



# Tutorium Allgemeines Lineares Modell

BSc Psychologie SoSe 2022

6. Termin: Normalverteilungen

Belinda Fleischmann

1. Geben Sie das Betaparameterschätzer Theorem wieder.
2. Geben Sie das Varianzparameterschätzer Theorem wieder.
3. Geben Sie die Beta- und Varianzparameterschätzer des ALM Szenarios von  $n$  unabhängigen und identisch normalverteilten Zufallsvariablen wieder.
4. Geben Sie die Beta- und Varianzparameterschätzer des ALM Szenarios der einfachen linearen Regression wieder.
5. Wie unterscheiden sich die Betaparameterschätzer des ALM Szenarios der einfachen linearen Regression und die Parameter der Ausgleichsgerade aus Einheit (1) Regression?
6. Simulieren Sie die Unverzerrtheit des Varianzparameterschätzers im ALM Szenario von  $n$  unabhängigen und identisch normalverteilten Zufallsvariablen in einem R Skript.
7. Simulieren Sie die Unverzerrtheit des Varianzparameterschätzers im ALM Szenario der einfachen linearen Regression in einem R Skript.

## 1. Geben Sie das Betaparameterschätzer Theorem wieder.

### Theorem (Betaparameterschätzer)

Es sei

$$y = X\beta + \varepsilon \text{ mit } \varepsilon \sim N(0_n, \sigma^2 I_n) \quad (1)$$

das ALM in generativer Form und es sei

$$\hat{\beta} := (X^T X)^{-1} X^T y. \quad (2)$$

der *Betaparameterschätzer*. Dann gilt für festes  $y \in \mathbb{R}^n$ , dass

$$\hat{\beta} = \arg \min_{\tilde{\beta}} (y - X\tilde{\beta})^T (y - X\tilde{\beta}) \quad (3)$$

und dass  $\hat{\beta}$  ein unverzerrter Maximum Likelihood Schätzer von  $\beta \in \mathbb{R}^p$  ist.

## 2. Geben Sie das Varianzparameterschätzer Theorem wieder.

### Theorem (Varianzparameterschätzer)

Es sei

$$y = X\beta + \varepsilon \text{ mit } \varepsilon \sim N(0_n, \sigma^2 I_n) \quad (4)$$

das ALM in generativer Form. Dann ist

$$\hat{\sigma}^2 := \frac{(y - X\hat{\beta})^T (y - X\hat{\beta})}{n - p} \quad (5)$$

ein unverzerrter Schätzer von  $\sigma^2 > 0$ .

3. Geben Sie die Beta- und Varianzparameterschätzer des ALM Szenarios von  $n$  unabhängigen und identisch normalverteilten Zufallsvariablen wieder.

4. Geben Sie die Beta- und Varianzparameterschätzer des ALM Szenarios der einfachen linearen Regression wieder.

5. Wie unterscheiden sich die Betaparameterschätzer des ALM Szenarios der einfachen linearen Regression und die Parameter der Ausgleichsgerade aus Einheit (1) Regression?

6. Simulieren Sie die Unverzerrtheit des Varianzparameterschätzers im ALM Szenario von  $n$  unabhängigen und identisch normalverteilten Zufallsvariablen in einem R Skript.



7. Simulieren Sie die Unverzerrtheit des Varianzparameterschätzers im ALM Szenario der einfachen linearen Regression in einem R Skript.