

8. Ein System \mathfrak{A} der Mengen A_1, A_2, \dots, A_n bildet eine *Zerlegung* der Menge E , wenn $A_1 + A_2 + \dots + A_n = E$ ist (das setzt bereits voraus, daß die Mengen A_i paarweise disjunkt sind).
8. Ein *Versuch* \mathfrak{A} besteht darin, daß man feststellt, welches unter den Ereignissen A_1, A_2, \dots, A_n vorkommt. A_1, A_2, \dots, A_n sind die möglichen Ausgänge des Versuches \mathfrak{A} .
9. B ist eine Untermenge von A : $B \subset A$.
9. Aus der Realisation des Ereignisses B folgt notwendig dieselbe von A .

§ 4. Unmittelbare Folgerungen aus den Axiomen, bedingte Wahrscheinlichkeiten, der Satz von BAYES.

Aus $A + \bar{A} = E$ und den Axiomen IV und V folgt

$$(1) \quad P(A) + P(\bar{A}) = 1,$$

$$(2) \quad P(\bar{A}) = 1 - P(A).$$

Da $\bar{E} = 0$ ist, erhält man insbesondere

$$(3) \quad P(0) = 0.$$

Wenn A, B, \dots, N unvereinbar sind, so folgt aus dem Axiom IV die Formel

$$(4) \quad P(A + B + \dots + N) = P(A) + P(B) + \dots + P(N)$$

(der Additionssatz).

Wenn $P(A) > 0$ ist, so nennt man den Quotienten

$$(5) \quad P_A(B) = \frac{P(AB)}{P(A)}$$

die *bedingte Wahrscheinlichkeit* des Ereignisses B unter der Bedingung A . Aus (5) folgt unmittelbar

$$(6) \quad P(AB) = P(A) P_A(B).$$

Ein Induktionsschluß ergibt sodann die allgemeine Formel

$$(7) \quad P(A_1 A_2 \dots A_n) = P(A_1) P_{A_1}(A_2) P_{A_1 A_2}(A_3) \dots P_{A_1 A_2 \dots A_{n-1}}(A_n)$$

(der Multiplikationssatz).

Man beweist auch leicht folgende Formeln:

$$(8) \quad P_A(B) \geq 0,$$

$$(9) \quad P_A(E) = 1,$$

$$(10) \quad P_A(B + C) = P_A(B) + P_A(C).$$

Vergleicht man diese Formeln (8) bis (10) mit den Axiomen III bis V, so ergibt sich, daß das Mengensystem \mathfrak{F} mit der Mengenfunktion $P_A(B)$