

### 1. Приведите и раскройте основные понятия, характеризующие строение системы.

Понятия, характеризующие строение системы – это элемент, подсистема, компонент, связь, структура.

**Элемент** – это предел членения системы с точки зрения аспекта рассмотрения, решения конкретной задачи, поставленной цели

Понятие **подсистема** подразумевает, что выделяется относительно независимая часть системы, обладающая свойствами системы, и в частности, имеющая подцель, на достижение которой ориентирована подсистема, а также свои специфические свойства. Если же части системы не обладают такими свойствами, а представляют собой просто совокупности однородных элементов, то такие части принято называть **компонентами**

Понятие **связь** входит в любое определение системы и обеспечивает возникновение и сохранение её целостных свойств.

**Структура** отражает взаиморасположение составных частей систем, ее устройство, строение.

### 2. Приведите и раскройте основные понятия, характеризующие функционирование системы.

Понятия, характеризующие функционирование системы: состояние, равновесие, поведение, устойчивость, развитие.

**Состояние.** Сиюминутное видение системы, «здесь и сейчас», рассматривают через входные воздействия и выходные сигналы.

Понятие **равновесие** определяют как способность системы в отсутствии внешних возмущающих воздействий (или при постоянных воздействиях) сохранять своё состояние сколь угодно долго.

Под **устойчивостью** понимают способность системы возвращаться в состояние равновесия после того, как она была из этого состояния выведена под влиянием внешних (или в системах с активными элементами – внутренних) возмущающих воздействий.

**Поведение** – переход системы из одного состояния в другое. Когда неизвестны закономерности такого перехода, то выясняют его характер и определяют алгоритм этого перехода.

**Развитие** – совокупное изменение во взаимосвязи количественных, качественных и структурных категорий в системе.

### 3. Приведите определение и основные принципы системного анализа.

**Системный анализ:** в узком смысле – совокупность методологических средств, используемых для подготовки и обоснования решений по сложным проблемам политического, военного, социального, экономического, научного, технического характера; в широком смысле термин "системный анализ" иногда употребляют как синоним системного подхода. Основой системного анализа считают общую теорию систем и системный подход. На их основе строятся общие исходные представления и предпосылки.

Основные принципы системного анализа заключаются в следующем:

- перед началом проведения системного анализа необходимо четко определить конечные цели;
- необходимо рассматривать всю проблему как целое, как единую систему и выявлять все последствия и взаимосвязи каждого частного решения;
- необходимы выявление и анализ возможных альтернативных путей достижения цели;
- при детализации программы ее составные части, их цели и методы, не должны вступать в конфликт со всей программой. Принцип системности является основным исходным положением системного анализа, не зависящий от характера рассматриваемого объекта.

### 4. Раскройте понятия «модель» и «моделирование».

В системном анализе под моделью будем понимать некоторое представление о системе (объекте), отражающее наиболее существенные закономерности ее структуры и процесса функционирования и зафиксированное на некотором языке или в другой форме

Процесс построения модели системы получил название моделирования.

## **5. Приведите назначение, основные функциональные блоки и примеры ERP–систем.**

Системы планирования ресурсов предприятий ERP (Enterprise Resource Planning) [26] – это системы планирования ресурсов предприятия, которые позволяют осуществлять:

- прогнозирование;
- управление проектами и программами;
- ведение информации о продукции и технологии;
- управление затратами, финансами, кадрами и т.д.

В основе ERP-систем лежит принцип создания единого хранилища (репозитория) данных, содержащего всю корпоративную бизнес информацию

### **В ERP–системах реализованы следующие основные функциональные блоки.**

Планирование продаж и производства. Результатом действия блока является разработка плана производства основных видов продукции.

- Управление спросом.
- Укрупненное планирование мощностей.
- Основной план производства (план-график выпуска продукции).
- Планирование потребностей в материалах.
- Спецификация изделий.
- Планирование потребностей в мощностях.
- Маршрутизация/рабочие центры.
- Проверка и корректировка цеховых планов по мощностям.
- Управление закупками, запасами, продажами.
- Управление финансами
- Управление затратами
- Управление проектами/программами.

## **6. Опишите системы класса MRP.**

Система класса MRP (Material Requirements Planning) – система, работающая по алгоритму, регламентированному MRP методологией, позволяющую оптимально регулировать поставки комплектующих в производственный процесс, контролируя запасы на складе и саму технологию производства.

Цели использования стандарта MRP:

- планирование поставок всех комплектующих, чтобы исключить простои производства и минимизировать запасы на складе;
- уменьшение запасов материалов-комплектующих, кроме очевидной разгрузки складов;
- уменьшения затрат на хранение дает ряд неоспоримых преимуществ, главное из которых
- минимизация замороженных средств, вложенных в закупку материалов.

Входными элементами MRP-модуля являются следующие информационные ресурсы.

Описание состояния материалов (Inventory Status File) – является основным входным элементом MRP-модуля. В нем должна быть отражена максимально полная информация обо всех типах сырья и материалах комплектующих, необходимых для производства конечного продукта.

Программа производства (Master Production Schedule) – оптимизированный график распределения времени для производства необходимой партии готовой продукции за планируемый период или диапазон периодов.

Перечень составляющих конечного продукта (Bills of Material File) – список материалов и их количество, требуемое для производства конечного продукта. Кроме того, здесь содержится описание структуры конечного продукта.

## **7. Опишите системы PLM.**

Системы PLM (Product Lifecycle Management) – это системы управления жизненным циклом продуктов, которые позволяют осуществлять:

- стратегический подход к бизнесу, предлагающий непрерывный набор бизнес-решений, который поддерживает единый режим создания, управления, распределения и использования интеллектуальных активов предприятия;
- поддержка "расширенного представления о предприятии" (extended enterprise), в том числе поддержка процессов проектирования, пользователей и партнеров;
- действие во времени от момента рождения концепции изделия до снятия его с производства и окончания сервисного периода;
- интеграция людей, процессов, систем и информации

Система PLM рассматривается как бизнес-подход, цель которого состоит в поиске ответов на вопросы: "Как работает бизнес?" и "Что создается?" Главное достоинство этого бизнес-подхода – в возможности увидеть проблемы производства в целом. Он позволяет интегрировать всех участников жизненного цикла изделия – от инженеров до вспомогательных служащих. На основании этого можно сформулировать три основные концепции PLM:

- возможность универсального, безопасного и управляемого способа доступа и использования информации, определяющей изделия;
- поддержание целостности информации, определяющей изделие, на протяжении всего его жизненного цикла;
- управление и поддержка бизнес-процессов, используемых при создании, распределении и использовании подобной информации.

## **8. Приведите и опишите методы моделирования систем, направленные на активацию интуиции и опыта специалистов.**

Методы моделирования систем, направленные на активацию интуиции и опыта специалистов включают в себя:

### **Методы организации сложных экспертиз**

К ним относятся методы организации индивидуальных экспертиз, когда обращаются к квалифицированному специалисту в исследуемой области - эксперту. В этой методике выделяются группы критериев оценки и рекомендуется ввести весовые коэффициенты критериев.

### **Методы экспертных оценок**

Основа этих методов - различные формы экспертного опроса с последующим оцениванием и выбором наиболее предпочтительного варианта. Возможность использования экспертных оценок, обоснование их объективности базируется на том, что неизвестная характеристика исследуемого явления трактуется как случайная величина, отражением закона распределения которой является индивидуальная оценка эксперта о достоверности и значимости того или иного события. При этом предполагается, что истинное значение исследуемой характеристики находится внутри диапазона оценок, полученных от группы экспертов и что обобщенное коллективное мнение является достоверным.

### **Морфологические методы**

Основная идея морфологического подхода - систематически находить все возможные варианты решения проблемы путем комбинирования выделенных элементов или их признаков.

### **Методы структуризации**

Метод структуризации позволяет расчленять сложную, трудноразрешимую задачу на совокупность относительно простых, для решения которых существуют проверенные приемы и методы. Метод «**дерево целей**» ориентирован на получение полной и относительно устойчивой структуры целей, проблем направлений, то есть такой структуры, которая на протяжении какого-то периода времени мало изменялась при неизбежных изменениях, происходящих в любой развивающейся системе. Для достижения этого при построении вариантов структуры следует учитывать закономерности целеобразования и использовать принципы и методики формирования иерархических структур целей и функций.

### **Методы типа «Дельфи»**

Первоначально метод "Дельфи" был предложен как одна из процедур при проведении мозговой атаки и должен был помочь снизить влияние психологических факторов и повысить

объективность оценок экспертов. Его основа - обратная связь, ознакомление экспертов с результатами предшествующего тура и учет этих результатов при оценке значимости экспертов.

#### **Методы типа «сценариев»**

Метод «сценариев» предполагает подготовку группой специалистов специального текста, содержащего логическую последовательность событий и/или возможные варианты решения проблемы. Роль специалистов по системному анализу при подготовке сценариев состоит в следующем:

- помощь в выявлении общих закономерностей развития системы;
- анализ внешних и внутренних факторов, влияющих на развитие системы и формулирование целей;
- анализ источников научно-технической информации;
- создание вспомогательных информационных фондов, способствующих решению имеющейся проблемы.

#### **Методы типа «мозгового штурма» и выработки коллективных решений**

Методы данного типа преследуют основную цель - поиск новых идей, их широкое обсуждение и конструктивную критику. Основная гипотеза заключается в предположении, что среди большого числа идей имеются, но меньшей мере, несколько хороших.

#### **Методы диалектической логики**

Ориентиры разумного мышления, обеспечивающие развитие познания, его движение к истине, дает диалектическая логика. Диалектическая логика изучает способы мышления, обеспечивающие совпадение содержания знания с объектом, т.е. достижение объективной истины. Диалектическая логика исследует именно содержательную сторону мышления в процессе его углубления в сущностные связи объекта. Она формулирует свои результаты в виде принципов развития мышления и познания.

### **9. Приведите и опишите методы формализованного представления систем.**

#### **Графические методы**

Графики представляют собой масштабное изображение показателей, чисел с помощью геометрических знаков или условно-художественных фигур. Графический способ не имеет в анализе самостоятельного значения, а используется для иллюстрации измерений. Для наглядного представления рекомендуется отображать в графической форме результаты факторного анализа.

#### **Семиотические методы**

Как всякая научная методика, структурно-семиотический анализ перспективен в одних и ограничен в других направлениях, одни объекты для него более, а другие менее проницаемы. Структурный анализ более всего подходит для синхронных описаний культурных объектов, относительно однородных и устойчивых к изменению во времени, и что он целесообразен прежде всего как инструмент изучения механизмов функционирования определенных идеологических или художественных систем как систем "работающих", в известном отвлечении от их генезиса и от воздействия тех инфраструктурных факторов, которые приводят в конце концов к разрушению этих систем или их коренному преобразованию.

#### **Лингвистические методы**

Лингвистические методы можно разделить на когнитивные и семантико-стилистические подгруппы. Анализируются ментальный и языковой феномены. А также проводятся исследования языковых, текстовых или дискурсивных феноменов. В первом случае предметом внимания становится использование единиц, относящихся к тому или иному языковому уровню (лексика, фразеология, морфология, синтаксис). Наиболее заметны изменения в лексике и фразеологии. Во втором случае предметом исследования становятся текстовые единицы: при таком подходе специалисты изучают жанровые особенности текстов, их композицию, средства связи между частями, текстовые средства акцентирования смыслов и т.п. В третьем случае единицами исследования становятся коммуникативные стратегии, тактики и роли.

#### **Логические методы**

Логические методы исследования базируются на применении в процессе исследований формальной логики. Формальная логика - наука о законах выводного знания, т.е. знания,

полученного из ранее установленных и проверенных истин, без обращения в каждом конкретном случае к опыту, а только в результате применения законов и правил мышления. Традиционная логика при получении новых (выводных) знаний использует следующие логические методы.

Анализ - логический метод расчленения целого на отдельные элементы с рассмотрением каждого из них в отдельности.

Синтез - объединение всех данных, полученных в результате анализа.

Индукция - процесс движения мысли от частного к общему, от ряда факторов к закону.

Дедукция - процесс движения мысли от общего к единичному, от закона к отдельным его проявлениям.

Обобщение — логический процесс перехода от единичного к общему, от менее общего к более общему знанию, установления общих свойств и признаков предметов

Абстрагирование - способность отвлечься от всей совокупности факторов и сосредоточить внимание на каком-либо одном вопросе.

Конкретизация - увязка того или иного явления с конкретными условиями обстановки.

Аналогия (традукция) - прием, в котором из сходства двух явлений в одних условиях делается вывод о сходстве этих явлений в других условиях.

### Теоретико-множественные методы

Теоретико-множественные представления базируются на понятиях: множество, элементы множества и отношения на множествах. Сложную систему можно отобразить в виде совокупности разнородных множеств и отношении между ними и названием характеристического свойства - например, множество А.

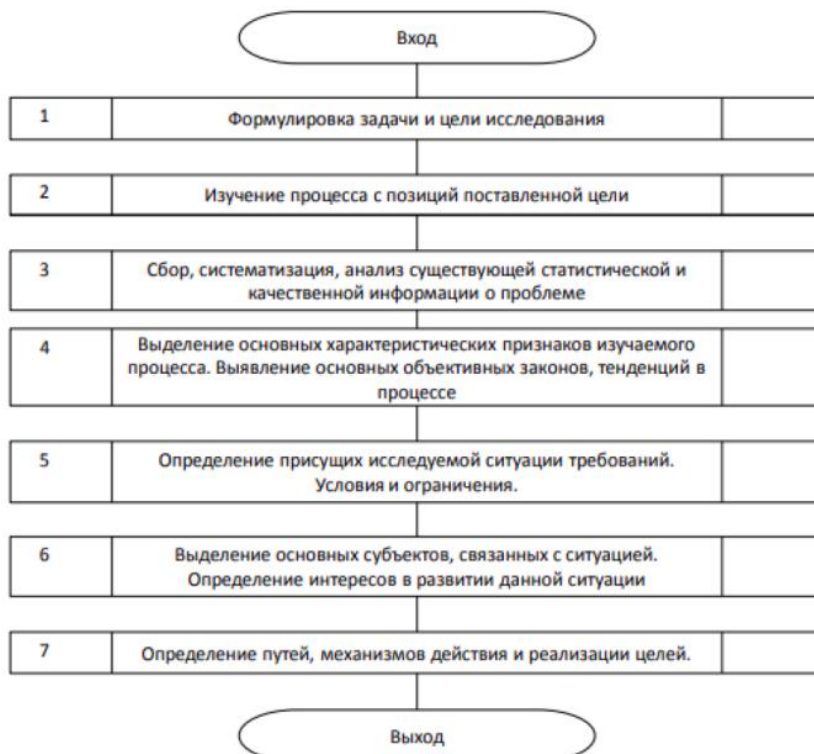
### Статистические методы

Это методы, в основе которых лежат отображения явлений и процессов с помощью случайных события и их поведении, которые описываются соответствующими вероятностными характеристиками и статистическими закономерностями.

### Аналитические методы оптимизации

Аналитическими методами можно назвать методы, которые отображают реальные объекты и процессы в виде точек, совершающих какие-либо перемещения в пространстве или взаимодействующих между собой.

## 10. Приведите основные этапы когнитивного анализа.



## 11. Приведите перечень процедур системного анализа.

Предлагается следующий перечень процедур системного анализа,

1. Определить границы исследуемой системы. Выделить, исследуемую систему из окружающей среды.

1.1 Определить объект исследования.

1.2 Цель, для реализации которой формируется система

1.3 Субъект наблюдения («наблюдатель»), формирующий систему.

1.4 Входные и выходные переменные, отражающие взаимосвязь системы с окружающей средой.

2. Определить все надсистемы, в которые входит исследуемая система в качестве части.

2.1 Иерархичность. Любую систему можно представить в виде иерархического образования. Более высокий иерархический уровень объединяет элементы нижестоящего и оказывает на них направляющее воздействие.

2.2 Полисистемность. Любой объект окружающего мира принадлежит в качестве элемента одновременно многим системам и его следует изучать в качестве составной части многих систем.

2.3 Определить перечень заинтересованных лиц:

- заказчика, который ставит проблему, заказывает и оплачивает системный анализ,
- лица, принимающие решения, от полномочий которых непосредственно зависит решение проблемы,
- участников, как активных, т. е. тех, чьи действия потребуются при решении проблемы, так и пассивных — тех, на ком скажутся последствия решения проблемы (положительным или отрицательным образом),

- самого системного аналитика и его сотрудников

3. Определить основные черты и направления развития всех надсистем, которым принадлежит данная система, а в частности, сформулировать их цели и противоречия между ними.

4. Определить роль исследуемой системы в каждой надсистеме, рассматривая эту роль как средство достижения целей надсистемы. Следует рассмотреть идеализированную, ожидаемую роль системы с точки зрения надсистемы, т. е. функции, которые следовало бы выполнять, чтобы реализовать цели надсистемы, и реальную роль системы в достижении целей надсистемы.

5. Выявить состав системы, изобразить схематично

6. Определить Структуру системы, представляющую собой совокупность связей между ее компонентами.

7. Определить функции активных элементов системы, их «вклад» в реализацию роли системы. Принципиально важным является гармоническое, непротиворечивое сочетание функций различных элементов системы.

8. Выявить причины, объединяющие отдельные части в систему, в целостность. Исходным первичным интегрирующим фактором является цель. Цель в любой сфере деятельности представляет собой сложное сочетание различных противоречивых интересов. В пересечении подобных интересов, в своеобразной их комбинации заключается истинная цель. Всестороннее познание ее позволяет судить о степени устойчивости системы, о ее непротиворечивости, целостности, предвидеть характер ее дальнейшего развития.

9. Определить все возможные связи, коммуникации системы с внешней средой. Необходимо познать такие системы во внешней среде, которым принадлежат компоненты исследуемой системы.

10. Рассмотреть исследуемую систему в динамике, в развитии.

## 12. Приведите и опишите основные подходы к моделированию бизнес-процессов.

В рамках **функционального** подхода организация моделирования бизнес-процессов подразумевает построение схемы технологического процесса в виде последовательности операций. На входе и выходе каждой отображаются объекты разного происхождения: материального и информационного типа, а также применяемые ресурсы, организационные единицы. В рамках методологии функционального моделирования отображается последовательность функций, в которых выбор конкретных альтернатив процессов является достаточно сложным, а схем

взаимодействия объектов нет. Функциональное моделирование бизнес-процессов имеет весомое достоинство – наглядность и понятность отображения на разных уровнях абстракции.

Моделирование бизнес-процессов при **объектно-ориентированном** подходе строится по следующей схеме: сначала выделяют классы объектов, после чего определяют действия, в которых объекты должны принять участие. Объекты могут быть активными, то есть осуществляющими действия и пассивными, над которыми выполняют действия. Моделирование бизнес-процессов объектно-ориентированным методом отражает объекты, функции и события, при которых из-за объектов выполняются определенные процессы. Объектно-ориентированный подход также обладает рядом преимуществ, главное из которых заключается в более точном определении операций над объектами, что приводит к обоснованному решению задачи о целесообразности их существования. Отметим и минус метода. Конкретные процессы для лиц, ответственных за принятие решений, становятся менее наглядными.

### **13. Опишите методологии моделирования и описания бизнес-процессов IDEF0- IDEF4.**

Модель **IDEF0** – это серия диаграмм с сопроводительными документами. Диаграммы разбивают многоступенчатый объект на несколько блоков, что существенно упрощает процесс. Детали всех блоков показаны как блоки на других диаграммах. Все детальные диаграммы – это декомпозиции блока из предшествующего уровня. На каждом этапе декомпозиции диаграмму предшествующего уровня именуют родительской для более детализированной диаграммы.

**IDEF1** выработывался, чтобы стать инструментом для анализа и изучения связи между потоками информации в рамках финансовой деятельности предприятия. Моделирование бизнес-процессов по методике IDEF1 призвано показать, как должна выглядеть информационная структура компании. Основное понятие в IDEF1 – сущность, которую определяют как абстрактный или реальный объект, наделенный совокупностью известных отличительных свойств. У каждой сущности есть атрибуты и имя.

**IDEF2** - методология динамического моделирования развития систем. Поскольку анализировать динамические системы достаточно сложно, в данный момент стандарт почти не используют, и он, едва появившись, перестал развиваться.

Основной элемент **IDEF3** – диаграмма, как и в IDEF0. Не менее важный компонент – действие, которое также называют «единицей работы». Действия в рамках данной системы отражены в виде прямоугольника из диаграмм. При этом каждое обладает уникальным идентификационным номером, который не применяют повторно, даже если в ходе разработки модели действие удаляют. В диаграммах IDEF3 перед номером действия обычно ставят номер его родителя. Окончание одного часто способствует началу другого действия или даже нескольких. Бывает и так, что одно действие может потребовать завершить другие до начала своей реализации.

**IDEF4** является методологией создания объектно-ориентированных систем. Благодаря IDEF4 можно наглядно отобразить структуру объектов и заложенные принципы, по которым они взаимодействуют. Это дает возможность проводить анализ и улучшение сложных объектно-ориентированных систем.

### **14. Опишите методологию моделирования и описания бизнес-процессов IDEF5.**

**IDEF5** — это стандарт онтологического исследования — это попытка всеобъемлющей и подробной формализации некоторой области знаний с помощью концептуальной схемы. Обычно такая схема состоит из структуры данных, содержащей все релевантные классы объектов, их связи и правила (теоремы, ограничения), принятые в этой области. Онтологический анализ обычно выражается в определении всей группы терминов, используемых в системе или процессе, и группировке и выстраивании их по классам, в иерархии, с учётом их отношения друг к другу. Собственно, такая готовая структура и называется онтологией системы.

Процесс построения онтологии, согласно методологии IDEF5, состоит из пяти основных действий:

- изучения и систематизации начальных условий;
- сбора и накапливания данных;
- анализа этих данных;

- наброска онтологии и её последующего уточнения;
- утверждения онтологии.

Преимущества:

- На начальном этапе графический язык SL может быть очень полезен для формулировки начальных требований к онтологии и определения вектора разработки более подробной онтологии на текстовом языке IDEF5 или в любом другом средстве.

- В рамках IDEF5 изучение онтологии достаточно просто и понятно. Недостатки:
- Онтология и анализ знаний о предметной области является довольно обширной и трудоемкой темой.
- Проблема графического языка в том, что с его помощью нельзя достаточно четко сформулировать некоторые отношения (аксиомы) онтологии, но для этого можно использовать текстовый язык IDEF5.

## **15. Опишите методологии моделирования и описания бизнес-процессов IDEF6- IDEF8.**

**IDEF6** – обоснование проектных действий. IDEF6 позволяет значительно упрощать процесс получения информации о моделировании, ее представление и применение при создании фирмами управленческих систем. Большая часть способов моделирования концентрируется на создаваемых моделях, не углубляясь в их разработку. Вариант IDEF6 нацелен именно на разработку.

**IDEF7** – аудит информационных систем. К сожалению, он так и не получил своего развития и описания. Сейчас с этой целью используются свободный подход моделирования этапов процесса или блоков системы, для которых требуется аудит, а также наполнение, последовательность и частота логирования изменений данных и отработки процессов системы для проведения необходимых аудитов.

**IDEF8** – User Interface Modeling. Метод создания пользовательских интерфейсов. В данный момент при разработке интерфейсов основное внимание уделяют их внешнему виду. IDEF8 сосредоточен на программировании оптимальной взаимной коммуникации пользователя и интерфейса на 3 уровнях: операции (какая она); вариантах взаимодействия, которые зависят от специфической роли пользователя (как именно тот или иной пользователь должен выполнять ее); и на составляющих интерфейса (элементах управления, предлагаемых им для операции).

## **16. Опишите методологии моделирования и описания бизнес-процессов IDEF9- IDEF14.**

**IDEF9** – метод исследования бизнес-ограничений. Призван облегчить обнаружение и анализ ограничений в условиях работы компании. Как правило, при создании моделей не в полном объеме описывают ограничения, способные изменить ход процессов в организации. Информация об основных ограничениях, характере их влияния в лучшем варианте остается не до конца согласованной, нераспределенной рационально, однако нередко она в принципе отсутствует. Это не всегда означает нежизнеспособность построенных моделей. Просто их воплощение будет сопровождаться определенными сложностями, что приведет к нереализованному потенциалу. Вместе с тем, когда имеет место именно совершенствование структур или адаптация к вероятным изменениям, информация об ограничениях становится очень важной.

**IDEF10** — методология моделирования архитектуры выполнения (Implementation Architecture Modeling).

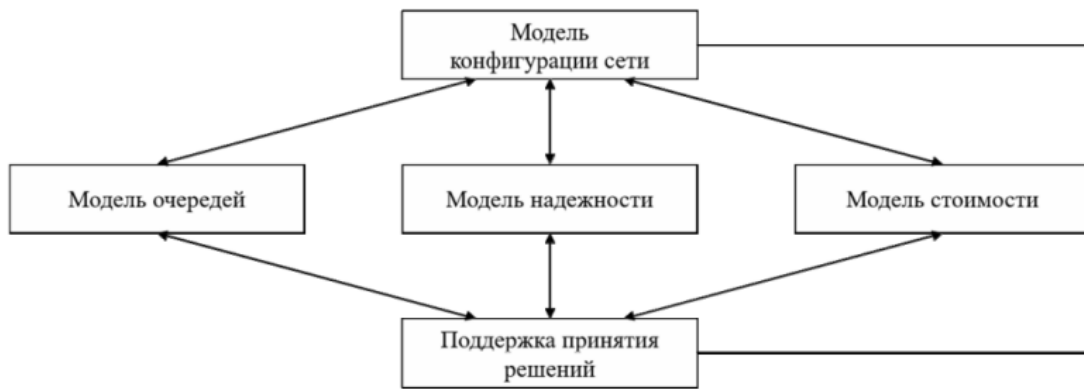
**IDEF11** — методология моделирования информационных артефактов (Information Artifact Modeling).

**IDEF12** — методология организационного моделирования (Organization Modeling).

**IDEF13** — методология трёхсхемного проектирования преобразования данных. Данные методологии так и не были полностью разработаны, несмотря на высокую востребованность стандартизации анализа в упомянутых сферах проектирования систем.

**IDEF14** – Network Design – метод проектирования компьютерных сетей, основу которых составляют специфические сетевые компоненты, конфигурации сетей, анализ требований. Способ также поддерживает решение по разумному распределению финансовых средств, что позволяет существенно экономить.





## 17. Опишите методологию моделирования системы в виде диаграммы информационных потоков DFD.

Диаграммы информационных потоков DFD – это иерархия функциональных процессов, связывающих потоки информации. Целью представления является демонстрация преобразования каждым процессом входных данных в выходные, а также выявление отношений между процессами.

По этому методу модель системы определяют в виде иерархии диаграмм информационных потоков, описывающих асинхронный процесс преобразования данных от их ввода в систему до выдачи пользователю. Информационные источники (сущности извне) порождают потоки информации, переносящие данные к процессам или подсистемам. Те же преобразуют данные в новые потоки, которые передают сведения к другим подсистемам или процессам, накопителям информации или внешним сущностям – потребителям данных.

В диаграммах потоков информации есть ряд составляющих, ключевые из которых:

- внешние сущности;
- системы и подсистемы;
- процессы;
- накопители информации;
- информационные потоки.

**Внешнюю сущность** обозначают в виде квадрата, который находится над диаграммой и бросает на нее тень. Так удобнее выделять символ среди остальных

**Подсистему** идентифицируют по номеру – для этого он и предназначен. В поле имени вводят ее название в виде предложения, где есть подлежащее, соответствующие дополнения и определения.

**Процесс** является преобразованием по определенному алгоритму входных информационных потоков в выходные. Физически он реализуется рядом способов: созданием в компании отдела, осуществляющего обработку входной документации, отчетов; подготовкой программ; использованием логического устройства в виде аппарата и т.д.

**Накопитель** данных является абстрактным устройством, где хранят информацию. Эти данные в любой момент можно перенести в накопитель и, спустя определенное время, вычленив. При этом варианты размещения и вычленения могут быть разными. В качестве накопителя информации можно использовать ящик в картотеке, микрофишу, таблицу, файл и т.д.

**Поток данных** определяет сведения, которые передаются через некоторое соединение от источника к приемнику. Поток сведений на диаграмме отражают в виде линии, которая заканчивается на стрелку, показывающую, куда движется поток. У каждого потока данных есть имя, которое отражает содержащуюся в нем информацию.

## 18. Дайте понятие общей задачи линейного программирования и приведите соответствующую математическую модель.

Линейное программирование (ЛП) – раздел математического программирования, в котором изучаются методы решения задач на нахождение экстремальных (наибольших и наименьших) значений линейной функции конечного числа переменных, на неизвестные которой наложены линейные ограничения.

И система ограничений, и целевая функция имеют линейный характер, то есть содержат переменные только в первой степени. Математическое выражение целевой функции и ее ограничений называется математической моделью и записывается в общем виде как

$$L(\bar{x}) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_jx_j + \dots + c_nx_n \rightarrow \max (\min)$$

при ограничениях:

[illegible]

где  $x_j$  – неизвестные;  $a_{ij}$ ,  $b_i$ ,  $c_j$  – заданные постоянные величины. Все или некоторые уравнения системы ограничений могут быть записаны также в виде неравенств.

Математическая модель в более краткой записи имеет вид:

$$L(\bar{x}) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max (\min),$$

при ограничениях:

$$\sum_{j=1}^n a_{\bar{y}} x_j = b_i;$$

$$x_j \geq 0; \quad i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n}.$$

Если все ограничения заданы уравнениями и переменные  $x_j$  неотрицательные, то модель называется канонической. Если хотя бы одно ограничение является неравенством, то модель называется неканонической.

**19. Дайте понятия задач линейного программирования в стандартной и общей форме.**

**Задачей линейного программирования в стандартной**, или, как говорят иначе, нормальной форме, называется задача, в которой требуется найти максимум целевой функции при ограничениях, заданных системой неравенств одного смысла, то есть с одинаковым знаком, и этот знак – «меньше или равно», причем действует также условие неотрицательности переменных. Если в задаче линейного программирования, заданной в стандартной форме, требуется найти минимум целевой функции, то система ограничений состоит из системы неравенств со знаком «больше или равно».

**Задачей линейного программирования в общей форме**, или, как говорят иначе, в смешанной форме, называется задача, в которой требуется найти максимум или минимум целевой функции, а система ограничений может включать в себя неравенства с различными знаками, а также уравнения, то есть равенства. При этом в задаче, заданной в общей форме, условие неотрицательности переменных не обязательно соблюдается, то есть некоторые переменные могут быть без ограничения знака, а для некоторых (как впрочем, иногда и всех) переменных может быть задано условие неположительности.

## 20. Раскройте понятие двойственности в задачах линейного программирования.

Таблица 2

Прямая задача	Двойственная задача
Максимизировать функцию $L = c_1x_1 + \dots + c_nx_n$ при ограничениях $\begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \end{cases}$ $x_j \geq 0 \ (j = 1, 2, \dots, n)$	Минимизировать функцию $Z = b_1y_1 + \dots + b_my_m$ при ограничениях $\begin{cases} a_{11}y_1 + \dots + a_{m1}y_m \geq c_1 \\ a_{12}y_1 + \dots + a_{m2}y_m \geq c_2 \\ \dots \\ a_{1n}y_1 + \dots + a_{mn}y_m \geq c_n \end{cases}$ $y_i \geq 0 \ (i = 1, 2, \dots, m)$

1. В прямой задаче ищется максимум целевой функции (линейной формы), а в двойственной задаче – минимум.

2. Коэффициенты при переменных в целевой функции прямой задачи являются свободными членами системы ограничений двойственной задачи, и наоборот, свободные члены системы ограничений прямой задачи – коэффициентами при переменных в целевой функции двойственной задачи.

3. В каждой задаче система ограничений задается в виде неравенств, причем все они одного смысла, а именно: при нахождении максимума целевой функции (прямая задача) эти неравенства записываются со знаком «меньше или равно», а при нахождении минимума (двойственная задача) – со знаком «больше или равно».

4. Коэффициенты при переменных в системах ограничений описываются матрицами:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad A' = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

5. Число неравенств в системе ограничений прямой задачи совпадает с числом переменных двойственной задачи.

6. Условия неотрицательности переменных сохраняются как в прямой, так и в двойственной задаче.

Две задачи линейного программирования, удовлетворяющие указанным выше условиям, называются симметричными взаимно-двойственными задачами, или, достаточно часто, просто взаимно-двойственными задачами.

## 21. Изложите основные положения теорем двойственности.

### Первая теорема двойственности

Если одна из двойственных задач имеет оптимальное решение, то другая также имеет оптимальное решение, причем для любых оптимальных решений  $X$  и  $Y$  выполняется равенство:  $L(x)_{\max} = Z(y)_{\min}$ .

Если одна из двойственных задач неразрешима ввиду того, что  $L(x)_{\max} \rightarrow \infty$  (или  $Z(y)_{\min} \rightarrow -\infty$ ), то другая задача не имеет допустимых решений.

Экономическое содержание первой теоремы двойственности состоит в следующем: если задача определения оптимального плана (решения), максимизирующего выпуск продукции, разрешима, то разрешима и задача определения оценок ресурсов. Причем цена продукта, полученного в результате реализации оптимального плана, совпадает с суммарной оценкой ресурсов. Совпадения значений целевых функций для соответствующих решений пары двойственных задач достаточно для того, чтобы эти решения были оптимальными. Это значит, что план производства и вектор оценок ресурсов являются оптимальными тогда и только тогда, когда цена произведенной продукции и суммарная оценка ресурсов совпадают. Двойственные оценки обладают тем свойством, что они гарантируют рентабельность оптимального плана, то есть равенство общей оценки продукции и ресурсов обуславливает убыточность всякого другого плана, отличного от

оптимального. Двойственные оценки позволяют сопоставлять и балансировать затраты и результаты системы.

### **Вторая теорема двойственности**

Для того, чтобы два допустимых решения  $X=(x_1, x_2, \dots, x_n)$  и  $Y=(y_1, y_2, \dots, y_m)$  пары двойственных задач были оптимальными необходимо и достаточно, чтобы они удовлетворяли условиям:

$$1) \quad x_j \left( \sum_{i=1}^m a_{ij} y_i - c_j \right) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n;$$

$$2) \quad y_i \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - b_i \right) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

Эти условия называются условиями дополняющей нежесткости. Из них следует: если какое-либо неравенство системы ограничений одной из задач не обращается в строгое равенство оптимальным планом этой задачи, то соответствующая компонента оптимального плана двойственной задачи должна равняться нулю. Если же какая-либо компонента оптимального плана одной из задач положительна, то соответствующее ограничение в двойственной задаче ее оптимальным планом должно обращаться в строгое равенство.

Экономически это означает, что если по некоторому оптимальному плану производства расход  $i$ -го ресурса строго меньше его запаса  $b_i$ , то в оптимальном плане соответствующая двойственная оценка единицы этого ресурса равна нулю. Если же в некотором оптимальном плане оценок его  $i$ -я компонента строго больше нуля, то в оптимальном плане производства расход соответствующего ресурса равен его запасу. Отсюда следует вывод: двойственные оценки могут служить мерой дефицитности ресурсов.

### **Третья теорема двойственности (теорема об оценках)**

Двойственные оценки показывают приращение функции цели, вызванное малым изменением свободного члена соответствующего ограничения задачи ЛП, то есть:

$$\frac{\partial z(x)}{\partial b_i} = y_i, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Выясним экономическое содержание третьей теоремы двойственности. Для этого в последнем выражении дифференциалы заменим приращениями. Получим:

$$\frac{\Delta z(x)}{\Delta b_i} = y_i \Rightarrow \Delta z(x) = y_i \Delta b_i \quad \text{При } \Delta b_i = 1 \text{ имеем } \Delta z(x) \approx y_i$$

То есть двойственная оценка численно равна изменению целевой функции при изменении соответствующего ресурса на единицу. Двойственные оценки часто называют скрытыми, теневыми или маргинальными оценками ресурсов. Экономически это означает, что оценки ресурсов  $Y=(y_1, y_2, \dots, y_m)$  выступают как мера влияния объемов ресурсов на величину максимума товарной продукции ( $Z_{\max}$ ). Они показывают: на сколько увеличится значение целевой функции при приращении данного ресурса на единицу.

## **22. Раскройте сущность графического метода решения задач линейного программирования.**

Графический метод основан на геометрическом представлении допустимых решений и целевой функции задачи. Каждое из неравенств задачи линейного программирования определяет на координатной плоскости ( $x_1, x_2$ ) некоторую полуплоскость. Пересечение этих полуплоскостей задает область допустимых решений (ОДР), то есть любая точка из этой области является решением системы ограничений.

С геометрической точки зрения в задаче линейного программирования ищется такая угловая точка или набор точек из допустимого множества решений, на которой достигается самая верхняя (нижняя) линия уровня, расположенная дальше (ближе) остальных в направлении наискорейшего роста.

Целевая функция задачи линейного программирования при фиксированном значении  $L$  определяет на плоскости прямую линию  $L = c_1 x_1 + c_2 x_2$ . Изменяя значения  $L$ , получим семейство параллельных прямых, называемых линиями уровня.

Для нахождения экстремального значения целевой функции используют вектор  $\overrightarrow{\text{grad}} L = \vec{C}$  на плоскости  $X_1 O X_2$ , который показывает направление наискорейшего изменения целевой функции, он равен:

$$\overrightarrow{\text{grad}} L = \vec{C} = \frac{\partial L}{\partial x_1} \vec{e}_1 + \frac{\partial L}{\partial x_2} \vec{e}_2,$$

где  $e_1$  и  $e_2$  — единичные векторы по осям  $O X_1$  и  $O X_2$ . Таким образом,

$$\vec{C} = (\partial L / \partial x_1, \partial L / \partial x_2).$$

Координатами вектора  $C$  являются коэффициенты целевой функции  $L(x)$ .

### 23. Раскройте сущность симплексного метода решения задач линейного программирования.

Симплексный метод решения задач линейного программирования (симплекс-метод) — вычислительная процедура, основанная на принципе последовательного улучшения решений — перехода от одной базисной точки к другой, для которой значение целевой функции больше (эти операции фиксируются в симплексной таблице)

#### Алгоритм симплекс-метода:

- Шаг 1. Привести задачу линейного программирования к канонической форме. Для этого перенести свободные члены в правые части (если среди этих свободных членов окажутся отрицательные, то соответствующее уравнение или неравенство умножить на  $(-1)$  и в каждое ограничение ввести дополнительные переменные (со знаком «плюс», если в исходном неравенстве знак «меньше или равно», и со знаком «минус», если «больше или равно»)).

- Шаг 2. Если в полученной системе  $m$  уравнений, то  $m$  переменных принять за основные, выразить основные переменные через неосновные и найти соответствующее базисное решение. Если найденное базисное решение окажется допустимым, перейти к допустимому базисному решению.

- Шаг 3. Выразить функцию цели через неосновные переменные допустимого базисного решения. Если отыскивается максимум (минимум) линейной формы и в ее выражении нет неосновных переменных с отрицательными (положительными) коэффициентами, то критерий оптимальности выполнен и полученное базисное решение является оптимальным — решение окончено. Если при нахождении максимума (минимума) линейной формы в ее выражении имеется одна или несколько неосновных переменных с отрицательными (положительными) коэффициентами, перейти к новому базисному решению.

- Шаг 4. Из неосновных переменных, входящих в линейную форму с отрицательными (положительными) коэффициентами, выбирают ту, которой соответствует наибольший (по модулю) коэффициент, и переводят ее в основные. Переход к шагу 2.

#### Важные условия:

- Если допустимое базисное решение дает оптимум линейной формы (критерий оптимальности выполнен), а в выражении линейной формы через неосновные переменные отсутствует хотя бы одна из них, то полученное оптимальное решение — не единственное.

- Если в выражении линейной формы имеется неосновная переменная с отрицательным коэффициентом в случае ее максимизации (с положительным — в случае минимизации), а во все уравнения системы ограничений этого шага указанная переменная входит также с отрицательными коэффициентами или отсутствует, то линейная форма не ограничена при данной системе ограничений. В этом случае её максимальное (минимальное) значение записывают в виде  $L_{\max} = \infty$  ( $L_{\min} = -\infty$ ).

## 24. Приведите формулировку и математическую модель транспортной задачи.

Имеется  $m$  поставщиков  $A_1, A_2, \dots, A_m$ , у которых сосредоточены запасы одного и того же груза в количестве  $a_1, a_2, \dots, a_m$  единиц, соответственно. Этот груз нужно доставить  $n$  потребителям  $B_1, B_2, \dots, B_n$ , заказавшим  $b_1, b_2, \dots, b_n$  единиц этого груза, соответственно. Известны также все тарифы перевозок груза  $c_{ij}$  (стоимость перевозок единицы груза) от поставщика  $A_i$  к потребителю  $B_j$ . Требуется составить такой план перевозок, при котором общая стоимость всех перевозок была бы минимальной.

Обозначим суммарный запас груза у всех поставщиков символом  $a$ , а суммарную потребность в грузе у всех потребителей – символом  $b$ . Тогда

$$a = \sum_{i=1}^m a_i, \quad b = \sum_{j=1}^n b_j.$$

- Транспортная задача называется *закрытой*, если  $a = b$ . Если же  $a \neq b$ , то транспортная задача называется *открытой*.

Далее будет показано, что в случае *закрытой задачи* от поставщиков будут вывезены все запасы груза, и все заявки потребителей будут удовлетворены.

В случае *открытой задачи* при  $a < b$  весь груз будет вывезен, однако будут недопоставки груза экономически невыгодным потребителям. При  $a > b$ , наоборот, будут удовлетворены все потребители, но часть груза останется на складах экономически невыгодных поставщиков.

- Пусть  $x_{ij}$  ( $x_{ij} \geq 0$ ) – количество груза, отправляемого поставщиком  $A_i$  потребителю  $B_j$ . Тогда суммарные затраты  $z$  на перевозки будут вычисляться по формуле

$$z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}.$$

- Матрица  $X$  с неотрицательными элементами  $x_{ij}$  называется *планом перевозок*.
- Функция  $z$  называется *целевой функцией*.

Математическая формулировка транспортной задачи заключается в нахождении плана перевозок  $X = \{x_{ij}\}$ , который удовлетворяет *системе ограничений*

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, i = 1, 2, \dots, m, \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, j = 1, 2, \dots, n, \end{cases}$$

и доставляет минимум целевой функции  $z$ .

- План перевозок, реализующий минимум целевой функции  $z$ , называется *оптимальным*.



**25. Дайте определение целочисленного программирования и приведите классификацию его задач.**

Целочисленное программирование (ЦП) — раздел линейного программирования, включающий дополнительное требование, состоящее в том, что значения переменных должны быть целыми неотрицательными числами.

1. Задачи с неделимостями. В таких задачах физическая неделимость единицы  $x_j$  есть требование постановки, т.е. физическая сущность  $x_j$  такова, что  $x_j$  могут принимать только целочисленные значения. Это требование возникает в случаях, когда:

- используемыми переменными являются крупные объекты (количество самолетов, турбин, заводов и т.д.);

- интерпретация результатов решения задачи такова, что требования целочисленности подразумевается априори. К таким постановкам относятся задачи, использующие в качестве интенсивности производства или распределения некоторые стандартные единицы

- модули, комплексы машин и т.д.

2. Задачи размещения. Постановка задачи предполагает выбор вариантов плановых решений из набора возможных таким образом, чтобы совокупность вариантов оптимизировала суммарный показатель качества. Тогда формализация множества вариантов плановых решений для некоторого производственного объекта возможно только во множестве  $Z$ .

3. Комбинаторные задачи. Данный тип прикладных задач делится на 2 класса:

- задачи, укладывающиеся в схему классической задачи о коммивояжере;
- задачи теории расписаний.

Формальная схема постановки: найти путь минимальной длины, проходящий раз и только раз через каждую вершину графа, непрерывный и заканчивающийся в исходной вершине. Применение: задачи нахождения маршрутов развозки груза, минимизирующие пробег. Формальная постановка задачи теории расписаний: упорядочить во времени использование системы машин для обработки некоторого множества изделий.

4. Задачи о покрытии. Формальная схема постановки задачи о покрытии: найти минимальное подмножество множества ребер данного графа, содержащего все вершины графа. Формальная схема постановки задачи о максимальном потоке в сети: определить разрез с минимальной пропускной способностью, т.е. максимизировать поток через данную сеть.

### **Оценка умений**

**1. Задание типа:** Составить задачу, двойственную следующей: найти максимум функции  $L = 3x_1 + x_2$  при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ -x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Третье неравенство системы исходной задачи не удовлетворяет пункту 1 правил составления двойственной задачи. Поэтому умножим его на минус единицу:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ -x_1 + x_2 \leq 2 \\ -x_1 - x_2 \leq -1 \\ x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Для облегчения составления двойственной задачи лучше пользоваться расширенной матрицей  $B$ , в которую наряду с коэффициентами при переменных системы ограничений исходной задачи запишем свободные члены и коэффициенты при переменных в функции цели, выделив для

этой цели дополнительные столбец (отделён чертой) и строку (выделена красным цветом). Матрицу  $B$  транспонируем и, используя транспонированную матрицу  $B'$ , составляем задачу, двойственную исходной. Матрицы  $B$  и  $B'$  имеют вид

$$B = \left( \begin{array}{cc|c} 1 & -2 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 5 \\ \hline 3 & 1 & F \end{array} \right),$$

$$B' = \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ \hline 2 & 2 & -1 & 5 & Z \end{array} \right)$$

Таким образом, двойственная задача линейного программирования сводится к нахождению минимума функции  $Z = 2y_1 + 2y_2 - y_3 + 5y_4$  при ограничениях

$$\begin{cases} y_1 - y_2 - y_3 + y_4 \geq 3 \\ -2y_1 + y_2 - y_3 + y_4 \geq 1 \\ y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0, y_4 \geq 0 \end{cases}$$

**2. Задание типа:** Составить задачу, двойственную следующей: найти минимум функции  $L = 5x_1 + 4x_2 + x_3$  при ограничениях

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 1 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 \geq 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -1 \\ x_1 - x_2 + x_3 \leq 6 \end{cases}$$

$x_1 \geq 0,$   
 $x_2$  – без ограничения знака,  
 $x_3 \leq 0$

Прямая задача записана в общей форме. Это будем учитывать при расстановке знаков в условиях двойственной задачи. Составим матрицу  $B$  прямой задачи и транспонированную матрицу  $B'$  двойственной задач

и:

$$B = \left( \begin{array}{ccc|c} -1 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 6 \\ \hline 5 & 4 & 1 & F \end{array} \right),$$

$$B' = \left( \begin{array}{cccc|c} -1 & 1 & 2 & 1 & 5 \\ 3 & -1 & 3 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 2 & -1 & 6 & Z \end{array} \right)$$

Таким образом, двойственная задача линейного программирования сводится к нахождению максимума функции  $Z = y_1 + 2y_2 - y_3 + 6y_4$  при ограничениях



$$\begin{cases} -y_1 + y_2 + 2y_3 + y_4 \geq 5 \\ 3y_1 - y_2 + 3y_3 - y_4 = 4 \\ 2y_1 + 3y_2 + 4y_3 + y_4 \leq 1 \\ y_1 \leq 0, y_2 \leq 0, \\ y_3 - \text{без ограничения знака,} \\ y_4 \geq 0. \end{cases}$$

### **Оценка навыков**

**1. Задание типа:** Предприятие выпускает два вида продукции А и Б. Каждый вид продукции проходит обработку на трех станках. При обработке 1 тонны продукции А первый станок используется 0 часов, второй станок – 1 час, третий станок – 1 час. При обработке 1 т продукции Б первый станок используется 1 час, второй станок – 4 часа, третий станок – 1 час. Время работы станков ограничено и не может превышать для первого станка 7 часов, для второго – 29 часов, для третьего – 11 часов. При реализации 1 тонны продукции А предприятие получает прибыль 200 руб., а при реализации 1 т продукции Б – 500 руб. Найти оптимальный план выпуска продукции каждого вида, дающий максимальную прибыль от реализации всей продукции. Решить задачу графическим методом.

#### **Решение**

	Вид продукции		Ві
	I	II	
1 станок	0	1	7
2 станок	1	4	29
3 станок	1	1	11
Cі	200	500	

$$L = 200 x_1 + 500 x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_2 \leq 7 & (1) \\ x_1 + 4x_2 \leq 29 & (2) \\ x_1 + x_2 \leq 11 & (3) \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

1) Рассмотрим первое неравенство системы ограничений.

$$x_2 \leq 7$$

Построим прямую:  $x_2 = 7$

Пусть  $x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 7$

Пусть  $x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

Найдены координаты двух точек (0, 7) и (0, 0). Соединяем их и получаем прямую (1).

2) Рассмотрим второе неравенство системы ограничений.

$$x_1 + 4x_2 \leq 29$$

Построим прямую:  $x_1 + 4x_2 = 29$

Пусть  $x_1 = 0 \Rightarrow 4x_2 = 29 \Rightarrow x_2 = 7,25$

Пусть  $x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 29$

Найдены координаты двух точек (0, 7,25) и (29, 0). Соединяем их и получаем прямую (2).

3) Рассмотрим третье неравенство системы ограничений.

$$x_1 + x_2 \leq 11$$

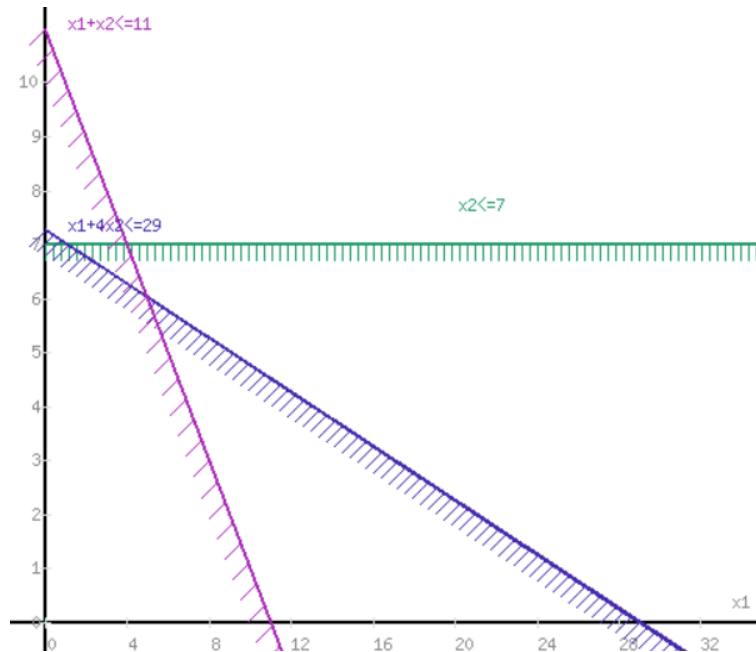
Построим прямую:  $x_1 + x_2 = 11$

Пусть  $x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 11$

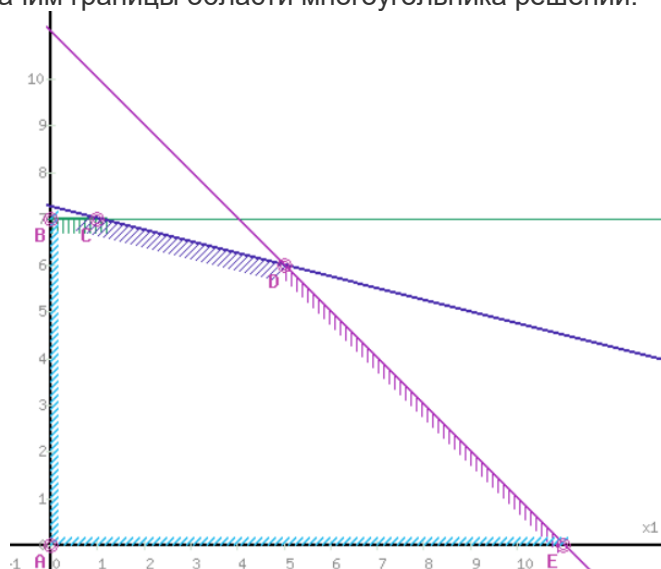
Пусть  $x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 11$

Найдены координаты двух точек (0, 11) и (11, 0). Соединяем их и получаем прямую (3).

Решим графически

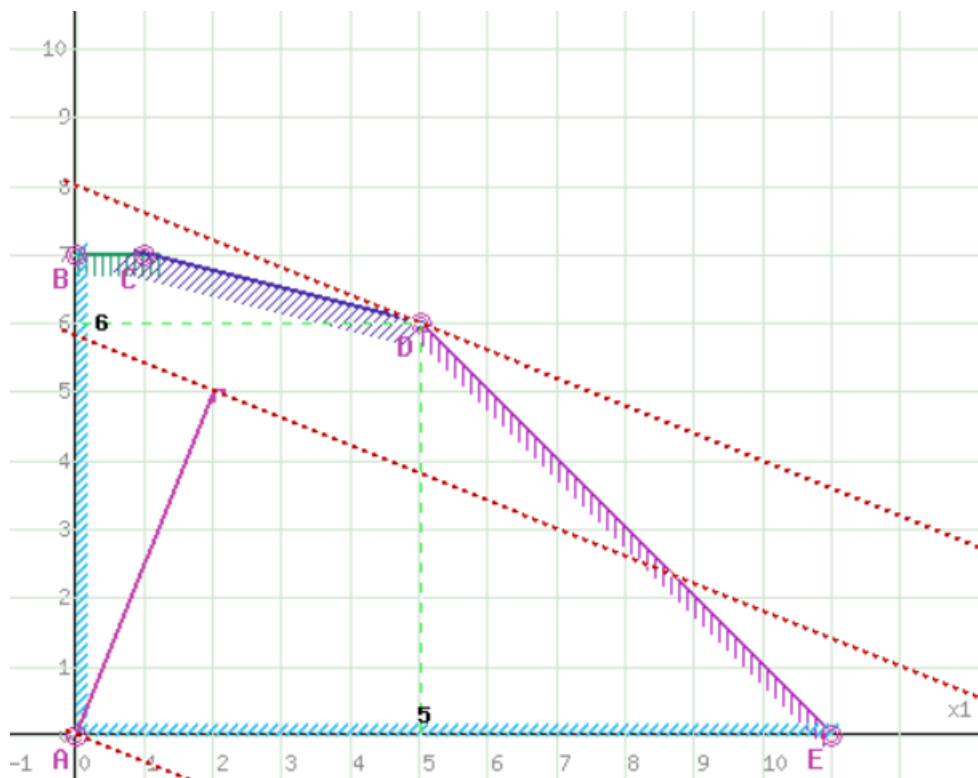


Пересечением полуплоскостей будет являться область, координаты точек которого удовлетворяют условию неравенств системы ограничений задачи. Обозначим границы области многоугольника решений.



Рассмотрим целевую функцию задачи  $F = 200x_1 + 500x_2 \rightarrow \max$ .

Построим прямую, отвечающую значению функции  $F = 200x_1 + 500x_2 = 0$ . Вектор-градиент, составленный из коэффициентов целевой функции, указывает направление максимизации  $F(X)$ . Начало вектора – точка (0; 0), конец – точка (200;500). Будем двигать эту прямую параллельным образом. Поскольку нас интересует максимальное решение, поэтому двигаем прямую до последнего касания обозначенной области. На графике эта прямая обозначена пунктирной линией.



Прямая  $F(x) = \text{const}$  пересекает область в точке D. Так как точка D получена в результате пересечения прямых (2) и (3), то ее координаты удовлетворяют уравнениям этих прямых:

$$x_1 + 4x_2 = 29$$

$$x_1 + x_2 = 11$$

Решив систему уравнений, получим:

$$x_1 = 5,$$

$$x_2 = 6$$

Откуда найдем максимальное значение целевой функции:

$$F(x) = 2 \cdot 5 + 5 \cdot 6 = 40$$

**2. Задание типа:** Предприятия A1, A2 и A3 производят однородную продукцию, которая поступает пяти потребителям B1, B2, B3, B4 и B5. Ежемесячные объемы производства предприятий (шт.), ежемесячные объемы потребления (шт.), а также стоимость перевозки единицы продукции с учетом удаленности от пункта назначения (руб/ед) представлены в таблице. Найти оптимальный план перевозки, минимизирующий затраты. Решить задачу в Excel.

		Потребители				
	производство	B1	B2	B3	B4	B5
потребление		136	171	71	261	186
Предприятие A1	316	55	70	48	52	68
Предприятие A2	196	60	63	56	44	72
Предприятие A3	236	40	66	62	58	46