

# Modelo ARCH-GARCH

**Belén Rodríguez Llorente**

Universidad Complutense de Madrid (UCM)

Universidad Politécnica de Madrid (UPM)

## 1 Introducción

La Unión Europea (UE) es una organización política y económica que agrupa a 27 países para promover la integración económica y la estabilidad política, apoyada en el euro y el Banco Central Europeo (BCE). Sin embargo, los mercados financieros son volátiles y se ven afectados por crisis económicas y factores externos.

El Índice de Precios al Consumidor (IPC) es clave para evaluar la estabilidad económica y la inflación. Para modelar su volatilidad, se emplean modelos ARCH/GARCH, que analizan la variabilidad de los precios a lo largo del tiempo. Este estudio calibrará un modelo ARCH/GARCH para analizar la volatilidad del IPC en la UE entre 1960 y 2022, con el fin de identificar patrones inflacionarios y su impacto en las decisiones económicas y monetarias.

## 2 Resultados

En esta sección, se presenta la interpretación de los resultados del análisis de la serie temporal del Índice de Precios al Consumidor (IPC) de la Unión Europea, junto a su discusión. Así se permite una comprensión más clara del proceso de modelización y sus conclusiones.

### 2.1. Análisis inicial de la serie

Para comprender la evolución temporal del IPC en la Unión Europea, se realizó un análisis exploratorio de la serie. La Figura 1 muestra la gráfica de la serie temporal desde 1960 hasta 2022. Se observan fluctuaciones significativas a lo largo del tiempo. En particular, se identifican picos significativos en las décadas cercanas a 1970 y una reciente subida desde 2020. Estos patrones ya nos sugieren la presencia de heterocedasticidad condicional, esto es, cambios en la volatilidad que no son constantes a lo largo del tiempo.

Además, cabe destacar que la serie analizada ya se corresponde con los retornos del IPC, justificando así el uso de modelos como ARCH ó GARCH, dado que los retornos financieros suelen presentar heterocedasticidad y comportamiento estacionario en media.

### 2.2. Modelo ARIMA

El primer paso en el análisis fue la selección de un modelo ARIMA adecuado para la serie temporal. Se probaron múltiples especificaciones ARIMA, priorizando aquellas cuyos coeficientes fueran significativos.

En nuestro análisis, finalmente hemos optado por el modelo ARIMA(3,0,3) para modelar la serie temporal del IPC. Como se

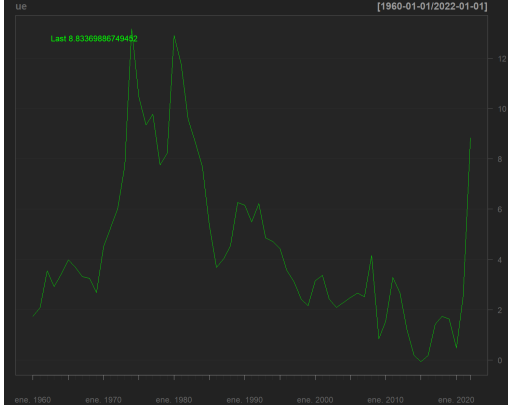


Figura 1: Gráfica de la serie temporal de los retornos del IPC de la Unión Europea.

muestra en el Cuadro 1, aunque los coeficientes AR1 y AR2 no resultaron significativos, el coeficiente AR3 fue altamente significativo. Además, los coeficientes de la media móvil MA1 y MA2 también mostraron significancia (al contrario que AR3), esto sugiere que la serie temporal contiene información importante en los términos pasados tanto en el componente autorregresivo como en el de media móvil. Por eso se seleccionó el modelo ARIMA(3,0,3): por su capacidad para capturar las dinámicas de la serie, a pesar de la insignificancia de algunos coeficientes AR o MA. Además, al presentar un efecto ARCH de orden 21, podemos modelar la heterocedasticidad de los residuos. Haciendo posible el uso de un modelo GARCH, que permite capturar la volatilidad de la serie y mejorar las predicciones.

Variable	z value	Pr(>  z )
ar1	-0.2957	0.7674681
ar2	-0.0562	0.9551526
ar3	3.3675	0.0007586 ***
ma1	3.7179	0.0002009 ***
ma2	1.9795	0.0477647 *
ma3	0.4768	0.6335093
intercept	3.6369	0.0002759 ***

Cuadro 1: Tabla de estimaciones del modelo ARMA(3,0,3).

La Figura 2 muestra los residuos del modelo ARIMA(3,0,3), confirmando que son ruido blanco, ya que la prueba de Ljung-Box nos da un  $p$ -valor = 0.8547, indicando que el modelo ha capturado adecuadamente la estructura lineal de la serie. Esto es esencial para garantizar que los residuos al cuadrado, que serán utilizados en el análisis de la varianza, no presenten autocorrelación.

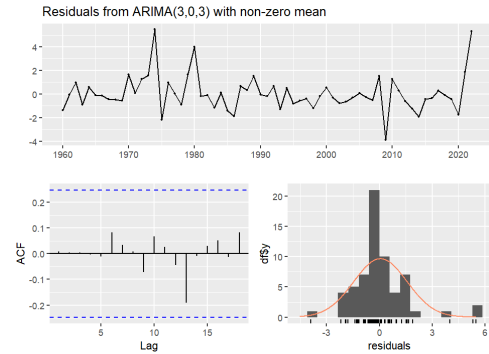


Figura 2: Residuos del ARIMA(3,0,3).

### 2.3. Análisis de heterocedasticidad

Para evaluar la presencia de heterocedasticidad condicional en los datos, se analizaron los residuos del modelo ARIMA. En la Figura 3, se muestra la evolución de los residuos al cuadrado a lo largo del tiempo, lo que permite visualizar posibles patrones de volatilidad variable.

Posteriormente, se ajustó un modelo de regresión sobre los residuos al cuadrado para evaluar la posible dependencia temporal en la volatilidad. Se utilizó la siguiente especificación:

$$rescuad_t = \beta_0 + \beta_1 rescuad_{t-1} + \epsilon_t \quad (1)$$

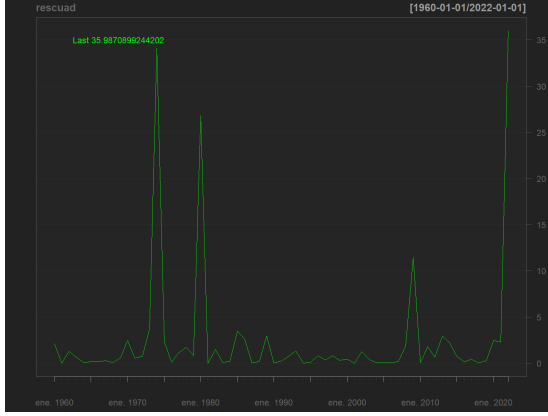


Figura 3: Evolución temporal de los residuos al cuadrado.

El ajuste del modelo no mostró una relación significativa entre los residuos y sus retardos inmediatos, ya que el p-valor obtenido fue de 0.3317, lo que indica que no se detecta efecto ARCH en este análisis.

Sin embargo, al aplicar la prueba ARCH de Engle para detectar la presencia de heterocedasticidad condicional en los residuos, se encontró evidencia significativa de efectos ARCH para algunos valores de lag. Por ejemplo, para  $\text{lag} = 1$ , el p-valor obtenido fue de  $4,076 \times 10^{-6}$ , lo que confirma la presencia de heterocedasticidad en la serie temporal analizada.

Pero, al aumentar el número de lags hasta 22, el efecto ARCH dejó de ser significativo con un p-valor de 0.225, lo que sugiere que la heterocedasticidad condicional no presenta una estructura de dependencia tan prolongada en el tiempo.

## 2.4. Modelo GARCH(1,1)

Dado que un modelo ARCH de orden alto, como ARCH(21), requeriría estimar un gran número de parámetros, lo que incrementaría el riesgo de sobreajuste y dismi-

nuiría la eficiencia del modelo, se optó por utilizar un modelo GARCH(1,1).

Un modelo ARCH(q) está definido por la ecuación:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 \quad (2)$$

lo que implica que, para ARCH(21), tendríamos que estimar un total de 21 coeficientes  $\alpha_i$ , lo que haría el modelo menos eficiente.

En cambio, el modelo GARCH(1,1) permite capturar la persistencia de la volatilidad con solo dos parámetros,  $\alpha_1$  y  $\beta_1$ , garantizando mayor robustez y simplicidad. La especificación del modelo es la siguiente:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (3)$$

Este enfoque permite modelar la varianza condicional de manera eficiente sin una complejidad excesiva.

En consecuencia, ante la presencia de heterocedasticidad condicional, se ajustó un modelo ARMA(3,3)+GARCH(1,1) para modelar la varianza condicional.

En base al Cuadro 2, observamos que la estimación de dicho modelo proporciona coeficientes estadísticamente significativos en la mayoría de las variables consideradas.

Los coeficientes AR, MA y el parámetro GARCH  $\beta_1$  son altamente significativos, lo que indica que los valores pasados del IPC y sus shocks previos tienen un impacto considerable en la evolución de la serie. Por otro lado, el coeficiente ARCH,  $\alpha_1$ , es marginalmente significativo al 5 %, lo que sugiere que los choques recientes también influyen en la volatilidad actual, aunque con menor con-

Variable	Estimación	Pr(>  t )
mu	3.50137	0.000000
ar1	1.13259	0.000000
ar2	-0.80112	0.000000
ar3	0.50746	0.000000
ma1	-0.29860	0.000000
ma2	1.39782	0.000000
ma3	-0.50410	0.000000
omega	0.28559	0.210705
alpha1	0.50261	0.054625
beta1	0.49634	0.001557

Cuadro 2: Estimaciones y p-valores de las variables del modelo GARCH(1,1) con AR-MA(3,3).

tendencia estadística.

La suma  $\alpha_1 + \beta_1 \approx 0,99$  confirma una alta persistencia en la volatilidad, una característica común en series macroeconómicas con heterocedasticidad condicional prolongada. Además, la Figura 4 muestra que la varianza condicional estimada sigue de cerca la evolución de los residuos al cuadrado, reflejando la presencia de clustering de volatilidad.

Se conserva  $\alpha_1$  en el modelo a pesar de su significancia marginal, ya que contribuye a capturar el impacto de los choques recientes en la volatilidad. Su exclusión podría omitir información relevante sobre la dinámica de la serie, afectando a la interpretación del modelo.

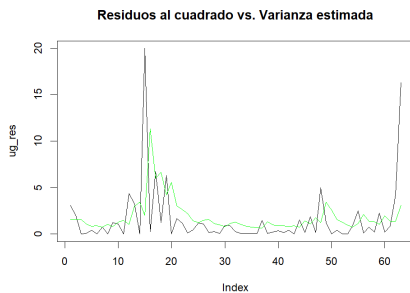


Figura 4: Varianza y residuos al cuadrado.

En cuanto a las predicciones para el IPC

de la Unión Europea en el período 2023-2027 (Figura 5), el modelo GARCH(1,1) proyecta una corrección a la baja tras el fuerte repunte inflacionario observado en 2022. La trayectoria media de la predicción (línea roja) sugiere una moderación de la inflación en los años siguientes, alineada con la expectativa de que las presiones inflacionarias recientes, impulsadas por crisis energéticas, interrupciones en las cadenas de suministro y políticas monetarias expansivas, comiencen a disiparse.

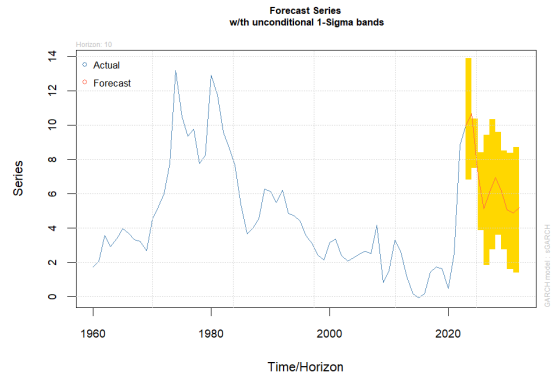


Figura 5: Predicción del IPC de la Unión Europea de 2023 a 2027.

Sin embargo, la banda de incertidumbre (área amarilla) es considerablemente amplia, lo que indica una volatilidad significativa en las proyecciones. Esta elevada incertidumbre es coherente con la fuerte persistencia de la volatilidad identificada en la modelización, reflejando el hecho de que la inflación en la Unión Europea ha estado altamente influenciada por factores exógenos impredecibles, como las fluctuaciones en los precios de la energía, cambios en la política del Banco Central Europeo (BCE) y eventos geopolíticos.

Si bien el modelo sugiere una desaceleración inflacionaria, la amplitud de las ban-

das de confianza implica que los riesgos siguen siendo elevados. Un eventual recrudecimiento de la crisis energética o cambios en las políticas monetarias podrían desviar la inflación de la trayectoria esperada. Por lo tanto, aunque la predicción apunta a una estabilización gradual del IPC, sigue existiendo un margen considerable de incertidumbre, lo que subraya la necesidad de monitorear continuamente los factores económicos y políticos que afectan a la inflación.

### 3 Conclusión

En este estudio se ha analizado la evolución del Índice de Precios al Consumidor (IPC) de la Unión Europea mediante un modelo ARMA(3,3)-GARCH(1,1), con el objetivo de capturar tanto la estructura temporal de la serie como la persistencia de la volatilidad inflacionaria. Los resultados obtenidos confirman la presencia de heterocedasticidad condicional en la serie, lo que justifica la utilización del modelo GARCH(1,1) para estimar la varianza condicional de manera más eficiente.

El análisis indica una alta persistencia en la volatilidad, reflejada en la suma de los coeficientes ARCH y GARCH cercana a 0.99. Esto sugiere que los choques inflacionarios tienen un efecto prolongado en la incertidumbre de la serie. Si bien el modelo representa adecuadamente la dinámica general del IPC, presenta limitaciones en la captura de eventos extremos. Las proyecciones indican una moderación de la inflación en los próximos años, aunque con un nivel significativo de incertidumbre.

Para mejorar la capacidad predictiva del modelo, se recomienda la incorporación de

modelos GARCH asimétricos, que han demostrado ser más efectivos en la captura de efectos de leverage en volatilidad [?]. Además, el uso de modelos combinados con redes neuronales multicapa podría proporcionar estimaciones más precisas al integrar factores globales de riesgo [3].

Estas mejoras permitirían desarrollar herramientas más precisas para el análisis inflacionario, facilitando así la toma de decisiones económicas y monetarias dentro de la Unión Europea.

### Referencias

- [1] Khan, V. J., Qadeer, A., & Kumar, B. (2018). Financial forecasting by autoregressive conditional heteroscedasticity (ARCH) family: A case of Mexico. *Journal of Public Policy and Administration*, 2(3), 32-39.
- [2] Avilés Tovar, G. (2024). Análisis del rendimiento y la volatilidad del Bitcoin: Un modelo de heterocedasticidad condicional asimétrica (2007-2024) (Tesis de licenciatura). Universidad Autónoma del Estado de México.
- [3] Iturbe Reyes, M. G., & Mejía Nute, A. (2019). Efecto de factores globales de riesgo en la predicción de la volatilidad del tipo de cambio peso-dólar estadounidense: Construcción de un modelo de red neuronal multicapa y un modelo GARCH (Tesis de licenciatura). Universidad Autónoma del Estado de México.