

1.

На вход алгоритма подаётся натуральное число N . Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

1. Строится двоичная запись числа N .

2. Далее эта запись обрабатывается по следующему правилу:

а) если число N делится на 3, то к этой записи дописываются три последние двоичные цифры;

б) если число N на 3 не делится, то остаток от деления умножается на 3, переводится в двоичную запись и дописывается в конец числа.

Полученная таким образом запись является двоичной записью искомого числа R .

Например, для исходного числа $12_{10} = 1100_2$ результатом является число $1100100_2 = 100_{10}$, а для исходного числа $4_{10} = 100_2$ результатом является число $10011_2 = 19_{10}$.

Укажите минимальное число R , большее 151, которое может быть получено с помощью полученного алгоритма. В ответе запишите это число в десятичной системе счисления.

2.

Функция $F(n)$, где n — натуральное число, задана следующими соотношениями:

$F(n) = 1000$, если $n \geq 1000$;

$F(n) = n \times F(n+1)$, если $n < 1000$ и n нечётно;

$F(n) = n \cdot \frac{F(n+1)}{2}$, если $n < 1000$ и n чётно.

Чему равно значение выражения $\frac{F(998)}{F(1001)}$?

3.

На вход алгоритма подаётся натуральное число N . Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

1. Строится двоичная запись числа N .

2. Далее эта запись обрабатывается по следующему правилу:

а) если число N делится на 3, то в этой записи дописываются справа три последние двоичные цифры;

б) если число N на 3 не делится, то остаток от деления умножается на 3, переводится в двоичную запись и дописывается в конец числа.

Полученная таким образом запись является двоичной записью искомого числа R .

3. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.

Например, для исходного числа $12 = 1100_2$, результатом является число $1100100_2 = 100$, а для исходного числа $4 = 100_2$ результатом является число $10011_2 = 19$.

Укажите максимальное число R , не превышающее 137, которое может быть получено с помощью описанного алгоритма. В ответе запишите это число в десятичной системе счисления.

4.

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 10$, при $n < 11$;

$F(n) = n + F(n-1)$, если $n \geq 11$.

Чему равно значение выражения $F(2124) - F(2122)$?

5.

Алгоритм получает на вход натуральное число N и строит по нему новое число R следующим образом:

1. Строится двоичная запись числа N .

2. Если число N делится на 5, в конец двоичной записи добавляется двоичный код числа 5, в противном случае в конец двоичной записи добавляется 1.

3. Если полученное на предыдущем шаге число делится на 7, в конец двоичной записи добавляется двоичный код числа 7, в противном случае в конец двоичной записи добавляется 1.

4. Результатом работы алгоритма становится десятичная запись полученного числа R .

Пример. Дано число $N = 10$. Алгоритм работает следующим образом:

1. Строим двоичную запись: $10_{10} = 1010_2$.

2. Число 10 делится на 5, добавляем к двоичной записи код числа 5, получаем $1010101_2 = 85_{10}$.

3. Число 85 не делится на 7, добавляем к двоичной записи цифру 1. Получаем $10101011_2 = 171_{10}$.

4. Результат работы алгоритма $R = 171$.

Определите наибольшее возможное значение N , для которого в результате работы алгоритма получается $R < 1855663$.

6.

Функции $F(n)$ и $G(n)$, где n — натуральное число, заданы следующими соотношениями:

$$F(n) = n, \text{ если } n > 1\,000\,000;$$

$$F(n) = n + F(2n), \text{ если } n \leq 1\,000\,000;$$

$$G(n) = \frac{F(n)}{n}.$$

Сколько существует таких натуральных чисел n (включая число 1000), для которых $G(n) = G(1000)$?

7.

На вход алгоритма поступают два трехзначных числа A и B , причем $B \geq A$. По ним строится новое число C по следующим правилам:

1. Строится двоичная запись числа A
2. Строится восьмеричная запись числа B
3. После каждого двоичного знака числа A вставляется восьмеричная запись числа B
4. Полученная запись переводится в десятичную, а затем в шестнадцатеричную систему счисления
5. Половина шестнадцатеричной записи отбрасывается
6. Далее в полученной записи считаются сумма значений шестнадцатеричных символов, например, для числа $(1AC3 = 1 + 10 + 12 + 3 = 25)$
7. Полученная таким образом сумма является итоговым десятичным числом R .

Например, $A = 124$, $B = 278$

1. Двоичная запись числа A : $124 = 1111100_2$
2. Восьмеричная запись числа B : $278 = 426_8$
3. Полученная запись после прореживания $142614261426142604260426_8$
4. Переводим в десятичную $142614261426142604260426_8 = 3731580551875192371110166$, а затем в шестнадцатеричную $3731580551875192371110166 = 31631631631631611616_{16}$
5. Отбрасываем половину записи, получается: 3163163163_{16}
6. Считаем сумму шестнадцатеричных символов: $3+1+6+3+1+6+3+1+6+3=33$
7. Таким образом $R = 33$

Найти минимальную сумму $A+B$ при котором $R = 56$