Санкт-Петербургский Государственный Политехнический Университет
Институт компьютерных наук и технологий
Кафедра компьютерных систем и программных технологий

ОТЧЕТ

По лабораторным работам №1-2

Дисциплина: Телекоммуникационные технологии

Тема:

Сигналы телекоммуникационных систем. Ряд Фурье. Преобразование Фурье. Корреляция.

Выполнила студентка гр. 33501/2 ______Белобородова В. Г.

Преподаватель ______Богач Н.В.______

< ____> ___________ 2018 г.

Санкт-Петербург
2018

Оглавление

Список иллюстраций

1. Цель работы

Познакомиться со средствами генерации и визуализации простых сигналов. Получить представление о спектрах телекоммуникационных сигналов.

2. Постановка задачи

1. В командном окне MATLAB и в среде Simulink промоделировать синусоидальный и прямоугольный сигналы с различными параметрами. Получить их спектры. Вывести график. Получить их спектры с помощью преобразования Фурье, вывести на график.
2. Выполнить расчет преобразования Фурье. Перечислить свойства преобразования Фурье.
3. С помощью функции корреляции найдите позицию синхропосылки [101] в сигнале [0001010111000010] . Получите пакет данных, если известно, что его длина составляет 8 бит без учета синхропосылки. Вычислите корреляцию прямым методом, воспользуйтесь алгоритмом быстрой корреляции, сравните время работы обоих алгоритмов.

3. Теоретические сведения

Сигнал

Сигнал — материальный носитель информации, используемый для передачи сообщений в системе связи. Сигнал может генерироваться, но его приём не обязателен, в отличие от сообщения, которое рассчитано на принятие принимающей стороной, иначе оно не является сообщением. Сигналом может быть любой физический процесс, параметры которого изменяются (или находятся) в соответствии с передаваемым сообщением.

Спектр сигнала — это совокупность простых составляющих сигнала с определенными амплитудами, частотами и начальными фазами. Между спектром сигнала и его формой существует жесткая взаимосвязь: изменение формы сигнала приводит к изменению его спектра и наоборот, любое изменение спектра сигнала приводит к изменению его формы. Это важно запомнить, поскольку при передаче сигналов в системе передачи, они подвергаются преобразованиям, а значит, происходит преобразование их спектров.

Классификация сигналов:

По физической природе носителя информации:

- электрические
- электромагнитные
- оптические
- акустические
- и др

По способу задания сигнала:

- детерминированные (описываемые аналитической функцией)
- случайные (для их описания используется аппарат теории вероятностей)

В зависимости от функции, описывающей параметры сигнала:

- непрерывные и дискретные
- периодические и непериодические

- бесконечные и конечные

Ряд и интеграл Фурье

Любая ограниченна, периодическая функция, имеющая конечное число экстремумов на протяжении периода, может быть представлена в виде ряда Фурье:

$$\varphi_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k\, e^{j2\pi k f_1 t}$$

где $f_1 = 1/T_1$; T_1 период функции $\varphi_p(t)$; C_k – постоянные коэффициенты. Коэффициенты могут быть найдены следующим образом:

$$C_k = \frac{1}{T_1}\int_{t_0}^{t_0+T_1} \varphi_p(t) e^{-j\pi k f_1 t} dt$$

При этом значение выражения не зависит от t_0. Обычно берется $t_0=0$ или $t_0= -T_1/2$.

Приведены формулы можно записать в виде одного выражения:

$$\varphi_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{T_1}\int_{t_0}^{t_0+T_1} \varphi_p(t) e^{-j\pi k f_1 t} dt\right] e^{j2\pi k f_1 t}$$

Ряд Фурье справедлив для периодических сигналов, однако на его основе можно вывести соотношения и для непериодических сигналов. В этом случае T1 стремится к бесконечности, в связи с этим частота f1 стремится к нулю и обозначается как *df, kf1* является текущим значением частоты f, а сумма меняется на интеграл. В результате получается выражение:

$$\varphi_p(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_p(t) e^{-j2\pi f t} dt\right] \varphi_p(t) e^{-j2\pi f t} df$$

Это выражение называется интегралом Фурье и объединяет прямое преобразование Фурье:

$$\Phi(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_p(t) e^{-j2\pi f t} dt$$

и обратное преобразование Фурье:

$$\varphi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_p(t) e^{j2\pi f t} dt$$

Приведенные преобразования существуют только для функций с ограниченной энергией:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\varphi(t)|^2 dt \neq \infty$$

В большинстве случаев термин преобразование Фурье обозначает именно интеграл Фурье. Преобразование Фурье сигнала так же называется спектром сигнала.

Свойства преобразования Фурье

Преобразование Фурье имеет ряд свойств:

- Суммирование функций

Преобразование Фурье – линейное преобразование. Отсюда следует:

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \varphi_i(t) \leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \Phi_i(f)$$

где α_i постоянный коэффициент.

- Смещение функций

При смещении функции t_0 ее ПФ умножается на $e^{j2\pi f t_0}$

$$\varphi(t - t_{0)} \leftrightarrow e^{-j2\pi f t_0} \Phi(f)$$

- Изменение масштаба аргумента функции

При домножении аргумента функции t на постоянный коэффициент α, ПФ функции имеет вид $\frac{1}{|\alpha|}\Phi(\frac{f}{\alpha})$:

$$\varphi(\alpha t) \leftrightarrow \frac{1}{\alpha}\Phi(\frac{f}{\alpha})$$

- Перемножение функций

ПФ произведения двух функции равно свертки ПФ этих функций:

$$\varphi_1(t)\varphi_2(t) \leftrightarrow \Phi_1(f) * \Phi_1(f)$$

- Свертывание функций

ПФ свертки двух функций равно произведению ПФ этих функций:

$$\varphi_1(t)\varphi_2(t) \leftrightarrow \Phi_1(f)\Phi_1(f)$$

- Дифференцирование функции

При дифференцировании функции ее ПФ домножается на $j2\pi f$:

$$\frac{d[\varphi(t)]}{dt} \leftrightarrow j2\pi f \Phi(t)$$

- Интегрирование функции

При интегрировании функции ее ПФ делится на $j2\pi f$:

$$\int_{-\infty}^{t} \varphi(t')dt' \leftrightarrow \frac{1}{j2\pi f}\Phi(t)$$

- Обратимость преобразования

Преобразование обратимо с точностью до знака аргумента.

Корреляция

Для нахождения посылки в сигнале можно использовать алгоритм взаимной корреляции, где N – длина всех x и y. Для нахождения посылки можно сдвигать один вектор относительно другого, каждый раз находя значение корреляции. Максимальная корреляция будет соответствовать месту искомой посылки:

$$R = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i * y_i$$

Алгоритм быстрой корреляции:

$$R = \frac{1}{N} F_d^{-1}[X_s' * Y]$$

4. Ход работы

Синусоидальный сигнал

Построить синусоидальный сигнал:

```
f = 3;     % Частота
f0 = 1;    % Начальная фаза
t=0:.01:5; % Шкала времени
A = 5;      % Амплитуда
s = A*sin(2*pi*f*t+f0);
plot(t, s);
```

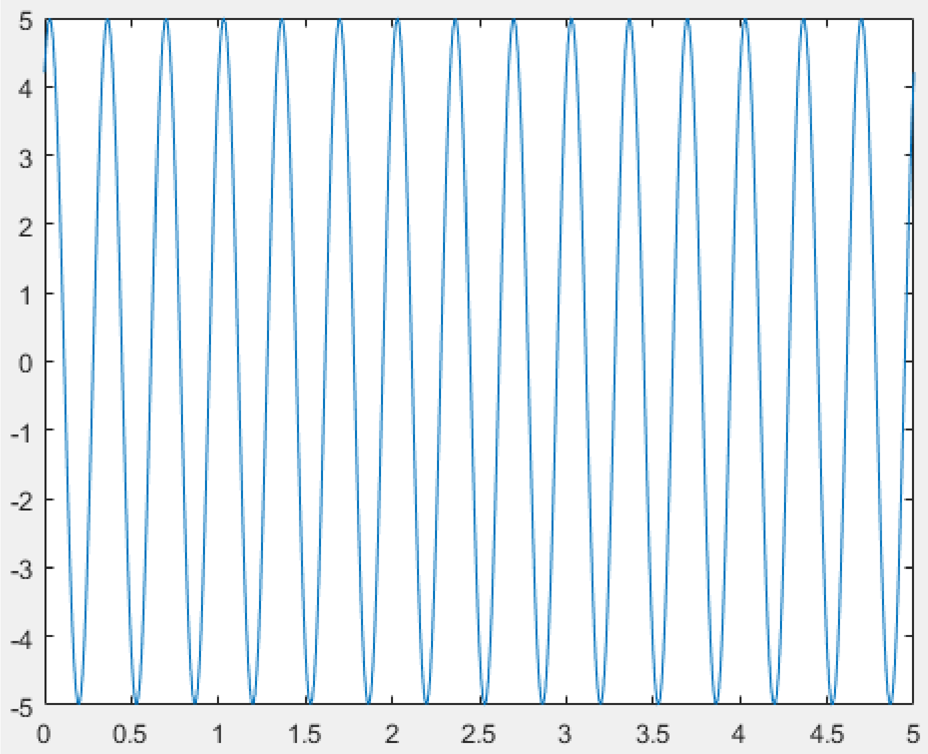

Рис. 4.1 – Синусоидальный сигнал

Найти спектр сигнала:

```
dots = 1024;  % Количество линий Фурье спектра
spektr = fft(s,dots);  % Быстрое преобразование Фурье
figure;
plot(abs(spektr));
```

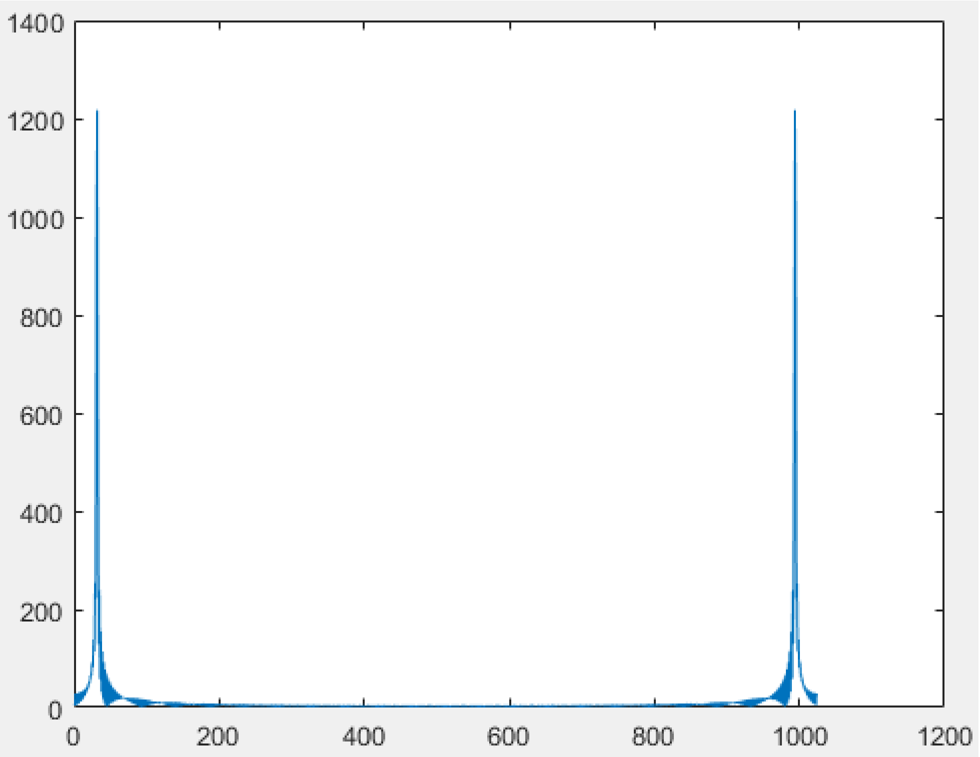

Рис. 4.2 – Спектр синусоидального сигнала

Прямоугольный сигнал

Построить прямоугольный сигнал:

```
duty = 25; % The duty cycle is the percent of the signal period
           % in which the square wave is positive
t=0:.1:50; % Шкала времени
s = square(t,duty);
plot(t, s);
```

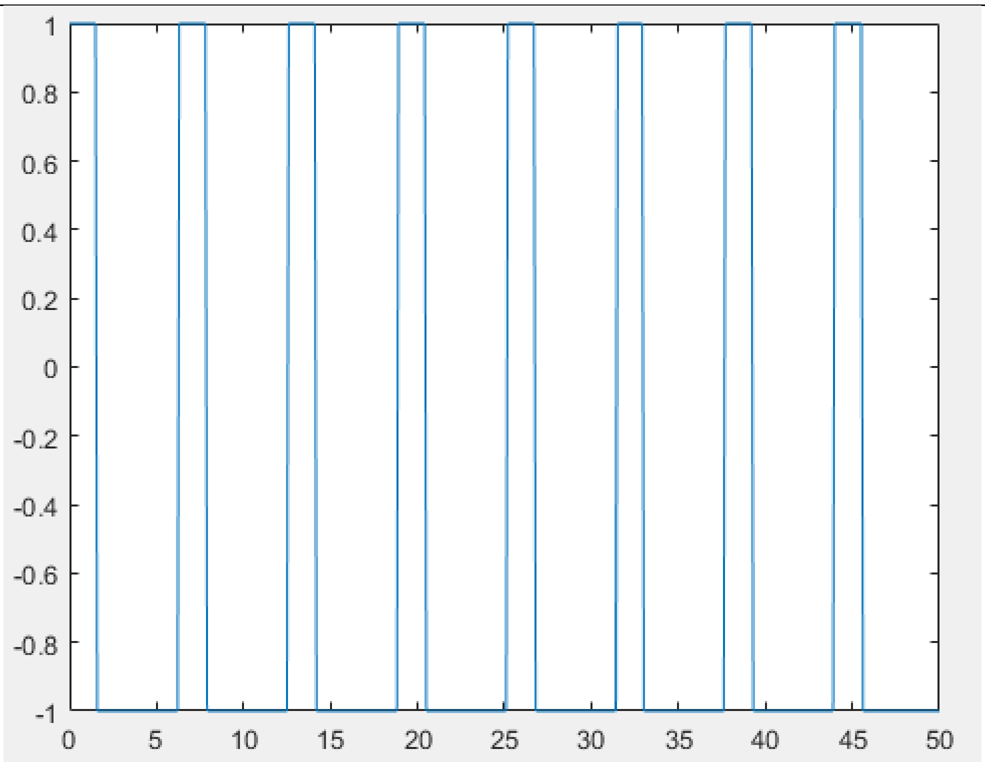

Рис. 4.3 – Прямоугольный сигнал

Найти спектр сигнала:

```
dots = 1024;  % Количество линий Фурье спектра
spektr = fft(s,dots);  % Быстрое преобразование Фурье
figure;
plot(abs(spektr));
```

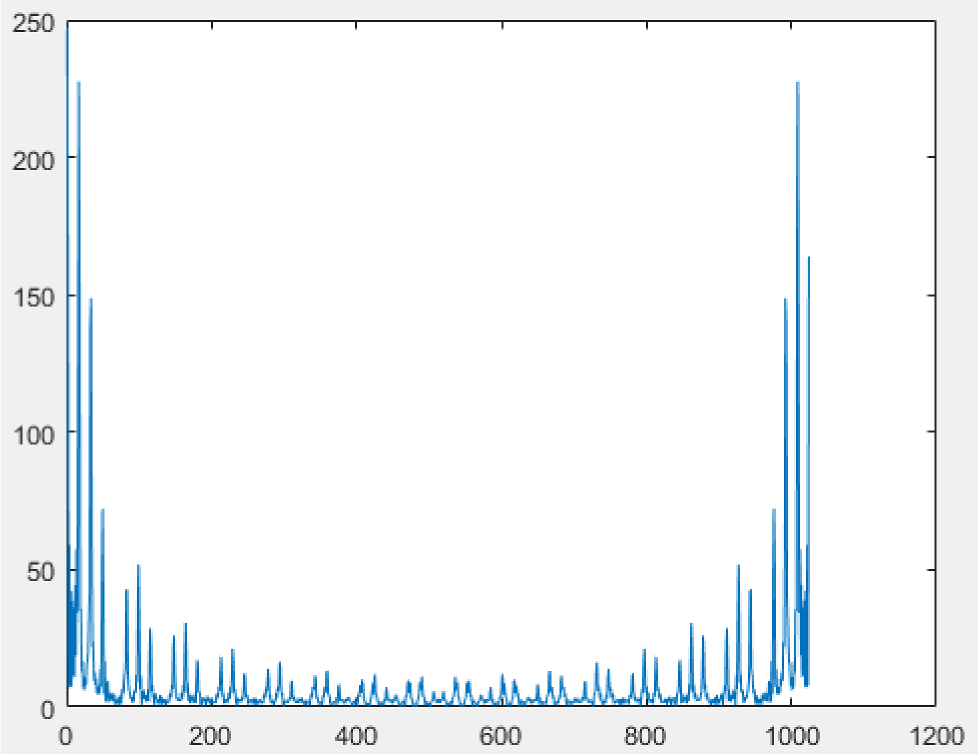

Рис. 4.4 – Спектр прямоугольного сигнала

Синусоидальный сигнал в Simulink

Создан проект в Simulink:

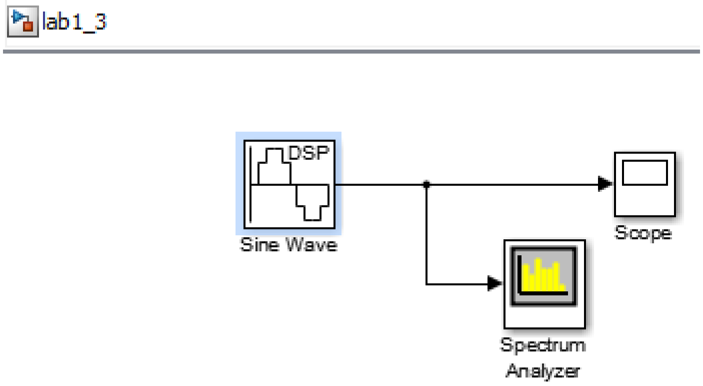

Рис. 4.5 – Схема для исследования син. сигнала в Simulink

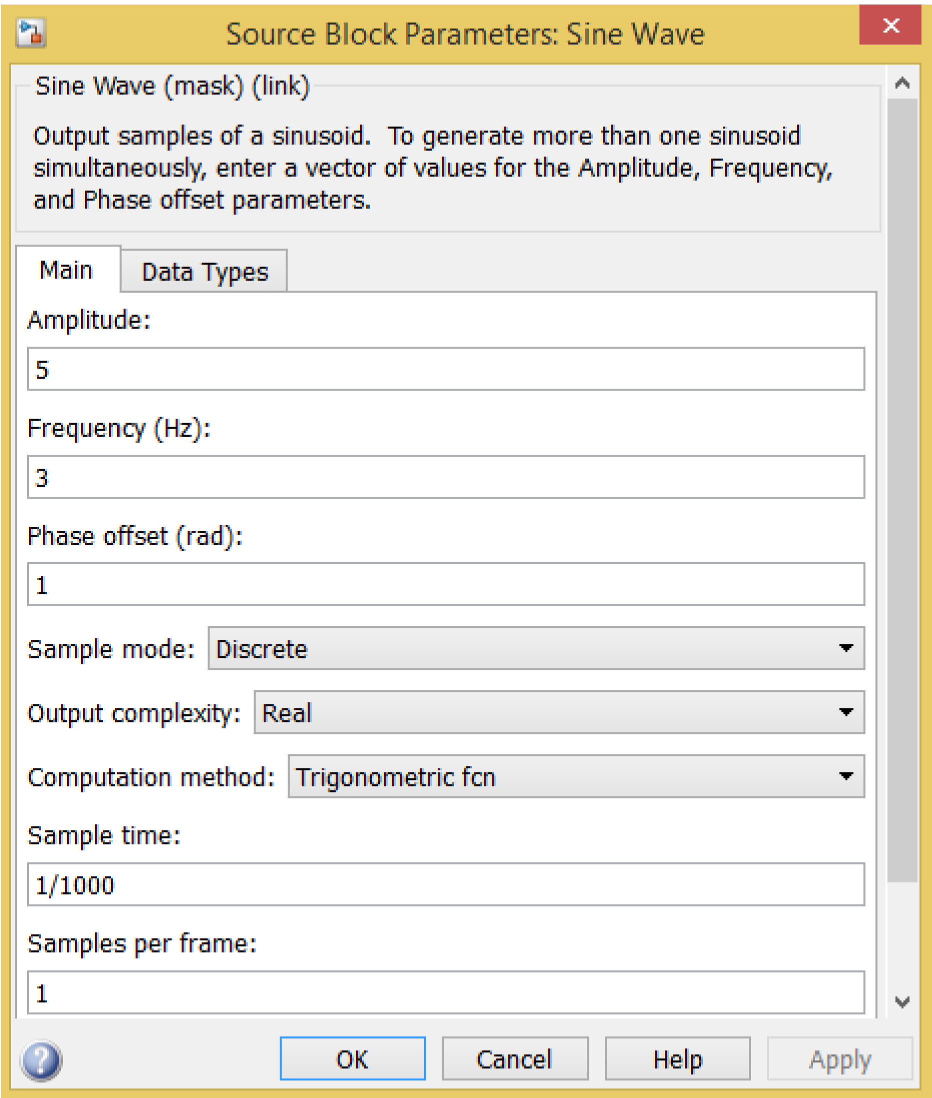

Рис. 4.6 – Параметры син. сигнала в Simulink

Результат работы схемы:

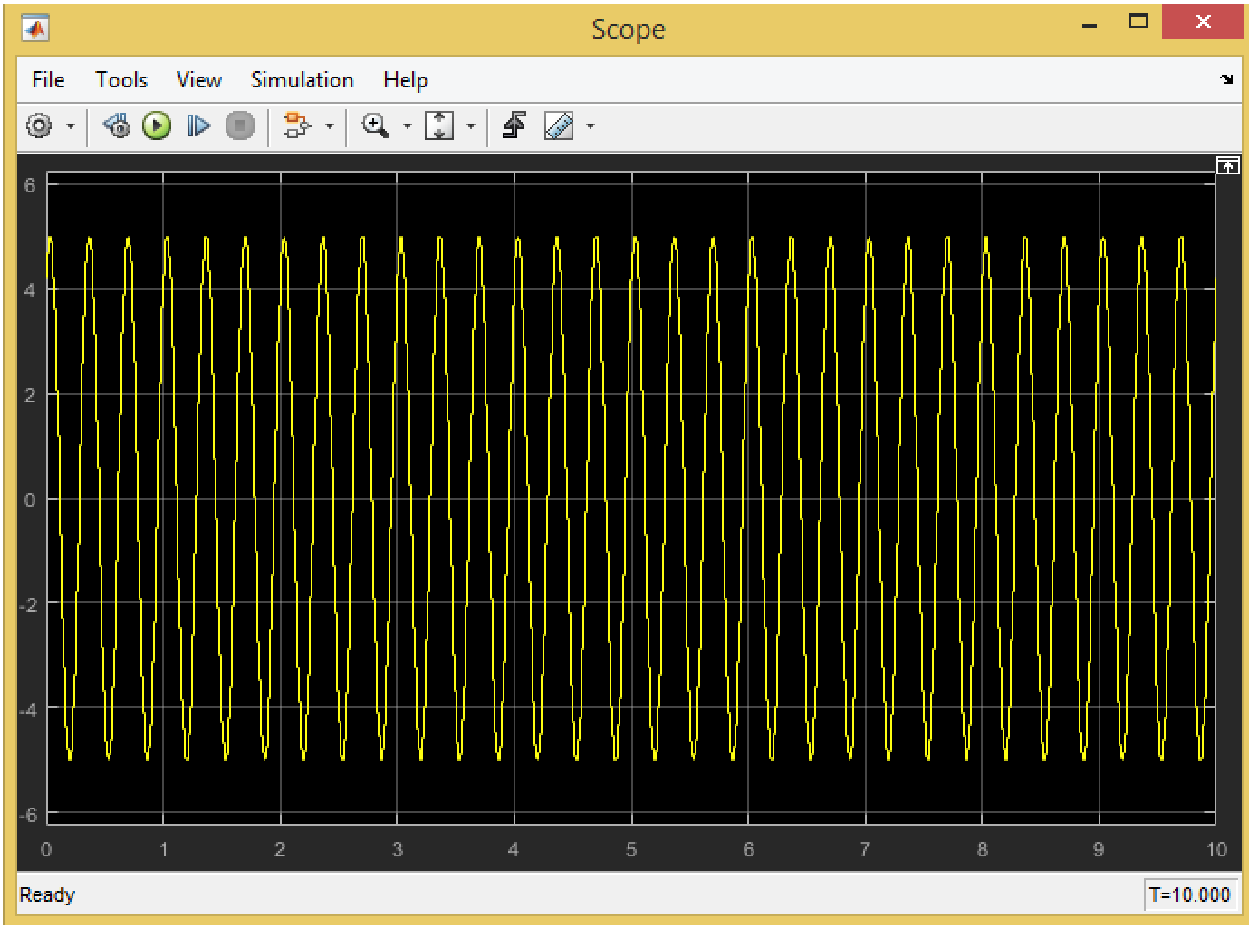

Рис. 4.7 – Scope - sin в Simulink

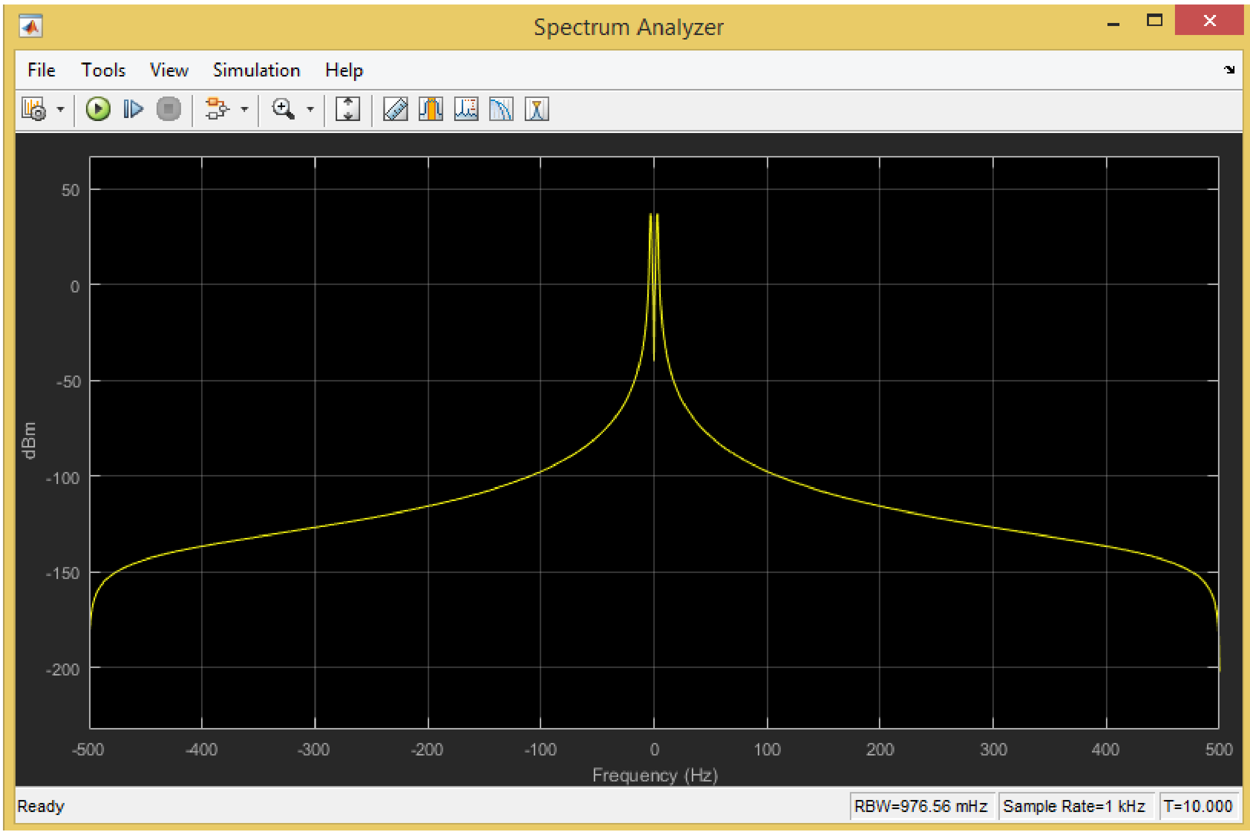

Рис. 4.8 – Spectrum Analyzer - sin в Simulink

Прямоугольный сигнал в Simulink

Создан проект в Simulink:

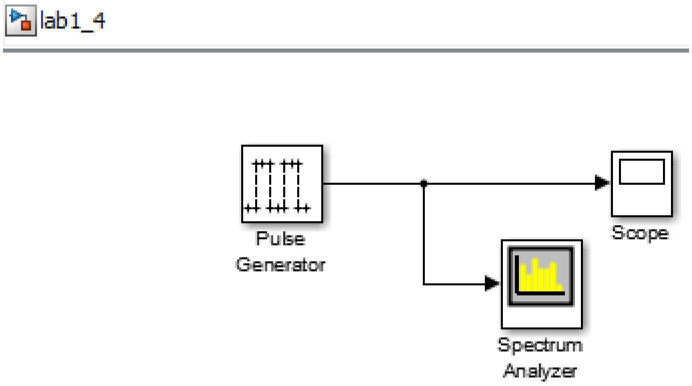

Рис. 4.9 – Схема для исследования пр. сигнала в Simulink

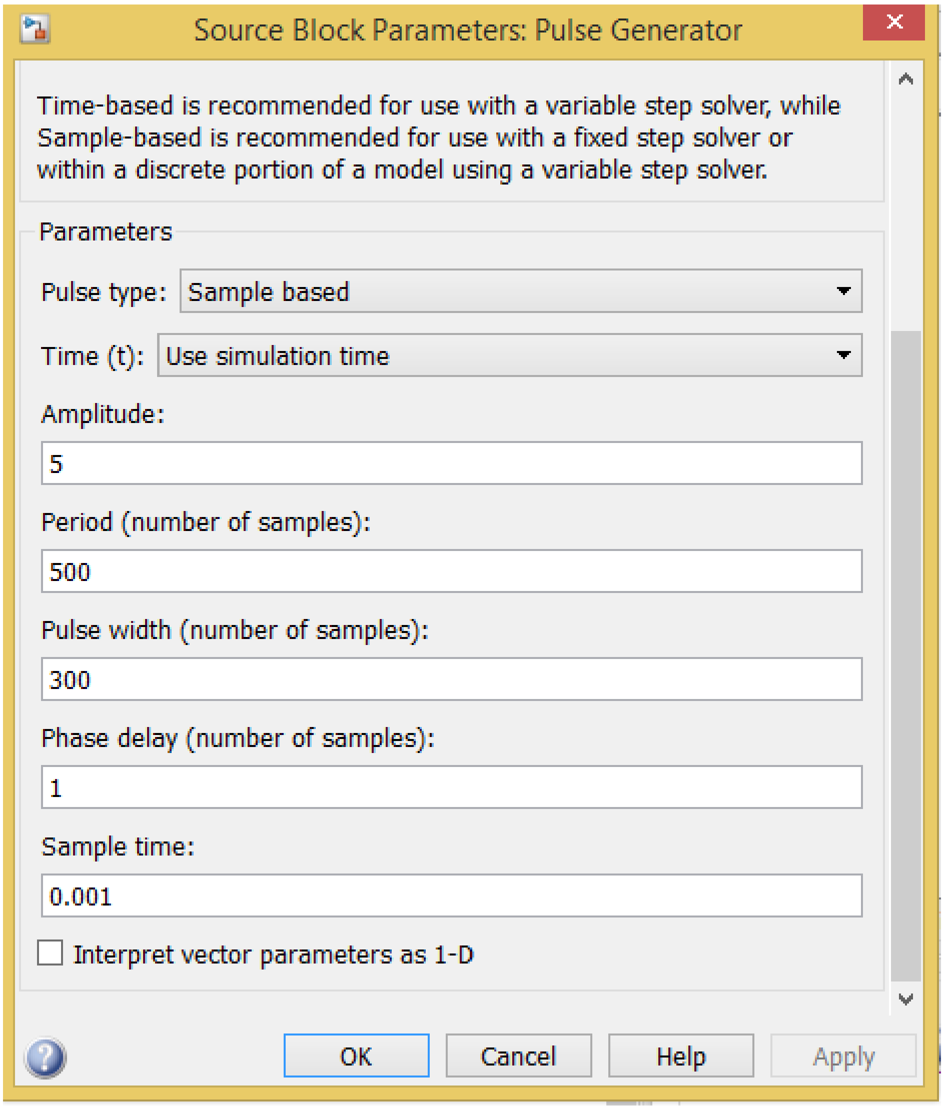

Рис. 4.10 – Параметры пр. сигнала в Simulink

Результат работы схемы:

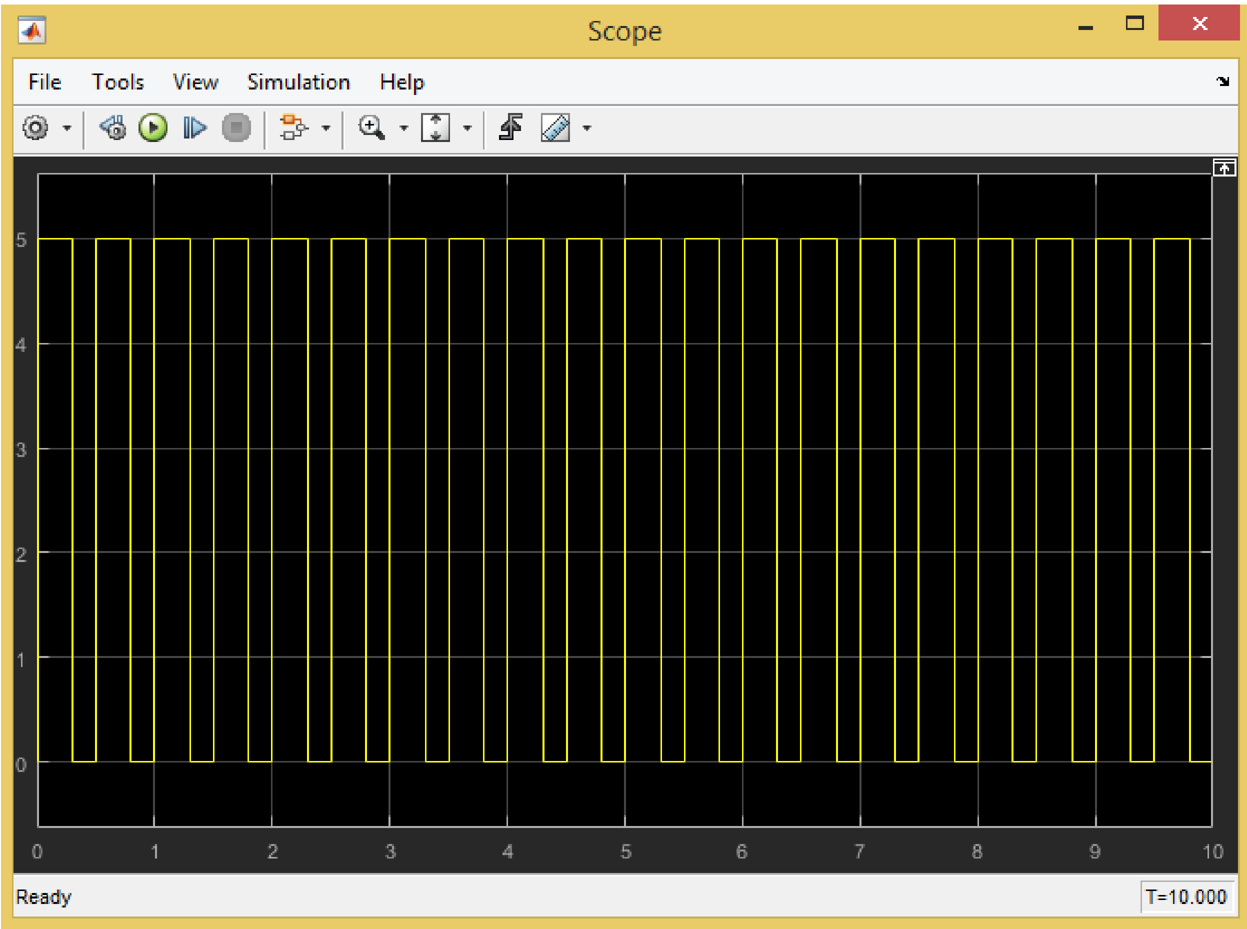

Рис. 4.11 – Scope - square в Simulink

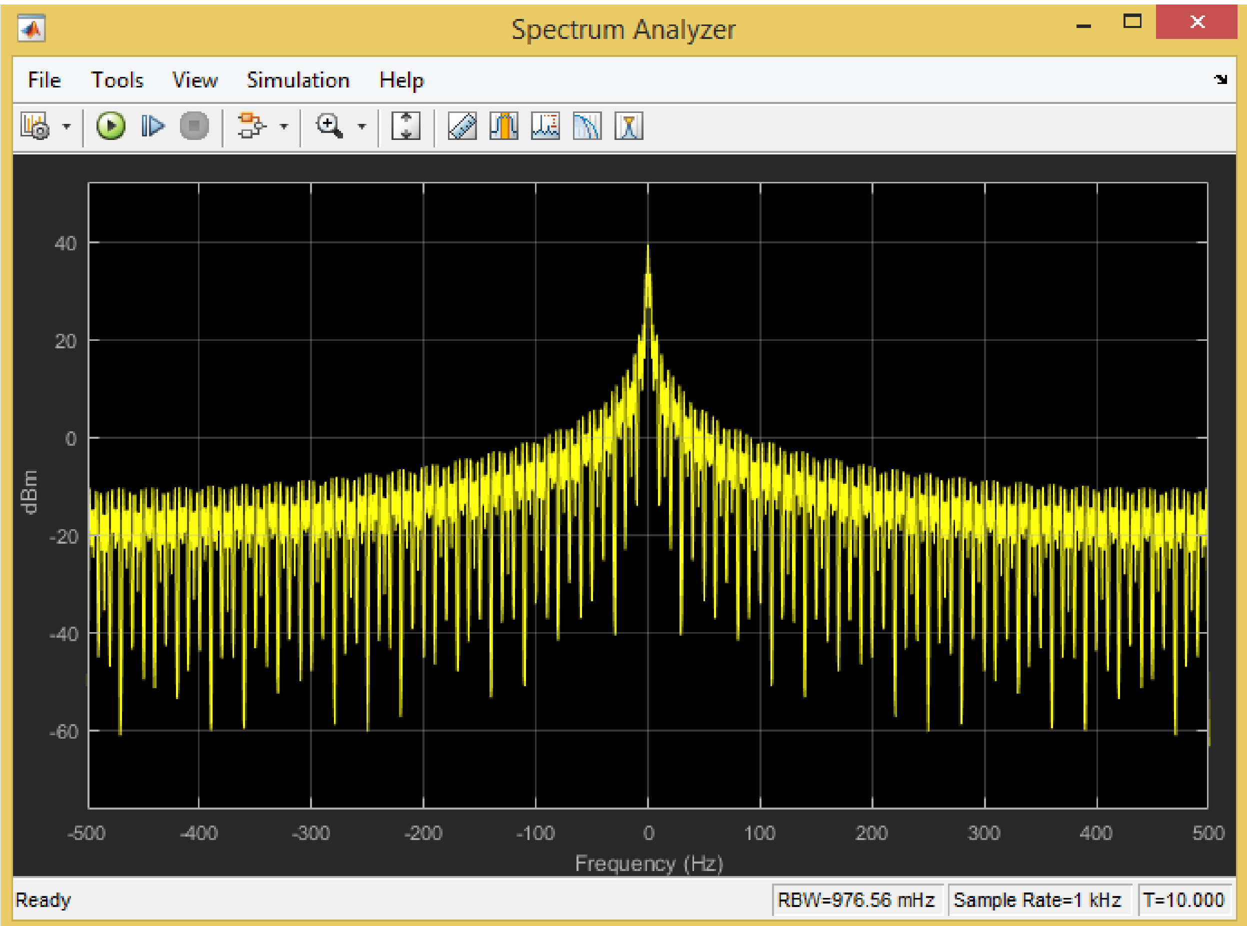

Рис. 4.12 – Spectrum Analyzer - square в Simulink

Корреляция сигналов

Для проверки двух алгоритмов поиска корреляции напишем следующий код:

```
posylka = [0 0 0 1 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 1 0];
korr_s = [1 0 1];

% Обычный метод
tic % Старт таймера
[r1, l1] = xcorr(posylka, korr_s);
toc % Остановка таймера
plot(l1, r1);

% Быстрый метод
% Для выполнения свертки двух сигналов можно перевести их в
% частотную область, умножить их спектры и перевести их обратно
% во временную область.
n = numel(posylka) - 1;
tic
r2 = ifft(fft(korr_s, 2*n).*fft(posylka, 2*n));
l2 = [-n:n-1];
toc
figure;
plot(l2, r2);
```

При выполнении программы получены следующие графики:

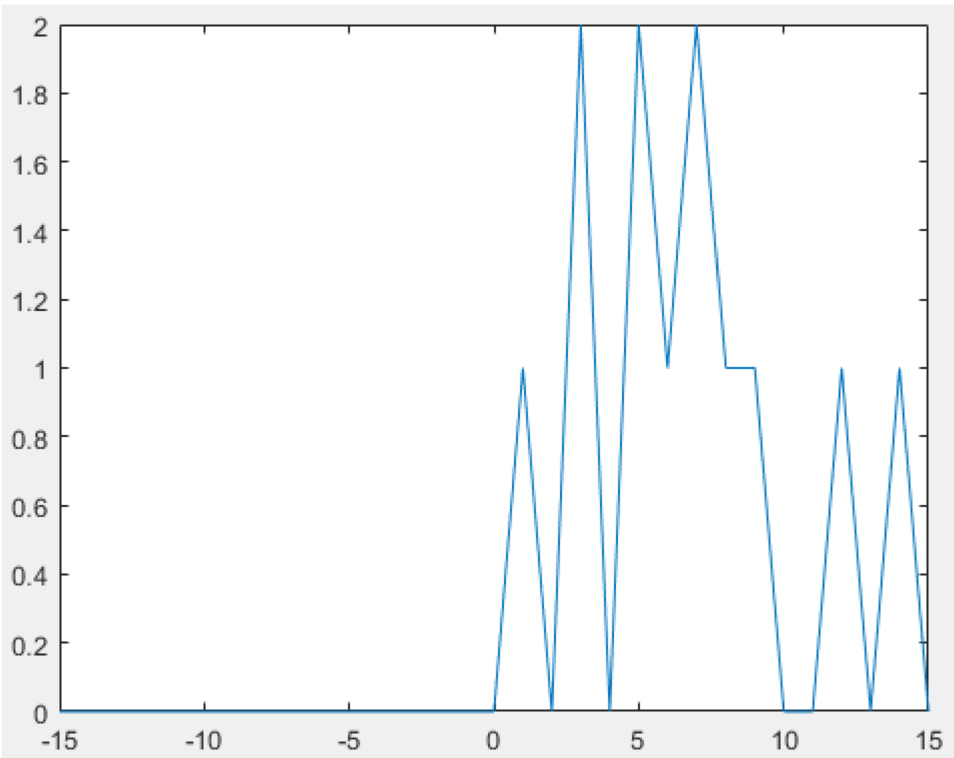

Рис. 4.13 – Результат обычного поиска корреляции

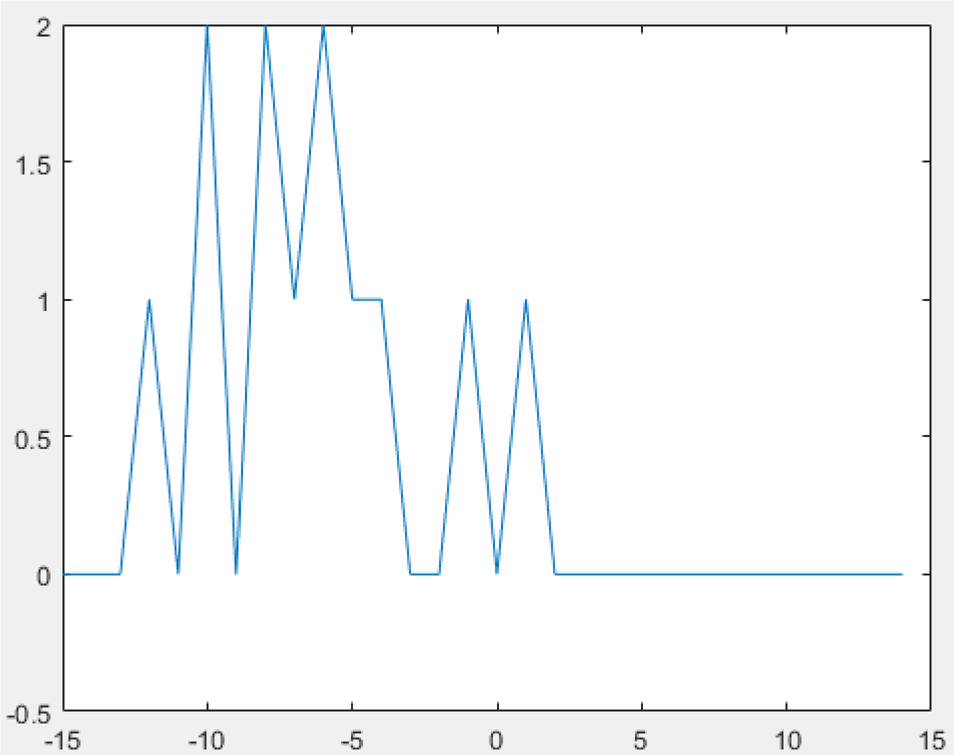

Рис. 4.14 – Результат быстрого поиска корреляции

Затраченные времена:

```
>> lab1_5
Elapsed time is 0.000514 seconds.
Elapsed time is 0.000085 seconds.
```

Таким образом, быстрый метод гораздо быстрее.

5. Вывод

В данной работе мы познакомились со средствами генерации и визуализации простых сигналов в средах Matlab и Simulink. Были выполнены анализы спектров синусоидальных и прямоугольных сигналов. Также была найдена корреляция между двумя посылками.

Признаки классификации сигналов

Основными признаками классификации сигналов являются:

- Характер измерения информативного и временного параметров (аналоговый, дискретный, цифровой).
- Непрерывность (постоянные и переменные).
- По степени наличия априорной информации (детерминированные, квазидетерминированные и случайные).
- По конечности и переодичности

Примеры применения преобразования Фурье и корелляция

Преобразование Фурье применяется при обработке звука и изображений (их сжатие и кодировка, восстановление и улучшение, обработка массивов отсчетов). Также модуляция и демодуляция данных для передачи по каналам связи, фильтрация сигналов.

Корреляционный анализ дает возможность установить в сигналах наличие связи. Методы корреляции активно применяются при анализе случайных процессов для выявления неслучайных составляющих и оценки неслучайных параметров этих процессов.