

Programmierung und Deskriptive Statistik

BSc Psychologie WiSe 2024/25

Belinda Fleischmann

(7) Häufigkeitsverteilungen

Beispieldatensatz

Häufigkeitsverteilungen

Histogramme

Programmierübungen und Selbstkontrollfragen

Beispieldatensatz

Häufigkeitsverteilungen

Histogramme

Programmierübungen und Selbstkontrollfragen

Definition und Ziele der Deskriptive Statistik

- Die Deskriptive Statistik ist die beschreibende Statistik.
- Ziel der Deskriptiven Statistik ist es, Daten übersichtlich darzustellen.
- Deskriptive Statistik ist inbesondere bei großen Datensätzen sinnvoll.
- Die Deskriptive Statistik berechnet zusammenfassende Maße aus Daten.

Typische Methoden der Deskriptiven Statistik

- Häufigkeitsverteilungen und Histogramme
- Verteilungsfunktionen und Quantile
- Maße der zentralen Tendenz und der Datenvariabilität
- Zusammenhangsmaße

Die Deskriptive Statistik benutzt keine probabilistischen Modelle, aber die Methoden der Deskriptiven Statistik ergeben nur vor dem Hintergrund probabilistischer Modelle Sinn.

Beispieldatensatz

Häufigkeitsverteilungen

Histogramme

Programmierübungen und Selbstkontrollfragen

Beispieldatensatz

Evidenzbasierte Evaluation von Psychotherapieformen bei Depression

Welche Therapieform ist bei Depression wirksamer?

Online Psychotherapie



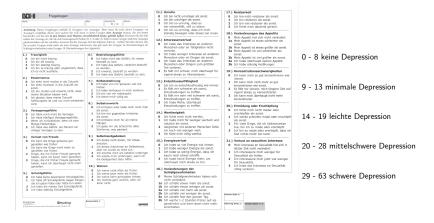
Klassische Psychotherapie



Beispieldatensatz

Evidenzbasierte Evaluation von Psychotherapieformen bei Depression

Becks Depressions-Inventar (BDI) zur Depressionsdiagnostik



Beispiel: Evaluation von Psychotherapieformen bei Depression



Beispieldatensatz

Einlesen des Datensatzes mit read.table()

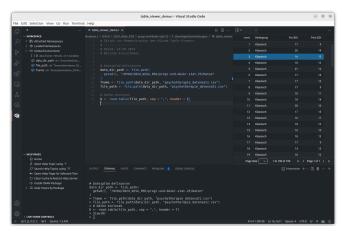
```
file_path <- file.path(data_dir_path, "psychotherapie_datensatz.csv")
# z.B. könnte file_path so aussehen:
# "/home/belindame_f/ovgu/progr-und-deskr-stat-23/Daten/psychotherapie_datensatz.csv"
D <- read.table(file_path, sep = ",", header = T)</pre>
```

Daten der ersten acht Proband:innen jeder Gruppe

	Bedingung	Pre.BDI	Post.BDI
1	Klassisch	17	9
2	Klassisch	20	14
3	Klassisch	16	13
4	Klassisch	18	12
5	Klassisch	21	12
6	Klassisch	17	14
7	Klassisch	17	12
8	Klassisch	17	9
51	Online	22	16
52	Online	19	15
53	Online	21	13
54	Online	18	15
55	Online	19	13
56	Online	17	16
57	Online	20	13
58	Online	19	16

VSCode Interactive Viewers

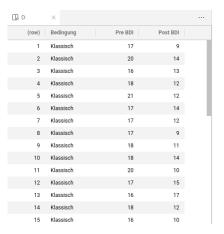
Table Viewer



VS Code Wiki - Interactive viewers

Beispieldatensatz

Datensatzübersicht mit View()



Beispieldatensatz

Häufigkeitsverteilungen

Histogramme

Programmierübungen und Selbstkontrollfragen

Absolute und relative Häufigkeitsverteilungen

Definition (Absolute und relative Häufigkeitsverteilungen)

 $x:=(x_1,...,x_n)$ mit $x_i\in\mathbb{R}$ sei ein Datensatz (manchmal auch "Urliste" genannt) und $A:=\{a_1,...,a_k\}$ mit $k\leq n$ seien die im Datensatz vorkommenden verschiedenen Zahlenwerte (manchmal auch "Merkmalsausprägunge" genannt). Dann heißt die Funktion

$$h: A \to \mathbb{N}, a \mapsto h(a) := \mathsf{Anzahl} \ \mathsf{der} \ x_i \ \mathsf{aus} \ x \ \mathsf{mit} \ x_i = a$$
 (1)

die absolute Häufigkeitsverteilung der Zahlenwerte von \boldsymbol{x} und die Funktion

$$r: A \to [0,1], a \mapsto r(a) := \frac{h(a)}{n} \tag{2}$$

die relative Häufigkeitsverteilung der Zahlenwerte von x.

Bemerkungen

- Absolute und relative Häufigkeitsverteilungen fassen Datensätze zusammen
- Absolute und relative Häufigkeitsverteilungen können einen ersten Datenüberblick geben

Berechnung der Häufigkeitsverteilungen

Erzeugen der absoluten Häufigkeitsverteilung mit table()

Erzeugen der relativen Häufigkeitsverteilung durch Division mit \boldsymbol{n}

```
x <- D$Pre.BDI  # Double vector der Pre BDI Werte
n <- length(x)  # Anzahl der Datenwerte (100)
H <- as.data.frame(table(x))  # absolute Haeufigkeitsverteilung (dataframe)
names(H) <- c("a", "h")  # Spaltenbenennung
H$r <- H$h/n  # relative Haeufigkeitsverteilung</pre>
```

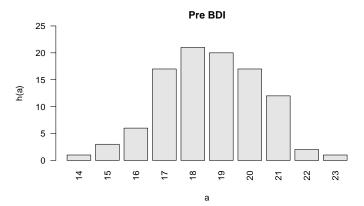
a	h	r
14	1	0.01
15	3	0.03
16	6	0.06
17	17	0.17
18	21	0.21
19	20	0.20
20	17	0.17
21	12	0.12
22	2	0.02
23	1	0.01

Visualisierung der absoluten Häufigkeitsverteilung mit barplot()

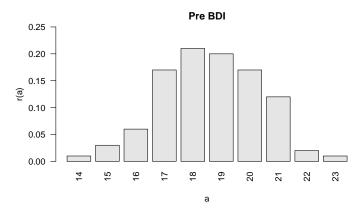
```
<- H$h
                        # h(a) Werte
h
names(h)
        <- H$a
                        # barplot braucht a Werte als names
dev.new()
                        # Abbildungsinitialisierung
barplot(
                        # Balkendiagramm
                        # absolute Haeufigkeiten
 h,
 col = "gray90",
                      # Balkenfarbe
 xlab = "a", # x Achsenbeschriftung
 ylab = "h(a)", # y Achsenbeschriftung
 ylim = c(0,25), # y Achsengrenzen
 las = 2, # x Tick Orientierung
 main = "Pre BDI"
                       # Titel
```

Speichern von Abbildungen mit dev.copy2pdf()

Absolute Häufigkeitsverteilung aller Pre-BDI Werte



Relative Häufigkeitsverteilung aller Pre-BDI Werte



Beispieldatensatz

Häufigkeitsverteilungen

Histogramme

Programmierübungen und Selbstkontrollfragen

Definition (Histogramm)

Ein $\emph{Histogramm}$ ist ein Diagramm, in dem zu einem Datensatz $x=(x_1,...,x_n)$ mit verschiedenen Zahlenwerten $A:=\{a_1,...,a_m\}, m\leq n$ über benachbarten Intervallen $[b_{j-1},b_j[$, welche $\emph{Klassen}$ oder \emph{Bins} genannt werden, für j=1,...,k Rechtecke mit

$$\begin{array}{ll} \text{Breite} & d_j = b_j - b_{j-1} \\ \text{H\"ohe} & h(a) \text{ oder } r(a) \text{ mit } a \in [b_{i-1}, b_i] \end{array}$$

abgebildet sind, wobei $b_0 := \min A$ und $b_k := \max A$ angenommen werden soll.

Bemerkungen

- ullet Das Aussehen eines Histogramms ist stark von der Anzahl k der Klassen abhängig.
- ullet Mit der Aufrundungsfunktion $\lceil \cdot
 ceil$ sind konventionelle Werte für k

$$k := \lceil (b_k - b_0) h \rceil \qquad h \text{ ist die gewünschte Klassenbreite}$$

$$k := \lceil \sqrt{n} \rceil$$
 Excelstandard

$$k := \lceil \log_2 n + 1 \rceil$$
 Implizite Normalverteilungsannahme (Sturges, 1926)

$$h := 3.49 \tilde{S}_n / \sqrt[3]{n}$$
 Min. MSE Dichteschätzung bei Normalverteilung (Scott, 1979)

Berechnung und Visualisierung von Histogrammen

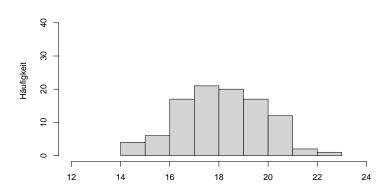
Berechnung und Visualisierung von Histogrammen mit hist()

- ullet Die Klassen $[b_{j-1},b_j[,j=1,...,k$ werden als Argument breaks festgelegt
- breaks ist der atomic vector $\mathbf{c}(b_0,b_1,...,b_k)$ mit Länge k+1
- Per default benutzt hist() eine Modifikation der Sturges Empfehlung $k = \lceil \log_2 n + 1 \rceil$
- hist() bietet eine Vielzahl weiterer Spezifikationsmöglichkeiten

```
# Default Histogramm
     <- D$Pre.BDI
                         # Datensatz
                         # x Achsengrenze (links)
x_min <- 12
                         # x Achsengrenze (rechts)
x_max <- 25
                         # v Achsengrenze (unten)
y_min <- 0
             # v Achsengrenze (oben)
y_max <- 45
hist(
                       # Histogramm
                         # Datensatz
 х.
 xlim = c(x_min, x_max), # x Achsengrenzen
 ylim = c(y_min, y_max), # y Achsengrenzen
 ylab = "Häufigkeit", # y-Achsenbezeichnung
 xlab = "",
            # x-Achsenbezeichnung
 main = "Pre-BDI, R Default" # Titel
```

Visualisierung

Pre-BDI, R Default



Histogramm mit hist() und default breaks - Beispiel

Ausgabe der Ergebnisse

```
# Default Histogramm
Ergebnisse <- hist(
                               # hist() output in Vairable speichern
                               # Datensatz
 х,
 plot = FALSE
print(Ergebnisse)
                               # Ausgabe der Ergebnisse
$breaks
[1] 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
$counts
[1] 4 6 17 21 20 17 12 2 1
$density
[1] 0.04 0.06 0.17 0.21 0.20 0.17 0.12 0.02 0.01
$mids
[1] 14.5 15.5 16.5 17.5 18.5 19.5 20.5 21.5 22.5
$xname
[1] "x"
$equidist
[1] TRUE
attr(,"class")
[1] "histogram"
```

Histogramme mit alternativen Klassengrößen

Berechnung von Klassenanzahlen und breaks Argument

```
# Histogramm mit gewuenschter Klassenbreite
h <- 1
                            # gewuenschte Klassenbreite
b_0 \leftarrow min(x)
b_k < - max(x)
                          # b_k
k <- ceiling((b k - b 0)/h) # Anzahl der Klassen
b <- seq(b_0, b_k, by = h) # Klassen [b_{j-1}, b_j[
# Excelstandard
                         # Anzahl Datenwerte
n <- length(x)
k <- ceiling(sqrt(n)) # Anzahl der Klassen
  \leftarrow seq(b_0, b_k, len = k + 1) # Klassen [b_{j-1}, b_{j}]
  \leftarrow b[2] - b[1]
                           # Klassenbreite
# Sturges
n <- length(x)
                # Anzahl Datenwerte
h < -b[2] - b[1]
                           # Klassenbreite
# Scott
n <- length(x)
                   # Anzahl Datenwerte
  <- sd(x)
                     # Stichprobenstandardabweichung
h <- ceiling(3.49*S/(n^(1/3))) # Klassenbreite
```

Berechnung und Visualisierung - alternative Klassengrößen

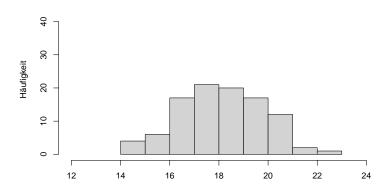
Berechnung und Visualisierung von Histogrammen mit hist()

- Die Klassen $[b_{j-1},b_j[,j=1,...,k,$ die in der Variable ${\tt b}$ gespeichert sind, werden als Argument mit breaks festgelegt
- breaks ist der atomic vector $c(b_0,b_1,...,b_k)$ mit Länge k+1

```
# Default Histogramm
     <- D$Pre.BDT
                                                         # Datensatz
x_min <- 12
                                                         # x Achsengrenze (unten)
x_max <- 25
                                                         # x Achsengrenze (oben)
v_min <- 0</pre>
                                                         # y Achsengrenze (oben)
y_max <- 30
                                                         # v Achsengrenze (unten)
hist(
                                                         # Histogramm
 х.
                                                         # Datensatz
 breaks= b.
                                                         # breaks
 xlim = c(x min, x max).
                                                         # x Achsengrenzen
 ylim = c(y_min, y_max),
                                                         # y Achsengrenzen
 vlab = "Häufigkeit",
                                                         # y-Achsenbezeichnung
 xlab = "",
                                                         # x-Achsenbezeichnung
 main = sprintf("Pre-BDI, k = \%.0f, h = \%.2f", k, h)) # Titel
```

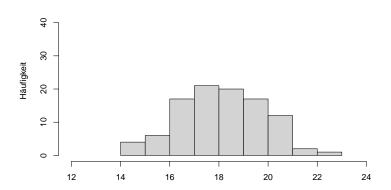
Gewünschte Klassenbreite h := 1

Pre-BDI, k = 9, h = 1.00



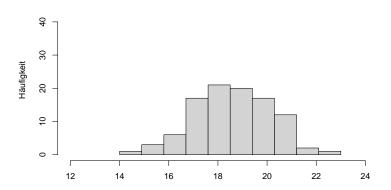
Gewünschte Klassenbreite h := 1.5

Pre-BDI, k = 9, h = 1.00



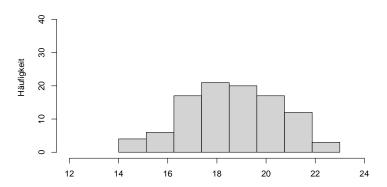
Excelstandard $k := \lceil \sqrt{n} \rceil$

Pre-BDI, k = 10, h = 0.90



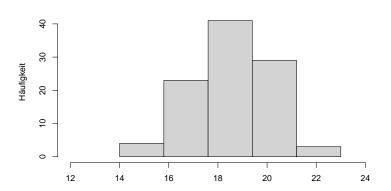
nach Sturges (1926) , $k \coloneqq \lceil \log_2 n + 1 \rceil$

Pre-BDI, k = 8, h = 1.12



nach Scott (1979) , $h:=3.49S_n/\sqrt[3]{n}$

Pre-BDI, k = 5, h = 1.80



Be is piel daten satz

Häufigkeitsverteilungen

Histogramme

 $Programmier \"{u}bungen\ und\ Selbstkontroll fragen$

Programmierübungen

- 1. Visualisiere die Häufigkeitsverteilungen der Post-BDI Daten.
- 2. Visualisiere die Häufigkeitsverteilungen der Differenzen von Post- und Pre-BDI Daten.
- 3. Visualisiere die Häufigkeitsverteilungen der Differenzen von Post- und Pre-BDI Daten getrennt nach den experimentellen Bedingungen "Klassisch" und "Online". Nutze dazu dein Wissen zu den Prinzipien der Indizierung in R.
- 4. Beschreibe die in der vorherigen Aufgabe erstellten Häufigkeitsverteilungen.
- 5. Erstelle Histogramme der Differenzen von Post- und Pre-BDI Daten mithilfe verschiedener Methoden zur Bestimmung der Klassengrößen: mit einer Klassenbreite von 3, nach dem Excelstandard, mit der Sturges Klassenanzahl und mit der Scott Klassenanzahl.
- 6. Beschreibe die in der vorherigen Aufgabe erstellten Histogramme.

Selbstkontrollfragen

- 1. Definiere die Begriffe der absoluten und relativen Häufigkeitsverteilungen.
- 2. Definiere den Begriff des Histogramms.
- 3. Erläutere die Bedeutung der Klassenanzahl für das Erscheinungsbild eines Histogramms.

References

Scott, David W. 1979. "On Optimal and Data-Based Histograms," 6.

Sturges, Herbert A. 1926. "The Choice of a Class Interval." Journal of the American Statistical Association 21 (153): 65–66. https://doi.org/10.1080/01621459.1926.10502161.