Линейные стационарные системы. Фильтры.

Линейные стационарные системы

Фильтры

Линейная стационарная система

$$y[n] = H\{x[n]\}$$

1. Линейность $H\{\alpha x_1[n] + \beta x_2[n]\} = \alpha H\{x_1[n]\} + \beta H\{x_2[n]\}$
2. Стационарность $y[n] = H\{x[n]\} \Rightarrow y[n-k] = H\{x[n-k]\}$

Импульсная характеристика

$$h[n] = H\{\delta[n]\}$$

полностью описывает поведение системы, поскольку любая дискретная последовательность $x[n]$ может быть представлена в виде линейной комбинации δ-импульсов:

$$x[n] = 2\delta[n] + 3\delta[n-1] + \delta[n-2]$$

В общем случае,

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\delta[n-k]$$

Используя свойства 1 и 2 можно вычислить выход системы

$$y[n] = \sum_k x[k]h[n-k] = x[k] \star h[k]$$

Фильтры

- КИХ
- БИХ
- каузальные
- некаузальные

Устойчивость

- КИХ - всегда устойчивы
- БИХ - устойчив, если сигнал ограничен $|x[n]| < M, n$

Собственная последовательность линейной стационарной системы

$e^{j\omega n}$

$$y[n] = e^{j\omega n} \star h[k] = h[k] \star e^{j\omega n} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] e^{j\omega(n-k)} =$$

$$= e^{j\omega n} \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] e^{-j\omega k} = e^{j\omega n} H(e^{j\omega n})$$

Линейный фильтр не изменяет частоту синусоидальных колебаний

$$H(e^{j\omega n}) = \sum h[k] e^{-j\omega k} = DTFT\, h[k]$$

Типы фильтров по виду их частотной характеристики

$$H(e^{j\omega n}) = |H|e^{j\varphi}$$

- По виду АЧХ $|H(e^{j\omega n})|$
  - ФНЧ
  - ФВЧ
  - ППФ
  - ПЗФ
- По виду ФЧХ $\varphi[n] = \omega n + \Theta$
  - с линейной фазой
  - с нелинейной фазой

$$H_{lp} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

$$h_{lp} = \frac{\omega_c}{\pi} sinc(\frac{\omega_c n}{\pi})$$

$$H_{hp} = 1 - H_{lp}$$

$$h_{hp}[n] = \delta[n] - \frac{\omega_c}{\pi} sinc(\frac{\omega_c n}{\pi})$$

$$h_{bp} = 2\cos(\omega_0 n)\frac{\omega_c}{\pi} sinc(\frac{\omega_c n}{\pi})$$

- Модуляция $y[n] = x[n]cos(\omega_0 n)$
- Демодуляция $x'[n] = y[n]cos(\omega_0 n)$