

Travaux pratiques

Limites de l'analyse de Fourier : analyse temps-fréquence par spectrogramme

Table des matières

1. Limites de l'analyse de Fourier	2
1.1. Code	2
1.2. Analyse	3
2. Analyse temps-fréquence par spectrogramme	4
2.1. Principe	4
2.2. Première expérience, les notes de musiques.....	4
2.2.1. Code.....	4
2.2.2. Explications et résultats.....	5
2.3. Deuxième expérience, étude d'un échantillon sonore.....	6
2.3.1. Explications et résultats.....	6
2.4. Influence des paramètres du spectrogramme	7
2.4.1. Type de fenêtre.....	7
2.4.2. Largeur de fenêtre	9
3. Conclusion	10

1. Limites de l'analyse de Fourier

1.1. Code

```
Fe = 3000; % frequence d'echantillonnage
t = (0:(1/Fe):2-(1/Fe)); % echelle du temps
f1=25; % frequence du signal 1
f2=100; % frequence du signal 2

fenHan = hann(round(numel(t)/2))';
% fenetre de hanning de la moitie de la taille de notre échelle des temps
hannGauche = [fenHan zeros(1,numel(t)-numel(fenHan) )];
% fenetre de hanning sur la premiere moitie de notre échelle des temps
hannDroite = [zeros(1,numel(t)-numel(fenHan) ) fenHan ];
% fenetre de hanning sur la deuxieme moitie de notre échelle des temps

x1=exp(2j*pi*f1*t).*hannGauche;
% signal 1 multiplié par la 1ere fenetre de hanning
x2=exp(2j*pi*f2*t).*hannDroite;
% signal 2 multiplié par la 2eme fenetre de hanning

y=x1+x2; % somme des signaux x1 et x2
figure
plot(t,y)
title('signal y')

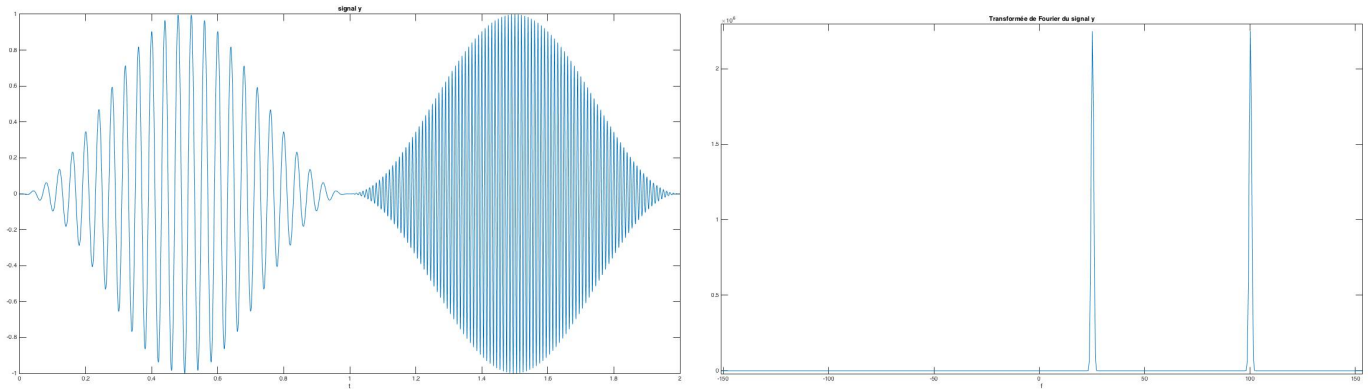
f = (-Fe/2:Fe/(numel(y)-1):Fe/2); % echelle des frequences
TFy=fftshift(fft(y)); % transformé de fourrier du signal y
Sy=abs(TFy).^2; % spectre du signal
figure
plot(f,Sy)
title('Transformée de Fourier du signal y')
```

1.2. Analyse

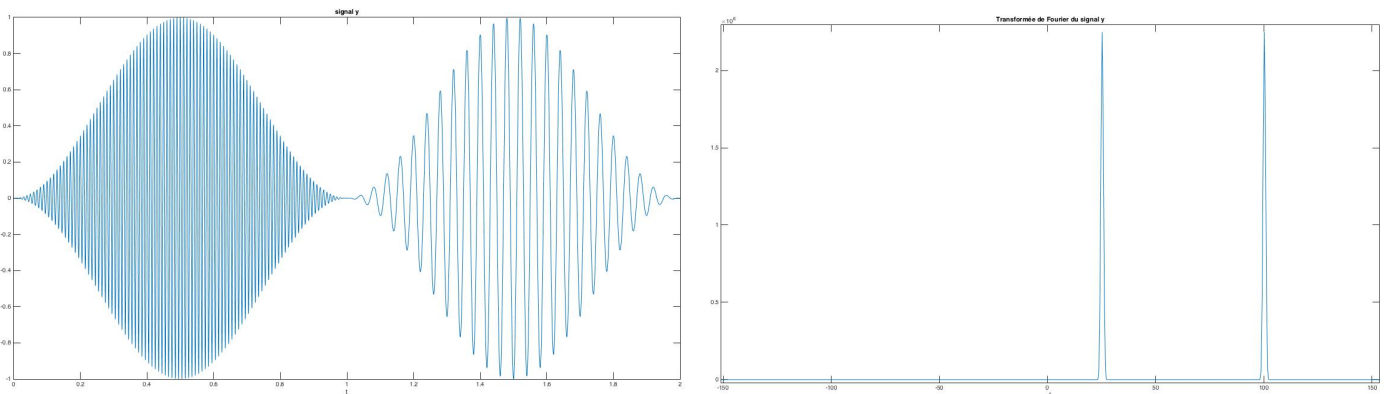
L'analyse spectrale que nous avons utilisée depuis le début de SY06 ne nous permet pas de créer de lien entre le temps et la fréquence. En effet, la transformation de Fourier nous permet de visualiser les fréquences présentes dans un signal mais sans savoir dans quel ordre elles sont apparues.

Afin de mettre en évidence ce problème, nous générons un signal $y(t)$ étant la somme de deux signaux avec des fréquences pures différentes à deux instants distincts.

Soit notre signal $y(t)$ avec $f_1=25$ et $f_2=100$:



Si l'on inverse les fréquences f_1 et f_2 :



On constate que les deux représentations temporelles sont inversées mais que celles en fréquentiels sont identiques. Elles ne nous permettent donc pas de savoir à quel moment les fréquences f_1 et f_2 apparaissent. Pour ne pas perdre cette information temporelle, nous devons donc utiliser une autre représentation.

2. Analyse temps-fréquence par spectrogramme

2.1. Principe

Afin de pouvoir observer les fréquences présentes dans un signal ainsi que leurs ordres d'apparitions, nous allons utiliser un spectrogramme. Pour cela, nous devons calculer la transformée de Fourier du signal multiplié par une fenêtre (rectangulaire, Hanning, Hamming par exemple) centrée à différents instants t .

2.2. Première expérience, les notes de musiques

2.2.1. Code

```
Fe = 3000; % frequence d'echantillonnage
t = 0:1/Fe:1-(1/Fe);
T=0:1/Fe:(3*numel(t)-1)/Fe;

Fdo=554; Fre=587; Fmi=659; % frequence des notes de musique do, re, mi

xdo = sin(2*pi*Fdo*t); xre = sin(2*pi*Fre*t); xmi = sin(2*pi*Fmi*t);
% signaux des notes de musique do, re, mi
y = [xdo xre xmi]; % vecteur constitué des 3 signaux do, re, mi à la suite

N=length(y); % taille du vecteur y (vecteur constitué des 3 signaux)
f = 0:Fe/N:Fe*(N-1)/N;
Nfen=200; % taille de la fenetre
h = hanning(Nfen); % fenetre de hanning de la taille Nfen
Nbfen = floor(N/Nfen); % nombre de fenetre en fonction de la taille d'une
% fenetre et de l'echantillon. On prend la valeur par défaut de la division,
% on peut perdre une partie de la fin du signal

spectro = zeros (Nbfen,Nfen); % initialise à 0 la matrice du spectrogramme
% de la taille du nombre de fenetre (Nbfen) par la taille d'une fenetre (Nfen)

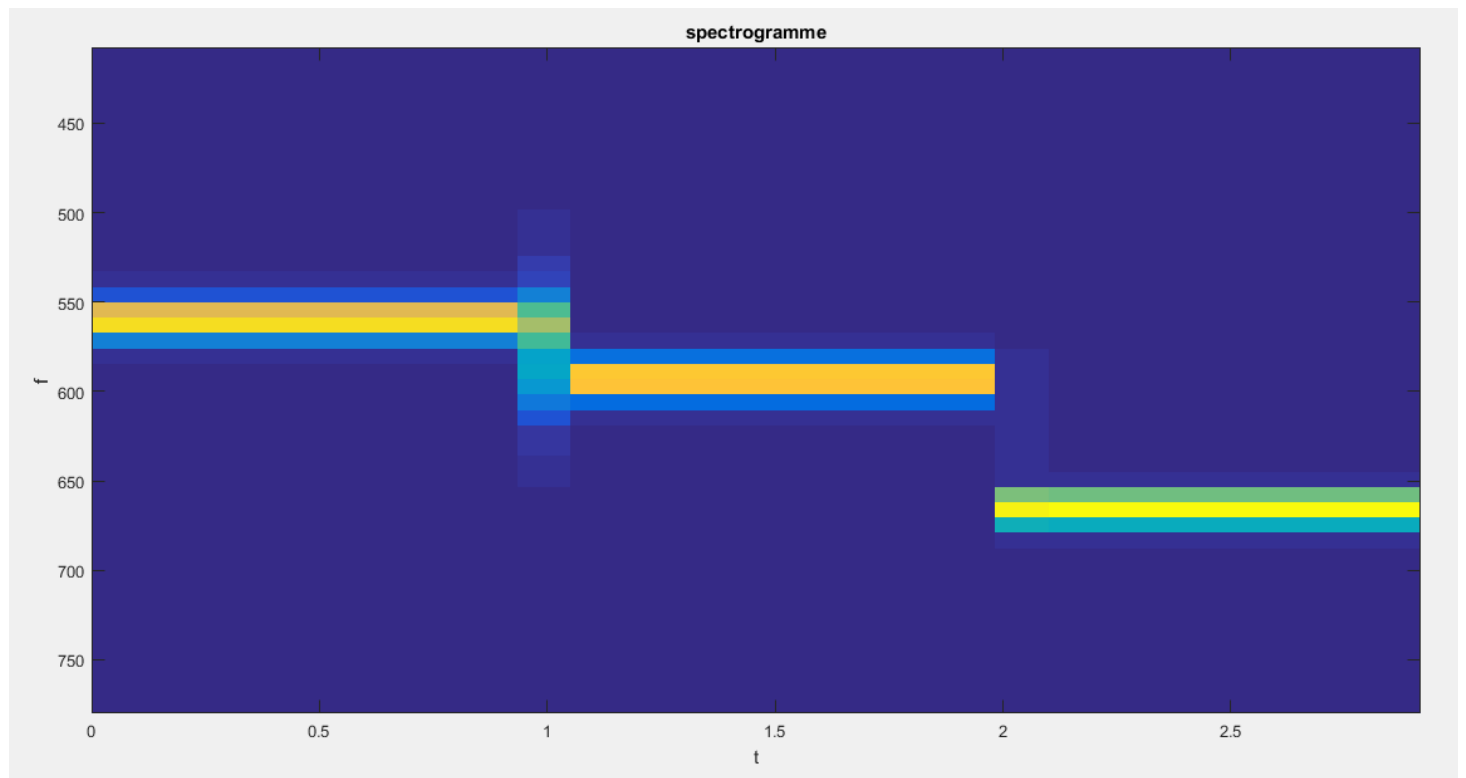
ffy = fft(y); % calcul de la transformée de Fourier du signal y
figure(1);
plot(f, abs(ffy)); title('module de la tf de y');
figure(2);
plot(f, angle(ffy)); title('phase de la tf de y');

% calcul de la fenetre glissante
for i = 1 : Nbfen
    indicedebut = (i-1)*Nfen+1; % indice du debut de la fenetre i
    indicefin = indicedebut + Nfen-1; % indice de fin de la fenetre i
    vectps(i) = (T(indicedebut) + T(indicefin))/2; % echelle du temps
    Fy = fftshift(fft((y(indicedebut:indicefin)).*h));
    % tf d'un morceau du signal y multiplié par la fenetre de hanning
    spectro(i,:) = abs(Fy);
end;
vecfreq = linspace(-Fe/2,Fe/2,size(spectro,2)); % echelle des frequences
figure
imagesc(vectps, vecfreq, abs(spectro'));%representation du spectrogramme 2D
title('spectrogramme'); xlabel('t'); ylabel('f');
```

2.2.2. Explications et résultats

Le but de cette première expérience était de se familiariser avec le spectrogramme et de comprendre son fonctionnement à partir de 3 signaux ayant chacun une fréquence pure différente des autres. Les commentaires du code permettent de décrire les différentes étapes de notre raisonnement.

Nous obtenons ainsi le spectrogramme suivant permettant d'exprimer les fréquences en fonction du temps :

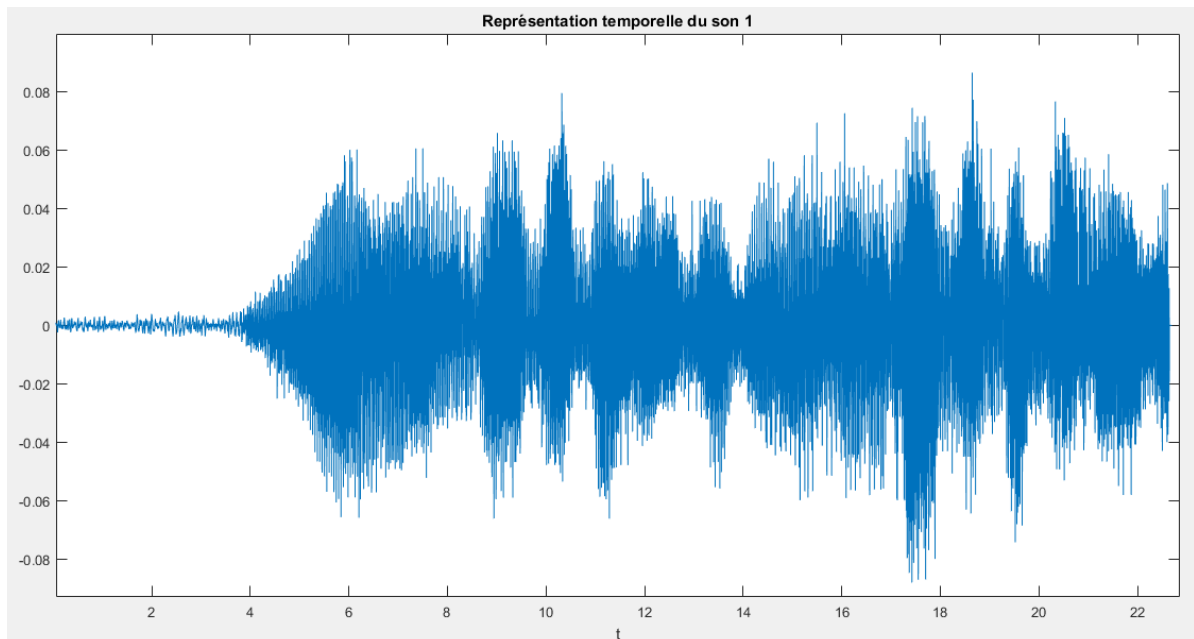


Nous constatons qu'entre 0 et 1s la fréquence du signal se situe aux alentours de 554Hz, ce qui correspond à la première note de notre signal, le do. Nous constatons ensuite à 1s que le signal change de fréquence, ce changement est visible par une perturbation. De 1s à 2 s la fréquence du signal se situe à environ 587Hz, ce qui correspond à la fréquence du ré. Nous constatons à 2s une perturbation qui correspond au changement de fréquence du signal. Enfin, après 2s le signal a une fréquence d'environ 659Hz, ce qui représente la fréquence du mi.

Grace au spectrogramme nous avons donc pu déterminer la fréquence de chaque morceau du signal ainsi que leur position dans l'espace-temps.

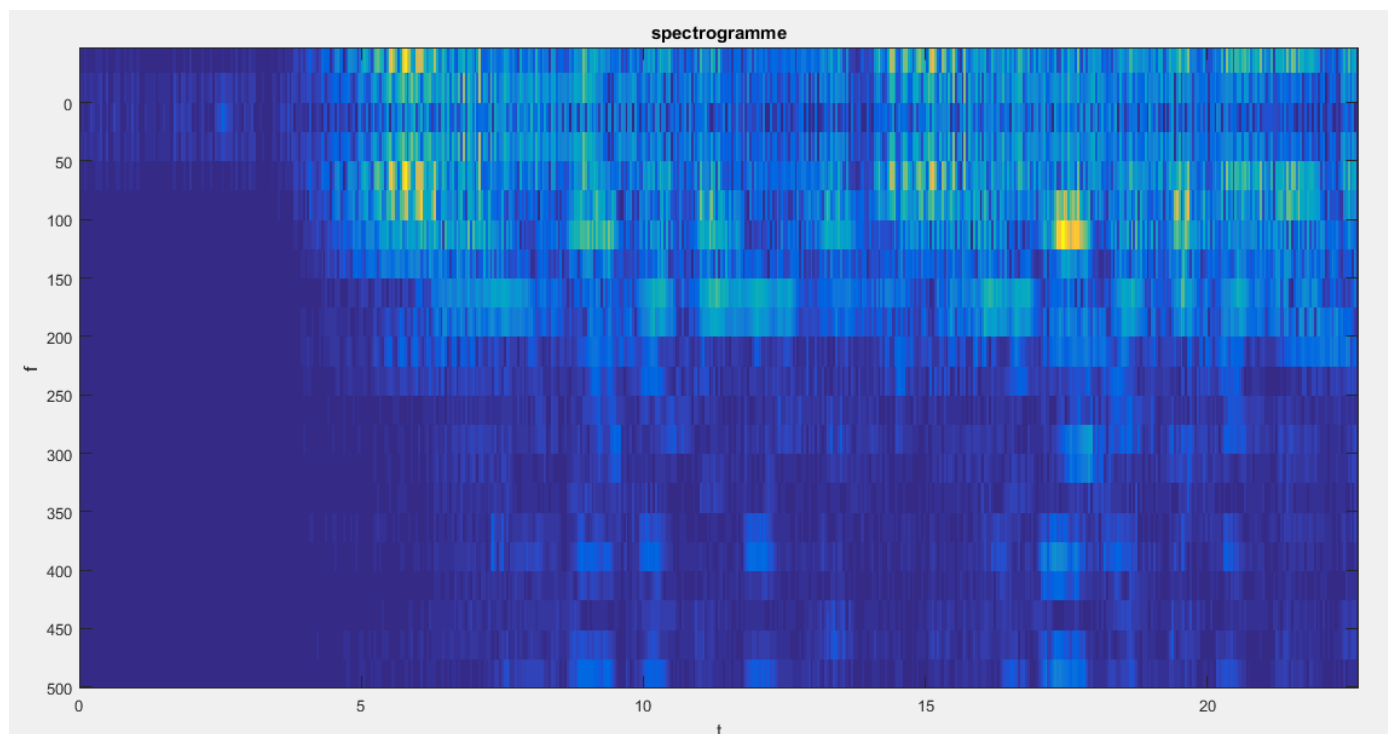
2.3. Deuxième expérience, étude d'un échantillon sonore

Nous avons ensuite essayé d'effectuer une analyse temps-fréquence par spectrogramme pour un signal composé de plus de fréquences, qui se rapproche d'avantage des signaux émis lors d'une conversation téléphonique ou d'une musique. Nous avons donc analysé le son 1 que nous avons trouvé sur elearning.



2.3.1. Explications et résultats

Nous avons utilisé un code similaire à celui de l'analyse temps-fréquence pour les notes de musique do, ré, mi. Nous remarquons que le spectrogramme obtenu après l'analyse est complexe à analyser. En effet, même si nous pouvons en déduire que les fréquences de ce signal sont pour la plupart inférieures à 200Hz, et qu'entre 17 et 18s le signal a une fréquence d'environ 115Hz, le spectrogramme ne nous permet pas de déterminer précisément les fréquences du signal et leur position dans le temps.

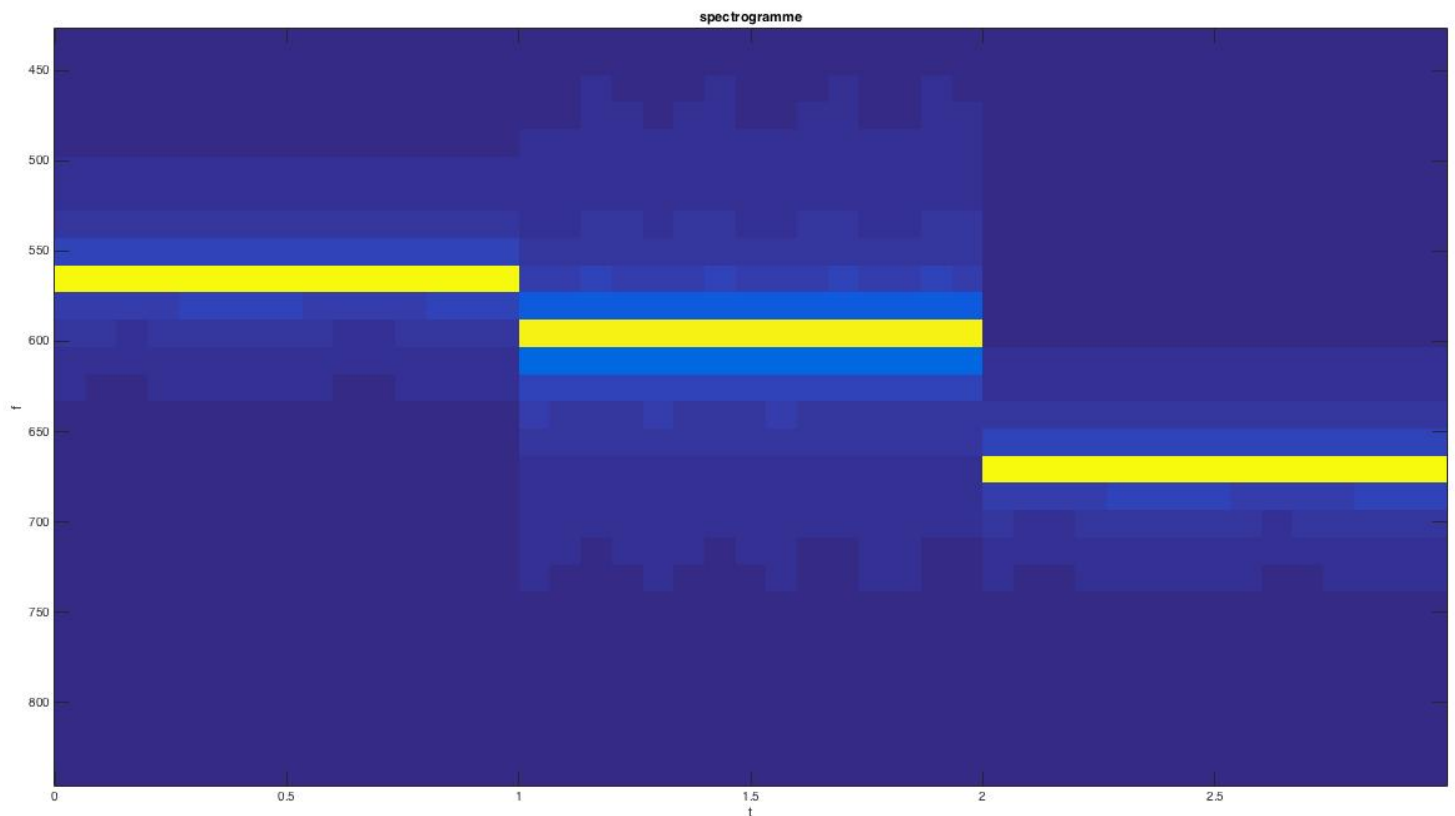


2.4. Influence des paramètres du spectrogramme

2.4.1. Type de fenêtre

2.4.1.1. Fenêtre rectangulaire

Pour cet exemple, nous avons utilisé un code similaire à celui de la première expérience avec les notes de musique do, ré, mi mais en utilisant cette fois une fenêtre rectangulaire à la place de celle de Hanning. Nous obtenons donc la figure suivante :

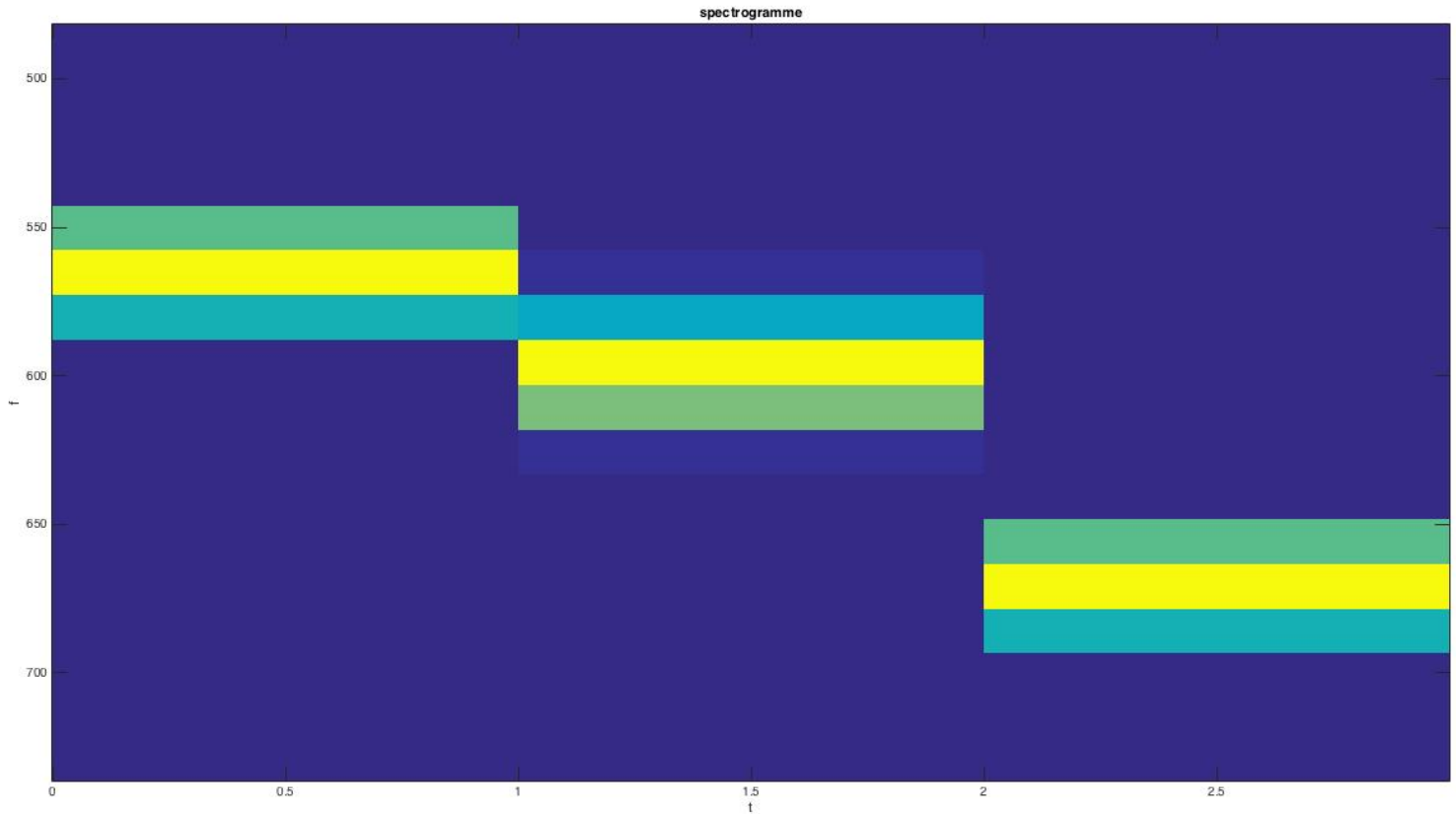


On voit apparaître des raies de fréquences autour de nos fréquences f_1 , f_2 et f_3 . Néanmoins, ces défauts sont compensés par une précision plus grande sur les fréquences réelles f_1 , f_2 et f_3 (en effet les raies jaunes sont plus fines avec la fenêtre rectangulaire que la fenêtre de Hanning).

En revanche, aux alentours des changements de fréquences, on a une moins bonne précision qu'avec une fenêtre de Hanning.

2.4.1.2. Fenêtre de Hanning

En utilisant une fenêtre de Hanning nous obtenons la figure suivante :



On voit également apparaître des raies de fréquences autour de nos fréquences f_1 , f_2 et f_3 . En revanche, leur amplitude étant bien plus faible que pour la fenêtre rectangulaire, elles n'apparaissent pas dans le résultat mais les raies principales f_1 , f_2 et f_3 sont moins précises.

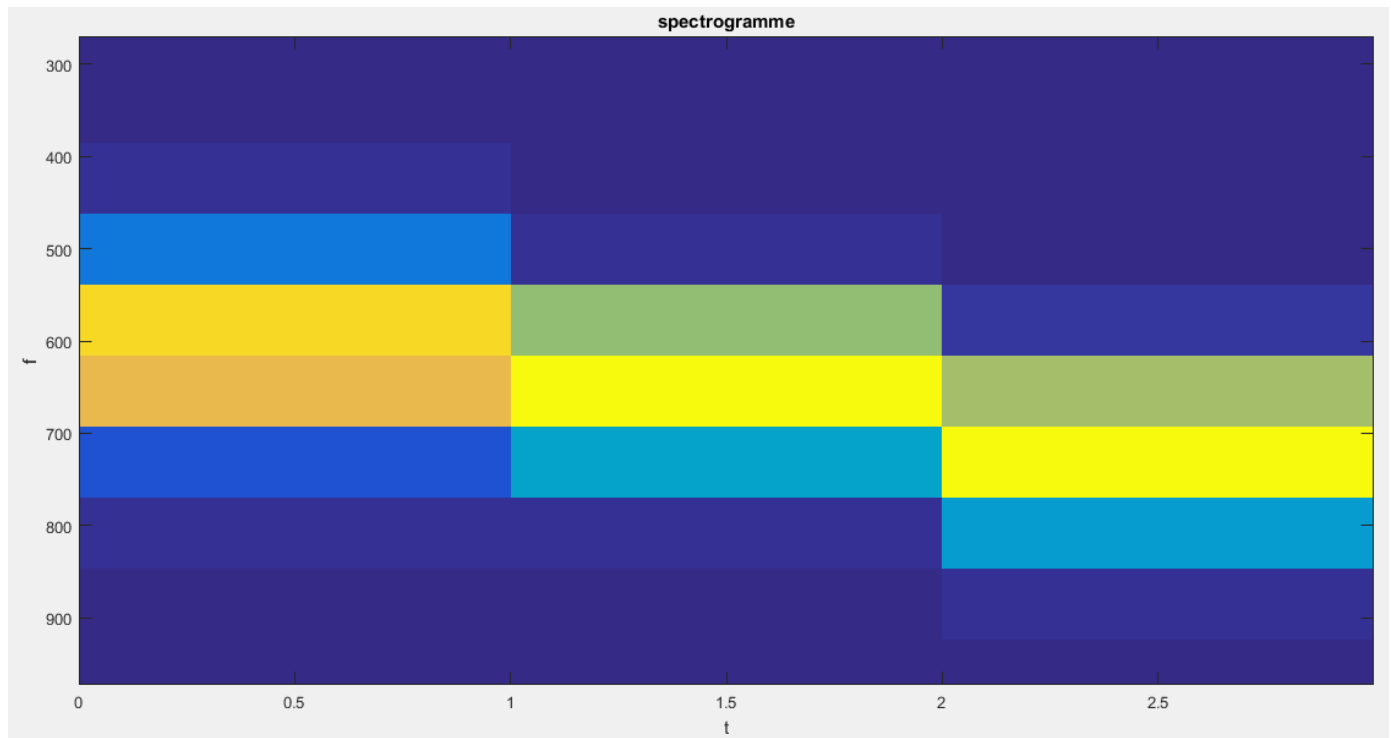
Néanmoins, le comportement aux alentours du changement de fréquences est plus clair. En effet, il est plus facile de déterminer l'instant du changement.

2.4.2. Largeur de fenêtre

Intéressons-nous maintenant aux conséquences des modifications sur la taille des fenêtres :

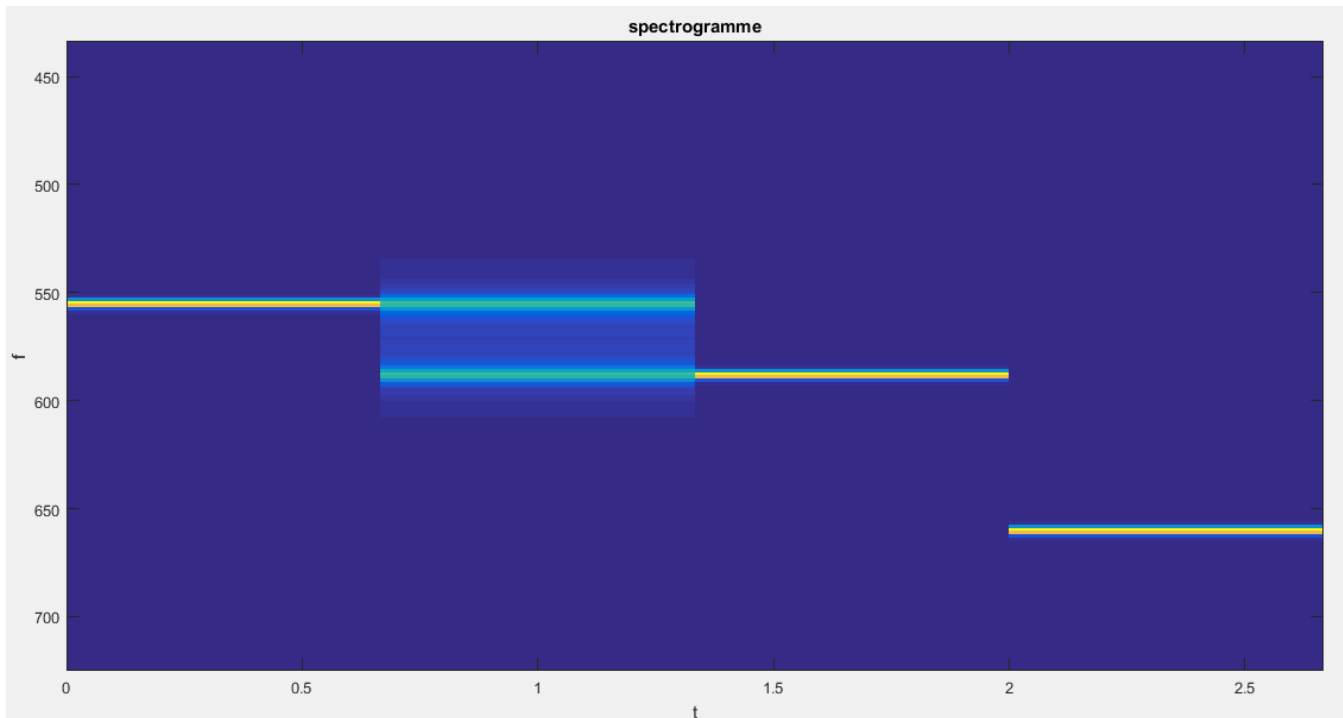
2.4.2.1. Petite fenêtre (N_{fen} petit)

Prenons des fenêtres de faibles tailles ($N_{fen}=40$), le nombre de fenêtres se trouve alors très grand ($NbFen=225$). Nous constatons que la précision des fréquences du signal est faible, en effet pour une fréquence le spectre s'étend sur plus de 200Hz. En revanche, la séparation des fréquences sur l'espace-temps est très nette, on voit bien que le do occupe l'intervalle compris entre 0s et 1s, que le ré occupe l'intervalle compris entre 1s et 2s et que le mi occupe l'intervalle compris entre 2s et 3s.



2.4.2.2. Grande fenêtre (Nfen grand)

Prenons maintenant des fenêtres de grandes tailles (NFen=2000), le nombre de fenêtres se retrouve alors petit (NbFen=4), ce qui a pour conséquence une baisse de précision de l'emplacement des fréquences sur l'espace-temps, caractérisée par la perturbation entre $t=0,75$ et $t=1,25$. Au contraire, la fréquence peut être déterminée de façon beaucoup plus précise ($\pm 5\text{Hz}$). Il faut cependant faire attention au nombre de fréquences différentes car un nombre de fenêtre plus petit que le nombre de fréquences rendrait des perturbations beaucoup trop longues, ce qui rendrait inexploitable le spectrogramme.



2.4.2.3. Conclusion sur la largeur des fenêtres

Nous pouvons donc en conclure qu'il est nécessaire de trouver un bon compromis entre la taille des fenêtres et leur nombre. Si la précision temporelle est plus importante nous devons donc choisir des fenêtres de petites tailles, au contraire si la précision fréquentielle est plus importante, nous devons choisir des fenêtres de grandes tailles.

3. Conclusion

Nous avons vu au cours de ce travail pratique qu'il est possible de déterminer les fréquences d'un signal ainsi que leur ordre dans l'espace-temps à l'aide d'une analyse temps-fréquence par spectrogramme. Nous avons ainsi pu distinguer les 3 fréquences d'un signal ainsi que leur disposition temporelle.

De plus, pour le choix du type de fenêtre, tout dépendra de l'information que l'on souhaite obtenir. La fenêtre rectangulaire permet d'obtenir une bonne précision au niveau des fréquences réellement présentes dans le signal mais il y a de nombreux parasites qui apparaissent.

Nous avons également montré que la taille d'une fenêtre influe sur la précision des résultats de l'analyse et qu'une augmentation de la précision temporelle engendre une baisse de la précision fréquentielle et vice et versa.

Enfin, nous avons soulevé les limites de cette analyse avec le signal « son1 » que nous n'avons pas réussi à analyser dans les moindres détails.