→ tautologia - fórmula que tem valor lógico 1, independentemente da interpretação feita

→ contradição - fórmula com valor lógico 0, independentemente da interpretação feita

→ expressões lógicas → válidas - caso seja uma tautologia
→ inválidas - caso não seja válida
→ inconsistentes - caso seja uma contradição

. Modus Ponens .........

$[p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$

. Modus Tollens ..........

$[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p$

## Conjuntos

↳ coleções de objetos (isto é, elementos do conjunto)

- inclusão de conjuntos
  -> Sejam A e B, tal que $A = \{x : P(x)\}$ e $B = \{x : Q(x)\}$, subconjuntos de U
  -> Se para todo o $x \in U$, $P(x) \Rightarrow Q(x)$, então $A \subseteq B$
  -> Se para todo o $x \in U$, $P(x) \Leftrightarrow Q(x)$, então $A = B$

→ diferença entre A e B → $A \setminus B = \{x : (x \in A) \wedge (x \notin B)\}$
→ diferença simétrica entre A e B → $A \Delta B = \{x : (x \in A) \vee (x \in B)\}$
→ complementar de A → $A^c = \{x : x \notin A\}$

## Relações

→ Reflexivas
- $(x,x) \in \mathcal{R}$ para todo $x \in A$, ou de igual modo $I \subseteq \mathcal{R}$

→ simétricas
- $(x,y) \in \mathcal{R} \Rightarrow (y,x) \in \mathcal{R}$, para todos $x, y \in A$, ou de igual modo $\mathcal{R}^{-1} \subseteq \mathcal{R}$

→ anti-simétricas
- $[(x,y) \in \mathcal{R} \wedge (y,x) \in \mathcal{R})] \Rightarrow x = y$, para todos $x, y \in A$, ou de igual modo, $\mathcal{R}^{-1} \cap \mathcal{R} \subseteq I$

→ transitivas
- $[(x,y) \in \mathcal{R} \wedge (y,z) \in \mathcal{R}] \Rightarrow (x,z) \in \mathcal{R}$, para todos $x, y$ e $z \in A$, ou de igual modo, se $\mathcal{R} \circ \mathcal{R} \subseteq \mathcal{R}$

- Relação de ordem parcial - Reflexiva, anti-simétrica e transitiva
- Relação de ordem total / Linear - relação de ordem parcial onde todo o elemento do conjunto está relacionado a todos os outros elementos.
- Relação de Equivalência - reflexiva, simétrica e transitiva

## Classe de Equivalência

→ Seja $\mathcal{R}$ uma relação de equivalência em A e $x \in A$

$[x]$ é o conjunto de todos os elementos de A relacionados com $x$

$$[x] = \{y \mid y \in A \wedge x\mathcal{R}y\}$$

→ classe de equivalência de $x$

## Partição de um Conjunto

→ Se A é um conjunto não vazio, então uma coleção de subconjuntos $P \subseteq \mathcal{P}(A)$ tal que:

- $S \neq \emptyset$, para todo $S \in P$
- $S_1 \neq S_2 \Rightarrow S_1 \cap S_2 = \emptyset$ para quaisquer que sejam $S_1$ e $S_2 \in P$
- $A = \bigcup_{S \in P} S$ → diz-se uma partição de A

### Teorema

→ Se $\mathcal{R}$ é uma relação de equivalência definida num conjunto não vazio A, então o conjunto quociente $A/\mathcal{R}$ é partição de A

## Conjunto Quociente

→ Sendo $\mathcal{R}$ uma relação de equivalência definida em A, o conjunto das classes de equivalência de A designa-se por conjunto quociente e denota-se por $A/\mathcal{R}$, ou seja:

$$A/\mathcal{R} = \{[x] : x \in A\}$$

### Teorema

→ Seja $P$ uma partição de um conjunto não vazio A e $\mathcal{R}$ a relação definida por $x\mathcal{R}y$ se e só se $x$ e $y$ pertencem ao mesmo bloco de $P$. Então $\mathcal{R}$ é uma relação de equivalência em A.