Generally we use the following for the unicycle model

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{q} = \frac{1}{2} B(q)\,\omega$$

The equivalent rotation using quaternions gives with $q_x = q_y = 0$ for $q \cdot v \cdot q^{-1}$ using q as a matrix

$$q = \begin{bmatrix} q_w & -q_x & -q_y & -q_z \\ q_x & q_w & -q_z & q_y \\ q_y & q_z & q_w & -q_x \\ q_z & -q_y & q_x & q_w \end{bmatrix}$$

$$q \cdot v = \begin{bmatrix} q_w & 0 & 0 & -q_z \\ 0 & q_w & -q_z & 0 \\ 0 & q_z & q_w & 0 \\ q_z & 0 & 0 & q_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ v \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ q_w v \\ q_z v \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$q \cdot v \cdot q^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -q_w v & -q_z v & 0 \\ q_w v & 0 & 0 & q_z v \\ q_z v & 0 & 0 & -q_w v \\ 0 & -q_z v & q_w v & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_w \\ 0 \\ 0 \\ -q_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \left(q_w^2 - q_z^2\right) v \\ \left(q_w q_z + q_w q_z\right) v \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \left(q_w^2 - q_z^2\right) v \\ 2 q_w q_z v \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2} q \cdot w = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} q_w & 0 & 0 & -q_z \\ 0 & q_w & -q_z & 0 \\ 0 & q_z & q_w & 0 \\ q_z & 0 & 0 & q_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q_z \omega \\ 0 \\ 0 \\ q_w \omega \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{q}_w \\ \dot{q}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(q_w^2 - q_z^2\right) v \\ 2 q_w q_z v \\ -\frac{1}{2} q_z \omega \\ \frac{1}{2} q_w \omega \end{bmatrix}$$