

Tesina di Fondamenti di Controlli Automatici, A.A. 2023-2024

Azhar Moez - 2066699,
Bellinato Tommaso - 2032597,
Lazzarini Matteo - 2066590

14/07/2024

1 Primo esercizio

Come prima richiesta bisognava simulare il sistema e osservare l'evoluzione libera facendo partire il magnete da un punto più alto rispetto all'equilibrio in modo da trovare lo scostamento più grande da tale valore per il quale il magnete converge all'equilibrio.

Analizziamo i parametri considerati:

- z_0 : la posizione iniziale del sistema
- z_{eq} : posizione per la quale il sistema si trova in equilibrio
- c : variabile che tiene traccia dello scostamento dall'equilibrio

Inizializziamo z_0 come:

$$z_0 = z_{eq} + c$$

L'assignment è stato svolto a tentativi, in modo da trovare il valore più grande di c per il quale il sistema converge all'equilibrio. Per fare ciò è stato definito un ciclo `for` che *plotta* la posizione del centro del magnete per ogni valore di c scelto osservando il primo valore per il quale la simulazione diverge.

Successivamente sono stati tenuti solo quei due valori per una visione più chiara del grafico.

I risultati ottenuti ci permettono di capire che il nostro sistema, privo di controllo di feedback, converge all'equilibrio e quindi rimane stabile se inizializzato con $z_{eq} \leq z_0 \leq 1.46$ m, mentre con $z_0 \geq 1.47$ m il sistema diverge.

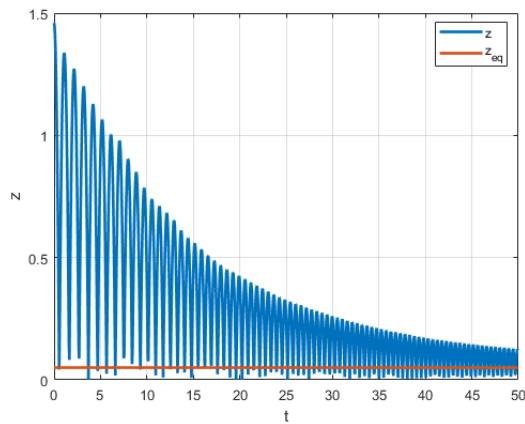


Figura 1: $z_0 = 1.46$ m

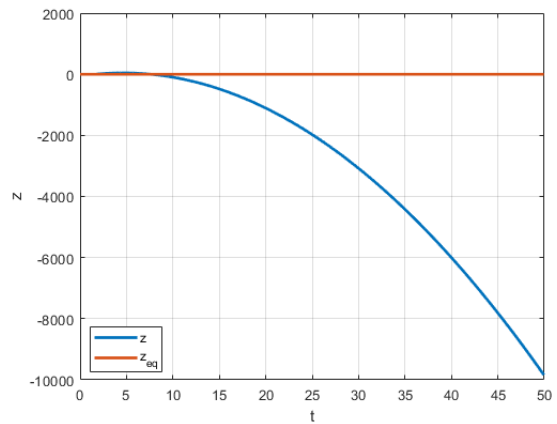


Figura 2: $z_0 = 1.47$ m

2 Secondo esercizio

Come seconda richiesta bisognava provare a trovare un controllore puramente proporzionale che ci permettesse di ottenere un settling time < 1 sec quando $z_{\text{ref}}(t) = z_0 + 0.02 \text{ step}(t)$ in catena chiusa, riportando i passaggi seguiti per creare tale controller con annessa simulazione del sistema SISO non lineare in caso di successo; altrimenti motivare il perché non fosse possibile realizzare un controllore che rispettasse tutte le specifiche indicate.

Per studiare la stabilità in catena chiusa disegno il luogo delle radici e osservo che il sistema è stabile per $K > 0$.

Definisco un array contenente plausibili valori di K disposti in ordine crescente e per ognuno di essi *plotto* la corrispondente traiettoria del sistema non lineare.

Ricavo il settling time del **sistema linearizzato** corrispondente ad ogni valore di K e ne estraggo il più piccolo, osservo che per il campione di valori di K (il quale ricopre un ampio range), il settling time è **ampiamente** al di sopra del massimo richiesto: il sistema linearizzato ha il settling time minore pari a circa 6017 sec con $K_p = 5000$.

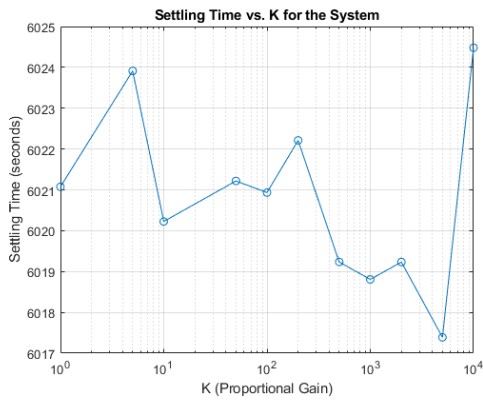


Figura 3: Settling time corrispondente all'array di K

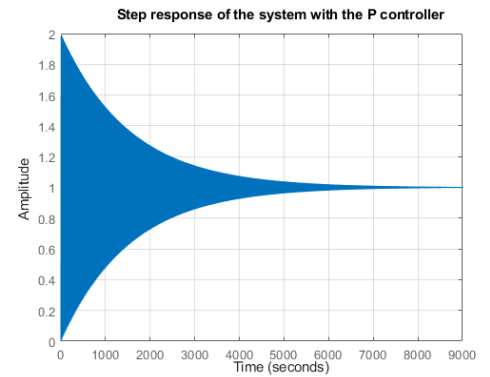


Figura 4: Simulazione del sistema linearizzato con controllore proporzionale avente $K_p = 5000$

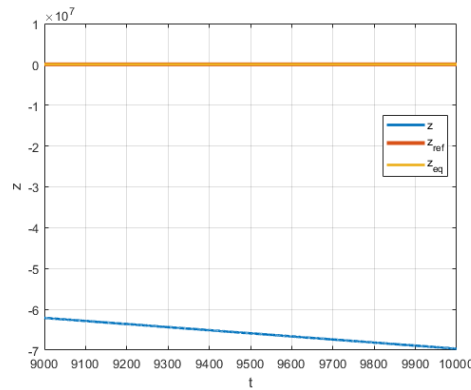


Figura 5: Simulazione della posizione del centro del magnete con $K_p = 5000$

Osservo inoltre che il settling time trovato **NON** corrisponde a quello per il quale il sistema simulato converge a $z_{\text{ref}} = 0.07$ m: il **modello SISO non lineare** è a fatica stabile e necessita di un controllore appropriato per aumentarne il "bacino di stabilità".

Si conclude che quindi non è possibile realizzare un controllore puramente proporzionale che soddisfi le specifiche richieste per i motivi riportati in precedenza.

3 Terzo esercizio

Come terza richiesta bisognava sviluppare un controllore PID in modo che il sistema convergesse al riferimento dell'assignment precedente usando gli strumenti di matlab che più ritenevamo utili, riportare i passaggi seguiti per lo sviluppo di tale controller e la simulazione del sistema SISO non lineare.

Come prima cosa abbiamo ricavato la funzione di trasferimento del sistema, per poi usare uno strumento integrato in MATLAB chiamato `pidTuner`, il quale permette di impostare i parametri del controllore PID (K_p, K_i, K_d) in modo che la sovraelongazione non sia eccessiva e che il margine di stabilità sia adeguato. E' inoltre possibile visualizzare gli eventuali tempi di salita e assestamento del sistema.

Una volta ottenuti i parametri del controllore PID lo abbiamo implementato nel nostro sistema, verificando tramite il Diagramma di Bode che il margine di fase fosse adeguato, poichè, come si vede dal grafico, è sempre superiore ai 90 deg.

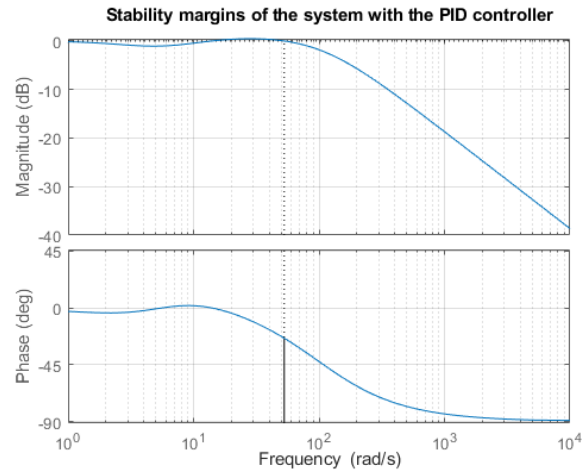


Figura 6: Margini di stabilità

Come ultima cosa abbiamo *plottato* la simulazione in catena chiusa con controllore PID e sistema SISO non lineare, ottenendo un buon risultato in termini di tempo di salita, sovraelongazione, tempo di assestamento e la corretta convergenza a $z_{ref} = 0.07$ m.

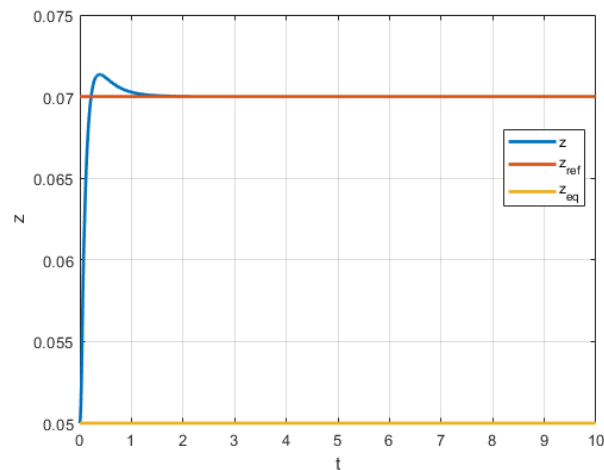


Figura 7: Simulazione della posizione del centro del magnete

4 Quarto esercizio

Come quarta richiesta bisognava scegliere un tipo di controllore a nostra scelta e spingere il centro del magnete il più in alto possibile con una z_{ref} opportuna e inizializzando il sistema all'equilibrio.

Per comodità abbiamo utilizzato il controllore dell'assignment precedente *ri-tarandolo* in modo da ottenere il risultato richiesto, utilizzando il tool `pidTuner` e ulteriori modifiche manuali.

Abbiamo notato che aumentando i parametri del PID o z_{ref} , superato un certo valore non influiscono ulteriormente sull'aumento dell'altezza massima raggiungibile dal magnete, che abbiamo individuato essere pari a $z = 0.11079$ m: questo è dovuto al fatto che il sistema non lineare impone un limite massimo all'input di corrente che può essere generato dal controllore.

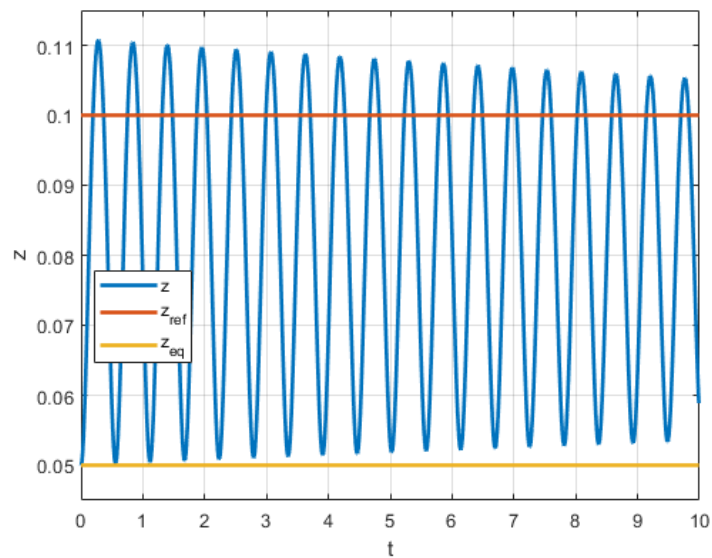


Figura 8: Simulazione della posizione del centro del magnete

5 Quinto esercizio

Come quinta richiesta bisognava utilizzare un controllore a nostra scelta e verificare che l'errore di tracciamento della traiettoria del nostro magnete rispetto ai due riferimenti dati fosse inferiore a $error_{\max} = 0.02$ m.

Anche qui, per iniziare abbiamo preso come modello il controllore PID realizzato nel terzo assignment. In questo caso il processo di *ri-taratura* non è stato effettuato, perché i risultati ottenuti erano compatibili con quelli della consegna; abbiamo ritenuto quindi di mantenere lo stesso controllore con gli stessi parametri.

5.1 1^a traiettoria

Prendiamo come riferimento la seguente traiettoria:

$$z_{\text{ref}}(t) = z_0 + 0.01 \sin(2\pi t)$$

I risultati ottenuti *plottando* il grafico rispetto al primo riferimento sono molto buoni, si può vedere infatti che l'errore massimo è ampiamente all'interno del range $\pm error_{\max}$.

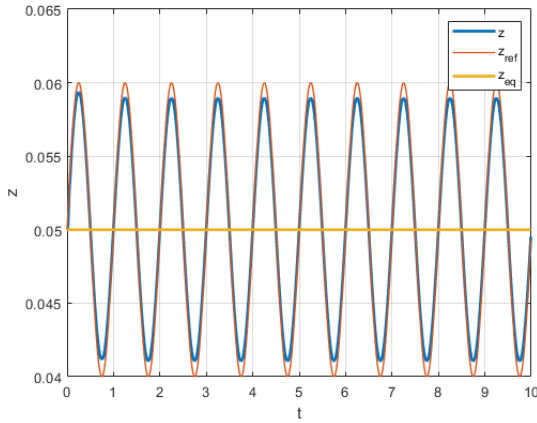


Figura 9: Simulazione della posizione del centro del magnete

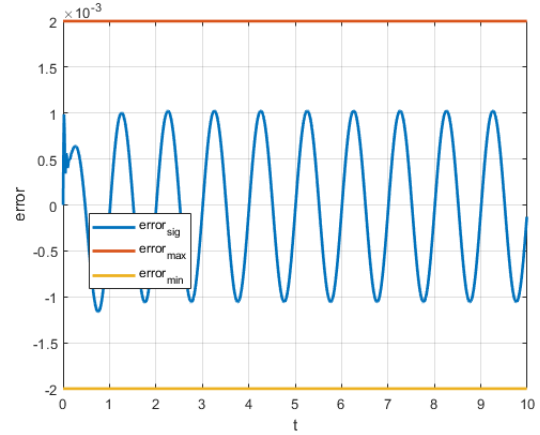


Figura 10: Errore di tracciamento

5.2 2^a traiettoria

Prendiamo ora come riferimento la seguente traiettoria:

$$z_{\text{ref}}(t) = z_0 + 0.01 \text{squarewave}(2\pi t)$$

Per il secondo riferimento, come si può notare dal grafico dell'errore, in ogni step è presente un picco molto ampio che sale e scende molto rapidamente fino a ritornare all'interno di valori accettabili, questo comportamento è conseguenza del tipo di riferimento adottato.

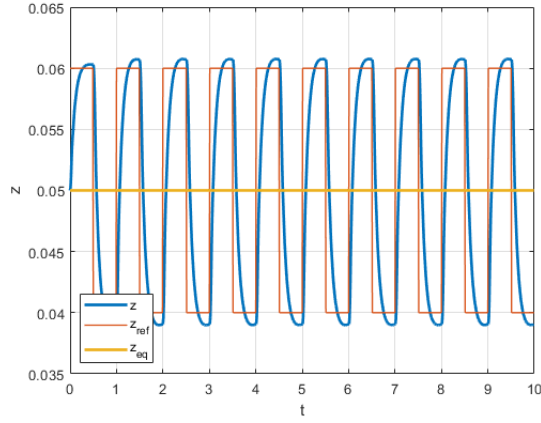


Figura 11: Simulazione della posizione del centro del magnete

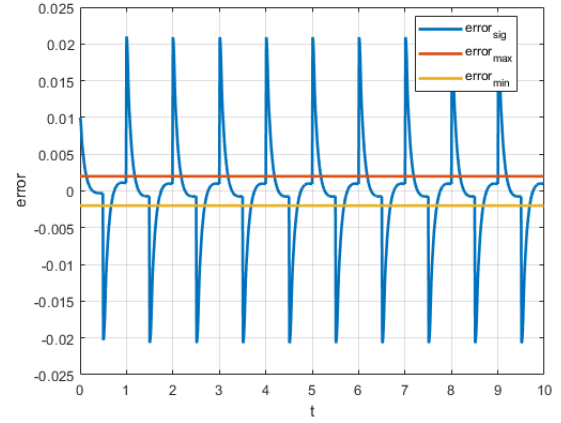


Figura 12: Errore di tracciamento

Indipendentemente dal tipo di controllore scelto, ne servirebbe uno che permettesse al sistema di avere un tempo di salita infinitesimo, praticamente pari a 0 per far sì che il magnete segua la traiettoria con un valore accettabile.

Se il magnete parte a $t = 0$ con $z = 0.05$ impiega comunque del tempo, anche se poco, a raggiungere il riferimento richiesto, sia in fase di salita che in fase di discesa; il tempo impiegato a raggiungere il riferimento dell'onda quadra è appunto quello che provoca i picchi di errore: si può notare, infatti, che una volta raggiunto il riferimento, il sistema rientra in un range di valori accettabile.

In conclusione quindi riteniamo non sia possibile realizzare un controllore che permetta un errore che rientri nel range $\pm error_{max}$ per il secondo riferimento: servirebbero modi pressoché infiniti per seguire il riferimento come da specifiche.