

Programmierung und Deskriptive Statistik

BSc Psychologie WiSe 2022/23

Belinda Fleischmann

(7) Häufigkeitsverteilungen

Definition und Ziele der Deskriptive Statistik

- Die Deskriptive Statistik ist die beschreibende Statistik.
- Ziel der Deskriptiven Statistik ist es, Daten übersichtlich darzustellen.
- Deskriptive Statistik ist inbesondere bei großen Datensätzen sinnvoll.
- Die Deskriptive Statistik berechnet zusammenfassende Maße aus Daten.

Typische Methoden der Deskriptiven Statistik

- Häufigkeitsverteilungen und Histogramme
- Verteilungsfunktionen und Quantile
- Maße der zentralen Tendenz und der Datenvariabilität.
- Zusammenhangsmaße

Die Deskriptive Statistik benutzt keine probabilistischen Modelle, aber die Methoden der Deskriptiven Statistik ergeben nur vor dem Hintergrund probabilistischer Modelle Sinn.

Beispieldatensatz Häufigkeitsverteilungen Histogramme Übungen und Selbstkontrollfragen

Häufigkeitsverteilungen

Histogramme

Übungen und Selbstkontrollfragen

Evidenzbasierte Evaluation von Psychotherapieformen bei Depression

Welche Therapieform ist bei Depression wirksamer?

Online Psychotherapie

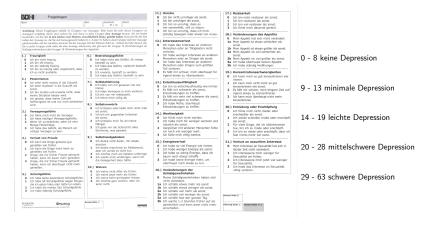


Klassische Psychotherapie



Evidenzbasierte Evaluation von Psychotherapieformen bei Depression

Becks Depressions-Inventar (BDI) zur Depressionsdiagnostik



Beispiel: Evaluation von Psychotherapieformen bei Depression



Einlesen des Datensatzes mit read.table()

```
fname = file.path(data_dir, "psychotherapie_datensatz.csv")

D = read.table(fname, sep = ",", header = T)
```

Daten der ersten acht Proband:innen jeder Gruppe

	Bedingung	Pre.BDI	Post.BDI
1	Klassisch	17	9
2	Klassisch	20	14
3	Klassisch	16	13
4	Klassisch	18	12
5	Klassisch	21	12
6	Klassisch	17	14
7	Klassisch	17	12
8	Klassisch	17	9
51	Online	22	16
52	Online	19	15
53	Online	21	13
54	Online	18	15
55	Online	19	13
56	Online	17	16
57	Online	20	13
58	Online	19	16

Datensatzübersicht mit View()



Häufigkeitsverteilungen

Histogramme

Übungen und Selbstkontrollfragen

Häufigkeitsverteilungen

Definition (Absolute und relative Häufigkeitsverteilungen)

 $x:=(x_1,...,x_n)$ mit $x_i\in\mathbb{R}$ sei ein $\mathit{Datensatz}$ (manchmal auch "Urliste" genannt) und $A:=\{a_1,...,a_k\}$ mit $k\leq n$ seien die im Datensatz vorkommenden verschiedenen Zahlenwerte (manchmal auch Merkmalsausprägungen genannt). Dann heißt die Funktion

$$h: A \to \mathbb{N}, a \mapsto h(a) := \mathsf{Anzahl} \ \mathsf{der} \ x_i \ \mathsf{aus} \ x \ \mathsf{mit} \ x_i = a$$
 (1)

die absolute Häufigkeitsverteilung der Zahlenwerte von \boldsymbol{x} und die Funktion

$$r: A \to [0,1], a \mapsto r(a) := \frac{h(a)}{n} \tag{2}$$

die relative Häufigkeitsverteilung der Zahlenwerte von x.

Bemerkungen

- Absolute und relative Häufigkeitsverteilungen fassen Datensätze zusammen
- Absolute und relative Häufigkeitsverteilungen können einen ersten Datenüberblick geben

Häufigkeitsverteilungen

Erzeugen der absoluten Häufigkeitsverteilung mit table()

Erzeugen der relativen Häufigkeitsverteilung durch Division mit \boldsymbol{n}

```
x = D$Pre.BDI  # Double vector der Pre BDI Werte
n = length(x)  # Anzahl der Datenwerte (100)
H = as.data.frame(table(x))  # absolute Haeufigkeitsverteilung (dataframe)
names(H) = c("a", "h")  # Spaltenbenennung
H$r = H$h/n  # relative Haeufigkeitsverteilung
print(H, digits = 1)  # Ausgabe
```

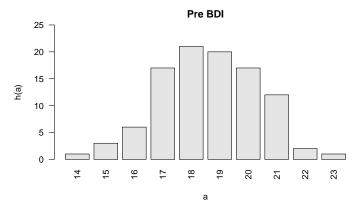
h	r
1	0.01
3	0.03
6	0.06
17	0.17
21	0.21
20	0.20
17	0.17
12	0.12
2	0.02
1	0.01
	1 3 6 17 21 20 17 12 2

Visualisierung der absoluten Häufigkeitsverteilung mit barplot()

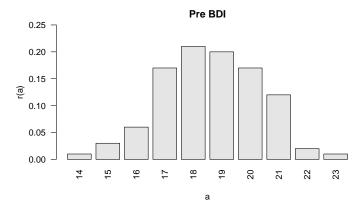
```
h
        = H$h
                        # h(a) Werte
names(h) = H$a
                        # barplot braucht a Werte als names
dev.new()
                        # Abbildungsinitialisierung
barplot(
                        # Balkendiagramm
 h.
                        # absolute Haeufiakeiten
 col = "gray90", # Balkenfarbe
 xlab = "a". # x Achsenbeschriftung
 ylab = "h(a)", # y Achsenbeschriftung
 vlim = c(0,25), # y Achsengrenzen
 las = 2, # x Tick Orientierung
 main = "Pre BDI" # Titel
```

Speichern von Abbildungen mit dev.copy2pdf()

Absolute Häufigkeitsverteilung aller Pre-BDI Werte



Relative Häufigkeitsverteilung aller Pre-BDI Werte



Be is piel daten satz

Häufigkeitsverteilungen

Histogramme

Übungen und Selbstkontrollfragen

Histogramme

Definition (Histogramm)

Ein $\emph{Histogramm}$ ist ein Diagramm, in dem zu einem Datensatz $x=(x_1,...,x_n)$ mit verschiedenen Zahlenwerten $A:=\{a_1,...,a_m\}, m\leq n$ über benachbarten Intervallen $[b_{j-1},b_j[$, welche $\emph{Klassen}$ oder \emph{Bins} genannt werden, für j=1,...,k Rechtecke mit

$$\label{eq:beta} \begin{array}{ll} \text{Breite} & d_j = b_j - b_{j-1} \\ \text{H\"{o}he} & h(a) \text{ oder } r(a) \text{ mit } a \in [b_{i-1}, b_i[$$

abgebildet sind, wobei $b_0 := \min A$ und $b_k := \max A$ angenommen werden soll.

Bemerkungen

- Das Aussehen eines Histogramms ist stark von der Anzahl k der Klassen abhängig.
- ullet Mit der Aufrundungsfunktion $\lceil \cdot
 ceil$ sind konventionelle Werte für k

$$\begin{split} k &:= \lceil (b_k - b_0) h \rceil & h \text{ ist die gewünschte Klassenbreite} \\ k &:= \lceil \sqrt{n} \rceil & \text{Excelstandard} \\ k &:= \lceil \log_2 n + 1 \rceil & \text{Implizite Normalverteilungsannahme (Sturges, 1926)} \\ k &:= 3.49 S_n / \sqrt[3]{n} & \text{Min. MSE Dichteschätzung bei Normalverteilung (Scott, 1979)} \end{split}$$

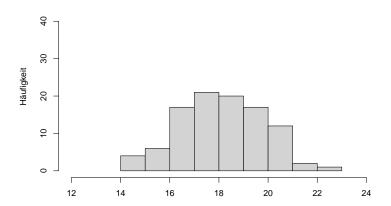
Berechnung und Visualisierung von Histogrammen mit hist()

- ullet Die Klassen $[b_{j-1},b_j[,j=1,...,k$ werden als Argument breaks festgelegt
- ullet breaks ist der atomic vector $\mathbf{c}(b_0,b_1,...,b_k)$ mit Länge k+1
- Per default benutzt hist() eine Modifikation der Sturges Empfehlung $k = \lceil \log_2 n + 1 \rceil$
- hist() bietet eine Vielzahl weiterer Spezifikationsmöglichkeiten

```
# Default Histogramm
      = D$Pre.BDT
                              # Datensatz
                              # x Achsengrenze (unten)
x_min = 12
                              # x Achsengrenze (oben)
x_max = 25
                              # y Achsengrenze (oben)
y_min = 0
                              # u Achsenarenze (unten)
y_max = 30
hist(
                              # Histogramm
                              # Datensatz
 х.
 xlim = c(x_min, x_max), # x Achsengrenzen
 ylim = c(y_min, y_max), # y Achsengrenzen
 vlab = "Häufigkeit", # y-Achsenbezeichnung
 xlab = "",
                             # x-Achsenbezeichnung
 main = "Pre-BDI, R Default" # Titel
```

Berechnung und Visualisierung von Histogrammen mit hist()

Pre-BDI, R Default



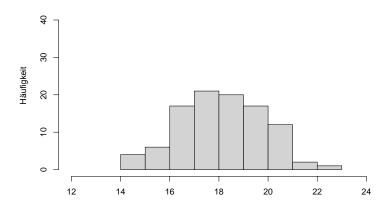
Histogramme

Berechnung von Klassenanzahlen und breaks Argument

```
# Histogramm mit gewuenschter Klassenbreite
   = 1
                                              # gewuenschte Klassenbreite
b_0 = min(x)
                                              # b 0
b_k = max(x)
                                              # b k
  = ceiling((b k - b 0)/h)
                                             # Anzahl der Klassen
   = seg(b 0, b k, bv = h)
                                             # Klassen [b fi-1], b if
# Excelstandard
   = length(x)
                                              # Anzahl Datenmerte
  = ceiling(sqrt(n))
                                              # Anzahl der Klassen
   = seq(b_0, b_k, len = k)
                                              # Klassen [b {j-1}, b j[
   = b[2] - b[1]
                                              # Klassenbreite
# Sturges
  = length(x)
                                             # Anzahl Datenwerte
  = ceiling(log2(n)+1)
                                              # Anzahl der Klassen
   = seq(b_0, b_k, len = k)
                                             # Klassen [b_{j-1}, b_j[
   = b\lceil 2 \rceil - b\lceil 1 \rceil
                                              # Klassenhreite
# Scott
   = length(x)
                                              # Anzahl Datenwerte
   = sd(x)
                                              # Stichprobenstandardabweichung
   = ceiling(3.49*S/(n^{(1/3)}))
                                              # Klassenhreite
   = ceiling((b_k - b_0)/h)
                                             # Anzahl der Klassen
   = seq(b_0, b_k, len = k)
                                              # Klassen [b {j-1}, b j[
```

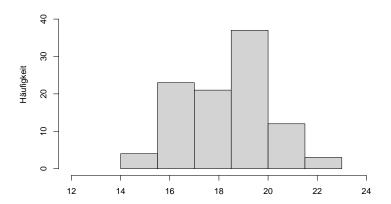
Gewünschte Klassenbreite h := 1

Pre-BDI, k = 9, h = 1.00



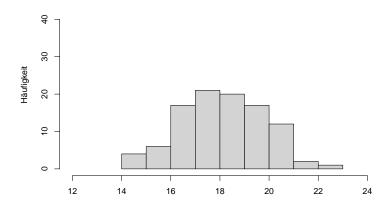
Gewünschte Klassenbreite h := 1.5

Pre-BDI, k = 6, h = 1.50



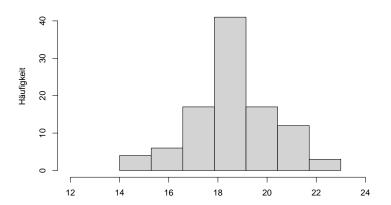
Excelstandard $k := \lceil \sqrt{n} \rceil$

Pre-BDI, k = 10, h = 1.00



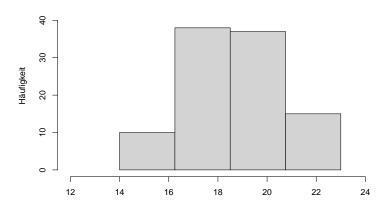
Sturges (1926) $k := \lceil \log_2 n + 1 \rceil$

Pre-BDI, k = 8, h = 1.29



Scott (1979) $h := 3.49S_n/\sqrt[3]{n}$

Pre-BDI, k = 5, h = 2.25



Beispieldatensatz Häufigkeitsverteilungen Histogramme Übungen und Selbstkontrollfragen

Übungen und Selbskontrollfragen

- 1. Definieren Sie die Begriffe der absoluten und relativen Häufigkeitsverteilungen.
- 2. Visualisieren Sie die Häufigkeitsverteilungen der Post-BDI Daten.
- 3. Visualisieren Sie die Häufigkeitsverteilungen der Differenzen von Post- und Pre-BDI Daten.
- 4. Visualisieren Sie die Häufigkeitsverteilungen der Differenzen von Post- und Pre-BDI Daten getrennt nach den experimentellen Bedingungen "Klassisch" und "Online". Nutzen Sie dazu Ihr Wissen zu den Prinzipien der Indizierung in R.
- 5. Beschreiben Sie die in der vorherigen Aufgabe erstellten Häufigkeitsverteilungen.
- 6. Definieren Sie den Begriff des Histogramms.
- 7. Erläutern Sie die Bedeutung der Klassenanzahl für das Erscheinungsbild eines Histogramms.
- Visualisieren Sie Histogramme der Daten wie in Aufgabe 4. mit einer Klassenbreite von 3, dem Excelstandard, der Sturges Klassenanzahl und der Scott Klassenanzahl.
- 9. Beschreiben Sie die in der vorherigen Aufgabe erstellten Histogramme.

References

Scott, David W. 1979. "On Optimal and Data-Based Histograms," 6.

Sturges, Herbert A. 1926. "The Choice of a Class Interval." Journal of the American Statistical Association 21 (153): 65–66. https://doi.org/10.1080/01621459.1926.10502161.