Folha de Exercícios 1

1 → a) É uma proposição

p = "100 é maior que 10" = 1 $\quad$ $1 \vee 1 = 1$ → valor lógico

q = "11 é um nº primo" = 1

b) É uma proposição

p = "Para todo o nº x, se $x > 2$" $\quad$ $p \Rightarrow q = 1$ → valor lógico

q = "$x^2 + 5 > 3x$"

c) Não é proposição, depende da opinião pessoal

d) "Para algum $n \in \mathbb{N}$, $2^n = n^2$"

→ caso $n = 2$, visto que $n \in \mathbb{N}$, trata-se de uma proposição ~~verd~~ de valor lógico 1.

e) Não se trata de uma proposição, pois varia consoante o valor que seja atribuído a n.

2 → tautologia → fórmula que tem valor lógico 1, independentemente da interpretação

a) $[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow ((\sim p \vee q) \wedge p) \Rightarrow q \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow ((\sim p \wedge p) \vee (q \wedge p)) \Rightarrow q \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (0 \vee (q \wedge p)) \Rightarrow q \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (q \wedge p) \Rightarrow q \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sim (q \wedge p) \vee q \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\sim q \vee \sim p) \vee q \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\sim q \vee q) \vee (\sim p \vee q) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1 \vee (\sim p \vee q) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1$ // → independentemente do valor lógico de $(\sim p \vee q)$, logo, trata-se de uma tautologia

b) $[p \wedge (\neg p)] \Rightarrow q \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 0 \Rightarrow q \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1$ → independentemente do valor lógico de q, logo trata-se de uma tautologia.

c) $[(p \vee q) \wedge (\sim p \vee R)] \Rightarrow (q \vee R) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sim [(p \vee q) \wedge (\sim p \vee R)] \vee (q \vee R) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q) \vee (p \wedge \sim R) \vee (q \vee R) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q) \vee q \vee R \vee (p \wedge \sim R) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow [(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee q)] \vee [(R \vee p) \wedge (R \vee \sim R)] \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\sim p \vee q) \vee (R \vee p) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\sim p \vee p) \vee (q \vee R) \Leftrightarrow 1 \vee (q \vee R) \Leftrightarrow 1$ → independentemente do valor lógico de $(q \vee R)$, logo é uma tautologia

3 → $p \wedge (\sim R) \wedge q$

p	q	R	~R	p∧(~R)∧q
1	1	1	0	0
1	1	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	0	1	0

4 → a) ~~$[(\sim p \vee q) \wedge p$~~

$p \vee [q \wedge \sim p] \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee \sim p) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (p \vee q) \wedge 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (p \vee q)$

b) $\sim [(\sim p) \wedge (\sim q)] \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow p \vee q$

c) $[p \wedge q] \vee [p \wedge \sim q] \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow p \wedge [q \vee \sim q] \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow p \wedge 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow p$ //

5 → d) $[(\sim p \vee q) \wedge p] \Rightarrow q$ → tal como exemplificado no exercício 2. a) é uma tautologia e, por consequência, uma fórmula válida.

5→ b) $[(p \Rightarrow q) \wedge (R \Rightarrow \sim q)] \Rightarrow (p \Rightarrow \sim R) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow [(\sim p \vee q) \wedge (\sim R \vee \sim q)] \Rightarrow (\sim p \vee \sim R) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sim[(\sim p \vee q) \wedge (\sim R \vee \sim q)] \vee (\sim p \vee \sim R) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (p \wedge \sim q) \vee (R \wedge q) \vee (\sim p \vee \sim R) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sim p \vee (p \wedge \sim q) \vee \sim R \vee (R \wedge q) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\sim p \vee p) \wedge (\sim p \vee \sim q) \vee (\sim R \vee R) \wedge (\sim R \vee q) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\sim p \vee \sim q) \vee (\sim R \vee q) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\sim p \vee \sim R) \vee (\sim q \vee q) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\sim p \vee \sim R) \vee \Lambda \Leftrightarrow$ → logo é uma fórmula válida

$\Leftrightarrow \Lambda$ → independentemente do valor lógico de $(\sim p \vee \sim R)$

5→ e) $[(q \vee \sim p) \wedge \sim q] \Rightarrow p \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sim[(q \vee \sim p) \wedge \sim q] \vee p \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sim[(q \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge \sim q)] \vee p \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow p \vee q \vee p \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow p \vee q$ → depende do valor lógico de p e de q, logo não é válida

5→ d) $[p \Rightarrow \sim p] \Rightarrow \sim p \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\sim p \vee \sim p) \Rightarrow \sim p \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sim(\sim p) \vee \sim p \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow p \vee \sim p \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \Lambda$ → independentemiente do valor lógico de p, trata-se de uma fórmula válida.

6→ $(p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow R) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\sim p \vee q) \vee (\sim p \vee R) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\sim p \vee \sim p) \vee (q \vee R) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sim p \vee q \vee R$ //

$p \Rightarrow (q \vee R) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sim p \vee (q \vee R) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sim p \vee q \vee R$ //

→ são lógicamente equivalentes, tal como queríamos demonstrar

7→ $\sim(p \Rightarrow (q \vee R)) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sim(\sim p \vee (q \vee R)) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (p \wedge \sim q) \wedge \sim R$

$\sim(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sim(\sim p \vee q) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow p \wedge \sim q$

→ $\sim(p \Rightarrow (q \vee R))$ implica logicamente que $\sim(p \Rightarrow q)$, tal como demonstrado //

8 → a) $q \Rightarrow R$

b) $p \Rightarrow R$

c) $q \Rightarrow p$

d) $q \Rightarrow p$

e) $q \Rightarrow (p \Rightarrow R)$

9 → $p \Rightarrow (q \Rightarrow R) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sim p \vee (q \Rightarrow R \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sim p \vee (\sim q \vee R) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sim p \vee \sim q \vee R$

A

$(p \Rightarrow q) \Rightarrow R \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\sim p \vee q) \Rightarrow R \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (p \wedge q) \vee R$

B

p	q	R	A	B
1	1	1	1	1
1	1	0	0	1
1	0	1	1	1
1	0	0	1	0
0	1	1	1	1
0	1	0	1	0
0	0	1	1	1
0	0	0	1	0

Nos casos assinalados as fórmulas não são equivalentes

10 → a) Não está correta

b) Está correta

c) Está correta

d) Está correta

e) Está correta

11 → O António e a Dalila estão a conversar