

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования Московский  
государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Лабораторная работа № 5  
«Матричные игры с нулевой суммой.  
Смешанные стратегии»  
по курсу  
«Теория игр»

Студент группы ИУ9-31М

Белогуров А.А.

Преподаватель

Басараб М.А.

Москва, 2019

# Содержание

1	Цель работы	3
2	Постановка задачи	4
3	Практическая реализация	5
4	Результаты	7

# 1 Цель работы

Изучить постановку антагонистической игры двух лиц в нормальной форме; найти решение игры за обоих игроков в смешанных стратегиях (стратегическую седловую точку).

## 2 Постановка задачи

### Вариант 2.

Для игры, заданной матрицей стратегий  $c_{ij}$ , требуется найти оптимальные смешанные стратегии обоих игроков, сведя матричную игру к задаче ЛП (прямой для одного игрока и двойственной для другого). Задачи ЛП следует решать симплекс-методом, приведя начальные, промежуточные и конечные симплекс-таблицы. Также по окончании алгоритма полученные решения необходимо проверить на допустимость.

Исходная таблица. Строки матрицы соответствуют стратегиям игрока  $A$ , столбцы - стратегиям игрока  $B$ :

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 0 & 6 & 12 \\ 1 & 14 & 14 & 13 & 11 \\ 17 & 6 & 14 & 4 & 3 \\ 18 & 16 & 13 & 15 & 16 \end{pmatrix}$$

### 3 Практическая реализация

MixedStrategyMethod.py

```
1  import numpy as np
2
3  from Lab1.Conditions import FCondition, AConditionB
4  from Lab1.SimplexMatrix import SimplexMatrix
5  from Lab1.SimplexMethod import SimplexMethod
6
7
8  def create_simplex_matrix(default_matrix):
9      A = default_matrix
10     rows, cols = A.shape
11
12     c = np.ones(cols)
13     b = np.ones((rows, 1))
14
15     return A, b, c
16
17
18  class MixedStrategyMethod:
19     def __init__(self, matrix):
20         # player A
21         A_1, b_1, c_1 = create_simplex_matrix(matrix.T)
22         self.simplex_matrix_A = SimplexMatrix(A_1, b_1, c_1,
23         ↪ FCondition.MIN, AConditionB.GREATER_OR_EQUAL)
24         self.simplex_method_A =
25         ↪ SimplexMethod(self.simplex_matrix_A)
26         self.result_A = None
27
28         # player B
29         A_2, b_2, c_2 = create_simplex_matrix(matrix)
30         self.simplex_matrix_B = SimplexMatrix(A_2, b_2, c_2,
31         ↪ FCondition.MAX, AConditionB.LESS_OR_EQUAL)
32         self.simplex_method_B =
33         ↪ SimplexMethod(self.simplex_matrix_B)
34         self.result_B = None
35
36     @staticmethod
37     def find_optimal_strategy(simplex_method: SimplexMethod):
```

```

34         opposite_result = 1.0 / simplex_method.result
35         s_variables = simplex_method.iterations[-1].canonic[:, 0]
36         s_variables_name = simplex_method.iterations[-1].col
37
38         # remove F name
39         s_variables_name.remove('f')
40         # remove first letter 'x'
41         s_variables_name = list(map(lambda name: int(name[1:]),
42                                     ↪ s_variables_name))
43
44         optimal_strategy =
45         ↪ np.zeros(simplex_method.iterations[-1].cols - 1)
46
47         for index, _ in enumerate(optimal_strategy):
48             if index + 1 in s_variables_name:
49                 optimal_strategy[index] = opposite_result *
50                 ↪ s_variables[s_variables_name.index(index + 1)]
51
52         return optimal_strategy
53
54     def start(self):
55         self.simplex_method_A.start()
56         self.simplex_method_B.start()
57
58         self.result_A =
59         ↪ MixedStrategyMethod.find_optimal_strategy(self.simplex_method_A)
60         self.result_B =
61         ↪ MixedStrategyMethod.find_optimal_strategy(self.simplex_method_B)
62
63         print(f'Оптимальная смешанная стратегия игрока A =
64               ↪ {self.result_A}')
65         print(f'Оптимальная смешанная стратегия игрока B =
66               ↪ {self.result_B}')

```

## 4 Результаты

Процесс работы программы и конечный результат:

```
1 Start simplex method
2      s      x1      x2      x3      x4
3 x5 -1.0  -4.0  -1.0 -17.0 -18.0
4 x6 -1.0  -4.0 -14.0  -6.0 -16.0
5 x7 -1.0  -0.0 -14.0 -14.0 -13.0
6 x8 -1.0  -6.0 -13.0  -4.0 -15.0
7 x9 -1.0 -12.0 -11.0  -3.0 -16.0
8 f   0.0   1.0   1.0   1.0   1.0
9
10 Замена базисной переменной x1 на свободную x9
11      s      x9      x2      x3      x4
12 x5 -0.666667 -0.333333  2.666667 -16.00 -12.666667
13 x6 -0.666667 -0.333333 -10.333333  -5.00 -10.666667
14 x7 -1.000000 -0.000000 -14.000000 -14.00 -13.000000
15 x8 -0.500000 -0.500000  -7.500000  -2.50  -7.000000
16 x1  0.083333 -0.083333  0.916667  0.25  1.333333
17 f  -0.083333  0.083333  0.083333  0.75 -0.333333
18
19 Замена базисной переменной x9 на свободную x8
20      s      x8      x2      x3      x4
21 x5 -0.333333 -0.666667  7.666667 -14.333333  -8.0
22 x6 -0.333333 -0.666667  -5.333333  -3.333333  -6.0
23 x7 -1.000000 -0.000000 -14.000000 -14.000000 -13.0
24 x9  1.000000 -2.000000 15.000000  5.000000 14.0
25 x1  0.166667 -0.166667  2.166667  0.666667  2.5
26 f  -0.166667  0.166667 -1.166667  0.333333 -1.5
27
28 Замена базисной переменной x8 на свободную x5
29      s      x5      x2      x3      x4
30 x8  0.50 -1.50 -11.50 21.50 12.0
31 x6  0.00 -1.00 -13.00 11.00  2.0
32 x7 -1.00 -0.00 -14.00 -14.00 -13.0
33 x9  2.00 -3.00  -8.00 48.00 38.0
34 x1  0.25 -0.25  0.25  4.25  4.5
35 f  -0.25  0.25  0.75 -3.25 -3.5
36
37 Замена базисной переменной x2 на свободную x7
```

38		s	x5	x7	x3	x4
39	x8	1.321429	-1.50	-0.821429	33.0	22.678571
40	x6	0.928571	-1.00	-0.928571	24.0	14.071429
41	x2	0.071429	0.00	-0.071429	1.0	0.928571
42	x9	2.571429	-3.00	-0.571429	56.0	45.428571
43	x1	0.232143	-0.25	0.017857	4.0	4.267857
44	f	-0.303571	0.25	0.053571	-4.0	-4.196429
45						
46	Замена базисной переменной x3 на свободную x6					
47		s	x5	x7	x6	x4
48	x8	0.044643	-0.125000	0.455357	-1.375000	3.330357
49	x3	0.038690	-0.041667	-0.038690	0.041667	0.586310
50	x2	0.032738	0.041667	-0.032738	-0.041667	0.342262
51	x9	0.404762	-0.666667	1.595238	-2.333333	12.595238
52	x1	0.077381	-0.083333	0.172619	-0.166667	1.922619
53	f	-0.148810	0.083333	-0.101190	0.166667	-1.851190
54						
55	Замена базисной переменной x7 на свободную x8					
56		s	x5	x8	x6	x4
57	x7	0.098039	-0.274510	2.196078	-3.019608	7.313725
58	x3	0.042484	-0.052288	0.084967	-0.075163	0.869281
59	x2	0.035948	0.032680	0.071895	-0.140523	0.581699
60	x9	0.248366	-0.228758	-3.503268	2.483660	0.928105
61	x1	0.060458	-0.035948	-0.379085	0.354575	0.660131
62	f	-0.138889	0.055556	0.222222	-0.138889	-1.111111
63						
64	Замена базисной переменной x6 на свободную x9					
65		s	x5	x8	x9	x4
66	x7	0.400	-0.552632	-2.063158	1.215789	8.442105
67	x3	0.050	-0.059211	-0.021053	0.030263	0.897368
68	x2	0.050	0.019737	-0.126316	0.056579	0.634211
69	x6	0.100	-0.092105	-1.410526	0.402632	0.373684
70	x1	0.025	-0.003289	0.121053	-0.142763	0.527632
71	f	-0.125	0.042763	0.026316	0.055921	-1.059211
72						
73	Замена базисной переменной x4 на свободную x7					
74		s	x5	x8	x9	x7
75	x4	4.738155e-02	-0.065461	-0.244389	0.144015	0.118454
76	x3	7.481297e-03	-0.000468	0.198254	-0.098971	-0.106297
77	x2	1.995012e-02	0.061253	0.028678	-0.034757	-0.075125
78	x6	8.229426e-02	-0.067643	-1.319202	0.348815	-0.044264
79	x1	1.734723e-17	0.031250	0.250000	-0.218750	-0.062500



```

80 f -7.481297e-02 -0.026574 -0.232544 0.208463 0.125468
81
82 Замена базисной переменной x5 на свободную x1
83 s x1 x8 x9 x7
84 x4 4.738155e-02 2.094763 0.279302 -0.314214 -0.012469
85 x3 7.481297e-03 0.014963 0.201995 -0.102244 -0.107232
86 x2 1.995012e-02 -1.960100 -0.461347 0.394015 0.047382
87 x6 8.229426e-02 2.164589 -0.778055 -0.124688 -0.179551
88 x5 5.551115e-16 32.000000 8.000000 -7.000000 -2.000000
89 f -7.481297e-02 0.850374 -0.019950 0.022444 0.072319
90
91 Замена базисной переменной x8 на свободную x5
92 s x1 x5 x9 x7
93 x4 4.738155e-02 0.977556 -0.034913 -0.069825 0.057357
94 x3 7.481297e-03 -0.793017 -0.025249 0.074501 -0.056733
95 x2 1.995012e-02 -0.114713 0.057668 -0.009663 -0.067955
96 x6 8.229426e-02 5.276808 0.097257 -0.805486 -0.374065
97 x8 6.938894e-17 4.000000 0.125000 -0.875000 -0.250000
98 f -7.481297e-02 0.930175 0.002494 0.004988 0.067332
99
100 Так как ищем MIN, то умножаем результат на -1 ->
101 ↪ 0.07481296758104737
102
102 Start simplex method
103 s x1 x2 x3 x4 x5
104 x6 1.0 4.0 4.0 0.0 6.0 12.0
105 x7 1.0 1.0 14.0 14.0 13.0 11.0
106 x8 1.0 17.0 6.0 14.0 4.0 3.0
107 x9 1.0 18.0 16.0 13.0 15.0 16.0
108 f 0.0 -1.0 -1.0 -1.0 -1.0 -1.0
109
110 Замена базисной переменной x1 на свободную x9
111 s x9 x2 x3 x4 x5
112 x6 0.777778 -0.222222 0.444444 -2.888889 2.666667 8.444444
113 x7 0.944444 -0.055556 13.111111 13.277778 12.166667 10.111111
114 x8 0.055556 -0.944444 -9.111111 1.722222 -10.166667 -12.111111
115 x1 0.055556 0.055556 0.888889 0.722222 0.833333 0.888889
116 f 0.055556 0.055556 -0.111111 -0.277778 -0.166667 -0.111111
117
118 Замена базисной переменной x2 на свободную x1
119 s x9 x1 x3 x4 x5
120 x6 0.7500 -0.2500 -0.500 -3.2500 2.2500 8.0

```

```

121 x7 0.1250 -0.8750 -14.750 2.6250 -0.1250 -3.0
122 x8 0.6250 -0.3750 10.250 9.1250 -1.6250 -3.0
123 x2 0.0625 0.0625 1.125 0.8125 0.9375 1.0
124 f 0.0625 0.0625 0.125 -0.1875 -0.0625 0.0
125
126 Замена базисной переменной x4 на свободную x2
127 s x9 x1 x3 x2 x5
128 x6 0.600000 -0.400000 -3.2 -5.200000 -2.400000 5.600000
129 x7 0.133333 -0.866667 -14.6 2.733333 0.133333 -2.866667
130 x8 0.733333 -0.266667 12.2 10.533333 1.733333 -1.266667
131 x4 0.066667 0.066667 1.2 0.866667 1.066667 1.066667
132 f 0.066667 0.066667 0.2 -0.133333 0.066667 0.066667
133
134 Замена базисной переменной x3 на свободную x7
135 s x9 x1 x7 x2 x5
136 x6 0.853659 -2.048780 -30.975610 1.902439 -2.146341 0.146341
137 x3 0.048780 -0.317073 -5.341463 0.365854 0.048780 -1.048780
138 x8 0.219512 3.073171 68.463415 -3.853659 1.219512 9.780488
139 x4 0.024390 0.341463 5.829268 -0.317073 1.024390 1.975610
140 f 0.073171 0.024390 -0.512195 0.048780 0.073171 -0.073171
141
142 Замена базисной переменной x5 на свободную x4
143 s x9 x1 x7 x2 x4
144 x6 0.851852 -2.074074 -31.407407 1.925926 -2.222222 -0.074074
145 x3 0.061728 -0.135802 -2.246914 0.197531 0.592593 0.530864
146 x8 0.098765 1.382716 39.604938 -2.283951 -3.851852 -4.950617
147 x5 0.012346 0.172840 2.950617 -0.160494 0.518519 0.506173
148 f 0.074074 0.037037 -0.296296 0.037037 0.111111 0.037037
149
150 Замена базисной переменной x1 на свободную x8
151 s x9 x8 x7 x2 x4
152 x6 0.930175 -0.977556 0.793017 0.114713 -5.276808 -4.000000e+00
153 x3 0.067332 -0.057357 0.056733 0.067955 0.374065 2.500000e-01
154 x1 0.002494 0.034913 0.025249 -0.057668 -0.097257 -1.250000e-01
155 x5 0.004988 0.069825 -0.074501 0.009663 0.805486 8.750000e-01
156 f 0.074813 0.047382 0.007481 0.019950 0.082294 7.632783e-17
157
158 Оптимальная смешанная стратегия игрока A = [0. 0.267 0.1 0.633]
159 Оптимальная смешанная стратегия игрока B = [0.033 0. 0.9 0. 0.067]

```