теңлигине ийе боламыз.

Базы бир ϕ функциясының градиенти векторлық функция болып табылады. Сонықтан оған дивергенциялаў операциясын да, роторлаў операциясын да қолланыў мүмкін:

$$\begin{aligned} \text{div grad}\phi &= \nabla(\nabla\phi) = (\nabla\nabla)\phi = (\nabla_x^2 + \nabla_y^2 + \nabla_z^2)\phi = \\ &= \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = \Delta\phi. \end{aligned} \quad (107.19)$$

(Δ арқалы Лаплас операторы белгиленген). Ал

$$\text{rot grad}\phi = [\nabla, \nabla\phi] = [\nabla\nabla]\phi = 0. \quad (107.20)$$

Себеби вектордың өзине векторлық көбеймеси нолге тең.

Е электростатикалық майданын  $\phi$  потенциалының градиенти сыпатында көрсетій мүмкін [(11.3)-формулаға қараңыз]. (9.2)-теңлик бойынша қәлеген контур ушын усы майданның циркуляциясы нолге тең. Бул жағдай (107.20)-теңликтегі сәйкес келеди.

$\mathbf{A}$  векторының роторы ноқаттың векторлық функциясы болып табылады. Демек, оған дивергенция ҳәм ротор операцияларын қолланыўға болады:

$$\text{div rot}\mathbf{A} = \nabla[\nabla\mathbf{A}] = 0 \quad (107.21)$$

(векторлық алгебрадан векторлардың аралас көбеймеси көбейтилетуғын векторлардан дүзилген параллелепипедтин көлемине тең екенлиги белгили; егер усы векторлардың екеўи бир бирине бағытлас болса, онда параллелепипедтин көлеми нолге тең болады)

$$\begin{aligned} \text{rot rot}\mathbf{A} &= [\nabla[\nabla\mathbf{A}]] = \nabla(\nabla\mathbf{A}) - (\nabla\nabla)\mathbf{A} = \\ &= \text{grad div}\mathbf{A} - \Delta\mathbf{A}. \end{aligned} \quad (107.22)$$

[биз  $[\mathbf{A}[\mathbf{B}\mathbf{C}]] = \mathbf{B}(\mathbf{AC}) - \mathbf{C}(\mathbf{AB})$  формуласын пайдаландық].

(107.21)-формуладан ротордың майданының дереклерге ийе болмайтынлығын, бундай майданың сыйығының түйік болатуынлығын ямаса шексизликке кететуынлығын көремиз. Усындағы қәсийетке магнит майданының сыйықлары ийе болады. Буның өзи магнит индукциясы болған **B** векторының майданын қандай да бир **A** векторлық функцияның роторының майданы сипатында қарауға мүмкіншиликтенереди<sup>98</sup>. **A** векторын векторлық потенциал деп атайды

$$\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}. \quad (107.23)$$

Алдынызда векторлық потенциал ҳақында майда-шүйдесине шекем айтыуға бизин мүмкіншилигимиз болмайды.

### § 108. Максвелл теңлемелери

Айысың тоғын ашыу Максвеллге электр ҳәм магнит құбылысларының бир пүтин болған теориясын дәретиүге мүмкіншиликтенереди. Бул теория сол үақыттардағы белгили болған барлық эксперименталлық фактларды түсіндіре алды ҳәм бар екенлиги кейинирик тастырықланған бир қатар жаңа құбылысларды болжап айтыуға мүмкіншиликтенереди. Максвелл теориясының тийкары нәтийжеси жақтылықтың тезлигиндей тезлик пенен тарқалатуын электромагнит толқынларының бар екенлиги ҳақындағы жүймақ еди. Усы толқынлардың қәсийетлерин теориялық жоллар менен изертлеу Максвелди жақтылықтың электромагнитлик теориясын дәретиүге алып келди.

Бул теорияның тийкарын Максвелл теңлемелери қурайды. Электромагнетизм ҳақындағы илимде бул теңлемелер механикадағы Ньютоның нызамлары ямаса термодинамикадағы тийкары нызамлардың (басламалардың) орынларын ийелейди.

Максвелл теңлемелеринин дәслепки жубын (103.6)- ҳәм (44.1)-теңлемелери қурайды. Баянлаудың қолайлышы болыўы үшін оларды және де жазамыз:

$$\oint E_l dl = - \int_S \left( \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right)_n dS, \quad (108.1)$$

$$\oint_S B_n dS = 0. \quad (108.2)$$

Усы теңлемелердин бириңиси **E** ниң мәнислерин **B** векторының үақытқа ғәрэзли өзгериси менен байланыслырады ҳәм мәниси бойынша электромагнитлик индукция нызамының теңлемеси болып табылады. Екинши теңлеме **B** векторының сыйықларының түйік екенлиги (ямаса шексизликке кететуынлығы) бойынша қәсийетлерин сәүлелендіреди.

Максвелл теңлемелеринин келеси екеүин (105.4)- ҳәм (16.6)- теңлемелер қурайды:

$$\oint_S H_l dl = \int_S j_n dS + \int_S \left( \frac{\partial D}{\partial t} \right)_n dS, \quad (108.3)$$

$$\oint_S D_n dS = \int_V \rho dV \quad (108.4)$$

(бул жерде де, кейинирик те  $j$  аркалы өткізгішлик тоғының тығыздығын түсінетуын боламыз).

<sup>98</sup> Алдынғы формулаардағы **A** символының жәрдемінде биз қәлеген векторды белгиледик. Магнит майданының векторлық потенциалын да усы **A** символы менен белгилеу қабыл етилген.

Биринши теңлеме өткізгішлик тоғы менен аўысыў тоғының өзлери пайда еткен магнит майданы менен байланысын анықлады. Екинши теңлеме  $\mathbf{D}$  векторының сыйығының зарядта басланып зарядта тамамланытуғының көрсетеди.

(108.1)-(108.4) теңлемелері интеграллық формадағы Максвелл теңлемелері болып табылады. Булар контур бетине тирелген ноқаттағы  $\dot{\mathbf{B}}$  ның (сәйкес  $\dot{\mathbf{D}}$ ) мәниси менен қандай да бир контурдың бойындағы  $\mathbf{E}$  ямаса  $\mathbf{H}$  тың мәнислерин байланыстырады. Интеграллық формадағы теңлемелерден векторлық таллаудың теоремасының жәрдемінде кеңисликтің сол ноқатындағы  $\dot{\mathbf{B}}$  ның (сәйкес  $\dot{\mathbf{D}}$ )  $\mathbf{E}$  ямаса  $\mathbf{H}$  тың мәниси менен байланыстыратуғын дифференциаллық формадағы теңлемелерге өтийге болады.

$(\text{rot } \mathbf{E})_n$  функциясы интеграланатуғын бет сырттында оң тәрептеги интеграл алынатын бетти алып, (108.1)-формуласының шеп тәрепине Стокс теоремасын пайдаланамыз [(107.14)-теңлікти қараңыз]. Сонда (108.1)-теңлеме мынадай түрге енеди:

$$\int_S (\text{rot } \mathbf{E})_n dS = - \int_S \left( \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right)_n dS.$$

Еки интеграл да бир бетте алынады. Соныңтан алынған теңлікти төмөндегидей етип жазыўға болады:

$$\int_S \left( \text{rot } \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right)_n dS = 0.$$

Бул теңлік ықтыярлы түрде таңлап алынған бир бет бойынша интегралланады. Бирақ бул кеңисликтің қалеген ноқатындағы интеграл астындағы теңліктиң ықтыярлы түрде бағдарланған  $dS$  бети ушын нолге тең болған жағдайда ғана мүмкін болатуғыны белгili. Солай етип, биз кеңисликтің ҳәр бир ноқатында

$$\text{rot } \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

теңлемеси орынланады деген жүйемиз.

Стокс теоремасын (108.3)-формулаға қолланып ҳәм жоқарыдағы таллаұымыздың қайталай отырып, мынаны табамыз:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}.$$

Енди Остроградский-Гаусс теоремасын (108.4)-формуласының шеп тәрепине қолланамыз [(107.5)-теңлікке қараңыз]. Нәтийжеде мына теңлікти аламыз:

$$\int_V \text{div } \mathbf{D} dV = \int_V \rho dV.$$

Интеграл алынатуғын ықтыярлы түрде таңлап алынған көлемде алынған қатнас тек теңліктиң еки тәрепиндеги интеграллардың астындағы аңлатпалар бир бирине тең болған жағдайда ғана орынланады мүмкін, яғни

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho$$

Остроград-Гаусс теоремасын (108.2)-формулаға қолланыў мынаны береди:

$$\text{div } \mathbf{B} = 0.$$

Солай етип, дифференциаллық көринистеги Максвелл теңлемеси былай жазылады:

$$\text{rot } \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (108.5)$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0. \quad (108.6)$$

(теңлемелердин бириңи жубы) ҳәм

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{d\mathbf{D}}{dt}, \quad (108.7)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho. \quad (108.8)$$

(теңлемелердин екинши жұбы).

Усы теңлемелерди шешкенде оларға киретуғын шамалардың арасында

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E}, \quad (108.9)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H}, \quad (108.10)$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \quad (108.11)$$

қатнасларының орын алатуғынлығы пайдаланылады.

Жети (108.5)-(108.11) теңлемелердин жыйнағы тынышлықтағы орталықтың электродинамикасының тийкарын қурайды.

(108.5)- ҳәм (108.7)-теңлемелерди координаталар көшерлерине проекцияладап, ҳәр бир векторлық теңлемениң орнына үш скалярлық теңлеме аламыз. (107.10)-(107.12) формулаларды нәзерде тұтып, мынаны аламыз:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} &= -\frac{\partial B_x}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -\frac{\partial B_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= -\frac{\partial B_z}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (108.12)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= j_x + \frac{\partial D_x}{\partial t}, \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= j_y + \frac{\partial D_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= j_z + \frac{\partial D_z}{\partial t}. \end{aligned} \right\} \quad (108.13)$$

(107.4) қатнасты пайдаланып, (108.6)- ҳәм (108.8)-теңлемесин скалярлық көринисте жазыўға болады:

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0, \quad (108.14)$$

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \rho, \quad (108.15)$$

Гаусс системасында Максвелл теңлемелери былайынша жазылады:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (108.16)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad (108.17)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (108.18)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi\rho.$$

## XVIII БАП

## ЭЛЕКТРОМАГНИТ ТОЛҚЫНЛАР

## §109. Толқынлық теңлемелер

Буннан алдыңғы бапта биз өзгермели электр майданының улыұма айтқанда өзгермели болып табылатуғын магнит майданын пайда ететуғынлығын баянладық<sup>99</sup>. Бул өзгермели магнит майданы электр майданын пайда етеди ҳ.т.с.с. Солай етип, егер зарядлардың жәрдеминде өзгермели электр майданын ямаса магнит майданын пайда етсек, онда қоршаған кеңисликте ноқаттан ноқатқа қарай электр ҳәм магнит майданларының бир бирине өзара айланыўлары тарқалады. Бул процесс үақыт бойынша да, кеңислик бойынша да дәүірли болады, демек, толқын болып табылады. Электромагнит толқынның бар болыуының мүмкіншилиги ҳаққындағы жуўмақ, биз оны ҳәзир төменде көремиз, Максвелл теңлемелеринен келип шығады.

Максвелл теңлемелерин бир текли нейтраль нейтрал ( $\rho = 0$ ) ҳәм өткізбейтуғын ( $j = 0$ ) орталық ушын жазайық. Бул жағдайда

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \mu\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t}, \quad \frac{\partial D}{\partial t} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t},$$

$$\operatorname{div} B = \mu\mu_0 \operatorname{div} H \text{ ҳәм } \operatorname{div} D = \varepsilon\varepsilon_0 \operatorname{div} E$$

теңлемелерине ийе боламыз. Демек, (108.5)-(108.8) теңлемелер мынадай түрге енеди:

$$\operatorname{rot} E = -\mu\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t} D, \quad (109.1)$$

$$\operatorname{div} H = \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0 \quad (109.2)$$

$$\operatorname{rot} H = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}, \quad (109.3)$$

$$\operatorname{div} E = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \quad (109.4)$$

(109.1)-теңлемеге *rot* операциясын пайдаланып, мынаны аламыз:

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} E) = -\mu\mu_0 \operatorname{rot} \left( \frac{d\mathbf{H}}{dt} \right). \quad (109.5)$$

*rot* символы координата бойынша дифференциаллауды көрсетеди. Координата ҳәм үақыт бойынша дифференциаллаудың избе-излигин өзгертип,

$$\operatorname{rot} \left( \frac{d\mathbf{H}}{dt} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{rot} \mathbf{H})$$

теңлемесин жазыуымызға болады. (109.5)-теңлемеге усы алмастырыуды киргизе отырып, шыққан теңликке *rotH* тың (109.3)-мәнисин қойып, мынаны аламыз:

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} E) = \varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}. \quad (109.6)$$

*rot* операциясын (109.3)-теңлемеге қолланып ҳәм усы сыйқылды түрлендириўлерди орынлап,

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{H}) = \varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}. \quad (109.7)$$

теңлемесин аламыз.

(107.22)-аңлатпаға сәйкес  $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{E} - \Delta \mathbf{E}$ . (109.4)-теңлеме тәрепинен аңғартылатуғын шәрт бойынша бул теңліктің бириňши ағзасы нолге айланады. Демек,

---

<sup>99</sup> Пайда болған магнит майданының тұрақты болыуы ушын мынадай түрдеги арнаұлы шәрттің сақланыуы шәрт:  $\dot{\mathbf{D}} = \mathbf{const}$

(109.6)-формуланың шеп тәрепи  $-\Delta \mathbf{E}$  түринде жазылыўы мүмкин. Алынған формуланың еки тәрепиндеги минус белгисин алып таслап

$$\Delta \mathbf{E} = \epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

теңлемесине келемиз ямаса

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} = \epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (109.8)$$

аңлатпасын жазыўымызға болады.

Тап сол сыйқылыш, (109.7)-теңлемени

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial z^2} = \epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (109.9)$$

көринисине түрлендириүге болады.

(109.8) ҳәм (109.9) теңлемелериниң бир бири менен тығыз байланыста екенлигин ескертемиз, себеби олардың ҳәр қайсысында  $\mathbf{E}$  ҳәм  $\mathbf{H}$  бар (109.1)- ҳәм (109.3)-теңлемелеринен алынған.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

түриндеги теңлеме толқын теңлемеси болып табылады. (I томдағы 80-параграфты қараңыз). Усындағы теңликти қанаатландыратуғын қәлелеген функция қандай да бир толқынды тәрийиплейтуғын болады, Соның менен бирге,  $\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$  тууындысының алдындағы коэффициентке кери шаманың квадрат түбіри усы толқынның фазалық тезлигин береди. Солай етип, (109.8)- ҳәм (109.9)-теңлемелер электромагниттик майданың фазалық тезлиги

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} \quad (109.10)$$

шамасына тең болған электромагнит толқыны түринде пайда бола алатуғынлығын көрсетеди.

Вакуум ушын усы формуланың тийкарында мынаны аламыз:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}}} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/сек} = c$$

[ $\epsilon_0$  ҳәм  $\mu_0$  ушын (4.2)- ҳәм (38.3)-мәнислерин қараңыз].

Солай етип, вакуумдағы электромагнит толқынларының фазалық тезлиги жақтылықтың тезлиги менен бирдей.

Гаусс системасында

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}. \quad (109.11)$$

## § 110. Тегис электромагнит толқынлар

Бир текли өткізбейтуғын орталықта ( $\rho = 0, \mathbf{j} = 0, \mathbf{D} = \epsilon \epsilon_0 \mathbf{E}, \mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H}, \epsilon$  ҳәм  $\mu$  тұрақты шамалар) тарқалатуғын тегис электромагнит толқынларды изертлейик. Толқынлық бетке  $x$  көшерин перпендикуляр етип бағыттайық. Сонда  $\mathbf{E}$  ҳәм  $\mathbf{H}$ , демек олардың қураўшылары да у ҳәм  $z$  координаталарынан ғәрэзли болмайды. Соныңтан (108.12)-(108.15) теңлеме әпиүйыласады ҳәм мынадай түрге енеди:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H_x}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial E_z}{\partial x} &= \mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} &= -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (110.1)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E_x}{\partial t} &= 0, \\ \frac{\partial H_z}{\partial x} &= -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} &= \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}. \end{aligned} \right\} \quad (110.2)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H_x}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial E_x}{\partial x} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (110.3)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H_x}{\partial x} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (110.4)$$

(110.2)-теңлемениң ұзғанда (110.4)-теңлемениң бириңиси  $E_x$  шамасының  $t$  ға да,  $x$  қа да ғәрэзли емес екенligin көрсетеди. (110.1)-теңлемениң ұзғанда (110.3)-теңликтиң бириңиси  $H_x$  үшін дәл сондай нәтийжени береди. Солай етеп, нолден өзгеше болған  $E_x$  ұзғанда  $H_x$  шамаларының бар болыўы толқынның электромагнит толқынына қосылатуғын турақты бир текли майдан менен байланыслы болыўы мүмкін. Толқынның майданының өзи  $x$  көшерининде бағытында қураўшыларға иие болмайды, яғни  $E$  ұзғанда  $H$  векторлары толқынның тарқалыў бағытына перпендикуляр. Сонықтан электромагнит толқынлар көлденең деген жуўмақ шығарамыз. Буннан кейин биз турақты майданды жоқ деп есапладап ұзғанда  $E_x = H_x = 0$  теңликтери орынлы болады дап болжаймыз.

(110.1)-теңлемениң ең соңғы екеўин ұзғанда (110.2)-теңлемениң ең соңғы екеўин еки ғәрэзсиз топарға бириктіриўге болады:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E_y}{\partial x} &= -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}, \\ \frac{\partial H_z}{\partial x} &= -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_z}{\partial x} &= \mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} &= \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}. \end{aligned} \right\} \quad (110.5)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E_y}{\partial x} &= -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}, \\ \frac{\partial H_z}{\partial x} &= -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_z}{\partial x} &= \mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} &= \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}. \end{aligned} \right\} \quad (110.6)$$

Теңлемелердин бириңи топары  $E_y$  ұзғанда  $H_z$  қураўшыларын, ал екіншиси  $E_z$  ұзғанда  $H_y$  қураўшыларын байланыстырады. Дәслеп у көшерининде бойы менен бағытланған  $E_y$  өзгермели электр майданы пайда болды деп болжайық. (110.5)-теңлемелердин екіншисине сәйкес, бул майдан  $z$  көшерининде бойы менен бағытланған  $H_z$  магнит майданын пайда етеди. (110.5)-теңлемениң бириңисине сәйкес  $H_z$  майданы  $E_y$  электр майданын пайда етеди т.с.с. Бундай жағдайда  $E_z$  майданы да,  $H_y$  майданы да пайда болмайды. Тап усы сыйқты, егер дәслеп  $E_z$  майданы пайда етилген болса, онда (110.6)-теңлеме бойынша  $H_y$  майданы пайда болады да, ол  $E_z$  майданын қоздырады т.с.с. Бул жағдайда  $E_y$  ұзғанда  $H_z$  майданлары пайда болмайды. Солай етеп, тегис электромагнит толқынды тәрийиплеў үшін (110.5)- ұзғанда (110.6)-теңлемелер системасының бириңи алғашқы жеткилик болып, басқа системада қатнасадатуғын қураўшыларды нолге тең деп үйғарыў керек.

Толқынларды тәрийиплеў үшін  $E_y = H_y = 0$  деп үйғарып, (110.5)-теңликти аламыз. Бириңи теңликти  $x$  бойынша дифференциаллап

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial H_z}{\partial x}$$

алмастырыуын жүргиземиз. Буннан кейин екинши теңламедеги  $\frac{\partial H_z}{\partial x}$  шамасын қойып,  $E_y$  ушын толқын теңлемесин аламыз:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}. \quad (110.7)$$

$x$  бойынша (110.5)-системаның екинши теңлемесин дифференциаллап, жоқарыдағыдай түрлендириўден кейин  $H_z$  ушын жазылған толқын теңлемесин табамыз:

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}. \quad (110.8)$$

**Е** менен **H** тың қалған қураушылардың нолге тең болатуғының еске түсирейик. Соныңтан  $E = E_y$  ҳәм  $H = H_z$ . Бизиң (110.7)- ҳәм (110.8)-теңлемелериндеги  $E$  ҳәм  $H$  шамаларындағы у ҳәм  $z$  индекслерин сақлағандағы себеп **E** ҳәм **H** векторының өз-ара перпендикуляр және у ҳәм  $z$  көшерлери бойынша бағытланғанлығын көрсетій еди.

(110.7)- ҳәм (110.8)-теңлемелер (109.8)- ҳәм (109.9)-теңлемелердин дара жағдайы. (110.7)-теңлемениң ең әпиүайы болған шешими

$$E_y = E_m \cos(\omega t - kx + \alpha_1) \quad (110.9)$$

функциясы болып табылады.

(110.8) теңлемесиниң шешими де тап сол сыяқты

$$H_z = H_m \cos(\omega t - kx + \alpha_2) \quad (110.10)$$

функциясы болып табылады.

Бул формулаларда  $\omega$  - толқынның жийилиги,  $k$  арқалы  $\omega/v$  шамасына тең толқынлық сан, ал  $\alpha_1$  ҳәм  $\alpha_2$  лер арқалы координатасы  $x = 0$  болған ноқаттағы тербелислердин дәслепки фазалары белгиленген.

(110.9)- ҳәм (110.10)-функцияларын (110.5)-теңлемеге қоямыз:

$$\begin{aligned} kE_m \sin(\omega t - kx + \alpha_1) &= \mu \mu_0 \omega H_m \sin(\omega t - kx + \alpha_2), \\ kH_m \sin(\omega t - kx + \alpha_2) &= \varepsilon \varepsilon_0 \omega E_m \sin(\omega t - kx + \alpha_1). \end{aligned}$$

Усы теңлемелерди қанаатландырыу үшін  $\alpha_1$  ҳәм  $\alpha_2$  дәслепки фазалары бир бирине тең болыяты керек. Соның менен бир қатарда мына қатнаслардың сақланыуы тийис:

$$\begin{aligned} kE_m &= \mu \mu_0 \omega H_m, \\ \varepsilon \varepsilon_0 \omega E_m &= kH_m. \end{aligned}$$

Усы еки теңликлерди бир бирине көбейтсек, мынаны аламыз:

$$\varepsilon \varepsilon_0 E_m^2 = \mu \mu_0 H_m^2.$$

Солай етип, электромагнит толқындағы электр ҳәм магнит векторларының тербелислери бирдей фазада болады ( $\alpha_1 = \alpha_2$ ), ал усы векторлардың амплитудаларының арасындағы қатнасбыттың жазылады:

$$E_m \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} = H_m \sqrt{\mu \mu_0}. \quad (110.11)$$

(110.11)-формуладан бослықта тарқалатуғын толқын үшін  $E_m$  ҳәм  $H_m$  шамаларының мәнислериниң арасында мына қатнастың орынланатуғының келип шығады:

$$\begin{aligned} \frac{E_m}{H_m} &= \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = \sqrt{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} = \\ &= \sqrt{(4\pi)^2 900} = 120\pi \approx 377. \end{aligned} \quad (110.12)$$

Гаусс системасында (110.11)-формула мынадай көриниске ийе:

$$E_m \sqrt{\varepsilon} = H_m \sqrt{\mu}.$$

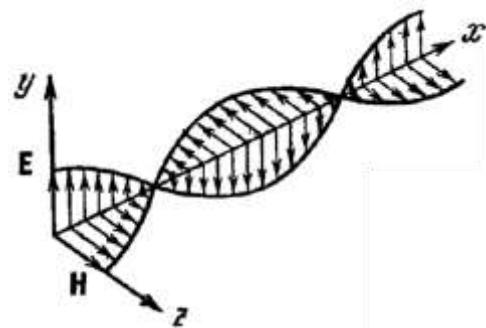
Демек, бослықта  $E_m = H_m$  ( $E_m$  шамасы СГСЭ-бирлигінде, ал  $H_m$  шамасы СГСМ-бирлигінде өлшенеди).

(110.9)-теңлемени  $y (E_y \mathbf{j} = \mathbf{E})$  көшериниң ортына, ал (110.10)-теңлемени  $z (H_z \mathbf{k} = \mathbf{H})$  көшериниң ортына көбейтип, векторлық көринистеги

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_m \cos(\omega t - kx), \\ \mathbf{H} &= \mathbf{H}_m \cos(\omega t - kx) \end{aligned} \right\} \quad (110.13)$$

электромагнит толқынлардың теңлемесин аламыз (бул теңликлерде  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$  деп болжанған).

237-сүйрет.



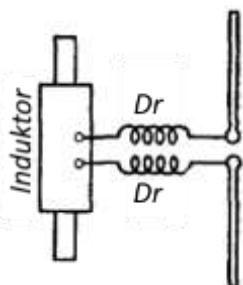
237-сүйретте тегис электромагнит толқынлардың: "бир заматлық сүйрети" көрсетилген. Сүйреттен көринип турғанында,  $\mathbf{E}$  ҳәм  $\mathbf{H}$  векторлары толқынның тарақалыў бағыты менен он винтлик системаны пайда етеди. Кеңисликтин белгиленген ноқатында  $\mathbf{E}$  ҳәм  $\mathbf{H}$  вектор ўақытқа байланыслы гармоникалық нызам бойынша өзгереди. Булар бир ўақытта нолден баслап өседи ҳәм буннан соң  $1/4$  дәүирден кейин ең үлкен мәнисине жетеди (соның менен бир қатарда, егер  $\mathbf{E}$  жоқары бағытланған болса,  $\mathbf{H}$  онға қарай бағытланады; толқынның тарқалыў бағытының бойы менен қараймыз). Тағы да  $\frac{1}{4}$  дәүирден кейин векторлардың екеүі де бир ўақыт моментинде нолге айланады. Буннан кейин қайтадан ең үлкен мәнисине жетеди (бирақ, бул жағдайда  $\mathbf{E}$  төмен, ал  $\mathbf{H}$  шепке қарай бағытланған). Ақырында, тербелис дәүириниң ақырында векторлар қайтадан нолге тең болады.  $\mathbf{E}$  ҳәм  $\mathbf{H}$  векторларының усында өзгериси  $x$  көшериниң бойындағы ара қашықтығы фаза бойынша анықланатуғын кеңисликтин барлық ноқатларында жүзеге келеди.

### § 111. Электромагнит толқынларды эксперименталлық изертлеў

Электромагнит толқынның бар екенлеги ҳақындағы Максвелдин теориялық жуýмағын экспериментлерде 1888-жылы Герц жүзеге асырды. Толқынды алыў ушын бир биринен ушқын шығатуғын аралықта қашықлатылған еки стерженнен туратуғын өзи соққан вибраторды пайдаланды (238-сүйрет).

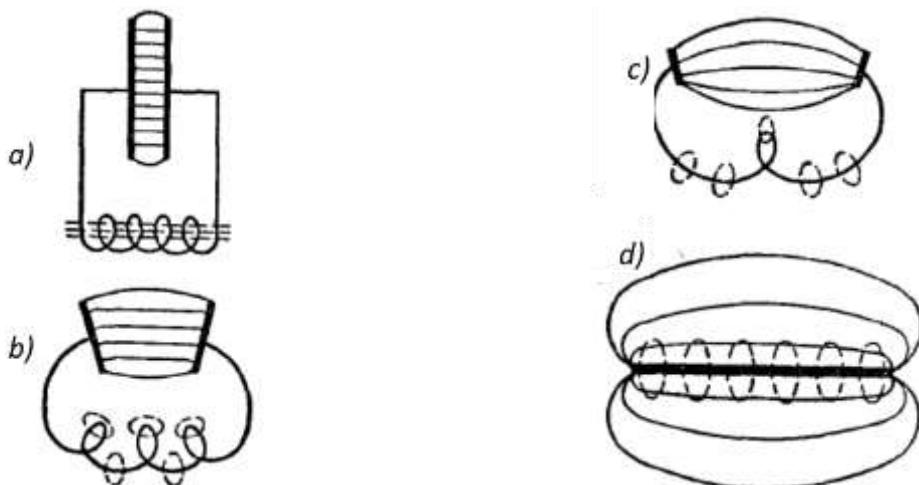
С конденсаторы менен  $L$  катушкадан туратуғын тербелмели контурда (239-а сүйрет) электр майданы астарлардың арасындағы санлақта, ал магнит майданы катушканың ишинде топланған. Конденсатор менен катушканы қоршаған кеңисликтеги майдан ис жүзинде нолге тең. Соныңтан толқынның сезилерлік нурланыўы орын алмайды. Нұрды шығарыўдың сезилерлік болыўы ушын қоршаған кеңислик пенен кемирик байланысқан областты пайда етип, онда майданды пайда етиў керек. Оның ушын конденсатордың астарларының ҳәм катушка орамларының ара қашықтықтарын үлкейтіў арkalы жетиўге болады (239-б ҳәм в сүйрет). Солай етип, биз ең ақырында Герц вибраторына келтиримиз (239-г сүйрет) 239- а-г сүйретлеринде көрсетилгендей өзгерислердин процесинде контурдың сыйымлығы менен индуктивлигі жүдә үлкен шамаға киширейеди. Бул екинши тәрептен және де утымлы. Себеби бул тербелис жийилигинин үлкейиўине [(99.2)-формулаға қараңыз] ҳәм соған сәйкес толқын

ұзынлығының кемейиүине алып келеди. Ұзынлығы киши болған толқын менен эксперимент өткериү қолайлы. Герц шама менен  $10^8$  гц жийиликке жетип, ұзынлығы 10 нан 0,6 м ге шекемги толқынларды алған.



238-сүйрет

Тербелисти қоздырыў үшін вибратор индукторға қосылған (238-сүйрет). Кернеў ұшқынлық аралықта тесип өтиў мәнисине жеткенде вибратордың еки бөлигин тутастыратуғын ұшқын пайда болған (ұсыған сәйкес 239-д сүйретте вибратордың ортасындағы ұзилис көрсетилмеген). Нәтийжеде ұшқын сөнбегенше даўам ете беретуғын өшиўши еркін тербелис пайда болған. Тербелистиң барысында пайда болатуғын жоқары жииликли тоқ индуктордың обмоткасында тармақталып кетпеўи үшін вибратор менен индуктор арасына дроссель Dr, яғнай үлкен катушка жалғастырылады (өзгермелі тоқта қарсылық ететуғын индуктивлик қарсылықтың шамасы  $\omega L$  ға тең). Ұшқын өшкеннен кейин вибратор қайтадан индуктордан зарядланып, пүткіл процесс жаңадан қайталана береди. Солай етип, Герц вибраторы бир қанша әстелик пенен өшетуғын толқынларды қоздырған.

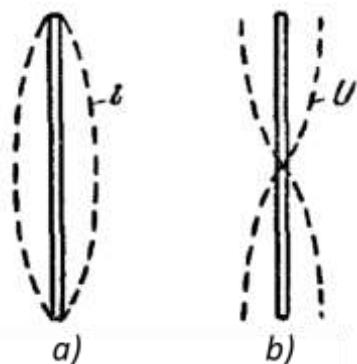


239-сүйрет.

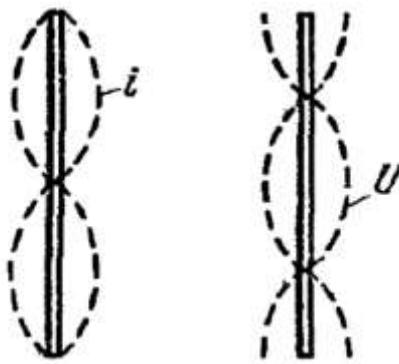
Тербелис үақтында вибраторда тоқ пенен кернеўдин түрғын толқыны қәлиплескен. Тоқ күши  $i$  (240-а сүйрет) вибратордың ортасында (тоқтың шоғырланыуы) максималлық болып, ал оның ұшыларында (тоқтың түйини) нолге айналған. Кернеў  $U$  (240-б сүйрет) вибратордың ортасында түйинленип, ал ұшында шоғырланған. Солай етип, вибратор тийкарғы (яғнай ең киши) жийилик пенен тербелетин тар сыйқылы қәсийетке ииे. Вибратор шығарған толқын ұзынлығы  $\lambda$  вибратордың ұзынлығынан шама менен 2 есе үлкен. Соныңтан, бундай вибраторды ярым толқынлы вибратор деп атайды. Егер қандай да бир себептен вибраторда жийилигі еки есе үлкен мәжбүрий тербелисти пайда етсек, онда тоқ пенен кернеўдин тарқалыуы 241-сүйретте көрсетилгендей түрге ииे болады. Бул

жағдайда вибратор биринши обертондағы жийилик пенен тербелетуғын тарға үқсас болады.

Нурланатуғын толқынды изертлеуди Герц ортасында үлкен болмаған ушқынлық аралығы бар ярым толқынлы вибратордың жәрдемінде де әмелге асырды. Усындағи вибраторды толқынның электр майданының кернеўілк векторына параллель етип орналастырған жағдайда тоқ пенен кернеўіндің тербелислери қозған. Вибратордың узынлығы  $\lambda/2$  болғанлықтан, тербелис резонанстың салдарынан ондағы тербелислер ушқынлық қашықлықта үлкен болмаған ушқынлардың пайда болатуғындағы интенсивилікке ийе болды<sup>100</sup>.



240-сүйрет.



241-сүйрет.

Металдан соғылған үлкен айналар менен асфальт призмалардың (өлшеми 1 м ден, ал салмағы 1,2 тоннадан артық) жәрдемінде Герц электромагнит толқынлардың шағылышының ұзғарылуын жүзеге келтирди ұзындығы да оптикадағы жақтылық үшін ашылған нызамларға бағынатынлығын көрсетti. Дөңес айнаның фокусына нур шығаратуғын вибраторды орналастырып, Герц бағытланған тегис толқынды алды. Оның жолына тегис айнаны қойып, ұсындағи жоллар менен түрғын толқынды да алды. Толқынның түйинлери менен шоғырларының арасын өлшеп, Герц толқын узынлығы болған  $\lambda$  шамасын тапты.  $\lambda$  ниң вибратордың тербелис жийилигі  $v$  ге көбеймеси электромагнит толқынның тезлигин берди ұзғарылуында жақтылықтың тезлигі  $c$  да жақын болып шықты. Толқынның жолына бир бирине параллель болған мыс сымлардан соғылған пәнжерени орналастырып, Герц нурдың дөгерегінде пәнжерени айланысқа келтиргенде, решетка арқалы өткен толқынлардың интенсивилігінің күшли өзгеретуғынлығын тапқан. Пәнжерени пайда етип түрған мыс сым  $E$  векторына перпендикуляр болғанда, толқын пәнжере арқалы ҳеш бир қарсылықсыз өткен. Ал, сымлардың бағыты  $E$  векторына параллель орналасқанда, толқынның пәнжере арқалы өтпеген. Солай етип, электромагнит толқынның көлденең толқын екенлеги дәлелленген.

Герцтің тәжирийбесин 1894-жылы П.Н.Лебедев тәрепинен даўам етилди. Ол узынлығы 6 мм болған электромагнит толқын алып, оның кристаллар арқалы өтийін изертлеген. Толқынның қос сыныұры қубылышы ұсындағи жоллар менен табылған еди (Оптиканы қараңыз).

1896-жылы А.С.Попов электромагнит толқынның жәрдемінде биринши рет 250 м қашықлықта хабар берійди жүзеге асырды ("Генрих Герц" сөзи берилген). Усындың менен радиотехниканың тиімділігі салынды.

<sup>100</sup> Ҳәзирги үақытлардағы демонстрацияларда ушқынлық қашықлықта кишене лампа қосылады. Оның жақтылықты шығарыуы толқынның интенсивилігін көрсетеди.

## § 112. Электромагнит майданының энергиясы

Электромагнит толқынның (ушқынның шығыуы, лампадан жақтылықтың шығыуы ҳ.т.б.) бар екенлигин анықлаудың мүмкін екенлиги, олардың энергияны тасыйтуғынның көрсетеди. Толқынның энергияны алғып жүрийи ушын энергия ағысының тығызлығы деп аталатуғын векторлық шама киргизилген (I томдағы 82-параграфты қараңыз). Ол сан шамасы бойынша толқын тарқалатуғын бағытқа перпендикуляр етил қойылған бир бирлик бет арқалы бир бирлик үақыт ишинде тасылған энергияның муғдарына тең. Энергия ағысының тығызлығы векторының бағыты энергия алғып өтилген бағытқа дәл келеди. Сол параграфта энергия ағысының тығызлығын энергияның тығызлығы менен толқынның тезлигинин көбеймеси сыпатында алғыфа болатуғынның көрсетилді [I томдағы (82.8)-формулаға қараңыз].

Электромагниттик майданының энергиясының тығызлығы  $\omega$  электр майданының энергиясының тығызлығы [(30.2)-формула менен анықланатуғын] менен магнит майданының энергиясының тығызлығының [(61.8)-формула менен анықланатуғын] қосындысынан турады:

$$\omega = \omega_E + \omega_H = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}.$$

Қенисликтин берилген ноқатында **E** ҳәм **H** векторлары бирдей фазада өзгереди<sup>101</sup>. Сонықтан да **E** ҳәм **H** векторларының амплитудалық мәнислері арасындағы (110.11)-катьс бир заматлық мәнислер ушын да орынлы. Буннан электр ҳәм магнит майданларының энергиясының тығызлықтарының үақыттың ҳәр бир моментінде бирдей болатуғынның келип шығады:  $\omega_H = \omega_H$  Сонықтан мынадай аңлатпаны жазыуға болады:

$$\omega = 2\omega_E = \epsilon\epsilon_0 E^2.$$

$E\sqrt{\epsilon\epsilon_0} = H\sqrt{\mu\mu_0}$  теңлигинин орынлы екенлигин пайдаланып, электромагнит толқынлардың энергиясының тығызлығының аңлатпасына мынадай түр бериүге болады:

$$\omega = \sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0} EH. \quad (112.1)$$

(109.10)-формулаға сәйкес электромагнит толқынның тезлигі  $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0}}$  шамасына тең. Энергия тығызлығы  $\omega$  ны  $v$  тезликке көбейтил, энергия ағысының тығызлығын аламыз:

$$S = \omega v = EH. \quad (112.2)$$

**E** ҳәм **H** векторлары бир бирине перпендикуляр болады ҳәм толқынның тарқалыу бағыты менен он винтлик системаны пайда етеди. Сонықтан [**EH**] векторының бағыты энергияның тасылыу бағыты менен дәл сәйкес келеди. Бул вектордың модули **EH** қа тең ( $\sin \alpha = 1$ ). Демек, энергия ағысының тығызлығы векторын **E** менен **H** тың векторлық көбеймеси түрінде көрсетійге болады:

$$S = [\mathbf{EH}]. \quad (112.3)$$

**S** векторы Пойнтинг векторы деп аталады.

Гаусс системасында **S** ушын жазылған аңлатпа мынадай түрге ийе:

$$S = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{EH}]. \quad (112.4)$$

Энергияның ағысы  $\Phi_\omega$ , яғни қандай да бир **S** бет арқалы бир бирлик үақыт ишинде толқын алғып өткен энергияның муғдары [I томдағы (82.14)-формулаға қараңыз] мынаған тең:

---

<sup>101</sup> Бул тек өткізбейтуғын орталық ушын орынлы. Электр тоғын өткізетуғын орталықтарда **E** менен **H** шамалары бирдей фазада өзгермейди.

(112.5)

$$\Phi_{\omega} = \int_S S_n dS$$

(интеграл астындағы  $S_n$  шамасы  $\mathbf{S}$  векторының нормаль қураушысы;  $dS$  арқалы  $S$  бетинин элементи белгиленген).

(112.5)-формуланы қолланыўға мысал сыпатында бойы арқалы стационар тоқ (яғни үақытқа байланыслы өзгермейтуғын) өтип атырған бир текли цилиндр тәризил өткизгиштин участкасын қарайық (242-сүйрет). Дәслеп бул участкада тәреплик күшлер болған жоқ деп есаптаймыз. Бундай жағдайда, (33.4)-формула бойынша өткизгиштин ҳәр бир ноқатында

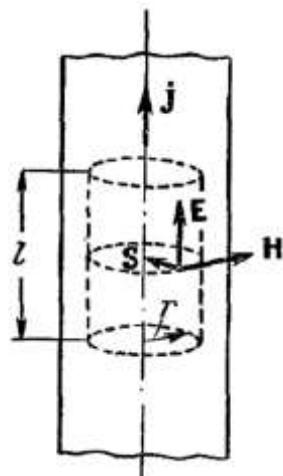
$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} = \frac{1}{\rho} \mathbf{E}$$

катнасы орынлы болады.

Стационар (турақлы) тоқ өткизгиш сымның кесиминиң бойы менен турақлы  $\mathbf{j}$  тығызлық пenen тарқалады. Демек,  $\mathbf{E}$  242-сүйретте көрсетилген сымның участкасының шеклеринде бир текли болады. Ойымызда өткизгиш сымның ишинен радиусы  $r$ , узынлығы  $l$  болған цилиндрлік көлемди бөлип алайық. Усы цилиндрдин қаптал бетлериниң ҳәр бир ноқатында  $\mathbf{H}$  векторы  $\mathbf{E}$  векторына перпендикуляр ҳәм бетке жүргизилген урынбаның бойы менен бағытланған (242-сүйрет).  $H$  дин мәниси  $\frac{1}{2}jr^2$ -ге тең. [(44.7)-теорема бойынша  $2\pi r H = j\pi r^2 l$ ]. Солай өтип, (112.3)-вектор беттиң ҳәр бир ноқатында сым көшери бойлап бағытланады ҳәм  $S = EH = \frac{1}{2}Ejr$  шамасына тең болады. Цилиндрдин үлттанының майданы  $S$  ти цилиндрдин қаптал бетиниң майданы  $2\pi lr$  ге көбейтип, биз қарап атырған көлемимиздин ишине өтетуғын электромагнитлик энергияның ағысын ( $\mathbf{S}$  векторының ағысын) табамыз:

$$\Phi_S = 2\pi r l \cdot S = 2\pi r l \cdot \frac{1}{2}Ejr = Ej \cdot \pi r^2 l = Ej \cdot V. \quad (112.6)$$

Бул аңлатпада  $V$  арқалы цилиндрдин көлеми белгиленген.



242-сүйрет.

(34.5)-аңлатпаға сәйкес,  $Ej$  шамасы өткизгиштиң бир бирлик көлеминен бир бирлик үақыт ишинде бөлинип шығатуғын жыллыштықтың мұғдары. Демек, (112.6)-теңлик Ленц-Джоуль жыллыштығы түринде бөлинип шығатуғын энергияның өткизгиштиң қаптал бети арқалы электромагнит майданның энергиясы түринде берилетуғындығын көрсетеди.

Энергия ағысы болған  $\Phi_S$  шамасының өткизгишке терең өтийине байланыслы энергияның жутылыуы ҳәм оның жыллыштыққа айланыуының есабынан

хәлсирейтуғынлығын атап өтемиз [ $S$  шамасы да киширейе баслайды (оның мәниси сымның көшеринен қашықтық  $r$  ге пропорционал)].

Биз қарап атырған өткізгіштиң участкасының шеклеринде майданы бир текли ( $\mathbf{E}^* = \text{const}$ ) болған тәреплик күшлер тәсир етеди деп болжайық. Бул жағдайда (35.4)-формула бойынша өткізгіштиң ұрға бир ноқатында мына қатнас орын алады:

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{E}^*) = \frac{1}{\rho}(\mathbf{E} + \mathbf{E}^*),$$

Буннан мынадай аңлатпа келип шығады:

$$\mathbf{E} = \rho\mathbf{j} - \mathbf{E}^*. \quad (112.7)$$

Биз қарап атырған шынжырдың участкада тәреплик күшлер пайда болмайды, ал тоқтың өтуине мүмкіншилік жаратып береди деп есаптайық. Буның өзи  $\mathbf{E}^*$  векторының бағытының  $\mathbf{j}$  векторының бағыты менен сәйкес келетуғынлығын билдиреди.  $\rho j = E^*$  қатнасы орынланады деп болжайық. Бундай жағдайда электр майданының кернеўлиги  $\mathbf{E}$  ұрға ноқатта нолге тең болып, ал қаптал бет арқалы өтетуғын электромагнитлик энергияның ағысы болмайды. Бундай жағдайда жыллыштық тәреплик күшлердин жұмысларының есабынан орынланады.

Егер  $E^* > \rho j$  қатнасы орынланатуғын болса, онда (112.7)-аңлатпада көринип түрғанындей,  $\mathbf{E}$  векторы  $\mathbf{j}$  векторына қарама-қарсы бағытланған болады. Бул жағдайда  $\mathbf{E}$  ұрға  $\mathbf{S}$  векторлары 242-сүйретте көрсетилген бағытқа қарама-қарсы бағытланған. Демек, электромагнитлик энергия ишке кирмейди, ал керисинше, өткізгіштиң қаптал бети арқалы оны қоршаған кеңисликке шығады.

Жүймақлай келип, стационар тоқтың түйік шынжырында энергия тәреплик күшлер тәсир ететуғын участкадан шынжырдың басқа участкасында өткізгіштиң бойы менен емес, ал  $\mathbf{S}$  векторы менен тәрийипленетуғын электромагнитлик энергияның ағысы сыпатында өткізгішти қоршаған кеңислик арқалы бериледи деп айтыўға болады.

### § 113. Электромагнитлик майданың импульсы

Қандайда бир денеге түскен электромагнит толқынның оған басым тусириүи керек. Бул басымның пайда болыў себебін өткізгіш денени ( $\sigma \neq 0$ ) мысалға ала отырып түсіндирген қолайлы. Мейли, тегис толқын нормаль бағытта денениң тегис бетине түседи деп болжайық (243-сүйрет). Толқынның электр векторы денеде тығызлығы  $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$  шамасына тең болған тоқты қоздырады. Толқынның магнит майданы тоққа, шамасы денениң бир бирлик көлемі ушын есаплағанда (47.2)-формула бойынша табыўға болатуғын күш пенен тәсир етеди:

$$\mathbf{f}_{\text{бір.көл}} = [\mathbf{j}\mathbf{B}] = \mu\mu_0[\mathbf{j}\mathbf{H}].$$

Усы күштиң бағыты, 243-сүйреттен көринип түрғанындей, толқынның тарқалыў бағыты менен бирдей болады.

Максвелдинг есаплаўы бойынша дene өзине түскен энергияны толығы менен жутқан жағдайда, басым тусирилген толқындағы энергияның тығызлығының орташа мәнисине (үақыт бойынша) тең болады:

$$p = \bar{\omega} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2 + \mu\mu_0 H^2}{2}. \quad (113.1)$$

Егер дene толқынды кери бағытта интенсивлиги  $S = kS_0$  шамасына тең болған ( $S_0$  - интенсивлик, яғни түскен толқынның энергиясының ағысының тығызлығы,  $k$  - шағылыштырыў коэффициенти) толқынды шағылыштырса, онда басым мынаған тең болады:

$$p = (1 + k)\bar{\omega}. \quad (113.2)$$

Бул аңлатпада  $\bar{\omega}$  - түсken толқынның энергиясының тығызлығының орташа мәнси. Идеал шағылыштыратуғын дене ушын  $k = 1$  ҳәм  $p = 2\bar{\omega}$ .

Электромагнит толқынның басым түсиретуғынлығы ҳақындағы болатуғынлығын аңғартады. Есаплаұлар бослықтағы майданнаның бир бирлик көлеминдеги (импульстың тығызлығы) импульс ушын мынадай шаманы берди:

$$\mathbf{K}_{\text{бир.көл}} = \frac{1}{c^2} \mathbf{S} = \frac{1}{c^2} [\mathbf{EH}] \quad (113.3)$$

Импульстің бар болыўы электромагниттик майданға, импульс пенен  $K = mc$  қатнасы бойынша байланысқан масса ҳақында гәп етиўге мүмкіншилик жаратады (майдан вакуумда  $c$  тезлиги менен тарқалады). (113.3)-теңдиктиң модулин  $c$  ға бөлип, майданнаның бирлик көлеминдеги массаны аламыз:

$$m_{\text{бир.көл}} = \frac{EH}{c^2}$$

$\frac{EH}{c}$  аңлатпасы майданнаның энергиясының тығызлығы  $\omega$  ны береди. Демек

$$m_{\text{бир.көл}} = \frac{\omega}{c^2}$$

түриндеги аңлатпаны жаза алады екенбиз.

Бизиң алған қатнасымыз салыстырмалық теориясынан келип шығатуғын масса менен энергия арасындағы қатнастың дара жағдайы болып табылады ( $v = 0$  болған жағдайдағы):

$$W = mc^2. \quad (113.4)$$

Максвеллдин ғалжап айтқанындағы, егер жақтылық электромагнит толқын болса, онда оның денеге басым түсиреуи тийис. Ҳақыйқатында да, (113.1)-формулаға сәйкес есапланған бул басымның шамасы жүдә киши болып шықты. Мысалы, күши күши миллион шам болған жақтылық дерегинен 1 м қашықтықтағы басым  $10^{-7}$  Н/м<sup>2</sup> ( $10^{-4}$  дин/см<sup>2</sup>) шамасындағы екен.

Жақтылықтың басымын биринши рет тапқан ҳәм оны өлшеген П.Н.Лебедев болып табылады. Үлкен тапқыштық пенен шеберлікти талап ететуғын тәжирийбени иске асырып, Лебедев 1900-жылы жақтылықтың қатты денеге, ал 1910-жылы газге түсиретуғын басымын өлшеди. Өлшеү нәтийжелериниң барлығы да Максвелл теориясына дерлік сәйкес келген.

## § 114 Диполдин жақтылықты нурландырыуы

Герц вибраторында тербелести жүретуғын ўақытта оның диполлик электр моментиниң дәүирли түрдеги өзгериси жүзеге келеди. Соныңтан ұсындағы нур шығаратуғын дүзилислерди диполлер деп атаған. Герц вибраторы ярым толқынлы (оның узынлығы  $l = \lambda/2$ ) диполь болып табылады. Узынлығы  $l$  толқын узынлығы  $\lambda$  ден киши болған диполдин нурланыуын қараймыз. Бундай диполди элементар диполь деп атайды.

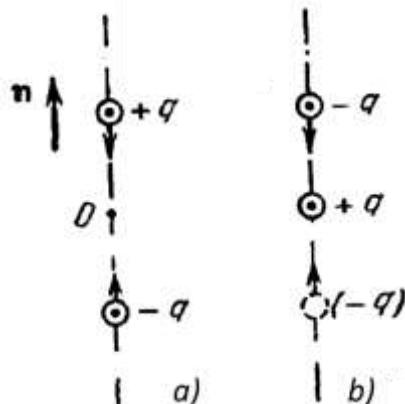
Базы бир О ноқатының дәгерегинде қарама-қасы фазада тербелетуғын  $+q$  ҳәм  $-q$  ноқаттық зарядлары ең әпиүайы элементар диполь болып табылады (244-а сүйрет). Ұсындағы системаның диполлик электр моменти ўақыт бойынша

$$\mathbf{p} = ql \cos \omega t \cdot \mathbf{n} = \mathbf{p}_m \cos \omega t \quad (114.1)$$

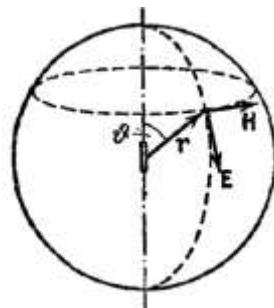
нұзамы бойынша өзгереди. Бул аңлатпадағы  $l$  - ҳәр бир зарядтың тербелисиниң еки еселенген амплитудасы,  $\mathbf{n}$  - диполдин көшери менен бағытлас бирлик вектор,  $\mathbf{p}_m = ql\mathbf{n}$ .

Тап ұсындағы электр моментине қозғалмайтуғын  $+q$  он заряд пенен оның дәгирегинде  $l$  амплитуда менен тербелетин терис  $-q$  зарядтан туратуғын система да иие болады (244-б сүйрет). Нурланатуғын ұсындағы системаны қараудың айрықша әхмийетке иие екенligиниң себеби атомның электроны тәрепинен электромагнит толқынның шығарыуының алып келинетуғынлығы менен байланыслы. Классикалық көз-қараслар бойынша атомда

электрон ядроның дөгерегинде эллипс тәризли орбита бойынша қозғалады. Эллипс тәризли орбита бойынша қозғалысты бир бирине перпендикуляр болған еки тербелиске жиклеүге болады (І томдағы 71 параграфты қараңыз). Солай етип, атомның нур шығарыўын элементар диполдин нур шығарыўына алып келийге болады екен [көзге көринетуғын жақтылықтың толқын узынлығы ( $\sim 10^{-7}$  м) орбитаның диаметрине салыстырғанда ( $\sim 10^{-10}$  м) көп үлкен].



244-сүйрет.



245-сүйрет.

Диполге тиккелей жақын орынларда электромагнит майданының сүйрети жүдә құрамалы херектерге ие. Ол диполдин толқынлық зонасы деп аталатуғын орында әпиүайы болады (бул зона диполден толқын узынлығы  $\lambda$  ден әдеүир болған  $r$  қашықтығында басланады,  $r \gg \lambda$ ). Егер толқын бир текли изотроп орталықта тарқалатуғын болса, онда толқын зонасындағы толқын фронты сфералық формаға иие болады (245-сүйрет). Ҳәр бир ноқаттағы  $E$  ҳәм  $H$  векторлары өз-ара перпендикуляр ҳәм нүрға да, яғни диполден берилген ноқатқа жүргизилген радиус-векторға да перпендикуляр болады (диполдин өлшемин толқын зонасына шекемги қашықтыққа салыстырғанда есапқа алмауға болады).

Диполдин көшери арқалы өтетуғын кесимлердин толқын фронтлары менен кесилисіү сзықтарын меридианлар, ал диполдин көшерине перпендикуляр болған бетлер менен кесилисіү сзықтарын параллеллер деп атайды. Бундай жағдайда  $E$  векторы толқынлық зонаның ҳәр бир ноқатыда меридианға жүргизилген урынбаның бойы менен, ал  $H$  векторы - параллелге жүргизилген урынбаның бойы менен бағытланған деп айтыйға болады. Егер  $r$  нурының бағытында қарасақ, онда толқынның бир заматлық картинасы 237-сүйреттегидей болады (айырмашылық амплитуданың нур бойлап орын алмастырғанда кемейтуғынлығынан ибарат).

$E$  ҳәм  $H$  векторлары ҳәр бир қоқатта  $\cos(\omega t - kr)$  нызамы бойынша тербеледи. Тербелистиң амплитудалары  $E_m$  менен  $H_m$  нур шығаруғын дерекке шекемги қашықтық  $r$  ге,  $r$  радиус-векторы менен диполдин көшеринин арасындағы мүйеш  $\theta$  ға байланыслы болады (245-сүйрет). Вакуум ушын бул байланыстыбылайынша жазыуға болады:

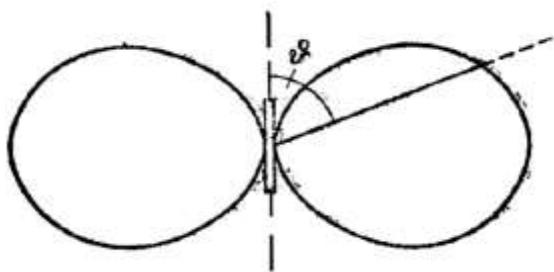
$$E_m \sim H_m \sim \frac{1}{r} \sin \vartheta$$

Энергия ағысының тығызлығы болған  $\bar{S}$  шамасының орташа мәниси  $E_m H_m$  көбеймесине пропорционал, яғни

$$\bar{S} = \frac{1}{r^2} \sin^2 \vartheta. \quad (114.2)$$

Бул формуладан нурдың бойы менен ( $\vartheta = \text{const}$ ) толқынның интенсивлигинин нурды шағаруғын дерекке шекемги қашықтықтың квадратына кери пропорционал болып

өзгеретуғынлығын көремиз. Соның менен бир қатарда оның шамасы  $\vartheta$  мүйешине де ғәрэзли болады. Диполь өзиниң көшерине перпендикуляр болған бағытта ( $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ ) күшли нурландырады. Көшерине сәйкес бағытларда ( $\vartheta = 0$  ҳәм  $\pi$ ) электрлик диполь нур шығармайды. Толқынның интенсивлегиниң  $\vartheta$  мүйешинен ғәрэзлиги диполдин бағытланғанлығының диаграммасы деп аталатуғын диаграмманың жәрдеминде көргизбели түрде сүүретленеди (246сүүрет). Бул диаграмма, диполдин орайынан жүргизилген ҳәм нурда кесилистетуғын кесиндиниң ұзынлығы белгili болған масштабтағы  $\vartheta$  мүйешиндеги нурландырылған тоқынның интенсивлегин беретуғындей етип қурылады.



246-сүүрет.

Бир бирлик үақыттың ишиндеги барлық бағытта шығарылған электромагнит толқынның энергиясы нур шығарыў интенсивлеги (ямса қуұтаты) деп аталады. Элементар диполдин нур шығарыў интенсивлеги ушын жүргизилген есаплаўлер төмендегидей теңдикти береди:

$$i = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{1}{6\pi c^2} \ddot{\mathbf{p}}^2. \quad (114.3)$$

(114.1)-формула бойынша  $\ddot{\mathbf{p}}^2 = q^2 l^2 \omega^4 \cos^2 \omega t$ . Бул аңлатпаны (114.3)-формулаға қойып, мынаны аламыз:

$$I = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{q^2 l^2 \omega^4}{6\pi c^2} \cos^2 \omega t. \quad (114.4)$$

$\cos^2 \omega t = \frac{1}{2}$  болғанлықтан, үақыт бойынша алынған нур шығарыўдың орташа интенсивлеги мынаған тең:

$$\bar{I} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{q^2 l^2 \omega^4}{12\pi c^2} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{p_m^2 \omega^4}{12\pi c^2}.$$

Солай етип, диполдин орташа нур шығарыў интенсивлеги диполдин электр моменти амплитудасының квадратына ҳәм жийиликтиң төртінши дәрежесине пропорционал екен. Сонлықтан, жұдә киши болған жийиликтердеги электрлик системалардың нур шығарыўы (мысалы, өндірислик жийиликтеги өзгермелі тоқты алып беретуғын линиялар) жұдә киши болады.

Егер диполь қозғалмайтуғын ҳәм тербелетуғын зарядлардың системасынан соғылған болса, онда (114.4)-формуладағы  $l$  тербелис амплитудасын билдиреди ҳәм  $l^2 \omega^4 \cos^2 \omega t$  шамасы тербелетуғын зарядтың тезленийиниң квадратына тең болады. Бул жағдайда нур шығарыў интенсивлегиниң формуласын былай жазыўға болады:

$$I = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{q^2 w^2}{6\pi c^2}. \quad (114.5)$$

Бул формула өз күшин зарядтың қәлеген қозғалысларында сақлайды. Тезлениў менен қозғалатуғын қәлеген заряд электромагнит толқынларын қоздырады ҳәм нур шығарыў

қүйаты (114.5)-формула менен бериледи. Бетатронда тезлетилген электронлар (104-параграфты қараңыз) орайға умтылыұшы  $\omega_n = \frac{v^2}{r_0}$  тезленийиниң бар болыұының себебинен нур шығарып, энергиясын жоғалтады, (114.5)-формулаға сәйкес, нур шығарыуда жоғалған энергияның мүғдары бетатрондағы электронлардың тезлигинин үлкейиң менен ( $v^4$  ке пропорционал) күшли өседи. Соныңтан бетатронлардағы тезленийдин шамасы 500 МэВ шегинен аспайды (усы мәниске сәйкес келетуғын тезликте нур шығарыў ушын жумсалған құйын тәризли электр майданында электронға берилетуғын энергияға тең болады).

Тезленийдин гармоникалық нызам бойынша өзгерисинин барысында монохромат толқын нурландырылады, ал тезлений  $w$  ықтыярлы түрде өзгеретуғын болса, онда монохромат емес, ал ҳәр қыйлы жийиликтердеги толқынлардың жайнағын туратуғын толқынлар нурландырылады.

(114.5)-формула бойынша  $w = 0$  теңлиги орынланғанда интенсивлик нолге айланады. Демек, турақты тезлик пенен қозғалатуғын электрон электромагнит толқынларды нурландырмайды екен. Бирақ, бул жағдай электронның тезлиги  $v_{\text{ж}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$  жақтылықтың тезлигинен киши болған жағдайда ғана дұрыс. Ал  $v_{\text{эл}} > v_{\text{ж}}$  теңсизлиги орынланған жағдайда 1934-жылды С.И. Вавилов пенен П.А. Черенков ашқан нур шығарыў бақланады<sup>102</sup>. Бундай нур шығарыў ҳаққында әдеүір толығырақ түсніктерди оптика курсында бериледи.

## I ҚОСЫМША

### ЭЛЕКТРЛИК ҲӘМ МАГНИТЛИК ШАМАЛАРДЫҢ СИ ҲӘМ ГАУСС СИСТЕМАЛАРЫНДАҒЫ ӨЛШЕМ БИРЛИКЛЕРИ

СИ бирликлер системасында:

Электрлик турақты

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi(2,99776)^2 \cdot 10^9} \Phi/\text{м} \approx \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \Phi/\text{м}.$$

Магнитлык турақты  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ .

Гаусс бирликлер системасында:

Электродинамикалық турақты

$$c = 2,99776 \cdot 10^{10} \text{ см/сек} = 3 \cdot 10^{10} \text{ см/сек}$$

Бирликлер арасындағы қатнаслар жуғық түрде берилген. Дәл мәнисти алғаш үшын ең соңғы бағанада көлтирилген шамалардағы 3 ти 2,99776 да ҳәм 9 ды (2,99776)<sup>2</sup> шамасына алмастырыў керек.

---

<sup>102</sup> Бул жағдай электронның вакуумдағы қозғалысында иске аспайды. Себеби салыстырмалық теориясы бойынша қәлеген бөлекшениң тезлиги  $c$  дан үлкен болыўы мүмкін емес.

Шамалар ҳәм оның белгилениүи	Өлшеү бирлиги ҳәм оның белилениүи		Бирликтер арасындағы қатнас
	СИ	Гаусс системасы	
Күш $f$	нютон (н)	дина (дн)	$1 \text{ н} = 10^5 \text{ дин}$
жұмыс $A$ ҳәм энергия $W$	джауль (дж)	эрғ (эрғ)	$1 \text{ дж} = 10^7 \text{ эрг}$
заряд $q$	кулон (к)	СГСЭ-бирл.	$1 \text{ к} = 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ-бирл.}$
электр майданының кернеўлиги $E$	вольт бөлинген метр (в/м)	СГСЭ-бирл.	$1 \text{ СГСЭ-бирл.} = 3 \cdot 10^4 \text{ в/м.}$
Потенциал, потенциаллар айырмасы ямаса кернеў $U$ ҳәм э.к.к. $\mathcal{E}$	Вольт (в)	СГСЭ-бирл.	$1 \text{ СГСЭ-бирл.} = 300 \text{ в}$
Электрлик диполлик момент $p$	к·м	СГСЭ-бирл.	$1 \text{ к} \cdot \text{м} = 3 \cdot 10^{11} \text{ СГСЭ-бирл.}$
Поляризация векторы $P$	$\text{k/m}^2$	СГСЭ-бирл.	$1 \text{ к/m}^2 = 3 \cdot 10^5 \text{ СГСЭ-бирл.}$
Диэлектрик кабыллағышлық $\kappa$	СИ-бирл.	СГСЭ-бирл.	$1 \text{ СГСЭ-бирл.} = 4\pi \text{ СИ-бирл.}$
Электрлик аүйсың (электрлик индукция) $D$	кулон бөлинген квадрат метр ( $\text{к}/\text{м}^2$ )	СГСЭ-бирл.	$1 \text{ к/m}^2 = 4\pi \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ СГСЭ-бирл.}$
Электрлик аүйсың ағысы (электрлик индукция ағысы) $\Phi$	кулон (к)	СГСЭ-бирл.	$1 \text{ к} = 4\pi \cdot 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ-бирл.}$
Электр сыйымлығы $C$	фарада (ф)	СГСЭ-бирл.	$1 \text{ ф} = 9 \cdot 10^{11} \text{ см}^2$
Тоқ қүши $i$	ампер (а)	СГСЭ-бирл.	$1 \text{ а} = 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ-бирл.}$
Тоқтың тығызлығы $j$	ампер бөлинген квадрат метр ( $a/\text{м}^2$ )	СГСЭ-бирл.	$1 \text{ а/m}^2 = 3 \cdot 10^5 \text{ СГСЭ-бирл.}$
Электрлик қарсылық $R$	ом (ом)	СГСЭ-бирл.	$1 \text{ СГСЭ-бирл.} = 9 \cdot 10^{11} \text{ ом}$
Салыстырмалы қарсылық $\rho$	ом·м	СГСЭ-бирл.	$1 \text{ СГСЭ-бирл.} = 9 \cdot 10^9 \text{ ом} \cdot \text{м}$
Магнит индукциясы $B$	tesla (тл)	гаусс (гс)	$1 \text{ тл} = 10^4 \text{ гс}$
Магнит индукциясының ағысы $\Phi$ ҳәм ағыстың илгишлигі $\Psi$	вебер (вб)	максвелл (мкс)	$1 \text{ вб} = 10^8 \text{ мкс}$
Магнит моменти $p_m$	$a \cdot \text{м}^2$	СГСМ-бирл.	$1 \text{ а} \cdot \text{м}^2 = 10^3 \text{ СГСМ-бирл.}$
Магнитлениү векторы $J$	ампер бөлинген метр ( $a/\text{м}$ )	СГСМ-бирл. (гаусс)	$1 \text{ СГСМ-бирл.} = 10^3 \text{ а/m}$
Магнит майданының кернеўлиги $H$	ампер бөлинген метр	эрстед (э)	$1 \text{ а/m} = 4\pi \cdot 10^{-3} \text{ э,}$ $1 \text{ э} = 79,6 \text{ а/m}$

	( $a/m$ )		
Магнит кабыллаштық $\chi$	СИ-бирл.	СГСМ-бирл.	1 СГСМ-бирл.= $4\pi$ СИ- бирл.
$L$ индуктивлик ҳәм $L_{12}$ өз-ара индуктивлик.	генри (гн)	сантиметр (см)	1 гн = $10^9$ см.

## II ҚОСЫМША

### ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМНИҢ СИ ҲӘМ ГАУСС СИСТЕМАЛАРЫНДАҒЫ ТИЙКАРҒЫ ФОРМУЛАЛАРЫ

Атамасы	Си	Гаусслық система
Күлон нызамы	$f = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$	$q = \frac{q_1 q_2}{r^2}$
Электр майданының кернеўлиги		$E = \frac{f}{q}$
Ноқатлық зарядтың майданының кернеўлиги	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon r^2}$	$E = \frac{q}{\epsilon r^2}$
Зарядланған тегисликтердин арасындағы ҳәм зарядланған өткізгіштиң қасындағы кернеўлик	$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon}$	$E = \frac{4\pi\sigma}{\epsilon}$
Потенциал (анықламасы)		$\varphi = \frac{W_p}{q}$
Ноқатлық зарядтың потенциалы	$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon r}$	$\varphi = \frac{q}{\epsilon r}$
Майданың күшлеринин зарядтың үстинен ислеген жұмысы		$A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$
Е менен $\varphi$ арасындағы байланыс		$E = -\operatorname{grad} \varphi$
$\varphi$ менен Е арасындағы байланыс		$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_l dl$
Бир текли майдандағы Е менен $\varphi$ арасындағы байланыс		$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed$
Электростатикалық майдан ушын Е векторының циркуляциясы		$\oint E_l dl = 0$
Диполдин әлектр моменти		$p = ql$ .
Әлектр майданындағы диполге тәсир ететуғын механикалық момент.		$\mathbf{M} = [\mathbf{pE}]$
Әлектр майданындағы диполдин энергиясы.		$W = -\mathbf{pE}$
"Серпимли" молекуланың диполлик моменти.	$\mathbf{p} = \beta \epsilon_0 \mathbf{E}$	$\mathbf{p} = \beta \mathbf{E}$
Поляризация векторы (анықламасы).		$\mathbf{P} = \frac{\sum_{\Delta V} \mathbf{p}}{\Delta V}$
Р менен Е арасындағы байланыс.	$\mathbf{P} = \kappa \epsilon_0 \mathbf{E}$	$\mathbf{P} = \kappa \mathbf{E}$

<b>P</b> менен байланысқан зарядлардың бетлик тығызлығы арасындағы байланыс.	$\sigma' = P_n = \kappa \epsilon_0 E_n$	$\sigma' = P_n = \kappa E_n$
Электр аүйысыұы (электрик индукция, анықламасы).	$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$	$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}$
Салыстырмалы диэлектрик сициршилік $\epsilon$ менен диэлектрик қабыллағышлық $\kappa$ арасындағы байланыс.	$\epsilon = 1 + \kappa$	$\epsilon = 1 + 4\pi \kappa$
СИ системасындағы $\kappa_{\text{СИ}}$ ның мәниси менен Гаусслық системадағы $\kappa_{\Gamma C}$ арасындағы байланыс.		$\kappa_{\text{СИ}} = 4\pi \kappa_{\Gamma C}$
<b>D</b> менен <b>E</b> арасындағы байланыс.	$\mathbf{D} = \epsilon \epsilon_0 \mathbf{E}$	$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$
Вакуумдеги <b>D</b> менен <b>E</b> арасындағы байланыс.	$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$	$\mathbf{D} = \mathbf{E}$
Ноқаттың зарядтың $D$ майданы.	$D = \frac{1}{4\pi} \frac{q}{r^2}$	$D = \frac{q}{r^2}$
<b>D</b> ушын Гаусс теоремасы.	$\oint D_n dS = \sum q$	$\oint D_n dS = 4\pi \sum q$
Кернеў (анықламасы)		$U = \varphi_1 - \varphi_2 + \epsilon_{12}$
Конденсатордың сыйымлығы (анықламасы).		$C = q/U$
Тегис конденсатордың сыйымлығы.	$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$	$C = \frac{\epsilon S}{4\pi d}$
Зарядлар системасының энергиясы.		$W = \frac{1}{2} q \varphi$
Электр майданының энергиясының тығызлығы.	$w = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2}$	$w = \frac{\epsilon E^2}{8\pi}$
Тоқтың күши (анықлама).		$i = \frac{dq}{dt}$
Тоқтың тығызлығы (анықламасы).		$j = \frac{di}{dS_\perp}$
Ом нызамы.		$i = \frac{1}{R} U$
Дифференциаллық формадағы Ом нызамы.		$j = \frac{1}{\rho} \mathbf{E}$
Джоуль-Ленц нызамы.		$Q = \int_0^t R i^2 dt$
Дифференциаллық формадағы Джоуль-Ленц нызамы.		$w = \rho j^2$
Вакуумдағы еки пралель тоқлардың өз-ара тәсирлесіү күши (ұзынлықтың бир бирлигине сәйкес келетүғын).	$f = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2i_1 i_2}{b}$	$f = \frac{2i_1 i_2}{b}$
Тоғы бар контурдың магнит моменти.	$p_m = iS$	$p_m = \frac{1}{c} iS$

Магнитлик индукция (анықламасы).		$B = \frac{M_{max}}{p_m}$
Магнитлениү векторы (анықламасы).		$\mathbf{J} = \frac{\sum_{\Delta V} \mathbf{p}_m}{\Delta V}$
Магнит майданының кернеўлиги (анықламасы).	$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{J}$	$\mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi \mathbf{J}$
$\mathbf{J}$ менен $\mathbf{H}$ векторларының арасындағы байланыс.		$\mathbf{J} = \chi \mathbf{H}$
Салыстырмалы магнит сициргишилкі $\mu$ менен магнитлик қабыллағышлық $\chi$ арасындағы байланыс.	$\mu = 1 + \chi$	$\mu = 1 + 4\pi\chi$
Магнитлик қабыллағышлық $\chi$ ның СИ ( $\chi_{SI}$ ) ҳәм Гаусс системасындағы ( $\chi_{GC}$ ) мәнислеринин арасындағы байланыс.		$\chi_{SI} = 4\pi\chi_{GC}$
$\mathbf{B}$ менен $\mathbf{H}$ векторларының арасындағы байланыс.	$\mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H}$	$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$
Вакуумдағы $\mathbf{B}$ менен $\mathbf{H}$ векторларының арасындағы байланыс.	$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$	$\mathbf{B} = \mathbf{H}$
Био-Савар нызамы.	$d\mathbf{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{i[d\mathbf{l}, \mathbf{r}]}{r^3}$	$d\mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{i[d\mathbf{l}, \mathbf{r}]}{r^3}$
Түйры тоқтың магнит майданының кернеўлиги.	$H = \frac{1}{2\pi} \frac{i}{b}$	$H = \frac{1}{c} \frac{2i}{b}$
Дөңгелек тоқтың орайындағы магнит майданының кернеўлиги.	$H = \frac{i}{2r}$	$H = \frac{1}{c} \frac{2\pi i}{r}$
Соленоидтың майданының кернеўлиги.	$H = ni$	$H = \frac{4\pi}{c} ni$
$\mathbf{H}$ векторының циркуляциясы.	$\oint H_l dl = \sum i$	$\oint H_l dl = \frac{4\pi}{c} \sum i$
$\mathbf{B}$ ушын Гаусс теоремасы.		$\oint B_n dS = 0$
Ампер нызамы.	$d\mathbf{f} = i[d\mathbf{l}, \mathbf{B}]$	$d\mathbf{f} = \frac{1}{c} i[d\mathbf{l}, \mathbf{B}]$
Лоренц күши.	$\mathbf{f} = e'[\mathbf{v}\mathbf{B}]$	$\mathbf{f} = \frac{e'}{c} [\mathbf{v}\mathbf{B}]$
Магнит майданында магнит моментине тәсир ететүүн механикалық момент.		
Магнит майданындағы магнит моментинин энергиясы.		$W = -p_m B$
Магнит индукциясының ағысы (анықлама).		$\Phi = \int_S B_n dS$
Магнит майданынде тоғы бар контурды орын алмастырғанда исленген жумыс.	$A = i\Delta\Phi$	$A = \frac{1}{c} i\Delta\Phi$

Ағысты илгишлик ямаса толық магнит ағысы (анықлама).		$\Psi = \sum \Phi$
Индукцияның ә. қ. күши.	$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Psi}{dt}$	$\mathcal{E}_i = -\frac{1}{c} \frac{d\Psi}{dt}$
Индуктивлик (анықлама).	$L = \frac{\Psi}{i}$	$L = \frac{\Psi}{i/c} = c \frac{\Psi}{i}$
Соленоидтың индуктивлигі.	$L = \mu_0 \mu n^2 l S$	$L = 4\pi \mu n^2 l S$
Ферромагнетиклер болмаған жағдайдағы өзлик индукцияның ә. қ. күши.	$\mathcal{E}_S = -L \frac{di}{dt}$	$\mathcal{E}_S = -\frac{1}{c^2} L \frac{di}{dt}$
Тоқтың магнит майданының энергиясы.	$W = \frac{Li^2}{2}$	$W = -\frac{1}{c^2} \frac{Li^2}{2}$
Магнит майданының энергиясының тығыздығы.	$\omega = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}$	$\omega = \frac{\mu H^2}{8\pi}$
Байланысқан контурлардың энергиясы.	$W = \frac{1}{2} \sum L_{ik} i_i i_k$	$W = \frac{1}{2c^2} \sum L_{ik} i_i i_k$
Аўысыў тоғының тығыздығы (анықлама)	$j_{\text{ыlf}} = \dot{D}$	$j_{\text{ыlf}} = \frac{1}{4\pi} \dot{D}$
Интеграллық түрдеги Максвелл теңлемелери.	$\oint E_l dl =$ $= - \int_S \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)_n dS,$ $\oint_S B_n dS = 0,$ $\oint H_l dl =$ $= \int_S j_n dS +$ $+ \int_S \left( \frac{\partial D}{\partial t} \right)_n dS,$ $\oint_S D_n dS = \int_V \rho dV.$	$\oint E_l dl =$ $= -\frac{1}{c} \int \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)_n dS,$ $\oint_S B_n dS = 0,$ $\oint H_l dl =$ $= \frac{4\pi}{c} \int_S j_n dS +$ $+ \frac{1}{c} \int_S \left( \frac{\partial D}{\partial t} \right)_n dS,$ $\oint_S D_n dS = 4\pi \int_V \rho dV.$
Дифференциаллық көринистеги Максвелл теңлемелери.	$rot E = -\frac{\partial B}{\partial t},$ $div B = 0,$ $rot H = j + \frac{\partial D}{\partial t},$	$rot E = -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t},$ $div B = 0,$ $rot H = \frac{4\pi}{c} j + \frac{1}{c} \frac{\partial D}{\partial t},$

	$\operatorname{div} D = \rho.$	$\operatorname{div} B = 4\pi\rho.$
Электромагнит толқынның тезлиги $c.$	$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu}}$	$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}$
Электромагнит толқындағы $E$ ҳәм $H$ векторларының амплитудаларының арасындағы қатнас.	$E_m \sqrt{\epsilon_0 \epsilon} = H_m \sqrt{\mu_0 \mu}$	$E_m \sqrt{\epsilon} = H_m \sqrt{\mu}$
Пойнтинг векторы.	$\mathbf{S} = [\mathbf{EH}]$	$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{EH}]$
Электромагнит майданының импульсиниң тығызлығы.	$K = \frac{1}{c^2} [EH]$	$K = \frac{1}{4\pi c} [EH]$
Диполдинң шығарған нұрының интенсивлигі.	$I = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{2}{3c^2} \dot{p}^2$	$I = \frac{2}{3c^2} \dot{p}^2$