

Tutorium Allgemeines Lineares Modell

BSc Psychologie SoSe 2022

6. Termin: Normalverteilungen

Belinda Fleischmann

Selbstkontrollfragen - Modellschätzungen

- 1. Geben Sie das Betaparameterschätzer Theorem wieder.
- 2. Geben Sie das Varianzparameterschätzer Theorem wieder.
- Geben Sie die Beta- und Varianzparameterschätzer des ALM Szenarios von n unabhängigen und identisch normalverteilten Zufallsvariablen wieder.
- Geben Sie die Beta- und Varianzparameterschätzer des ALM Szenarios der einfachen linearen Regression wieder.
- 5. Wie unterscheiden sich die Betaparameterschätzer des ALM Szenarios der einfachen linearen Regression und die Parameter der Ausgleichsgerade aus Einheit (1) Regression?
- Simulieren Sie die Unverzerrtheit des Varianzparameterschätzers im ALM Szenario von n unabhängigen und identisch normalverteilten Zufallsvariablen in einem R Skript.
- Simulieren Sie die Unverzerrtheit des Varianzparameterschätzers im ALM Szenario der einfachen linearen Regression in einem R Skript.

1. Geben Sie das Betaparameterschätzer Theorem wieder.

Theorem (Betaparameterschätzer)

Es sei $y = X\beta + \varepsilon \text{ mit } \varepsilon \sim N(0_n, \sigma^2 I_n) \tag{1}$

das ALM in generativer Form und es sei

$$\hat{\beta} := (X^T X)^{-1} X^T y. \tag{2}$$

der Betaparameterschätzer. Dann gilt für festes $y \in \mathbb{R}^n$, dass

$$\hat{\beta} = \underset{\tilde{\beta}}{\operatorname{arg\,min}} (y - X\tilde{\beta})^T (y - X\tilde{\beta}) \tag{3}$$

und dass $\hat{\beta}$ ein unverzerrter Maximum Likelihood Schätzer von $\beta \in \mathbb{R}^p$ ist.

2. Geben Sie das Varianzparameterschätzer Theorem wieder.

Theorem (Varianzparameterschätzer)

Es sei

$$y = X\beta + \varepsilon \operatorname{mit} \varepsilon \sim N(0_n, \sigma^2 I_n)$$
(4)

das ALM in generativer Form. Dann ist

$$\hat{\sigma}^2 := \frac{(y - X\hat{\beta})^T (y - X\hat{\beta})}{n - p} \tag{5}$$

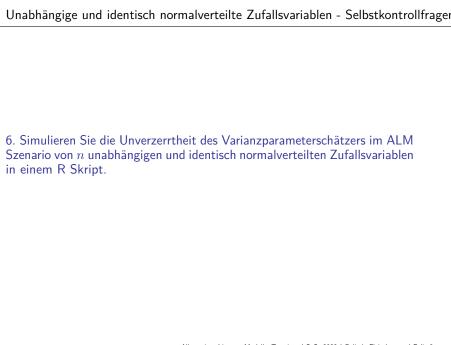
ein unverzerrter Schätzer von $\sigma^2 > 0$.

Allgemeine Theorie - Selbstkontrollfragen	
3. Geben Sie die Beta- und Varianzparameterschätzer des ALM Szenarios von n unabhängigen und identisch normalverteilten Zufallsvariablen wieder.	

Einfache lineare Regression - Selbstkontrollfragen
4. Geben Sie die Beta- und Varianzparameterschätzer des ALM Szenarios der einfachen linearen Regression wieder.

Einfache lineare Regression - Selbstkontrollfragen

5. Wie unterscheiden sich die Betaparameterschätzer des ALM Szenarios der einfachen linearen Regression und die Parameter der Ausgleichsgerade aus Einheit (1) Regression?



Einfache lineare Regression - Selbstkontrollfragen
7. Simulieren Sie die Unverzerrtheit des Varianzparameterschätzers im ALM Szenario der einfachen linearen Regression in einem R Skript.