Programmierung und Deskriptive Statistik

BSc Psychologie WiSe 2024/25

Belinda Fleischmann

Datum	Einheit	Thema	Form
15.10.24	R Grundlagen	(1) Einführung	Seminar
22.10.24	R Grundlagen	(2) R und Visual Studio Code	Seminar
29.10.24	R Grundlagen	(2) R und Visual Studio Code	Übung
05.11.24	**R Grundlagen**	**(3) Vektoren**, **(4) Matrizen**	**Seminar**
12.11.24	R Grundlagen	(5) Listen und Dataframes	Seminar
	Leistungsnachweis 1		
19.11.24	R Grundlagen	(6) Datenmanagement	Seminar
26.11.24	R Grundlagen	(2)-(6) R Grundlagen	Übung
03.12.24	Deskriptive Statistik	(7) Häufigkeitsverteilungen	Seminar
10.12.24	Deskriptive Statistik	(8) Verteilungsfunktionen und Quantile	Seminar
	Leistungsnachweis 2		
17.12.24	Deskriptive Statistik	(9) Maße der zentralen Tendenz und Datenvariabilität	Seminar
	Weihnachtspause		
07.01.25	R Grundlagen	(10) Strukturiertes Programmieren: Kontrollfluss, Debugging	Seminar
14.01.25	Deskriptive Statistik	(11) Anwendungsbeispiel	Übung
	Leistungsnachweis 3		
21.01.25	Deskriptive Statistik	(11) Anwendungsbeispiel	Seminar
28.01.25	Deskriptive Statistik	(11) Anwendungsbeispiel, Q&A	Seminar

(4) Matrizen

Erzeugung

Charakterisierung

Indizierung

Arithmetik

Attribute

Programmierübungen und Selbstkontrollfragen

Übersicht und Erzeugung

Charakterisierung

Indizierung

Arithmetik

Attribute

Programmierübungen und Selbstkontrollfragen

Matrizen sind zweidimensionale, rechteckige Datenstrukturen der Form

$$
M = \begin{pmatrix}
m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1n_c} \\
m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2n_c} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
m_{n_r 1} & m_{n_r 2} & \cdots & m_{n_r n_c}
\end{pmatrix} \tag{1}
$$

- Die Elemente $m_{ij}, i = 1, ..., n_r, j = 1, ..., n_c$ sind vom gleichen Typ.
- n_r ist die Anzahl der Zeilen (rows), n_c ist die Anzahl der Spalten (columns).
- Jedes Element einer Matrix hat einen Zeilenindex i und einen Spaltenindex j.
- Intuitiv sind Matrizen numerisch indizierte Tabellen.
- Formal sind Matrizen in R zweidimensional interpretierte atomare Vektoren.
- Matrizen in R sind nicht identisch mit dem mathematischen Matrixbegriff.
- Matrizen in R können allerdings für Lineare Algebra verwendet werden.
- Lineare Algebra ist die Sprache (linearer) statistischer Modelle.

Erzeugung mit `matrix()`

Die `matrix()` Funktion befüllt Matrizen mit Vektorelementen

```
matrix(data, nrow, ncol, byrow)
```

```
matrix(c(1:12), nrow = 3)              # 3 x 4 Matrix der Zahlen 1,...,12, byrow = FALSE
```

```
     [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]    1    4    7   10
[2,]    2    5    8   11
[3,]    3    6    9   12
```

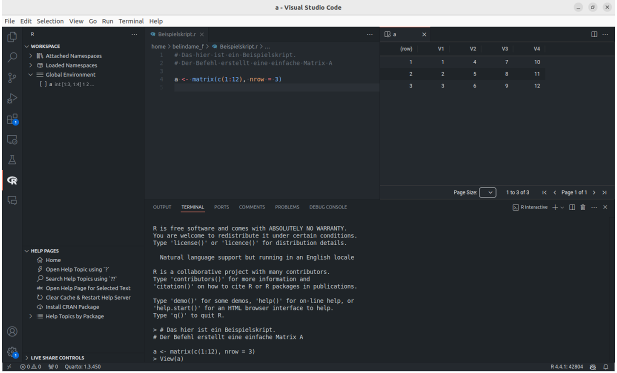
```
matrix(c(1:12), ncol = 4)              # 3 x 4 Matrix der Zahlen 1,...,12, byrow = FALSE
```

```
     [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]    1    4    7   10
[2,]    2    5    8   11
[3,]    3    6    9   12
```

```
matrix(c(1:12), nrow = 3, byrow = TRUE) # 3 x 4 Matrix der Zahlen 1,...,12, byrow = TRUE
```

```
     [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]    1    2    3    4
[2,]    5    6    7    8
[3,]    9   10   11   12
```

Table Viewer



Mit dem Befehl `View()` oder im R $\boxed{\text{WORKSPACE}} \rightarrow \boxed{\text{Global Environment}}$ über das View Symbol  neben entsprechendem Objekt öffnen.

VS Code Wiki - Interactive viewers

Erzeugung mit cbind()

Die Funktion cbind() konkateniert passende Matrizen spaltenweise (*column-bind*)

```
A <- matrix(c(1:4) , nrow = 2)         # 2 x 2 Matrix der Zahlen 1,...,4
print(A)
```

```
     [,1] [,2]
[1,]    1    3
[2,]    2    4
```

```
B <- matrix(c(5:10), nrow = 2)         # 2 x 3 Matrix der Zahlen 5,...,10
print(B)
```

```
     [,1] [,2] [,3]
[1,]    5    7    9
[2,]    6    8   10
```

```
C <- cbind(A, B)                       # Spaltenweise Konkatenierung von A und B
print(C)
```

```
     [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]    1    3    5    7    9
[2,]    2    4    6    8   10
```

Erzeugung mit rbind()

Die Funktion `rbind()` konkateniert passende Matrizen reihenweise (*row-bind*)

```
A <- matrix(c(1:6) , nrow = 2, byrow = T)  # 2 x 3 Matrix der Zahlen 1,...,6
print(A)
```

```
     [,1] [,2] [,3]
[1,]    1    2    3
[2,]    4    5    6
```

```
B <- matrix(c(7:9), nrow = 1)              # 1 x 3 Matrix der Zahlen 5,...,10
print(B)
```

```
     [,1] [,2] [,3]
[1,]    7    8    9
```

```
C <- rbind(A, B)                           # reihenweise Konkatenierung von A und B
print(C)
```

```
     [,1] [,2] [,3]
[1,]    1    2    3
[2,]    4    5    6
[3,]    7    8    9
```

`typeof()`gibt den elementaren Datentyp einer Matrix aus

```
A <- matrix(c(T, T, F, F), nrow = 2)          # 2 x 2 Matrix von Elementen vom Typ logical
typeof(A)
```

```
[1] "logical"
```

```
B <- matrix(c("a", "b", "c"), nrow = 1)       # 1 x 3 Matrix von Elementen vom Typ character
typeof(B)
```

```
[1] "character"
```

`nrow()` und `ncol()` geben die Zeilen- bzw. Spaltenanzahl aus

```
C <- matrix(1:12, nrow = 3)                   # 3 x 4 Matrix
nrow(C)                                       # Anzahl Zeilen
```

```
[1] 3
```

```
ncol(C)                                       # Anzahl Spalten
```

```
[1] 4
```

Übersicht und Erzeugung

Charakterisierung

Indizierung

Arithmetik

Attribute

Programmierübungen und Selbstkontrollfragen

Indizierung

Generell gilt

- Matrixelemente werden mit einen Zeilenindex und einem Spaltenindex indiziert.
- Die Indexreihenfolge ist immer 1. Zeile, 2. Spalte.
- Die Prinzipien der Indizierung entsprechen der Vektorindizierung.
- Indizes verschiedener Dimensionen können unterschiedlich indiziert werden.
- Eindimensionale Resultate liegen als Vektor, nicht als Matrix vor.

Beispiele

```
A <- matrix(c(2:7)^2, nrow = 2)       # 2 x 3 Matrix der Zahlen 2^2,...,7^2
print(A)
```

```
     [,1] [,2] [,3]
[1,]    4   16   36
[2,]    9   25   49
```

```
a_13 <- A[1, 3]                       # Element in 1. Zeile, 3. Spalte von A [36]
a_22 <- A[2, 2]                       # Element in 2. Zeile, 2. Spalte von A [35]
a_2. <- A[2,]                         # Alle Elemente der 2. Zeile [9,25,49]
a_.3 <- A[,3]                         # Alle Elemente der 3. Spalte [36,49]
A_12 <- A[1:2, 1:2]                   # Submatrix der ersten zwei Zeilen und Spalten
A10  <- A[A>10]                       # Elemente von A groesser 10 [16,25,36,49]
A_13 <- A[1, c(F, F, T)]              # Element in 1. Zeile, 3. Spalte von A [36]
```

Übersicht und Erzeugung

Charakterisierung

Indizierung

Arithmetik

Attribute

Programmierübungen und Selbstkontrollfragen

Unitäre arithmetische Operationen

Unitäre arithmetische Operatoren und Funktionen werden elementweise ausgewertet.

```
A <- matrix(c(1:4), nrow = 2)  # 2 x 2 Matrix der Zahlen 1,2,3,4
print(A)
```

```
     [,1] [,2]
[1,]    1    3
[2,]    2    4
```

```
B <- A^2                       # B[i,j]  = A[i,j]^2,  1 <= i,j <= 2
print(B)
```

```
     [,1] [,2]
[1,]    1    9
[2,]    4   16
```

```
C <- sqrt(B)                   # C[i,j]  = sqrt(A[i,j]^2),  1 <= i,j <= 2
print(C)
```

```
     [,1] [,2]
[1,]    1    3
[2,]    2    4
```

```
D <- exp(A)                    # D[i,j] = exp(A[i,j]),  1 <= i,j <= 2
print(D)
```

```
         [,1]     [,2]
[1,] 2.718282 20.08554
[2,] 7.389056 54.59815
```

Binäre arithmetische Funktionen

Matrizen **passender Größen** können mit binären arithmetischen Operatoren verknüpft werden.

Binäre arithmetische Operatoren +,-,*,\werden bei gleicher Größe elementweise ausgewertet.

```r
A <- matrix(c(1:4), nrow = 2)      # 2 x 2 Matrix der Zahlen 1,2,3,4
print(A)
```

```
     [,1] [,2]
[1,]    1    3
[2,]    2    4
```

```r
B <- matrix(c(5:8), nrow = 2)      # 2 x 2 Matrix der Zahlen 5,6,7,8
print(B)
```

```
     [,1] [,2]
[1,]    5    7
[2,]    6    8
```

```r
print(A + B)                       # C[i,j] = A[i,j] + B[i,j], 1 <= i,j <= 2
```

```
     [,1] [,2]
[1,]    6   10
[2,]    8   12
```

```r
print(A * B)                       # C[i,j] = A[i,j] * B[i,j], 1 <= i,j <= 2
```

```
     [,1] [,2]
[1,]    5   21
[2,]   12   32
```

Lineare Algebra

Lineare Algebra mit R Matrizen

- Addition, Subtraktion, Hadamardprodukt elementweise definiert wie oben
- Matrixmultiplikation, Transposition, Inversion, Determinante

```
C <- A  %*% B           # 2 x 2 Matrixprodukt
print(C)
```

```
     [,1] [,2]
[1,]   23   31
[2,]   34   46
```

```
A_T <- t(A)             # Transposition von A
print(A_T)
```

```
     [,1] [,2]
[1,]    1    2
[2,]    3    4
```

```
A_inv <- solve(A)       # Inverse von A
print(A_inv)
```

```
     [,1] [,2]
[1,]   -2  1.5
[2,]    1 -0.5
```

```
A_det <- det(A)         # Determinante von A
print(A_det)
```

```
[1] -2
```

Übersicht und Erzeugung

Charakterisierung

Indizierung

Arithmetik

Attribute

Programmierübungen und Selbstkontrollfragen

Attribute

Formal sind Matrizen atomare Vektoren mit einem Attribut namens "`dim`".

```
A <- matrix(1:12, nrow = 4 )              #  4 x 3 Matrix
attributes(A)                             # Aufrufen der Attribute von A
```

```
$dim
[1] 4 3
```

`rownames()` und `colnames()` spezifizieren das Attribut "`dimnames`".

```
rownames(A) <- c("P1", "P2", "P3", "P4") # Benennung der Zeilen von A
colnames(A) <- c("Age", "Hgt", "Wgt")    # Benennung der Spalten von A
print(A)                                 # A mit Attribut dimnames
```

```
   Age Hgt Wgt
P1   1   5   9
P2   2   6  10
P3   3   7  11
P4   4   8  12
```

```
attr(A, "dimnames")                      # Aufrufen des Attributs dimnames
```

```
[[1]]
[1] "P1" "P2" "P3" "P4"

[[2]]
[1] "Age" "Hgt" "Wgt"
```

Anmerkung: Bei Matrizen ist die Benennung von Zeilen und Spalten eher ungewöhnlich.

Übersicht und Erzeugung

Charakterisierung

Indizierung

Arithmetik

Attribute

Programmierübungen und Selbstkontrollfragen

Programmierübungen

1. Dokumentiere alle in dieser Einheit eingeführten Befehle in einem R Skript.
2. Erzeuge in R die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \text{ und } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Kopiere die zweite Zeile von A in einen Vektor.
4. Kopiere die erste und dritte Spalte von B in eine 3 $\times$ 2 Matrix.
5. Setze alle Nullen in B auf -1.
6. Setze die zweite Zeile von A auf $(1\,2\,3\,4)$.
7. Addiere die Matrizen A und B.
8. Multipliziere Matrix A mit 3.
9. Konkateniere die Matrizen A und B zeilenweise.
10. Konkatenieren die Matrizen A und B spaltenweise.
11. Öffne beide Matrizen im VSCode table Viewer.

Selbstkontrollfragen

1. Nenne drei Operationen der linearen Algebra, die für Matrizen elementweise durchgeführt werden mit entsprechenden R Befehlen.
2. Nenne vier Operationen der linearen Algebra, die für Matrizen *nicht* elementweise durchgeführt werden mit entsprechenden R Befehlen.
3. Was ist der Modus von Matrizen in R?