

แบบเสนอโครงร่างวิชาคณิตศาสตร์ดิสครีต

เรื่อง การศึกษาปัญหา Knight's Tour ด้วยโปรแกรม

ชื่อรายงาน : การศึกษาปัญหา Knight's Tour ด้วยโปรแกรม

ผู้เสนอ : 6033623123 ดำรงค์ ตงศิริ
6033634023 นันทนัช สภาวุฒานูเดช
6033637023 นิโอ สิบบุญเรือง
6033646623 ภัทรพล คำมูล
6033654623 วรนนท์ จันทะรี
6033657523 วุฒิภัทร คำนวนสินธุ์
6033662623 ศิรปวีณ์ กันยาพากุล
6033666123 สุรเชษฐ แก้วกล้า

บทคัดย่อ

เนื่องจากพวกเราได้ศึกษาทฤษฎีกราฟในวิชาคณิตศาสตร์ดิสครีต และได้มีการกล่าวถึงปัญหาม้าหมากรุก โดยใช้ทฤษฎีกราฟในการแก้ปัญหา พวกเราจึงสนใจที่จะศึกษาวิธีการเดินของม้าหมากรุกในปัญหานี้ว่าจะสามารถเดินได้อย่างไรบ้าง โดยศึกษาจากอัลกอริทึมที่สามารถนำมาแก้ปัญหานี้ และทำเป็นโปรแกรมขึ้นมา จากการทดลองใช้โปรแกรมศึกษาการเดินของม้าหมากรุกแล้ว พบว่าการใช้อัลกอริทึม Backtracking ในการแก้ปัญหานี้ มีข้อบกพร่องในการเริ่มให้จุดแรกเป็นจุดที่อยู่บริเวณตรงกลางกระดาน เนื่องจากตัวโปรแกรมจะทำการวิ่งแบบสุ่ม จึงทำให้ใช้เวลานานกว่าการเริ่มให้จุดแรกเป็นจุดที่บริเวณมุม ส่วนอัลกอริทึม กฎของวานดอล์ฟ ให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่า โดยที่ทุกจุดสามารถคำนวณออกมาได้โดยใช้เวลาน้อยกว่า 1 วินาที และทางผู้พัฒนาได้มีความเข้าใจในการแก้ไขปัญหานี้ โดยการใช้ทฤษฎีกราฟ เรื่อง แฮมิลโทเนียนกราฟเข้าช่วย ได้เข้าใจถึงหลักการในการแก้ปัญหานี้มากขึ้น

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
บทคัดย่อ	1
บทที่ 1 บทนำ	3
บทที่ 2 เอกสารที่เกี่ยวข้อง	4
บทที่ 3 อุปกรณ์และวิธีการดำเนินการ	6
บทที่ 4 ผลการทดลอง	8
บทที่ 5 สรุปผลการทดลอง	9
บรรณานุกรม	10

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญ

เนื่องจากพวกเราได้ศึกษาทฤษฎีกราฟในวิชาคณิตศาสตร์ดิสครีต และได้มีการกล่าวถึงปัญหาม้าหมากรุก โดยใช้ทฤษฎีกราฟในการแก้ปัญหา พวกเราจึงสนใจที่จะศึกษาวิธีการเดินของม้าหมากรุกในปัญหานี้ว่าจะสามารถเดินได้อย่างไรบ้าง โดยศึกษาจากอัลกอริทึมที่สามารถนำมาแก้ปัญหานี้ และทำเป็นโปรแกรมขึ้นมา พวกเราหวังว่า จะสามารถเห็นประโยชน์และการนำไปปรับใช้ในการแก้ปัญหาอื่นๆ จากการศึกษาปัญหานี้

1.2 วัตถุประสงค์

1. ได้ศึกษาเรื่องทฤษฎีกราฟ และการนำมาใช้ในการแก้ปัญหา
2. ได้ศึกษาอัลกอริทึมที่จะนำมาใช้แก้ปัญหา

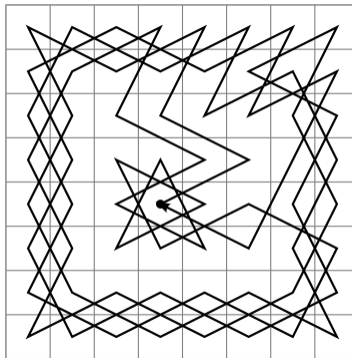
1.3 ผลที่คาดว่าจะได้รับ

1. เข้าใจในเรื่องทฤษฎีกราฟ และการนำมาใช้
2. สามารถประยุกต์ความรู้ที่ได้มาแก้ปัญหาอื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง

บทที่ 2

เอกสารที่เกี่ยวข้อง

2.1 Knight's tour



รูปที่ 2.1 เส้นทางเดินของม้า

ประวัติความเป็นมา

ปัญหาการเดินม้าหมากรุก คือ ปัญหาทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการเดินม้าในตารางหมากรุก โดยที่ม้าจะเดินผ่านช่องหมากรุกทุกช่อง ช่องละ 1 ครั้ง สามารถเดินได้ 2 แบบคือ การเดินแบบเปิดเป็นการเดินม้าที่มีจุดเริ่มต้นกับจุดสิ้นสุดคนละจุดกัน และ การเดินแบบปิดเป็นการเดินม้าที่จุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดเป็นจุดเดียวกัน โดยปกติแล้วขนาดตารางหมากรุกที่ใช้คือ 8x8

การอ้างอิงที่เป็นที่รู้จักและเก่าแก่ที่สุดของปัญหาทางเดินม้าบนตารางหมากรุกนั้นอยู่ในศตวรรษที่ 9 โดย กวีชาวอินเดียชื่อว่า รุทธะ เขาได้เขียนแบบแผนในการเดินม้าบนกระดานหมากรุกแบบครึ่งกระดานในรูปแบบบทกวีภาษาสันสกฤต

ลีออนฮาร์ด ออยเลอร์ เป็นหนึ่งในนักคณิตศาสตร์กลุ่มแรกที่สามารถจับเทคนิคปัญหาทางเดินม้าหมากรุกได้ ซึ่งกล่าวได้ว่าเป็นเทคนิคแรกที่สมบูรณ์แบบ เทคนิคนี้ได้ถูกเขียนเป็นกฎของวานดรอฟและได้รับการเผยแพร่ครั้งแรกในปี ค.ศ.1823

ทฤษฎีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ใช้แฮมิลโทเนียนกราฟในการแก้ปัญหาโดยที่การเดินม้าแบบปิดจะเป็นแฮมิลโทเนียนไซเคิล และการเดินม้าแบบเปิดจะเป็นแฮมิลโทเนียนพาทหรือเรียกว่าเป็นกึ่งแฮมิลโทเนียนกราฟ

2.2 Backtracking

Backtracking คือ อัลกอริทึมทั่วไปที่ใช้เพื่อหาวิธีแก้ปัญหาสำหรับปัญหาทางคอมพิวเตอร์ อย่างเช่น ความพึงพอใจของปัญหาข้อจำกัด (Constraint satisfaction problems) โดยจะสร้างตัวเลือกที่เป็นไปได้ที่จะนำไปสู่ผลลัพธ์มากขึ้นเรื่อยๆ และจะกำจัดตัวเลือกทันทีเมื่อพบว่าตัวเลือกนั้นเป็นไปได้ที่จะนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง เราสามารถนำ Backtracking มาใช้แก้ปัญหา Knight's tour ได้

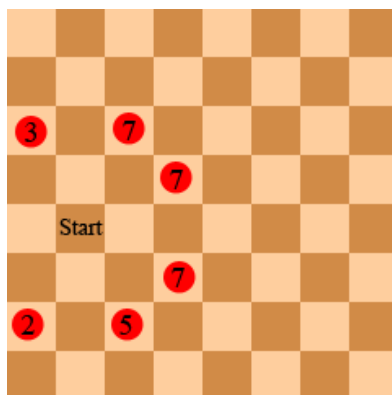
ข้อดี

- 1) นำมาปรับใช้ได้ง่าย
- 2) ไม่ต้องกังวลกับการเปลี่ยนแปลงสถานะเพราะว่ามันถูกจัดเก็บใน Stack
- 3) เป็นวิธีลองผิดลองถูกที่ง่าย
- 4) เขียนโค้ดน้อย

ข้อเสีย

- 1) มีการเรียกใช้ฟังก์ชันหลายฟังก์ชันจึงเป็นการสิ้นเปลืองเวลา
- 2) ประสิทธิภาพจะลดลงเมื่อสถานะหนึ่งๆมีการแตกแขนงออกไปหลายแขนง
- 3) ต้องการพื้นที่เยอะมากเพราะจะต้องเก็บสถานะของแต่ละฟังก์ชันไว้ใน Stack

2.3 Warnsdorff's rule



รูปที่ 2.2 ตารางแสดงวิธีการเดินม้าหมากรุกตามกฎของวานส์ดอร์ฟ

กฎของวานส์ดอร์ฟเป็นวิธีการแบบฮิวริสติกสำหรับการหาวิธีการเดินม้าหมากรุก ในการเดินม้าแต่ละครั้งนั้นจะต้องเป็นไปตามกฎ กล่าวคือ กำหนดให้ทุกช่องที่สามารถเดินได้จากช่องปัจจุบัน (ซึ่งไม่นับรวมถึงช่องที่เคยเดินผ่านไปแล้ว) จะมีค่าเท่ากับจำนวนช่องที่ช่องดังกล่าวสามารถเดินต่อไปได้ตามกฎของการเดินม้าหมากรุก (ซึ่งไม่นับรวมถึงช่องที่เคยเดินผ่านไปแล้ว) การเลือกช่องต่อไปสำหรับการเดินม้าจะพิจารณาเลือกช่องที่มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งหากมีหลายช่องที่มีค่าน้อยที่สุดเท่ากันก็อาจมีทางเลือกได้หลายทาง โดยทั่วไปกฎของวานส์ดอร์ฟ จะนำไปประยุกต์ใช้กับเรื่องกราฟได้ ในเรื่องของทฤษฎีกราฟ การเดินม้าหมากรุกแต่ละครั้ง จะเดินไปยังปมที่อยู่ติดกันด้วยดีกรีที่น้อยที่สุด ถึงแม้ว่าปัญหาทางเดินของแฮมิลตันจะจัดอยู่ในเรื่องของกลุ่มปัญหาเอ็นพีแบบยาก โดยปกติแล้วในการใช้วิธีการแบบฮิวริสติกในหลายๆกราฟสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยอัตราการใช้หน่วยความจำที่ต่ำ แต่สำหรับปัญหาทางเดินม้าหมากรุกนี้จัดเป็นกรณีพิเศษ

บทที่ 3

อุปกรณ์และวิธีการดำเนินการ

3.1 วัสดุอุปกรณ์ เครื่องมือ และโปรแกรมที่ใช้ในการพัฒนา

1. เครื่องคอมพิวเตอร์

2. โปรแกรมที่ใช้ในการดำเนินงาน

2.1 NetBeans IDE 8.1

3. ภาษาที่ใช้เขียนโปรแกรม

3.1 Java

3.2 ขั้นตอนการดำเนินการ

3.2.1 เขียนโปรแกรม Backtracking ของแฮมิลโทเนียนพาส

แฮมิลโทเนียนพาส ในกราฟที่ไม่มีทิศทางจะเป็นเส้นทางที่ผ่านแต่ละจุดตรงๆ แฮมิลโทเนียนไซเคิล (หรือแฮมิลโทเนียนเซอร์คิท) เป็นแฮมิลโทเนียนพาส ซึ่งมีขอบ (ในกราฟ) จากจุดสุดท้ายจนถึงจุดแรกของแฮมิลโทเนียนพาสนั้น กำหนดว่ากราฟที่ระบุมี แฮมิลโทเนียนไซเคิลหรือไม่ หากมีอยู่จึงพิมพ์เส้นทาง

ขั้นตอนวิธี :

1. สร้างอาร์เรย์พาสที่ว่างเปล่า และเพิ่มจุด 0 ลงไป
2. ตรวจสอบว่าจุดที่จะเพิ่มต่อไป อยู่ติดกับจุดยอดที่เพิ่มก่อนหน้านี้และยังไม่ได้เพิ่มไว้
 - 2.1 ถ้าพบจุดดังกล่าว จะเพิ่มจุดดังกล่าวเป็นส่วนหนึ่งของการแก้ปัญหา
 - 2.2 ถ้าเราไม่พบจุดยอด เราก็จะกลับเป็นเท็จ

3.2.2 เขียนโปรแกรมที่ประยุกต์จากกฎของวานดอร์ฟ

กฎของวานดอร์ฟสามารถใช้ได้กับจุดเริ่มต้นที่ช่องใดก็ได้ของตารางหมากรุก จำนวนครั้งที่เดินได้ก็คือจำนวนตัวเลขที่บรรจุในแต่ละช่อง ซึ่งตามกฎแล้ว จะต้องเดินไปยังช่องที่มีตัวเลขน้อยที่สุดนั่นเอง จากนั้นก็เลือกเดินตามกฎต่อไปจนกว่าจะเดินได้ครบทุกช่อง

ข้อตกลง: ตำแหน่ง Q จะเข้าถึงจากตำแหน่ง P ได้ ถ้าหากว่า P สามารถเคลื่อนที่ไปยัง Q ได้ด้วยการเคลื่อนที่เพียงครั้งเดียว และ Q ยังเป็นตำแหน่งที่ยังไม่ได้เยี่ยม

ความสามารถในการเข้าถึงตำแหน่ง P เท่ากับ จำนวนของตำแหน่งที่สามารถเข้าถึงได้จากตำแหน่ง P

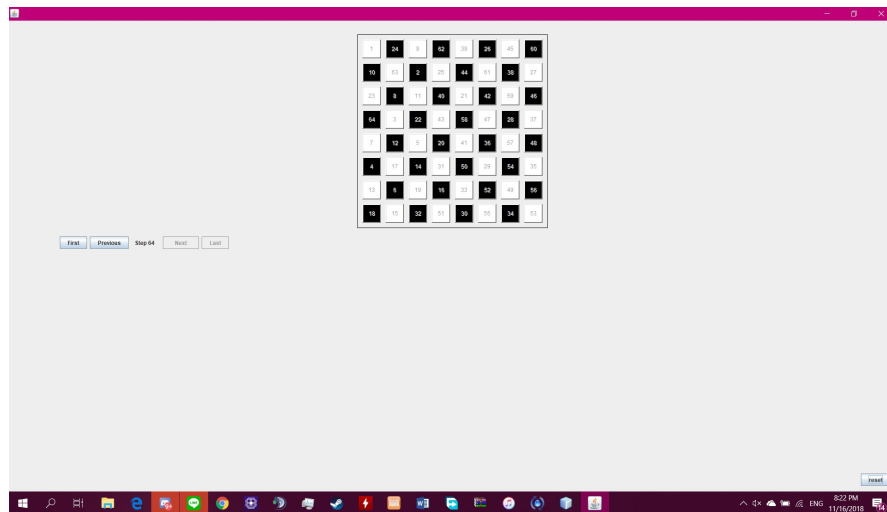
ขั้นตอนวิธี :

1. กำหนดให้ P เป็นตำแหน่งเริ่มต้นของการเดินหมากรุก โดยเลือกจุดเริ่มต้นนี้แบบสุ่ม
2. กำหนดให้จุดเริ่มต้นมีเลขกำกับกับการเคลื่อนที่เป็น 1
3. สำหรับทุกการเคลื่อนที่มีเลขกำกับกับการเคลื่อนที่เป็น 2 ขึ้นไป
 - 3.1 กำหนดให้ S เป็นตำแหน่งที่เข้าถึงได้จากตำแหน่งที่ส่งเข้าไป
 - 3.2 กำหนดตำแหน่ง P ให้เป็นตำแหน่ง ที่ตำแหน่ง S มีความสามารถที่จะเข้าถึงได้น้อยที่สุด
 - 3.3 ทำเครื่องหมายแสดงเลขกำกับกับการเคลื่อนที่บนตำแหน่ง P
4. คำนวณตารางหมากรุกที่ได้รับการทำเครื่องหมายแล้ว โดยแต่ละช่องจะถูกทำเครื่องหมายด้วยเลขกำกับกับการเคลื่อนที่ที่มันถูกเยี่ยมชม

บทที่ 4

ผลการดำเนินการ

4.1 ผลการทดลอง



ภาพ 4.1 ตารางแสดงผลการทดลองที่ได้จากโปรแกรม

4.2 ผลการทดลองประสิทธิภาพของโปรแกรม

โปรแกรมสามารถแก้ปัญหาคำนวณเส้นทางเดินของม้าหมากรุกได้ ไม่ว่าจะกำหนดจุดเริ่มต้นที่จุดไหนก็ตามของตาราง แต่เนื่องจากข้อจำกัดความสามารถของอัลกอริทึมทำให้เวลาการคำนวณเส้นทางจากแต่ละจุดเริ่มต้นไม่เท่ากัน โดยผลการทดลองเป็นดังนี้

อัลกอริทึมที่ใช้ในการแก้ปัญหา	ผลการทดลองประสิทธิภาพ
Backtracking	<ul style="list-style-type: none">● จุดเริ่มต้นเป็นมุมทั้ง 4 มุมของตารางหมากรุก มีประสิทธิภาพสูงสุด คือใช้เวลาคำนวณน้อยกว่า 1 วินาที● จุดเริ่มต้นเป็นจุดอื่นๆ ใช้เวลาคำนวณเป็นระยะเวลานานมาก
กฎของวานดอร์ฟ	<ul style="list-style-type: none">● ทุกจุดใช้เวลาเท่าๆกัน คือใช้เวลาคำนวณน้อยกว่า 1 วินาที

บทที่ 5

สรุปผลการดำเนินการ และข้อเสนอแนะ

5.1 การดำเนินงานจัดทำโครงการ

1. วัตถุประสงค์

1. ได้ศึกษาเรื่องทฤษฎีกราฟ และการนำมาใช้ในการแก้ปัญหา
2. ได้ศึกษาอัลกอริทึมที่จะนำมาใช้แก้ปัญหา
2. วัสดุอุปกรณ์ เครื่องมือ และโปรแกรมที่ใช้ในการพัฒนา
 1. เครื่องคอมพิวเตอร์

2. โปรแกรมที่ใช้ในการดำเนินงาน

2.1 NetBeans IDE 8.1

3. ภาษาที่ใช้เขียนโปรแกรม

3.1 Java

5.2 สรุปผลการดำเนินงานโครงการ

จากการทดลองใช้โปรแกรมศึกษาการเดินทางของม้าหมากรุกแล้ว พบว่าการใช้อัลกอริทึม Backtracking ในการแก้ปัญหานี้ มีข้อบกพร่องในการเริ่มให้จุดแรกเป็นจุดที่อยู่บริเวณตรงกลางกระดาน เนื่องจากตัวโปรแกรมจะทำการวิ่งแบบสุ่ม จึงทำให้ใช้เวลานานกว่าการเริ่มให้จุดแรกเป็นจุดที่บริเวณมุม ส่วนอัลกอริทึม กฎของวานดอล์ฟ ให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่า โดยที่ทุกจุดสามารถคำนวณออกมาได้โดยใช้เวลาน้อยกว่า 1 วินาที

ทางผู้พัฒนาได้มีความเข้าใจในการแก้ไขปัญหานี้ โดยการใช้ทฤษฎีกราฟ เรื่อง แฮมิลโทเนียนกราฟ เข้าช่วย ได้เข้าใจถึงหลักการในการแก้ปัญหานี้

5.3 ข้อเสนอแนะ และแนวทางในการพัฒนาต่อ

1. สามารถทำให้โปรแกรมสามารถแสดงผลในกระดานต่อไปได้เองเรื่อยๆ
2. เนื่องจากตัวผลลัพธ์แสดงแค่ตำแหน่งที่ม้าเคลื่อนทั้งหมด แต่หากมองในภาพรวมอาจทำให้มันงงได้ จึงควรพัฒนาให้สามารถชี้ทิศทางที่ตัวม้าเคลื่อนไปในตำแหน่งล่าสุดได้

บรรณานุกรม

Knight's Tour[ออนไลน์]. สืบค้นเมื่อ 15 พฤศจิกายน 2561. เข้าถึงจาก :

https://en.wikipedia.org/wiki/Knight%27s_tour

Backtracking[ออนไลน์]. สืบค้นเมื่อ 15 พฤศจิกายน 2561. เข้าถึงจาก :

<https://en.wikipedia.org/wiki/Backtracking>

Gaurav Sen. (2558). **What are the advantages and disadvantages of a backtracking algorithm?**[ออนไลน์]. สืบค้นเมื่อ 15 พฤศจิกายน 2561. เข้าถึงจาก :

<https://www.quora.com/What-are-the-advantages-and-disadvantages-of-a-backtracking-algorithm>

ปัญหาทางเดินม้าหมากรุก[ออนไลน์]. สืบค้นเมื่อ 15 พฤศจิกายน 2561. เข้าถึงจาก :

<https://th.m.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%9B%E0%B8%B1%E0%B8%8D%E0%B8%AB%E0%B8%B2%E0%B8%97%E0%B8%B2%E0%B8%87%E0%B9%80%E0%B8%94%E0%B8%B4%E0%B8%99%E0%B8%A1%E0%B9%89%E0%B8%B2%E0%B8%AB%E0%B8%A1%E0%B8%B2%E0%B8%81%E0%B8%A3%E0%B8%B8%E0%B8%81>

Warnsdorf's rule[ออนไลน์]. สืบค้นเมื่อ 15 พฤศจิกายน 2561. เข้าถึงจาก :

https://en.wikipedia.org/wiki/Knight%27s_tour#Warnsdorf's_rule

Badlydrawnjeff. (เจ้าของภาพ). (21 ธันวาคม 2552). **Turk-knights-tour.svg** [ภาพดิจิทัล].

จาก https://en.wikipedia.org/wiki/Knight%27s_tour#/media/File:Turk-knights-tour.svg

Bhoman. (เจ้าของภาพ). (6 พฤศจิกายน 2551). **Warnsdorff.gif** [ภาพดิจิทัล].

จาก <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Warnsdorff.gif#mw-jump-to-license>

