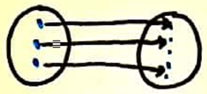
Funções

injetiva -> cada objeto tem uma única imagem

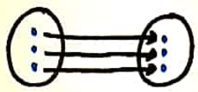
bijetiva -> cada objeto tem uma única imagem e cada imagem tem apenas um único objeto

sobrejetiva -> todas as imagens têm um ou mais objetos

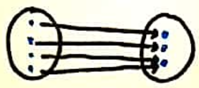
injetiva



bijetiva



sobrejetiva



Conjetura de Collatz

$$f(n) = \begin{cases} 3n+1 & \text{se } n \text{ é ímpar} \\ n/2 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

sequência $= n_{k+1} = f^k(n_1)$
$k = 1, 2, \ldots$

$f(1) = 4$
$f(4) = 2$
$f(2) = 1$

A partir do momento em que se obtém 1, a sequência passa a ser
1, 4, 2, 1, 4, 2, 1 ...

$\forall n \in \mathbb{N} \ \exists k \in \mathbb{N}:$

$$\boxed{f^k(n) = 1}$$

sequências

finitas:

$a = (1^2, 2^2, 3^2, \ldots, 8^2)$
comprimento = 8

infinitas:

$a = (1^2, 2^2, 3^2, \ldots, 8^2, \ldots)$
comprimento ilimitado

Sucessão

sequência com uma infinidade de elementos de um dado conjunto A, chamados **termos**, trata-se então de uma função.

RESTRIÇÃO DE f A X : $f|_X$

é uma função cujo domínio é restrito a um subconjunto do domínio da função original

EXTENSÃO DE $f|_X$ DE A

-> f é uma extensão da restrição de f a X, sendo:

- $f|_X : X \to B$, $X \subseteq A$
- $f: A \to B$

Função Identidade: é uma bijeção (a notação id_A é utilizada para indicar que se trata da função identidade definida em A).

Função Inversa

Teorema:

→ Uma função é invertível se e só se é uma bijeção.

- Caso f seja invertível temos que:

1 → f^{-1} também é invertível

2 → $(f^{-1})^{-1} = f$

Equipotência e Cardinalidade

Conjuntos equipotentes → A e B são conjuntos equipotentes caso exista uma bijeção:

$$f: A \to B$$

o que implica que A tenha a mesma cardinalidade que B.

Cardinalidade de A → $|A|$

→ número de elementos de A

→ $|\emptyset| = 0$

→ Caso $|A| \leq |B|$ então existe:

$f: A \to B$

→ função injetiva

Teorema de Cantor

→ Dado um conjunto x, verifica-se a desigualdade

$$|x| < |P(x)|$$

Conjunto Numerável → caso A seja finito ou equipotente ao conjunto $\mathbb{N}$. Caso contrário A não é numerável

Teorema de Dedekind-Cantor

→ Um conjunto é finito se e só se é equipotente a um subconjunto próprio.

Teorema de Schröder-Bernstein

→ Sejam X e Y dois conjuntos. Se $f: X \to Y$ e $g: Y \to X$ são funções injetivas, então existe uma bijeção $h: X \to Y$