CHAPITRE 9 CORRECTION DES ÉPREUVES

CORRECTION BACC A 2001

Exercice 1

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant : $\begin{cases} x-2y=-2\ (E_1) \\ 2x+y=6\ (E_2) \end{cases}$

Nous allons procéder par substitution.

De (E_1) : $x=-2+2y$ (*)

(*) dans (E_2) : $2(-2+2y)+y=6 \Leftrightarrow -4+4y+y=6$

$$\Leftrightarrow 5y=6+4=10$$

$$\Leftrightarrow y=\frac{10}{2}=2$$

Ainsi $x=-2+2\times 2=2$ Donc $S=\{(2;2)\}$

2. Déduisons-en les solutions dans $\mathbb{R}^2$ des deux systèmes a) et b).

a)$\begin{cases} e^{2x+2}-2e^{y}=-2 \\ 2e^{2x+2}-e^{y}=6 \end{cases}$

posons $X=e^{2x+2}$ et $Y=e^{y}$ avec $X>0$ et $Y>0$. Le système devient : $\begin{cases} X-2Y=-2 \\ 2X-Y=6 \end{cases}$

D'après 1. $X=2$ et $Y=2$. Ainsi $e^{2x+2}=2$ et $e^{y}=2$, soit $e^{2x+2}=e^{\ln 2}$ et $y=\ln 2$, c'est-à-dire $2x+2=\ln 2$ et $y=\ln 2$ soit $x=\frac{-2+\ln 2}{2}$ et $y=\ln 2$.

Donc $\boxed{S=\left\{\left(-1+\frac{\ln 2}{2};\ln 2\right)\right\}}$

b)$\begin{cases} \ln x-2\ln y=-2 \\ 2\ln x+\ln y=6 \end{cases}$

le système a un sens $\Leftrightarrow x>0$ et $y>0$.

Résolution : Posons $X=\ln x$ et $Y=\ln y$, on a : $\begin{cases} X-2Y=-2 \\ 2X+Y=6 \end{cases}$

D'après 1. $X=2$ et $Y=2$, soit $\ln x=2$ et $\ln y=2$, c'est-à-dire $x=e^2$ et $y=e^2$.

D'où $\boxed{S=\{(e^2,e^2)\}}$

Exercice 2

Donnons la bonne réponse.

Question	1	2	3	4
Réponse	c	b	B	a

Justification

1. f telle que $f(x) = -1 + \frac{x^2}{4}$ a pour primitive F telle que $F(x) = -x + \frac{1}{4} \times \frac{x^3}{3} = -x + \frac{x^3}{12}$.
2. De $2{,}718 < e < 2{,}719$, on déduit successivement :

   $5{,}436 < 2e < 5{,}438$

   $-5{,}438 < -2e < -5{,}436$

   $3 - 5{,}438 < 3 - 2e < 3 - 5{,}436 \Leftrightarrow -2{,}438 < 3 - 2e < -2{,}436$.

   Ainsi $\frac{(-2{,}438)+(-2{,}436)}{2} = -2{,}437$. Donc une valeur approchée à 10^{-3} est $-2{,}437$.
3. On a : $5 \times C_n^2 = 5 \times \frac{n!}{2!(n-2)!} = 5 \times \frac{n(n-1)(n-2)!}{2(n-2)!} = \frac{5n\times(n-1)}{2} = 2{,}5n(n-1)$.
4. Les valeurs possibles qui divisent son âge sont 1, 3 et 5.

   Donc $Card\ A = 3$.

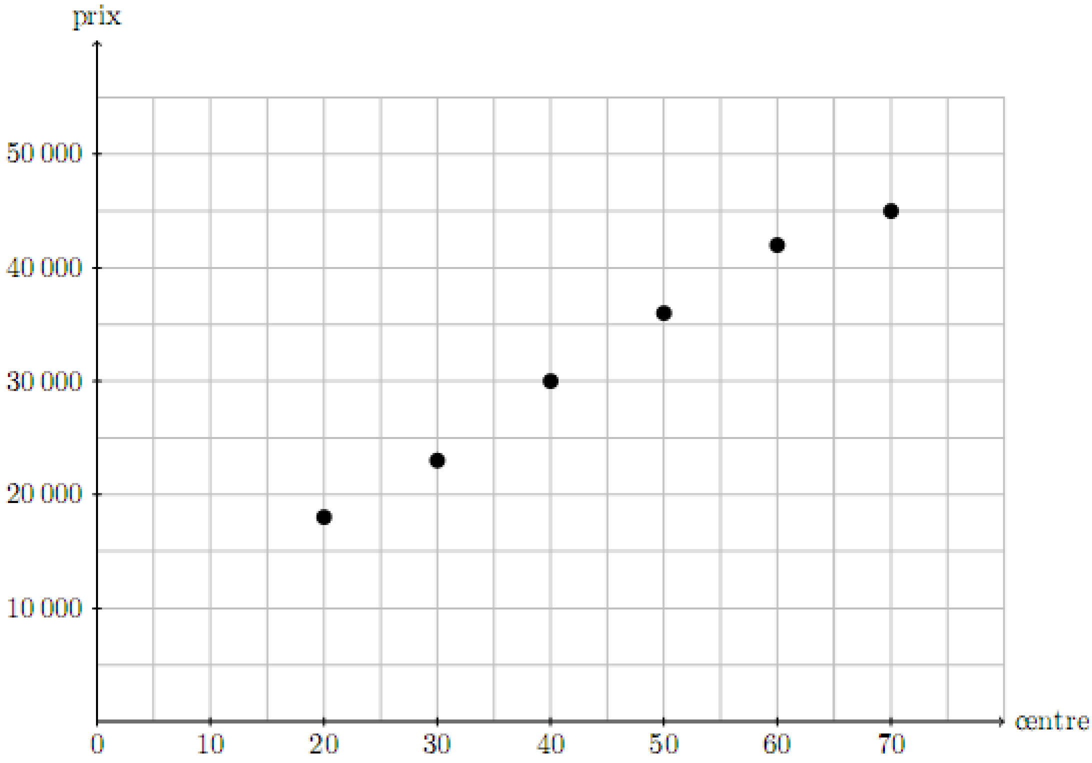
   On a $P(A) = \frac{Card\ A}{Card\ \Omega} = \frac{3}{6} = 0{,}5$.

Problème

Partie A

1. Amplitude : $\mathcal{A} = 25 - 15 = 35 - 25 = \cdots = 75 - 65 \Longrightarrow \mathcal{A} = 10$
2. Nuage de points

Poids en kg	$[15,25[$	$[25,35[$	$[35,45[$	$[45,55[$	$[55,65[$	$[65,75[$	Total
Centre x_i	20	30	40	50	50	70	
Prix en y_i	18 000	23 000	30 000	36 000	42 000	45 000	
Effectifs	5	18	35	20	9	3	90
$n_i x_i$	100	540	1400	1000	540	210	3790
$n_i y_i$	90 000	414 000	1 050 000	720 000	378 000	135 000	2 787 000



3. Calculons le poids moyen $\bar{X}$ d'un mouton.

D'après le tableau ci-dessous, nous avons : $\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{6} n_i x_i = \frac{3790}{90} = 42{,}11$

Donc le poids moyen d'un mouton est de $42{,}11kg$.

4. Calculons le prix moyen $\bar{Y}$ d'un mouton.

On à : $\bar{Y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{6} n_i y_i = \frac{2787000}{90}$

$\bar{Y} = 30966{,}66$. Ainsi le prix moyen d'un mouton est 30966,66 F.

5. Déduisons-en les coordonnées du point moyen G.

D'après 3. Et 4., nous pouvons déduire que G a pour coordonnées $(42{,}11; 30966{,}66)$.

Partie B

1. **Vrai ou faux (par lecture graphique)**

a) Faux ; b) Faux ; c) Vrai ; d) Faux.

2.

(a) Par conjecture $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$.

(b) Dressons le tableau de variation de f.

x	0 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	-
$f(x)$	$+\infty$ $\searrow$ $-\infty$

3.

(a) Calculons $f'(x)$.

$f'(x) = 0 - \frac{1}{x} \Longrightarrow \boxed{f'(x) = -\frac{1}{x}}$

(b) Vérification

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (1 - \ln x) = -\infty$; car $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$.

4.

(a) Écrivons une équation cartésienne de la tangente à la courbe de f au point A d'abscisse e

$(T): y = f'(e)(x - e) + f(e)$ avec $f'(e) = \frac{1}{e}$ et $f(e) = 1 - \ln e = 1 - 1 = 0$

Donc $(T): y = -\frac{1}{2}x + 1 = 0{,}36x + 1$

(b) Tracé de la courbe de g.

On a $g(x) = -f(x)$. Donc la courbe de g se déduit de celle de f par symétrie orthogonale d'axe (ox).