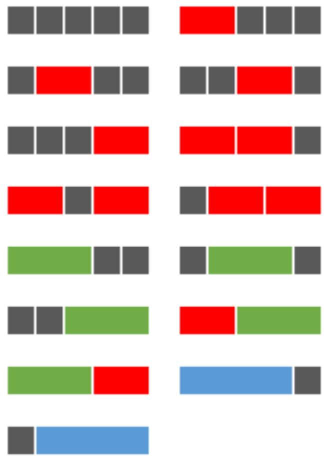
PROJET EULER
Problème 117

Table des matières

Première partie
Résolution du problème

1 Présentation

Dans ce problème, il faut trouver combien il y a de possibilités pour remplir 50 cases avec des rectangles de longueurs 2, 3 et 4 cases, sachant que des cases peuvent rester vides et que l'ordre compte. Par exemple, il y a 15 manières de remplir 5 cases :



2 Méthodes de réflexion

2.1 Première méthode (méthode récursive)

2.1.1 Algorithme de principe

```
Algorithme : Projet Euler, Problème 117, Méthode récursive
Type de Retour : Nombre
Paramètres : Nombre n

si n = 5:
    retourner 15
si n = 4:
    retourner 8
si n = 3:
    retourner 4
si n = 2:
    retourner 2

retourner Méthode récursive(n - 1) + Méthode récursive(n - 2) + Méthode récursive(n - 3) + Méthode récursive(n - 4)
```

2.1.2 Développement

Dans cette méthode récursive, nous considérons que pour remplir les 50 cases il faut déjà commencer par choisir comment remplir la première case. Il y a 4 réponses possibles à cette question : soit on ne la remplit pas, soit on pose un rectangle de 2 cases, soit de 3 cases ou soit de 4 cases. Dans le premier cas, il ne restera plus que 49 cases à remplir. Dans le deuxième cas, il n'en restera que 48, 47 dans le troisième et 46 dans le dernier. C'est pourquoi nous appelons la même fonction de façon récursive pour calculer le nombre de possibilités de remplir 49, 48, 47 et 46 cases. Ensuite on répète ce processus d'appel récursif sur les 4 précédents jusqu'à trouver un cas d'arrêt. Les cas d'arrêts sont au nombre de 4 avec cette méthode. En effet, on connaît grâce à l'exemple donné précédemment le nombre de possibilités pour remplir 5 cases, donc 5 est un cas d'arrêt et on retourne 15 dans ce cas-là. Mais il est possible que l'on n'appelle jamais la fonction avec n = 5. En effet, lorsque n = 6, on appelle $recursive(5)$, $recursive(4)$, $recursive(3)$ et $recursive(2)$. Ainsi, 4, 3 et 2 sont des cas d'arrêts également.

2.2 Seconde méthode (méthode tetranacci)

2.2.1 Algorithme de principe

```
Algorithme : Projet Euler, Problème 117, Méthode tetranacci
Type de Retour : Nombre
Paramètres : Nombre n

liste := [0, 0, 0, 1]
Pour i allant de 4 à n + 4:
    ajouter (liste[i-4] + liste[i-3] + liste[i-2] + liste[i-1]) à liste

retourner liste[n+3]
```

2.2.2 Développement

Deuxième partie
Optimisation

3 Objectifs

4 Méthode finale

4.1 Algorithme de principe

```
Algorithme : Projet Euler, Problème 117, Méthode finale
Type de Retour : Nombre
Paramètres : Nombre n

a := 0, b := 0, c := 0, d := 1
Pour i allant de 0 à n:
   d := a + b + c + d, a := b, b := c, c := d

retourner d
```

4.2 Développement

Troisième partie

Comparaison des deux méthodes

5 Comparaison en temps

Afin de comparer l'efficacité de nos deux méthodes nous avons réaliser un tableau représentant le temps d'exécution de nos deux programmes en fonction de la valeur recherchée avec le même $vMax$ à chaque fois :

Ainsi, grâce à ce tableau, nous remarquons qu'à partir du 12ème terme, le temps d'exécution de la première méthode devient plus de 1000 fois supérieur à celui de la seconde. De plus, à partir du 16ème terme, la première méthode devient beaucoup trop long pour être mesuré. L'efficacité de la seconde méthode par rapport à la première est donc avéré puisqu'elle met autant de temps à trouver le 30ème terme que la première pour trouver le 13ème.

Nous avons aussi réaliser un graphique représentant l'évolution de ces temps d'exécution en fonction du terme recherché :

Ici, nous voyons bien que pour les deux méthodes, le temps d'exécution devient exponentiel à partir d'un certain point. Ce dernier est beaucoup plus grand pour la seconde méthode ce qui explique sa meilleure efficacité. Nous poyvons donc en conclure avec ce graphique que la complexité en temps des deux programmes est de l'odre de $O(e^n)$ où n est l'index du terme que l'on recherche. Nous n'avons pas réussi à montrer ceci grâce au calcul car la complexité en temps de nos programmes dépendent de plusieurs éléments à la fois : n, $vMax$, le nombre de chiffres du $n^{\text{ème}}$ terme.

6 Compléxité

Quatrième partie
Annexes

Méthode récursive

```python
import time

def recursive(n):
    '''
    :param n: nombre de cases à remplir
    :return: nombre de possibilités pour remplir n-cases
    '''
    if n == 5:
        return 15
    if n == 4:
        return 8
    if n == 3:
        return 4
    if n == 2:
        return 2
    return recursive(n - 1) + recursive(n - 2) + recursive(n - 3) + recursive(n - 4)

nbTeste = int(input("Rentrez le nombre de case disponible : "))
begin = time.time()
print("Résultat au problème 117 avec", nbTeste, "comme entrée :", recursive(nbTeste))
print(f"Duration = {time.time() - begin} seconds to complete.")
```

Méthode tetranacci

```python
import time

def tetranacci(n):
    '''
    :param n: nombre de cases à remplir
    :return: nombre de possibilités pour remplir n-cases
    '''
    l = [0,0,0,1]
    for i in range(4,n + 4):
        l.append(l[i - 4] + l[i - 3] + l[i - 2] + l[i - 1])
    return l[n + 3]

nbTeste = int(input("Rentrez le nombre de case disponible : "))
begin = time.time()
print("Résultat au problème 117 avec", nbTeste, "comme entrée :", tetranacci(nbTeste))
print(f"Duration = {time.time() - begin} seconds to complete.")
```

Méthode finale

```python
import time

def finale(n):
    '''
    :param n: nombre de cases à remplir
    :return: nombre de possibilités pour remplir n-cases
    '''
    a, b, c, d = 0, 0, 0, 1
    for i in range(n):
        a, b, c, d = b, c, d, (a+b+c+d)
    return d

nbTeste = int(input("Rentrez le nombre de case disponible : "))
begin = time.time()
print("Résultat au problème 117 avec", nbTeste, "comme entrée :", finale(nbTeste))
print(f"Duration = {time.time() - begin} seconds to complete.")
```