

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования Московский
государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Лабораторная работа № 7
«Кооперативные игры.
Вектор Шепли»
по курсу
«Теория игр»

Студент группы ИУ9-31М

Белогуров А.А.

Преподаватель

Басараб М.А.

Москва, 2019

Содержание

1	Цель работы	3
2	Постановка задачи	4
3	Практическая реализация	5
4	Результаты	10

1 Цель работы

Изучить постановку кооперативной игры и найти оптимальное распределение выигрыша (дележ) между игроками путем вычисления компонент вектора Шепли.

2 Постановка задачи

Вариант 2.

Для заданной характеристической функцией игры по варианту выполнить:

1. Проверить кооперативную игру на супераддитивность и выпуклость. Если игра по варианту не супераддитивна, изменить характеристическую функцию таким образом, чтобы игра была супераддитивна. Продемонстрировать изменения и повторную проверку.
2. Составить программу вычисления компонент вектора Шепли и, в зависимости от варианта, рассчитать его.
3. Проверить условия индивидуальной и групповой рационализации.

Исходная характеристическая функция:

```
1  v{1} = 4
2  v{2} = 3
3  v{3} = 2
4  v{4} = 3
5  v{1, 2} = 8
6  v{1, 3} = 6
7  v{1, 4} = 7
8  v{2, 3} = 5
9  v{2, 4} = 7
10 v{3, 4} = 6
11 v{1, 2, 3} = 10
12 v{1, 2, 4} = 12
13 v{1, 3, 4} = 10
14 v{2, 3, 4} = 9
15 v{1, 2, 3, 4} = 13
```

3 Практическая реализация

CharacteristicFunction.py

```
1 class CharacteristicFunction:
2     def __init__(self, key, value: int):
3         self.key = set(key)
4         self.value = value
5
6     @staticmethod
7     def get_value(functions, key) -> int:
8         result_function = list(filter(lambda f: f.key == key,
9                                     ↪ functions))
10        if len(result_function) > 1:
11            raise ValueError(f'Find more than one value with key
12                            ↪ {key}')
13
14        return result_function[0].value
15
16    def __repr__(self):
17        return f'v{self.key} = {self.value}'
```

Main.py

```
1 from itertools import combinations
2 from Lab7.CharacteristicFunction import CharacteristicFunction
3 import math
4
5 N = 4
6
7 FUNCTIONS = [
8     CharacteristicFunction([], 0),
9     CharacteristicFunction([1], 4),
10    CharacteristicFunction([2], 3),
11    CharacteristicFunction([3], 2),
12    CharacteristicFunction([4], 3),
13    CharacteristicFunction([1, 2], 8),
14    CharacteristicFunction([1, 3], 6),
15    CharacteristicFunction([1, 4], 7),
```

```

16     CharacteristicFunction([2, 3], 5),
17     CharacteristicFunction([2, 4], 7),
18     CharacteristicFunction([3, 4], 6),
19     CharacteristicFunction([1, 2, 3], 10),
20     CharacteristicFunction([1, 2, 4], 12),
21     CharacteristicFunction([1, 3, 4], 10),
22     CharacteristicFunction([2, 3, 4], 9),
23     CharacteristicFunction([1, 2, 3, 4], 13)
24 ]
25
26 CORRECTED_FUNCTIONS = [
27     CharacteristicFunction([], 0),
28     CharacteristicFunction([1], 2),
29     CharacteristicFunction([2], 2),
30     CharacteristicFunction([3], 1),
31     CharacteristicFunction([4], 3),
32     CharacteristicFunction([1, 2], 5),
33     CharacteristicFunction([1, 3], 7),
34     CharacteristicFunction([1, 4], 8),
35     CharacteristicFunction([2, 3], 6),
36     CharacteristicFunction([2, 4], 8),
37     CharacteristicFunction([3, 4], 7),
38     CharacteristicFunction([1, 2, 3], 10),
39     CharacteristicFunction([1, 2, 4], 12),
40     CharacteristicFunction([1, 3, 4], 11),
41     CharacteristicFunction([2, 3, 4], 11),
42     CharacteristicFunction([1, 2, 3, 4], 16)
43 ]
44
45
46 def is_additive(functions, all_combinations, n):
47     result = True
48     print('\nПроверка на супераддитивность:')
49
50     for i in all_combinations:
51         for j in all_combinations:
52             if not i.intersection(j):
53                 value_i =
54                     ↪ CharacteristicFunction.get_value(functions, i)
55                 value_j =
56                     ↪ CharacteristicFunction.get_value(functions, j)

```

```

55         value_ij =
            ↳ CharacteristicFunction.get_value(functions,
            ↳ i.union(j))
56         is_additive_value = value_ij > value_i + value_j
57         print(f'\tv{i.union(j)} > v{i} + v{j} : {value_ij}
            ↳ > {value_i} + {value_j} :
            ↳ {is_additive_value}')
58
59         result &= is_additive_value
60
61     value_all = CharacteristicFunction.get_value(functions, {1, 2,
        ↳ 3, 4})
62     value_sum = sum([CharacteristicFunction.get_value(functions,
        ↳ {i}) for i in range(1, n + 1)])
63     is_additive_value = value_all > value_sum
64     print(f'\tv{{1, 2, 3, 4}} > v{{1}} + v{{2}} + v{{3}} + v{{4}}
        ↳ : {value_all} > {value_sum} : {is_additive_value}')
65
66     result &= is_additive_value
67     return result
68
69
70 def is_convexity(functions, all_combinations, n):
71     result = True
72     print('\nПроверка на выпуклость:')
73
74     for i in all_combinations:
75         for j in all_combinations:
76             union = i.union(j)
77             intersection = i.intersection(j)
78
79             if 0 < len(intersection) < len(i) and len(j) >
                ↳ len(intersection):
80                 value_union =
                    ↳ CharacteristicFunction.get_value(functions,
                    ↳ union)
81                 value_intersection =
                    ↳ CharacteristicFunction.get_value(functions,
                    ↳ intersection)
82
83                 value_i =
                    ↳ CharacteristicFunction.get_value(functions, i)

```

```

84         value_j =
            ↳ CharacteristicFunction.get_value(functions, j)
85
86         is_convexity_value = value_union +
            ↳ value_intersection < value_i + value_j
87         print(
88             f'\tv{union} + v{intersection} < v{i} + v{j} :
            ↳ {value_union} + {value_intersection} <
            ↳ {value_i} + {value_j} :
            ↳ {is_convexity_value}')
89
90         result &= is_convexity_value
91
92     return result
93
94
95 def find_vector_sheply(functions, all_combinations, n):
96     print("\nВычисление вектора Шепли:")
97     vector = [0] * (n + 1)
98
99     for i in range(1, n + 1):
100         for j in all_combinations:
101             value_j = CharacteristicFunction.get_value(functions,
102                 ↳ j)
103             value_diff_j =
104                 ↳ CharacteristicFunction.get_value(functions,
105                 ↳ j.difference({i}))
106
107             vector[i] += math.factorial(len(j) - 1) *
108                 ↳ math.factorial(n - len(j)) * (value_j -
109                 ↳ value_diff_j)
110
111     vector = list(map(lambda x: round(x / math.factorial(n), 3),
112         ↳ vector[1:5]))
113     print(f'\t{vector}')
114
115     return vector
116
117
118 def start_game(functions, n):
119     print("\nНачало игры для:")
120     for fun in functions:

```



```

115         print(fun)
116
117     all_combinations = []
118     for i in range(1, n + 1):
119         comb_tuple = list(map(set, combinations([1, 2, 3, 4], i)))
120         all_combinations.extend(comb_tuple)
121
122     is_additive_value = is_additive(functions, all_combinations,
123     ↪ n)
124     if is_additive_value:
125         print('Игра супераддитивна')
126     else:
127         print('Игра не является супераддитивной, требуется
128         ↪ коррекция!')
129         return
130
131     is_convexity_value = is_convexity(functions, all_combinations,
132     ↪ n)
133     if is_convexity_value:
134         print('Игра выпуклая')
135     else:
136         print('Игра не является выпуклой, требуется коррекция!')
137
138     vector_sheply = find_vector_sheply(functions,
139     ↪ all_combinations, n)
140
141     print('\nПроверка на групповую рационализацию:')
142     print(f'\tsum{vector_sheply} = {sum(vector_sheply)} : v{{I}} =
143     ↪ 16')
144
145     print('\nПроверка на индивидуальную рационализацию:')
146     for idx, i in enumerate(vector_sheply):
147         print(f'\tx{idx} = {i} >= v{idx} =
148         ↪ {CharacteristicFunction.get_value(functions, {idx +
149         ↪ 1})}')
150
151 if __name__ == '__main__':
152     start_game(FUNCTIONS, 4)
153     start_game(CORRECTED_FUNCTIONS, 4)

```

4 Результаты

Исходная характеристическая функция не является супераддитивной, поэтому она была скорректирована и приведена к виду:

```
1  v{1} = 2
2  v{2} = 2
3  v{3} = 1
4  v{4} = 3
5  v{1, 2} = 5
6  v{1, 3} = 7
7  v{1, 4} = 8
8  v{2, 3} = 6
9  v{2, 4} = 8
10 v{3, 4} = 7
11 v{1, 2, 3} = 10
12 v{1, 2, 4} = 12
13 v{1, 3, 4} = 11
14 v{2, 3, 4} = 11
15 v{1, 2, 3, 4} = 16
```

Конечный результат:

```
1  Начало игры для:
2  vset() = 0
3  v{1} = 4
4  v{2} = 3
5  v{3} = 2
6  v{4} = 3
7  v{1, 2} = 8
8  v{1, 3} = 6
9  v{1, 4} = 7
10 v{2, 3} = 5
11 v{2, 4} = 7
12 v{3, 4} = 6
13 v{1, 2, 3} = 10
14 v{1, 2, 4} = 12
15 v{1, 3, 4} = 10
```

```

16  v{2, 3, 4} = 9
17  v{1, 2, 3, 4} = 13
18
19  Проверка на супераддитивность:
20      v{1, 2} > v{1} + v{2} : 8 > 4 + 3 : True
21      v{1, 3} > v{1} + v{3} : 6 > 4 + 2 : False
22      v{1, 4} > v{1} + v{4} : 7 > 4 + 3 : False
23      v{1, 2, 3} > v{1} + v{2, 3} : 10 > 4 + 5 : True
24      v{1, 2, 4} > v{1} + v{2, 4} : 12 > 4 + 7 : True
25      v{1, 3, 4} > v{1} + v{3, 4} : 10 > 4 + 6 : False
26      v{1, 2, 3, 4} > v{1} + v{2, 3, 4} : 13 > 4 + 9 : False
27      v{1, 2} > v{2} + v{1} : 8 > 3 + 4 : True
28      v{2, 3} > v{2} + v{3} : 5 > 3 + 2 : False
29      v{2, 4} > v{2} + v{4} : 7 > 3 + 3 : True
30      v{1, 2, 3} > v{2} + v{1, 3} : 10 > 3 + 6 : True
31      v{1, 2, 4} > v{2} + v{1, 4} : 12 > 3 + 7 : True
32      v{2, 3, 4} > v{2} + v{3, 4} : 9 > 3 + 6 : False
33      v{1, 2, 3, 4} > v{2} + v{1, 3, 4} : 13 > 3 + 10 : False
34      v{1, 3} > v{3} + v{1} : 6 > 2 + 4 : False
35      v{2, 3} > v{3} + v{2} : 5 > 2 + 3 : False
36      v{3, 4} > v{3} + v{4} : 6 > 2 + 3 : True
37      v{1, 2, 3} > v{3} + v{1, 2} : 10 > 2 + 8 : False
38      v{1, 3, 4} > v{3} + v{1, 4} : 10 > 2 + 7 : True
39      v{2, 3, 4} > v{3} + v{2, 4} : 9 > 2 + 7 : False
40      v{1, 2, 3, 4} > v{3} + v{1, 2, 4} : 13 > 2 + 12 : False
41      v{1, 4} > v{4} + v{1} : 7 > 3 + 4 : False
42      v{2, 4} > v{4} + v{2} : 7 > 3 + 3 : True
43      v{3, 4} > v{4} + v{3} : 6 > 3 + 2 : True
44      v{1, 2, 4} > v{4} + v{1, 2} : 12 > 3 + 8 : True
45      v{1, 3, 4} > v{4} + v{1, 3} : 10 > 3 + 6 : True
46      v{2, 3, 4} > v{4} + v{2, 3} : 9 > 3 + 5 : True
47      v{1, 2, 3, 4} > v{4} + v{1, 2, 3} : 13 > 3 + 10 : False
48      v{1, 2, 3} > v{1, 2} + v{3} : 10 > 8 + 2 : False
49      v{1, 2, 4} > v{1, 2} + v{4} : 12 > 8 + 3 : True
50      v{1, 2, 3, 4} > v{1, 2} + v{3, 4} : 13 > 8 + 6 : False
51      v{1, 2, 3} > v{1, 3} + v{2} : 10 > 6 + 3 : True
52      v{1, 3, 4} > v{1, 3} + v{4} : 10 > 6 + 3 : True
53      v{1, 2, 3, 4} > v{1, 3} + v{2, 4} : 13 > 6 + 7 : False
54      v{1, 2, 4} > v{1, 4} + v{2} : 12 > 7 + 3 : True
55      v{1, 3, 4} > v{1, 4} + v{3} : 10 > 7 + 2 : True
56      v{1, 2, 3, 4} > v{1, 4} + v{2, 3} : 13 > 7 + 5 : True
57      v{1, 2, 3} > v{2, 3} + v{1} : 10 > 5 + 4 : True

```

```

58      v{2, 3, 4} > v{2, 3} + v{4} : 9 > 5 + 3 : True
59      v{1, 2, 3, 4} > v{2, 3} + v{1, 4} : 13 > 5 + 7 : True
60      v{1, 2, 4} > v{2, 4} + v{1} : 12 > 7 + 4 : True
61      v{2, 3, 4} > v{2, 4} + v{3} : 9 > 7 + 2 : False
62      v{1, 2, 3, 4} > v{2, 4} + v{1, 3} : 13 > 7 + 6 : False
63      v{1, 3, 4} > v{3, 4} + v{1} : 10 > 6 + 4 : False
64      v{2, 3, 4} > v{3, 4} + v{2} : 9 > 6 + 3 : False
65      v{1, 2, 3, 4} > v{3, 4} + v{1, 2} : 13 > 6 + 8 : False
66      v{1, 2, 3, 4} > v{1, 2, 3} + v{4} : 13 > 10 + 3 : False
67      v{1, 2, 3, 4} > v{1, 2, 4} + v{3} : 13 > 12 + 2 : False
68      v{1, 2, 3, 4} > v{1, 3, 4} + v{2} : 13 > 10 + 3 : False
69      v{1, 2, 3, 4} > v{2, 3, 4} + v{1} : 13 > 9 + 4 : False
70      v{1, 2, 3, 4} > v{1} + v{2} + v{3} + v{4} : 13 > 12 : True
71  Игра не является супераддитивной, требуется коррекция!
72
73  Начало игры для:
74  vset() = 0
75  v{1} = 2
76  v{2} = 2
77  v{3} = 1
78  v{4} = 3
79  v{1, 2} = 5
80  v{1, 3} = 7
81  v{1, 4} = 8
82  v{2, 3} = 6
83  v{2, 4} = 8
84  v{3, 4} = 7
85  v{1, 2, 3} = 10
86  v{1, 2, 4} = 12
87  v{1, 3, 4} = 11
88  v{2, 3, 4} = 11
89  v{1, 2, 3, 4} = 16
90
91  Проверка на супераддитивность:
92      v{1, 2} > v{1} + v{2} : 5 > 2 + 2 : True
93      v{1, 3} > v{1} + v{3} : 7 > 2 + 1 : True
94      v{1, 4} > v{1} + v{4} : 8 > 2 + 3 : True
95      v{1, 2, 3} > v{1} + v{2, 3} : 10 > 2 + 6 : True
96      v{1, 2, 4} > v{1} + v{2, 4} : 12 > 2 + 8 : True
97      v{1, 3, 4} > v{1} + v{3, 4} : 11 > 2 + 7 : True
98      v{1, 2, 3, 4} > v{1} + v{2, 3, 4} : 16 > 2 + 11 : True
99      v{1, 2} > v{2} + v{1} : 5 > 2 + 2 : True

```

100 $v\{2, 3\} > v\{2\} + v\{3\} : 6 > 2 + 1 : \text{True}$
101 $v\{2, 4\} > v\{2\} + v\{4\} : 8 > 2 + 3 : \text{True}$
102 $v\{1, 2, 3\} > v\{2\} + v\{1, 3\} : 10 > 2 + 7 : \text{True}$
103 $v\{1, 2, 4\} > v\{2\} + v\{1, 4\} : 12 > 2 + 8 : \text{True}$
104 $v\{2, 3, 4\} > v\{2\} + v\{3, 4\} : 11 > 2 + 7 : \text{True}$
105 $v\{1, 2, 3, 4\} > v\{2\} + v\{1, 3, 4\} : 16 > 2 + 11 : \text{True}$
106 $v\{1, 3\} > v\{3\} + v\{1\} : 7 > 1 + 2 : \text{True}$
107 $v\{2, 3\} > v\{3\} + v\{2\} : 6 > 1 + 2 : \text{True}$
108 $v\{3, 4\} > v\{3\} + v\{4\} : 7 > 1 + 3 : \text{True}$
109 $v\{1, 2, 3\} > v\{3\} + v\{1, 2\} : 10 > 1 + 5 : \text{True}$
110 $v\{1, 3, 4\} > v\{3\} + v\{1, 4\} : 11 > 1 + 8 : \text{True}$
111 $v\{2, 3, 4\} > v\{3\} + v\{2, 4\} : 11 > 1 + 8 : \text{True}$
112 $v\{1, 2, 3, 4\} > v\{3\} + v\{1, 2, 4\} : 16 > 1 + 12 : \text{True}$
113 $v\{1, 4\} > v\{4\} + v\{1\} : 8 > 3 + 2 : \text{True}$
114 $v\{2, 4\} > v\{4\} + v\{2\} : 8 > 3 + 2 : \text{True}$
115 $v\{3, 4\} > v\{4\} + v\{3\} : 7 > 3 + 1 : \text{True}$
116 $v\{1, 2, 4\} > v\{4\} + v\{1, 2\} : 12 > 3 + 5 : \text{True}$
117 $v\{1, 3, 4\} > v\{4\} + v\{1, 3\} : 11 > 3 + 7 : \text{True}$
118 $v\{2, 3, 4\} > v\{4\} + v\{2, 3\} : 11 > 3 + 6 : \text{True}$
119 $v\{1, 2, 3, 4\} > v\{4\} + v\{1, 2, 3\} : 16 > 3 + 10 : \text{True}$
120 $v\{1, 2, 3\} > v\{1, 2\} + v\{3\} : 10 > 5 + 1 : \text{True}$
121 $v\{1, 2, 4\} > v\{1, 2\} + v\{4\} : 12 > 5 + 3 : \text{True}$
122 $v\{1, 2, 3, 4\} > v\{1, 2\} + v\{3, 4\} : 16 > 5 + 7 : \text{True}$
123 $v\{1, 2, 3\} > v\{1, 3\} + v\{2\} : 10 > 7 + 2 : \text{True}$
124 $v\{1, 3, 4\} > v\{1, 3\} + v\{4\} : 11 > 7 + 3 : \text{True}$
125 $v\{1, 2, 3, 4\} > v\{1, 3\} + v\{2, 4\} : 16 > 7 + 8 : \text{True}$
126 $v\{1, 2, 4\} > v\{1, 4\} + v\{2\} : 12 > 8 + 2 : \text{True}$
127 $v\{1, 3, 4\} > v\{1, 4\} + v\{3\} : 11 > 8 + 1 : \text{True}$
128 $v\{1, 2, 3, 4\} > v\{1, 4\} + v\{2, 3\} : 16 > 8 + 6 : \text{True}$
129 $v\{1, 2, 3\} > v\{2, 3\} + v\{1\} : 10 > 6 + 2 : \text{True}$
130 $v\{2, 3, 4\} > v\{2, 3\} + v\{4\} : 11 > 6 + 3 : \text{True}$
131 $v\{1, 2, 3, 4\} > v\{2, 3\} + v\{1, 4\} : 16 > 6 + 8 : \text{True}$
132 $v\{1, 2, 4\} > v\{2, 4\} + v\{1\} : 12 > 8 + 2 : \text{True}$
133 $v\{2, 3, 4\} > v\{2, 4\} + v\{3\} : 11 > 8 + 1 : \text{True}$
134 $v\{1, 2, 3, 4\} > v\{2, 4\} + v\{1, 3\} : 16 > 8 + 7 : \text{True}$
135 $v\{1, 3, 4\} > v\{3, 4\} + v\{1\} : 11 > 7 + 2 : \text{True}$
136 $v\{2, 3, 4\} > v\{3, 4\} + v\{2\} : 11 > 7 + 2 : \text{True}$
137 $v\{1, 2, 3, 4\} > v\{3, 4\} + v\{1, 2\} : 16 > 7 + 5 : \text{True}$
138 $v\{1, 2, 3, 4\} > v\{1, 2, 3\} + v\{4\} : 16 > 10 + 3 : \text{True}$
139 $v\{1, 2, 3, 4\} > v\{1, 2, 4\} + v\{3\} : 16 > 12 + 1 : \text{True}$
140 $v\{1, 2, 3, 4\} > v\{1, 3, 4\} + v\{2\} : 16 > 11 + 2 : \text{True}$
141 $v\{1, 2, 3, 4\} > v\{2, 3, 4\} + v\{1\} : 16 > 11 + 2 : \text{True}$

```

142      v{1, 2, 3, 4} > v{1} + v{2} + v{3} + v{4} : 16 > 8 : True
143 Игра супераддитивна
144
145 Проверка на выпуклость:
146      v{1, 2, 3} + v{1} < v{1, 2} + v{1, 3} : 10 + 2 < 5 + 7 :
      ↪ False
147      v{1, 2, 4} + v{1} < v{1, 2} + v{1, 4} : 12 + 2 < 5 + 8 :
      ↪ False
148      v{1, 2, 3} + v{2} < v{1, 2} + v{2, 3} : 10 + 2 < 5 + 6 :
      ↪ False
149      v{1, 2, 4} + v{2} < v{1, 2} + v{2, 4} : 12 + 2 < 5 + 8 :
      ↪ False
150      v{1, 2, 3, 4} + v{1} < v{1, 2} + v{1, 3, 4} : 16 + 2 < 5 +
      ↪ 11 : False
151      v{1, 2, 3, 4} + v{2} < v{1, 2} + v{2, 3, 4} : 16 + 2 < 5 +
      ↪ 11 : False
152      v{1, 2, 3} + v{1} < v{1, 3} + v{1, 2} : 10 + 2 < 7 + 5 :
      ↪ False
153      v{1, 3, 4} + v{1} < v{1, 3} + v{1, 4} : 11 + 2 < 7 + 8 :
      ↪ True
154      v{1, 2, 3} + v{3} < v{1, 3} + v{2, 3} : 10 + 1 < 7 + 6 :
      ↪ True
155      v{1, 3, 4} + v{3} < v{1, 3} + v{3, 4} : 11 + 1 < 7 + 7 :
      ↪ True
156      v{1, 2, 3, 4} + v{1} < v{1, 3} + v{1, 2, 4} : 16 + 2 < 7 +
      ↪ 12 : True
157      v{1, 2, 3, 4} + v{3} < v{1, 3} + v{2, 3, 4} : 16 + 1 < 7 +
      ↪ 11 : True
158      v{1, 2, 4} + v{1} < v{1, 4} + v{1, 2} : 12 + 2 < 8 + 5 :
      ↪ False
159      v{1, 3, 4} + v{1} < v{1, 4} + v{1, 3} : 11 + 2 < 8 + 7 :
      ↪ True
160      v{1, 2, 4} + v{4} < v{1, 4} + v{2, 4} : 12 + 3 < 8 + 8 :
      ↪ True
161      v{1, 3, 4} + v{4} < v{1, 4} + v{3, 4} : 11 + 3 < 8 + 7 :
      ↪ True
162      v{1, 2, 3, 4} + v{1} < v{1, 4} + v{1, 2, 3} : 16 + 2 < 8 +
      ↪ 10 : False
163      v{1, 2, 3, 4} + v{4} < v{1, 4} + v{2, 3, 4} : 16 + 3 < 8 +
      ↪ 11 : False
164      v{1, 2, 3} + v{2} < v{2, 3} + v{1, 2} : 10 + 2 < 6 + 5 :
      ↪ False

```

165	$v\{1, 2, 3\} + v\{3\} < v\{2, 3\} + v\{1, 3\} : 10 + 1 < 6 + 7 :$ $\hookrightarrow \text{True}$
166	$v\{2, 3, 4\} + v\{2\} < v\{2, 3\} + v\{2, 4\} : 11 + 2 < 6 + 8 :$ $\hookrightarrow \text{True}$
167	$v\{2, 3, 4\} + v\{3\} < v\{2, 3\} + v\{3, 4\} : 11 + 1 < 6 + 7 :$ $\hookrightarrow \text{True}$
168	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{2\} < v\{2, 3\} + v\{1, 2, 4\} : 16 + 2 < 6 +$ $\hookrightarrow 12 : \text{False}$
169	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{3\} < v\{2, 3\} + v\{1, 3, 4\} : 16 + 1 < 6 +$ $\hookrightarrow 11 : \text{False}$
170	$v\{1, 2, 4\} + v\{2\} < v\{2, 4\} + v\{1, 2\} : 12 + 2 < 8 + 5 :$ $\hookrightarrow \text{False}$
171	$v\{1, 2, 4\} + v\{4\} < v\{2, 4\} + v\{1, 4\} : 12 + 3 < 8 + 8 :$ $\hookrightarrow \text{True}$
172	$v\{2, 3, 4\} + v\{2\} < v\{2, 4\} + v\{2, 3\} : 11 + 2 < 8 + 6 :$ $\hookrightarrow \text{True}$
173	$v\{2, 3, 4\} + v\{4\} < v\{2, 4\} + v\{3, 4\} : 11 + 3 < 8 + 7 :$ $\hookrightarrow \text{True}$
174	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{2\} < v\{2, 4\} + v\{1, 2, 3\} : 16 + 2 < 8 +$ $\hookrightarrow 10 : \text{False}$
175	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{4\} < v\{2, 4\} + v\{1, 3, 4\} : 16 + 3 < 8 +$ $\hookrightarrow 11 : \text{False}$
176	$v\{1, 3, 4\} + v\{3\} < v\{3, 4\} + v\{1, 3\} : 11 + 1 < 7 + 7 :$ $\hookrightarrow \text{True}$
177	$v\{1, 3, 4\} + v\{4\} < v\{3, 4\} + v\{1, 4\} : 11 + 3 < 7 + 8 :$ $\hookrightarrow \text{True}$
178	$v\{2, 3, 4\} + v\{3\} < v\{3, 4\} + v\{2, 3\} : 11 + 1 < 7 + 6 :$ $\hookrightarrow \text{True}$
179	$v\{2, 3, 4\} + v\{4\} < v\{3, 4\} + v\{2, 4\} : 11 + 3 < 7 + 8 :$ $\hookrightarrow \text{True}$
180	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{3\} < v\{3, 4\} + v\{1, 2, 3\} : 16 + 1 < 7 +$ $\hookrightarrow 10 : \text{False}$
181	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{4\} < v\{3, 4\} + v\{1, 2, 4\} : 16 + 3 < 7 +$ $\hookrightarrow 12 : \text{False}$
182	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{1\} < v\{1, 2, 3\} + v\{1, 4\} : 16 + 2 < 10$ $\hookrightarrow + 8 : \text{False}$
183	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{2\} < v\{1, 2, 3\} + v\{2, 4\} : 16 + 2 < 10$ $\hookrightarrow + 8 : \text{False}$
184	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{3\} < v\{1, 2, 3\} + v\{3, 4\} : 16 + 1 < 10$ $\hookrightarrow + 7 : \text{False}$
185	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{1, 2\} < v\{1, 2, 3\} + v\{1, 2, 4\} : 16 + 5$ $\hookrightarrow < 10 + 12 : \text{True}$

186	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{1, 3\} < v\{1, 2, 3\} + v\{1, 3, 4\} : 16 + 7$ $\hookrightarrow < 10 + 11 : \text{False}$
187	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{2, 3\} < v\{1, 2, 3\} + v\{2, 3, 4\} : 16 + 6$ $\hookrightarrow < 10 + 11 : \text{False}$
188	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{1\} < v\{1, 2, 4\} + v\{1, 3\} : 16 + 2 < 12$ $\hookrightarrow + 7 : \text{True}$
189	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{2\} < v\{1, 2, 4\} + v\{2, 3\} : 16 + 2 < 12$ $\hookrightarrow + 6 : \text{False}$
190	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{4\} < v\{1, 2, 4\} + v\{3, 4\} : 16 + 3 < 12$ $\hookrightarrow + 7 : \text{False}$
191	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{1, 2\} < v\{1, 2, 4\} + v\{1, 2, 3\} : 16 + 5$ $\hookrightarrow < 12 + 10 : \text{True}$
192	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{1, 4\} < v\{1, 2, 4\} + v\{1, 3, 4\} : 16 + 8$ $\hookrightarrow < 12 + 11 : \text{False}$
193	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{2, 4\} < v\{1, 2, 4\} + v\{2, 3, 4\} : 16 + 8$ $\hookrightarrow < 12 + 11 : \text{False}$
194	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{1\} < v\{1, 3, 4\} + v\{1, 2\} : 16 + 2 < 11$ $\hookrightarrow + 5 : \text{False}$
195	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{3\} < v\{1, 3, 4\} + v\{2, 3\} : 16 + 1 < 11$ $\hookrightarrow + 6 : \text{False}$
196	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{4\} < v\{1, 3, 4\} + v\{2, 4\} : 16 + 3 < 11$ $\hookrightarrow + 8 : \text{False}$
197	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{1, 3\} < v\{1, 3, 4\} + v\{1, 2, 3\} : 16 + 7$ $\hookrightarrow < 11 + 10 : \text{False}$
198	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{1, 4\} < v\{1, 3, 4\} + v\{1, 2, 4\} : 16 + 8$ $\hookrightarrow < 11 + 12 : \text{False}$
199	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{3, 4\} < v\{1, 3, 4\} + v\{2, 3, 4\} : 16 + 7$ $\hookrightarrow < 11 + 11 : \text{False}$
200	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{2\} < v\{2, 3, 4\} + v\{1, 2\} : 16 + 2 < 11$ $\hookrightarrow + 5 : \text{False}$
201	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{3\} < v\{2, 3, 4\} + v\{1, 3\} : 16 + 1 < 11$ $\hookrightarrow + 7 : \text{True}$
202	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{4\} < v\{2, 3, 4\} + v\{1, 4\} : 16 + 3 < 11$ $\hookrightarrow + 8 : \text{False}$
203	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{2, 3\} < v\{2, 3, 4\} + v\{1, 2, 3\} : 16 + 6$ $\hookrightarrow < 11 + 10 : \text{False}$
204	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{2, 4\} < v\{2, 3, 4\} + v\{1, 2, 4\} : 16 + 8$ $\hookrightarrow < 11 + 12 : \text{False}$
205	$v\{1, 2, 3, 4\} + v\{3, 4\} < v\{2, 3, 4\} + v\{1, 3, 4\} : 16 + 7$ $\hookrightarrow < 11 + 11 : \text{False}$
206	Игра не является выпуклой, требуется коррекция!
207	


```
208  Вычисление вектора Шепли:
209      [3.917, 3.75, 3.25, 5.083]
210
211  Проверка на групповую рационализацию:
212      sum[3.917, 3.75, 3.25, 5.083] = 16.0 : v{I} = 16
213
214  Проверка на индивидуальную рационализацию:
215      x0 = 3.917 >= v0 = 2
216      x1 = 3.75 >= v1 = 2
217      x2 = 3.25 >= v2 = 1
218      x3 = 5.083 >= v3 = 3
```